

Adriano Rodrigues Sampieri

*O Seesaw Inverso como Mecanismo de
Geração de Pequenas Massas para os
Neutrinos*

DEPARTAMENTO DE FÍSICA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

João Pessoa – PB

09 / Março / 2012

Adriano Rodrigues Sampieri

*O Seesaw Inverso como Mecanismo de
Geração de Pequenas Massas para os
Neutrinos*

Orientador:

Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires

DEPARTAMENTO DE FÍSICA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

João Pessoa – PB

09 / Março / 2012

Dissertação de Mestrado sob o título “*O Seesaw Inverso como Mecanismo de Geração de Pequenas Massas para os Neutrinos*”, defendida por Adriano Rodrigues Sampieri e aprovada em 09 de Março de 2012, em João Pessoa, Paraíba, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires
Departamento de Física - UFPB
Orientador

Prof. Dr. Eugênio Ramos Bezerra de Mello
Departamento de Física - UFPB

Prof. Dr. Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos
Unidade Acadêmica de Física - UFCG

Agradecimentos

Ao meu Orientador Prof. Carlos Pires por todos os ensinamentos preciosos, pela paciência e por todos os seus valiosos conselhos.

Ao meu querido tio e mentor, o Prof. Paulo Sérgio, por seu incentivo e apoio incondicional, por todo conhecimento que me foi passado e principalmente por todos os ensinamentos que moldaram meu caráter.

À minha amada esposa por todo carinho e amor, por seu ombro amigo nas horas difíceis e por me ajudar de forma magistral a não esmorecer nunca.

Aos meus pais pela educação que me foi dada, pelo o amor que têm por mim e que me fez ser a pessoa que sou hoje.

Ao meu enteado e meus sobrinhos pelo senso de responsabilidade e de amor paterno que cresceu em mim junto com o crescimento deles.

À minha família como um todo que de alguma forma contribuíram para que eu estivesse aqui hoje.

Aos meus amigos José Geilson e Evandro por todas as discussões valiosas durante nosso aprendizado e os momentos de descontração na hora necessária.

Ao Grupo de Cosmologia e Física de Partículas que contribuem continuamente para o meu conhecimento da Física de Partículas em nossas reuniões semanais.

Aos meus amigos Daniel, André, Lincoanderson, Jonas, Samuel, Gilson e Thiago que mesmo não compartilhando dos mesmos aprendizados sempre estão ao meu lado.

Aos Professores e Funcionários do Departamento de Física que de forma direta ou indireta contribuíram para a minha formação.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento Científico (CNPq) pelo apoio financeiro.

E, por fim, agradeço a Deus por sua benevolência e amor, por seu ensinamento moral necessário para que eu possa tentar a cada dia me tornar uma pessoa melhor e principalmente por ter colocado em meu caminho todas estas pessoas importantíssimas para mim.

Resumo

Sabemos há vários anos que os neutrinos possuem massa, bem como oscilam entre seus estados de sabor. No entanto, o Modelo Padrão contém apenas neutrinos sem massa, o que nos leva a crer, juntamente com outros problemas conhecidos da teoria, que ele não é a teoria final. Se quisermos explicar as massas dos neutrinos, devemos estender o Modelo Padrão de tal forma a acomodar estas pequenas massas naturalmente. Muitos mecanismos com este fim surgiram e o *Mecanismo Seesaw Canônico* se destacou por sua simplicidade e beleza. Simples por exigir a menor modificação possível do Modelo Padrão para que ele seja realizado. Belo pois requer a quebra explícita do número leptônico em uma escala de energia da ordem da escala das Teorias de Grande Unificação, trazendo efeitos de teorias a altas energias para teorias a baixas energias. Contudo, sua beleza tem um preço. Em experimentos recentes e futuros é impossível que o Mecanismo Seesaw Canônico seja testado, conseqüentemente novos mecanismos surgiram com a possibilidade de que os experimentos possam comprová-los. Nossa proposta é baseada no Mecanismo Seesaw Inverso, cujo objetivo é gerar a massa dos neutrinos da ordem de sub-eV através de uma pequena escala de quebra do número leptônico $\mu \sim \text{KeV}$. O Seesaw Inverso não é capaz de explicar de uma forma natural a pequenez do parâmetro μ e é neste ponto que nossas modificações surgem. Com a introdução de novos campos escalares e assumindo uma simetria $Z_5 \otimes Z_2$ é possível explicar dinamicamente a pequenez de μ e também recuperar a fórmula para as massas dos neutrinos obtidas no Seesaw Canônico. Juntamente com isso, os neutrinos de mão-direita podem ter massas até da ordem da escala Eléto-Fraca, portanto passa a ser possível que este modelo seja testado em experimentos atuais.

Palavras-Chave: Neutrinos, Modelo Padrão, Mecanismo Seesaw Inverso.

Abstract

For a long time it is known that neutrinos have mass and are also able to oscillate between their flavor states. However, the Standard Model only contain massless neutrinos, what lead us to believe that, among other known issues of the model, it is not the final theory. If we want to give an explanation to the neutrino masses we would have to extend the Standard Model in such a way to naturally accommodate these tiny masses. A great number of mechanisms appeared for such matters and the *Canonical Seesaw Mechanism* was highly accepted for its simplicity and beautifulness. Simple because it demands the addition of a minimal set of fields possible to obtain the neutrino mass at the order of sub-eV. Beautiful because it requires the breaking of lepton number at the scale of Great Unification Theories, bringing effects of high energy theories to low energy ones. Nevertheless, its beauty has a price. It will be impossible for the Canonical Seesaw Mechanism to be tested in recent and future experiments, hence new mechanisms emerged with the possibility of being probed by the experiments. We propose a mechanism based on the Inverse Seesaw Mechanism, which gives rise to the neutrino mass at sub-eV relying on a tiny leptonic breaking scale $\mu \sim \text{KeV}$. The Inverse Seesaw is not able to explain, in a natural way, the smallness of the μ parameter and it is here that our modifications emerge. With the introduction of new scalar fields and assuming a $Z_5 \otimes Z_2$ symmetry it is possible to dinamically explain the smallness of μ and also recover the Canonical Seesaw formula for the neutrino masses. Along with that, the right-handed neutrinos are able to be at the eletroweak scale, hence it is possible to test the model in actual experiments.

Key-Words: Neutrinos, Standard Model, Inverse Seesaw Mechanism.

Conteúdo

Introdução	p. 8
1 O Modelo Padrão	p. 10
1.1 Conteúdo de Matéria	p. 10
1.2 Setor Leptônico	p. 14
1.3 Setor Hadrônico	p. 17
1.4 Setor Escalar	p. 18
1.5 Setor de Yukawa	p. 19
1.6 Quebra Espontânea de Simetria de Gauge	p. 20
1.6.1 Mecanismo de Higgs	p. 21
1.6.2 Quebra Espontânea de Simetria no Setor de Gauge	p. 23
1.6.3 Quebra da Simetria no Setor Fermiônico	p. 26
1.6.3.1 Corrente Carregada	p. 26
1.6.3.2 Corrente Neutra	p. 30
2 O Mecanismo Seesaw Canônico	p. 33
2.1 Extensão do Modelo Padrão	p. 33
2.2 Mecanismo Seesaw	p. 35
3 Mecanismo Seesaw Inverso	p. 39
3.1 O Mecanismo	p. 39
3.2 Mecanismo Seesaw Inverso Natural e Canônico	p. 42

Conclusão	p. 45
Apêndice A – Matrizes de Dirac	p. 47
Apêndice B – Diagonalização da Matriz de Massa do SeeSaw Canônico	p. 49
Referências	p. 52

Introdução

A física das Partículas Elementares é a ciência que estuda os constituintes fundamentais da matéria e como eles interagem entre si. A existência do conceito de constituinte fundamental data desde a Grécia antiga e passa, muitos séculos depois, por descobertas científicas do elétron, próton e nêutron e a necessidade de encaixar todas estas peças em uma única teoria.

O Modelo Padrão vem, em meados da década de 70, preencher esta lacuna com uma teoria que comporta três das quatro forças fundamentais da natureza e como elas afetam a matéria fundamental que constitui o Universo. Essas forças são conhecidas como a força Forte, Eletromagnética e Fraca (nesta ordem de intensidade das mesmas). A força forte é a que mantém a coesão nuclear, a eletromagnética é responsável pela interação entre cargas elétricas e a força fraca tem como efeito o decaimento nuclear.

Esta teoria tem como base a Teoria Quântica de Campos, que é encarregada de descrever quântica e relativisticamente o campo de uma partícula, e a Teoria de Grupos, que define ante uma simetria como cada partícula do modelo se comportará sob a ação de cada força fundamental. Neste contexto, é necessário apresentar quais partículas são realmente fundamentais e como elas se comportam. Como dito acima, o elétron, próton e nêutron foram até certo tempo considerados como as partículas fundamentais do Universo. No entanto, o Modelo Padrão prevê partículas mais fundamentais do que o próton e o nêutron, ou seja, partículas dos quais estes eram constituídos. A essas partículas deu-se o nome de Quarks, que junto com o elétron e o neutrino (proposto por W. Pauli em 1930) são consideradas até hoje como as partículas fundamentais do Universo.

Submetido a inúmeros testes, o Modelo Padrão possui uma precisão incrível em suas medidas e quase tudo o que era previsto por ele foi confirmado por experimentos. Contudo, ainda existem lacunas que precisam ser preenchidas e que o Modelo Padrão não é capaz de fazê-lo. Um destes vazios deixados é a explicação das massas dos *Neutrinos* e de suas oscilações.

Até meados da década de 90 não se tinha evidência alguma de que os neutrinos eram maciços, até que experimentos mostraram o contrário. Neste contexto, o *Mecanismo See-*

saw Canônico se mostrou bastante interessante pois, com certa simplicidade e elegância, foi capaz de explicar a diminuta massa dos neutrinos. Entretanto, uma das suas características principais, uma alta escala de energia que gera uma pequena massa para os neutrinos, o impede de ser fenomenologicamente testável.

Surgiu então a necessidade de mecanismos de geração de massa para neutrinos adaptado à realidade dos experimentos que existiam e aos que estariam por vir em um futuro próximo. Foi proposto então, um novo mecanismo Seesaw onde, ao invés de uma alta escala de energia levar a neutrinos leves, temos uma pequena escala de energia responsável pela massa pequena dos neutrinos. Conhecido como *Mecanismo Seesaw Inverso*, este é capaz não só de dar uma resposta ao problema dos neutrinos como também se torna fenomenologicamente interessante, já que as partículas novas que surgem de tal mecanismo se encontram na escala de energia dos TeVs, passível de teste ao Large Hádron Collider e experimentos atuais com neutrinos.

Contudo, a escala de energia, proveniente de um parâmetro de quebra do número leptônico, que é responsável pela geração de massa dos neutrinos assume um valor não-natural. Isto é um problema já que quanto menos parâmetros “forçados” mais enxuta e confiável a teoria é. Com isso em mente, propomos um mecanismo baseado no Mecanismo Seesaw Inverso onde esta escala de energia é gerada dinamicamente através da quebra espontânea da simetria, o que a torna natural. Além disso, recuperamos a forma das massas obtidas no Mecanismo Seesaw Canônico e potencializamos o caráter fenomenológico da teoria, onde as partículas novas provenientes deste mecanismo podem estar não só na escala dos TeVs como abaixo dela.

No primeiro capítulo trataremos do Modelo Padrão das Partículas elementares, os grupos de simetria que o formam e como cada partícula elementar se transforma por tais grupos, bem como a quebra espontânea dessas simetrias e suas consequências. No segundo capítulo apresentamos o Mecanismo Seesaw Canônico, uma extensão do Modelo Padrão para gerar massa para os neutrinos. No terceiro capítulo desenvolvemos o Mecanismo Seesaw Inverso e sua modificação que o torna natural e canônico.

1 *O Modelo Padrão*

1.1 Conteúdo de Matéria

As partículas elementares e suas interações, forte e eletro-fraca, são descritas pelo Modelo Padrão das Partículas Elementares(MP) ([1]-[3]). Conhecemos até hoje 24 partículas elementares(e suas anti-partículas), entre elas estão 6 Quarks, 3 léptons carregados, 3 léptons neutros(neutrinos), e 12 mediadores das forças elementares. Apenas uma partícula prevista pelo MP ainda não foi detectada experimentalmente e seu papel é essencial para o mecanismo de geração de massa às partículas. Esta partícula é conhecida como o Bóson de Higgs.

Todas estas partículas, e a maneira como elas interagem entre si, estão contidas no seguinte produto de Grupos de Gauge, ou Grupos de Simetrias Locais:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y.$$

Os campos que representam as partículas se transformam por esses grupos de acordo com a natureza da mesma, e para cada grupo existe um número quântico que é associado a ele. O grupo $SU(3)_C$ é o grupo que descreve as interações Fortes e toda partícula que se transforma de maneira não-trivial por ele, ou seja, que o campo desta partícula se modifica por essa transformação, carrega um número quântico chamado **COR**. Já o grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é o grupo que descreve a interação Eléctro-Fraca e toda partícula que se transforma de maneira não-trivial carrega dois números quânticos chamados **Isospin** e **Hipercarga**.

No setor Eléctro-Fraco os campos das partículas se transformam tanto por $SU(2)_L$ como por $U(1)_Y$. O grupo $SU(2)$ é o grupo não-Abeliano [4] cujos geradores devem ter as seguintes propriedades:

$$\text{Se } U \in SU(2) \Rightarrow U^{-1} = U^\dagger \text{ e } \det[U] = 1. \quad (1.1)$$

Por se tratar de um grupo não-Abeliano seus geradores também obedecem uma álgebra de comutação. Dado que os grupos $SU(N)$ têm $N^2 - 1$ geradores e dentre estes $N - 1$ são geradores diagonais, temos:

$$\text{Se } \tau^a \text{ é um gerador de } SU(N) \Rightarrow [\tau^a, \tau^b] = -if^{abc}\tau^c, \quad (1.2)$$

$$\text{onde } a, b, c = 1, 2, \dots, N^2 - 1.$$

O tensor anit-simétrico f^{abc} é chamado de *constante de estrutura*. Para o $SU(2)$ a constante de estrutura será dada pelo tensor de *Levi-Civita*, sabendo que $\epsilon^{123} = 1$,

$$\epsilon^{abc} = \begin{cases} 1, \text{ se } abc \text{ for qualquer permutação par dos índices} \\ -1, \text{ se } abc \text{ for qualquer permutação ímpar dos índices} \end{cases} \quad (1.3)$$

As matrizes que obedecem todas essas relações no caso do $SU(2)$ são as matrizes de Pauli:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (1.6)$$

logo, os geradores da *representação fundamental* de $SU(2)$ são

$$\tau_i = \frac{\sigma_i}{2}. \quad (1.7)$$

Já o grupo $U(1)$, que é mais simples pois se trata de um grupo Abelian, tem como único gerador a matriz identidade.

Agora vamos ver como as partículas elementares se transformam por esses grupos. Sabemos que os férmions são divididos em três famílias de léptons (elétron, muon e tau) e três de quarks, além de um dubleto de escalar complexo chamado Bóson de Higgs, aqui descreveremos apenas uma família já que a extensão para três famílias é direta. Os léptons e quarks de mão esquerda são descritos por **2** (dubletos) de $SU(2)_L$, bem como o Bóson de Higgs. No entanto, os férmions de mão direita são **1** (singletos) pela simetria, ou seja, se transformam de maneira *trivial* com relação a ela.

$$\Psi_{e_L} = \begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ e_L \end{pmatrix}, e_R, \quad (1.8)$$

$$Q = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, u_R, d_R, \quad (1.9)$$

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (1.10)$$

onde, de forma geral, $\psi_L = L\psi = \frac{1 - \gamma_5}{2}\psi$ e $\psi_R = R\psi = \frac{1 + \gamma_5}{2}\psi$.

Aqui não incluímos neutrinos de mão direita pois no Modelo Padrão os neutrinos são partículas sem massa. Isto porque termos de massa de férmions são bilineares com sua componente de mão direita multiplicada pela de mão esquerda.

Anteriormente foi dito que para cada grupo existia um número quântico associado. Para o $SU(2)_L$ o número quântico **Isospin** de cada partícula é o auto-valor do operador τ_3 associado a essa partícula. Exemplo:

$$\tau_3 \begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_{e_L} \\ 0 \end{pmatrix},$$

logo o isospin do ν_{e_L} é $\frac{1}{2}$. Já para o grupo $U(1)_Y$ é preciso recorrer à relação de Gell-Mann-Nishijima [5], que nos diz que a carga elétrica da partícula é a soma do auto-valor do operador diagonal de $SU(2)_L$ (Isospin) mais a metade da **Hipercarga** da partícula.

$$Q = \tau_3 + \frac{Y}{2}. \quad (1.11)$$

Com esta relação podemos definir qual é a hipercarga Y de cada partícula. Exemplo:

$$Y_{u_R} = 2 \cdot Q_{u_R} - 2 \cdot \tau_3 = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) - 2 \cdot 0 = \frac{4}{3}.$$

Com isso definimos como cada partícula do MP se transforma pela interação Eléto-Fraca. Vamos ver agora como se transformam as partículas com relação ao grupo das interações fortes.

O grupo que define as interações fortes é o $SU(3)_C$, onde o sub-índice C significa *COR*. Como vimos, os grupos $SU(N)$ têm $N^2 - 1$ geradores, e dentre estes $N - 1$ são diagonais, portanto temos 8 geradores sendo 2 diagonais. Isto nos diz que existirão 8 bósons de gauge, chamados de *glúons*, responsáveis pela mediação da força forte, assim como no setor Eléto-Fraco temos 3 bósons de gauge provenientes do $SU(2)$ e 1 do $U(1)$.

A peculiaridade da força forte vem do fato de que ela atua somente sobre os quarks. Isso porque esta é uma força *hadronica*, ou seja, atua somente nos hádrons e todos os HÁDRONS são formados apenas de quarks, por exemplo: o próton e o nêutron.

Na representação fundamental do grupo $SU(3)$ temos um **3** (triplete), onde cada componente carrega um número quântico diferente, ou seja, cada componente tem uma *COR* diferente. Então, cada quark será um **3** de $SU(3)$ com três cores, sendo elas vermelho(r), azul(b) e verde(g). Escrevemos o campo de um quark na representação fundamental deste grupo da seguinte forma:

$$\begin{aligned} u_L &= \begin{pmatrix} u_r \\ u_b \\ u_g \end{pmatrix}_L, \\ u_R &= \begin{pmatrix} u_r \\ u_b \\ u_g \end{pmatrix}_R. \end{aligned} \tag{1.12}$$

Portanto, não importando se o quark é de mão esquerda ou direita ou se é quark u ou d , ele sempre terá três componentes de cor.

E enfim definimos na Tabela 1 como cada partícula se transforma perante os grupos do Modelo Padrão.

Campos		Representação do Grupo		Auto Valores		
		$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	τ_3	Y	Q
Ψ_{e_L}	ν_{e_L}	1	2	$\frac{1}{2}$	-1	0
	e_L			$-\frac{1}{2}$	-1	-1
e_R		1	1	0	-2	-1
Q_L	u_L	3	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
	d_L	3		$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
u_R		3	1	0	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
d_R		3	1	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
ϕ	ϕ^+	1	2	$\frac{1}{2}$	1	1
	ϕ^0			$-\frac{1}{2}$	1	0

Tabela 1: Conteúdo de Matéria do Modelo Padrão e Suas Transformações Pelos Grupos de Simetria

1.2 Setor Leptônico

De agora em diante temos as informações básicas sobre as partículas e como elas se comportam devido as simetrias do MP. Resta-nos descrever matematicamente a dinâmica dessas partículas, e para isso usaremos a Teoria de Campos e o formalismo Lagrangeano¹.

Para que possamos montar a lagrangeana que descreve as interações Eléto-Fracas é preciso que seus termos sejam todos invariantes pelos grupos de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. A essa invariância atribui-se o nome *Invariância de Gauge* [6], pois os termos da lagrangeana serão singletos por essa simetria.

Sabemos que o termo cinético de um férmion Ψ é dado pela Lagrangeana²

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu) \Psi. \quad (1.13)$$

No entanto, se Ψ se transformar pelos grupos da teoria eléto-fraca, a lagrangeana não será invariante de gauge. Para obtermos essa invariância precisamos redefinir a derivada convencional de tal forma que, ao realizarmos as transformações pelos grupos em questão, nada se altere. A essa nova derivada dá-se o nome de *Derivada Covariante*,

¹Usaremos o sistema de unidades *Natural*, onde $\hbar = c = 1$, sendo $\hbar$ a constante de Planck e c é a velocidade da luz.

²Vide Apêndice A.

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\tau_a \cdot \mathbf{W}_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} \mathbf{B}_\mu, \quad (1.14)$$

onde $a = 1, 2, 3$ são índices do grupo $SU(2)$ e portanto $\mathbf{W}_\mu^a$ se refere a este grupo e $\mathbf{B}_\mu$ se refere ao grupo $U(1)$, como veremos a seguir.

Aqui introduzimos o que é comumente chamado de Bóson de Gauge. Os grupos $SU(N)$ têm $N^2 - 1$ bósons de gauge, enquanto que o grupo $U(1)$ tem apenas um. Como esses bósons de gauge são bósons vetoriais, a liberdade de gauge a ele inerente nos dá a maleabilidade para que tornemos a lagrangeana invariante por $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Isso é possível se redefinirmos esses bósons da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} W_\mu'^a &= W_\mu^a + i\alpha^b (-if^{bac}) W_\mu^c + i\partial_\mu \alpha^a, \\ B'_\mu &= B_\mu + i\partial_\mu \alpha', \end{aligned} \quad (1.15)$$

desta forma obtemos uma lagrangeana invariante pelas transformações de Gauge. No entanto, após essa redefinição dos campos de gauge para termos a invariância necessária, surge na lagrangeana um termo novo. Vejamos qual é esse termo.

Antes tínhamos a Eq. (1.13), e com a redefinição da Eq. (1.14) ficamos com,

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma_\mu D^\mu) \Psi = \bar{\Psi} \left(i\gamma_\mu \partial^\mu + g\gamma_\mu (\tau_a \cdot \mathbf{W}^{a\mu}) + g' \frac{Y}{2} \gamma_\mu \mathbf{B}^\mu \right) \Psi.$$

O que nos leva a

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu) \Psi + g\bar{\Psi} \gamma_\mu (\tau_a \cdot \mathbf{W}^{a\mu}) \Psi + g' \bar{\Psi} \frac{Y}{2} \gamma_\mu \mathbf{B}^\mu \Psi. \quad (1.16)$$

Analisando a Eq. (1.16) vemos que o termo novo envolve um produto entre três campos, dois fermiônicos e um bosônico. Termos deste tipo explicitam a *INTERAÇÃO* entre os campos Ψ e os campos W e B . São justamente esses termos que interessam para o estudo do Modelo Padrão, pois eles determinarão quais INTERAÇÕES entre quais partículas existirão e qual é a intensidade das mesmas.

Agora que sabemos como os férmions são caracterizados pela simetria do Modelo Padrão, podemos escrever a lagrangeana de cada partícula, mas antes disso é necessário acrescentar à lagrangeana um termo cinético dos Bósons de Gauge já que eles foram introduzidos para manter a lagrangeana invariante de gauge.

O termo cinético dos Bósons de Gauge deve ser invariante de gauge como os outros termos da lagrangeana. Sabemos que a dinâmica de um bóson de uma simetria abeliana é dada pela Lagrangeana de Maxwell:

$$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu). \quad (1.17)$$

Porém para uma simetria não-abeliana devemos definir,

$$G_{\mu\nu} = [D_\mu, D_\nu] = G_{\mu\nu}^a \tau^a, \quad (1.18)$$

onde D_μ é a derivada covariante associada a essa simetria.

$G_{\mu\nu}$ se transforma pela representação adjunta da simetria, assim como D_μ . Logo,

$$\text{Tr} [G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}], \quad (1.19)$$

é invariante pela transformação de gauge desta simetria. E expandindo a Eq. (1.19) obtemos a forma explícita do termo cinético dos bósons de gauge:

$$\frac{1}{2g^2} \text{Tr} [G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}] = \frac{1}{2g^2} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu b} \text{Tr} [\tau^a, \tau^b],$$

onde $G_{\mu\nu}^a = igF_{\mu\nu}^a = ig(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c)$ e $\text{Tr} [\tau^a, \tau^b] = \frac{1}{2}\delta^{ab}$.

Assim, a lagrangeana cinética dos bósons de gauge do Modelo Padrão fica,

$$\mathcal{L}_{bg} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a}. \quad (1.20)$$

Esta lagrangeana serve também para o bóson de gauge do grupo $U(1)$ e $SU(3)$. É necessário apenas notar que para o grupo $U(1)$, $F_{\mu\nu}^a = F_{\mu\nu}$ pois f^{abc} não existe em grupos abelianos, de outra forma basta ver que o índice de grupo a tem apenas um valor já que se trata de um grupo abeliano e portanto chegamos ao argumento anterior.

De posse de todos estes resultados é possível escrever a lagrangeana do setor leptônico(incluindo o termo cinético dos bósons de gauge do setor Eléto-Fraco), bastando apenas saber por quais grupos cada partícula se transforma.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{lep+gauge} = & i\bar{\Psi}_e\gamma_\mu\partial^\mu\Psi_e + g\bar{\Psi}_e\tau_a\cdot\gamma_\mu\mathbf{W}^{a\mu}\Psi_e - \frac{g'}{2}\bar{\Psi}_e\gamma_\mu\mathbf{B}^\mu\Psi_e \\
& + i\bar{e}_R\gamma_\mu\partial^\mu e_R - g'\bar{e}_R\gamma_\mu\mathbf{B}^\mu e_R \\
& - \frac{1}{4}\mathcal{F}_{\mu\nu}^a\mathcal{F}^{\mu\nu a} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}.
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Nesta equação podemos notar que os termos de massas das partículas não aparecem, isso porque no Modelo Padrão os termos de massa não são invariantes pela simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Veremos mais adiante como surgem as massas das partículas através da *Quebra Espontânea de Simetria de Gauge*.

1.3 Setor Hadrônico

Vimos na seção anterior como escrever a lagrangeana do Setor Leptônico do MP, agora veremos como obter a lagrangeana do Setor Hadrônico.

Como vimos antes, o termo cinético de um férmion é dado pela Lagrangeana da Eq. (1.13). Se agora este férmion se transforma pela representação fundamental de $SU(3)_C$, devemos introduzir novamente a *derivada covariante* como na Eq. (1.14). No entanto, desta vez teremos que introduzir mais um termo na derivada covariante já que estamos tratando de três grupos de gauge. Ficamos com,

$$D^\mu = \partial^\mu - ig_s\frac{\lambda_b}{2}\cdot\mathbf{G}_b^\mu - ig\tau_a\cdot\mathbf{W}_\mu^a - ig'\frac{Y}{2}\mathbf{B}_\mu, \tag{1.22}$$

onde $a = 1, \dots, 3$ e $b = 1, \dots, 8$ são índices de grupo e $\mathbf{G}^\mu$ são os bósons de gauge do grupo $SU(3)_C$. Os geradores deste grupo, λ_b , são as matrizes de Gellmann que são matrizes 3×3 .

A Lagrangeana do setor Hadrônico fica, levando em consideração o termo cinético dos bósons de gauge de $SU(3)$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{had+gauge} = \sum_{a,c,i,j} \Big\{ & i\bar{Q}_i\gamma_\mu\partial^\mu Q^i + g\bar{Q}_i\tau_a \cdot \gamma_\mu \mathbf{W}^{a\mu} Q^i + \frac{g'}{6}\bar{Q}_i\gamma_\mu \mathbf{B}^\mu Q^i + g_s\bar{Q}_i\gamma_\mu \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \mathbf{G}^\mu\right)_{ij} Q_j \\
& + i\bar{u}_{Ri}\gamma_\mu\partial^\mu u_R^i + g_s\bar{u}_{Ri}\gamma_\mu \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \mathbf{G}^\mu\right)_{ij} u_R^j + \frac{4g'}{6}\bar{u}_{Ri}\gamma_\mu \mathbf{B}^\mu u_R^i \\
& + i\bar{d}_{Ri}\gamma_\mu\partial^\mu d_R^i + g_s\bar{d}_{Ri}\gamma_\mu \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \mathbf{G}^\mu\right)_{ij} d_R^j - \frac{2g'}{6}\bar{d}_{Ri}\gamma_\mu \mathbf{B}^\mu d_R^i \\
& - \frac{1}{4}\mathcal{G}_{\mu\nu}^c\}^{\mu\nu c} \Big\},
\end{aligned} \tag{1.23}$$

onde $a = 1, \dots, 3$ é o índice do grupo $SU(2)_Y$, $i, j = r, b, g$ são índices de *cor* e $d = 1, \dots, 8$ é o índice do grupo $SU(3)_C$. Precisamos notar aqui, que no termo $\left(\frac{\lambda}{2} \cdot \mathbf{G}^\mu\right)_{ij}$ o índice i é de cor e j de anti-cor para que o termo seja invariante pela cor. Por exemplo: Se tomarmos $i = r$ e $j = b$ então teremos um termo do tipo $g_s\bar{u}_{R\bar{r}}\gamma_\mu \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \mathbf{G}^\mu\right)_{r\bar{b}} u_{Rb}$

Na Eq. (1.23) surge novamente um termo que explicita a interação entre dois férmions e um bóson de gauge. Neste caso a interação forte, cuja intensidade é g_s , se dá tanto por interações contendo quark-antiquark-glúon como por interações entre glúons apenas. Temos também interações quark-antiquark-bóson referente a interação Eléto-Fraca.

1.4 Setor Escalar

Na seção 1.1 vimos que o Modelo Padrão além dos férmions e bósons de gauge possui também *Bósons Escalares Complexos*. A Teoria de Campos que descreve um escalar complexo é a *Teoria de Klein-Gordon*, e a lagrangeana para este campo é

$$\mathcal{L}_{K-G} = (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - \frac{\mu^2}{2} \phi^\dagger \phi. \tag{1.24}$$

Novamente devemos introduzir a *derivada covariante* pois ϕ é um **2** por $SU(2)$ e tem Hipercarga $Y = 1$. Além disso, termos quadrilineares em ϕ são permitidos pelas simetrias do MP, portanto devem ser incluídos na lagrangeana³.

Usando a definição da Eq. (1.14), e redefinindo os campos W_μ e B_μ como na Eq. (1.15), obtemos a lagrangeana invariante para o campo escalar complexo:

³Pelas simetrias do MP também são permitidos quaisquer termos que contenham um número par de campos, no entanto termos de ordem maior ou igual a 6 não são renormalizáveis e portanto são proibidos.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{esc} = & (\partial_\mu \phi)^\dagger (\partial^\mu \phi) - \frac{\mu^2}{2} \phi^\dagger \phi - \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2 \\
& + \frac{g'^2}{4} \phi^\dagger \mathbf{B}_\mu \mathbf{B}^\mu \phi + \frac{gg'}{2} \phi^\dagger (\tau^a \cdot \mathbf{W}_\mu^a) \mathbf{B}^\mu \phi + \frac{g^2}{4} \phi^\dagger (\tau^a \cdot \mathbf{W}_\mu^a) (\tau^b \cdot \mathbf{W}_b^\mu) \phi \\
& + \left[i \frac{g'}{2} \phi^\dagger \mathbf{B}_\mu \partial^\mu \phi + i \frac{g}{2} \phi^\dagger (\tau^a \cdot \mathbf{W}_\mu^a) \partial^\mu \phi + h.c. \right], \tag{1.25}
\end{aligned}$$

onde *h.c.* significa *hermiteano conjugado* e λ é a constante de auto-acoplamento.

Aqui, além de termos com interação tripla (escalar-bóson-escalar) temos interações quárticas do tipo escalar-escalar-bóson-bóson. Além disso, os segundo e terceiro termos da Eq. (1.25) serão fundamentais para geração de massa das partículas do MP.

1.5 Setor de Yukawa

Por fim, a última contribuição à lagrangeana do MP vêm de termos envolvendo o Escalar Complexo e os Férmions do MP. Desde que a combinação de tais campos seja invariante por $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ e que preserve a renormalizabilidade da teoria, tais termos devem ser considerados. Dá-se a ele o nome “Termos de Yukawa”, e estes não são apenas possíveis mas essenciais à teoria no que se refere à geração de massa das partículas, como veremos mais a frente.

A construção de tais termos dá-se da seguinte forma:

- Faz-se o produto de um dubleto de férmions pelo dubleto de Higgs(ou escalar complexo)
- faz-se o produto do férmion de mão direita, correspondente ao dubleto de férmions citado acima, pelo produto anterior
- verifica-se se o termo total é singleto pelas simetrias do MP.

Um exemplo de tal procedimento é o seguinte:

- $\overline{\Psi}_{e_L} \cdot \phi = \overline{\nu_L} \phi^+ + \overline{e_L} \phi^0$, onde ambos os termos têm isospin nulo ($-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$) e hipercarga $1 + 1 = 2$
- $(\overline{\nu_L} \phi^+ + \overline{e_L} \phi^0) \cdot e_R = \overline{\nu_L} \phi^+ e_R + \overline{e_L} \phi^0 e_R$ que continua tendo isospin nulo pois e_R não carrega isospin e agora têm hipercarga nula, pois $Y_{e_R} = -2$

- Verificando se o termo é invariante vemos que tanto a hipercarga quanto o isospin são nulos, o que confirma nossa hipótese.

Assim, todos os termos possíveis que podem ser adicionado ao MP são sintetizados na seguinte lagrangeana,

$$\mathcal{L}_{yuk} = y_e \overline{\Psi}_{e_L} \phi e_R + y_u \overline{Q}_L \tilde{\phi} u_R + y_d \overline{Q}_L \phi d_R + h.c., \quad (1.26)$$

onde $\tilde{\phi} = i\sigma_2 \phi^* = \begin{pmatrix} \phi_0^* \\ -\phi_- \end{pmatrix}$, sendo σ_2 a matriz de Pauli, para garantir que o termo seja invariante, e $\phi_- = \phi_+^*$.

A lagrangeana do Modelo Padrão das Partículas Elementares é então a soma das Eq. (1.21),(1.23),(1.25) e (1.26).

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MP} = & i\overline{\Psi}_{e_L} \gamma_\mu D^\mu \Psi_{e_L} + i\overline{e}_R \gamma_\mu D^\mu e_R - \frac{1}{4} \mathcal{F}_{\mu\nu}^a \mathcal{F}^{\mu\nu a} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + \sum_{a,c,i,j} \left\{ i\overline{Q}_i \gamma_\mu D^\mu Q^i + g_s \overline{Q}_i \gamma_\mu \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \mathbf{G}^\mu \right)_{ij} Q_j \right. \\ & \quad + i\overline{u}_{Ri} \gamma_\mu D^\mu u_R^i + g_s \overline{u}_{Ri} \gamma_\mu \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \mathbf{G}^\mu \right)_{ij} u_R^j \\ & \quad \left. + i\overline{d}_{Ri} \gamma_\mu D^\mu d_R^i + g_s \overline{d}_{Ri} \gamma_\mu \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \mathbf{G}^\mu \right)_{ij} d_R^j - \frac{1}{4} \mathcal{G}_{\mu\nu}^c \mathcal{G}^{\mu\nu c} \right\} \\ & + (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - \frac{\mu^2}{2} \phi^\dagger \phi - \frac{\lambda}{4} (\phi^\dagger \phi)^2 \\ & + y_e \overline{\Psi}_{e_L} \phi e_R + y_u \overline{Q}_L \tilde{\phi} u_R + y_d \overline{Q}_L \phi d_R + h.c., \end{aligned} \quad (1.27)$$

onde basta recordarmos a forma das derivadas covariantes, de cada setor, nas equações citadas acima para que obtenhamos a forma mais geral da lagrangeana do MP.

Como dito anteriormente todas as partículas até então são desprovidas de massa. A seguir trataremos deste problema e destacaremos também as interações entre as partículas maciças.

1.6 Quebra Espontânea de Simetria de Gauge

As simetrias do Modelo Padrão não permitem termos de massa para as partículas elementares. Isso nos sugere que esta simetria deve ser quebrada, em alguma escala de

energia, de tal forma a permitir que tais termos sejam formados e então as partículas adquiram massa.

O setor escalar do Modelo Padrão será responsável por essa quebra de simetria, isto porque ele permite que o vácuo do modelo adquira um valor não nulo e degenerado. A partir desta quebra bósons sem massa surgem de maneira a permitir que os bósons de gauge adquiram massa, por outro lado obtemos um bóson maciço responsável pela massa dos férmion.

1.6.1 Mecanismo de Higgs

Na Eq. (1.25) conseguimos distinguir o que se chama de potencial escalar $V(\phi)$. Ele é constituído de termos envolvendo apenas o produto de campos escalares $\phi\phi^\dagger$, portanto temos:

$$V(\phi) = \frac{\mu^2}{2}\phi^\dagger\phi + \frac{\lambda}{4}(\phi^\dagger\phi)^2. \quad (1.28)$$

O vácuo da teoria é definido como o mínimo deste potencial, ou seja, quando

$$\frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} = 0. \quad (1.29)$$

Para garantir que este mínimo exista devemos ter $\lambda > 0$. Contudo, o parâmetro μ^2 pode ser tanto positivo quanto negativo, embora a escolha de um ou de outro influenciará diretamente na quebra espontânea da simetria.

Se tomarmos $\mu^2 > 0$ e analisarmos o valor esperado no vácuo de ϕ , $\langle 0 | \phi | 0 \rangle = \langle \phi \rangle_0$, obtemos a seguinte solução

$$\left\langle \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} \right\rangle_0 = \frac{\mu^2}{2}\langle \phi^\dagger \rangle_0 + \frac{\lambda}{2}\langle \phi^\dagger \phi \rangle_0 \langle \phi^\dagger \rangle_0 = 0,$$

e como os coeficientes são positivo definidos, a unica possibilidade é $\langle \phi \rangle_0 = 0$. Se agora expandirmos ϕ em pequenas oscilações, até primeira ordem em $\phi^\dagger\phi$, em torno deste VEV(valor esperado do vácuo) veremos que a simetria não será quebrada.

Agora, se fizermos $\mu^2 < 0$, ou seja, $\mu^2 = -|\mu^2|$ obtemos

$$-\frac{|\mu^2|}{2}\langle \phi^\dagger \rangle_0 + \frac{\lambda}{2}\langle \phi^\dagger \phi \rangle_0 \langle \phi^\dagger \rangle_0 = 0, \quad (1.30)$$

o que nos leva a

$$\langle \phi^\dagger \phi \rangle_0 = \frac{|\mu^2|}{\lambda}, \quad (1.31)$$

e como $\phi^\dagger \phi = \phi^- \phi^+ + \phi^{0\dagger} \phi^0$ e tanto ϕ^+ quanto ϕ^0 são escalares complexos, podemos reescrevê-los como a combinação de quatro campos reais ϕ_i , com $i = 1, \dots, 4$, da seguinte forma

$$\phi^+ = \phi_1 + i\phi_2, \quad (1.32)$$

$$\phi^0 = \phi_3 + i\phi_4, \quad (1.33)$$

assim, os possíveis VEV's estão contidos na seguinte equação:

$$\langle \phi_1 \rangle_0^2 + \langle \phi_2 \rangle_0^2 + \langle \phi_3 \rangle_0^2 + \langle \phi_4 \rangle_0^2 = \frac{|\mu^2|}{\lambda}. \quad (1.34)$$

Portanto, o vácuo é infinitamente degenerado já que podemos fazer qualquer escolha dos VEV's desde que obedeça a relação na Eq. (1.34). Só é preciso tomar cuidado com o fato de que tanto $\langle \phi_1 \rangle_0$ quanto $\langle \phi_2 \rangle_0$ devem ser zero, pois se não a carga elétrica não seria conservada já que o vácuo se tornaria carregado.

Escolhendo $\langle \phi_3 \rangle_0 = v$, onde $v = \sqrt{\frac{|\mu^2|}{\lambda}}$, a Eq. (1.34) é respeitada e assim o vácuo deixa de ser degenerado pois escolhemos um único valor dentre as infinitas possibilidades. Com isso quebramos a invariância do vácuo perante as simetrias do modelo, ou seja, a simetria foi quebrada espontaneamente pela escolha de um VEV.

Se redefinirmos o campo ϕ de modo que seu VEV volte a ser nulo e expandirmos em pequenas oscilações a lagrangeana do MP (Eq. (1.27)), veremos qual é o efeito desta quebra em cada setor do modelo.

A redefinição de ϕ será a seguinte

$$\phi' = \phi - \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ H - v + i\phi_4 \end{pmatrix}, \quad (1.35)$$

onde renomeamos ϕ_3 como H por conveniência, e invertendo a Eq. (1.35), obtemos $\phi = \phi' + \langle \phi \rangle_0$, que podemos substituir na lagrangeana do MP e obter as pequenas

oscilações.

1.6.2 Quebra Espontânea de Simetria no Setor de Gauge

A quebra espontânea de simetria do setor Eléctro-Fraco do MP, através do Mecanismo de Higgs, faz com que tenhamos uma simetria remanescente. Essa simetria é responsável pela Eletrodinâmica Quântica, ou como é comumente chamada, QED. Portanto, devemos ter

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\text{Higgs}} U(1)_{QED}. \quad (1.36)$$

Ou seja, dos quatro bósons de gauge que tínhamos antes da quebra um deve permanecer sem massa após a mesma, pois temos o fóton como bóson de gauge da QED. É possível verificar a validade deste argumento quando analisamos como cada gerador de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ atua no vácuo. Aqueles geradores que mativerem o vácuo invariante serão os geradores da simetria remanescente enquanto que os que não mativerem o vácuo invariante acarretarão em um *Bóson de Goldstone* proveniente do mecanismo de Higgs.

Estes Bósons de Goldstone ([7],[9]) serão bósons sem massa que emergem do campo ϕ após a quebra da simetria. No entanto, no Modelo Padrão, estes bóson são “absorvidos” pelos bósons de gauge e então contribuindo para que esses bósons adquiram massa. Isto porque um bóson de gauge sem massa contém apenas dois graus de liberdade, enquanto que um com massa possui três. Em outras palavras, um bóson vetorial sem massa contém apenas polarizações transversais à direção de propagação do mesmo enquanto que um bóson vetorial maciço tem também polarização paralela à direção de propagação. Ao incorporar um bóson de Goldstone a si o bóson de gauge passa a ter três graus de liberdade, viabilizando a polarização paralela.

Então, aplicando os geradores de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ em $\langle \phi \rangle_0$ veremos quantos bósons de Goldstone teremos e qual será a simetria remanescente.

$$\tau_1 \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0, \quad (1.37)$$

$$\tau_2 \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-i}{2} \\ \frac{i}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{iv}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0, \quad (1.38)$$

$$\tau_3 \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{v}{2} \end{pmatrix} \neq 0, \quad (1.39)$$

$$\frac{Y}{2} \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{2} \end{pmatrix} \neq 0. \quad (1.40)$$

Podemos notar que todos os geradores são quebrados, no entanto existe uma combinação de geradores que não é

$$\left(\tau_3 + \frac{Y}{2} \right) \langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{v}{2} + \frac{v}{2} \end{pmatrix} = 0, \quad (1.41)$$

enquanto que τ_1 , τ_2 e agora $\tau_3 - \frac{Y}{2}$ são quebrados pela escolha do vácuo. Se prestarmos atenção, pela relação de Gellman-Nishijima, o gerador que se mantém invariante pelo vácuo é justamente a *Carga Elétrica*, $Q = \tau_3 + \frac{Y}{2}$, que é o gerador da QED. Além disso, como temos três geradores quebrados, teremos três bósons de Goldstone emergindo desta quebra. Vejamos então como eles, juntamente com os bóson de gauge, se combinarão para gerar um Bóson Vetorial Maciço.

Vamos pegar o termo cinético do setor escalar e fazer a expansão em pequenas oscilações em ϕ , da seguinte forma:

$$(D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) = \left(\partial_\mu \phi' - i \begin{pmatrix} \frac{gW_\mu^3 + g'B_\mu}{2} & g \frac{W_\mu^1 - iW_\mu^2}{2} \\ g \frac{W_\mu^1 + iW_\mu^2}{2} & -gW_\mu^3 + g'B_\mu \end{pmatrix} (\phi' + \langle \phi \rangle_0) \right)^\dagger \left(\partial^\mu \phi' - i \begin{pmatrix} \frac{gW_3^\mu + g'B^\mu}{2} & g \frac{W_1^\mu - iW_2^\mu}{2} \\ g \frac{W_1^\mu + iW_2^\mu}{2} & -gW_3^\mu + g'B^\mu \end{pmatrix} (\phi' + \langle \phi \rangle_0) \right),$$

onde reescreveremos os campos W_μ^a e B_μ como:

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad (1.42)$$

$$Z_\mu = \frac{-g'B_\mu + gW_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.43)$$

$$A_\mu = \frac{gB_\mu + g'W_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.44)$$

e tomando apenas termos bilineares(pequenas oscilações),

$$\begin{aligned} (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) &\stackrel{P.O.}{=} \frac{g^2 v^2}{2} \left(W_\mu^+ + i \frac{\sqrt{2}}{g v} \partial_\mu \phi^+ \right) \left(W^{\mu-} - i \frac{\sqrt{2}}{g v} \partial^\mu \phi^- \right) \\ &\quad + \frac{v^2 (g'^2 + g^2)}{4} \left(Z_\mu + \frac{2}{v \sqrt{g'^2 + g^2}} \partial_\mu \phi_4 \right) \left(Z^\mu + \frac{2}{v \sqrt{g'^2 + g^2}} \partial^\mu \phi_4 \right). \end{aligned}$$

Fazendo uma escolha de Gauge apropriada é possível “desaparecer” com os bósons de Goldstone ϕ^+, ϕ^- e ϕ_4 . Como um bóson vetorial é definido a menos da derivada de uma função escalar, faz-se

$$\begin{aligned} W_\mu^+ &\rightarrow W_\mu^+ - i \frac{\sqrt{2}}{g v} \partial_\mu \phi^+, \\ W^{\mu-} &\rightarrow W^{\mu-} + i \frac{\sqrt{2}}{g v} \partial^\mu \phi^-, \\ Z_\mu &\rightarrow Z_\mu - \frac{2}{v \sqrt{g'^2 + g^2}} \partial_\mu \phi_4. \end{aligned}$$

Fica claro neste passo o fato dos bósons vetoriais estarem absorvendo os bósons de Goldstone para daí então se tornarem maciços, enquanto que o bóson A_μ permanece sem massa. Encontraremos o valor das massas assim que fizermos essas redefinições dos campos:

$$(D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) \stackrel{P.O.}{=} \frac{g^2 v^2}{2} W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{v^2 (g'^2 + g^2)}{4} Z_\mu Z^\mu, \quad (1.45)$$

de onde tiramos

$$M_W^2 = \frac{g^2 v^2}{2} \Rightarrow M_W = \frac{g v}{\sqrt{2}}, \quad (1.46)$$

$$\frac{M_Z^2}{2} = \frac{v^2 (g'^2 + g^2)}{4} \Rightarrow M_Z = \frac{v \sqrt{g'^2 + g^2}}{\sqrt{2}}. \quad (1.47)$$

Obtivemos então a massa dos Bósons de Gauge após a Q.E.S., veremos agora como a quebra da simetria afetará as outras partículas do MP e quais serão as consequências desta quebra.

1.6.3 Quebra da Simetria no Setor Fermiônico

Os termos de Yukawa na Eq. (1.26) serão os responsáveis pela geração de massa para os férmions. Ao fazer a expansão em pequenas oscilações destes termos teremos

$$\mathcal{L}_{yuk} \stackrel{p.o.}{=} y_e \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{eL} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} e_R + y_u \begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{d}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} u_R + y_d \begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{d}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} d_R + h.c..$$

Abrindo os termos ficamos com,

$$y_e v (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) + y_u v (\bar{u}_L u_R + \bar{u}_R u_L) + y_d v (\bar{d}_L d_R + \bar{d}_R d_L).$$

E se notarmos que $\bar{\psi}\psi = (\overline{\psi_L + \psi_R})(\psi_L + \psi_R) = \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L$, chegamos a

$$y_e v \bar{e}e + y_u v \bar{u}u + y_d v \bar{d}d, \quad (1.48)$$

e portanto as massas dos férmions são

$$m_e = y_e v, \quad (1.49)$$

$$m_u = y_u v, \quad (1.50)$$

$$m_d = y_d v. \quad (1.51)$$

Com esses resultados é preciso analisar agora como é a interação entre os bósons de gauge, que surgiram após a quebra, com os férmions.

1.6.3.1 Corrente Carregada

Os termos que envolvem tanto os férmions como os bósons de gauge são obtidos das Eq. (1.21) e (1.23), onde devemos fazer as substituições contidas nas Eq. (1.42), (1.43) e (1.44) para que tenhamos a interação dos bósons físicos com a matéria.

Primeiro vamos levar em conta as interações com os bósons de gauge carregados, portanto omitiremos os bósons neutros que fazem parte destas interações.

A lagrangeana da corrente carregada pode ser escrita, de forma mais geral, da seguinte forma

$$\mathcal{L}_{C.C.} = \frac{1}{2} \overline{\psi}_e \gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2}gW_\mu^+ \\ \sqrt{2}gW_\mu^- & 0 \end{pmatrix} \psi_e + \frac{1}{2} \overline{Q} \gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2}gW_\mu^+ \\ \sqrt{2}gW_\mu^- & 0 \end{pmatrix} Q, \quad (1.52)$$

que ao desenvolvermos os termos fica:

$$\mathcal{L}_{C.C.} = \frac{1}{\sqrt{2}}g \left(\overline{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ + h.c. \right) + \frac{1}{\sqrt{2}}g \left(\overline{u}_L \gamma^\mu d_L W_\mu^+ + h.c. \right). \quad (1.53)$$

Como sabemos, a teoria é constituída de três famílias de léptons, e três de quarks. Nesse instante se torna importante levar em consideração todas as três famílias, pois um fenômeno chamado de Mistura de Sabor aparece na corrente carregada dos hádrons.

Ao introduzirmos os três sabores(três famílias) na lagrangeana do MP a lagrangeana de Yukawa, de onde surgem as massas dos férmions, é alterada da seguinte maneira:

$$\mathcal{L}_{yuk} = y_{e_{ij}} v \overline{e}_{L_i}' e_{R_j}' + y_{u_{ij}} v \overline{u}_{L_i}' u_{R_j}' + y_{d_{ij}} v \overline{d}_{L_i}' d_{R_j}' + h.c., \quad (1.54)$$

onde para os léptons $i, j = e, \mu, \tau$, para os quarks tipo up $i, j = u, c, t$, para os quarks tipo down $i, j = d, s, b$ e os coeficientes de Yukawa agora são matrizes complexas 3×3 .

Com estas mudanças as massas dos férmions agora são descritas por matrizes 3×3 complexas, que são

$$\begin{aligned} M_{e_{ij}} &= y_{e_{ij}} v, \\ M_{u_{ij}} &= y_{u_{ij}} v, \\ M_{d_{ij}} &= y_{d_{ij}} v. \end{aligned}$$

Para que obtenhamos os auto-estados de massa precisamos diagonalizar as matrizes acima através de uma transformação bi-unitária do tipo $U^\dagger M V$, onde U e V são matrizes unitárias, ou seja, $U^\dagger U = 1_{3 \times 3}$, $V^\dagger V = 1_{3 \times 3}$. Portanto, escrevendo os auto-estados de massa dos férmions da seguinte forma

$$e_{L_i} = U_{e_{ij}}^\dagger e'_{L_j}; e_{R_i} = V_{e_{ij}}^\dagger e'_{R_j}, \quad (1.55)$$

$$u_{L_i} = U_{u_{ij}}^\dagger u'_{L_j}; u_{R_i} = V_{u_{ij}}^\dagger u'_{R_j}, \quad (1.56)$$

$$d_{L_i} = U_{d_{ij}}^\dagger d'_{L_j}; d_{R_i} = V_{d_{ij}}^\dagger d'_{R_j}, \quad (1.57)$$

obtemos uma matriz de massa diagonal na lagrangeana de Yukawa para cada férmion,

$$\mathcal{L}_{yuk} = \overline{e}_{L_i} U_{e_{ik}}^\dagger M_{e_{kl}} V_{e_{lj}} e'_{R_j} + \overline{u}_{L_i} U_{u_{ik}}^\dagger M_{u_{kl}} V_{u_{lj}} u'_{R_j} + \overline{d}_{L_i} U_{d_{ik}}^\dagger M_{d_{kl}} V_{d_{lj}} d'_{R_j} + h.c.,$$

onde

$$\begin{aligned} M_{lep} = U_{e_{ik}}^\dagger M_{e_{kl}} V_{e_{lj}} &= \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}, \\ M_{qu} = U_{u_{ik}}^\dagger M_{u_{kl}} V_{u_{lj}} &= \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \\ M_{qd} = U_{d_{ik}}^\dagger M_{d_{kl}} V_{d_{lj}} &= \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Tendo em mãos estes resultados, analisaremos o que muda na corrente carregada. Para isto vamos reescrever a corrente carregada levando em conta os sabores existentes.

$$\mathcal{L}_{C.C.} = \frac{1}{\sqrt{2}} g (\overline{\nu}'_{L_i} \gamma^\mu e'_{L_i} W_\mu^+ + h.c.) + \frac{1}{\sqrt{2}} g (\overline{u}'_{L_i} \gamma^\mu d'_{L_i} W_\mu^+ + h.c.). \quad (1.58)$$

Substituindo nesta equação os auto-estados de massa, Eq. (1.55), (1.56) e (1.57), obtemos o seguinte

$$\mathcal{L}_{C.C.} = \frac{1}{\sqrt{2}} g (\overline{\nu}'_{L_i} \gamma^\mu U_{e_{ij}} e_{L_j} W_\mu^+ + h.c.) + \frac{1}{\sqrt{2}} g (\overline{u}_{L_j} U_{u_{ji}}^\dagger \gamma^\mu U_{d_{ik}} d_{L_k} W_\mu^+ + h.c.). \quad (1.59)$$

Olhemos agora apenas para a parte leptônica da corrente carregada. Como os neu-

trinos não têm massa, qualquer combinação linear dos neutrinos auto-estados de sabor ν'_i serão auto-estados de massa, portanto escolheremos uma transformação que cancele a transformação dos léptons carregados. Neste caso escolheremos

$$\nu_i = U_{eij} \nu'_j, \quad (1.60)$$

de tal forma que $\overline{\nu'_i} = \overline{\nu_k} U_{eki}^\dagger$, o que nos leva a

$$\mathcal{L}_{C.C.-l} = \frac{1}{\sqrt{2}} g \left(\overline{\nu_{Lk}} \gamma^\mu U_{eki}^\dagger U_{eij} e_{Lj} W_\mu^+ + h.c. \right).$$

E como $U^\dagger U = 1_{3 \times 3}$,

$$\mathcal{L}_{C.C.-l} = \frac{1}{\sqrt{2}} g \left(\overline{\nu_{Lj}} \gamma^\mu e_{Lj} W_\mu^+ + h.c. \right), \quad (1.61)$$

exatamente como a corrente carregada quando tratamos apenas uma família. Por outro lado, a corrente carregada dos quarks sofre uma alteração que leva à troca de sabor nas interações com bósons de gauge carregados.

Para vermos isso vamos primeiro passar toda a fonte de mistura de sabor para os quarks tipo down, isso é possível pois podemos reescrever o termo dos quarks na corrente carregada como a seguir:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} g \left(\overline{u_{Lj}} U_{uji}^\dagger \gamma^\mu U_{dik} d_{Lk} W_\mu^+ + h.c. \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} g \left(\overline{u_{Lj}} \gamma^\mu U_{uji}^\dagger U_{dik} d_{Lk} W_\mu^+ + h.c. \right),$$

e definir uma nova matriz, chamada de matriz de Cabibbo-Kobayshi-Maskawa (CKM) [10],

$$V_{CKM_{jk}} = U_{uji}^\dagger U_{dik}, \quad (1.62)$$

e então temos

$$\mathcal{L}_{C.C.-q} = \frac{1}{\sqrt{2}} g \left(\overline{u_{Lj}} \gamma^\mu V_{CKM_{jk}} d_{Lk} W_\mu^+ + h.c. \right). \quad (1.63)$$

A matriz CKM tem 4 parâmetros, sendo 3 reais em forma de ângulos de mistura e uma fase complexa. Esta fase é importante pois é através dela que se estuda a violação de CP no setor hadrônico e por consequência a assimetria matéria-antimatéria no universo.

A forma explícita da matriz CKM é a seguinte:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 c_3 + s_2 s_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}, \quad (1.64)$$

onde $s_i = \sin \theta_i$ e $c_i = \cos \theta_i$.

Atentemos agora para o fato de que a interação de W_μ^+ com os férmions pode ser comparada com a interação de quatro fermions [11], uma teoria efetiva da interação Eléto-Fraca muito bem testada. As intensidades destas interações devem ser iguais, com isso chegamos a relação[12]

$$\frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}, \quad (1.65)$$

e recorrendo a Eq. (1.46) e ao valor experimental de $G_F = 1.66637 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ (G de Fermi), obtemos

$$\frac{g^2}{4g^2 v^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \Rightarrow v = 174 \text{ GeV}, \quad (1.66)$$

que é o valor da escala de energia onde se dá a quebra espontânea da simetria Eléto-Fraca. Com este resultado, e com o que obteremos a seguir, poderemos obter uma expressão para a massa dos bósons de gauge.

1.6.3.2 Corrente Neutra

Na seção 1.6.3.1 vimos as interações com os bósons carregados onde omitimos os bósons neutros. Agora faremos o contrário, analisaremos a interação dos férmions com os bósons neutros omitindo os bósons carregados, obviamente.

A lagrangeana ficará da seguinte forma, levando em consideração somente os léptons:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{C.N.-l} = & \frac{1}{2} \overline{\psi_e} \gamma^\mu \begin{pmatrix} \sqrt{g^2 + g'^2} Z_\mu & 0 \\ 0 & -\frac{g^2 - g'^2}{\sqrt{g^2 + g'^2}} Z_\mu - \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} A_\mu \end{pmatrix} \psi_e \\ & - g' \overline{e_R} \gamma^\mu \left(-\frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} Z_\mu + \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} A_\mu \right) e_R, \end{aligned}$$

expandindo e separando os termos que envolvem Z_μ de A_μ , e definindo o que é comumente chamado de ângulo de Weinberg

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.67)$$

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.68)$$

obtemos,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{C.N.-l} = & -\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R) A_\mu \\ & + \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L Z_\mu \\ & + \sqrt{g^2 + g'^2} \left(\sin^2 \theta_W \bar{e}_R \gamma^\mu e_R - \frac{\cos^2 \theta_W - \sin^2 \theta_W}{2} \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \right) Z_\mu. \end{aligned} \quad (1.69)$$

Se notarmos que no primeiro termo da equação acima podemos agrupar os elétrons de mão direita e esquerda de forma a obtermos $\bar{e} \gamma^\mu e$, então podemos também dizer que a constante de acoplamento deste termo é exatamente aquela da QED, pois o bóson A_μ é quem representa a simetria remanescente da quebra espontânea da simetria (Eq. 1.36). Assim,

$$\frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = e, \quad (1.70)$$

onde e é a carga do elétron. Esta relação pode ser escrita também como

$$e = g \sin \theta_W \quad \text{ou} \quad e = g' \cos \theta_W. \quad (1.71)$$

O que nos leva à massa dos bósons de gauge, Eq. (1.46) e (1.47), agora escrita em termos de constantes conhecidas⁴ e tomando $\sin^2 \theta_W \simeq 0.22$ [13],

⁴ $e = \sqrt{4\pi\alpha}$, onde $\alpha = \frac{1}{137}$ é a constante de estrutura fina da QED

$$M_W = \frac{ev}{\sin \theta_W \sqrt{2}} \simeq 80 \text{ GeV}, \quad (1.72)$$

$$M_Z = \frac{M_W}{\cos \theta_W} \simeq 91 \text{ GeV}. \quad (1.73)$$

Podemos também reescrever a lagrangeana da corrente neutra dos léptons em termos destas constantes, o que nos dá a seguinte expressão

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{C.N.-l} = & -q_e \bar{e} \gamma^\mu e A_\mu \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \bar{\nu} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu Z_\mu \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \{ 2 \sin^2 \theta_W \bar{e} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) e + (2 \sin^2 \theta_W - 1) \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e \} Z_\mu. \end{aligned} \quad (1.74)$$

Da mesma forma que desenvolvemos a corrente neutra para os léptons faremos para os quarks, o que nos dá

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{C.N.-q} = & - \left(\frac{2}{3} e \right) \bar{u} \gamma^\mu u A_\mu - \left(-\frac{1}{3} e \right) \bar{d} \gamma^\mu d A_\mu \\ & + \sqrt{2} \left(\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \left(1 - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W \right) \bar{u}_L \gamma^\mu u_L - \frac{4 \sin^2 \theta_W}{3} \bar{u}_R \gamma^\mu u_R \right\} Z_\mu \\ & + \sqrt{2} \left(\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \left(-1 + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) \bar{d}_L \gamma^\mu d_L + \frac{2 \sin^2 \theta_W}{3} \bar{d}_R \gamma^\mu d_R \right\} Z_\mu. \end{aligned} \quad (1.75)$$

A corrente neutra, tanto com os léptons quanto com os quarks, tem uma carecterística importante no que concerne à troca de sabor. Como vímos na seção anterior a corrente carregada dos quarks permite a troca de sabor, no entanto, se analisarmos as transformações nas Eq. (1.55), (1.56) e (1.57) veremos que os termos da Eq. (1.75) cancelam todos os efeitos da mistura entre auto-estados de sabor do MP [14]. Portanto, na Corrente Neutra *não há troca de sabor* !

Com este resultado a Quebra Espontânea de Simetria e suas consequências foram analisadas. Isso nos dá a base necessária para estudos aprofundados da teoria e como modificá-la para que ela se adeque às evidências experimentais, bem como alguns problemas mais fundamentais inerentes ao Modelo Padrão.

2 *O Mecanismo Seesaw Canônico*

Os Neutrinos do Modelo Padrão, como vimos anteriormente, não são maciços. Contudo, experimentos feitos com neutrinos provenientes do Sol, e também de Raios Cósmicos interagindo com a Atmosfera, nos mostram que os neutrinos das famílias oscilam entre si [15]. Estas observações também confirmaram a existência da *massa* dos neutrinos, o que indica que existe uma teoria mais abrangente que o Modelo Padrão capaz de explicar tais resultados.

Durante décadas desde que o Modelo Padrão foi criado, muitos experimentos vieram a confirmar inúmeras características desta teoria e com muita precisão em suas medidas. Portanto, qualquer modelo em Física de Partículas que explique algo que o MP não é capaz deve ao menos conter as características que o consagraram. É possível estender o Modelo Padrão tanto alterando os Grupos de Gauge como seu Conteúdo de Matéria, de qualquer forma, devemos ser capazes de recuperar a essência do MP de alguma forma, seja através da quebra da simetria ou apenas mantendo suas interações intactas ao adicionarmos novos campos a ele.

Tendo isto em mente, foram propostos mecanismos de geração de massa para neutrinos capazes de se adequar aos resultados experimentais. A idéia destes mecanismos, conhecidos como *Mecanismos Seesaw*, é a mesma, uma escala de energia, em que o número leptônico é violado, que leva a massa na escala de eV para os neutrinos. Se aplicados ao MP é necessário que o conteúdo de matéria seja expandido, e é aí que os vários mecanismos se diferenciam uns dos outros. O SeeSaw Canônico(ou Seesaw do Tipo I) [16] introduz *Neutrinos de Mão Direita*, já os Seesaw do tipo-II [17] e do tipo-III [18] utilizam tripletos(com relação a $SU(2)$) de escalares e de férmions, respectivamente. Por ser mais simples, mas não menos interessante, o Seesaw Canônico se tornou a base para estudos das massas dos neutrinos e para novos mecanismos com o mesmo intuito.

2.1 Extensão do Modelo Padrão

Se os neutrinos são maciços, e todos os férmions maciços do Modelo Padrão possuem tanto um espinor de mão esquerda quanto um de mão direita, é de se aceitar que os neutrinos também tenham uma componente de mão direita. É baseado nesta premissa que surge o *Mecanismo*

Seesaw Canônico.

Adicionaremos ao MP um lépton de mão direita para cada família, singleto por todas as simetrias do Modelo Padrão, que será representado pelo seguinte espinor:

$$\nu_{\ell R} \longrightarrow \left(\begin{smallmatrix} SU(2) & U(1) \\ \mathbf{1} & , \mathbf{1} \end{smallmatrix} \right), \ell = e, \mu, \tau. \quad (2.1)$$

Com a adição desta nova partícula é preciso observar quais novas interações surgirão que envolvam-na. Se olharmos para o Setor de Yukawa do MP rapidamente veremos que um termo daquele tipo pode ser escrito,

$$\mathcal{L}^{\mathcal{D}} = -\overline{\nu_{\ell R}} f_{\ell\ell'} \tilde{\phi}^{\dagger} \nu_{\ell' L} + h.c., \quad (2.2)$$

sendo $f_{\ell\ell'}$ uma matriz complexa 3×3 que representa as constantes de Yukawa. E após a Q.E.S. ficamos com

$$\mathcal{L}^{\mathcal{D}} = -\overline{\nu_{\ell R}} M_{D_{\ell\ell'}} \nu_{\ell' L} + h.c., \quad (2.3)$$

onde definimos a matriz M_D como,

$$M_{D_{\ell\ell'}} = v f_{\ell\ell'}. \quad (2.4)$$

Além da Eq. (2.3), outro termo pode ser adicionado à lagrangeana. No entanto, este termo tem uma peculiaridade como veremos a seguir.

Por ser uma partícula neutra, o neutrino nos permite o seguinte termo de massa, chamado de termo de Massa de Majorana:

$$\mathcal{L}^{\mathcal{M}} = -\frac{1}{2} \overline{(\nu_{\ell R})^c} M_{R_{\ell\ell'}} \nu_{\ell' R} + h.c., \quad (2.5)$$

sendo M_R uma matriz 3×3 complexa e simétrica, e $(\nu_R)^c = \mathcal{C} \overline{\nu_R}^T$, onde $\mathcal{C}$ é o operador Conjugação de Carga aplicado ao espinor ν_R . Este é responsável por inverter todos os números quânticos do campo ao qual ele é aplicado, conseqüentemente transformando partícula em anti-partícula.

Se lembrarmos que todos os léptons carregam número leptônico $+1$ e todos os anti-léptons carregam número leptônico -1 veremos que o termo de massa na Eq. (2.5) terá um numero leptônico total diferente de zero. Isso nos diz que esta simetria está sendo quebrada quando adicionamos este termo. Contudo, esta simetria em momento algum é uma obrigatoriedade e

não precisamos respeitá-la visto que ela é uma simetria acidental no Modelo Padrão. Além disso, a escala de energia de M_R nos dirá em que escala esta simetria está sendo quebrada, e veremos adiante que esta escala será bastante grande.

Adicionando ambos os termos de massa, Eq. (2.3) e (2.5), e escrevendo os neutrinos em uma base adequada

$$n_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix} \quad \text{sendo} \quad \nu_R \equiv \begin{pmatrix} \nu_{e_R} \\ \nu_{\mu_R} \\ \nu_{\tau_R} \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

obtemos a seguinte lagrangeana para a massa dos neutrinos:

$$\mathcal{L}^{\mathcal{D}+\mathcal{M}} = -\frac{1}{2} \overline{(n_L)^c} M n_L + h.c., \quad (2.7)$$

com a matriz 3×3 simétrica M definida como:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & (M_D)^T \\ M_D & M_R \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Esta é portanto a extensão do MP que gera massa para os neutrinos, mas para que ela esteja de acordo com os experimentos é preciso ainda que algumas restrições sejam feitas aos valores das constantes que são introduzidas. É exatamente como o Mecanismo Seesaw Canônico define estas constantes que o faz ter este nome e que o faz tão atraente.

2.2 Mecanismo Seesaw

Na seção anterior encontramos uma matriz de massa não diagonal, o que nos diz que os neutrinos da base escolhida não são os estados físicos maciços. É preciso então diagonalizar esta matriz para obter seus auto-valores, ou seja, as massas dos auto-estados de massa dos neutrinos. Esta diagonalização está feita no Apêndice B desta dissertação para evitar contas desnecessárias em seu corpo principal, e para que esta diagonalização seja possível assume-se que os auto-valores de M_R sejam muito maiores que quaisquer componentes de M_D . Esta definição será importantíssima para que a massa dos neutrinos seja da ordem de eV como previsto pelos experimentos.

O resultado da diagonalização será

$$M_{diag} = \begin{pmatrix} -M_{leve} & 0 \\ 0 & M_{pesado} \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

Cujos auto-valores são:

$$M_{leve} = M_D^T M_R^{-1} M_D, \quad (2.10)$$

$$M_{pesado} = M_R, \quad (2.11)$$

e definiremos

$$M_{R_{\ell\ell'}} = \mathcal{M} g_{\ell\ell'}. \quad (2.12)$$

Recordando a definição de M_D na Eq. (2.4), podemos reescrever os auto-valores de massa da seguinte forma:

$$M_{leve_{ij}} = \frac{v^2}{\mathcal{M}} (f_{i\ell})^T (g_{\ell k})^{-1} f_{kj}; \quad (2.13)$$

$$M_{pesado_{\ell\ell'}} = \mathcal{M} g_{\ell\ell'}. \quad (2.14)$$

Como podemos perceber, as escalas de energia dos neutrinos leves e pesados serão definidas pelas escalas de v e $\mathcal{M}$. É na definição destas escalas de energia que reside a idéia do **Mecanismo Seesaw**, pois a escala de v é definida pela quebra de simetria do MP que é da ordem de 10^2 GeV, então para que a massa dos neutrinos leves seja da ordem de 10^{-1} eV precisamos de $\mathcal{M} \sim 10^{14}$ GeV¹.

A ordem de grandeza das massas dos neutrinos serão então,

$$M_{leve} \sim \frac{v^2}{\mathcal{M}} \sim 10^{-1} \text{ eV}, \quad (2.15)$$

$$M_{pesado} \sim \mathcal{M} \sim 10^{14} \text{ GeV}. \quad (2.16)$$

Portanto, ao custo de um neutrino muito pesado conseguimos um neutrino bastante leve, esse é o Mecanismo Seesaw(ou Gangorra, no português). Mas ainda existem algumas características bastante interessantes a serem exploradas. Uma delas é a natureza desses neutrinos, pois ao

¹As constantes de Yukawa $g_{\ell\ell'}$ e $f_{\ell\ell'}$ são tomadas da ordem da unidade para que o modelo seja livre de fine-tuning, ou seja, para que o modelo não precise colocar a mão um valor que ajuste o resultado para o que é esperado.

olharmos para os auto-estados de massa veremos que estes neutrinos são espinores de Majorana, ou seja, que $\nu^c = \nu$, ou ainda, que o neutrino é exatamente igual ao anti-neutrino.

Os auto-estados de massa são obtidos ao substituirmos a Eq. (B.1) na Eq. (2.7), levando em conta o fato de que é preciso fazer uma transformação em M_{diag} para que ambos os auto-valores sejam reais, e então fazer a seguinte identificação,

$$\mathcal{W}^T n_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

$$\overline{(n_L)^c} \mathcal{W} = \begin{pmatrix} \overline{\nu_{1R}} \\ \overline{\nu_{2R}} \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

onde redefinimos W como

$$\mathcal{W} = W \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

e com isso obtemos, lembrando que $M_R^{-1} M_D$ é muito pequeno e pode ser desprezado,

$$\begin{aligned} \nu_1 &= -i(\nu_L - (\nu_L)^c), \\ \nu_2 &= \nu_R + (\nu_R)^c. \end{aligned} \quad (2.20)$$

O que claramente confirma que os auto-estados de massa são neutrinos de Majorana, onde ν_1 é o auto-estado cujo auto-valor é M_{leve} e ν_2 é o auto-estado correspondente ao auto-valor M_{pesado} .

De acordo com o que o mecanismo apresenta, alguns fatos precisam ser ressaltados para que entendamos a riqueza que nos é apresentada pelo Seesaw Canônico.

Primeiro temos a introdução de uma escala de energia da ordem de Teorias de Grande Unificação(GUT)[19] que nos leva a uma massa dos neutrinos muito pequena. Isto é interessante pois indica que há uma conexão entre as GUTs e um modelo da mesma escala de energia do MP, ou seja, as massas dos neutrinos seriam uma manifestação a baixas energias de uma teoria que unifica as forças forte, fraca e eletromagnética.

Segundo, temos férmions de Majorana surgindo como auto-estados de massa da teoria. Até hoje não se sabe dizer se os neutrinos são de Dirac ou Majorana e caso sejam de Majorana o Seesaw passa a ser um excelente candidato a teoria que explica a massa dos neutrinos.

Contudo, existe um ponto negativo neste modelo. O fato de os neutrinos pesados terem uma

massa da ordem de 10^{14} GeV faz com que seja impossível procurar resquícios destes neutrinos mesmo no acelerador mais potente atualmente, o LHC, e até mesmo em futuros aceleradores ainda mais potentes. Então, seria interessante procurar uma teoria que mativesse os aspectos positivos do Seesaw Canônico e adicionar a ele características que o fizessem testável à escala de energia do LHC ($\sim$ TeV). Este será o intuito do que vem a seguir.

3 *Mecanismo Seesaw Inverso*

Existem diversos mecanismos que explicam a massa diminuta dos neutrinos, e como mostrado anteriormente, um dos mais elegantes é o *Mecanismo Seesaw*. No entanto, sua testabilidade em experimentos atuais, ou futuros, é impossível devido à alta escala de energia em que se encontram as partículas responsáveis pelo processo de geração de massa dos neutrinos. Logo, teorias que possam fazer com que, além de explicarmos as massas pequenas e a mistura dos neutrinos, seja possível testá-las em experimentos atuais são de grande interesse.

O LHC (Large Hadron Collider) operará a uma energia de centro de massa de até 14 TeV, portanto teorias que funcionem na escala dos TeV serão passíveis de teste. Com isso várias propostas surgiram possibilitando sua confirmação, ou não, pelo LHC. Uma delas, e a que nos interessa neste trabalho, é o *Mecanismo Seesaw Inverso*.

A idéia deste mecanismo é a de que uma escala de energia baixa seja responsável pela massa pequena dos neutrinos, daí o significado de *Inverso*, pois agora não temos mais uma escala de energia altíssima e sim uma bastante pequena. Contudo, alguns problemas ainda surgem nesta nova teoria devido a natureza desta escala de energia.

A proposta para resolver este problema é fazer com que esta escala surja dinamicamente no modelo e ainda recupere a formula do Seesaw Canônico para a massa dos neutrinos, matendo a teoria testável ao LHC.

3.1 O Mecanismo

As primeiras propostas para explicar as massas dos neutrinos através de uma escala de energia pequena de quebra do número leptônico datam da década de 80. O método usado nestas propostas, cujo escopo era a geração de massa para neutrinos em teorias de supercordas, é o que conhecemos hoje como Seesaw Inverso [20]. Embora queiramos apenas uma extensão do Modelo Padrão sem recorrer a teorias a mais altas energias, este método é aplicável desde que sejamos capazes de gerar uma matriz de massa para os neutrinos da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} 0 & M_D^T & 0 \\ M_D & 0 & M_N^T \\ 0 & M_N & \mu \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

que é justamente a matriz que leva à realização do Seesaw Inverso.

É preciso então que a extensão do MP não seja feita apenas com 3 neutrinos de mão-direita, $\nu_{\ell R}$ (parceiros de Dirac do neutrino de mão-esquerda), e sim com mais 3 neutrinos de mão-esquerda que denotaremos por $N_{\ell L}$ (em ambos os casos $\ell = 1, 2, 3$). Ambos os tipos de neutrinos são singletos pelos grupos do MP, como no Seesaw Canônico, no entanto a quebra do número leptônico não será permitida através de um termo de Massa de Majorana dos $\nu_{\ell R}$ e sim por um termo do mesmo tipo com os $N_{\ell L}$.

Assim, a lagrangeana que gera a matriz de massa da Eq. (3.1), é a seguinte:

$$\mathcal{L}_{ISS} = -\overline{\nu_R} M_D \nu_L - \overline{(N_L)^c} M_N (\nu_R)^c - \frac{1}{2} \overline{(N_L)^c} \mu N_L + h.c.. \quad (3.2)$$

Onde está implícito que todos os fermions acima são matrizes colunas com três componentes, e as matrizes M_D, M_N e μ são matrizes 3×3 . É preciso notar também que, como no capítulo anterior, $M_D = v f_{\ell\ell'}$ e que $M_N = \mathcal{M} g_{\ell\ell'}$. Além disso, o segundo termo de massa dessa Lagrangeana conserva o número leptônico, enquanto que o terceiro termo, como dito anteriormente, necessariamente viola de maneira explícita o número leptônico.

Vamos tomar, sem perda de generalidade, μ uma matriz diagonal e supor que as escalas dessas três matrizes têm uma hierarquia do tipo $\mu \ll M_D \ll M_N$. E então escrevendo a lagrangeana da Eq. (3.2) na base

$$n_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \\ N_L \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

obtemos,

$$\mathcal{L}_{ISS} = -\frac{1}{2} \overline{(n_L)^c} M_\nu n_L + h.c., \quad (3.4)$$

onde M_ν é a matriz definida na Eq. (3.1).

A diagonalização desta matriz será feita de maneira equivalente a diagonalização do Seesaw Canônico. Para isso faremos as seguintes identificações

$$M_1 = \left(\begin{array}{cc} M_D^T & 0 \end{array} \right)_{6 \times 3} \Rightarrow M_1^T = \left(\begin{array}{c} M_D \\ 0 \end{array} \right)_{3 \times 6}, \quad (3.5)$$

$$M_2 = \left(\begin{array}{cc} 0 & M_N^T \\ M_N & \mu \end{array} \right)_{6 \times 6}, \quad (3.6)$$

de tal forma que a matriz de massa dos neutrinos fica:

$$M_\nu = \left(\begin{array}{cc} 0_{3 \times 3} & M_1^T \\ M_1 & M_2 \end{array} \right), \quad (3.7)$$

e usando a diagonalização feita no Apêndice 1, obtemos os seguintes auto-valores:

$$M_{leve} = -M_1^T M_2^{-1} M_1 = -M_D^T M_N^{-1} \mu (M_N^T)^{-1} M_D, \quad (3.8)$$

$$M_{pesado} = M_2. \quad (3.9)$$

Fazendo a análise da ordem de grandeza dessas massas, para isso usaremos o fato de que a escala de $M_D \sim v$, a de $M_N \sim \mathcal{M}$ e que podemos escrever $\mu_{\ell\ell'} = \mu \lambda_\ell \delta_{\ell\ell'}$, chegamos a

$$M_{leve} \sim \frac{v^2 \mu}{\mathcal{M}^2}, \quad (3.10)$$

$$M_{pesado} \sim \mathcal{M}. \quad (3.11)$$

Chegamos então ao momento de invocar o Mecanismo Seesaw Inverso, onde a escala de quebra do número leptônico será pequena e a escala de massa dos neutrinos pesados será da ordem dos TeVs para que o modelo seja passível de teste através do LHC. Então, se quisermos que os neutrinos leves tenham massa da ordem de eV, devemos tomar $\mu \sim 10^{-1}$ KeV, o que nos dá:

$$M_{leve} \sim \frac{(10^2 \text{ GeV})^2 10^{-1} \text{ KeV}}{(\text{TeV})^2} \sim \text{eV}, \quad (3.12)$$

$$M_{pesado} \sim \text{TeV}. \quad (3.13)$$

Esta é a essência do modelo que, além de gerar uma massa pequena para os neutrinos, faz com que seja possível testá-lo em experimentos atuais. Contudo, ainda existe a questão da natu-

reza da escala de μ [21] já que não há nenhuma razão para tomá-la da ordem de KeV, e embora pode-se dizer que ela seja natural no sentido de que ela proporciona uma leve quebra do número leptônico ainda não há uma explicação *dinâmica* para ela. Achar uma maneira de introduzir esta escala pequena dinamicamente é essencial para manter a elegância e aplicabilidade deste mecanismo. Além disso, é possível que as relações matemáticas, bem como as características que tornam o Seesaw Canônico atraente sejam obtidas também no Seesaw Inverso, e isto virá em seguida.

3.2 Mecanismo Seesaw Inverso Natural e Canônico

Para que seja possível obter de forma natural o parâmetro μ e recuperar as relações matemáticas do mecanismo seesaw canônico, é preciso que façamos algumas modificações no Mecanismo Seesaw Inverso apresentado na seção anterior.

Além do conteúdo do MP, dos três neutrinos de mão-direita $\nu_{\ell R}$ (parceiros dos neutrinos de mão-esquerda), dos três novos neutrinos de mão-esquerda $N_{\ell L}$, vamos adicionar dois escalares neutros, singletos pelos grupos de simetria do MP, σ_1 e σ_2 (com número leptônico $L = 0$ e $L = -2$, respectivamente). Além disso, será imposta uma nova simetria aos campos deste modelo. A lagrangeana deverá ser invariante pelo produto de simetrias discretas $Z_5 \otimes Z_2$ [22]. Apenas N_L e σ_1 não se transformam trivialmente por Z_2 , enquanto que o resto dos campos é invariante por ela. Com relação a Z_5 as partículas se transformam de acordo com a Tabela 2, e todos os dubletos de férmions se transformam trivialmente por ela.

Campos	Z_5
$\nu_{\ell R}$	1
$N_{\ell R}$	2
σ_1	3
σ_2	4
ϕ	1
$e_{\ell R}$	4
$u_{\ell R}$	4
$d_{\ell R}$	1

Tabela 2: Campos que se transformam de forma não trivial pela simetria discreta Z_5 .

Estas simetrias têm o papel de impedir que alguns termos de interação sejam possíveis na lagrangeana, e permitir que somente haja quebra explícita do número leptônico no potencial escalar da teoria.

Podemos agora montar a lagrangeana de Yukawa permitida pelas simetrias do modelo.

$$\mathcal{L}_Y = \mathcal{L}_{yuk} + \overline{\nu_{iR}} f_{ij} \tilde{\phi}^\dagger \psi_{jL} + \sigma_1 \overline{(N_{iL})^c} g_{ij} (\nu_{jR})^c + \frac{1}{2} \sigma_2 \overline{(N_{iL})^c} \lambda_{ij} N_{jL} + h.c., \quad (3.14)$$

onde $\mathcal{L}_{yuk}$ é a lagrangeana de Yukawa do MP, Eq. (1.26). Podemos ver portanto que o termo de Massa de Majorana para os N_L não viola explicitamente o número leptônico, o que é de suma importância para o que se propõe o modelo.

O potencial escalar da teoria é alterado após a adição dos dois singletos neutros, e o potencial mais geral que obedeça as simetrias impostas é o seguinte:

$$\begin{aligned} V = & \mu_\phi^2 \phi^\dagger \phi + \mu_1^2 \sigma_1^\dagger \sigma_1 + \mu_2^2 \sigma_2^\dagger \sigma_2 + \lambda_1 (\phi^\dagger \phi)^2 + \lambda_2 (\sigma_1^\dagger \sigma_1)^2 + \lambda_3 (\sigma_2^\dagger \sigma_2)^2 \\ & + \lambda_4 \phi^\dagger \phi \sigma_1^\dagger \sigma_1 + \lambda_5 \phi^\dagger \phi \sigma_2^\dagger \sigma_2 + \lambda_6 \sigma_1^\dagger \sigma_1 \sigma_2^\dagger \sigma_2 - \left(\frac{M}{\sqrt{2}} \sigma_1^2 \sigma_2 + h.c. \right). \end{aligned} \quad (3.15)$$

A quebra explícita do número leptônico é introduzida pelo último termo deste potencial, e a escala em que este é quebrado é definida pela escala de M .

Agora veremos como a quebra espontânea de simetria nos dará a característica do Seesaw Inverso. Os campos escalares ϕ, σ_1 e σ_2 desenvolverão VEV v, v_1 e v_2 respectivamente, o que levará à seguinte lagrangeana para a massa dos neutrinos:

$$\mathcal{L}_{m_\nu} = \overline{\nu_R} M_D \nu_L + \overline{(N_L)^c} M_N (\nu_R)^c + \frac{1}{2} \overline{(N_L)^c} \mu N_L + h.c., \quad (3.16)$$

que é exatamente a mesma lagrangeana que obtivemos para o Seesaw inverso, Eq. (3.2), da sessão anterior, sendo:

$$M_D = v f_{ij}, \quad (3.17)$$

$$M_N = v_1 g_{ij}, \quad (3.18)$$

$$\mu = v_2 \lambda_{ij}. \quad (3.19)$$

Assim, a massa dos neutrinos leves fica, analisando apenas a ordem de grandeza,

$$M_{leve} \sim \frac{M_D \mu M_D}{M_N^2} = \frac{v^2 v_2}{v_1^2}. \quad (3.20)$$

E para que tenhamos a massa dos neutrinos da ordem de sub-eV, sabendo que $v \sim 10^2$

GeV e que os neutrinos pesados devem ser da ordem de TeV, ou seja, $v_1 \sim \text{TeV}$, devemos ter $v_2 \sim 10^{-8}\text{GeV}$.

No entanto, a escolha de v_2 tão pequeno não é arbitrária. Se assumirmos que a violação do número leptônico acontece em uma escala de energia alta, associado a M no potencial escalar, e que o escalar σ_2 pertence a essa escala de energia, o que significa $\mu_2 = M$, a equação de vínculo para σ_2 ,

$$\mu_2^2 v_2 + \lambda_3 v_2^3 + \frac{\lambda_5}{2} v^2 v_2 + \frac{\lambda_6}{2} v_1^2 v_2 - \frac{M}{2} v_1^2 = 0, \quad (3.21)$$

se resume a

$$v_2 \simeq \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{M}, \quad (3.22)$$

isso porque os acoplamentos do potencial são da ordem da unidade. Assim, a massa dos neutrinos passa a ser

$$M_{\text{leve}} = \frac{v^2 v_2}{v_1^2} \sim \frac{v^2}{M}, \quad (3.23)$$

que é exatamente a expressão obtida na Eq. (2.15) para o Seesaw Canônico. Se analisarmos qual deve ser a escala de M veremos que, como no Capítulo 2, $M \sim 10^{14}\text{GeV}$, assim a massa dos neutrinos será da ordem de 10^{-1}eV e $v_2 \sim 10^{-8}\text{GeV}$. Com isso recuperamos as características mais atraentes do Seesaw Canônico, que é a conexão das GUT com a geração de massa para neutrinos a baixas energias e além disso, a massa dos neutrinos pesados que depende de v_1 fica livre de vínculos à massa dos neutrinos leves já que ela não aparece mais na Eq. (3.23). Isto é importante pois é possível diminuir seu valor até onde efeitos de não-unitariedade e LFV (violação de sabor no setor leptônico) nos permitam, e com isso tornar o modelo bastante atraente do ponto de vista dos experimentos.

Este modelo se mostra bastante consistente no que se propõe pois gera naturalmente uma escala pequena, necessária para o Seesaw Inverso. Recupera o resultado do Seesaw Canônico para a massa dos neutrinos, e como bônus temos a massa dos neutrinos pesados livre de tal forma que possa ter até algumas centenas de GeVs. Contudo, não podemos alterar essa massa sem que atentemos para a restrição do modelo $\mu \ll m_D \ll M_N$, caso contrário não podemos mais diagonalizar a matriz de massa e tudo se perderá.

Conclusão

Apresentamos neste trabalho o Modelo Padrão e sua incapacidade de dar massa aos neutrinos, e sabendo que suas características comprovadas experimentalmente devem ser mantidas em extensões do MP chegamos ao Mecanismo Seesaw Canônico. Este mecanismo foi capaz de gerar a massa dos neutrinos de acordo com os experimentos, no entanto a impossibilidade de ser testado em qualquer experimento que exista hoje ou que possa existir em um futuro próximo nos motivou a buscar novos mecanismos.

O Mecanismo Seesaw Inverso consegue de forma bastante simples, precisando apenas de mais um conjunto de neutrinos adicionado ao Seesaw Canônico, obter as massas dos neutrinos na escala de sub-eV. A sua diferença para o Seesaw Canônico reside no fato de que a escala de quebra do número leptônico será pequena, da ordem de KeV, o que permite que os neutrinos pesados adquiram massas da ordem de TeV, escala de atuação do LHC, o que o torna fenomenologicamente viável.

Contudo, o surgimento desta escala pequena de quebra do número leptônico é não-natural. Isso nos levou a um Mecanismo Seesaw Inverso com algumas alterações para que este parâmetro que introduz essa quebra surja de forma dinâmica ao ser feita a quebra espontânea da simetria. Ao inserirmos dois novos escalares neutros singletos pelas simetrias do Modelo Padrão e impormos uma simetria discreta a alguns campos do modelo, fomos capazes de gerar este parâmetro naturalmente.

O ganho que este mecanismo nos proporcionou não foi apenas este, pois ao supormos que o escalar singleto que quebra o número leptônico está em uma escala de energia equivalente à escala de Teorias de Grande Unificação, conseguimos obter a massa dos neutrinos leves exatamente igual ao que tínhamos obtido para o Seesaw Canônico. Não só foi possível restaurar características de um mecanismo mais simples, como o efeito de teorias a altas energias ($\sim 10^{14}$ GeV) aparecendo em teorias a mais baixas energias ($\sim 10^2$ GeV) como também obtivemos a massa dos neutrinos pesados livre de qualquer vínculo com a massa dos neutrinos leves. Isto é muito importante pois agora não só podemos ter neutrinos pesados com massa da ordem de TeV como também é possível que eles tenham massas da ordem de algumas centenas de GeVs, em termos práticos, há uma potencialização no caráter fenomenológico do mecanismo.

É possível também realizar a versão Supersimétrica deste Mecanismo, onde ganhamos, além dos benefícios já citados acima, a solução do problema da Hierarquia das massas e também

de uma possível solução para o problema da Matéria Escura. Este trabalho em breve será produzido[24] e submetido para publicação.

APÊNDICE A – Matrizes de Dirac

A equação de Dirac surge a partir da necessidade de um tratamento relativístico da equação de Schrödinger para uma partícula livre. Esta equação é válida para qualquer partícula de spin semi-inteiro, conhecidos por *Férmions*.

A Lagrangeana de um férmion, cuja equação de movimento é a equação de Dirac, é

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0. \quad (\text{A.1})$$

O espinor ψ é uma matriz coluna de quatro componentes e as matrizes γ_μ são matrizes 4×4 , conhecidas como Matrizes de Dirac, e $\mu = 0, \dots, 3$.

As matrizes γ^μ surgem da solução da equação de Dirac e têm propriedades bastante específicas. Antes de apresentá-las vamos definir a métrica do espaço-tempo como sendo,

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Estas matrizes respeitam uma álgebra de anti-comutação

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}, \quad (\text{A.3})$$

e a condição de hermiticidade é

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0. \quad (\text{A.4})$$

Além destas condições é possível também definir uma quinta matriz,

$$\gamma^5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3, \quad (\text{A.5})$$

cujas propriedades são:

$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 \quad , \quad (\gamma^5)^2 = 1 \quad e \quad \gamma^{5\dagger} = \gamma^5. \quad (\text{A.6})$$

Estas matrizes são de suma importância para a análise das interações entre as partículas elementares¹.

¹Para um maior entendimento e aprofundamento vide [8]

APÊNDICE B – Diagonalização da Matriz de Massa do SeeSaw Canônico

A matriz de massa dos neutrinos, Eq. (2.8), pode ser diagonalizada se assumirmos que os auto-valores de M_R forem muito maiores que qualquer elemento de M_D [23]. Sendo assim, seja W a matriz que diagonaliza a matriz da Eq. (2.8), de tal forma que

$$M_{diag} = W^T M W = \begin{pmatrix} -M_{leve} & 0 \\ 0 & M_{pesado} \end{pmatrix}. \quad (B.1)$$

Definimos W como a seguir:

$$W = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} M_D^\dagger (M_R M_R^\dagger)^{-1} M_D & (M_R^{-1} M_D)^\dagger \\ -M_R^{-1} M_D & 1 - \frac{1}{2} M_R^{-1} M_D M_D^\dagger M_R^{\dagger-1} \end{pmatrix}, \quad (B.2)$$

e conseqüentemente

$$W^T = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} M_D^T \left[(M_R M_R^\dagger)^{-1} \right]^T M_D^* & -(M_R^{-1} M_D)^T \\ (M_R^{-1} M_D)^* & 1 - \frac{1}{2} \left[(M_R^\dagger)^{-1} \right]^T M_D^* M_D^T (M_R^T)^{-1} \end{pmatrix}. \quad (B.3)$$

Agora nos resta fazer o produto definido na Eq. (B.1) e obter os elementos da matriz resultante deste produto.

O produto da matriz da Eq. (2.8) pela matriz da Eq. (B.2) nos dá:

$$MW = \begin{pmatrix} -M_D^T M_R^{-1} M_D & M_D^T - \frac{1}{2} M_D^T M_R^{-1} M_D M_D^\dagger (M_R^\dagger)^{-1} \\ -\frac{1}{2} M_D M_D^T (M_R M_R^\dagger)^{-1} M_D & M_D (M_R^{-1} M_D)^\dagger + M_R - \frac{1}{2} M_D M_D^\dagger (M_R^\dagger)^{-1} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.4})$$

E agora fazendo o produto da Eq. (B.3) pela Eq. (B.4) obteremos a matriz resultante, e para que possamos analisá-la melhor separaremos esta matriz em componentes. A primeira componente fica:

$$\begin{aligned} (W^T MW)_{11} &= -M_D^T M_R^{-1} M_D \\ &\quad + \frac{1}{2} M_D^T (M_R^*)^{-1} M_R^T M_D^* M_D^T M_R^{-1} M_D \\ &\quad + \frac{1}{2} M_D^T (M_R^{-1})^T M_D M_D^\dagger (M_R^{-1})^T M_R^{-1} M_D, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

onde vamos tomar apenas termos com ordem até $\frac{M_D^2}{M_R}$, pois $M_R \gg M_D$. Portanto teremos,

$$(W^T MW)_{11} = -M_D^T M_R^{-1} M_D + \mathcal{O}\left(\frac{M_D^4}{M_R^3}\right). \quad (\text{B.6})$$

O mesmo faremos com os outros termos, o que nos dará:

$$(W^T MW)_{12} = \mathcal{O}\left(\frac{M_D^3}{M_R^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{M_D^5}{M_R^4}\right), \quad (\text{B.7})$$

$$(W^T MW)_{21} = \mathcal{O}\left(\frac{M_D^3}{M_R^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{M_D^5}{M_R^4}\right), \quad (\text{B.8})$$

$$(W^T MW)_{22} = M_R + \mathcal{O}\left(\frac{M_D^2}{M_R}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{M_D^4}{M_R^3}\right). \quad (\text{B.9})$$

Assim, a diagonalização se resume a

$$W^T MW = \begin{pmatrix} -M_D^T M_R^{-1} M_D + \mathcal{O}\left(\frac{M_D^4}{M_R^3}\right) & \mathcal{O}\left(\frac{M_D^3}{M_R^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{M_D^5}{M_R^4}\right) \\ \mathcal{O}\left(\frac{M_D^3}{M_R^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{M_D^5}{M_R^4}\right) & M_R + \mathcal{O}\left(\frac{M_D^2}{M_R}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{M_D^4}{M_R^3}\right) \end{pmatrix}. \quad (\text{B.10})$$

Ao desprezarmos os termos que são de ordem muito inferior a $\frac{M_D^2}{M_R}$, e notando que $M_R \gg \frac{M_D^2}{M_R}$, obteremos por fim a matriz diagonalizada:

$$W^T M W = \begin{pmatrix} -M_D^T M_R^{-1} M_D & 0 \\ 0 & M_R \end{pmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

Quando comparamos a Eq. (B.11) com a Eq. (B.1) conseguimos definir as massas dos neutrinos:

$$M_{leve} = M_D^T M_R^{-1} M_D, \quad (\text{B.12})$$

$$M_{pesado} = M_R. \quad (\text{B.13})$$

Exatamente como mostrado no Capítulo 3, porém sem prova.

Referências

- [1] GLASHOW, S. L., *Partial-symmetries of weak interactions*, Nucl. Phys., 22, 579, (1961).
- [2] WEINBERG, S., *A Model of Leptons*, Phys. Rev. Lett., 19, 1264, (1967).
- [3] SALAM, A., *Proc. of the 8th Nobel Symposium on Elementary Particle Theory, Relativistic Groups and Analyticity*, Stockholm, Sweden, (1969), editado por SVARTHOLM, N., p. 367.
- [4] GEORGI, H., *Lie Algebras in Particle Physics*, 2ª edição, Westview Press, (1999).
- [5] NAKANO, T. e NISHIJIMA, K., *Charge Independence for V-particles*, Prog. Theor. Phys., 10, 581, (1953); GELL-MANN, M., *Isotopic Spin and New Unstable Particles*, Phys. Rev., 92, 833, (1953).
- [6] QUIGG, C., *Gauge Theories of the Strong, Weak and Eletromagnetic Interactions*, 2ª ed., Westview Press, (1997), cap. 4.
- [7] GOLDSTONE, J., *Field theories with Superconductor solutions*, Nuovo Cim., 19, 154, (1961).
- [8] KAKU, M., *Quantum Field Theory: A Modern Introduction*, 1ª ed., Oxford University Press, (1993); MANDL, F. e SHAW, G., *Quantum Field Theory*, 2ª ed., Wiley, (2010).
- [9] HIGGS, P. W., *Broken symmetries, massless particles and gauge fields*, Phys. Lett., 12, 132, (1964); HIGGS, P. W., *Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons*, Phys. Rev. Lett., 13, 508, (1964).
- [10] CABIBBO, N., *Unitary Symmetry and Leptonic Decays*, Phys. Rev. Lett., 10, 531, (1963); KOBAYSAHI, M. e MASKAWA, T., *CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interactions*, Prog. Theor. Phys., 49, 652, (1973).
- [11] FERMI, E., Ric. Sci., 4, 491, (1933). [Tradução para o Inglês: WILSON, F. L., *Fermi's Theory of Beta Decay*, Am. J. Phys., 36, 1150, (1968).]
- [12] QUIGG, C., *Gauge Theories of the Strong, Weak and Eletromagnetic Interactions*, 2ª ed., Westview Press, (1997), cap. 6.
- [13] NAKAMURA, K. et al., *The Review of Particle Physics*, J. Phys. G, 37, 075021 (2010).
- [14] GLASHOW, S. L. e ILIOPOULOS, J. e MAIANI, L., *Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry*, Phys. Rev. D, 2, 1285, (1970).
- [15] ABE, K. et. al., *Search for Differences in Oscillation Parameters for Atmospheric Neutrinos and Antineutrinos at Super-Kamiokande*, Phys. Rev. Lett., 107, 241801, (2011).
- [16] MOHAPATRA, R. N. e SEJANOVIC, G., *Neutrino masses and mixings in gauge models with spontaneous parity violation*, Phys. Rev. Lett., 44, 912, (1980).

- [17] MAGG, M. e WETTERICH, C., *Neutrino mass problem and gauge hierarchy*, Phys. Lett., B94, 61, (1980); CHENG, T. P. e LI, L-F., *Neutrino masses, mixings, and oscillations in $SU(2) \times U(1)$ models of electroweak interactions*, Phys. Rev. D, 22, 2860, (1980); GELMINI, G. B. e ROCANDELLI, M., *Left-handed neutrino mass scale and spontaneously broken lepton number*, Phys. Lett., 99B, 411, (1981).
- [18] FOOT, R. e LEW, H. e HE, X. G. e JOSHI, G. C., *See-saw neutrino masses induced by a triplet of leptons*, Z. Phys. C, 44, 441, (1989).
- [19] GEORGI, H. e GLASHOW, S. L., *Unity of All Elementary-Particle Forces*, Phys. Rev. Lett., 32, 438, (1974).
- [20] MOHAPATRA, R. N., *Mechanism for understanding small neutrino mass in superstring theories*, Phys. Rev. Lett., 56, 561, (1986); MOHAPATRA, R. N. e VALLE, J. W. F., *Neutrino mass and baryon-number nonconservation in superstring models*, Phys. Rev. D, 34, 1642, (1986); MA, E., *Deciphering the Seesaw Nature of Neutrino Mass from Unitarity Violation*, Mod. Phys. Lett. A, 24, 2161, (2009).
- [21] Porpostas para explicar a natureza do parametro μ : BAZZOCCHI, F., *Minimal dynamical inverse seesaw mechanism*, Phys. Rev. D, 83, 093009, (2011); MA, E., *Radiative inverse seesaw mechanism for nonzero neutrino mass*, Phys. Rev. D, 80, 013013, (2009).
- [22] DIAS, A. G. e PIRES, C. A. de S. e RODRIGUES DA SILVA, P. S., *How the inverse seesaw mechanism can reveal itself natural, canonical, and independent of the right-handed neutrino mass*, Phys. Rev. D, 84, 053011, (2011).
- [23] GIUNTI, C. e KIM, G., *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford University Press, New York, (2007), sec. 6.7.1.
- [24] DIAS, A. G. e FERREIRA JR., J. G. e PIRES, C. A. de S. e RODRIGUES DA SILVA, P. S. e SAMPIERI, A. , *Trabalho em Andamento*.