UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Interação de um laser com um vapor atômico ressonante em uma cavidade ótica de baixa finesse: Estudo sistemático da transmitância e aplicações.

Priscila Mayana Torres Barboza

Dissertação de Mestrado

João Pessoa

Julho de 2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Interação de um laser com um vapor atômico ressonante em uma cavidade ótica de baixa finesse: Estudo sistemático da transmitância e aplicações.

Priscila Mayana Torres Barboza

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física do Departamento de Física da Universidade Federal Paraíba como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientadora:
Prof. Dr. Martine Patrícia Arlette Chevrollier

João Pessoa
Julho de 2014

B238i Barboza, Priscila Mayana Torres.

Interação de um laser com um vapor atômico ressonante em uma cavidade ótica de baixa finesse: estudo sistemático da transmitância e aplicações.

104f.

Orientadora: Martine Patrícia Arlette Chevrollier

Dissertação (Mestrado) - UFPB/ CCEN

1. Física. 2. Interação laser-vapor atômico. 3. Sinal de transmissão. 4. Travamento do laser.

UFPB/BC CDU:53(043)

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
PRÓ REITORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Interação de um laser com um vapor atômico ressonante em uma cavidade ótica de baixa finesse: Estudo sistemático da transmitância e aplicações.

Priscila Mayana Torres Barboza

Orientador: Prof. Dr. Martine Patrícia Arlette Chevrollier

Dissertação julgada adequada para obtenção do título de mestre em Física, defendida e aprovada por unanimidade em Julho de 2014 pela Comissão Examinadora.

Aprovada por:

Presidente, Prof. Dr. Martine Patrícia Arlette Chevrollier

Prof. Dr. Fernando Jorge Sampaio Moraes

Prof. Dr. Lúcio Hora Acioli

João Pessoa
Julho de 2014

Dedicatória

Dedico esta dissertação à minha família e ao meu esposo Abinael.

Agradecimentos

- A Deus por estar sempre comigo;
- A minha família pois mesmo morando longe está sempre me apoiando, em especial, a minha mãe, meu pai, minha irmã e ao meu sobrinho Davi por proporcionar tantas alegrias;
- Ao meu esposo e companheiro de todas as horas, Abinael, pelo carinho e paciência em horas de cansaço e estresse;
- Aos meus amigos da graduação que me acompanham até hoje: Ítallo, Antônio Carlos, Edinardo, em especial João Carlos que me ajudou bastante no meu trabalho, além do incentivo para que eu chegasse até aqui;
- Aos meus orientadores Martine, Marcos Oriá e Thierry por toda a paciência e grande ajuda no meu trabalho;
- Aos amigos do Grupo de Física Atômica e Laser: Samuel, Gilson, Michelle, Márcio, Moézio, Kleyton, Weliton, Guilherme, prof. Hugo, prof. Orlando e prof. Luimar;
- Aos meus amigos da graduação: Abinael, João Carlos, Silvio, Ítallo, Edinardo, Antônio Carlos, Eliana, Lucas, Sarah, Tainã;
- Ao financiamento dado pela CAPES.

Resumo

Nesse trabalho investigamos a transmissão em uma célula ótica contendo um vapor atômico, quando um laser está sintonizado nas asas da linha Doppler, em condições de forte alargamento inomogêneo. A experiência desenvolvida consiste na detecção da transmissão de um feixe laser através de uma célula de quartzo contendo vapor de átomos de césio. Devido à sua alta densidade atômica, na ressonância, o feixe laser é totalmente absorvido na célula de 1 mm de comprimento, porém para dessintonizações de alguns GHz do centro da linha observamos um sinal oscilante em função da frequência, onde a amplitude varia linearmente com a intensidade do laser. Essas "oscilações" apresentam comportamento distinto à medida que mudamos alguns parâmetros do sistema. O período das oscilações depende da dessintonização da ressonância e da densidade atômica. A fase do sinal de transmissão também é bastante sensível ao ângulo de incidência do feixe laser na célula, o que permite variar a forma de linha do sinal de estudo sem modificar os parâmetros do laser (intensidade, frequência,...) ou do vapor atômico. Na ausência do vapor atômico, as janelas paralelas da célula ótica comercial agem como uma cavidade de Fabry-Pérot de baixa finesse com um faixa espectral livre de 150 GHz. Na presença do vapor atômico, devido à sua resposta dispersiva, o percurso óptico da cavidade varia com a frequência. Nesse estudo, caracterizamos experimentalmente o sinal de transmissão dessa cavidade contendo vapor ressonante como função da intensidade e da frequência do laser, assim como do ângulo de incidência do feixe. Foi desenvolvido um modelo numérico que permite determinar o alargamento colisional do vapor atômico, através de ajuste das curvas espectrais do sinal de transmissão experimental. Como uma aplicação, explorando as oscilações nas asas da ressonância, pudemos travar a frequência do laser sintonizada a alguns GHz fora da ressonância atômica.

O travamento foi realizado em frequências na faixa entre $0,8$ GHz e $2,4$ GHz do centro da linha D_2 do césio. Para caracterização do travamento do laser, foi feito um batimento óptico entre os sinais de dois experimentos similares, utilizando a mesma técnica de travamento.

Palavras-chave: Interação laser-vapor atômico, sinal de transmissão, travamento da frequência do laser.

Abstract

In this work we investigate the transmission in an optical cell containing an atomic vapor, when a laser is tuned to the wings of the Doppler line, presenting inhomogeneous broadening. The experiment is designed to detect the transmission of a laser beam through a an atomic cesium vapor within a quartz cell. Due to the high atomic density in the 1 mm cell, the laser beam is totally absorbed at resonance. On the other hand, when the detuning by few GHz from the center of the line an oscillatory signal is observed as a function of the laser frequency. The amplitude of the transmission signal varies linearly with the laser intensity. These oscillations exhibit different behavior as we change some parameters of the system, and the rate of the oscillations vary with laser detuning and on the atomic density. The phase of the transmited field is also sensitive to the angle of incidence of the laser beam in the cell, which allows to vary the lineshape of the signal without changing the parameters of the laser (intensity, frequency, ...) or atomic vapor. Out of resonance with the atomic vapor, the parallel windows of commercial optical cell cavity works as a low finesse Fabry-Pérot with a free spectral range of 150 GHz. However, in resonance, the optical path of the cavity changes varies with frequency due to the dispersive response of the atomic vapor. This study experimentally characterized the transmission signal through a cavity containing resonant vapor as a function of intensity and frequency of the laser, as well as its dependence on the angle of incidence of the beam. A numerical model that allows to determine the collisional broadening of the atomic vapor adjusting the spectral curves of the transmission signal was developed. As an application, exploring the oscillations in the wings of the resonance, we can lock the laser frequency at a few GHz off the center of the atomic resonance. The lock was performed in the frequency range between 0,8 GHz and 2,4 GHz from the center of the D_2 line of cesium.

To characterize the locking stability we measure the optical beat signal between two similar experiments, using the same locking technique.

Key-words: Atomic-vapor laser interaction, signal transmission, locking the laser frequency.

Sumário

Folha de rosto i

Ficha catalográfica ii

Folha de aprovação iii

Dedicatória iv

Agradecimentos v

Resumo vi

Abstract viii

1 Introdução 2

2 Expressão para susceptibilidade e polarização de um vapor 5
2.1 Matriz densidade . . . 5
2.1.1 Operador densidade . . . 6
2.2 Sistema de dois níveis . . . 7
2.2.1 Equações de Bloch para o átomo de dois níveis . . . 8
2.2.2 Solução das equações diferenciais e expressão para a susceptibilidade 12
2.2.3 Alargamento Doppler . . . 15
2.2.4 Perfil de Voigt . . . 17
2.2.5 Alargamento colisional . . . 19

3 Modelo teórico da curva do sinal de transmissão 22
3.1 Transmitância do Fabry-Pérot . . . 23
3.2 Transmitância de um Fabry-Pérot com meio ressonante . . . 28
3.3 Simulação numérica . . . 33
3.3.1 Parâmetros livres para o ajuste teórico . . . 33

4 Sistema experimental 34
4.1 Átomo de Césio . . . 34
4.2 Fonte laser . . . 36
4.2.1 Características de um laser semicondutor . . . 38
4.3 Células com vapor atômico . . . 41

4.4 Absorção saturada . . . 45
4.5 Isolador óptico . . . 47
4.6 Lâmina de meia onda e polarizador . . . 48
4.7 Montagem e procedimento experimentais . . . 49
4.8 Descrição de um espectro . . . 51
4.9 Aplicação: Travamento da frequência do laser . . . 51
4.10 Caracterização do travamento: Batimento óptico . . . 54
4.10.1 Descrição teórica . . . 55

5 Resultados e discussão **59**
5.1 Resultados teóricos . . . 61
5.2 Resultados experimentais . . . 65
5.3 Ajustes teóricos . . . 68
5.3.1 Travamento do laser fora da ressonância atômica . . . 69
5.3.2 Batimento óptico . . . 78

6 Conclusões e perspectivas **81**

A Programa em C para a curva de transmissão **83**

Referências bibliográficas **88**

Lista de Figuras

2.1 Sistema de dois níveis. $|1\rangle$ representa o estado fundamental e $|2\rangle$ o estado excitado. A energia de separação entre os níveis é $\hbar\omega_0$, ω é a frequência de radiação, Γ é a taxa de decaimento total do sistema (emissão espontânea e colisional) e δ é a dessintonização do campo em relação à frequência de ressonância, ω_0. 8
2.2 Parte real e imaginária da susceptibilidade, as quais representam a dispersão e a absorção, respectivamente, em função da dessintonização, para um átomo de dois níveis. 15
2.3 Perfil de Gauss devido à distribuição de velocidade térmica dos átomos. . . 16
2.4 Comparação de uma Gaussiana e Lorentziana com mesma largura. 18
2.5 Perfil de Voigt V(ω) como uma convolução da forma de linha Lorentziana L=($\omega - \omega'$) com a forma de linha Gaussiana D(ω). 18
2.6 Aproximação do átomo A com o átomo B, onde R é a distância entre os centros de massa dos mesmos. 19
2.7 Alargamento colisional. (a) Curvas do potencial referentes à colisão do par de átomos AB. (b) Deslocamento e alargamento da linha espectral por colisões. Figuras de [18]. 20

3.1 Esquema de um sinal de transmissão gerado através da resultante das múltiplas reflexões do feixe laser dentro da célula com vapor de césio. O sinal é detectado por um fotodetector e observado por meio de um osciloscópio.. 23
3.2 Caminho óptico percorrido por um feixe refletido entre dois espelhos. . . . 24
3.3 Múltiplas reflexões da luz entre duas superfícies refletoras iguais de um interferômetro Fabry-Pérot. 25
3.4 Gráfico da intensidade transmitida ($I(\phi)$)de um interferômetro Fabry-Pérot, versus a fase (ϕ). 27
3.5 Múltiplas reflexões da luz entre as duas superfícies de uma célula que contém vapor atômico. Aqui o ângulo de incidência é zero. Parte do feixe é absorvido pelo vapor atômico no interior da cavidade. 29
3.6 Sistema de quatro níveis, onde $F = 4$ é o nível fundamental e $F' = 3$, $F' = 4$ e $F' = 5$ são os níveis excitados referentes à linha D_2 do césio. A figura mostra as frequências das transições. 32

4.1 Diagrama de níveis da linha D2 do átomo de césio com a estrutura hiperfina para os níveis fundamentais e excitados. 35

4.2 Esquema de princípio de um laser. 37
4.3 (a) Ilustração do suporte de alumínio onde estão montados o diodo laser e os elementos para controle de temperatura e colimação. (b) Visão externa de um diodo laser com encapsulamento TO-3. Esse laser possui um elemento Peltier que permite controlar a temperatura do laser. (c) Visão interna de um diodo laser com encapsulamento TO-3. 38
4.4 Fotografia da fonte laser utilizada em nosso experimento 39
4.5 Estrutura interna de um laser semicondutor. 39
4.6 Esquema de uma junção p-n. Um elétron decai da banda de condução para a de valência emitindo fóton. 39
4.7 Esquema externo de um laser semicondutor 40
4.8 Esquema ilustrativo da célula utilizada no experimento da absorção saturada. A janela e o reservatório estão indicados. 41
4.9 Esquema ilustrativo da célula principal utilizada no experimento para gerar o sinal que permitirá travar o laser. A janela e o reservatório estão indicados. 41
4.10 Tabela de referência da tensão em relação à temperatura de um termopar [24]. 42
4.11 (a) Ilustração do forno interno construído para aquecer a janela da célula. (b) Fotografia de uma resistência tipo coleira usada para aquecer o reservatório da célula 43
4.12 (a) Fotografia do forno utilizado no experimento. O forno é revestido com lã de vidro e fita teflon para melhor isolamento e acoplado a um suporte que possui graus de liberdade nas direções azimutal e polar. (b) Parte interna do forno. A janela é aquecida por meio de um forno menor envolvido por uma resistência tipo termocoax, já o reservatório é aquecido através de uma resistência tipo coleira. Ambos possuem termopares que permitem a leitura das temperaturas locais. A placa isolante funciona como uma parede isolando termicamente a janela e o reservatório. 44
4.13 Esquema da absorção saturada; diodo laser (DL), fotodetector (FD), divisor de feixe (DF), isolador óptico (IO) 45
4.14 Espectro de absorção saturada a partir do nível fundamental $F = 4$, obtido para a linha D2 do césio e observado em um osciloscópio. Notação: $F' = i \iff$ transição $F = 4 \to F' = i$; $C_{ij} \iff$ *cross over* $F' = i$ e $F' = j$ 47
4.15 Esquema externo de um isolador óptico 48
4.16 Esquema ilustrativo de uma fonte de onda plana linearmente polarizada incidindo em um meio birrefrigente com ângulo θ em relação ao eixo óptico do meio (direção y), onde as componentes extraordinárias (E) e ordinária (O) estão indicadas. 49
4.17 Esquema experimental desenvolvido no laboratório para a geração de um sinal de erro nas asas da ressonância D_2 do césio. 50
4.18 Esquema de um sinal de transmissão gerado através da resultante das múltiplas reflexões do feixe laser dentro da célula com vapor de césio. O sinal é detectado por um fotodetector e observado por meio de um osciloscópio. 51
4.19 Ilustração do sinal de erro ε que é definido como a diferença entre a voltagem de referência correspondente a uma frequência escolhida (V_{ref}) e a voltagem do sinal de transmissão (T). 53
4.20 Esquema de um travamento do laser 54

4.21 Esquema de um batimento óptico. Uma parte do feixe laser de cada um dos dois experimentos é enviada através de um divisor de feixe (BS), detectada por um detector rápido e analisada por um osciloscópio. O sinal de um batimento está mostrado na figura à direita. 55
4.22 Ilustração da superposição de duas ondas harmônicas de frequências diferentes. 57
4.23 Batimento óptico experimental. A frequência de batimento (f), está indicada na figura. 58
4.24 Batimento óptico experimental. A frequência de batimento (f), está indicada na figura. 58

5.1 Gráfico do sinal de transmissão calculado numericamente atribuíndo diferentes valores de densidades atômicas, com valores fixos da temperatura da janela (175 °C), do comprimento da célula (L=1, 00047 mm) e de coeficiente de alargamento colisional ($a = 4$ GHz/torr). 62
5.2 Gráfico do sinal de transmissão calculado numericamente para diferentes valores do coeficiente de alargamento colisional dos átomos. A densidade atômica N=$8, 35.10^{19}$ m^{-3}, a temperatura da janela (175 °C) e do comprimento da célula (L=1, 00047 mm), permaneceram fixos. 63
5.3 Gráfico do sinal de transmissão calculado numericamente para diferentes valores do comprimento da célula. A densidade atômica N=$8, 35.10^{19}$ m^{-3},a temperatura da janela (175 °C) e o coeficiente de alargamento colisional ($a = 4$ GHz/torr), permaneceram fixos. 64
5.4 (a) Gráfico do sinal de transmissão obtido experimentalmente para diferentes densidades atômicas, com valores fixos da temperatura da janela (175 °C).(b) Gráfico do sinal de transmissão obtido experimentalmente para diferentes ângulos de incidência do feixe na célula. Outros valores permaneceram fixos, tais como: temperatura da janela (175 °C), temperatura do reservatório (130 °C) e potência do laser ($25\mu W$) 66
5.5 Ajuste teórico de uma curva de transmissão experimental. Valores de parâmetros utilizados: $\lambda = 852$ nm, $T_r = 130$ °C, L=1,0047 mm, $a_{col} = 2$ GHz/Torr. 68
5.6 Ajustes teóricos de uma curva de transmissão experimental. Valores de parâmetros utilizados para a curva azul:$\lambda = 852, 4$ nm, $T_r = 135, 5$ °C, L=0,99974 mm, $a_{col} = 1, 5$ GHz/Torr. Valores de parâmetros utilizados para a curva vermelha: $\lambda = 852, 4$ nm, $T_r = 135, 5$ °C, L=0,99974 mm, $a_{col} = 2$ GHz/Torr. 69
5.7 (a) Gráfico do sinal de transmissão experimental com o sinal de absorção saturada a temperatura ambiente. A temperatura do reservatório é 130 °C, correspondente a uma densidade atômica N=$8, 35.10^{19}$ m^{-3}, a temperatura da janela é 175 °C e a potência do laser é 25 μW. (b) Gráfico da variação do sinal de transmissões experimental devido à deriva do laser e possíveis flutuações da densidade do vapor dentro da célula. Sinais de transmissões salvos através de um osciloscópio a cada 10 minutos durante 1 hora. A variação (Δf), indica o quanto a frequência do sinal de erro mudou ao longo do tempo. Neste caso: $0, 1$GHz$< \Delta f < 0, 2$GHz. Os parâmetros são os mesmos que no item (a). 71

5.8 Gráfico do sinal de transmissão experimental com indicações enumeradas dos flancos das oscilações que são os locais do travamento do laser. A temperatura do reservatório é 130 °C (N=$8,35.10^{19}$ m^{-3}), a temperatura da janela é 175 °C e a potência do laser é $25\mu W$. 72
5.9 Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 1, o qual está indicado na Figura 5.8. 73
5.10 Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 2 o qual está indicado na Figura 5.8. 73
5.11 Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 3 o qual está indicado na Figura 5.8. 74
5.12 Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 4 o qual está indicado na Figura 5.8. 74
5.13 Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 5 o qual está indicado na Figura 5.8. 75
5.14 Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 6 o qual está indicado na Figura 5.8. 75
5.15 Frequência do batimento versus tempo com dois lasers travados no flanco de um sinal de transmissão. Medidas realizadas a cada 2 minutos. 78
5.16 Frequência do batimento versus tempo com dois lasers travados no flanco de um sinal de transmissão. Medidas realizadas a cada 2 minutos. 79
5.17 Frequência do batimento versus tempo com dois lasers travados no flanco de um sinal de transmissão. Medidas realizadas a cada 2 minutos. 79

Capítulo 1

Introdução

Logo após a invenção do laser, em 1960, foram desenvolvidos os primeiros estudos experimentais envolvendo a interação coerente entre a luz e sistema atômicos por T. H. Maimamm [1] e A. Java, em 1960 [2]. O laser revolucionou muitas áreas da ciência como, por exemplo, a física atômica e molecular. Devido às principais características do laser, como sua intensidade e coerência, foi possível evidenciar e explorar efeitos não lineares em sistemas físicos que envolvem a interação coerente entre um campo eletromagnético e a matéria. O estudo da ótica não-linear explora os efeitos não lineares que surgem na matéria quando esta interage com uma radiação suficientemente intensa [3]. No que pese a riqueza de processos e efeitos não lineares, a interação de lasers com vapores atômicos é bastante complexa e, em torno da ressonância, existem efeitos lineares que ainda podem ser explorados e aplicados, como discutiremos a seguir.

Quando um meio material é iluminado por uma radiação ressonante, a resposta ao campo elétrico da luz se dá através da polarização elétrica dos seus átomos. Se o campo possui baixa intensidade, a relação entre o campo elétrico e a polarização atômica é essencialmente linear [4]. Em uma visão clássica desse fenômeno, o que acontece é um deslocamento do centro de cargas negativas da nuvem eletrônica em relação ao núcleo positivo que é proporcional à amplitude do campo.

Neste trabalho de pesquisa, investigamos o comportamento de um sinal de transmissão detectado a partir da interação de um feixe laser (campo elétrico monocromático) de baixa intensidade (regime linear) com um vapor atômico de césio ressonante, em uma célula que é usada como uma cavidade interferométrica de baixa qualidade. O tratamento adotado para a descrição desse sistema será semi-clássico: o átomo é tratado quanticamente e a luz classicamente.

Nesse trabalho estudamos, o efeito da forte variação do índice de refração do vapor atômico em frequências em torno da ressonância atômica, que modificam as oscilações interferométricas nas janelas da célula. Esse sinal é estudado em função de parâmetros do laser e parâmetros geométricos e uma aplicação para travamento da frequência do laser é explorada.

Existem diversas técnicas para o travamento da frequência do laser dentro da ressonância atômica. Como exemplos de tais técnicas, podemos citar um método que utiliza a forma de linha dispersiva gerada a partir das propriedades não lineares de um vapor atômico [5, 6] e a técnica de estabilização DAVLL (Dichroic Atomic Vapor Laser Lock) que estabiliza a frequência do laser por dicroísmo de vapor atômico [7]. Entretanto, travar a frequência do laser fora da ressonância atômica se torna mais difícil, pois é preciso obter um sinal de referência localizado em frequências "longe" do centro da linha atômica para possibilitar o travamento. Existe, por exemplo, uma técnica de estabilização da frequência fora da ressonância em que foi utilizado o efeito Faraday em uma célula aquecida contendo um vapor de Rubídio [8]. A nossa técnica usa um circuito eletrônico para travar a frequência do laser nas asas de uma linha atômica no flanco de uma das estruturas observadas no sinal de transmissão e não necessita de campo magnético, o que é uma grande simplificação com relação às técnicas existentes.

A presente dissertação está dividida em 5 capítulos. No capítulo 2 é apresentado o formalismo de matriz densidade, que é o mais adequado para descrever a interação entre um meio material atômico e a luz, bem como as equações de Bloch ópticas e suas soluções com o objetivo de estudar as propriedades de absorção e dispersão da radiação em um meio atômico.

O capítulo 3 trata da aplicacão de um modelo teórico para a curva do sinal de transmissão que será utilizado para estudar numericamente o comportamento do sinal e para obter o valor do alargamento colisional atômico.

No capítulo 4 será apresentado todo o aparato experimental necessário para realização deste trabalho. Primeiramente, descreveremos os componentes e sistemas ópticos usados no trabalho experimental, como também o átomo de césio e sua estrutura, além da técnica usada para travar a frequência do laser fora da ressonância atômica.

O capítulo 5 aborda os resultados obtidos através do modelo numérico em um programa em linguagem C e dos resultados experimentais obtidos no laboratório. Este

capítulo mostra as curvas de transmissão para diferentes valores da densidade atômica, do coeficiente de alargamento colisional, do comprimento da célula e do ângulo de incidência do feixe laser na célula. Mostramos também resultados de aplicações do sinal espectroscópico estudado para travamento do laser em frequências longe da ressonância atômica.

Finalmente, no capítulo 6 apresentaremos as principais conclusões e discutimos algumas perspectivas para este trabalho.

Capítulo 2

Expressão para susceptibilidade e polarização de um vapor

Neste trabalho, iremos considerar a interação entre átomos com distribuição de velocidades térmica e uma radiação que possui um campo elétrico monocromático. Adotaremos um modelo de dois níveis para o átomo, sendo um fundamental e o outro excitado. Neste capítulo vamos determinar os perfis espectrais absorsivos e dispersivos de um vapor atômico. Apresentaremos, primeiro, revisões sobre definições e aplicações da matriz densidade e operador densidade, os quais permitem descrever os estados quânticos do nosso sistema e sua interpretação com o campo da luz. Iremos também descrever a evolução temporal dos elementos da matriz do operador densidade através das equações de Bloch ópticas e assim obter a polarização do meio atômico. A partir da polarização, encontraremos a expressão para a susceptibilidade, e com isso descreveremos o perfil espectral de absorção e o perfil de dispersão da radiação do meio atômico.

2.1 Matriz densidade

Um sistema quântico caracterizado por coleções de sistema preparados identicamente e representados por apenas um auto-estado é conhecido como um *ensemble* puro, sua evolução é descrita pela Equação de Schrodinger. Porém, no nosso caso o sistema físico é formado por várias partículas (vapor atômico) e assume estados distintos cada qual com certa probabilidade. Dizemos então que há uma mistura de estado, ou seja, *ensemble* misto, e o estado do sistema é dado por uma superposição de todos os auto-estados que compõem o sistema.

Podemos utilizar um formalismo matemático conhecido como matriz densidade, que facilita a aplicação dos postulados da Mecânica Quântica e os cálculos de probabilidades.

2.1.1 Operador densidade

Considerando o caso em que o sistema quântico é formado por N partículas onde a função de onda associada é $|\psi_i\rangle$, o operador densidade é definido por [4]:

$$\rho = \sum_i P_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \tag{2.1}$$

onde P_i é a probabilidade de encontrar o sistema no estado $|\psi_i\rangle$.

Para calcular a probabilidade de encontrar o sistema em $|\psi_i\rangle$, atuamos o operador densidade em um auto-estado do *ensemble* $|\psi_i\rangle$,

$$\rho|\psi_i\rangle = \sum_j P_j |\psi_j\rangle\langle\psi_j|\psi_i\rangle = P_i|\psi_i\rangle \tag{2.2}$$

Logo,

$$\langle\psi_i|\rho|\psi_i\rangle = P_i \tag{2.3}$$

é a matriz diagonal do operador densidade que será igual a probabilidade de encontrarmos o sistema no estado $|\psi_i\rangle$.

Podemos escrever o operador densidade como uma matriz 2 x 2 para o caso do átomo de dois níveis da seguinte forma:

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Estamos assumindo que o operador densidade é hermitiano ($\rho = \rho^\dagger$) e o traço do operador densidade é unitário ($tr(\rho) = 1$). Os termos ρ_{11} e ρ_{22} representam a fração de átomos nos estados fundamental e excitado, respectivamente, e são conhecidos como termos de população. Já os termos ρ_{12} e ρ_{21} indicam se o sistema está em uma superposição coerente de estados [3], e são chamados de termos de coerência entre os estado fundamental e excitado.

Por definição, o valor esperado de um observável físico O é,

$$\langle O\rangle = \sum_i P_i \lambda_i \tag{2.5}$$

onde λ_i são os autovalores do operador $\hat{O}$ que correspondem a base $|\psi_i\rangle$. De maneira

geral,

$$\lambda_i = \langle\psi_i|\hat{O}|\psi_i\rangle \tag{2.6}$$

Utilizando as expressões (2.1), (2.6) e a relação de completeza

$$\hat{I} = \sum_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \tag{2.7}$$

onde $\hat{I}$ é o operador identidade, a equação (2.5) torna-se:

$$\langle O\rangle = tr(\hat{O}\hat{\rho}) \tag{2.8}$$

Observamos que poderemos calcular o valor esperado de um observável em um *ensemble* misto através do traço do produto entre o operador densidade e o operador que corresponde ao observável.

2.2 Sistema de dois níveis

Nesta seção, apresentaremos o modelo de dois níveis para um átomo exposto a um campo eletromagnético monocromático de frequência ω. Podemos analisar o átomo como um sistema de dois níveis pelo fato de que a frequência do laser, o qual excita o átomo, é próxima da frequência de ressonância entre apenas dois níveis atômicos [9].

A interação de um átomo de dois níveis com uma radiação eletromagnética poderá ser investigada através de um tratamento semiclássico: A radiação é tratada como um campo elétrico clássico e o átomo tratado por meio da mecânica quântica [10].

A figura (2.1), representa um esquema deste modelo, onde $|1\rangle$ e $|2\rangle$ são os autoestados fundamental e excitado, respectivamente. A frequência de ressonância do átomo é ω_o e a energia entre os níveis é $\hbar\omega_0$. O parâmentro δ é a dessintonização da radiação emitida em relação à frequência de transição atômica [11]. Assim, temos que $\delta = \omega - \omega_0$. O termo Γ expressa a taxa de decaimento, que pode ter origem espontânea ou colisional.

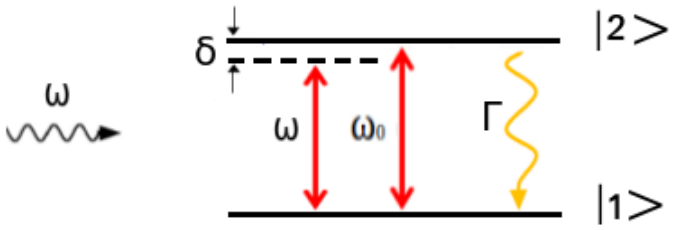


Figura 2.1: Sistema de dois níveis. $|1\rangle$ representa o estado fundamental e $|2\rangle$ o estado excitado. A energia de separação entre os níveis é $\hbar\omega_0$, ω é a frequência de radiação, Γ é a taxa de decaimento total do sistema (emissão espontânea e colisional) e δ é a dessintonização do campo em relação à frequência de ressonância, ω_0.

2.2.1 Equações de Bloch para o átomo de dois níveis

O hamiltoniano total para o sistema de dois níveis é dado por [4]:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(t) \tag{2.9}$$

onde $\hat{H}_0$ é o hamiltoniano do átomo e $\hat{V}(t)$ é a interação do átomo com o campo eletromagnético. Podemos escrever $\hat{H}_0$ em termos da base ortonormal formada por $|1\rangle$ e $|2\rangle$, onde $E_1 = 0$ e $E_2 = \hbar\omega_0$:

$$\hat{H}_0 = E_1|1\rangle\langle 1| + E_2|2\rangle\langle 2| = \hbar\omega_0|2\rangle\langle 2| \tag{2.10}$$

A expressão para a interação dipolar com o campo elétrico $\hat{V}(t)$ é dada por [12]:

$$\hat{V}(t) = -\hat{\mu}.\mathbf{E} \tag{2.11}$$

onde $\hat{\mu}$ é o operador momento de dipolo e $\mathbf{E}$ é o campo elétrico.

O campo elétrico pode ser escrito como [12]:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}[E_0 e^{i(\mathbf{k}.\mathbf{r}-\omega t)} + E_0 e^{-i(\mathbf{k}.\mathbf{r}-\omega t)}] \tag{2.12}$$

Na expressão (2.12), utilizaremos a aproximação de dipolo, o que significa desprezar o termo $\mathbf{k}.\mathbf{r}$, pois, $\mathbf{k}$ é inversamente proporcional ao compromimento de onda da luz e $\mathbf{r}$ é da ordem do raio de Bohr. Logo, $\mathbf{k}.\mathbf{r} << 1$. Assim, o campo eletromagnético é escrito como [13]

$$\mathbf{E} = \frac{E_0}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \tag{2.13}$$

e o operador momento de dipolo, por sua vez será [13]:

$$\hat{\mu} = \mu_{12}|1\rangle\langle 2| + \mu_{21}|2\rangle\langle 1| \tag{2.14}$$

onde $\mu_{21} = \mu_{12}^*$ e é igual a

$$\hat{\mu_{21}} = \langle 1|\vec{\mu}|2\rangle = -e\langle 1|\vec{r}|2\rangle = -e\int \Psi_1^*(\vec{r})\ \vec{r}\ \Psi_2^*(\vec{r})dr \tag{2.15}$$

A integral (2.15) é calculada em todo o espaço e os termos μ_{11} e μ_{22} são nulos, uma vez que os integrandos são funções ímpares. Definindo

$$\hbar\Omega = \mu_{21}E_0 = \mu_{12}^*E_0 \tag{2.16}$$

onde Ω é conhecido como frequência de Rabi, o hamiltoniano de interação $\hat{V}(t)$ é dado por:

$$\hat{V}(t) = -\frac{\hbar\Omega^*}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})|1\rangle\langle 2| - \frac{\hbar\Omega}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})|2\rangle\langle 1| \tag{2.17}$$

Fazendo uma mudança de referencial dada pelo operador unitário, temos:

$$\hat{U} = e^{\frac{i\hat{H}_0 t}{\hbar}} = e^{i\omega_0 t|2\rangle\langle 2|} = |1\rangle\langle 1| + e^{i\omega_0 t}|2\rangle\langle 2| \tag{2.18}$$

Dessa forma, o potencial de interação $\hat{V}(t)$, torna-se

$$\hat{V}(t) = -\frac{\hbar\Omega^*}{2}[e^{i(\omega-\omega_0)t} + e^{-i(\omega+\omega_0)t} - \frac{\hbar\Omega}{2}[e^{i(\omega+\omega_0)t} + e^{-i(\omega-\omega_0)t}] \tag{2.19}$$

A expressão (2.19), possui termos muito longe da frequência de ressonância ω_0, que podem ser desprezados uma vez que as exponenciais $e^{\pm i(\omega+\omega_0)t}$ oscilam muito mais rapidamente quando comparadas às exponenciais $e^{\pm i(\omega-\omega_0)t}$ que oscilam lentamente. Assim, aproximamos o termo de maior frequência pelo seu valor médio temporal,

$$e^{\pm i(\omega+\omega_0)t} \approx 0$$

Esta simplificação é conhecida como aproximação de ondas girantes. Dessa forma, a expressão para $\hat{V}(t)$ fica:

$$\hat{V}(t) = -\frac{\hbar\Omega^*}{2}e^{i\delta t}|1\rangle\langle 2| - \frac{\hbar\Omega}{2}e^{-i\delta t}|2\rangle\langle 1| \tag{2.20}$$

onde $\delta = \omega - \omega_0$ é a dessintonização, ω é a frequência do laser e ω_0 é a frequência do átomo.

Voltando ao referencial original, obtemos finalmente:

$$\hat{V}(t) = -\frac{\hbar\Omega^*}{2}e^{i\omega t}|1\rangle\langle 2| - \frac{\hbar\Omega}{2}e^{-i\omega t}|2\rangle\langle 1| \tag{2.21}$$

Iremos agora examinar a dependência do tempo dos elementos da matriz do operador densidade, uma vez que as equações de Bloch são equações diferenciais que regem a evolução temporal desta matriz. Para isto, calcularemos a evolução temporal do operador densidade $\hat{\rho}$ através da equação de Heisenberg [14, 15]:

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{-i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] \tag{2.22}$$

Tomando os elementos da matriz desta equação, temos:

$$\begin{aligned}\langle m|\frac{d\rho(t)}{dt}|n\rangle &= \frac{i}{\hbar}\langle m|[\rho(t), \hat{H}]|n\rangle \\ &= \frac{i}{\hbar}\langle m|[\rho(t), \hat{H}_0 + \hat{V}(t)]|n\rangle \\ \langle m|\frac{d\rho(t)}{dt}|n\rangle &= \frac{i}{\hbar}(E_n - E_m)\langle m|\rho(t)|n\rangle + \frac{i}{\hbar}\langle m|[\rho(t), \hat{V}(t)]|n\rangle \end{aligned} \tag{2.23}$$

onde $|m\rangle$ e $|n\rangle$ são membros de um conjunto completo de base. Percebemos que o primeiro termo após a igualdade da equação (2.23) é diferente de zero quando $m \neq n$, mas torna-se nulo quando $m = n$, pois a diferença das energias $(E_n - E_m)$ se anulam.

Tomando $\hat{V}(t)$ hermitiano, obtemos as equações diferencias de Bloch [4]:

$$\frac{d\rho_{11}(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\rho_{12}V_{21} - \rho_{21}V_{12}] \tag{2.24}$$

$$\frac{d\rho_{22}(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\rho_{21}V_{12} - \rho_{12}V_{21}] \tag{2.25}$$

$$\frac{d\rho_{12}(t)}{dt} = i\omega_0\rho_{12} + \frac{i}{\hbar}[V_{12}(\rho_{11} - \rho_{22})] \tag{2.26}$$

$$\frac{d\rho_{21}(t)}{dt} = -i\omega_0\rho_{21} + \frac{i}{\hbar}[V_{21}(\rho_{22} - \rho_{11})] \tag{2.27}$$

Notamos que:

$$\frac{d\rho_{11}(t)}{dt} = -\frac{d\rho_{22}(t)}{dt} \tag{2.28}$$

$$\frac{d\rho_{12}(t)}{dt} = \frac{d\rho_{21}^{*}(t)}{dt} \tag{2.29}$$

Os elementos ρ_{11} e ρ_{22} da matriz densidade são conhecidos como termos de população e representam a fração de átomos que se encontra nos estados fundamental e excitado, respectivamente. Os termos de coerência entre os estados fundamental e excitado são representados por ρ_{12} e ρ_{21} e estes indicam se o sistema se encontra ou não em superposição coerente de estados [3].

Para as equações de Bloch (2.28 e 2.29), estamos considerando um sistema no qual o átomo interage apenas com o campo elétrico, onde há processos de absorção e emissão estimulada [16]. Precisamos levar também em conta a interação do átomo com os estados do campo do vácuo. Essa interação provoca o decaimento das populações e da coerência por meio de um processo chamado de emissão espontânea [12].

Iremos, então, incluir os termos de relaxação nas equações de evolução do sistema. A taxa de decaimento total considerada para o nosso sistema será constituída pela soma da taxa de decaimento espontâneo do átomo do nível excitado para o fundamental (Γ_{nat}), que é um processo natural que ocorre sem qualquer estímulo externo, com a taxa de decaimento colisional do átomo do nível excitado para o fundamental (Γ_{col}), esta última é devido a colisões interatômicas provocadas pela alta densidade de átomos dentro da célula, acarretando assim a diminuição do tempo de vida τ do átomo no estado excitado.

Assim, a taxa de decaimento generalizada será: $\Gamma = \Gamma_{nat} + \Gamma_{col}$. Logo, o tempo de vida do átomo no estado excitado pode ser escrito como [17]: $\tau = 1/\Gamma = 1/(\Gamma_{nat} + \Gamma_{col})$.

Definindo T como sendo o tempo de relaxação da coerência, pode-se mostrar que $T = 2\tau$ [4]. Assim, os termos de população têm um decaimento com uma taxa Γ e os

termos de coerência decaem com $\Gamma/2$.

Logo, as equações (2.25) e (2.27), ficam

$$\frac{d\rho_{22}(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\rho_{21}V_{12} - \rho_{12}V_{21}] - \Gamma\rho_{22} \tag{2.30}$$

$$\frac{d\rho_{21}(t)}{dt} = -i\omega_0\rho_{21} + \frac{i}{\hbar}[V_{21}(\rho_{22} - \rho_{11})] - \frac{\Gamma}{2}\rho_{21} \tag{2.31}$$

Substituíndo a equação do potencial de interação (2.21) nas equações (2.30) e (2.31), obtemos as seguintes expressões:

$$\frac{d\rho_{22}(t)}{dt} = -i\frac{\Omega^* e^{i\omega t}}{2}\rho_{21} + i\frac{\Omega e^{-i\omega t}}{2}\rho_{12} - \Gamma\rho_{22} \tag{2.32}$$

$$\frac{d\rho_{21}(t)}{dt} = -(i\omega_o + \frac{\Gamma}{2})\rho_{21} - i\frac{\Omega e^{-i\omega t}}{2}(\rho_{22} - \rho_{11}) \tag{2.33}$$

2.2.2 Solução das equações diferenciais e expressão para a susceptibilidade

Para resolver as equações (2.32) e (2.33), faremos uma mudança de variáveis da seguinte forma:

$$\rho_{21} = e^{-i\omega t}\sigma_{21} \tag{2.34}$$

$$\rho_{22} = \sigma_{22} \tag{2.35}$$

Utilizando o fato de que $\rho_{11}+\rho_{22} = 1$, $\sigma_{12}^* = \sigma_{21}$ e fazendo a substituição das equações (2.34) e (2.35) nas equações (2.32) e (2.33), obtemos

$$\frac{d\sigma_{12}^*(t)}{dt} = (i\delta - \Gamma/2)\sigma_{12}^* - \frac{i\Omega}{2}(2\rho_{22} - 1) \tag{2.36}$$

$$\frac{d\rho_{22}(t)}{dt} = \frac{i}{2}(\Omega\sigma_{12} - \Omega^*\sigma_{12}^*) - \Gamma\rho_{22} \tag{2.37}$$

Resolvendo as equações (2.36) e (2.37) para o regime estacionário, ou seja, no equilíbrio em que $\frac{d\sigma_{12}^*(t)}{dt} = \frac{d\rho_{22}(t)}{dt} = 0$, obtemos as expressões para σ_{12} e ρ_{22}. Assim,

temos:

$$\sigma_{12} = \frac{\Omega}{\Gamma}\frac{2\delta/\Gamma - i}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2}} \tag{2.38}$$

$$\rho_{22} = \frac{\Omega^2/\Gamma^2}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2}} \tag{2.39}$$

Nosso objetivo agora é encontrar a expressão para a susceptibilidade. Para isto, precisaremos obter a polarização que se encontra através da seguinte relação:

$$\mathbf{P}(t) = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}(t) \tag{2.40}$$

O valor esperado para a polarização em um vapor atômico é escrito como:

$$\langle P \rangle = N\langle \mu \rangle \tag{2.41}$$

onde N é a densidade atômica, ou seja, o número de átomos por unidade de volume e $\langle \mu \rangle$ é o valor esperado do momento de dipolo elétrico atômico que é dado por $\langle \mu \rangle = tr(\hat{\rho}\mu)$.

De acordo com (2.14), podemos calcular a média do operador dipolo, tal que

$$\langle \mu \rangle = \rho_{12}\mu_{21} + \rho_{21}\mu_{12} \tag{2.42}$$

Substituíndo (2.42) em (2.41), obtemos:

$$P = N\mu_{12}\rho_{21} + c.c. = N\mu_{12}\sigma_{21}e^{-i\omega t} + c.c. \tag{2.43}$$

Por outro lado, sabendo que o campo elétrico é dado por

$$\mathbf{E} = \frac{E_0}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \tag{2.44}$$

então a equação (2.40), torna-se

$$P = \frac{\varepsilon_0 \chi E_0}{2} e^{-i\omega t} + c.c. \tag{2.45}$$

Fazendo a comparação dos termos correspondentes de (2.43) e (2.45), com (2.34) e (2.38) permite-nos obter a expressão para a susceptibilidade:

$$\chi = -\frac{2}{\Gamma}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{\frac{2\delta}{\Gamma} - i}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2}} \tag{2.46}$$

Quando a intensidade da luz incidente na amostra aumenta, a população do estado excitado (equações (2.39) e (2.16)) satura em um valor limite $\rho_{22} = \frac{1}{2}$.

Usando a definição de intensidade de saturação [10, 17]

$$\frac{I}{I_{sat}} = \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2} = \frac{2}{\Gamma^2}\frac{|\mu_{12}|^2|E_0{}^2}{\hbar^2} \tag{2.47}$$

podemos reescrever χ como

$$\chi = -\frac{2}{\Gamma}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{\frac{2\delta}{\Gamma} - i}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{sat}}} \tag{2.48}$$

Fazendo a separação da parte real e da parte imaginária da equação (2.48), obtemos:

$$Re\chi = -\frac{4}{\Gamma^2}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{\delta}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{sat}}} \tag{2.49}$$

$$Im\chi = \frac{2}{\Gamma}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{1}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{sat}}} \tag{2.50}$$

As equações (2.49) e (2.50), referem-se à dispersão e à absorção da luz pelo meio, respectivamente. O perfil de absorção é conhecido como perfil de Lorentz. O coeficiente de absorção será denotado neste trabalho de α. Nota-se que os perfis absorsivos e dispersivos dependem significamente da intensidade da luz incidente em relação à intensidade de saturação. Entretanto, no nosso trabalho utilizamos o feixe de laser incidente de baixa intensidade (regime linear), o que valida a condição $I << I_{sat}$. Logo, as expressões das partes real e imaginária de χ tornam-se:

$$Re\chi = -\frac{4}{\Gamma^2}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{\delta}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}} \tag{2.51}$$

$$Im\chi = \frac{2}{\Gamma}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{1}{1 + \frac{4\delta^2}{\Gamma^2}} \tag{2.52}$$

A figura (2.2) mostra os gráficos referentes as equções (2.49) e (2.50) para diferentes valores da razão $\frac{I}{I_{sat}}$.

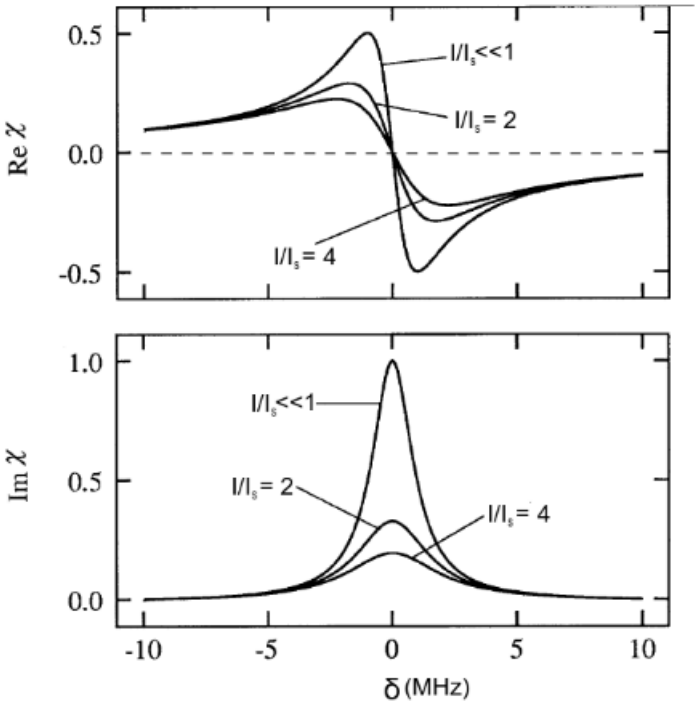


Figura 2.2: Parte real e imaginária da susceptibilidade, as quais representam a dispersão e a absorção, respectivamente, em função da dessintonização, para um átomo de dois níveis.

2.2.3 Alargamento Doppler

Nosso estudo, até este momento, levou em consideração a interação de um átomo em repouso com a radiação eletromagnética. Nesta seção, iremos levar em conta a contribuição das velocidades térmicas dos átomos, uma vez que no nosso experimento utilizamos um vapor atômico térmico contido em uma célula.

Consideremos a componente de velocidade v para um átomo que se encontra na direção de propagação da radiação incidente (v é positivo no sentido de propagação da luz, negativo no sentido oposto) e k o módulo do vetor de onda da luz. Devido ao efeito Doppler, no referencial de cada átomo, a frequência da radiação apresentará um deslocamento diferente que dependerá da sua velocidade na direção do feixe. Logo, a frequência ω' no referencial do átomo será [18]:

$$\omega' = \omega - k.v \tag{2.53}$$

onde ω é a frequência da radiação se o átomo estivesse parado e $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$. O alargamento Doppler é simplesmente a distribuição de frequência para uma amostra

de átomos em um reservatório térmico (vapor atômico) que obedece à distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann.

Assim, para a componente v da velocidade do átomo na direção de propagação do campo, a distribuição de Maxwell-Boltzmann é dada por [18]:

$$W(v)dv = \frac{1}{u\sqrt{\pi}} e^{-\frac{v^2}{u^2}} dv \tag{2.54}$$

onde $W(v)$ é a densidade de átomos com componente de velocidade v e u é a velocidade mais provável, dada por

$$u = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} \tag{2.55}$$

onde T é a temperatura do vapor atômico e m a massa do átomo.

O perfil Doppler, portanto, segue uma distribuição gaussiana como mostra a figura (2.3), e a expressão para uma dimensão na direção de propagação da luz em função da dessintonização ($\delta = \omega - \omega_0$) é dada por:

$$D(\delta) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} e^{\left(\frac{-mc^2\delta^2}{2\omega_0^2 k_B T}\right)} \tag{2.56}$$

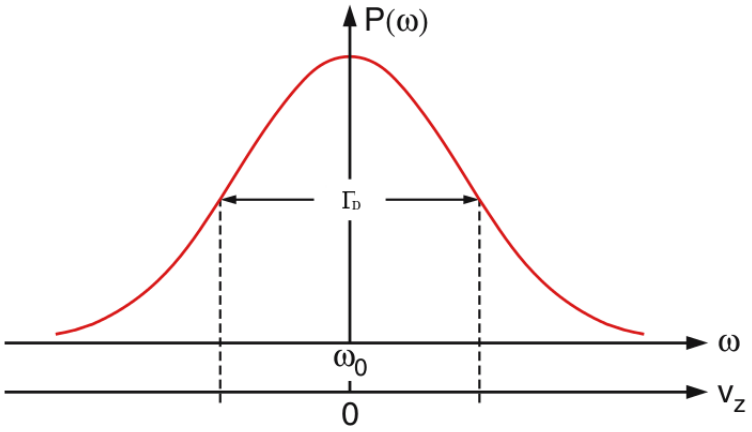


Figura 2.3: Perfil de Gauss devido à distribuição de velocidade térmica dos átomos.

Diante disso, as equações (2.51) e (2.52) em função da velocidade do átomo, tornam-se:

$$Re\chi(\delta - kv) = -\frac{4}{\Gamma^2} \frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0 \hbar} \frac{\delta - kv}{1 + \frac{4(\delta - kv)^2}{\Gamma^2}} \tag{2.57}$$

$$Im\chi(\delta - kv) = \frac{2}{\Gamma}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{1}{1+\frac{4(\delta-kv)^2}{\Gamma^2}} \tag{2.58}$$

A susceptibilidade total para o vapor atômico será a soma de todas as susceptibilidades de cada átomo com velocidade v. Neste caso, devemos considerar a densidade de átomos $W(v)$ de velocidade v de modo que a parte real e imaginária da susceptibilidade total seja a soma do produto $W(v)Re\chi$ e $W(v)Im\chi$, respectivamente, para todas as classes de velocidades, ou seja:

$$Re\chi = \int_{-\infty}^{\infty} W(v)Re\chi(\delta - kv)dv \tag{2.59}$$

$$Im\chi = \int_{-\infty}^{\infty} W(v)Im\chi(\delta - kv)dv \tag{2.60}$$

No capítulo 4 veremos que as integrais (2.59) e (2.60) foram calculadas através de um método de integração numérica em um programa em linguagem C.

2.2.4 Perfil de Voigt

Na condição dos átomos estarem parados ($v = 0$), seu espectro de linha é dito homogêneo com a forma de uma Lorentziana. Já quando os átomos estão em movimento, o perfil de absorção é o perfil de Gauss que possui alargamento inhomogêneo e, em certos casos, a largura natural é desprezível por ser muito menor do que a largura Doppler (para vapores alcalinos à temperatura ambiente , $\frac{\Gamma}{2\pi}$ $\simeq$alguns MHz, $\Gamma_D \simeq$ algumas centenas MHz). A figura (2.4) mostra uma comparação entre o perfil Doppler e o perfil de Lorentz.

Considerando um vapor atômico sujeito a uma temperatua T onde os átomos estão se movendo com velocidade v, o perfil de linha resultante é uma convolução de ambos estes efeitos, como mostra a figura(2.5).

O perfil de Voigt é o perfil de linha resultante de uma convolução entre o perfil de Gauss e o perfil de Lorentz [18, 17]. Ou seja, podemos expressar este perfil espectral como a soma de grupos individuais de formas lorentzianas sobre uma distribuição Doppler de velocidades.

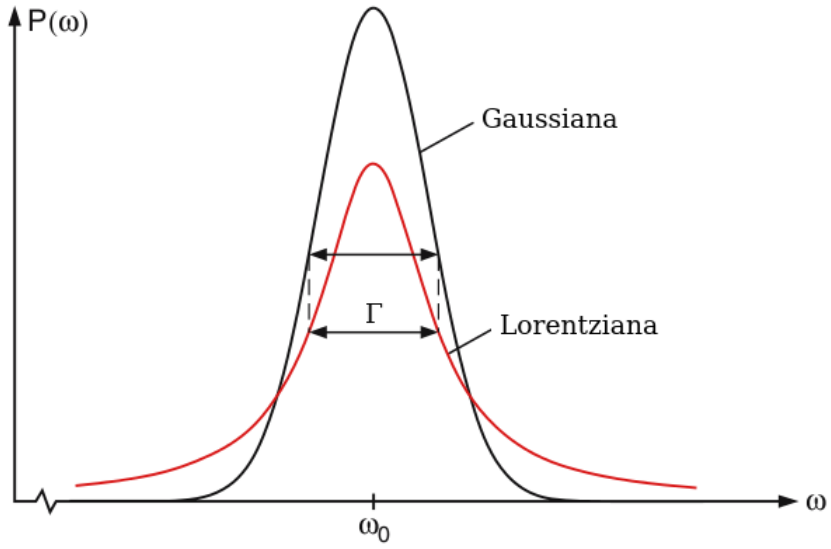


Figura 2.4: Comparação de uma Gaussiana e Lorentziana com mesma largura.

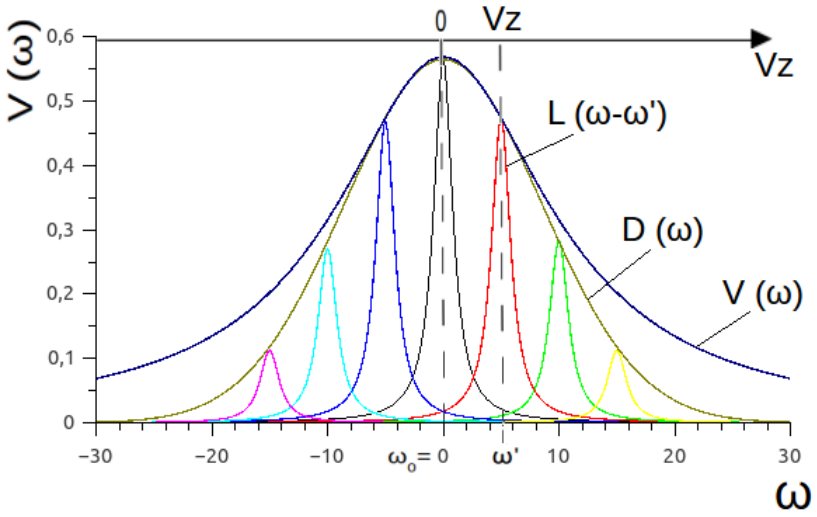


Figura 2.5: Perfil de Voigt V(ω) como uma convolução da forma de linha Lorentziana L=($\omega - \omega'$) com a forma de linha Gaussiana D(ω).

O perfil de Voigt é dado por:

$$V(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(\omega - \omega')D(\omega)d\omega'$$

$$V(\omega) = \sqrt{\frac{2m}{k_B T}} \frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0 \Gamma \hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{\frac{-mc^2\delta^2}{2\omega_0^2 K_B T}}}{1 + \frac{4(\omega-\omega_0-\omega')^2}{\Gamma^2}} d\omega' \qquad (2.61)$$

2.2.5 Alargamento colisional

Como já foi mencionado anteriormente, além do alargamento natural, iremos considerar também o alargamento colisional dos átomos. Esta consideração será feita devido à alta densidade atômica existente na célula que estudamos experimentalmente, o que contribuirá para a ocorrência de colisões interatômicas, e assim, na diminuição do tempo de vida τ do átomo [19].

Consideremos, então, um átomo A com níveis de energia E_i e E_k, se aproximando de um átomo B. A interação entre A e B provoca o deslocamento das energias de ambos os níveis [20]. Este deslocamento de energia dependerá da estrutura das camadas eletrônicas de ambos os átomos A e B, sobre os níveis de energia específicos e sobre a distância R(A,B) entre os centros de massa de A e B (figura 2.6).

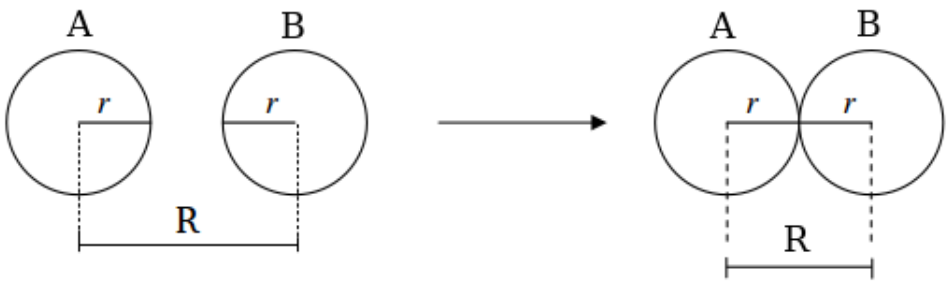
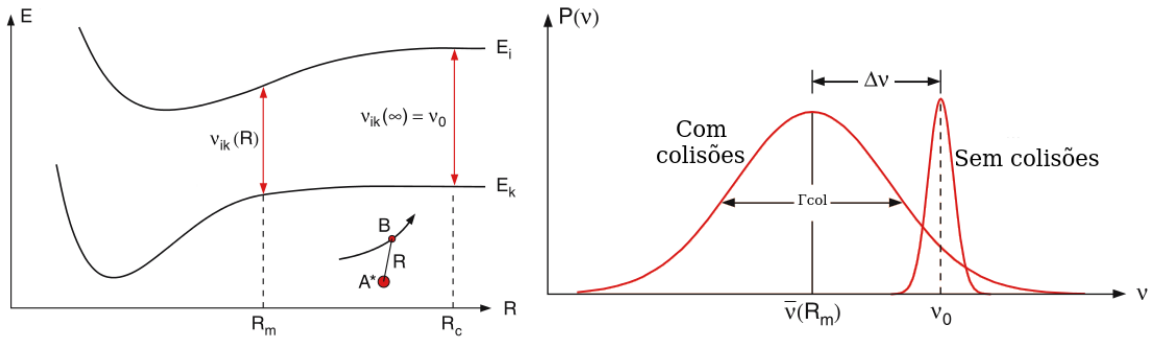


Figura 2.6: Aproximação do átomo A com o átomo B, onde R é a distância entre os centros de massa dos mesmos.

Para potenciais repulsivos entre A e B, o deslocamento de energia será positivo. Ele será negativo para potenciais atrativos entre A e B. Um esquema na figura (2.7), mostra as curvas do potencial geradas a partir das energias $E_i(R)$ e $E_k(R)$ do átomo A como uma função da distância R.

Tomando v a velocidade relativa de A e B, o tempo de colisão pode ser definido como $\tau_{col} = \frac{R_c}{v}$. A distância R_c é o raio da colisão onde a interação torna-se perceptível. Enquanto o tempo médio entre duas colisões é dado por $\langle\tau\rangle = n^{-\frac{1}{3}}/v$, que é proporcional à distância média entre dois átomos $d = n^{-\frac{1}{3}}$, e depende da densidade n dos pares atômicos [18]. Em pressões suficientemente baixas, temos que $\langle\tau\rangle >> \tau_{col}$. A frequência da radiação emitida ou absorvida na transição $E_i \rightarrow E_k$ durante uma colisão é $\nu_{ik} = |E_i(R) - E_k(R)|/h$, e depende da distância R em que ocorre a transição. Assumimos que a duração da transição radiativa é menor que o tempo de colisão.



(a) (b)

Figura 2.7: Alargamento colisional. (a) Curvas do potencial referentes à colisão do par de átomos AB. (b) Deslocamento e alargamento da linha espectral por colisões. Figuras de [18].

Em um gás, a distância R mostra flutuações aleatórias com uma distribuição em torno de um valor médio R_m, que depende da pressão e da temperatura do gás. A variação $\Delta\nu = \nu_0 - \nu_{ik}(R_m)$ depende de quão diferentes os dois níveis de energia E_i e E_k são deslocados a uma distância $R_m(A, B)$ onde a probabilidade de transição de emissão ou absorção tem um máximo.

As colisões podem ser elásticas, caso onde a linha de absorção ou de emissão sofre um deslocamento $\Delta\nu$, onde ocorre uma variação $\Delta E = \hbar\Delta\omega$ entre a energia de excitação $\hbar\omega_0$ de um átomo livre A e a energia $\hbar\omega$ de um fóton emitido. Esta diferença de energia é fornecida por meio da energia cinética dos átomos em colisão. Quando $\Delta\omega > 0$, a energia cinética é menor após a colisão do que antes.

As colisões também podem ser inelásticas, caso onde a energia de excitação do átomo A é transferida parcial ou completamente para a energia interna do átomo B. Tais colisões inelásticas diminuem o número de átomos excitados em um nível E_i e portanto, diminuem a intensidade da fluorescência e devem então se traduzir por um alargamento colisional (ou alargamento de pressão), Γ_{col}.

A probabilidade total de transição A_i para o despovoamento do nível E_i é a soma das probabilidades referentes ao decaimento espontâneo do átomo (radiativo) e induzida por colisão.

$$A_i = A_i^{rad} + A_i^{col} \tag{2.62}$$

com $A_i^{col} = n_B \sigma_i \bar{v}$, onde $\bar{v} = \sqrt{\frac{8K_BT}{\pi\mu}}$ é a velocidade relativa média, $\mu = \frac{M_A M_B}{M_A + M_B}$ é a massa reduzida dos átomos , σ_i é a secção transversal de colisão e $p_B = n_B K_B T$ é a pressão parcial de partículas B com densidade n_B e temperatura T.

Ou seja,

$$A_i = \frac{1}{\tau_{spont}} + a p_B \tag{2.63}$$

com $a = 2\sigma_{ik}\sqrt{\frac{2}{\pi\mu K_B T}}$, sendo o coeficiente de alargamento colisional atômico.

Logo:

$$\Gamma = \Gamma_{nat} + \Gamma_{col} = \Gamma_{nat} + a p_B \tag{2.64}$$

Observamos que a largura colisional dependerá da pressão p_B, esta por sua vez dependerá da densidade atômica n_B e também da temperatura do gás T.

Capítulo 3

Modelo teórico da curva do sinal de transmissão

Neste capítulo, iremos detalhar a teoria do sinal de transmissão de um laser através de uma cavidade interferométrica contendo um meio não linear, o qual foi experimentalmente observado através de um experimento que será descrito em detalhes no capítulo 4. No presente capítulo, iremos investigar o comportamento deste sinal para diferentes valores de alguns parâmetros livres associados ao sistema.

O sinal de transmissão estudado é o de um feixe laser por uma célula de quartzo de 1 mm de espessura contendo vapor de césio. A densidade do vapor é suficiente para termos absorção total na ressonância. Na faixa situada a alguns GHz de cada lado da ressonância observamos um sinal oscilante (figura 3.1). Essas oscilações que se encontram nas asas da linha atômica não são periódicas, elas são bastantes sensíveis a variações de alguns fatores como: densidade atômica, ângulo do feixe incidente na célula e espessura da célula. As janelas da célula utilizada são praticamente paralelas. Assim, na ausência do vapor atômico, as janelas agem como uma cavidade de Fabry-Pérot de baixa finesse com um intervalo espectral livre de 150 GHz. Entretanto, na presença do vapor atômico dispersivo, o percurso óptico da cavidade depende da frequência. Elaboramos um modelo teórico da absorção ressonante com o sinal oscilante nas asas em um programa em linguagem C. Através de cuidadosos ajustes do sinal experimental, este programa permite, por exemplo, que se determine o alargamento colisional do vapor atômico. Iremos, primeiramente, descrever a transmitância de um feixe numa cavidade de Fabry-Pérot, em seguida descreveremos a transmitância de um Fabry-Pérot com meio ressonante. No que segue, iremos detalhar aspectos da simulação numérica, bem como sobre as modificações de alguns parâmetros do sistema e como elas influenciam no sinal de transmissão.

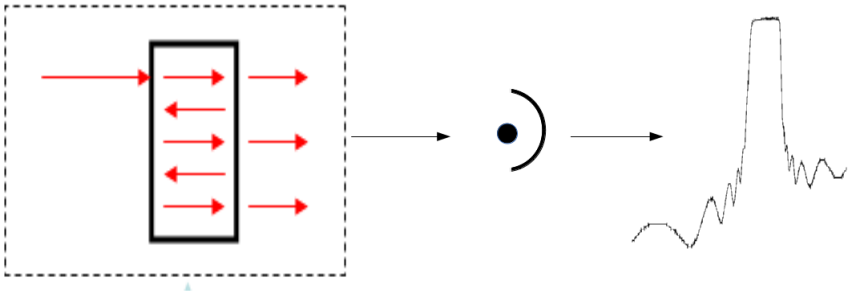


Figura 3.1: Esquema de um sinal de transmissão gerado através da resultante das múltiplas reflexões do feixe laser dentro da célula com vapor de césio. O sinal é detectado por um fotodetector e observado por meio de um osciloscópio..

3.1 Transmitância do Fabry-Pérot

Durante uma experiência com a utilização de um laser, a frequência da luz do laser pode sofrer pequenas flutuações devido à variações térmicas do ambiente que se refletem na temperatura do laser, da corrente de alimentação, ruídos resultantes de vibrações mecânicas, etc. Para que se possa monitorar as variações de frequência de lasers, é necessária a utilização de instrumentos ópticos com alto poder de resolução capaz de distinguir frequências bem próximas [21, 22]. Um desses instrumentos é o analisador de espectro óptico conhecido como interferômetro de Fabry-Pèrot, que possui a função de um discriminador em frequência.

A cavidade Fabry-Pérot é um interferômetro ótico que consiste em dois espelhos esféricos paralelos semi-refletores [17]. A luz laser incidente sofre múltiplas reflexões dentro da cavidade, de modo que usando o princípio da superposição podemos encontrar o campo elétrico transmitido que corresponde a um padrão de interferência dado pela função de Airy [23].

Vamos considerar uma cavidade Fabry-Pérot que possui uma distância d entre os seus espelhos. Assumindo que um feixe de luz de amplitude E_0 incide no primeiro espelho formando um ângulo θ com a superfície, uma parte da luz incidente será refletida e a outra parte será transmitida. A parte refletida será $E_0 r$ e a parte transmitida será $E_0 t$, onde r e t são os coeficientes de reflexão e transmissão, respectivamente. O índice de refração entre os espelhos é unitário e a luz é considerada como uma onda plana de radiação eletromagnética. Consideremos o comprimento de percurso de um feixe de luz dentro da

cavidade, conforme figura (3.2).

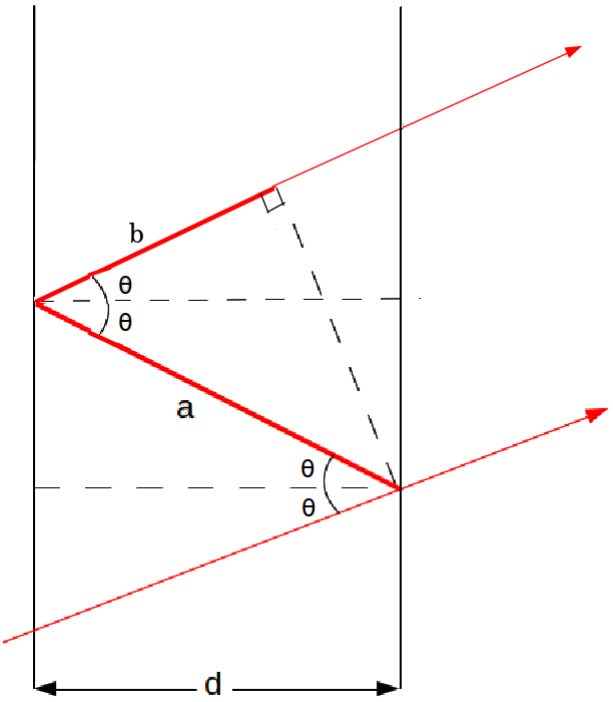


Figura 3.2: Caminho óptico percorrido por um feixe refletido entre dois espelhos.

Observa-se que o caminho $(a + b)$ percorrido pelo feixe é dado por:

$$a = \frac{d}{cos\theta}$$

$$b = acos2\theta$$

$$a + b = \frac{d}{cos\theta}[1 + 2cos^2 - 1]$$

$$a + b = 2dcos\theta \tag{3.1}$$

Pelo fato de considerarmos uma onda eletromagnética plana de forma e^{ikz}, onde z representa o caminho ótico da onda que obtemos na expressão (3.1), podemos descrever a exponencial como $e^{i\phi}$, onde ϕ é a fase ganha pela onda ao efetuar uma volta completa na cavidade. Então:

$$kz = \phi = 2kdcos\theta$$

$$\phi = \frac{4\pi}{\lambda}dcos\theta \tag{3.2}$$

onde, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

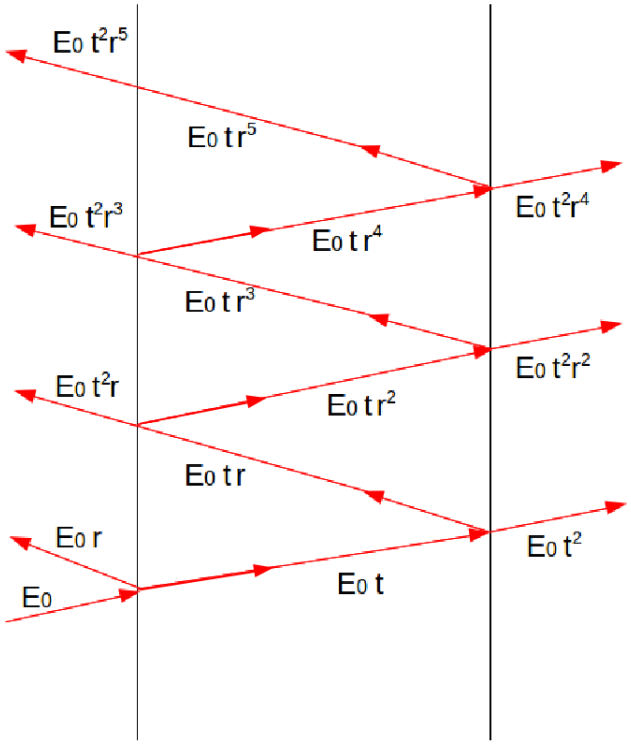


Figura 3.3: Múltiplas reflexões da luz entre duas superfícies refletoras iguais de um interferômetro Fabry-Pérot.

O campo elétrico total transmitido pela cavidade (ver figura 3.3) é a soma:

$$E_t = E_0t^2 + E_0t^2r^2e^{i\phi} + E_0t^2r^4e^{2i\phi} + ...$$

$$E_t = E_0t^2(1 + r^2e^{i\phi} + r^4e^{2i\phi} + ...)$$

$$E_t = E_0t^2\sum_{n=0}^{\infty} r^{2n}e^{in\phi} \tag{3.3}$$

A soma da equação (3.3) é uma série geométrica de sucessivos termos de $r^2e^{i\phi}$, e poderá ser expressa como:

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^{2n}e^{in\phi} = \frac{1}{1 - r^2e^{i\phi}} \tag{3.4}$$

Assim, o campo total transmitido torna-se:

$$E_t = \frac{E_0t^2}{1 - r^2e^{i\phi}} \tag{3.5}$$

A intensidade transmitida, por sua vez, será:

$$I_t = |E_t|^2$$

$$I_t = E_0^2 \frac{|t|^4}{|1 - r^2 e^{i\phi}|^2}$$

$$I_t = I_0 \frac{|t|^4}{|1 - r^2 e^{i\phi}|^2} \tag{3.6}$$

onde, $I_0 = E_0^2$.

Substituíndo $r^2 = R$ e $t^2 = T = 1 - R$, a intensidade transmitida fica [21]:

$$I_t = \frac{E_0^2(1-R)^2}{(1 - Re^{i\phi})(1 - Re^{-i\phi})} = \frac{E_0^2(1-R)^2}{1 - Re^{-i\phi} - Re^{i\phi} + R^2}$$

$$I_t = \frac{E_0^2(1-R)^2}{1 + R^2 - R(e^{-i\phi} + e^{i\phi})} = \frac{E_0^2(1-R)^2}{1 + R^2 - 2Rcos\phi}$$

$$I_t = \frac{I_0(1-R)^2}{1 + R^2 - 2R[cos^2(\frac{\phi}{2}) - sen^2(\frac{\phi}{2})]} = \frac{I_0(1-R)^2}{1 + R^2 - 2R[1 - sen^2(\frac{\phi}{2}) - sen^2(\frac{\phi}{2})]}$$

$$I_t = \frac{I_0(1-R)^2}{1 + R^2 - 2R[1 - 2sen^2(\frac{\phi}{2})} = \frac{I_0(1-R)^2}{1 + R^2 - 2R + 4Rsen^2(\frac{\phi}{2})} = \frac{I_0(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4Rsen^2(\frac{\phi}{2})}$$

$$I_t(\phi) = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} sen^2(\frac{\phi}{2})} \tag{3.7}$$

Quando $\phi = 2n\pi$ temos $sen^2(\phi/2) = 0$ e $I_{max} = I_0$, mas quando $sen^2(\phi/2) = 1$, então $I_{min} = \frac{I_0}{1+\frac{4R}{(1-R)^2}}$. A função $I_t(\phi)$, é conhecida como função de Airy e está mostrada na figura (3.4). Costuma-se escrever esta função como:

$$I(\phi) = \frac{I_0}{1 + Fsen^2(\frac{\phi}{2})} \tag{3.8}$$

onde $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$ indica o contraste das franjas de interferência.

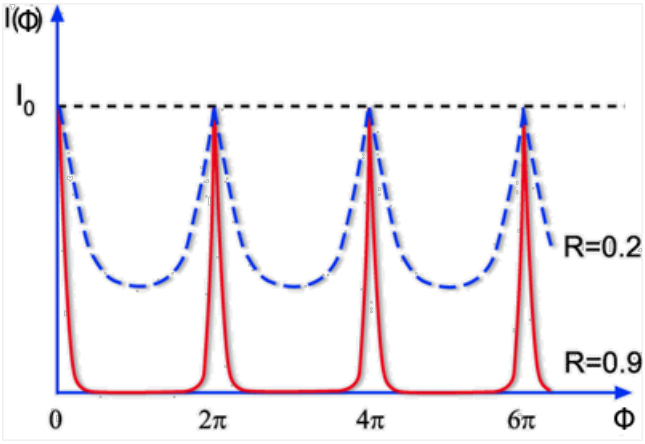


Figura 3.4: Gráfico da intensidade transmitida ($I(\phi)$)de um interferômetro Fabry-Pérot, versus a fase (ϕ).

O valor de ϕ onde a função de Airy se torna mínima será:

$$\frac{1}{1+F(\phi/2)^2} = \frac{1}{2}$$

ou

$$F = (\phi/2)^2 = 1$$

$$\phi = \frac{2}{\sqrt{F}} \tag{3.9}$$

onde fizemos a aproximação $sen(\phi/2) \approx (\phi/2)$.

Definindo a distância entre dois picos consecutivos desta função, como $\Delta\nu$ (free spectral range), seu valor será 2π, como mostra a figura (3.4). A largura de cada pico definida como, ϕ_ν, será:

$$\phi_\nu = 2\phi = \frac{4}{\sqrt{F}} \tag{3.10}$$

Assim, podemos definir a finesse do interferômetro como:

$$F' = \frac{\Delta\nu}{\phi_\nu} = \frac{2\pi}{4/\sqrt{F}} = \frac{\pi}{2}\frac{2\sqrt{R}}{1-R}$$

$$F' = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \tag{3.11}$$

onde, $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$ e R é o valor da refletividade dos espelhos.

Logo, a finesse de um interferômetro está relacionada com a refletividade do material que constitue as superfícies paralelas da cavidade de modo que quanto maior for a

refletividade, maior será a finesse. A finesse caracteriza a qualidade da cavidade: quanto maior for seu valor, menor será a largura dos picos de intensidade e maior o poder de resolução do interferômetro.

A célula que utilizamos no experimento, possui 1 mm de comprimento da cavidade (L), assim, podemos calcular o seu $\Delta\nu$ (free spectral range) através da relação:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2nL}$$

onde, c é a velocidade da luz, n é o índice de refração do ar e L o comprimento da cavidade óptica.

Logo: $\Delta\nu = \frac{3.10^8}{2.1.10^{-3}} = 150$ GHz

3.2 Transmitância de um Fabry-Pérot com meio ressonante

Descrevemos agora um sistema no qual um feixe laser incide em uma das janelas de uma célula contendo vapor atômico. Neste caso, será semelhante ao estudo da transmitância do Fabry-Pérot, entretanto, no interior da cavidade (célula) o índice de refração linear do vapor atômico dependerá da frequência. Assim, o cálculo para a intensidade do campo elétrico total transmitido levará em conta a contribuição da absorção atômica no interior da cavidade. Esta contribuição será representada pelo termo $e^{-\alpha L}$, onde α é o coeficiente de absorção e L é o tamanho do percurso de uma volta completa do feixe dentro da cavidade [10]. Este termo corresponde á Lei de Beer Lamber. O sinal de transmissão também depende da dispersão do vapor, que resulta em uma variação muito rápida do índice de refração linear em torno da ressonância atômica.

Vamos então considerar um feixe de luz de amplitude E_0 incidindo na primeira janela da célula e formando um ângulo θ com a normal à superfície. Uma parte da luz incidente será transmitida, outra parte será absorvida pelo vapor e ainda outra parte será refletida. Cada vez que o feixe for transmitido, a amplitude do campo elétrico terá a contribuição do coeficiente de transmissão t. Quando o feixe for absorvido pelo meio atômico, a amplitude do campo terá a contribuição do termo $e^{-\alpha L/2}$ que é referente a uma ida ou uma volta do feixe na cavidade. E quando o feixe for refletido pelas superfícies da cavidade, a amplitude

do campo terá a contribuição do coeficiente de reflexão r (ver figura 3.5).

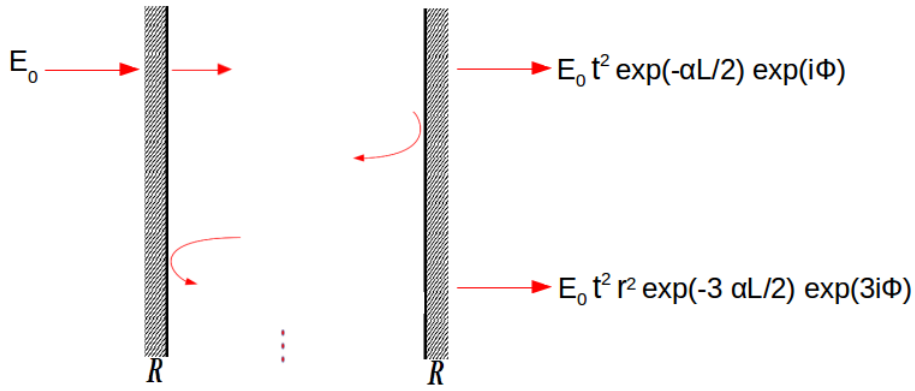


Figura 3.5: Múltiplas reflexões da luz entre as duas superfícies de uma célula que contém vapor atômico. Aqui o ângulo de incidência é zero. Parte do feixe é absorvido pelo vapor atômico no interior da cavidade.

O campo elétrico total transmitido será (ver figura 3.5):

$$E_t = \sum_{i=1}^{\infty} E_i = E_0 t^2 e^{-\alpha L/2} + E_0 t^2 r^2 e^{-3\alpha L/2} e^{i\phi} + E_0 t^2 r^4 e^{-5\alpha L/2} e^{2i\phi} + ...$$

$$= E_0 t^2 e^{-\alpha L/2}(1 + r^2 e^{-\alpha L} e^{i\phi} + r^4 e^{-2\alpha L} e^{2i\phi} + ...)$$

$$E_t = E_0 t^2 e^{-\alpha L/2} \frac{1}{1 - r^2 e^{i\phi} e^{-\alpha L}} \tag{3.12}$$

onde, ϕ é a fase ganha pelo campo quando a luz percorre uma volta na cavidade e é descrita na equação (3.2):

$$\phi = \frac{4\pi}{\lambda} L cos\theta$$

$$\phi = \frac{4\pi}{c} nL\nu cos\theta \tag{3.13}$$

onde usamos $v = \lambda\nu$ e $n = c/v$.

Nota-se que a fase (ϕ) do campo dependerá da frequência da luz (ν), do índice de refração do vapor (n), do comprimento da cavidade (L) e do ângulo de incidência do feixe na superfície da cavidade (θ).

Iremos encontrar agora a intensidade do campo elétrico transmitida. Substituíndo as relações $r^2 = R$ e $t^2 = T = 1 - R$, na equação do campo total (3.12), temos:

$$E_t = E_0(1-R)e^{-\alpha L/2}\frac{1}{1-Re^{i\phi}e^{-\alpha L}} \tag{3.14}$$

A intensidade do campo, então, será:

$$I_t = |E_t|^2 = \frac{E_0^2(1-R)^2e^{-\alpha L}}{(1-Re^{-i\phi}e^{-\alpha L})(1-Re^{i\phi}e^{-\alpha L})}$$

$$I_t = \frac{E_0^2(1-R)^2e^{-\alpha L}}{1+R^2e^{-2\alpha L}-Re^{-\alpha L}(e^{-i\phi}+e^{i\phi})}$$

$$I_t = \frac{E_0^2(1-R)^2e^{-\alpha L}}{1+R^2e^{-2\alpha L}-2Re^{-\alpha L}cos\phi}$$

$$I_t = \frac{I_0(1-R)^2e^{-\alpha L}}{1+R^2e^{-2\alpha L}-2R[cos^2(\frac{\phi}{2})-sen^2(\frac{\phi}{2})]e^{-\alpha L}}$$

$$I_t = \frac{I_0(1-R)^2e^{-\alpha L}}{1+R^2e^{-2\alpha L}-2Re^{-\alpha L}[1-2sen^2(\frac{\phi}{2})]}$$

$$I_t(\nu,\alpha,n) = \frac{I_0(1-R)^2e^{-\alpha L}}{(1-Re^{-\alpha L})^2+4Re^{-\alpha L}sen^2(\frac{\phi}{2})} \tag{3.15}$$

A expressão da transmissão é dada por:

$$T = \frac{I_t}{I_0} = \frac{(1-R)^2e^{-\alpha L}}{(1-Re^{-\alpha L})^2+4Re^{-\alpha L}sen^2(\frac{\phi}{2})} \tag{3.16}$$

As expressões para o coeficiente de absorção $\alpha(\nu)$ e para o índice de refração $n(\nu)$ são dadas por [3]:

$$\alpha(\nu) = \frac{2\pi}{\lambda}Im\chi \tag{3.17}$$

$$n(\nu) = 1 + \frac{Re\chi}{2} \tag{3.18}$$

onde χ é a susceptibilidade do vapor atômico.

A parte real da susceptibilidade ($Re\chi$) e a parte imaginária ($Im\chi$), são dadas pelas equações (2.57) e (2.58) do capítulo 2, que são:

$$Re\chi(\delta - kv) = -\frac{4}{\Gamma^2}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{\delta - kv}{1 + \frac{4(\delta - kv)^2}{\Gamma^2}} \tag{3.19}$$

$$Im\chi(\delta - kv) = \frac{2}{\Gamma}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{1}{1 + \frac{4(\delta - kv)^2}{\Gamma^2}} \tag{3.20}$$

onde δ é a dessintonização do sistema dada por $\delta = \omega - \omega_0$, kv é devido ao efeito Doppler, $\omega = 2\pi\nu$ e N é a densidade atômica.

Como vimos no capítulo 2, a susceptibilidade total do vapor será a soma de todas as susceptibilidade de cada átomo de velocidade v. Então, iremos somar para todas as classes de velocidade, o produto $W(v)Re\chi$ e $W(v)Im\chi$, de acordo com as equações (2.59) e (2.60) do capítulo 2, respectivamente:

$$Re\chi = \int_{-\infty}^{\infty} W(v)Re\chi(\delta - kv) \tag{3.21}$$

$$Im\chi = \int_{-\infty}^{\infty} W(v)Im\chi(\delta - kv) \tag{3.22}$$

onde $W(v)$ é a densidade de átomos com componente de velocidade v dada pela equação (2.54) e u é a velocidade mais provável dada pela equação (2.55).

Até agora, apresentamos nosso estudo referente a um átomo de sistema de dois níveis, porém na nossa simulação estamos considerando um átomo de quatro níveis para melhor aproximar o sistema real estudado experimentalmente. O sistema de quatro níveis é composto por um nível fundamental e três excitados (ver figura 3.6). Neste caso, a absorção do meio atômico $\alpha(\nu)$ e o índice de refração do vapor $n(\nu)$, serão agora uma soma das contribuições em frequência de cada nível excitado. Na transição ($6^2S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 6^2P_{\frac{3}{2}}$) da linha D_2 do césio, onde nossa referência zero está indicada no último nível excitado (ver figura 3.6). Os pesos relativos das forças do oscilador entre as transições serão [24]: $S_{45} = \frac{11}{18}$, $S_{44} = \frac{7}{24}$ e $S_{43} = \frac{7}{72}$, onde S_{45}, S_{44} e S_{43} são os pesos relativos do átomo sair do nível fundamental $F = 4$ e ir para o os níveis excitados $F' = 5$, $F' = 4$ e $F' = 3$, respectivamente. A soma desses pesos é igual a um.

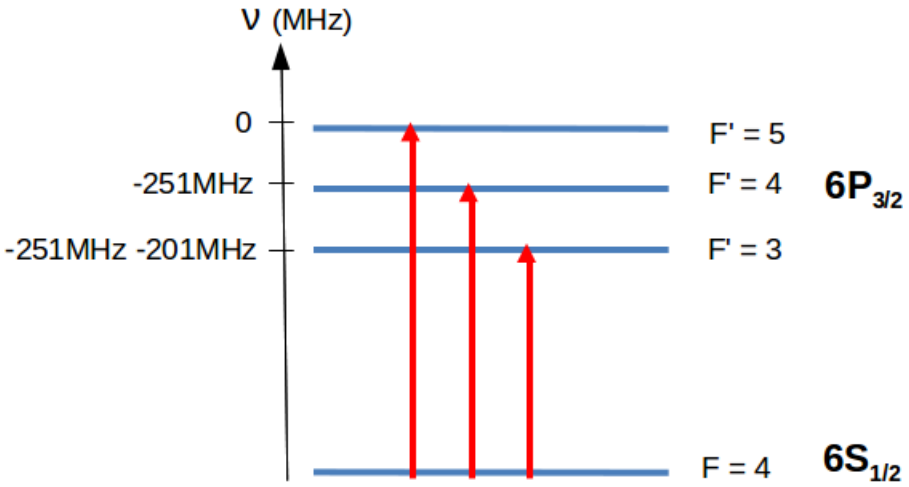


Figura 3.6: Sistema de quatro níveis, onde $F = 4$ é o nível fundamental e $F' = 3$, $F' = 4$ e $F' = 5$ são os níveis excitados referentes à linha D_2 do césio. A figura mostra as frequências das transições.

Logo, a absorção $\alpha(\nu)$ e o índice de refração do vapor $n(\nu)$, serão, respectivamente:

$$\alpha(\nu) = S_{45}\alpha(\nu - \nu_5) + S_{44}\alpha(\nu - \nu_4) + S_{43}\alpha(\nu - \nu_3)$$

$$\alpha(\nu) = \frac{11}{18}\alpha(\nu) + \frac{7}{24}\alpha(\nu + 251MHz) + \frac{7}{72}\alpha(\nu + 251MHz + 201MHz) \tag{3.23}$$

$$n(\nu) = S_{45}n(\nu - \nu_5) + S_{44}n(\nu - \nu_4) + S_{43}n(\nu - \nu_3)$$

$$n(\nu) = \frac{11}{18}n(\nu) + \frac{7}{24}n(\nu + 251MHz) + \frac{7}{72}n(\nu + 251MHz + 201MHz) \tag{3.24}$$

3.3 Simulação numérica

A partir da dedução teórica do sinal de transmissão, foi desenvolvida uma simulação numérica escrita em linguagem C. A simulação foi elaborada com o objetivo de investigar o comportamento do sinal de transmissão, especialmente as oscilações de suas asas quando há modificação de algum parâmetro livre do sistema. As principais equações utilizadas no programa numérico são:

A expressão da transmissão do sinal

$$T = \frac{I_t}{I_0} = \frac{(1-R)^2 e^{-\alpha L}}{(1-Re^{-\alpha L})^2 + 4Re^{-\alpha L} sen^2(\frac{\phi}{2})} \tag{3.25}$$

onde:

$$\alpha(\nu) = \frac{11}{18}\alpha(\nu) + \frac{7}{24}\alpha(\nu + 251MHz) + \frac{7}{72}\alpha(\nu + 251MHz + 201MHz) \tag{3.26}$$

e

$$n(\nu) = \frac{11}{18}n(\nu) + \frac{7}{24}n(\nu + 251MHz) + \frac{7}{72}n(\nu + 251MHz + 201MHz) \tag{3.27}$$

com a fase do campo, dada por:

$$\phi = \frac{4\pi}{c} nL\nu cos\theta \tag{3.28}$$

O programa está reproduzido nesta dissertação (Apêndice A).

3.3.1 Parâmetros livres para o ajuste teórico

Na simulação do sinal ressonante com caráter oscilatório nas asas, os parâmetros livres que foram variados para o estudo do sinal foram: a densidade atômica (N), a espessura da célula (L) e o alargamento colisional do vapor atômico (Γ_{col}). Para cada parâmetro modificado, mantinham-se fixos os outros parâmetros restantes do sistema. Dessa forma foi analisado o comportamento do sinal e sua relação com o parâmetro modificado. Os resultados referentes à simulação do sinal de transmissão encontram-se no capítulo 5.

Capítulo 4

Sistema experimental

Neste capítulo iremos descrever a montagem experimental usada para o estudo do sinal de transmissão de um feixe laser por uma cavidade interferométrica de baixa qualidade com vapor ressonante, assim como para a exploração desse sinal para travar a frequência do laser fora da ressonância atômica. Vamos iniciar com uma descrição do átomo de césio e de sua estrutura. Adiante descreveremos os componentes e sistemas óticos utilizados no nosso trabalho experimental, tais como: absorção saturada, fonte laser, isolado óptico, lâmina de meia onda, polarizador e célula.

A representação da montagem experimental desenvolvida para este trabalho está inserida na subseção (4.8).

4.1 Átomo de Césio

O césio é um metal alcalino que encontra-se líquido a temperaturas acima de 29 °C e é altamente reativo com a água. Ele possui número atômico Z=55 e contém 1 elétron na camada de valência. Sua distribuição eletrônica é

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^1 = 6s^1$$

onde o elétron que se encontra mais afastado do núcleo, no nível 6s, poderá ser excitado para outros subníveis superiores.

O átomo utilizado no nosso experimento é o ^{133}Cs na transição atômica $6S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 6P_{\frac{3}{2}}$ (conhecida como linha D_2 do Césio). Os níveis e transições relevantes para o esse trabalho estão representados na figura (4.1).

A interação entre o momento angular orbital $\vec{L}$ do elétron e o momento angular de

spin $\vec{S}$ do átomo é dominado acoplamento spin-órbita, o qual dá origem à estrutura fina do átomo.

O momento angular total do elétron é dado por:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \tag{4.1}$$

e os valores possíveis de J para $L = 1$ são $J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ (nível $6P$).

A estrutura hiperfina do átomo é o resultado do acoplamento de momento angular total do elétron, $\vec{J}$, com o momento angular do spin nuclear $\vec{I}$. Dessa forma, o momento angular $\vec{F}$ total do átomo é dado por [24]

$$\vec{F} = \vec{L} + \vec{S} + \vec{I} = \vec{J} + \vec{I} \tag{4.2}$$

O elétron no nível $6s$ têm números quânticos $l = 0$ e $s = \frac{1}{2}$, o que resulta em $j = \frac{1}{2}$ e $F = 3, 4$. Esse nível descrito em notação espectroscópica será $6S_{\frac{1}{2}}$, onde o número 6 é o número quântico principal do elétron, S representa o subnível ($L = 0$) e o sobrescrito refere-se ao valor do número quântico J. Para o primeiro estado excitado $6p$, têm-se o número quântico $l = 1$, então $J = \frac{1}{2}$ ou $J = \frac{3}{2}$, o que fornece $F = 3, 4$ e $F = 2, 3, 4, 5$, respectivamente. Este nível é referente a $6P_{\frac{1}{2}}$ e $6P_{\frac{3}{2}}$ na notação espectroscópica [24].

A linha D_1 do césio é a transição $6S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 6P_{\frac{1}{2}}$ e a linha D_2 é a transição $6S_{\frac{1}{2}} \rightarrow 6P_{\frac{3}{2}}$.

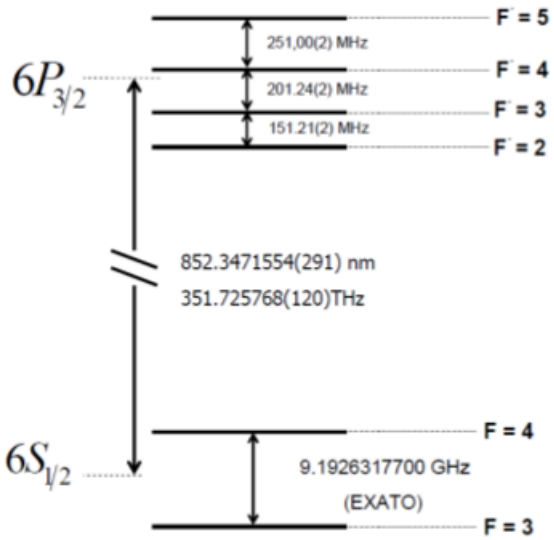


Figura 4.1: Diagrama de níveis da linha D2 do átomo de césio com a estrutura hiperfina para os níveis fundamentais e excitados.

4.2 Fonte laser

A luz laser (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, ou seja, amplificação da luz por emissão estimulada de radiação) é emitida através de um processo de amplificação ótica baseado na emissão estimulada, proposto por Albert Einstein em 1916 [25]. Os lasers são largamente usados em diversas áreas na ciência devido às suas propriedades especiais [25], são elas:

- Coerência: os fótons da luz laser possuem uma relação de fase definida;
- Luz monocromática: a luz laser possui frequência e comprimento de onda bem definidos;
- Direcionalidade: o feixe de luz produzido por um laser, quando colimado, se propaga paralelamente ao eixo de propagação, o que o faz divergir muito menos que um feixe de luz comum.

Os princípios de operação de um laser são baseados em três elementos essenciais [25]:

1. Meio de ganho;
2. Mecanismo de bombeio;
3. Mecanismo de realimentação.

O meio de ganho de um laser é o meio material que se encontra dentro da cavidade ótica e ocorre a inversão de população, ou seja, os elétrons de um nível inferior do meio são bombeados para um nível de energia maior. Quando um elétron decai para nível de menor energia, ocorre a emissão de um fóton. Esse processo pode ser estimulado por outro fóton, e o ganho é obtido quando a taxa de emissão estimulada é maior que a de emissão espontânea. Os lasers se distinguem pelo tipo de meio que produz o ganho óptico. A condição fundamental para o funcionamento é que o ganho seja maior que as perdas [26].

Para manter a inversão de população no meio e assim o funcionamento do laser é necessário um mecanismo de bombeio o qual pode ser óptico, por colisão ou por injeção de corrente elétrica na junção semicondutora (no caso de um laser semicondutor).

O mecanismo de realimentação é realizado através das múltiplas reflexões da radiação em espelhos (geralmente esféricos) formando uma cavidade ressonante [17]. Um esquema típico de um laser é ilustrado na figura (4.2)

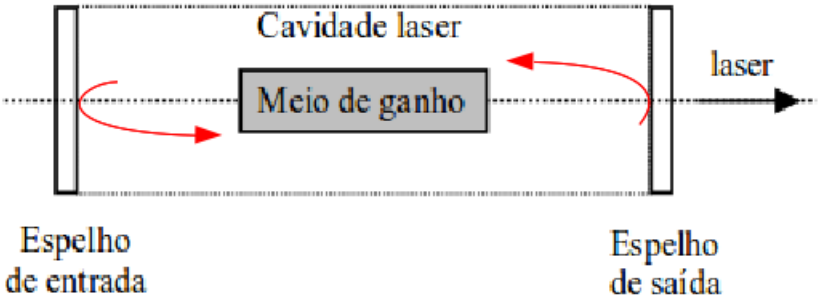


Figura 4.2: Esquema de princípio de um laser.

Para o nosso experimento, o laser utilizado foi um diodo laser semicondutor (discutiremos seu funcionamento na próxima seção), alimentado por uma fonte de corrente e com temperatura controlada por um circuito eletrônico. A corrente em que ele trabalha é em torno de 80 mA para emitir uma potência em torno de 42,3 mW no comprimento de onda da ressonância da linha D_2 do césio que é 852,351 nm. O diodo laser é de modelo SDL-SPECIAL AV 222 do tipo AlGaAs com heteroestrutura que possui em seu chip semicondutor uma estrutura integrada com refletores de Bragg para seleção da frequência e um elemento Peltier integrado na cápsula (cápsula tipo TO-3) para corrigir variações de temperatura.

A montagem deste laser foi feita com os elementos para o controle de temperatura e a lente objetiva em um suporte de alumínio, conforme a figura (4.3):

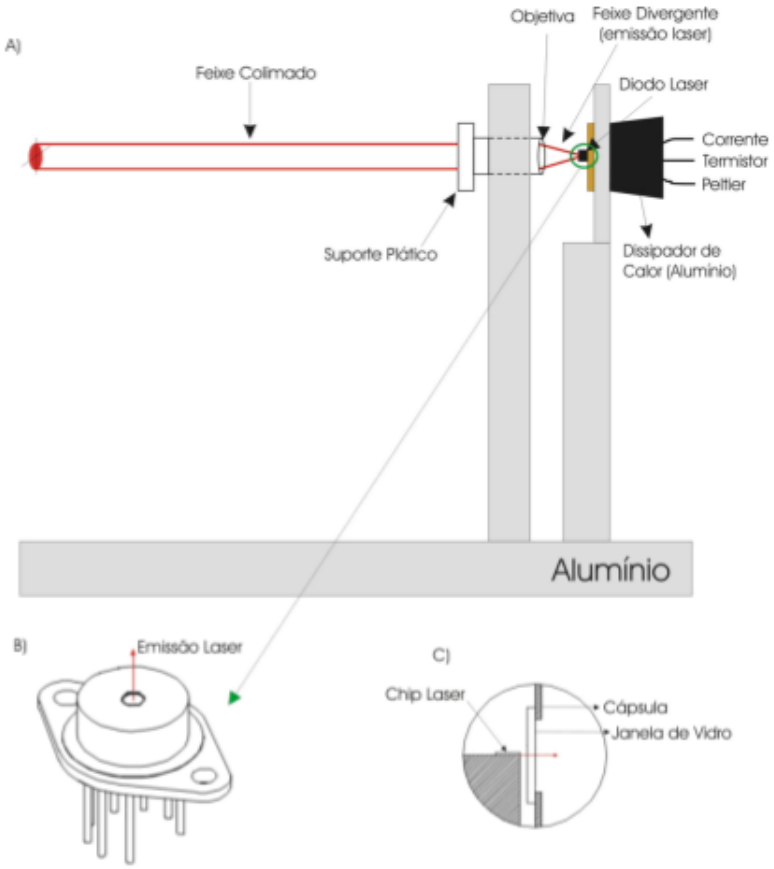


Figura 4.3: (a) Ilustração do suporte de alumínio onde estão montados o diodo laser e os elementos para controle de temperatura e colimação. (b) Visão externa de um diodo laser com encapsulamento TO-3. Esse laser possui um elemento Peltier que permite controlar a temperatura do laser. (c) Visão interna de um diodo laser com encapsulamento TO-3.

Após sua montagem, o feixe do laser foi colimado e o sistema foi isolado dentro de uma caixa de acrílico, com o intuito de proteger o conjunto da poeira e de pertubações térmicas e mecânicas, para limitar alterações na frequência do laser (figura 4.4).

4.2.1 Características de um laser semicondutor

A luz emitida por um laser semicondutor (laser de diodo) surge da recombinação de elétrons com buracos numa junção p-n quando uma corrente flui através do diodo [27, 28]. Um elétron da banda de condução da camada tipo n recombina-se com um buraco da camada tipo p, emitindo na forma de radiação eletromagnética, como mostra a figura (4.5).

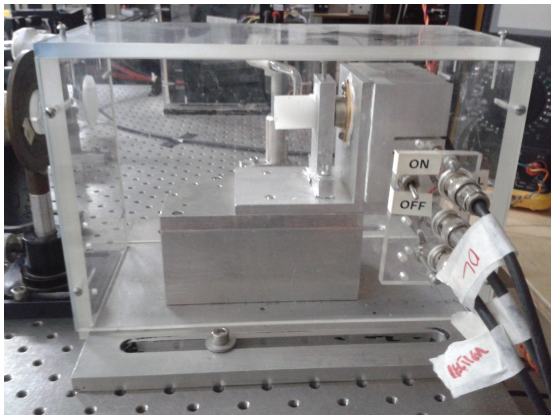


Figura 4.4: Fotografia da fonte laser utilizada em nosso experimento

Entre essas duas camadas há uma região conhecida como região ativa ou região de depleção (figura 4.6).

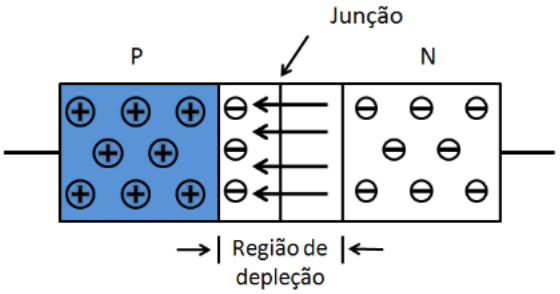


Figura 4.5: Estrutura interna de um laser semicondutor.

A energia do gap entre as bandas de valência e de condução é aproximadamente igual à energia liberada pelos pares elétron-buraco [29]. Porém, os fótons também podem ser absorvidos em um processo inverso produzindo um par elétron-buraco.

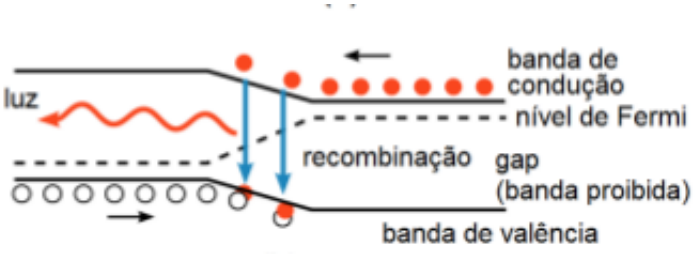


Figura 4.6: Esquema de uma junção p-n. Um elétron decai da banda de condução para a de valência emitindo fóton.

Para o funcionamento de um laser de diodo são necessários um meio ativo para amplificar a radiação eletromagnética que se propaga no seu interior e um mecanismo de retroalimentação óptica para confinar a radiação [26].

A cavidade óptica é formada pelas duas faces paralelas do diodo que atuarão como espelhos. As superfícies laterais do meio de ganho possuem índice de refração maior que o do meio, assim o meio se comportará como um guia de onda para a radiação [29]. As sucessivas reflexões nestes espelhos aumentam a intensidade de radiação, condição necessária para a ação laser em um determinado modo da cavidade. A combinação linear dos modos longitudinais e transversais da radiação forma o feixe resultante que se propaga ao sair da cavidade. A figura (4.7), mostra uma ilustração de um laser semicondutor.

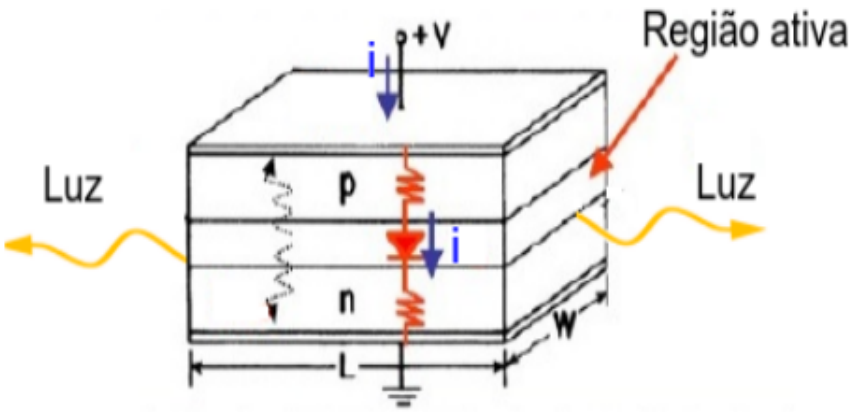


Figura 4.7: Esquema externo de um laser semicondutor

4.3 Células com vapor atômico

Utilizamos duas células com vapor atômico de césio no experimento. Uma para a montagem auxiliar de absorção saturada, outra para gerar o sinal que permitirá travar o laser. Para a absorção saturada utilizamos uma célula de vidro que possui um tubo e um corpo de dimensões 2 cm de comprimento e 2 cm de diâmetro à temperatura ambiente (figura 4.8). A célula principal consiste em um corpo de vidro cujas dimensões são 2 cm de altura e 1 mm de espessura e um tubo de vidro em formato de L invertido . A parte inferior da célula é o reservatório que serve de depósito para o césio em fase condensada e a parte superior é o corpo da célula que possui duas janelas óticas que é onde acontece a incidência e transmissão do feixe laser (figura 4.9).

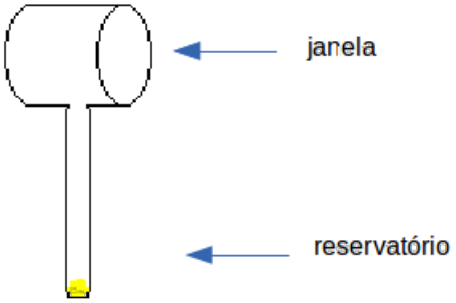


Figura 4.8: Esquema ilustrativo da célula utilizada no experimento da absorção saturada. A janela e o reservatório estão indicados.

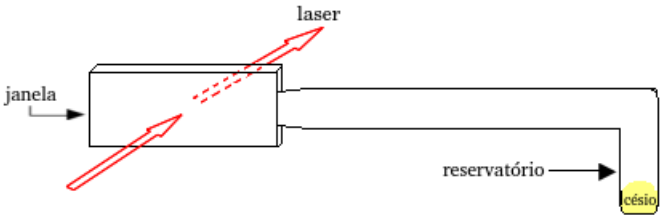


Figura 4.9: Esquema ilustrativo da célula principal utilizada no experimento para gerar o sinal que permitirá travar o laser. A janela e o reservatório estão indicados.

Foram colocados dois termopares, um em contato com o reservatório e o outro com o corpo da célula, com a finalidade de medir a temperatura nesses locais através da leitura da tensão existente entre as extermidades de seus terminais. As tensões medidas nos termopares permitem encontrarmos a temperatura equivalente por meio de uma tabela (figura 4.10) especificada abaixo.

0	0.000	0.039	0.079	0.119	0.158	0.198	0.238	0.277	0.317	0.357	0.397	0
10	0.397	0.437	0.477	0.517	0.557	0.597	0.637	0.677	0.718	0.758	0.798	10
20	0.798	0.838	0.879	0.919	0.960	1.000	1.041	1.081	1.122	1.163	1.203	20
30	1.203	1.244	1.285	1.326	1.366	1.407	1.448	1.489	1.530	1.571	1.612	30
40	1.612	1.653	1.694	1.735	1.776	1.817	1.858	1.899	1.941	1.982	2.023	40
50	2.023	2.064	2.106	2.147	2.188	2.230	2.271	2.312	2.354	2.395	2.436	50
60	2.436	2.478	2.519	2.561	2.602	2.644	2.685	2.727	2.768	2.810	2.851	60
70	2.851	2.893	2.934	2.976	3.017	3.059	3.100	3.142	3.184	3.225	3.267	70
80	3.267	3.308	3.350	3.391	3.433	3.474	3.516	3.557	3.599	3.640	3.682	80
90	3.682	3.723	3.765	3.806	3.848	3.889	3.931	3.972	4.013	4.055	4.096	90
100	4.096	4.138	4.179	4.220	4.262	4.303	4.344	4.385	4.427	4.468	4.509	100
110	4.509	4.550	4.591	4.633	4.674	4.715	4.756	4.797	4.838	4.879	4.920	110
120	4.920	4.961	5.002	5.043	5.084	5.124	5.165	5.206	5.247	5.288	5.328	120
130	5.328	5.369	5.410	5.450	5.491	5.532	5.572	5.613	5.653	5.694	5.735	130
140	5.735	5.775	5.815	5.856	5.896	5.937	5.977	6.017	6.058	6.098	6.138	140
150	6.138	6.179	6.219	6.259	6.299	6.339	6.380	6.420	6.460	6.500	6.540	150
160	6.540	6.580	6.620	6.660	6.701	6.741	6.781	6.821	6.861	6.901	6.941	160
170	6.941	6.981	7.021	7.060	7.100	7.140	7.180	7.220	7.260	7.300	7.340	170
180	7.340	7.380	7.420	7.460	7.500	7.540	7.579	7.619	7.659	7.699	7.739	180
190	7.739	7.779	7.819	7.859	7.899	7.939	7.979	8.019	8.059	8.099	8.138	190
200	8.138	8.178	8.218	8.258	8.298	8.338	8.378	8.418	8.458	8.499	8.539	200
210	8.539	8.579	8.619	8.659	8.699	8.739	8.779	8.819	8.860	8.900	8.940	210
220	8.940	8.980	9.020	9.061	9.101	9.141	9.181	9.222	9.262	9.302	9.343	220
230	9.343	9.383	9.423	9.464	9.504	9.545	9.585	9.626	9.666	9.707	9.747	230
240	9.747	9.788	9.828	9.869	9.909	9.950	9.991	10.031	10.072	10.113	10.153	240
°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	°C

Figura 4.10: Tabela de referência da tensão em relação à temperatura de um termopar [24].

A célula principal foi aquecida para haver alta densidade atômica e assim realizar o experimento, logo foi construído um forno isolado do ambiente que envolve a célula para manter a sua temperatura equilibrada. Já a célula para absorção saturada foi utilizada em temperatura ambiente e não houve necessidade de um forno.

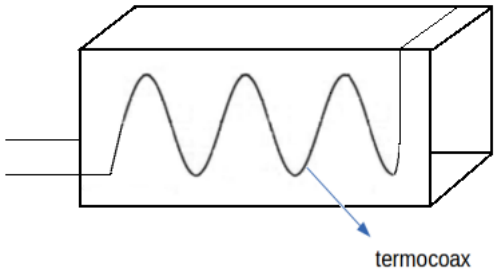
Segue adiante os principais procedimentos realizados para sua contrução.

O forno é composto de duas partes:

- Forno externo (comporta toda a célula);
- Forno interno (envolve apenas a janela da célula).

Para o aquecimento da parte superior da célula (janelas), utilizamos uma peça de

alumínio (forno interno) envolvida com um fio termocoax que é próprio para gerar o aquecimento necessário. Essa peça foi fixada ao forno externo, o qual comportará toda a célula. A figura 4.11-(a) ilustra o forno interno que é responsável pelo aquecimento da janela.



(a)

(b)

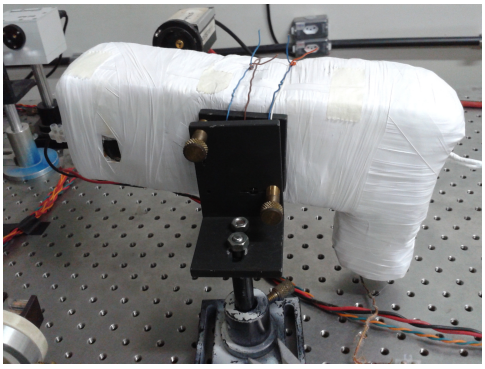
Figura 4.11: (a) Ilustração do forno interno construído para aquecer a janela da célula. (b) Fotografia de uma resistência tipo coleira usada para aquecer o reservatório da célula

Já para o aquecimento do reservatório, foi utilizada uma resistência tipo coleira de valor 200Ω, de dimensões 5 cm de diâmetro e 8 cm de comprimento, revestida internamente com papel alumínio, metal e uma tela, com a finalidade de obtermos um aquecimento mais uniforme no reservatório. A resistência foi colocada no interior do forno externo bem próxima ao reservatório (figura 4.11-(b)). Entre a parte superior (janelas) e a parte inferior (reservatório), foi inserida uma placa feita de alumínio e revestida com fita teflon para isolar termicamente uma região da outra.

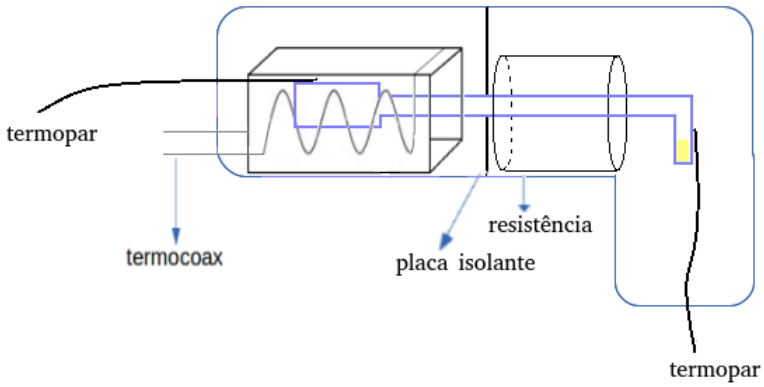
Finalmente, o conjunto célula-forno é isolado termicamente do meio externo através de lã de vidro, papel alumínio e fita teflon. Esses materiais permitem uma distribuição uniforme do aquecimento. Nas laterais do forno, são colocadas duas lâminas de vidro que

permitem a passagem do feixe de laser dentro da célula. Os terminais das resistências da célula são conectados externamente a uma fonte que fornecerá corrente elétrica para gerar o aquecimento através do efeito Joule.

Para facilitar o alinhamento da célula e para possíveis modificações do ângulo de reflexão do feixe na célula, a célula possui graus de liberdade nas direções azimutal e polar.



(a)



(b)

Figura 4.12: (a) Fotografia do forno utilizado no experimento. O forno é revestido com lã de vidro e fita teflon para melhor isolamento e acoplado a um suporte que possui graus de liberdade nas direções azimutal e polar. (b) Parte interna do forno. A janela é aquecida por meio de um forno menor envolvido por uma resistência tipo termocoax, já o reservatório é aquecido através de uma resistência tipo coleira. Ambos possuem termopares que permitem a leitura das temperaturas locais. A placa isolante funciona como uma parede isolando termicamente a janela e o reservatório.

4.4 Absorção saturada

A absorção saturada é uma técnica experimental que usamos para determinar a frequência do laser com resolução sub-Doppler [30].

A montagem é mostrada na figura (4.13). Ela consiste, basicamente, em fazer passar dois feixes de luz contrapropagantes em uma célula de vidro contendo um vapor atômico. No nosso experimento, foi utilizado o átomo de césio, à temperatura ambiente, sendo um dos dois feixes suficientemente intenso (feixe de bombeio), que irá saturar as transições hiperfinas e o segundo feixe de baixa intensidade (feixe sonda), será contrapropagante ao feixe bombeio e terá mesma frequência que o primeiro (ω_l) [30].

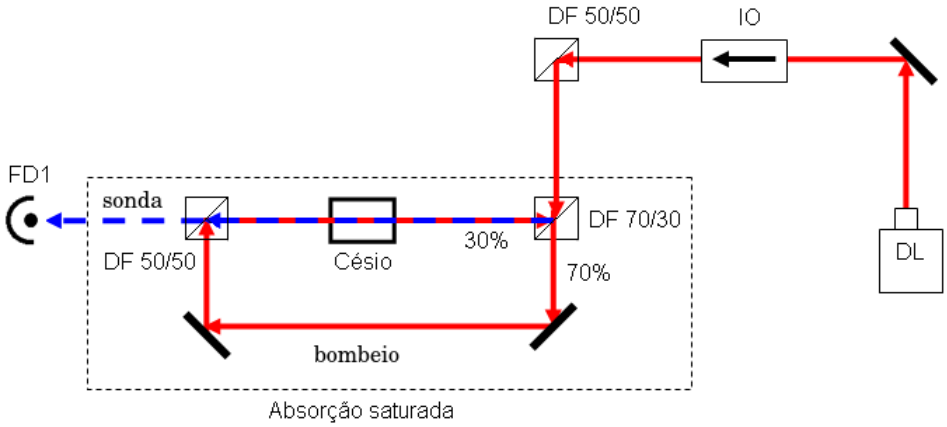


Figura 4.13: Esquema da absorção saturada; diodo laser (DL), fotodetector (FD), divisor de feixe (DF), isolador óptico (IO)

Cada átomo possui frequência de ressonância ω_0 e devido ao efeito Doppler, os átomos na classe de velocidade $\vec{v}$ obedecendo a relação $\vec{K}.\vec{v} = 0$, onde $\vec{K}$ é o vetor de onda do feixe, irão interagir simultaneamente com os dois feixes na ressonância. Considerando a frequência da radiação incidente ω_l no meio atômico, um átomo com velocidade $\vec{v}$ verá o feixe de bombeio com frequência

$$\omega_b = \omega_l - \vec{K_b}.\vec{v} = \omega_l + K\upsilon$$

$$\omega_b = \omega_l(1 + \frac{\upsilon}{c}) \tag{4.3}$$

enquanto o feixe sonda terá frequência

$$\omega_s = \omega_l - \vec{K_s}.\vec{v} = \omega_l - K\upsilon$$

$$\omega_s = \omega_l(1 - \frac{\upsilon}{c}) \tag{4.4}$$

onde υ é a velocidade do átomo e $|\vec{K}_b| = |\vec{K}_s| = K = \frac{\omega_l}{c}$ com K_b=-K_s=-K.

Quando $\omega_s = \omega_b = \omega_0$, os átomos na classe de velocidade $v = 0$ ($\vec{v}$ perpendicular a $\vec{K}$) absorvem a radiação do feixe de bombeio: a transição é saturada e o meio se torna transparente para o feixe sonda. Para essa frequência, veremos então um pico de transmissão na curva de absorção do feixe sonda. Para átomos multiníveis, são observados vários picos referentes a cada transição hiperfina possível, além do surgimento de picos de cruzamento de níveis conhecido como *cross over*. Estes picos de *cross over* surgem quando átomos com velocidade υ estão em ressonância com o feixe bombeio em uma transição e com o feixe sonda em outra transição.

Consideremos ω_1 e ω_2 como sendo as frequências dessas duas transições do átomo, onde o átomo "vê"o feixe sonda na frequência $\omega_s = \omega_1$ e o de bombeio na frequência $\omega_b = \omega_2$. Usando as equções (4.3) e (4.4) então, somando essas equações e isolando ω_l, obtemos

$$\omega_l = \frac{(\omega_s + \omega_b)}{2} = \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2} \tag{4.5}$$

De acordo com a equação (4.5), os pontos de *cross over* representam o ponto médio de duas transições hiperfinas. A figura (4.14) mostra a representação do espectro da absorção saturada para o átomo de césio.

Como podemos observar, para o átomo de césio, existem três níveis excitados na transição $F = 4 \rightarrow F' = 3, 4, 5$ que correspondem a três picos na absorção saturada (frequências ω_{43}, ω_{44} e ω_{45}), e os outros três picos são os *cross over* C34, C35 e C45 de frequências $\frac{\omega_{43}+\omega_{44}}{2}$, $\frac{\omega_{43}+\omega_{45}}{2}$ e $\frac{\omega_{44}+\omega_{44}}{2}$, respectivamente.

Esta técnica é realizada em uma montagem auxiliar que usamos para calibração da frequência do laser.

Através do divisor de feixe (BS 70/30) que reflete 30% e transmite 70%, os feixes laser (bombeio e sonda) são injetados na célula de césio. Com a finalidade de fazer estes feixes se encontrarem de forma contrapropagante, utilizamos dois espelhos planos para este controle. Por fim, o feixe transmitido na célula incidirá em outro divisor de feixe (BS 50/50) e assim detectado por um fotodetector (FD). A partir deste experimento da absorção saturada, pudemos obter a nossa referência em frequência a fim de sintonizar o

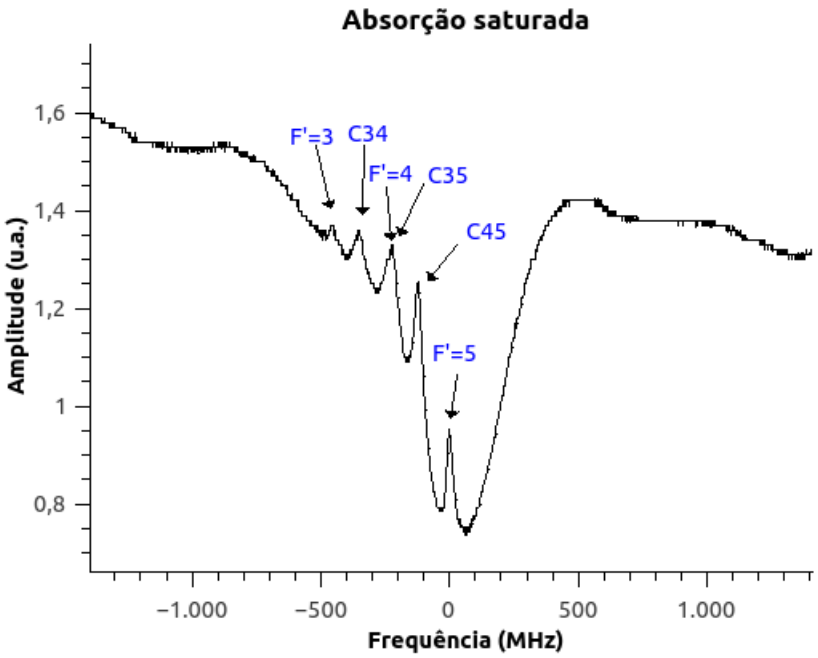


Figura 4.14: Espectro de absorção saturada a partir do nível fundamental $F = 4$, obtido para a linha D2 do césio e observado em um osciloscópio. Notação: $F' = i \iff$ transição $F = 4 \rightarrow F' = i$; $C_{ij} \iff$ *cross over* $F' = i$ e $F' = j$

laser na frequência desejada.

4.5 Isolador óptico

O isolador óptico é um dispositivo que permite a passagem da luz do laser para o experimento, mas impede retornos óticos no laser devidos a eventuais reflexões na montagem experimental. Este isolador tem seu funcionamento baseado no efeito Faraday que é a propriedade de um material de girar o plano de polarizacão da luz ao estar inserido em um campo magnético (figura 4.15). A rotação da polarização é proporcional à intensidade do campo magnético e ao comprimento atravessado, e depende da frequência da luz [31].

A figura (4.15) mostra um esquema de isolador óptico onde a luz, ao passar pela entrada com polarização P_1 é girada 45 graus no sentido horário, pois o meio é sujeito a um campo magnético $\vec{B}$ e depois passa pela saída com polarização P_2. A luz refletida pelos componentes ópticos (em direção ao laser) passa por P_2, gira 45 graus no sentido anti-horário e é bloqueada pelo polarizador P_1, sendo assim impedida de retornar ao laser.

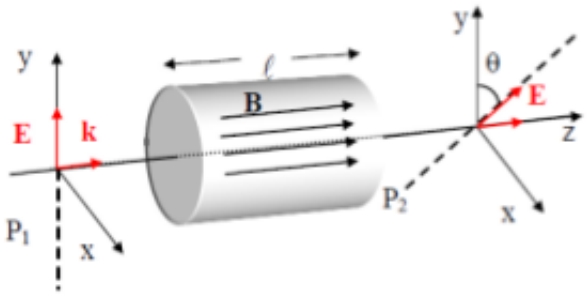


Figura 4.15: Esquema externo de um isolador óptico

4.6 Lâmina de meia onda e polarizador

O polarizador é um filtro que só permite a passagem da luz polarizada em uma direção específica. A polarização para o nosso experimento é caracterizada por um campo oscilante em um plano paralelo à mesa.

A lâmina de meia onda é um dispositivo baseado na birrefringência de cristais. Os átomos de um material birrefrigente são organizados de tal forma que introduzem uma diferença de fase relativa na propagação de duas componentes ortogonais do campo elétrico, alterando o estado da polarização da luz [26]. Supondo que uma onda de intensidade unitária incide sobre esta lâmina, a onda sendo polarizada com o vetor do campo elétrico formando um ângulo θ com o eixo óptico do cristal. A componente do campo paralela ao eixo ótico é dada por $cos\theta$, e a perpendicular é dada por $sen\theta$. Esta dupla refração é devida ao fato de o cristal possuir uma direcão particular (eixo de birrefrigência ao eixo ótico) com índice de refração n_0 (ordinário) diferente do índice nas direções perpendiculares n_E (extraordinário) [32]. O raio extraordinário é polarizado no plano que contém o eixo de birrefringência e o raio ordinário perpendicularmente ao eixo (figura 4.16).

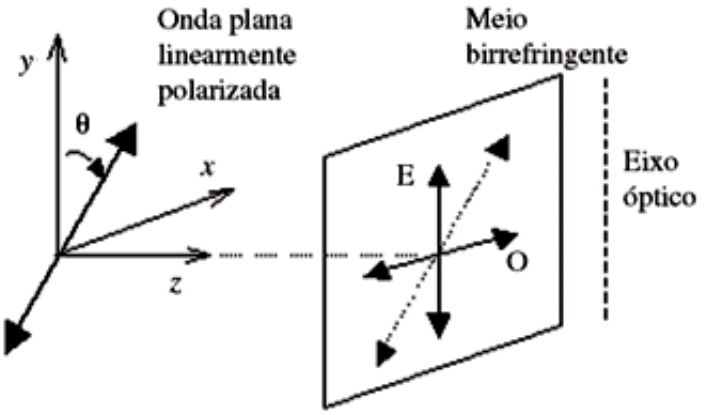


Figura 4.16: Esquema ilustrativo de uma fonte de onda plana linearmente polarizada incidindo em um meio birrefrigente com ângulo θ em relação ao eixo óptico do meio (direção y), onde as componentes extraordinárias (E) e ordinária (O) estão indicadas.

A defasagem relativa adquirida pelos dois raios ao atravessar uma lâmina de espessura l é então $\Delta\theta = \frac{2\pi}{\lambda}.(n_e - n_0)l$. Em nosso aparato experimental utilizamos uma lâmina de meia onda e um polarizador, dispostos um após o outro, com o intuito de controlar a intensidade do feixe laser no experimento. A defasagem introduzida entre as duas componentes de polarização ao atravessar uma lâmina de meia onda é $\Delta\theta = \frac{2\pi}{\lambda}.\frac{\lambda}{2} = \pi$. Então, na saída da lâmina, a polarização ainda é linear, mas a polarização resultante girou de 2θ. A luz proveniente do isolador óptico é linear e ao passar pela lâmina de meia onda tem sua polarização girada. Em seguida, a luz é transmitida para o polarizador que por sua vez fará com que apenas a componente do campo elétrico na direção do eixo do polarizador seja transmitida. Isso quer dizer que se girarmos a lâmina de meia onda, estaremos girando a polarização linear da luz, desse modo alteramos a amplitude da componente paralela ao eixo do polarizador e a intensidade da luz transmitida por ele.

4.7 Montagem e procedimento experimentais

A figura (4.17), mostra o esquema experimental completo utilizado para a geração do sinal de erro, que por sua vez será usado para travarmos a frequência do laser nas asas da ressonância atômica.

O feixe laser é sintonizado em torno da linha D2 do césio e é primeiramente transmitido para um isolador óptico que tem a finalidade de evitar retornos ópticos no laser devido a reflexões geradas no próprio experimento. Logo após, parte do laser é enviada para o esquema experimental da absorção saturada a fim de obtermos a nossa referência

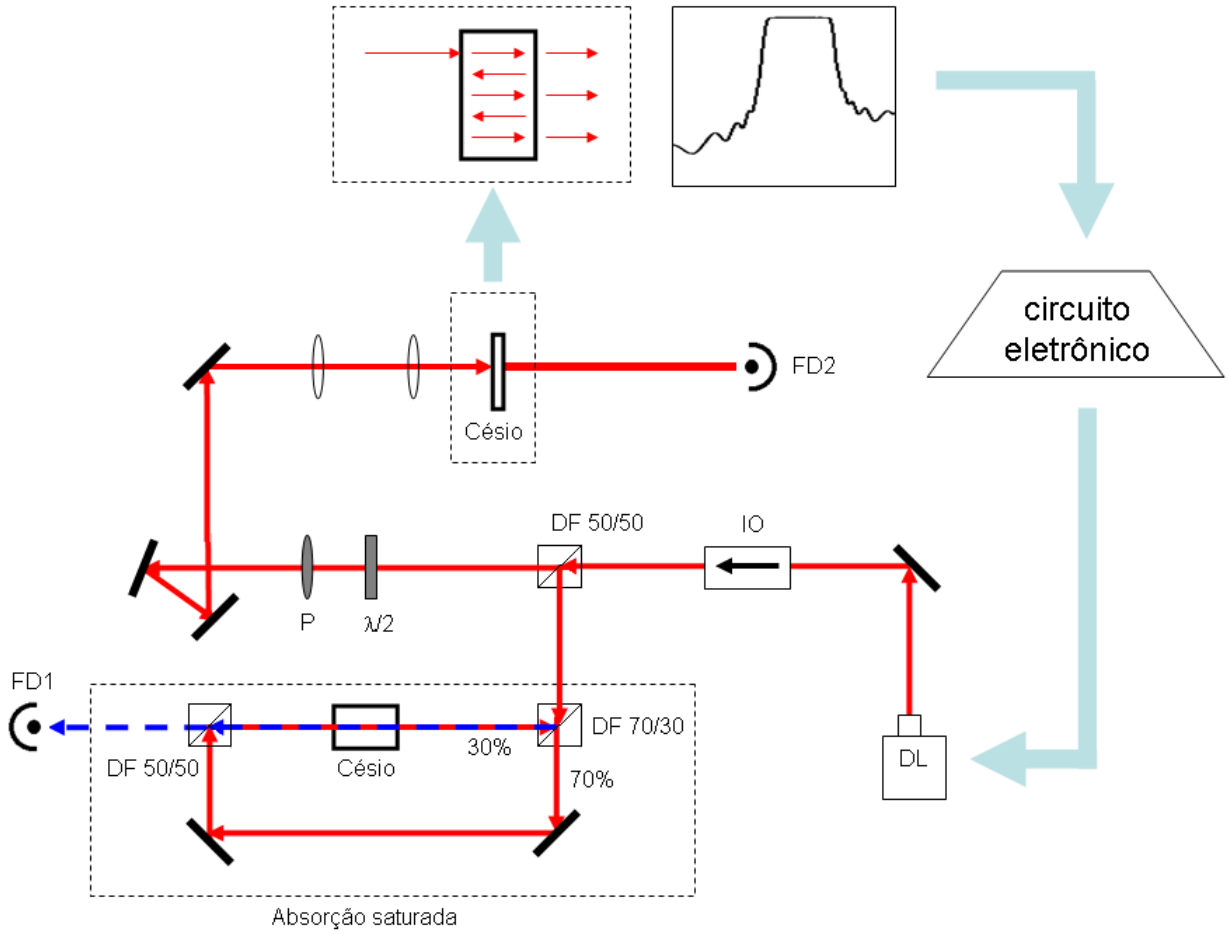


Figura 4.17: Esquema experimental desenvolvido no laboratório para a geração de um sinal de erro nas asas da ressonância D_2 do césio.

em frequência.

A outra parte do feixe passa pelo conjunto lâmina de meia onda e polarizador que permite controlar sua intensidade, particularmente para obtermos uma baixa potência do feixe laser e não saturar o experimento. Antes de chegar na célula, o feixe passa por um telescópio onde terá o seu diâmetro diminuído de 2 mm para 1,5 mm.

Por fim, o laser incide na célula com vapor quente de césio, onde é refletido múltiplas vezes. O sinal de transmissão é então detectado por um fotodetector e visualizado em um osciloscópio.

Com isso, o sinal de erro será utilizado para o travamento do laser, através da ação de um circuito eletrônico como será explicado a seguir, na seção 4.9.

4.8 Descrição de um espectro

O sinal de transmissão é detectado através da incidência do feixe laser numa célula contendo vapor de césio. O espectro deste sinal é correspondente à absorção total na ressonância atômica, devido à alta densidade atômica, e possui um caráter oscilatório em suas asas, que correspondem a regiões fora da ressonância.

A explicação para estas oscilações é que a célula possui paredes internas paralelas e de pouca refletividade, o que sugere um comportamento similar ao de uma cavidade de Fabry-Pérot de baixa qualidade. Esse fato produz um perfil espectral oscilante nas asas do sinal de transmissão que pode ser utilizado para realizar o travamento do laser (figura 4.18).

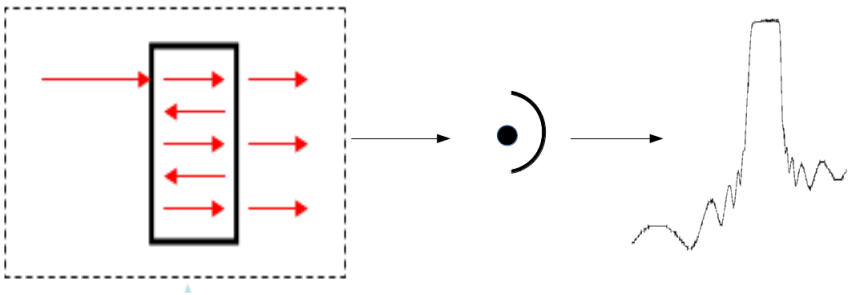


Figura 4.18: Esquema de um sinal de transmissão gerado através da resultante das múltiplas reflexões do feixe laser dentro da célula com vapor de césio. O sinal é detectado por um fotodetector e observado por meio de um osciloscópio.

4.9 Aplicação: Travamento da frequência do laser

Em muitos casos no campo da física atômica e molecular, é comum a exigência da estabilidade da frequência do laser. Existem algumas técnicas que são utilizadas para travar a frequência do laser na ressonância atômica (dentro de uma largura de linha Doppler) evitando possíveis desvios da frequência devido a flutuações térmicas e de outros parâmetros do próprio laser que o faz se afastar da ressonância. Podemos citar como exemplos de técnicas, um método que utiliza a forma de linha dispersiva gerada a partir das propriedades não lineares de um vapor atômico [5, 6] e a técnica de estabilização DAVLL (Dichroic Atomic Vapor Laser Lock) que estabiliza a frequência do laser por dicroísmo de vapor atômico [7].

Entretanto, também é interessante poder travar a frequência do laser fora da ressonância atômica, pois em certos experimentos no campo da física atômica e molecular é preciso que a frequência do laser, dessintonizada de alguns GHz da ressonância seja estável. Como exemplo, podemos ressaltar experimentos que usam laser Raman, onde o mesmo é dessintonizado por centenas de MHz da ressonância, manipulação de átomos frios em redes ópticas formadas por campo de laser localizado a alguns GHz da ressonância, mistura de quatro onda, dentre outros.

Existe uma técnica de estabilização da frequência fora da ressonância, onde é utilizado o efeito Faraday através de um campo magnético aplicado a uma célula aquecida contendo um vapor de Rubídio. O travamento é feito usando um sinal de erro que é gerado a partir da rotação da polarização do feixe laser ao atravessar o vapor atômico. Foi demonstrado o travamento da frequência fora da ressonância em torno de 6-14GHz (dessintonizações para o vermelho e azul) de um laser que emite em torno de 780 nm na transição ^{85}Rb D_2 $5^2S_{\frac{1}{2}}$ $F = 2 \rightarrow 5^2P_{\frac{3}{2}}$ $F' = 3$ [8].

Outra técnica consiste em utilizar de um gás "tampão" para realizar o travamento da frequência do laser fora da ressonância atômica. Foi demonstrado a estabilização de um laser emitindo num comprimento de onda de 795 nm dessintonizado até 550 MHz da transição ^{87}Rb $5S_{\frac{1}{2}}$ $F = 2 \rightarrow 5P_{\frac{1}{2}}$ $F' = 2$ [33].

Por fim, a última técnica que iremos citar trata do travamento da frequência de um laser é utilizado um espectro sub-Doppler através da espectroscopia de polarização com base na medição de parâmetros de Stokes da luz transmitida através de uma célula de vapor contendo Rubídio. Nessa técnica, a frequência do laser foi estabilizada na faixa de centenas MHz do centro da transição $5S_{\frac{1}{2}}$ $F = 2 \rightarrow 5P_{\frac{3}{2}}$ $F' = 1, 2, 3$ em ^{87}Rb [34].

No nosso experimento utilizamos um circuito eletrônico para travar a frequência do laser nas asas de uma linha atômica no flanco de uma das estruturas observadas no sinal de transmissão discutido anteriormente (veja figura 4.18). A existência de estruturas espectrais nas asas da absorção atômica representa uma oportunidade de gerar um sinal de erro para travar a frequência do laser longe do centro da linha atômica. Estabilizamos um laser que emite num comprimento de onda de $852,351$ nm com dessintonização na faixa de $0,8$ GHz e $2,4$ GHz do centro da transição $6S\frac{1}{2} \rightarrow 6P\frac{3}{2}$ em $^{133}C_s$ (conhecida como linha D_2 do césio).

A técnica que utilizamos é bastante simples e seu procedimento será explicado nesta

seção. Para que possamos travar em uma determinada frequência do laser, é necessária, a obtenção de um sinal de dispersão o qual servirá como a nossa referência. Adotaremos para esta referência, o nome de sinal de erro.

O sinal de erro é detectado na transmissão do feixe laser através de uma célula contendo vapor de átomos de césio. Realizamos uma varredura em frequência em torno da ressonância atômica e observamos um sinal que corresponde a uma absorção total no centro da linha, uma vez que temos uma alta densidade atômica na célula. Além disso, o sinal de transmissão apresenta oscilações nas asas da absorção (ver seção 4.8).

Assim, o procedimento necessário para travar o laser inicia com a obtenção do sinal de erro através do experimento detalhado anteriormente (seções 4.7 e 4.8). Escolhe-se a frequência desejada em um flanco de oscilação do sinal de erro, lembrando que a nossa referência em frequência é dada pela absorção saturada. O sinal de erro ϵ é a subtração de uma voltagem de referência (correspondendo a uma frequência escolhida no flanco de um pico de oscilação), e da voltagem advindo do sinal de transmissão, T (figura 4.19).

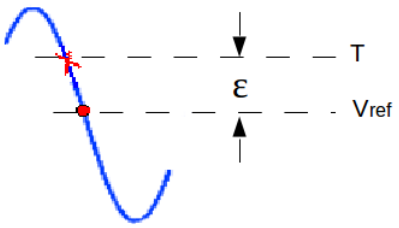


Figura 4.19: Ilustração do sinal de erro ε que é definido como a diferença entre a voltagem de referência correspondente a uma frequência escolhida (V_{ref}) e a voltagem do sinal de transmissão (T).

Esse sinal de erro é amplificado e enviado ao controle de frequência do laser através do circuito eletrônico para corrigir os desvios de frequência do laser (figura 4.20). No laser semicondutor que usamos, a correção é aplicada na corrente de injeção da junção.

O circuito eletrônico utilizado é um controlador proporcional integral (PI)[35]. A atuação de um controlador PI corresponde a soma de uma ação proporcional com uma ação integral. A função do controlador proporcional no PI é produzir um valor na saída proporcional ao erro entre o valor da voltagem de referência (local escolhido para travar o laser) e o valor da voltagem advindo do próprio sinal de transmissão. A resposta proporcional pode ser ajustada com um ganho atribuído ao erro [36]. A função integral soma todos os erros instantâneos e a somatória é multiplicada por uma constante [37].

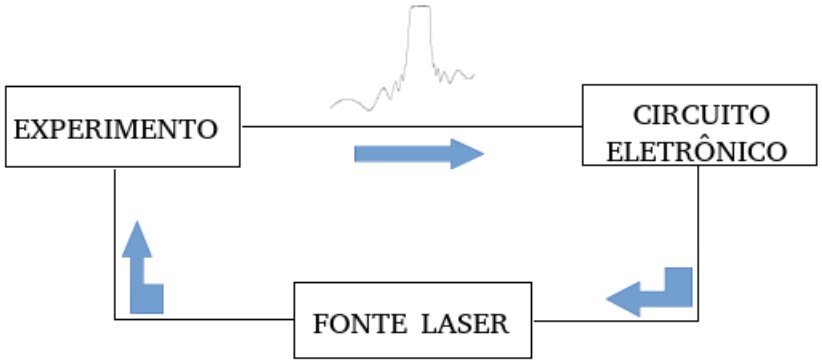


Figura 4.20: Esquema de um travamento do laser

4.10 Caracterização do travamento: Batimento óptico

Exemplos de estabilidade em frequência do laser travado em várias posições do espectro de transmissão estão mostrados nas figuras (5.7) a (5.12) da seção de resultados experimentais.

Para caracterizar quantitativamente a eficiência da estabilização, precisamos usar um discriminador de frequência, que converte flutuações ($\Delta\nu$) de frequência do laser em flutuações (ΔA) de amplitude. Para tanto, podemos por exemplo usar o flanco de um pico de Fabry-Pérot ou da absorção saturada. Usamos o próprio flanco de travamento da frequência: calibramos $\frac{\Delta V}{\Delta \nu}$ para esse flanco, observamos no osciloscópio o sinal ΔV em função do tempo, com a frequência do laser "fixa" e usamos a calibração $\frac{\Delta V}{\Delta \nu}$ para obter o gráfico $\Delta\nu(t)$, como mostrado nas figuras (5.7) a (5.12).

Uma medida mais precisa da estabilidade da frequência consiste em medir a largura do sinal do batimento entre a emissão laser a ser caracterizada e um feixe de referência ou, no nosso caso, entre dois feixes com frequências estabilizadas pela mesma técnica.

Foi desenvolvido um segundo experimento similar ao que foi descrito na seção (4.7) na mesma mesa óptica, com o objetivo da realização de um batimento óptico, no qual foram utilizadas partes dos dois feixes lasers referentes aos dois experimentos. A idéia é superpor os dois feixes lasers (um de cada experimento), com suas frequências travadas próximas uma da outra, e direcioná-los a um detector rápido (figura 4.21)

O objetivo desse procedimento é a formação de um batimento óptico constante, uma vez que as frequências dos dois feixes têm valores bem próximos.

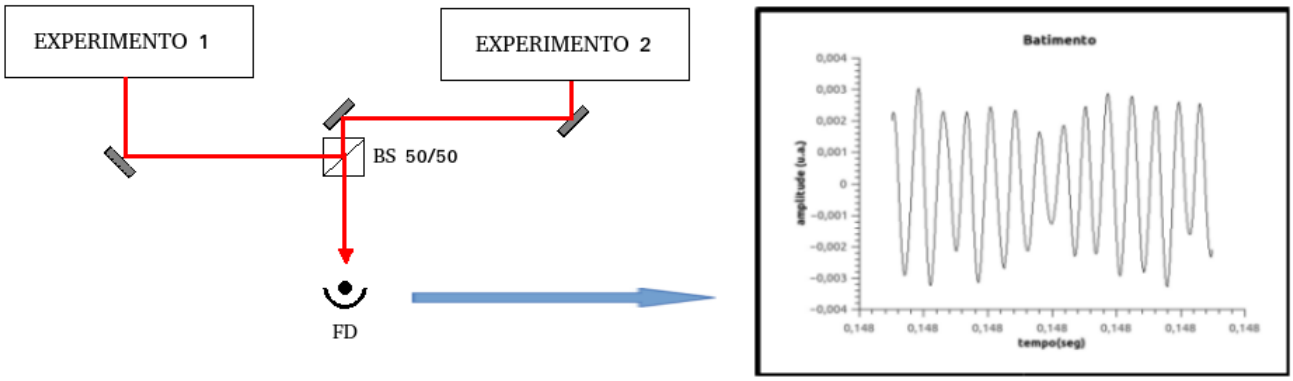


Figura 4.21: Esquema de um batimento óptico. Uma parte do feixe laser de cada um dos dois experimentos é enviada através de um divisor de feixe (BS), detectada por um detector rápido e analisada por um osciloscópio. O sinal de um batimento está mostrado na figura à direita.

4.10.1 Descrição teórica

Vamos considerar duas ondas com amplitudes e polarizações iguais e ângulos de fase inicial zero:

$$E_1 = E_{01}cos(K_1x - \omega_1 t) \tag{4.6}$$

$$E_2 = E_{01}cos(K_2x - \omega_2 t) \tag{4.7}$$

A onda resultante será a soma de (4.6) com (4.7), temos então:

$$E = E_1 + E_2$$

$$E = E_{01}[cos(K_1x - \omega_1 t) + cos(K_2t - \omega_2 t)]$$

$$E = 2E_{01}cos\frac{1}{2}[(K_1x - \omega_1 t + K_2x - \omega_2 t)]cos\frac{1}{2}[(K_1x - \omega_1 t - K_2x + \omega_2 t)]$$

$$E = 2E_{01}cos\frac{1}{2}[(K_1 + K_2)x - (\omega_1 + \omega_2)t]cos\frac{1}{2}[(K_1 - K_2)x - (\omega_1 - \omega_2)t] \tag{4.8}$$

Onde usamos a identidade:

$$cos\alpha + cos\beta = 2cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

Agora, iremos definir a quantidade $\overline{\omega}$ como sendo a frequência angular média e a quantidade $\overline{K}$, o número de onda médio. Do mesmo modo, definimos ω_m e K_m como a frequência de modulação e número de onda de modulação, respectivamente. Ou seja,

$$\overline{\omega} \equiv \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2); \quad \omega_m \equiv \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) \tag{4.9}$$

$$\overline{K} \equiv \frac{1}{2}(K_1 + K_2); \quad K_m \equiv \frac{1}{2}(K_1 - K_2) \tag{4.10}$$

Substituíndo as equações (4.9) e (4.10) em (4.8), temos:

$$E = 2E_{01}cos(K_m x - \omega_m t)cos(\overline{K}x - \overline{\omega}t)$$

onde

$$E_0 = 2E_{01}cos(K_m x - \omega_m t)$$

o que resulta

$$E(x,t) = E_0(x,t)cos(\overline{K}x - \overline{\omega}t) \tag{4.11}$$

No caso em que, $\omega_1 \approx \omega_2$, então $\overline{\omega} >> \omega_m$ e assim, $E_0(x,t)$ irá alterar-se lentamente enquanto $E(x,t)$ irá variar bastante rápido [38].

Sabendo que a intensidade é proporcional ao quadrado do campo elétrico, então:

$$I = {E_0}^2(x,t)$$

$$I = 4{E_{01}}^2 cos^2(K_m x - \omega_m t)$$

$$I = 2{E_{01}}^2[1 + cos(2K_m x - 2\omega_m t)] \tag{4.12}$$

Nota-se que ${E_0}^2(x,t)$ oscila em torno do valor $2{E_{01}}^2$ com frequência angular de $2\omega_m$ ou $(\omega_1 - \omega_2)$, isto é conhecido como *frequência de batimento*.

A figura (4.22), mostra a resultante da superposição de duas ondas com frequências diferentes.

Para realizarmos o batimento entre os dois feixes lasers em nosso experimento, primeiramente fizemos o travamento de um dos lasers em uma determinada frequência localizada no flanco do sinal de transmissão fora da ressonância. Em seguida, travamos o segundo laser em uma frequência de valor próximo à frequência em que o primeiro laser foi travado. O travamento do segundo laser foi realizado em um experimento similar ao

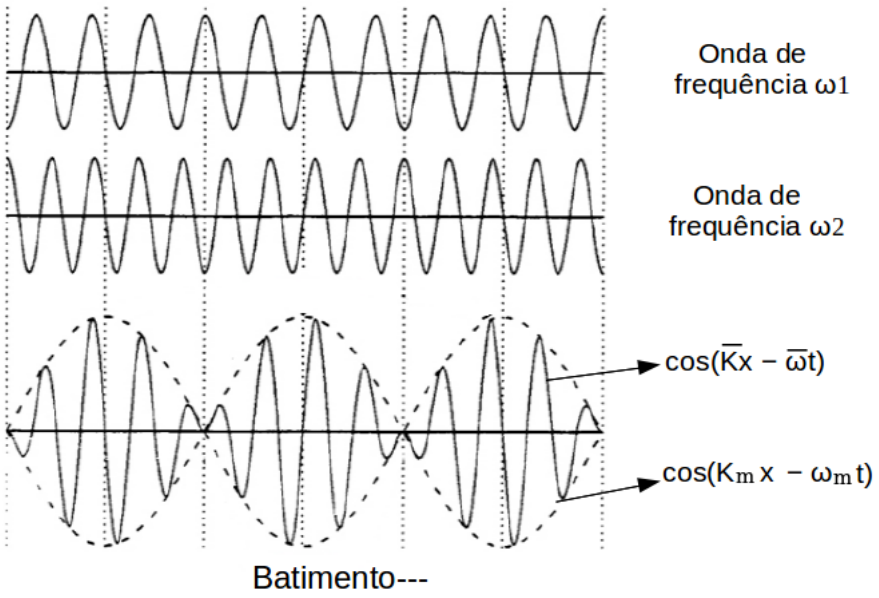


Figura 4.22: Ilustração da superposição de duas ondas harmônicas de frequências diferentes.

do primeiro, o qual utilizamos outra célula para a transmissão do sinal contendo o mesmo vapor de césio de mesma temperatura e de mesma densidade atômica da célula utilizada para o primeiro travamento. As temperaturas das janelas das células foram em torno de 175 °C, as temperaturas dos reservatórios com valores de 130 °C referente a uma densidade atômica de N=$8,35.10^{19}$ m^{-3} e potências dos lasers de 25 μW.

Os dois feixes lasers foram direcionados a um detector rápido (fotodetector avalanche) e assim foi observado no osciloscópio o batimento óptico. As figuras (4.23) e (4.24), mostram gráficos referentes a batimentos experimentais.

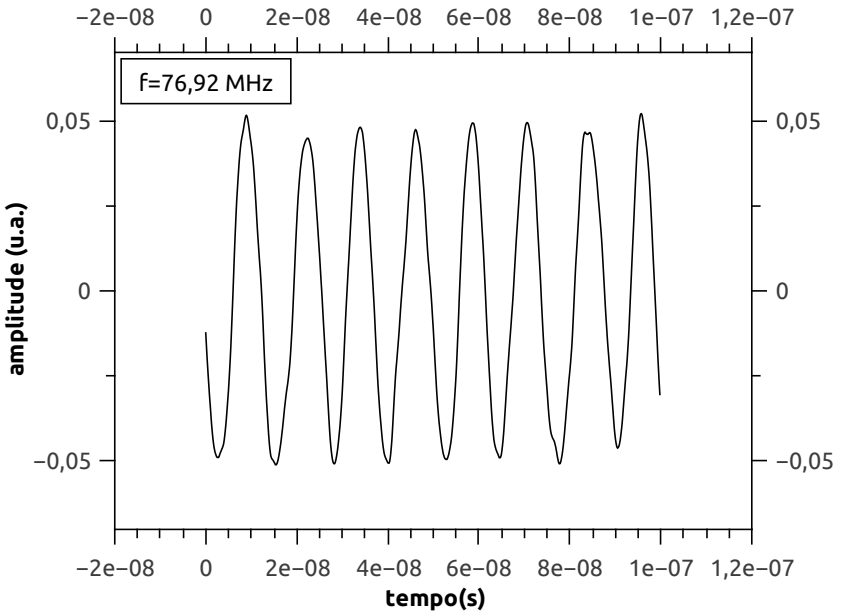


Figura 4.23: Batimento óptico experimental. A frequência de batimento (f), está indicada na figura.

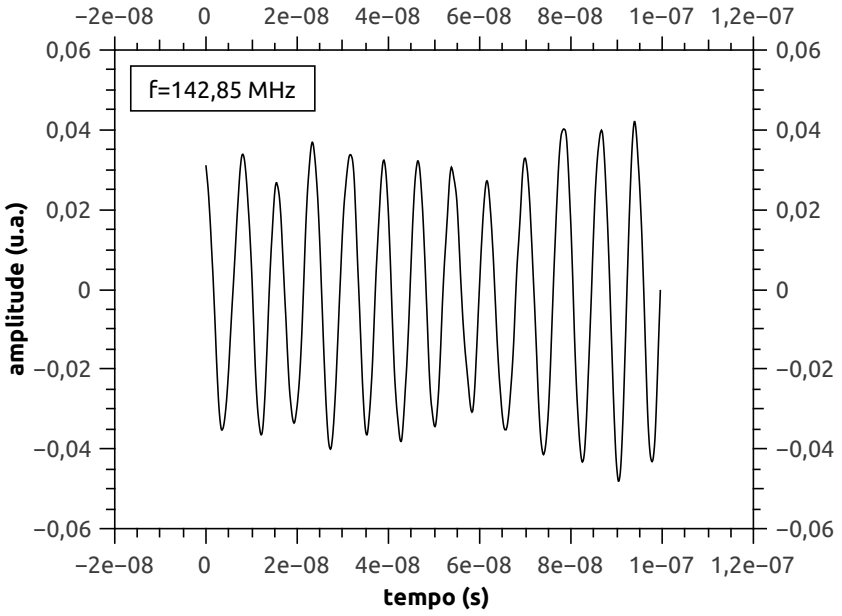


Figura 4.24: Batimento óptico experimental. A frequência de batimento (f), está indicada na figura.

Capítulo 5

Resultados e discussão

Neste capítulo são apresentados os resultados de simulações numéricas e de medidas experimentais para o sinal de transmissão de um laser em um vapor de césio contido em uma célula ótica fina. Primeiramente, iremos mostrar as curvas dos campos de transmissão obtidas através de simulação numérica, escrita em linguagem C. No programa numérico, variamos parâmetros livres como a densidade atômica do vapor, a espessura da célula (cavidade formada pelas paredes internas das janelas) e a largura colisional atômica. A priori, a densidade atômica e o alargamento colisional estão relacionados, como vimos no capítulo 3, mas no programa manipulamos estas variáveis independentemente. Estas simulações descrevem a dependência das oscilações do campo de transmissão nas asas da ressonância com as modificações destes parâmetros.

Em seguida, apresentaremos as curvas do sinal de transmissão de uma célula com vapor térmico, obtidas experimentalmente no Laboratório de Espectroscopia Ótica da UFPB. Caracterizaremos o comportamento das oscilações nas asas da ressonância do sinal de transmissão em função de grandezas como o valor da densidade atômica, assim como o ângulo de incidência do feixe na célula. Esse sinal, que oscila em amplitude em torno de um valor médio serve de referência em frequência, para dessintonizações em torno da linha atômica. Desta forma, iremos também exibir resultados referentes ao travamento da frequência do laser no flanco destas oscilações do sinal de transmissão. Neste caso, este sinal de transmissão será definido como sinal de erro, uma vez que o mesmo serve como referência para o travamento do laser em valores de frequências "longe" do centro de transmissão atômica, mas ligada à referência de uma transição espectroscopicamente estável. Para esta aplicação, mostraremos medidas referentes à estabilização do sinal de erro, que são realizadas inicialmente para assegurar a estabilidade do sinal e assim

possibilitar o procedimento da técnica de travamento fora da ressonância atômica. Logo após, compararemos medidas da estabilidade de frequência do laser em situações travada e não-travada, realizadas com a utilização dos flancos das oscilações das asas da linha atômica. Finalmente, mostraremos resultados referentes aos nossos esforços para quantificar a qualidade dessa estabilização. Desta forma, nós nos servimos de dois sistemas equivalentes com os quais realizamos batimento óptico e medidas de sua estabilidade.

5.1 Resultados teóricos

No capítulo 3 desta dissertação, descrevemos a simulação, escrita em linguagem C, desenvolvida para interpretar as curvas de transmissão experimentais. Lembremos a expressão da transmissão:

$$T = \frac{I_t}{I_0} = \frac{(1-R)^2 e^{-\alpha L}}{(1-Re^{-\alpha L})^2 + 4Re^{-\alpha L} sen^2(\frac{\phi}{2})} \tag{5.1}$$

com

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} Im\chi \tag{5.2}$$

$$n = 1 + \frac{Re\chi}{2} \tag{5.3}$$

$$\phi = \frac{4\pi}{c} nL\nu cos\theta \tag{5.4}$$

onde

$$Re\chi(\delta - k\upsilon) = -\frac{4}{\Gamma^2}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0 \hbar}\frac{\delta - k\upsilon}{1 + \frac{4(\delta - k\upsilon)^2}{\Gamma^2}} \tag{5.5}$$

$$Im\chi(\delta - k\upsilon) = \frac{2}{\Gamma}\frac{N|\mu_{12}|^2}{\varepsilon_0 \hbar}\frac{1}{1 + \frac{4(\delta - k\upsilon)^2}{\Gamma^2}} \tag{5.6}$$

$$\Gamma = \Gamma_{nat} + aP \tag{5.7}$$

Lembrando que a largura homogênea é dada por:

$$\Gamma = \Gamma_{nat} + \Gamma_{col} \tag{5.8}$$

onde $\Gamma_{col} = a$.P, a é o coeficiente de alargamento colisional atômico, P é a pressão do vapor e o $\Gamma_{nat} = 5$ MHz.

A intensidade transmitida através da célula com vapor atômico de césio é uma função da frequência angular ω, da densidade atômica N, da largura homogênea da transição Γ, do comprimento da cavidade (célula) L, do ângulo θ de incidência do feixe laser e da pressão do césio, P.

Nesta seção, apresentamos os resultados obtidos por meio desta simulação numérica, quando variamos alguns parâmetros livres do sistema, tais como: densidade atômica, largura colisional dos átomos e comprimento da célula.

A Figura 5.1, mostra as curvas obtidas numericamente. Apresentamos resultados para diferentes valores da densidade atômica (experimentalmente ligada à temperatura do reservatório). Para esta simulação, mantemos fixos os valores da temperatura da janela (175 °C), do comprimento da célula (L=1, 00047 mm) e do coeficiente de alargamento colisional ($a = 4$ GHz/torr).

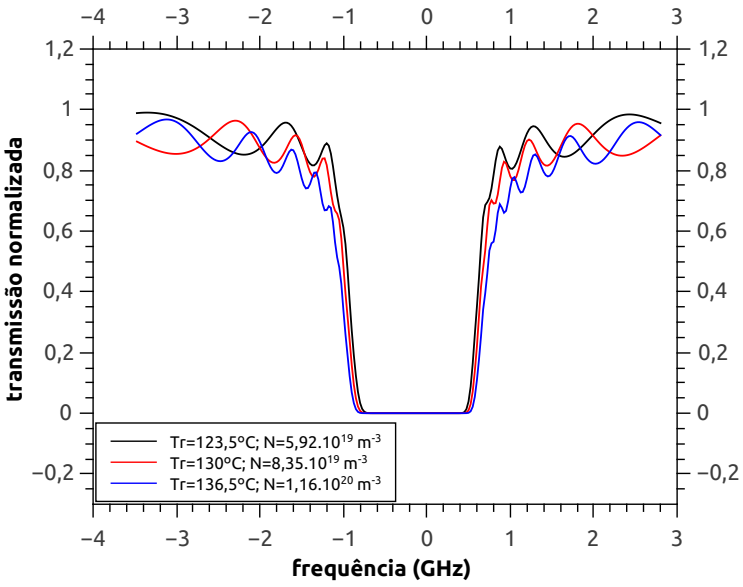


Figura 5.1: Gráfico do sinal de transmissão calculado numericamente atribuíndo diferentes valores de densidades atômicas, com valores fixos da temperatura da janela (175 °C), do comprimento da célula (L=1, 00047 mm) e de coeficiente de alargamento colisional ($a = 4$ GHz/torr).

Na Figura 5.1, podemos verificar que, ao modificar o valor da densidade atômica, o período das oscilações das asas do sinal de transmissão também sofre alteração. Nota-se que a fase das oscilações inverte na faixa em que as densidades foram exploradas. Varia também a largura da absorção, devido à variação da largura colisional com a densidade atômica. As equações referentes às partes real e imaginária da susceptibilidade (5.5 e 5.6), mostram uma dependência com o valor da densidade atômica (N). Desta forma, quando variamos a densidade, o coeficiente de absorção $\alpha(\nu)$, o índice de refração do vapor n(ν), a fase ϕ, também variam conforme as equações, 5.2, 5.3 e 5.4.

Na Figura 5.2 são apresentados resultados de simulações obtidos variando-se o co-

eficiente de alargamento colisional atômico. Os valores da temperatura do reservatório ($Tr = 130\,°C$), ou seja, a densidade N=$8,35.10^{19}$ m^{-3}, a pressão do vapor para esta densidade (P$\simeq 0,01$ Torr), a temperatura da janela (175 °C) e o comprimento da célula (L=1,00047 mm), permaneceram com os mesmos valores. Os valores de coeficientes de alargamento colisional que foram utilizados na simulação foram $a = 0$ GHz/Torr, $a = 3$ GHz/Torr e $a = 4$ GHz/Torr e correspondem a alargamentos colisionais de $\Gamma_{col} = 0$ GHz, $\Gamma_{col} = 0,03$ GHz e $\Gamma_{col} = 0,04$ GHz, respectivamente.

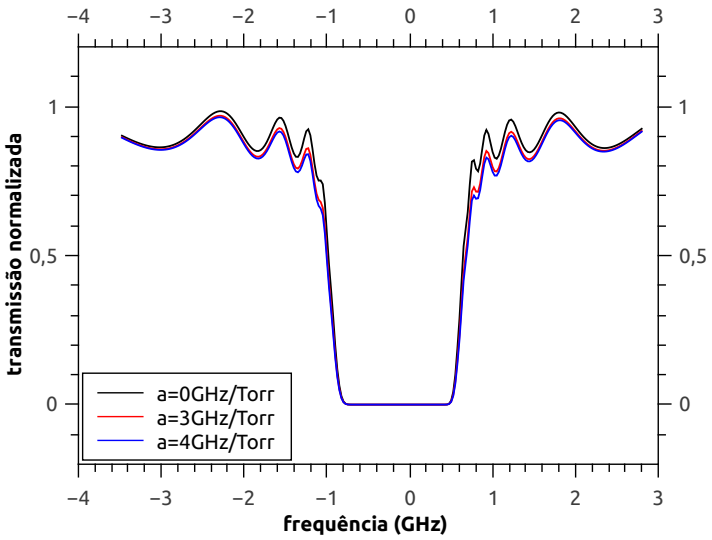


Figura 5.2: Gráfico do sinal de transmissão calculado numericamente para diferentes valores do coeficiente de alargamento colisional dos átomos. A densidade atômica N=$8,35.10^{19}$ m^{-3}, a temperatura da janela (175 °C) e do comprimento da célula (L=1,00047 mm), permaneceram fixos.

O resultado desta simulação está representado na Figura 5.2 e mostra que, variando-se a largura colisional do vapor atômico, a amplitude das oscilações varia também, mas há pouca variação na largura de absorção , pois a largura da Doppler (Γ_D) possui centenas de MHz, enquanto a largura colisional (Γ_{col}) tem valor de dezenas de MHz. Desta forma, a variação na largura da absorção se torna pouco perceptível, mas a sensibilidade a esse coeficiente na amplitude do sinal fora da ressonância deve permitir a determinação do coeficiente de alargamento colisional através do ajuste de curvas experimentais com curvas numéricas.

O próximo resultado teórico trata da variação do comprimento da célula, ou seja, do tamanho da cavidade ótica (figura 5.3). Nesta simulação, deixamos fixos os valores da temperatura do reservatório ($Tr = 130\,°C$), ou seja, a densidade N=$8,35.10^{19}$ m^{-3},

a temperatura da janela, ($Tj = 175\,°C$) e o coeficiente de alargamento colisional $a = 4$ GHz/torr. Quando varia-se o comprimento da célula (L), variamos o tamanho da cavidade ótica, o que interferirá na fase (ϕ) do campo presente na cavidade como mostra a equação 5.4, por isso observamos na figura uma mudança na fase das oscilações. Na ausência do vapor, a variação da frequência $\Delta\nu$ é dada por: $\Delta\nu = \frac{c}{2nL}$, onde $n = 1$, ou seja, $\Delta\nu \simeq \frac{3.10^8}{2.1.1.10^{-3}} \simeq 150$ GHz.

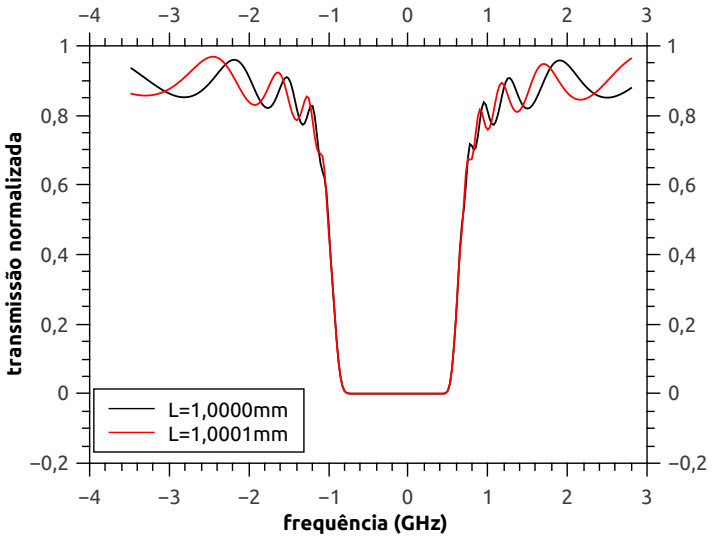


Figura 5.3: Gráfico do sinal de transmissão calculado numericamente para diferentes valores do comprimento da célula. A densidade atômica N=$8,35.10^{19}$ m^{-3},a temperatura da janela (175 °C) e o coeficiente de alargamento colisional ($a = 4$ GHz/torr), permaneceram fixos.

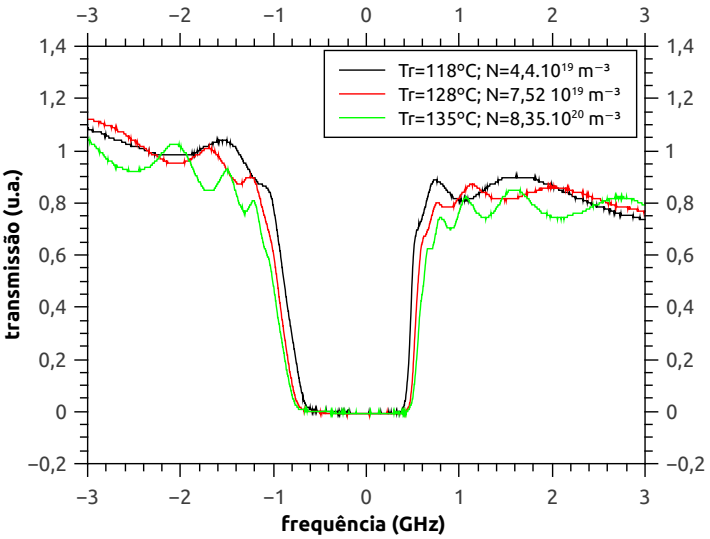
5.2 Resultados experimentais

Foram realizadas medidas experimentais do sinal de transmissão para diferentes valores da temperatura do reservatório, que resultam em uma variação na densidade atômica, uma vez que o césio fica depositado na parte inferior da célula (reservatório) onde estabelece-se um equilíbrio entre o césio em fase líquida e o césio em fase gasosa (pressão de vapor). Para estas medidas mantemos fixos o ângulo de incidência do feixe laser na célula, a potência do laser de $25\mu W$ e a temperatura da janela de 175 °C. Os espectros estão na Figura 5.4-(a).

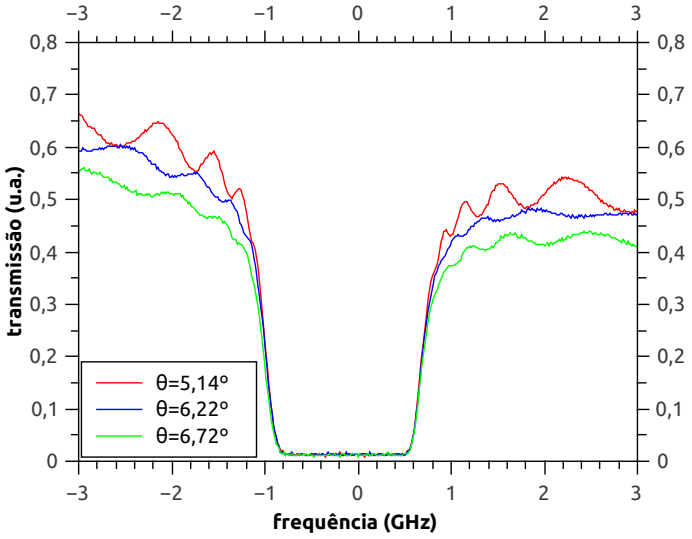
Observamos na Figura 5.4-(a), como observado também nas curvas teóricas da Figura 5.1, que quanto maior a densidade atômica, menor será a periodicidade das oscilações. Quando a densidade do vapor aumenta, o índice de refração cresce também e a fase do campo elétrico na cavidade muda mais rapidamente, o que resulta em mais oscilações nas asas da linha atômica. Percebemos que esta "periodicidade" é pouco perceptível em temperaturas mais baixas.

A Figura 5.4-(b), apresenta o comportamento do sinal de transmissão para diferentes valores do ângulo de incidência do feixe laser na célula. Os valores da temperatura da janela de 175 °C, da temperatura do reservatório, 130 °C, da potência do laser $25\mu W$, foram mantidos fixos.

Observa-se na Figura 5.4-(b), que quando o ângulo de incidência do feixe na célula é modificado, o tamanho do percusso ótico (L) do feixe dentro da cavidade também é modificado, o que interfirirá na variação do termo da fase de transmissão, ϕ, como mostra a equação 5.4. A medida que o ângulo se afasta da normal, a superposição das várias ordens de transmissão não é tão boa. Na experiência, o feixe laser é gaussiano e tem diâmetro de 1,5 mm, entretanto, na simulação numérica, a extensão finita do perfil espacial do feixe não é considerada, pois consideramos em nossos cálculos a onda como sendo plana.



(a)



(b)

Figura 5.4: (a) Gráfico do sinal de transmissão obtido experimentalmente para diferentes densidades atômicas, com valores fixos da temperatura da janela (175 °C).(b) Gráfico do sinal de transmissão obtido experimentalmente para diferentes ângulos de incidência do feixe na célula. Outros valores permaneceram fixos, tais como: temperatura da janela (175 °C), temperatura do reservatório (130 °C) e potência do laser ($25\mu W$)

As curvas de transmissão experimentais que foram apresentadas neste capítulo, apresentam uma certa inclinação (rampa de fundo), devido ao aumento da potência do laser com o comprimento de onda, uma vez que varremos a corrente do laser ($\frac{\Delta_\lambda}{\Delta_i} > 0$). Entre-

tanto, para comparar curvas experimentais e teóricas, temos que subtrair esta rampa de fundo do próprio sinal de transmissão experimental, para que fique de acordo com a curva teórica. Para o circuito de travamento do laser, isto não é necessariamente importante, pois travamos a frequência do laser com a corrente fixa.

Para determinar o valor do alargamento colisional, Γ_{col}, do vapor através do programa numérico, precisamos realizar ajustes das curvas teóricas para que coincidam com as curvas do sinal de transmissão experimentais. Para isso, realizamos ajustes no valor da densidade atômica do vapor de modo que o período das oscilações e a largura da absorção coincidam com os do sinal de transmissão experimental. Além disto, é necessário encontrar o valor do coeficiente de alargamento colisional para que as amplitudes das oscilações do sinal de transmissão experimental e do sinal de transmissão teórico fiquem de acordo. Desta forma, podemos encontrar o valor do alargamento colisional do vapor atômico.

5.3 Ajustes teóricos

Vamos apresentar alguns resultados referentes a ajustes de curvas experimentais através do programa numérico. Esses resultados são preliminares, uma vez que esses ajustes se encontram em andamento. A figura (5.5), mostra duas curvas, onde uma é a experimental (preta) e a outra o ajuste teórico (vermelha). Foram utilizados os seguintes valores de parâmetros livres para o ajuste: $\lambda = 852$ nm, $T_r = 130\,^{\circ}$C, L=1,0047 mm, $a_{col} = 2$ GHz/Torr.

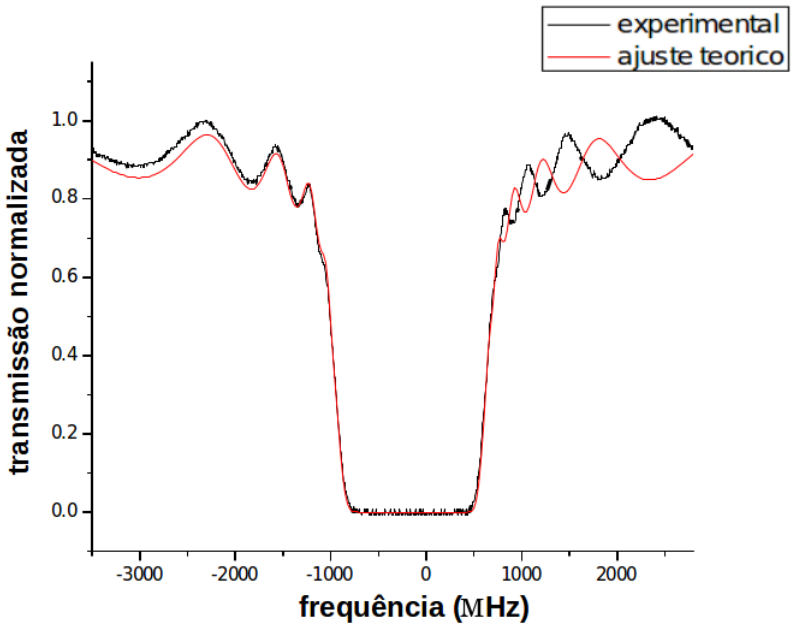


Figura 5.5: Ajuste teórico de uma curva de transmissão experimental. Valores de parâmetros utilizados: $\lambda = 852$ nm, $T_r = 130\,^{\circ}$C, L=1,0047 mm, $a_{col} = 2$ GHz/Torr.

Podemos observar que o ajuste da figura (5.5) é razoável no lado "vermelho" (baixas frequências) e na ressonância, mas há uma oposição de fase entre as oscilações dos sinais no lado direito (lado "azul") de frequências maiores.

A figura (5.6), mostra uma curva do sinal de transmissão experimental (preta) com duas curvas de ajustes teóricos (azul e vermelha). Foram utilizados os seguintes valores de parâmetros para a curva azul: $\lambda = 852,4$ nm, $T_r = 135,5\,^{\circ}$C, L=0,99974 mm, $a_{col} = 1,5$ GHz/Torr.

Para a curva de ajuste vermelha, utilizamos os valores: $\lambda = 852,4$ nm, $T_r = 135,5\,^{\circ}$C, L=0,99974 mm, $a_{col} = 2$ GHz/Torr.

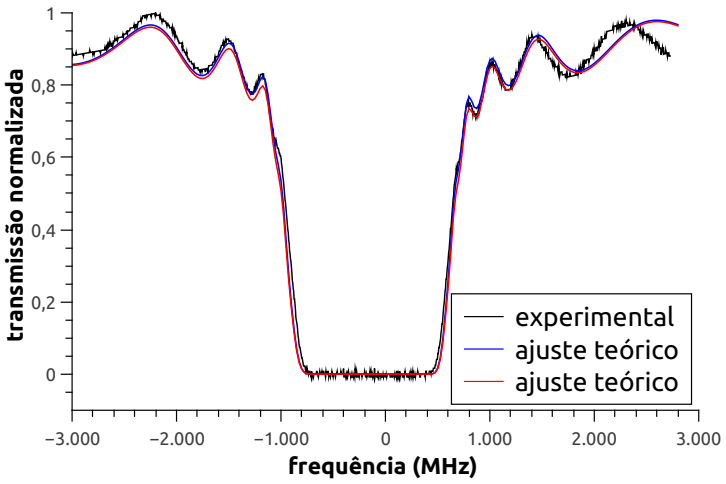


Figura 5.6: Ajustes teóricos de uma curva de transmissão experimental. Valores de parâmetros utilizados para a curva azul:$\lambda = 852,4$ nm, $T_r = 135,5\,^{\circ}$C, L=0,99974 mm, $a_{col} = 1,5$ GHz/Torr. Valores de parâmetros utilizados para a curva vermelha: $\lambda = 852,4$ nm, $T_r = 135,5\,^{\circ}$C, L=0,99974 mm, $a_{col} = 2$ GHz/Torr.

As curvas azul e vermelha apresentam uma boa concordância com o sinal experimental em termo de fase e amplitude das oscilações, mas a largura da linha de absorção é claramente mais estreita na curva experimental do que nas curvas teóricas, indicando uma possível discrepância na largura colisional.

Esses ajustes foram realizados através do programa numérico, entretanto se encontram em andamento, uma vez que o procedimento para realizar um ajuste adequado necessita de escolhas cuidadosas dos valores dos parâmentros e isso demanda um tempo necessariamente longo.

5.3.1 Travamento do laser fora da ressonância atômica

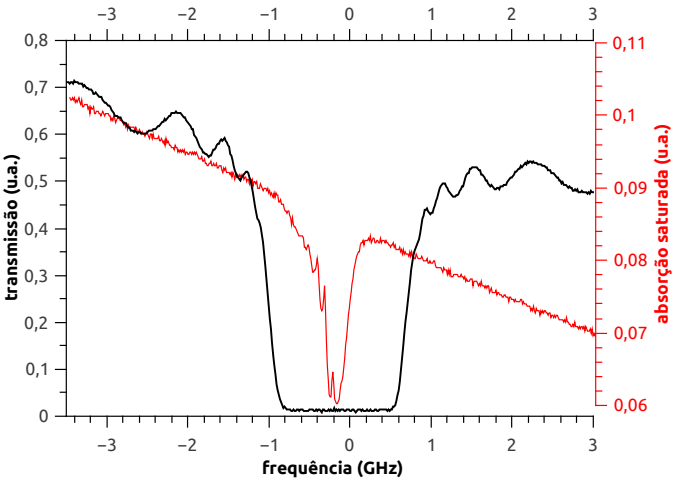
Nesta seção apresentamos os resultados de uma aplicação deste sinal de transmissão. Como já foi dito anteriormente, utilizamos este sinal para travar o laser fora da ressonância atômica, a técnica de travamento utilizada está descrita no Capítulo 4 desta dissertação. Os próximos resultados mostrarão comparações dos sinais com as frequências travadas e não travadas.

Nesta aplicação do sinal de transmissão, trabalhamos em nosso experimento com a temperatura da janela de 175 °C, a temperatura do reservatório com valor de 130 °C (N=$8,35.10^{19}$ m^{-3}) e potência do laser de valor 25 μW. A Figura 5.7-(a), mostra o sinal de transmissão com essas características, juntamente com o sinal da absorção saturada à

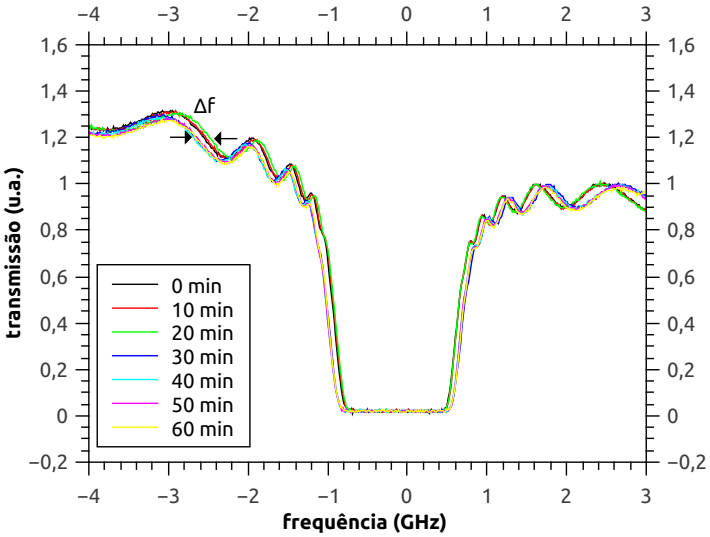
temperatura ambiente o qual nos serviu como referência em frequência.

Antes de iniciarmos o procedimento do travamento do laser, fizemos medidas da estabilidade do sinal de transmissão para caracterizar a estabilidade do sinal de referência. Para isto, fizemos a gravação do sinal de transmissão, em torno da ressonância, a cada 10 minutos durante 1 hora. Para cada sinal de transmissão, utilizamos a absorção saturada correspondente para calibrar a escala horizontal em frequência. A Figura (5.7)-(b), mostra os sinais de transmissão sobrepostos.

A variação (Δf), indica o deslocamento em frequência do sinal de transmissão experimental ao longo do tempo, devido à varredura não ser completamente linear com a frequência do laser e a possíveis flutuações da densidade do vapor que também podem contribuir para o deslocamento do sinal de transmissão. Para esta medida o valor observado no gráfico têm uma variação de $0,1\text{GHz} < \Delta f < 0,2$ GHz demonstrando que o sinal não está totalmente estável. Alguns fatores externos podem causar esta instabilidade como flutuações da temperatura do ambiente que se encontra o experimento, como também fatores internos como a ocorrência de flutuações na densidade do vapor dentro da célula e dilatação do comprimento da célula.



(a)



(b)

Figura 5.7: (a) Gráfico do sinal de transmissão experimental com o sinal de absorção saturada a temperatura ambiente. A temperatura do reservatório é 130 °C, correspondente a uma densidade atômica N=$8,35.10^{19}$ m^{-3}, a temperatura da janela é 175 °C e a potência do laser é 25 μW. (b) Gráfico da variação do sinal de transmissões experimental devido à deriva do laser e possíveis flutuações da densidade do vapor dentro da célula. Sinais de transmissões salvos através de um osciloscópio a cada 10 minutos durante 1 hora. A variação (Δf), indica o quanto a frequência do sinal de erro mudou ao longo do tempo. Neste caso: $0,1\text{GHz} < \Delta f < 0,2\text{GHz}$. Os parâmetros são os mesmos que no item (a).

Através do estudo em função dos vários parâmetros do sinal de transmissão, podemos escolher o flanco mais adequado para que se realize o travamento da frequência desejada.

Variando certos parâmetros como a densidade atômica, podemos variar a posição dos flancos de oscilação e então podemos escolher a frequência na qual travaremos o laser. Variando a fase das oscilações, podemos variar a inclinação dos flancos de oscilação e assim podemos teoricamente variar o ganho $\frac{\Delta_{amplitude}}{\Delta_{frequencia}}$ do sinal de erro. Na figura 5.4, as curvas de sinais de transmissão mais adequadas para escolher o flanco de oscilação e assim travar o laser na frequência desejada, seriam a curva verde (Tr=135 °C, N=$1,07.10^{20}$ m^{-3}) no gráfico (a) e a curva vermelha com ângulo ($\theta = 5,71\,°$) de incidência do feixe no gráfico (b).

O travamento da frequência do laser fora da ressonância atômica foi realizado utilizando-se seis flancos das oscilações do sinal de transmissão, conforme figura (5.8). O circuito eletrônico de travamento do sinal de erro tem um ganho de sinal tal que só permite travar o laser nos flancos com $\frac{\Delta T}{\Delta \nu} > 0$.

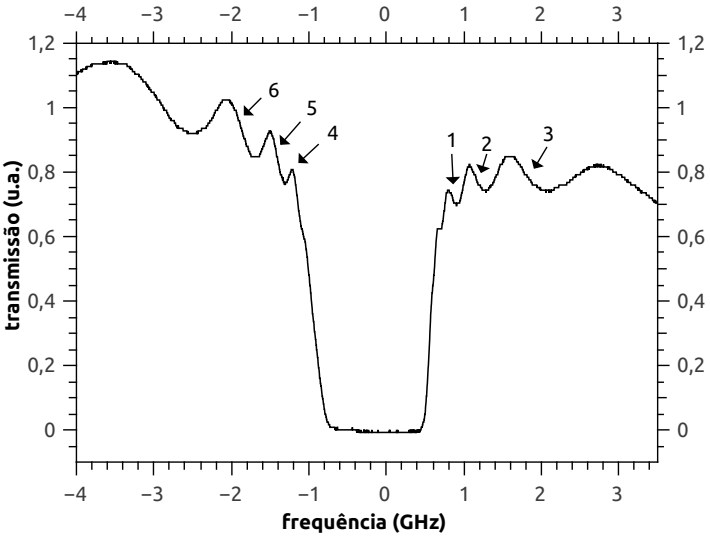


Figura 5.8: Gráfico do sinal de transmissão experimental com indicações enumeradas dos flancos das oscilações que são os locais do travamento do laser. A temperatura do reservatório é 130 °C (N=$8,35.10^{19}$ m^{-3}), a temperatura da janela é 175 °C e a potência do laser é $25\mu W$.

As Figuras 5.9 a 5.14, mostram as flutuações da frequência do laser travado e destravado localizada em torno do flanco de números 1, 2, 3, 4, 5 e 6, respectivamente (ver Figura 5.8).

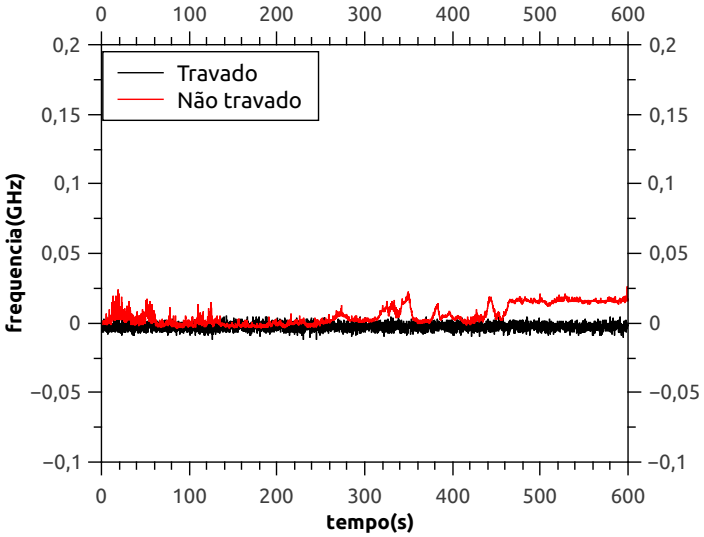


Figura 5.9: Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 1, o qual está indicado na Figura 5.8.

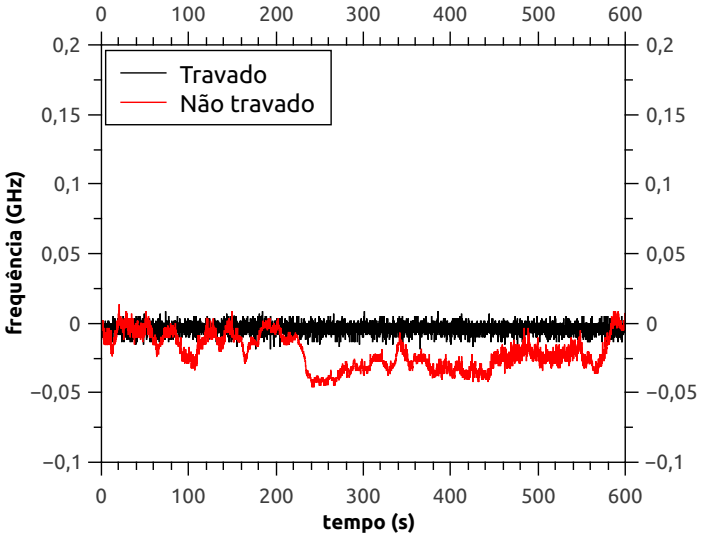


Figura 5.10: Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 2 o qual está indicado na Figura 5.8.

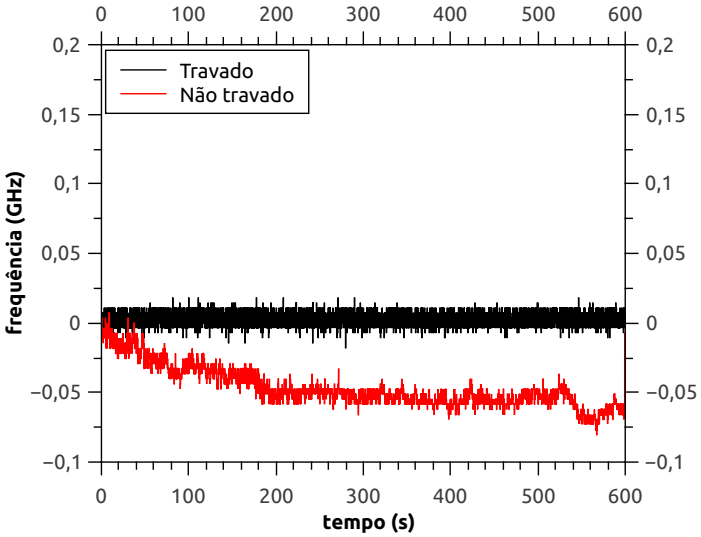


Figura 5.11: Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 3 o qual está indicado na Figura 5.8.

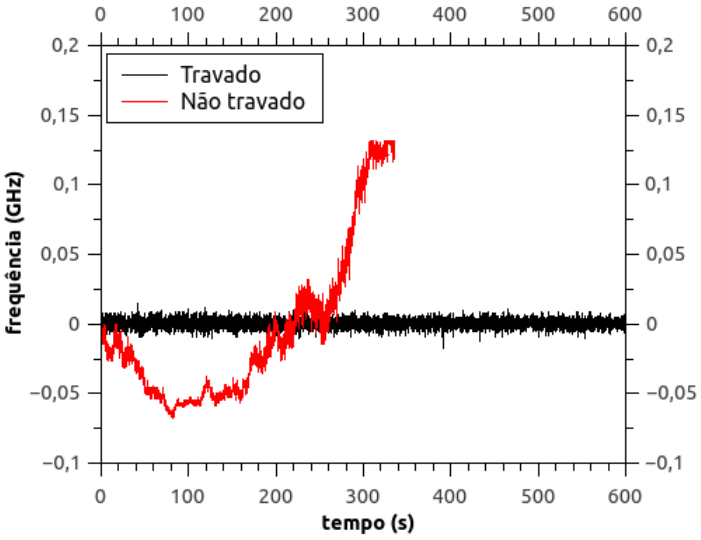


Figura 5.12: Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 4 o qual está indicado na Figura 5.8.

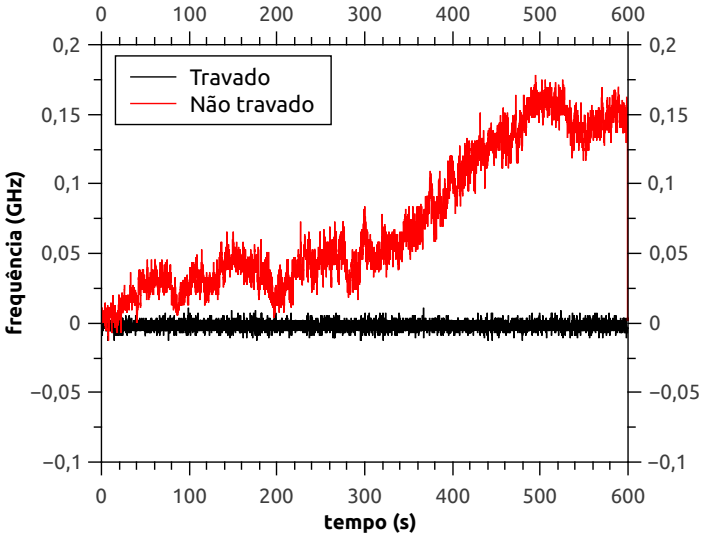


Figura 5.13: Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 5 o qual está indicado na Figura 5.8.

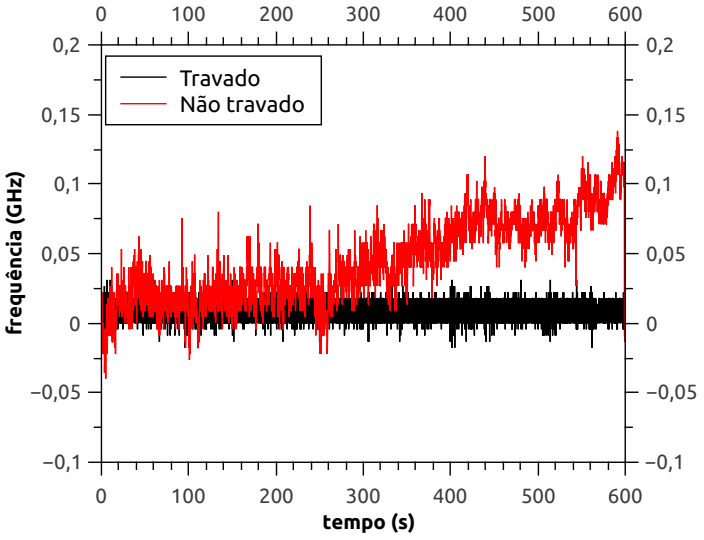


Figura 5.14: Gráfico do sinal de erro experimental travado e não travado no flanco 6 o qual está indicado na Figura 5.8.

As Figuras 5.9, 5.10, 5.11 e 5.12, mostram as frequências do laser travado e não-travado nos flancos 1, 2, 3 e 4, respectivamente, do sinal de transmissão (ver figura 5.8), durante 10 minutos. Os sinais de erro não-travados apresentam flutuações na frequência em consequência da deriva do próprio laser devido às flutuações da temperatura do mesmo e das flutuações e derivas do próprio sistema (densidade de vapor, comprimento da célula, ângulo de incidência,...). Podemos observar nessas figuras que o sinal travado apresenta

ruídos maiores que os do sinal não-travado. Esse fato é justificado pela existência de ruídos advindos do circuito eletrônico utilizado para travar o laser.

Na Figura 5.9, o desvio padrão (σ) é calculado através da análise sobre a estatística das medidas, em um programa computacional de gráficos, tendo em vista que o desvio padrão é calculado através da relação $\sigma = \sqrt{\sum(y_i - \bar{y})^2}$, onde $\bar{y}$ é a média das medidas. Em tempos da ordem de 10 minutos, o desvio padrão calculado para a frequência do sinal de erro não-travado é em torno de $\sigma = 0,006$ GHz, enquanto que para a frequência travada o desvio padrão calculado é da ordem de $\sigma = 0,002$ GHz. Neste caso, a razão entre as magnitudes de flutuações é aproximadamente, 0,33 ou 33%. Em tempos da ordem de 10 segundos, os desvios padrão para a frequência do sinal de erro não-travado e travado ambos apresentam em torno de $\sigma \simeq 0,002$ GHz.

O sinal travado na Figura 5.10, apresenta desvio padrão, em tempo da ordem de 10 minutos, para a frequência do sinal de erro travado em torno de $\sigma = 0,003$ GHz, enquanto o desvio padrão para a frequência não-travada é em torno de $\sigma = 0,01$ GHz, o que corresponde à razão entre as magnitudes de flutuações de aproximadamente 0,3 ou 30%. Em tempos na ordem de 10 segundos, a frequência travada apresenta um desvio padrão em torno de $\sigma \simeq 0,003$ GHz e a frequência não-travada em torno de $\sigma \simeq 0,008$ GHz, correspondendo a uma razão entre as flutuações de 0,37 ou 37%.

Na Figura 5.11, a frequência travada apresenta um desvio padrão, em tempo da ordem de 10 minutos, em torno de $\sigma = 0,004$ GHz, enquanto o desvio padrão encontrado para a frequência não-travada é em torno de $\sigma = 0,02$ GHz, o que resulta uma razão entre as magnitudes de flutuação de 0,2 ou 20%. Em tempos na ordem de 10 segundos, a frequência travada apresenta um desvio padrão em torno de $\sigma \simeq 0,002$ GHz e a frequência não-travada em torno de $\sigma \simeq 0,013$ GHz, correspondendo a uma razão entre as flutuações de 0,15 ou 15%.

A Figura 5.12, o desvio padrão, em tempo da ordem de 10 minutos, calculado para a frequência travada é em torno de $\sigma = 0,003$ GHz e para a frequência não-travada, temos um desvio de $\sigma = 0,06$ GHz, onde a razão entre as magnitudes de flutuações é 0,05 ou 5%. Em tempos na ordem de 10 segundos, a frequência travada apresenta um desvio padrão em torno de $\sigma \simeq 0,003$ GHz e a frequência não-travada em torno de $\sigma \simeq 0,004$ GHz, correspondendo a uma razão entre as flutuações de 0,75 ou 75%.

As Figuras 5.13 e 5.14, mostram as frequências do laser travada e não-travada nos

flancos 5 e 6, respectivamente, durante 10 minutos. Podemos observar que os sinais das frequências do laser não-travado são mais ruidosos quando comparamos com os sinais das frequências travadas, ou seja, o ruído causado pelo laser, nesse caso, é maior do que o ruído causado pelo circuito eletrônico que trava o laser.

Na Figura 5.13, o desvio, em tempos da ordem de 10 minutos, encontrado para a frequência travada é em torno de $\sigma = 0,003$ GHz, enquanto para a frequência não-travada é em torno de $\sigma = 0,05$ GHz, onde a razão entre as magnitudes de flutuações é 0,06 ou 6%. Em tempos na ordem de 10 segundos, as frequências travadas e não-travadas, apresentam ambas desvios padrão em torno de $\sigma \simeq 0,005$ GHz.

Na Figura 5.14, encontramos um desvio, em tempo da ordem de 10 minutos, para a frequência travada em torno de $\sigma = 0,006$ GHz e para a frequência não-travada o desvio encontrado é em torno de $\sigma = 0,04$ GHz, o que resulta em uma razão entre as magnitudes de flutuações de 0,15 ou 15%. Em tempos na ordem de 10 segundos, a frequência travada apresenta um desvio padrão em torno de $\sigma \simeq 0,007$ GHz e a frequência não-travada em torno de $\sigma \simeq 0,017$ GHz, correspondendo a uma razão entre as flutuações de 0,041 ou 4,1%. Desse modo, o travamento do laser foi realizado em frequências na faixa entre $0,8$ GHZ e $2,4$ GHz do centro da linha D_2 do césio, de acordo com a Figura 5.8.

Uma alternativa baseada no efeito Faraday em uma célula contendo vapor de Rubídio com um campo magnético aplicado [8], permite o travamento do laser em frequências dessintonizadas a 6-14 GHz do centro da linha atômica na transição $^{85}RbD_2 5^2S_{1/2}F = 2 \rightarrow 5^2P_{3/2}F' = 3$. Neste trabalho, um sinal variando fortemente com a frequência é gerado a partir da detecção diferencial de duas componentes da luz transmitida através de um vapor alcalino quente. Esse vapor é submetido a um campo magnético e duas componentes da luz têm polarizações circulares opostas. A medida que a temperatura da célula e por consequência a pressão do vapor aumentam, o índice de refração do meio também aumenta, levando a uma maior birrefrigência circular e um efeito magneto-óptico reforçado em dessintonizações maiores, ou seja, variar a temperatura da célula permite escolher a frequência na qual o laser será travado.

Os resultados obtidos neste trabalho foram frequências estabilizadas dessintonizadas a 6-14 GHz do centro da linha, de desvio padrão (rms) nas frequências de aproximadamente 7 MHz, um campo magnético aplicado de aproximadamente 270 G, durante aproximadamente 80 minutos. Enquanto os nossos resultados mostram estabilidades de frequências

dessintonizadas na faixa entre $0,8$ GHZ e $2,4$ GHz do centro da linha D_2 do césio, com desvio padrão (rms) máximo encontrado nas frequências de 0,006 GHz. Conseguimos uma estabilidade de frequências "longe" da ressonância durante 1 hora e meia. Ou seja, os nossos resultados são comparáveis com os da referência [8], com uma técnica mais simples, que, particularmente, não necessita de campo magnético.

5.3.2 Batimento óptico

Uma medida de batimento óptico foi realizado entre duas frequências de valores próximos, cada uma sendo de um feixe laser com frequência travada, em duas montagens independentes. O procedimento encontra-se discutido no Capítulo 4. As Figuras (5.15), (5.16) e (5.17), mostram alguns gráficos referentes às frequências de cada batimento ao longo do tempo. Estas medidas foram feitas a cada 2 minutos. O objetivo era obter curvas que tendessem a valores constantes, uma vez que as frequências utilizadas no batimento estavam travadas. Os vários gráficos correspondem a repetições distintas do experimento, ou seja, para cada um deles foram travados os lasers em frequências próximas (essa diferença de frequência varia então de um gráfico para um outro).

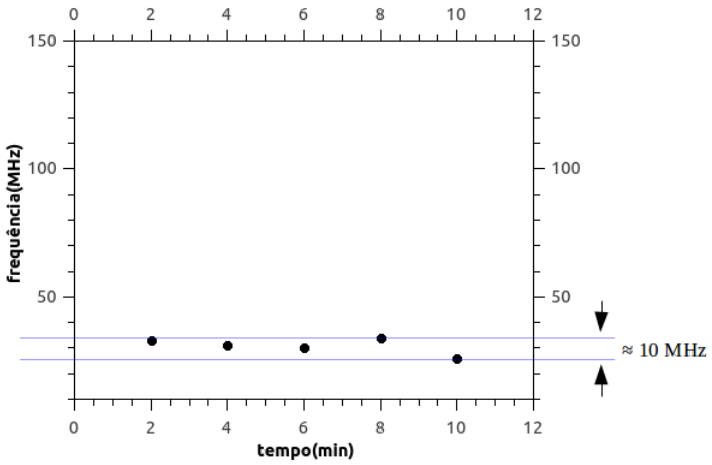


Figura 5.15: Frequência do batimento versus tempo com dois lasers travados no flanco de um sinal de transmissão. Medidas realizadas a cada 2 minutos.

A Figura 5.15, corresponde a um batimento óptico em torno de $F_{bat} \simeq 30$ MHz, realizado entres os dois feixes lasers com frequências travadas dessintonizadas em torno de $0,8$ GHz do centro da ressonância. Podemos observar que a variação da frequência de batimento é em torno de 10 MHz. Essa medida é referente a Figura 5.9, onde a frequência

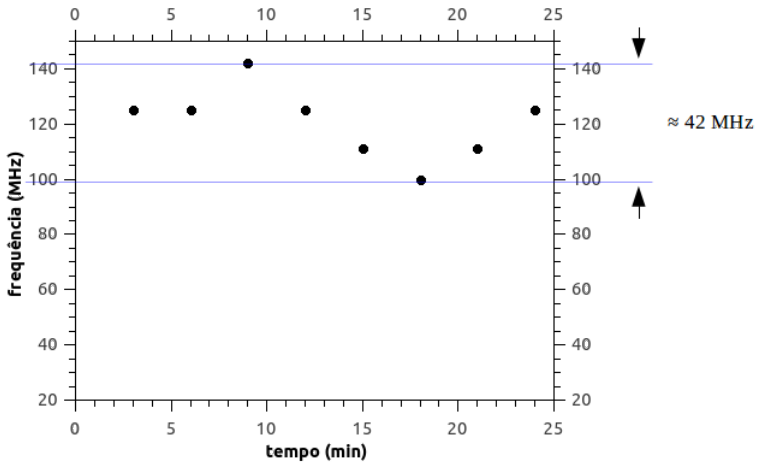


Figura 5.16: Frequência do batimento versus tempo com dois lasers travados no flanco de um sinal de transmissão. Medidas realizadas a cada 2 minutos.

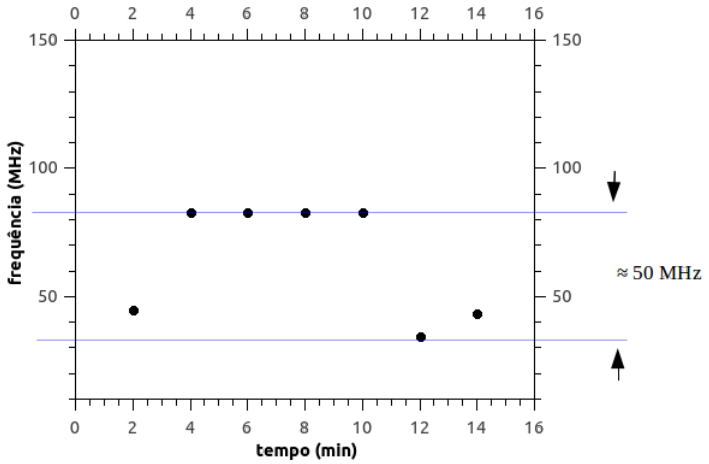


Figura 5.17: Frequência do batimento versus tempo com dois lasers travados no flanco de um sinal de transmissão. Medidas realizadas a cada 2 minutos.

travada tem um desvio padrão em torno de $\sigma \simeq 2$ MHz situada no flanco 1 do sinal de transmissão.

As Figuras 5.16 e 5.17, correspondem aos batimentos ópticos, em torno de $F_{bat} \simeq 120$ MHz e $F_{bat} \simeq 60$ MHz, realizados entre dois feixes lasers com frequências travadas dessintonizadas em torno de 1,6 GHz e 2 GHz do centro da ressonância, respectivamente. As variações das frequências dos batimentos são em torno de 42 MHz e 50 MHz, respectivamente. Essas medidas são referentes às Figuras 5.11 e 5.14, onde as frequências travadas têm desvios padrão em torno de $\sigma \simeq 4$ MHz e $\sigma \simeq 6$ MHz, respectivamente, situadas nos flancos 3 e 6 do sinal de transmissão.

Estes resultados nos mostram que há uma variação notória das frequências dos

batimentos ao longo do tempo. Este fato por ser explicado pela influência de fatores externos na experiência, tais como a temperatura do ambiente, como também os próprios isolamentos dos fornos das células que podem ainda não estarem adequados, provocando instabilidades no sinal de erro. Além disso, os circuitos que travam o laser geram ruídos em suas saídas o que provoca flutuações nos sinais de frequências travadas.

Em outras palavras, a caracterização que tentamos realizar com o batimento óptico, é uma bom início do uso desta técnica, entretanto é necessária uma melhor estabilização para cada sistema experimental. Diante disto, é necessário que os experimentos sejam aprimorados, como por exemplo, isolar melhor os fornos das células, como também melhorar a isolação da sala em que se encontram os experimentos e a estabilidade mecânica da célula. É preciso também, melhorar os circuitos que travam os lasers, buscando uma forma de eliminar os ruídos em suas saídas.

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas

Estudamos a transmissão de um feixe laser através de um vapor de césio ressonante em uma cavidade ressonante de baixa qualidade. Observamos particularmente o sinal transmitido nas asas da ressonância atômica, consistindo de oscilações de cada lado do sinal de absorção. O sinal oscilante encontra-se a alguns GHz da ressonância atômica e sua amplitude varia linearmente com a intensidade do laser. Caracterizamos experimentalmente esse sinal de transmissão. Como esperado, observamos que as oscilações deste sinal de transmissão não são rigorosamente periódicas: a distância entre os máximos depende da dessintonização de ressonância e da densidade atômica. A amplitude e o pseudoperíodo das oscilações são muito sensíveis ao ângulo de incidência do feixe laser na janela da célula e tendem a desaparecer à medida que este ângulo aumenta em torno da incidência normal. Foi elaborado um programa escrito em linguagem C permitindo calcular a transmissão do feixe em torno da linha de absorção do césio. O cálculo numérico permite simular as variações do sinal de transmissão variando-se os vários parâmetros relevantes, como densidade atômica, ângulo de incidência do feixe na célula e alargamento colisional do vapor. Assim, através do ajuste das curvas experimentais, o cálculo numérico pode permitir determinar esses parâmetros. Estamos particularmente interessados na determinação do alargamento colisional para a qual existem poucos métodos. Pudemos realizar uma aplicação deste sinal de transmissão experimental, usando-o para travar a frequência do laser fora da ressonância atômica. Esta aplicação é interessante para a área de física atômica e molecular, uma vez que em diversos experimentos relacionados a esta área é necessário estabilizar a frequência do laser dessintonizada longe do centro da ressonância atômica. Entretanto, existem poucas técnicas para esta aplicação.

Conseguimos estabilizar o laser em frequências localizadas em torno de $0,8$ GHz a $2,4$ GHz do centro da ressonância atômica, durante tipicamente 1 hora e meia, utilizando um sistema eletrônico simples sem a necessidade do emprego de um campo magnético ou de algum aparato experimental mais sofisticado. As flutuações das frequências do laser travadas foram em torno de 0,002 GHz $< \Delta\nu <$ 0,006 GHz, enquanto as flutuações das frequências não-travadas foram em torno de 0,006 GHz $< \Delta\nu <$ 0,06 GHz. Foi realizado um batimento óptico entre dois feixes com frequências estabilizadas pela mesma técnica de travamento, com o objetivo de obtermos uma medida mais precisa da estabilidade da frequência. Verificamos que os batimentos realizados durante um certo tempo não se apresentavam constantes como esperado. Fatores podendo ter contribuído para isto, são variações na temperatura do ambiente, como também a isolação térmica das células que ainda pode não estar suficientemente adequada, provocando instabilidades no sinal de erro. A perspectiva é aperfeiçoar o experimento melhorando a isolação da sala em que se encontram os experimentos, a estabilidade mecânica da célula, como também melhorar o circuito utilizado para travar o laser e assim diminuir o valor rms das flutuações da frequência travada.

Apêndice A

Programa em C para a curva de transmissão

```
#include <math.h>
#include <stdio.h>

#define pi M_PI    // pi

// Sinal de erro normalizado com perfil Voigt e 3 nveis excitados

// Entradas: temperaturas do reservatrio e da janela, ngulo entre os feixes incidente e refletido
// Sadas: sinal de erro normalizado, densidade

// Parte real de X
float ReX(float f, float v, float k, float N, float mi, float epsilon, float hbar, float gama)
{
      float w, Delta;
      w=2*pi*f;
      Delta=w-k*v;

      return -4*N*mi*mi/(epsilon*hbar)*Delta/(4*Delta*Delta+gama*gama);
}

// Parte imaginria de X
float ImX(float f, float v, float k, float N, float mi, float epsilon, float hbar, float gama)
{
      float w, Delta;
      w=2*pi*f;
      Delta=w-k*v;

      return 2*N*mi*mi/(epsilon*hbar)*gama/(4*Delta*Delta+gama*gama);
}

// Distribuio de velocidades de Maxwell
float W(float v, float u)
{
      return 1/(sqrt(pi)*u)*exp(-v*v/(u*u));
```

```
}

// Integral em velocidade de ReX
float ReX_integral(float f, float k, float N, float mi, float epsilon, float hbar, float gama, float u)
{
      float v;
      float aux1=0, aux2=0, aux=0;

      for(v=-4000;v<=4000;v=v+0.1) // Integrao numrica: regra do trapzio
      {
                              aux1=ReX(f,v,k,N,mi,epsilon,hbar,gama)*W(v,u);
                              aux2=ReX(f,v+0.1,k,N,mi,epsilon,hbar,gama)*W(v+0.1,u);
                              aux=aux+(aux1+aux2)*0.1*0.5;
      }
      return(aux);
}

// Integral em velocidade de ImX
float ImX_integral(float f, float k, float N, float mi, float epsilon, float hbar, float gama, float u)
{
      float v;
      float aux1=0, aux2=0, aux=0;

      for(v=-4000;v<=4000;v=v+0.1) // Integrao numrica: regra do trapzio
      {
                              aux1=ImX(f,v,k,N,mi,epsilon,hbar,gama)*W(v,u);
                              aux2=ImX(f,v+0.1,k,N,mi,epsilon,hbar,gama)*W(v+0.1,u);
                              aux=aux+(aux1+aux2)*0.1*0.5;
      }
      return(aux);
}

// Programa
int main()
{
// Declarao de variveis
    float kb, epsilon, hbar, c;
    float Tr, Tj, P, N;
    float gama, M, mi;
    float L;
    float lambda, k;
    float u;

    float f, f5, f4, f3;
    float alfa, alfa_5, alfa_4, alfa_3, T;
    float n, n5, n4, n3;

    float R, d, theta, theta_i, theta_t, r, n_vidro;
```

```
// Constantes fsicas
    kb=1.38E-23;
    epsilon=8.8542E-12;
    hbar=1.05457E-34;
    c=3E8;

// Parmetros do sistema atmico

    // Clula + vapor

    // Temperaturas
    Tr=273+130;
    Tj=273+175;

    // Presso e densidade
    P=pow(10,2.881+4.165-3830/Tr);
    N=P*133.22/(kb*Tr);

    // Propriedades do csio
    gama=2*pi*5.23E6;
    M=1.66E-27*132.9;
    mi=2.1947E-29; mi=mi/sqrt(2); // polarizao linear, g2/g1=2

    gama=gama+2*pi*2E9*P; // alargamento colisional; 4 GHz/torr

    // Clula
    L=1.0001E-3;
    n_vidro=1.46; // ndice de refrao do quartzo
    theta=2.1; // ngulo (em graus) entre o feixe refletido e incidente

    theta=theta*pi/180; // rad
    theta_i=theta/2; // ngulo incidente

    theta_t=asin(sin(theta_i)/n_vidro); // Lei de Snell para o ngulo refratado no vidro
    r=(n_vidro*cos(theta_i)-cos(theta_t))/(cos(theta_t)+n_vidro*cos(theta_i)); // Coeficiente r perpendicular (?)
    R=fabs(r*r);

    // Feixe laser
    lambda=852E-9;
    k=2*pi/lambda;

    // Velocidade mais provvel na distribuio de velocidades de Maxwell
    u=sqrt(2*kb*Tj/M);

// Arquivo para leitura externa
    FILE *p;
    p=fopen("sinal-de-erro.dat","w");
    //if(!p) { printf("Erro na abertura do arquivo."); exit(0); }
    if(!p) { printf("Erro na abertura do arquivo.");}
```

```
//    fprintf(p,"Freq Transm Densidade\n");
//    fprintf(p,"(Hz) (u.a.) (at/m^3)\n");

    for(f=-3500E6;f<2800E6;f=f+25E6)
    {
                                    // Transio F=4 --> F'=5
                                    f5=f;
                                    alfa_5=k*ImX_integral(f5,k,N,mi,epsilon,hbar,gama,u);
                                    n5=1+0.5*ReX_integral(f5,k,N,mi,epsilon,hbar,gama,u);

                                    // Transio F=4 --> F'=4
                                    f4=f+251.09E6;
                                    alfa_4=k*ImX_integral(f4,k,N,mi,epsilon,hbar,gama,u);
                                    n4=1+0.5*ReX_integral(f4,k,N,mi,epsilon,hbar,gama,u);

                                    // Transio F=4 --> F'=3
                                    f3=f+251.09E6+201.29E6;
                                    alfa_3=k*ImX_integral(f3,k,N,mi,epsilon,hbar,gama,u);
                                    n3=1+0.5*ReX_integral(f3,k,N,mi,epsilon,hbar,gama,u);

                                    // Valores finais de alfa, n e delta
                                    alfa=alfa_5*11/18+alfa_4*7/24+alfa_3*7/72;
                                    n=n5*11/18+n4*7/24+n3*7/72;

                                    //d=4*pi/c*n*L*(f+c/lambda); // f+fo
                                    d=4*pi/c*n*L*cos(theta_i)*(f+c/lambda); // delta com cos(theta)

                                    // Transmisso normalizada
                                    //T=exp(-alfa*L);

                                    // Sinal de erro normalizado
                                    T=((1-R)*(1-R)*exp(-alfa*L))/((1-R*exp(-alfa*L))*(1-R*exp(-alfa*L))+4*R*exp(-alfa*L

                                    printf("%f \t %f \n",f/1E6,T);
                                    fprintf(p,"%e %e %e\n",f/1E6,T,N);
                                    //if(ferror(p)) { perror("Erro na gravacao"); fclose(p); exit(1); }
                                    if(ferror(p)) { perror("Erro na gravacao"); fclose(p);}
    }

    fclose(p);
    system("pause");
    return 0;
}
```

Referências Bibliográficas

[1] TH Maiman. Optical and microwave-optical experiments in ruby. *Physical Review Letters*, 4(11):564, 1960.

[2] Ali Javan, William R Bennett Jr, and Donald R Herriott. Population inversion and continuous optical maser oscillation in a gas discharge containing a He-Ne mixture. *Physical Review Letters*, 6(3):106, 1961.

[3] Robert W Boyd. *Nonlinear optics*. Academic press, 2003.

[4] John Weiner and P-T Ho. *Light-matter interaction, Fundamentals and applications*, volume 1. John Wiley & Sons, 2008.

[5] Fabiano Queiroga, W Soares Martins, Valdeci Mestre, Itamar Vidal, T Passerat de Silans, Marcos Oriá, and Martine Chevrollier. Laser stabilization to an atomic transition using an optically generated dispersive line shape. *Applied Physics B*, 107(2):313–316, 2012.

[6] Weliton Soares Martins, Hugo LD de S Cavalcante, Thierry Passerat de Silans, Marcos Oriá, and Martine Chevrollier. Two-beam nonlinear Kerr effect to stabilize laser frequency with sub-Doppler resolution. *Applied Optics*, 51(21):5080–5084, 2012.

[7] B Chéron, H Gilles, J Hamel, O Moreau, and H Sorel. Laser frequency stabilization using zeeman effect. *Journal de Physique III*, 4(2):401–406, 1994.

[8] Anna L Marchant, Sylvi Händel, Timothy P Wiles, Stephen A Hopkins, Charles S Adams, and Simon L Cornish. Off-resonance laser frequency stabilization using the Faraday effect. *Optics Letters*, 36(1):64–66, 2011.

[9] Malin Premaratne and Govind P Agrawal. Light propagation in gain media. *Light Propagation in Gain Media, by Malin Premaratne, Govind P. Agrawal, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2011*, 1, 2011.

[10] Christopher Foot. Atomic physics. 2008.

[11] Leslie Allen. *Optical resonance and two-level atoms*, volume 28. Courier Dover Publications, 1987.

[12] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, and Gilbert Grynberg. *Atom-photon interactions: basic processes and applications*. Wiley Online Library, 1992.

[13] David Jeffrey Griffiths and Reed College. *Introduction to electrodynamics*, volume 3. prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 1999.

[14] Jun John Sakurai and San Fu Tuan. *Modern quantum mechanics*, volume 104. Addison-Wesley Reading (Mass.), 1994.

[15] Robert Resnick and Robert Eisberg. *Física Quântica-Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas*. 1979.

[16] David J Griffiths. *Introduction to quantum mechanics*. Pearson Education Limited, 2013.

[17] William T Silfvast. *Laser fundamentals*. Cambridge University Press, 2004.

[18] Wolfgang Demtröder. *Atoms, Molecules and Photons: An Introduction to Atomic-Molecular-and Quantum Physics*. Springer, 2006.

[19] Lee Weller, Robert J Bettles, Paul Siddons, Charles S Adams, and Ifan G Hughes. Absolute absorption on the rubidium d1 line including resonant dipole–dipole interactions. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 44(19):195006, 2011.

[20] Brian Harold Bransden and Charles Jean Joachain. *Physics of atoms and molecules*. Pearson Education India, 2003.

[21] Sérgio Carlos Zílio. *Óptica moderna: fundamentos e aplicações*. Instituto de Fisica de São Carlos, 2009.

[22] Max Born and Emil Wolf. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. CUP Archive, 1999.

[23] H Kogelnik and Tingye Li. Laser beams and resonators. *Applied Optics*, 5(10):1550–1567, 1966.

[24] Daniel Adam Steck. Cesium d line data. *Copyright*, 1998.

[25] Orazio Svelto. *Principles of lasers*. Springer, 2010.

[26] Matt Young. *Óptica e lasers*, volume 15. Edusp, 1998.

[27] RN Hall, GE Fenner, JD Kingsley, TJ Soltys, and RO Carlson. Coherent light emission from ga-as junctions. *Phys. Rev. Lett*, 9:366, 1962.

[28] Weng W Chow and Stephan W Koch. *Semiconductor-Laser Fundamentals: Physics of the Gain Materials*. Springer, 1999.

[29] Joseph T Verdeyen. Laser electronics. *Laser electronics/2nd edition/, by JT Verdeyen, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1989, 640 p.*, 1, 1989.

[30] Wolfgang Demtröder. *Laser spectroscopy: basic concepts and instrumentation*. Springer, 2003.

[31] 2014 Wikipedia, a enciclopedia. Wikipedia.isolador óptico. [Online, accessed 15-abril-2014].

[32] N Carlin, EM Szanto, WA Seale, FO Jorge, FA Souza, IH Bechtold, and LR Gasques. Birrefringência em placas de onda e atividade óptica de uma soluçao de açúcar. *Revista Brasileira de Ensino de Fısica*, 27(3):349–355, 2005.

[33] Guoqing Yang, Qiang Lin, Han Zhang, et al. Modulation-free laser frequency offset locking using buffer gas-induced resonance. *Chinese Optics Letters*, 11(10):100201, 2013.

[34] A Ratnapala, CJ Vale, AG White, MD Harvey, NR Heckenberg, and H Rubinsztein-Dunlop. Laser frequency locking by direct measurement of detuning. *Optics letters*, 29(23):2704–2706, 2004.

[35] National Instruments. Explicando a teoria pid. Acessed on-line 17-junho-2014, disponível em *http* : $//www.ni.com/white-paper/3782/pt/$.

[36] João Lourenço. Sintonia de controladores pid. *Escola superior de tecnologia*, 1997.

[37] a enciclopédia 2014 Wikipédia. Pid controller. Acessed on-line 17-junho-2014, disponível em *http* : $//en.wikipedia.org/wiki/PID_controller$.

[38] Eugene Hecht and Alfred Zajac. Óptica. *EUA: Addison–Wesley Iberoamericana SA*, 1986.