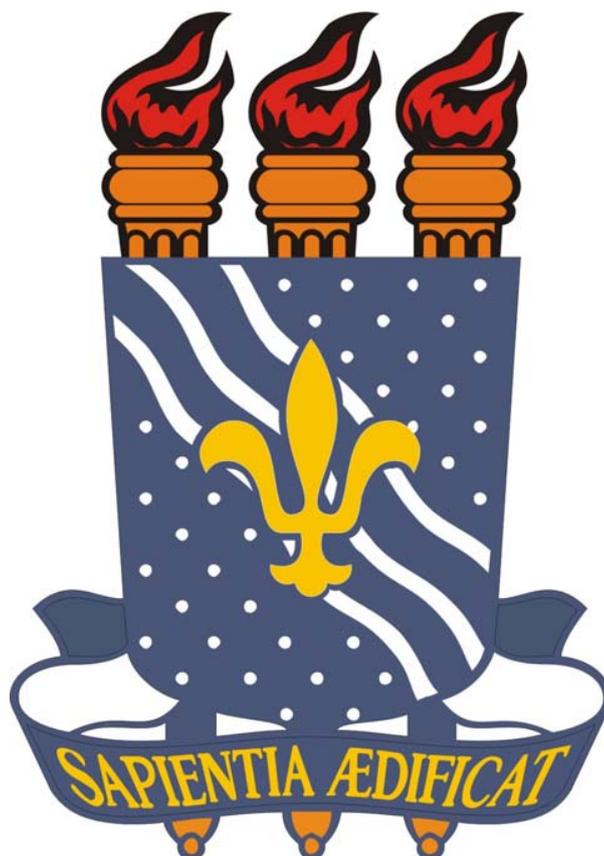


UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
MESTRADO EM FÍSICA



Paulo José Ferreira Porfírio da Silva

O Modelo com Dois Dubletos de Higgs

João Pessoa - PB

2013

Paulo José Ferreira Porfírio da Silva

MODELO DE DOIS DUBLETOS DE HIGGS

Dissertação submetida ao Departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. PAULO SÉRGIO RODRIGUES DA SILVA

João Pessoa - PB

2013

S586m Silva, Paulo José Ferreira Porfírio da.
O Modelo de Dois Dubletos de Higgs / Paulo José Ferreira
Porfírio da Silva.-- João Pessoa, 2013.
63f.
Orientador: Paulo Sérgio Rodrigues da Silva
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN
1. Física. 2. Dubleto de Higgs. 3. Parâmetros oblíquos.
4. Simetria - quebra espontânea.

UFPB/BC

CDU: 53(043)

PAULO JOSÉ FERREIRA PORFIRIO DA SILVA

MODELO DE DOIS DUBLETOS DE HIGGS

Dissertação submetida ao Departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre.

Aprovada em fevereiro de 2013.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva - Orientador
Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires - Examinador Interno
Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito - Examinador Externo
Universidade Federal de Campina Grande

João Pessoa-PB

2013

Dedico a todas as pessoas que me apoiaram
até este momento.

Agradecimentos

A minha família, em especial aos meus pais, que sempre me deram amor, carinho e educação, necessárias, para seguir na caminhada da vida.

Ao Professor Paulo Sérgio Rodrigues da Silva pela orientação, pela dedicação e pelo seu amor à Física.

Aos colegas de pós-graduação, dos quais cito: Gabriel Garcia, Jardson Ricardo, Felipe Freitas, José Amaro, Thiago Sousa e Júlio Brandão.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Lista de Figuras

- 4.1 Gráfico do parâmetro T em função do parâmetro S. Em que a elipse menor, cinza escuro, da Fig.4.1 corresponde à um contorno de 2σ , enquanto que a elipse maior, cinza claro, corresponde à um contorno de 1σ 35

Lista de Tabelas

Sumário

Agradecimentos	v
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	vii
Resumo	x
Abstract	xi
1 Introdução	1
2 O Modelo Padrão das Partículas Elementares	3
2.1 Grupos $SU(N)$ e propriedades	4
2.2 Conteúdo de partículas do MP	5
2.2.1 Conteúdo de Matéria	5
2.2.2 Setor dos Bósons de Gauge	6
2.2.3 Princípio de gauge e as interações dos bósons vetoriais com os férmions	7
2.2.4 Quebra Espontânea de Simetria e Mecanismo de Higgs	13
2.2.5 Setor Escalar	16
2.2.6 Setor de Yukawa	18
3 Modelo com dois Dupleto de Higgs	22
3.1 O Modelo de Dupleto Inerte	24
3.2 Modelo de Mistura(2HDMM)	27

	ix
4 Testes de Precisão Eletro-fraca	30
4.1 Parâmetros Oblíquos no Modelo de Dupleto Inerte	33
4.2 Parâmetros Oblíquos no Modelo de Mistura	33
4.3 Análise Gráfica para o 2HDMI	34
5 Conclusões	37
Referências Bibliográficas	50

Resumo

Nesta dissertação fizemos uma revisão completa do Modelo Padrão (MP), dando ênfase as interações fracas, isto com o intuito de tratarmos de uma extensão do MP com adição de um dubleto de escalar a teoria, conhecida na literatura como Modelo com Dois Dubletos de Higgs(2HDM)¹. Iremos tratar deste modelo sob o ponto de vista de dois aspectos: quando os dois dubletos desenvolvem valor esperado do vácuo(vev) e quando apenas um dos dubletos desenvolve vev, utilizamos o potencial do 2HDM que não viola CP. Particularmente, esses dois modelos são importantes porque eles são bastante simples e podem resolver alguns problemas que estão em aberto na Física, um dos mais importantes é a matéria escura(ME). Além disso, iremos utilizar o formalismo de parâmetros oblíquos, que envolve correções radiativas de primeira ordem, para parametrizar os efeitos da Nova Física(NF). Apresentaremos a fenomenologia para o 2HDM e obteremos as regiões que estão de acordo com os dados experimentais .

Palavras-chave: dubleto de Higgs, parâmetros oblíquos, quebra espontânea de simetria.

¹do inglês, Two Doublet Model

Abstract

In this dissertation we did a complete review of the Standard Model(SM), emphasizing the weak interactions, this in order to treat an extension of the SM with addition of a doublet of scalar theory, known in the literature as Model with Two Higgs doublets (2HDM). We will treat this model from the point of view of both aspects: when two doublets develop the expected value of the vacuum(vev) and when only one develops doublets vev, utilize the potential of 2HDM does not violate CP. These two models are particularly important because they are quite simple and can solve some problems that are open in Physics, one of the most important is the dark matter (DM). Furthermore, we will use the formalism of oblique parameters, radiative corrections involving first order, to parameterize the effects of New Physics (NP). We will present the phenomenology to obtain 2HDM and regions that are in agreement with the experimental data .

Keywords: Higgs doublet, oblique parameters, spontaneous symmetry breaking.

Capítulo 1

Introdução

O Modelo Padrão das Interações Eletro-fracas concordou, com bastante precisão, com quase todos os testes experimentais realizados até hoje, no entanto há alguns problemas que o modelo não explica, por exemplo, o problema da hierarquia, que consiste no valor esperado do vácuo(vev) do campo do Higgs ser bastante instável sob as correções radiativas ultra-violeta para esse vev. Deste modo, para se conseguir a sua estabilidade à baixas energias, é necessário um ajuste bastante grande nas correções, para mais detalhes vide [1], além deste há outros problemas. Uma das saídas pode ser considerar novos modelos que vão além do MP, tais modelos podem apresentar novas partículas, dimensões extras espaciais, novas simetrias e etc. Outra solução seria considerar extensões do MP. Em particular iremos tratar da extensão do setor escalar do MP, pois não há nenhum motivo ou restrição para se ter apenas um dubleto de Higgs, de outra maneira, não há razão nenhuma para não se considerar outras partículas do tipo Higgs em multipletos escalares.

Iremos tratar de uma simples extensão do MP, o modelo de dois dubletos de Higgs(2HDM), em que acrescentamos ao setor escalar do MP outro dubleto de escalar. O 2HDM é importante porque ele é uma peça fundamental para descrever o setor escalar de outros modelos, como por exemplo, o modelo supersimétrico mínimo(MSSM), [3]. Apesar de ser uma extensão bastante simples do MP, apenas adicionado um dubleto de escalar, o modelo mostra alguns mecanismos novos, tais como, violação explícita de CP^1 no potencial do modelo como também quebra espontânea de CP (nesse

¹ C é operador conjugação de carga e P é o operador paridade

trabalho iremos utilizar apenas o potencial escalar que não viola CP). Há vários tipos de 2HDM, iremos nos restringir a dois tipos: o modelo de dubleto inerte(2HDMI), em que apenas um dos dubletos desenvolve vev, e uma das partículas escalares, geradas depois da quebra espontânea de simetria(QES), torna-se um WIMP, e portanto fornece um candidato natural a matéria escura, iremos tratar também do modelo de mistura(2HDMM), em que os dois dubletos desenvolvem vev's esse tipo de 2HDM é utilizado no setor escalar do MSSM.

Consideraremos a escala de energia da nova física não sendo muito maior que a escala de massa do bóson Z , deste modo iremos calcular os parâmetros oblíquos S, T e U para o 2HDMI e 2HDMM. Analisaremos a fenomenologia do 2HDMI, através do gráfico de T versus S , como também as perspectivas do modelo que está sendo testado no Large Hadron Collider(LHC) através da busca direta pelos novos bósons escalares do modelo.

Capítulo 2

O Modelo Padrão das Partículas

Elementares

O Modelo Padrão das Partículas Elementares (MP) [7, 8, 9] é uma teoria que foi desenvolvida durante o século XX pelos físicos Glashow, Weinberg e Salam, para citar os nomes mais importantes em sua construção. O modelo descreve as partículas elementares e as interações fundamentais fraca e eletromagnética(ou interações eletro-fracas), bem como a interação forte, cromodinâmica quântica (QCD), melhor entendida a altas energias somente na última década 1960. A interação gravitacional é bastante fraca comparada com as outras interações, portanto nos processos do MP não levamos em consideração a gravidade que por sua vez se torna importante na escala de Plank. A interação forte é descrita pelo grupo de gauge, $SU(3)_c$, onde o número quântico associado é a “cor”(por esta razão o índice “c”), as partículas elementares que interagem fortemente são os quarks, 6 no total, e os bósons mediadores, os glúons, 8 no total. A interação eletro-fracas é descrita pelo grupo de gauge, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, cujo número quântico associado ao primeiro é o isospin fraco e ao segundo é a hipercarga. As partículas elementares que interagem fracamente são os léptons, 6 no total, os bósons de gauge associados às simetrias de gauge dos grupos $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ e os quarks. O MP é baseado em uma Teoria Quântica de Campos onde os campos se transformam por uma transformação de Gauge, ou seja, a Lagrangeana para os campos descritos pelo modelo deve ser invariante por uma transformação de calibre local, isto é, invariante

pelo grupo $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, e será escrita abreviadamente como,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{escalar} + \mathcal{L}_{fermions} + \mathcal{L}_{QCD} + \mathcal{L}_{Yukawa} \quad (2.1)$$

onde, nas próximas seções, analisaremos cada termo separadamente.

2.1 Grupos $SU(N)$ e propriedades

Antes de começar o estudo relativo às Lagrangeanas, faremos uma pequena revisão sobre os grupos, $SU(N)$, pois é de vital importância para o MP. Os grupos $SU(N)$ são definidos pelas matrizes $N \times N$. Tais matrizes definem os geradores na chamada representação fundamental. Pois bem o grupo $SU(N)$ possui $N^2 - 1$ geradores que possuem algumas propriedades ¹, são elas:

i) matrizes unitárias.

$$\mathcal{G} \cdot \mathcal{G}^\dagger = 1, \text{ com } \mathcal{G} \in SU(2) \quad (2.2)$$

ii) determinante igual a 1.

$$\det \mathcal{G} = 1 \quad (2.3)$$

iii) traço nulo.

$$Tr(\mathcal{G}) = 0 \quad (2.4)$$

Usaremos a notação de Einstein, onde índices repetidos indica uma soma sobre os mesmos. Os geradores do grupo estão relacionados entre si através da álgebra de Lie do grupo,

$$[T^a, T^b] = if^{abc} T^c \quad (2.5)$$

onde os T^a são os geradores do grupo e $a, b, c = 1, \dots, N^2 - 1$, f^{abc} é um objeto completamente antissimétrico nos índices e é chamado de constante de estrutura do grupo. Uma propriedade importante que utilizaremos adiante, é o traço do produto de dois geradores na representação fundamental:

$$Tr(t^a, t^b) = \frac{1}{2} \delta^{ab}. \quad (2.6)$$

¹Observamos que a condição de determinante unitário, quando ausente, define os grupos $U(N)$, que se decompõem em $SU(N) \otimes U(1)$, ou seja, contém um fator abeliano.

Os grupos que serão importantes para nós, no setor eletro-fraco, são os grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$. No caso do grupo abeliano $U(1)_Y$, o qual possui apenas um gerador (é a Hipercarga, Y) a constante de estrutura é zero. No caso do grupo não abeliano [10] $SU(2)_L$ a constante de estrutura é o tensor de Levi-Civita (ϵ^{abc}). Já os geradores, na representação fundamental, são escritos como, $t^i = \frac{\tau^i}{2}$, onde τ^i são as matrizes de Pauli, definidas abaixo:

$$\tau^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Na próxima seção, iremos tratar do conteúdo de partículas do modelo.

2.2 Conteúdo de partículas do MP

O MP tem um conteúdo de partículas muito rico, todo esse conteúdo é formado por léptons, que podem ter os seguintes sabores: elétron, múon, tau e também os respectivos neutrinos associados à esses sabores, pelos quarks que aparecem em 6 tipos: "top", "bottom", "charm", "strange", "up" e "down", além dos léptons e quarks temos os bósons de gauge que são partículas intermediadoras das interações fundamentais e o bóson de Higgs que tem um papel fundamental na teoria, que é gerar massa para as partículas, mas veremos isso com mais detalhes nas seções subsequentes.

2.2.1 Conteúdo de Matéria

No setor fermiônico os campos se transformam pelo grupo de gauge, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, de modo que os férmions de mão esquerda (left-hand, L) são organizados em dubletos de $SU(2)_L$ enquanto que os de mão de direita (right-hand, R) são organizados em singletos de $SU(2)_L$. Vejamos abaixo:

Os léptons, que interagem apenas através das interações fracas e/ou eletromagnéticas, são arranjados em multipletos de $SU(2)_L$ da seguinte maneira :

$$L_e = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad e_R; \quad L_\mu = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \quad \mu_R; \quad L_\tau = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \quad \tau_R.$$

Os quarks, que além de interagir através das interações eletromagnéticas e fraca, também sentem a interação forte, são distribuídos nos seguintes multipletos de sabor (ou seja, pelo grupo $SU(2)_L$),

$$Q_1 = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad u_R, \quad d_R; \quad Q_2 = \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \quad c_R, \quad s_R; \quad Q_3 = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, \quad t_R, \quad b_R.$$

Mais adiante veremos qual a carga sob o grupo $U(1)_Y$ que deve ser associada a cada campo, quando discutirmos a relação entre os geradores diagonais dos grupos que formam o MP.

2.2.2 Setor dos Bósons de Gauge

Este setor é responsável pela dinâmica dos campos vetoriais e pelas interações entre eles. Como já era conhecido da eletrodinâmica quântica (QED)[11], que é uma teoria abeliana, o termo cinético do fóton (bóson de gauge associado à QED) é dado por:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}f^{\mu\nu}f_{\mu\nu} \quad (2.7)$$

onde $f_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Portanto para a parte abeliana do MP, $U(1)_Y$, o termo cinético tem a mesma estrutura. Para o caso não abeliano, $SU(2)_L$ e $SU(3)_c$, devemos definir o seguinte objeto,

$$G_{\mu\nu} = G_{\mu\nu}^a \tau^a \quad (2.8)$$

onde $G_{\mu\nu}^a = (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c)$, e o campo A_μ^a pode ser o campo de gauge associado à simetria não-abeliana, $SU(2)_L$, com $a=1,2,3$, ou o campo de gauge da QCD associado à simetria, $SU(3)_c$, com $a=1,\dots,8$. A fim de construir uma lagrangeana invariante de gauge, necessitamos escrever um termo envolvendo $G_{\mu\nu}$ que seja singlete por $SU(N)$, particularmente o nosso caso é $SU(2)_L$ e $SU(3)_c$, então o único termo que é invariante de gauge construído com o $G_{\mu\nu}$ é ²:

$$\frac{1}{2}Tr[G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] = \frac{1}{2}G_{\mu\nu}^a G^{b\mu\nu} Tr[t^a, t^b], \quad (2.9)$$

²Na verdade, existem infinitos termos invariantes de gauge que podem ser construídos de maneira equivalente a este, mas estamos interessados apenas em teorias renormalizáveis e tais termos seriam proibidos por este critério.

adicionando a constante de acoplamento e substituindo a equação(2.8) na equação anterior, obtemos:

$$\frac{1}{2g^2} Tr[G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] = \frac{1}{2g^2} G_{\mu\nu}^a G^{b\mu\nu} Tr[\tau^a, \tau^b] \quad (2.10)$$

definindo $G_{\mu\nu}^a = igF_{\mu\nu}^a = ig(\partial_\mu b_\nu^a - \partial_\nu b_\mu^a + gf^{abc}b_\mu^b b_\nu^c)$ e usando a propriedade do traço das matrizes de Pauli, ficamos com:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$$

e enfim chegamos a lagrangeana de gauge para o setor eletro-fraco ,

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}F^{a\mu\nu}F_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \quad (2.11)$$

em que $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu b_\nu^a - \partial_\nu b_\mu^a + g\epsilon_{jka}b_\mu^j b_\nu^k$ e $B_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, com $a=1,2,3$

Observamos que termos de massa são proibidos na teoria, pois quebram a invariância de gauge, portanto temos 4 bósons de gauge sem massa b_μ^a e A_μ . Por haver quebra de simetria(estudaremos mais adiante), apenas no setor eletro-fraco, somente, os bósons de gauge associado ao grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, sendo assim esqueceremos o setor forte do MP.

2.2.3 Princípio de gauge e as interações dos bósons vetoriais com os férmions

Até aqui, apresentamos os férmions e bósons vetoriais, cujo papel é descrever a matéria conhecida e os campos de interação. No entanto, ainda não vimos como os férmions interagem através da troca dos bósons de gauge, como acontece no caso mais simples de interação que é a QED. Para obtermos, de maneira unívoca, a forma específica destas interações, utilizaremos o "Princípio de Gauge", que nada mais é que exigir que a lagrangeana de Dirac para os férmions seja invariante por transformações locais sob algum grupo de simetria. Isto não apenas introduz os bósons de gauge na teoria mas, principalmente, fixa a forma das interações destes com os férmions. No que segue, veremos como fazer isto.

A Lagrangeana de Dirac para os férmions sem massa, é dada por:

$$\mathcal{L} = \bar{L}_i i \partial_\mu \gamma^\mu L_i + \bar{e}_{iR} i \partial_\mu \gamma^\mu e_{iR} + \bar{Q}_{jL} i \partial_\mu \gamma^\mu Q_{jL} + \bar{Q}_{kR} i \partial_\mu \gamma^\mu Q_{kR} \quad (2.12)$$

onde $i=e, \mu, \tau$, representando as diferentes famílias para os neutrinos e léptons carregados, e $j=1,2,3$, as famílias de quarks, sendo que $k = 1, \dots, 6$ rotula os 6 quarks de mão-direita. Ou seja, estes rótulos definem os dubletos de léptons, $L_i = L_e, L_\mu, L_\tau$ e $Q_{jL} = Q_1, Q_2, Q_3$ os dubletos de quarks, já para os singletos temos a seguinte notação: $e_{iR} = e_R, \mu_R, \tau_R$ (observando que no MP não há neutrinos de mão-direita) e $Q_{jR} = u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R$. No setor Eletro-Fraco exigimos que a Lagrangeana na Eq.(2.12) seja invariante pelo grupo de gauge, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, com os campos fermiônicos se transformando da seguinte maneira,

$$\begin{aligned}\Psi_{iL}(x) &\rightarrow \Psi'_{iL}(x) = \exp[i\tau^a \alpha_a(x)] \exp[i\theta(x)Y_L] \Psi_{iL}(x) \\ \Psi_{iR}(x) &\rightarrow \Psi'_{iR}(x) = \exp[i\theta(x)Y_R] \Psi_{iR}(x)\end{aligned}\quad (2.13)$$

onde Ψ_i representa qualquer dos férmions, léptons ou quarks, e $Y_{L/R}$ é a hipercarga de cada multipleteo, left e right, respectivamente. Obviamente, a Eq. (2.12) não é invariante por tal transformação, portanto devemos fazer alguma modificação nesta Lagrangeana de modo a torná-la invariante de gauge. Para isso, necessitamos redefinir a derivada ordinária de maneira que a nova derivada, chamada de derivada covariante (D_μ), atue nos campos de modo a produzir uma Lagrangeana invariante pelo grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Seja,

$$\partial_\mu \Psi_{iL} \rightarrow (D_\mu L_i)' = \exp^{i\tau^a \alpha_a} (D_\mu \Psi_{iL}) \quad (2.14)$$

então, temos:

i) Para os dubletos:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g'}{2}A_\mu Y + i\frac{g}{2}\tau^a \cdot b_\mu^a \quad (2.15)$$

$$b_\mu^a \rightarrow b'^a_\mu = b_\mu^a - \varepsilon^{ija} \alpha_j b_\mu^i - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a \quad (2.16)$$

ii) Para os singletos:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + i\frac{g'}{2}A_\mu Y \quad (2.17)$$

$$A_\mu \longrightarrow A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{g'} \partial_\mu \alpha \quad (2.18)$$

onde g' e g são, respectivamente, as constantes de acoplamento dos grupos $U(1)_Y$ e $SU(2)_L$ e devemos inserir 4 bósons vetoriais, sendo A_μ associado ao grupo $U(1)_Y$ e b_a^μ ($a = 1, 2, 3$) ao grupo $SU(2)_L$. Deste modo, a nova Lagrangeana, que agora é invariante de gauge é,

$$\mathcal{L}_{fermions} = \bar{L}_i i D_\mu \gamma^\mu L_i + \bar{e}_{iR} i D_\mu \gamma^\mu e_{iR} + \bar{Q}_{jL} i D_\mu \gamma^\mu Q_{jL} + \bar{Q}_{kR} i D_\mu \gamma^\mu Q_{kR} \quad (2.19)$$

ou ainda, de forma explícita

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fermions} = & \bar{L}_i i (\partial_\mu + i \frac{g'}{2} A_\mu Y + i \frac{g}{2} \tau^a \cdot b_\mu^a) \gamma^\mu L_i + \bar{e}_{iR} i (\partial_\mu + i \frac{g'}{2} A_\mu Y) \gamma^\mu e_{iR} \\ & + \bar{Q}_{jL} i (\partial_\mu + i \frac{g'}{2} A_\mu Y + i \frac{g}{2} \tau^a \cdot b_\mu^a) \gamma^\mu Q_{jL} + \bar{Q}_{kR} i (\partial_\mu + i \frac{g'}{2} A_\mu Y) \gamma^\mu Q_{kR}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Devemos saber como o operador Y atua nos campos fermiônicos, para isso devemos utilizar a relação de Gell-Mann-Nishijima e reescrevê-la em termos dos geradores diagonais dos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$, que são T_3 e Y , respectivamente,

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}, \quad (2.21)$$

então:

$$Y L_i = -L_i \quad Y Q_{jL} = \frac{1}{3} Q_{jL} \quad (2.22)$$

Resumindo, os campos fermiônicos se transformam, respectivamente, pelos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ da seguinte forma:

$$L_i = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L \quad (2, -1); \quad Q_{jL} = \begin{pmatrix} u_j \\ d_j \end{pmatrix}_L \quad (2, \frac{1}{3}); \quad (2.23)$$

$$e_{jR}, (1, -2); \quad u_{jR}, (1, \frac{4}{3}); \quad d_{jR}, (1, \frac{-2}{3}). \quad (2.24)$$

Reescrevendo a Eq.(2.12), substituindo a hipercarga, obtemos,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{fermions} = & i\bar{\nu}_i \not{\partial} \nu_i + i\bar{e}_i \not{\partial} e_i + i\bar{u}_i \not{\partial} u_i + i\bar{d}_i \not{\partial} d_i - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_i & \bar{e}_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g\mathcal{b}_3 - g'\mathcal{A} & g(\mathcal{b}_1 - i\mathcal{b}_2) \\ g(\mathcal{b}_1 + i\mathcal{b}_2) & -g\mathcal{b}_3 - g'\mathcal{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L \\
& + g\bar{e}_{iR} \mathcal{A} e_{iR} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{u}_j & \bar{d}_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g\mathcal{b}_3 + \frac{1}{3}g'\mathcal{A} & g(\mathcal{b}_1 - i\mathcal{b}_2) \\ g(\mathcal{b}_1 + i\mathcal{b}_2) & -g\mathcal{b}_3 + \frac{1}{3}g'\mathcal{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j \\ d_j \end{pmatrix}_L - \frac{2}{3}g'\bar{u}_{iR} \mathcal{A} u_{iR} \\
& + \frac{1}{3}g'\bar{d}_{iR} \mathcal{A} d_{iR}.
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Os termos não diagonais da equação anterior nos dão a Lagrangeana de corrente carregada (\mathcal{L}_{cc}) dos férmions. Por simplicidade separamos ela em duas partes: parte leptônica e a parte dos quarks, como escrito abaixo,

$$\mathcal{L}_{cc,fermions} = \mathcal{L}_{cc,leptons} + \mathcal{L}_{cc,quarks}. \tag{2.26}$$

Já os termos diagonais da Eq.(2.25) corresponde a Lagrangeana de corrente neutra (\mathcal{L}_{cn}) dos férmions e da mesma maneira que foi feito para a corrente carregada separamos ela em duas partes,

$$\mathcal{L}_{cn,fermions} = \mathcal{L}_{cn,leptons} + \mathcal{L}_{cn,quarks}. \tag{2.27}$$

Em um primeiro momento trataremos, apenas, as correntes dos léptons pelo fato de não haver mistura de sabor, o que ocorre para os quarks, que trataremos na seção do setor de Yukawa. Então seja a Lagrangeana de corrente carregada para os léptons,

$$\mathcal{L}_{cc,leptons} = -\frac{g}{2} [\bar{\nu}_{iL}(\mathcal{b}_1 - i\mathcal{b}_2)e_{iL} + \bar{e}_{iL}(\mathcal{b}_1 + i\mathcal{b}_2)\nu_{iL}] \tag{2.28}$$

que para os léptons é

$$\mathcal{L}_{cn,leptons} = -\frac{1}{2} [\bar{\nu}_{iL}(g\mathcal{b}_3 - g'\mathcal{A})\nu_{iL} - \bar{e}_{iL}(g\mathcal{b}_3 + g'\mathcal{A})e_{iL} - 2g'\bar{e}_{iR}\mathcal{A}e_{iR}] \tag{2.29}$$

Definindo o seguinte campo

$$W \equiv \frac{\mathcal{b}_1 - i\mathcal{b}_2}{\sqrt{2}} \tag{2.30}$$

substituindo na Eq.(2.28), temos:

$$\mathcal{L}_{cc,leptons} = -\frac{g}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_{iL} W e_{iL} + \bar{e}_{iL} W^\dagger \nu_{iL}]. \tag{2.31}$$

É importante notar que a Lagrangeana de corrente carregada possui, apenas, termos de mão esquerda, ou seja, não há mistura de quiralidade. Substituindo os operadores quiralidade na equação anterior, temos:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{cc,leptons} &= -\frac{g}{2\sqrt{2}}[\bar{\nu}_i\gamma^\mu(1-\gamma_5)e_iW_\mu + h.c.] \\ &= -\frac{g}{2\sqrt{2}}j_{cc,lptons}^\mu W_\mu + h.c.\end{aligned}\quad (2.32)$$

onde $j_{cc,lptons}^\mu$ é a corrente carregada leptônica, que reescreveremos da seguinte maneira:

$$j_{cc,lptons}^\mu = \bar{\nu}_i\gamma^\mu(1-\gamma_5)e_i = 2\bar{\nu}_{iL}\gamma^\mu e_{iL}.\quad (2.33)$$

Consideremos os termos diagonais, ou seja, a Lagrangeana de corrente neutra. Para isso vamos escrever o campo \mathcal{A}^μ em termos dos campos b_3^μ e A^μ , então há duas possibilidades, de tal forma que uma é ortogonal à outra, isso pode ser visualizado como uma rotação de um ângulo θ_W no plano dos campos b_3^μ e A^μ

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A}^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta_W & \cos\theta_W \\ \cos\theta_W & -\sin\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_3^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix}\quad (2.34)$$

ou ainda

$$\mathcal{A}^\mu = b_3^\mu \sin\theta_W + A^\mu \cos\theta_W\quad (2.35)$$

$$Z^\mu = b_3^\mu \cos\theta_W - A^\mu \sin\theta_W\quad (2.36)$$

onde θ_W é o ângulo de Weinberg, onde é obtido experimentalmente $\sin^2\theta_W \approx 0.22$ [16] e os campos \mathcal{A}_μ e Z_μ são os campos físicos. Substituindo as equações (2.39) e (2.40) na equação (2.30), temos:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{cn,leptons} &= -\frac{1}{2}\bar{\nu}_{iL}[(g\cos\theta_W + g'\sin\theta_W)\mathcal{Z} + (g\sin\theta_W - g'\cos\theta_W)\mathcal{A}]\nu_{iL} \\ &\quad -\frac{1}{2}\bar{e}_{iL}[(g\cos\theta_W - g'\sin\theta_W)\mathcal{Z} + (g\sin\theta_W + g'\cos\theta_W)\mathcal{A}]e_{iL} \\ &\quad +g'\bar{e}_{iR}[-\sin\theta_W\mathcal{Z} + \cos\theta_W\mathcal{A}]e_{iR}.\end{aligned}\quad (2.37)$$

Como na QED não há termo de acoplamento entre neutrinos e o campo eletromagnético, devido ao fato daqueles não possuírem carga elétrica. Conclui-se que o termo que acopla-os na equação anterior é zero, ou seja,

$$g\sin\theta_W - g'\cos\theta_W = 0\quad (2.38)$$

substituindo a equação(2.41) na equação(2.40), obtemos:

$$\mathcal{L}_{cn,leptons} = -\frac{g}{2\cos\theta_W}[\bar{\nu}_{iL}\mathbf{Z}\nu_{iL} - (1-2\sin^2\theta_W)\bar{e}_{iL}\mathbf{Z}e_{iL} + 2\sin\theta_W^2 e_{iR}\mathbf{Z}e_{iR}] + g\sin\theta_W\bar{e}_i\mathbf{A}e_i, \quad (2.39)$$

onde o último termo da equação anterior nos dá o termo de interação da QED, ou seja, $g\sin\theta_W\bar{e}be$, em que a constante de acoplamento deve ser identificada com a carga elétrica,

$$g\sin\theta_W = e = g'\cos\theta_W \quad (2.40)$$

podemos reescrever a Lagrangeana de corrente neutra, definindo uma corrente neutra leptônica, da seguinte maneira:

$$\mathcal{L}_{cn,leptons} = -\frac{g}{2\cos\theta_W}j_{cn,leptons}^\mu Z_\mu + e j_{qed,leptons}^\mu b_\mu \quad (2.41)$$

onde

$$j_{cn,leptons}^\mu = 2g_L^v\bar{\nu}_{iL}\gamma^\mu\nu_{iL} + 2g_L^e\bar{e}_{iL}\gamma^\mu e_{iL} + 2g_R^e\bar{e}_{iR}\gamma^\mu e_{iR} \quad (2.42)$$

$$j_{qed,leptons}^\mu = \bar{e}_i\gamma^\mu e_i \quad (2.43)$$

comparando a Eq.(2.39) com a Eq.(2.41) obtemos os fatores de acoplamento g_L^v, g_L^e e g_R^e

$$g_L^v = \frac{1}{2}; \quad g_L^e = -\frac{1}{2} + \sin^2\theta_W; \quad g_R^e = \sin^2\theta_W; \quad (2.44)$$

que ainda pode ser escrito em termos dos acoplamentos vetoriais e axiais, como segue

$$j_{cn,leptons}^\mu = \bar{\nu}_i\gamma^\mu(g_V^v - g_A^v\gamma^5)\nu_i + \bar{e}_i\gamma^\mu(g_V^e - g_A^e\gamma^5)e_i \quad (2.45)$$

de modo semelhante ao que foi feito anteriormente, obtemos os acoplamentos vetoriais e axiais

$$g_V^v = \frac{1}{2}; \quad g_A^v = \frac{1}{2}; \quad g_V^e = -\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_W; \quad g_A^e = -\frac{1}{2}. \quad (2.46)$$

No que diz respeito aos quarks, surge um novo item o qual deve ser levado em consideração que é a mudança de sabor na corrente neutra, tal mudança não era detectada experimental por causa de limites nos experimentos. Essa troca foi proposta por Cabibbo [15], ele verificou que em decaimentos hadrônicos a universalidade das interações fracas a baixas energias era violada, no entanto se os quarks d e s fossem escritos da seguinte maneira:

$$\begin{pmatrix} u \\ d_\theta \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} c \\ s_\theta \end{pmatrix}_L \quad (2.47)$$

$$d_\theta = \cos \theta_c d + \sin \theta_c s \quad (2.48)$$

$$s_\theta = \cos \theta_c s - \sin \theta_c d \quad (2.49)$$

sendo θ_c o ângulo de Cabibbo. Veremos adiante que com a inclusão de um novo quark, o charme(c), formando com o quark d um dubleto, os termos de mistura são cancelados na Lagrangeana de corrente neutra. Na próxima seção, quando tratarmos do setor de Yukawa, generalizaremos a Lagrangeana de corrente neutra como também a de corrente carregada para as três famílias de quarks.

2.2.4 Quebra Espontânea de Simetria e Mecanismo de Higgs

Como falado, anteriormente, os termos de massa são proibidos na teoria, pois violam a invariância de gauge, no entanto três dos quatro bósons de gauge do setor eletro-fraco possuem massa. São eles: W^+, W^- e Z^0 , enquanto que o fóton(γ) permanece sem massa. Além dos bósons de gauge, sabemos também que os férmions, excetuando os neutrinos³, adquirem massa, portanto tal simetria deve ser quebrada em alguma escala de energia.

Para entender como as partículas do MP adquirem massa devemos entender o que QES. Qualitativamente falando a simetria de um sistema é espontaneamente quebrada quando estado de menor energia do sistema, o vácuo, deixa de ser invariante pela simetria. Para entendermos como funciona a QES, em detalhes, consideraremos o caso de uma teoria de gauge $U(1)$ com um campo escalar complexo, portanto a lagrangeana que descreve um campo escalar complexo é:

$$\mathcal{L}_{escalar} = (\partial^\mu \phi)^\dagger (\partial_\mu \phi) - V(\phi), \quad (2.50)$$

onde

$$\phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}, \quad (2.51)$$

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + |\lambda|(\phi^\dagger \phi)^2.$$

³os neutrinos no MP não têm massa, mas experimentos com oscilação de neutrinos fornecem os valores das diferenças quadráticas de massa entre os diferentes sabores, vide [2], portanto os neutrinos têm massa diferente de zero.

Observando a Eq.(2.50) constatamos que a mesma não é invariante de gauge, ou seja, a Lagrangeana não é invariante pela seguinte transformação:

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{-iq\alpha(x)}\phi(x), \quad (2.52)$$

no entanto queremos que a Lagrangeana seja invariante de gauge, para isso devemos fazer algumas mudanças, são elas:

i) promover a derivada ordinária(∂_μ) à uma derivada covariante(D_μ) de tal maneira que,

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu, \quad (2.53)$$

ii) deve-se exigir também que o campo, A_μ , se transforme como

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \partial_\mu\alpha(x), \quad (2.54)$$

iii) inserir o cinético do campo A^μ

$$F^{\mu\nu} = \partial^\nu A^\mu - \partial^\mu A^\nu. \quad (2.55)$$

Feito isso, a Lagrangeana se torna invariante por $U(1)$ e deste modo, temos:

$$\mathcal{L} = (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - V(\phi) - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}. \quad (2.56)$$

Devemos analisar agora o potencial escalar, $V(\phi\phi^\dagger)$. Analisaremos o caso em que $\mu^2 < 0$, que corresponde a situação à qual o potencial desenvolve valor mínimo diferente de zero, então:

$$\langle |\phi|^2 \rangle_0 = \frac{v^2}{2} \quad (2.57)$$

, podemos ainda escrever a equação anterior como segue

$$\langle \phi \rangle_0 = \pm \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (2.58)$$

onde escolheremos, sem nenhuma perda de generalidade, o sinal positivo. Logo o valor esperado do campo ϕ é

$$\langle 0|\phi|0 \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (2.59)$$

Por razões de conveniência faremos um deslocamento no campo ϕ para obter um novo campo ϕ' com vev igual a zero, então:

$$\phi' = \phi - \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (2.60)$$

onde $\phi' = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi'_1 + i\phi'_2)$, substituindo na equação anterior obtemos:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi'_1 + v + i\phi'_2), \quad (2.61)$$

parametrizando o campo ϕ em termos de variáveis polares, temos:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \eta]e^{i\frac{\zeta}{v}}, \quad (2.62)$$

que para pequenas oscilações em torno do vácuo, a equação anterior reduz-se a:

$$\phi \approx \frac{1}{\sqrt{2}}[v + \eta + i\zeta], \quad (2.63)$$

comparando a equação anterior com a Eq.(2.61) constatamos que para pequenas oscilações em torno do vácuo os campos ϕ'_1 e ϕ'_2 correspondem aos campos η e ζ , respectivamente.

Reescrevendo a Lagrangeana em termos dos novos campos, encontramos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}[(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) + 2\mu^2 \eta^2] - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \\ & \frac{1}{2}[(\partial_\mu \zeta)(\partial^\mu \zeta)] + qvA_\mu(\partial^\mu \zeta) + \frac{q^2 v^2}{2}A_\mu A^\mu + \dots \end{aligned} \quad (2.64)$$

Observamos da equação anterior que o campo η , que desenvolveu vev, adquiriu massa, note também, que o campo A_μ também adquiriu massa no processo, em contrapartida o campo ζ , que não desenvolveu vev, não adquiriu massa. Como surge um termo de mistura dos campos A_μ e ζ é conveniente reescrevermos os três últimos termos da Eq.(2.65) de modo a sanar este problema. Os três últimos termos podem ser escritos da seguinte maneira:

$$\frac{q^2 v^2}{2} \left(A_\mu + \frac{1}{qv} \partial_\mu \zeta \right) \left(A^\mu + \frac{1}{qv} \partial^\mu \zeta \right), \quad (2.65)$$

usando a Eq.(2.54) podemos escolher um valor de $\alpha(x)$ de modo que cancele o termo que contém ζ , isto é, se valendo da "liberdade" de gauge, temos

$$\alpha(x) = -\frac{1}{qv} \zeta$$

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{qv} \partial_\mu \zeta \quad (2.66)$$

$$(2.67)$$

fazendo essas substituições a lagrangeana fica:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}[(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) + 2\mu^2 \eta^2] - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{q^2 v^2}{2}A'_\mu A'^\mu, \quad (2.68)$$

conclui-se que o campo η adquire massa, $m = -\sqrt{2}\mu$, da mesma forma que o campo A'^μ também adquire massa, $M = qv$, já o campo ζ desapareceu totalmente da Lagrangeana. Para entender o que ocorreu basta analisarmos os graus de liberdade da teoria. Antes da QES, tínhamos na teoria quatro graus de liberdade, mas precisamente, dois escalares(ϕ e ϕ^\dagger) e o bóson de gauge, sem massa, A^μ (com duas polarizações). Depois da QES, continuamos com quatro graus de liberdade, no entanto, agora, com um escalar(η) e o bóson de gauge massivo, A'^μ (com três polarizações). Deste modo o bóson de Goldstone, ζ , se fundiu com o bóson de gauge, A^μ , produzindo o bóson de gauge massivo, A'^μ . Tal mecanismo é conhecido como Mecanismo de Higgs e o bóson escalar η é o bóson de Higgs. Então concluimos, através do exemplo acima, que o Mecanismo de Higgs gera massa para os bósons de gauge. Para um grupo não abeliano, o procedimento pode ser encontrado na referência [14]. Na próxima seção iremos tratar a QES no MP.

2.2.5 Setor Escalar

Até então, todas as partículas que consideramos não têm massa, mas devido ao Mecanismo de Higgs, discutido na seção anterior para o caso de $U(1)$, algumas partículas adquirem massa, então procedendo de modo análogo ao caso da QES do grupo $U(1)$, caso abeliano, devemos ter a QES do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, não abeliano, para gerar massa para as partículas, deste modo introduziremos um dubleto de escalar complexo à teoria na qual a componente neutra desenvolve vev, vejamos como isso ocorre matematicamente,

$$\mathcal{L}_{escalar} = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - |\lambda|(\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.69)$$

onde

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \sim (2, 1) \quad (2.70)$$

e

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + |\lambda|(\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.71)$$

Há dois cenários que devem ser analisados:

i) Para $\mu^2 > 0$, o campo Φ não desenvolve vev, portanto a lagrangeana permanece invariante pela simetria.

ii) Para $\mu^2 < 0$, ocorre a quebra espontânea de simetria, pois o campo Φ desenvolve vev diferente de zero. O mínimo do potencial anterior é:

$$\Phi^\dagger \Phi = \frac{v^2}{2}, \quad (2.72)$$

a componente do campo Φ carregada (ϕ^+) não adquire vev, porque o vácuo não carrega carga elétrica, em contrapartida a componente neutra (ϕ^0) adquire vácuo, sendo assim a simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é quebrada, vejamos como isso acontece. Seja o vev dado por:

$$\langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.73)$$

atuando os operadores de isospin, hipercarga e carga elétrica no vev

$$T_1 \langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v}{2\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \quad (2.74)$$

$$T_2 \langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-iv}{2\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \quad (2.75)$$

$$T_3 \langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{-v}{2\sqrt{2}} \end{pmatrix} \neq 0 \quad (2.76)$$

$$Y \langle \Phi \rangle_0 = +1 \langle \Phi \rangle_0 \neq 0 \quad (2.77)$$

$$Q \langle \Phi \rangle_0 = \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right) \langle \Phi \rangle_0 = 0 \quad (2.78)$$

portanto os quatro geradores do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ são quebrados, enquanto que apenas a carga elétrica, gerador do grupo $U(1)_Q$, deixa o vácuo invariante.

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \Rightarrow U(1)_Q \quad (2.79)$$

Devido à essa simetria resultante o fóton não adquire massa pelo Mecanismo de Higgs, enquanto que os outros três bósons adquirem massa. Parametrizando o campo da

seguinte maneira:

$$\Phi = \exp\left(\frac{i\zeta \cdot \tau}{2v}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ (v + \eta)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (2.80)$$

com a liberdade de gauge podemos transformar o campo da seguinte maneira

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \exp\left(\frac{-i\zeta \cdot \tau}{2v}\right) \Phi, \quad (2.81)$$

a transformação anterior define o gauge unitário, desta maneira a Lagrangeana escalar torna-se:

$$\mathcal{L}_{escalar} = \frac{1}{2} \partial^\mu \eta \partial_\mu \eta + \frac{g^2}{4} (v + \eta)^2 W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} (v + \eta)^2 Z_\mu^\dagger Z^\mu - \frac{\lambda}{4} (\eta^2 + 2v\eta)^2, \quad (2.82)$$

explicitando os termos,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{escalar} = & \frac{1}{2} \partial^\mu \eta \partial_\mu \eta - \lambda v^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{\lambda}{4} \eta^4 + \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2 v^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu^\dagger Z^\mu \\ & + \frac{g^2 v}{2} W_\mu^\dagger W^\mu \eta + \text{termos de interação.} \end{aligned} \quad (2.83)$$

Sabendo que os termos bilineares dos campos nos dá a massa das partículas associadas a esses campos, logo o termo bilinear do campo η , que é o campo do bóson de Higgs, nos fornece o valor de sua massa,

$$M_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2} \quad (2.84)$$

enquanto que as dos bósons de gauge são

$$M_W = \frac{gv}{2} \quad (2.85)$$

$$M_Z = \frac{gv}{2 \cos \theta_W} \quad (2.86)$$

é importante frisar que por causa do parâmetro λ , que não é determinado no modelo, este não guarda relação nenhuma com as outras quantidades medidas experimentalmente, devido à isto o MP não fornece o valor da massa do Higgs. Falta-nos tratar das interações entre os férmions e escalares, iremos fazer isso na próxima seção quando tratarmos do Setor de Yukawa.

2.2.6 Setor de Yukawa

Setor responsável pelas interações férmion-escalar e, como os outros termos da Lagrangeana eletro-frac, é um singlete de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Como vimos, anteriormente, o implemento do dubleto de escalar gera massa para os bósons de gauge, veremos que o setor de Yukawa é responsável pela geração de massa para os férmions. Reescrevendo a Lagrangeana de Yukawa em duas partes como segue

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = \mathcal{L}_{Y,leptons} + \mathcal{L}_{Y,quarks}. \quad (2.87)$$

de forma explícita, temos:

$$\mathcal{L}_{Y,leptons} = -G_{ij}(\bar{e}'_{jR}\Phi^\dagger L'_i + \bar{L}'_i\Phi e'_{jR}) \quad (2.88)$$

onde $i,j = e, \mu, \tau$ e G_{ij} denota os acoplamentos de Yukawa, deste modo, depois da QES a Lagrangeana anterior torna-se:

$$\mathcal{L}_{Y,leptons} = -\left(\frac{v+\eta}{\sqrt{2}}\right)G_{ij}\bar{e}'_{jL}\Phi^\dagger e'_{iR} + h.c. \quad (2.89)$$

definindo as matrizes abaixo,

$$\mathbf{e}'_L = \begin{pmatrix} e'_L \\ \mu'_L \\ \tau'_L \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}'_R = \begin{pmatrix} e'_R \\ \mu'_R \\ \tau'_R \end{pmatrix} \quad (2.90)$$

na forma matricial temos:

$$\mathcal{L}_{Y,leptons} = -\left(\frac{v+\eta}{\sqrt{2}}\right)\bar{e}'_L G e'_R + h.c. \quad (2.91)$$

Sabendo que existe uma matriz M_L e M_R tais que diagonalizem G , então:

$$M_L^\dagger G M_R = G_d \quad (2.92)$$

onde G_d é uma matriz diagonal e $G_{dij} = y_i^l \delta_{ij}$, os elementos de matriz de G , feito isso encontramos os autovetores das matrizes M_L e M_R que são os autoestados de massa,

$$\mathbf{e}_L = M_L^\dagger \mathbf{e}'_L, \quad (2.93)$$

$$\mathbf{e}_R = M_R^\dagger \mathbf{e}'_R, \quad (2.94)$$

reescrevendo a Lagrangeana, temos:

$$\mathcal{L}_{Y,leptons} = -\frac{y_i^l v}{\sqrt{2}}\bar{e}_i e_i - \frac{y_i^l \eta}{\sqrt{2}}\bar{e}_i e_i, \quad (2.95)$$

daí, obtemos o termo de massa dos léptons,

$$m_i = \frac{y_i v}{\sqrt{2}} \quad (2.96)$$

, sendo $i = e, \mu, \tau$.

O segundo termo da Eq.(2.95) corresponde à interação do Higgs com os léptons e uma observação importante a ser feita é que o acoplamento dessa interação é proporcional à massa dos léptons, portanto o Higgs tem mais "afinidade" com léptons pesados e como consequência não há acoplamento com os neutrinos do MP.

Para os quarks, temos:

$$\mathcal{L}_{Y,quarks} = -G_{ij}^u \bar{Q}_{iL} \tilde{\Phi}^\dagger u_{jR} + G_{ij}^d \bar{Q}_{iL} \Phi^\dagger d_{jR} + h.c. \quad (2.97)$$

onde $\tilde{\phi} = i\sigma^2 \phi^*$, que é invariante por $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ e lembrando que o $\tilde{\phi}$ não é um novo campos escalar e sim apenas uma combinação de ϕ de modo a gerar massa para os quarks u, c e t. Procedendo de modo análogo ao caso dos léptons, após a QES, ficamos com:

$$\mathcal{L}_{Y,quarks} = -G_{ij}^u v \bar{u}'_{iL} u'_{jR} + G_{ij}^d v \bar{d}'_{iL} d'_{jR} + h.c. \quad (2.98)$$

e obtemos as matrizes que diagonalizam, G^u e G^d :

$$U_R^{-1} G^u U_L = M_d^u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad (2.99)$$

$$D_R^{-1} G^d D_L = D_d^d = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} \quad (2.100)$$

e ainda podemos reescrever a equação anterior em termos das componentes matriciais,

$$M_{(D)ij}^u = y_i^u \delta_{ij} \quad (2.101)$$

$$M_{(D)ij}^d = y_i^d \delta_{ij} \quad (2.102)$$

e assim, finalmente, as massas dos quarks são:

$$m_i^u = \frac{y_i^u v}{\sqrt{2}} \quad (2.103)$$

$$m_i^d = \frac{y_i^d v}{\sqrt{2}} \quad (2.104)$$

daí conseguimos chegar nos autoestados de massa,

$$\mathbf{u}_{L,R} = U_{L,R}^\dagger \mathbf{u}'_{L,R} \quad (2.105)$$

$$\mathbf{d}_{L,R} = D_{L,R}^\dagger \mathbf{d}'_{L,R} \quad (2.106)$$

Voltando para lagrangeana de corrente carregada dos quarks veremos o que muda, levando em consideração a troca de sabor,

$$\mathcal{L}_{cc,quarks} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{u}'_{Li}\gamma^\mu d'_{Lj}W_\mu^+ + h.c.), \quad (2.107)$$

substituindo as Eqs. (2.105) e (2.106) na equação anterior, isto é:

$$\mathcal{L}_{cc,quarks} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{u}_{Li}\gamma^\mu U_{Lij}^\dagger D_{Ljk}d_{Lk}W_\mu^+ + h.c.) \quad (2.108)$$

onde identificamos, o produto matricial $U_{Lij}^\dagger D_{Ljk}$ como sendo matriz de Cabibbo-Kobayshi-Maskawa(CKM),

$$V_{CKM} = U_L^\dagger D_L \quad (2.109)$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 c_3 + s_2 s_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

onde $c_i = \cos\theta_i$ e $s_i = \sin\theta_i$. Então verifica-se que a matriz possui 4 parâmetros, do qual o parâmetro δ é uma fase. Tal fase é importante porque nos dá informação sobre a violação de CP no setor hadrônico.

Com respeito a corrente neutra dos quarks, temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{cn,quarks} &= -\frac{2}{3}e\bar{u}\gamma^\mu u A_\mu + \frac{1}{3}e\bar{d}\gamma^\mu d A_\mu \\ &\quad \sqrt{2}\left(\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W\right)\bar{u}_L\gamma^\mu u_L Z_\mu - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W\bar{u}_R\gamma^\mu u_R Z_\mu \\ &\quad \sqrt{2}\left(\frac{G_F M_Z^2}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}\left(-1 + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W\right)\bar{d}_L\gamma^\mu d_L Z_\mu + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W\bar{d}_R\gamma^\mu d_R Z_\mu \end{aligned} \quad (2.110)$$

Ao substituirmos a Eq.(2.109) em (2.108) verificamos que as matrizes U e D , que são responsáveis pelos termos de mistura, cancelam-se mutuamente, deste modo não temos mistura na corrente neutra dos quarks. Desta forma, concluímos a revisão sobre o MP na próxima seção trataremos uma extensão do MP com um dubleto de escalar adicionado a teoria.

Capítulo 3

Modelo com dois Dupleto de Higgs

O MP é uma teoria que não descreve alguns fenômenos físicos observados. Portanto, podemos fazer extensões deste modelo de modo que possamos descrever efeitos observados experimentalmente que o MP não descreve. O MP é considerado uma teoria efetiva à baixas energias, ou seja, existe uma escala de energia, Λ , em que ele deixa de ser válido, a partir dessa escala outros graus de liberdade passam à ser importantes, desta maneira uma teoria mais geral é a solução para o problema. Mesmo a baixas energias, o MP com um único dupleto de Higgs pode não ser a teoria correta. Uma saída para o problema é considerar extensões do MP que podem explicar vários problemas teóricos que estão em aberto, por exemplo, a matéria escura(ME), supersimetria, violação insuficiente de CP ¹ para dar conta do desequilíbrio observado entre matéria-antimatéria, e etc.

No MP, o parâmetro

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_W} \quad (3.1)$$

nos fornece a intensidade relativa das interações de corrente neutra e carregada nos processos de quatro férmions. Em nível de árvore, ou seja, sem as correções radiativas, ρ é igual à 1, e permanece igual à 1 ao adicionarmos dubletos (com hipercarga fraca, $Y = \pm 1$) e singletos (com hipercarga fraca, $Y = 0$) escalares. Analisaremos o caso que adicionamos um dupleto escalar ao modelo, esta extensão é conhecida como Modelo de Dois Dubletos de Higgs(2HDM) ². Uma das motivações de estudar o 2HDM é

¹Operador conjugação de carga(C) e paridade(P)

²do inglês, Two Higgs Doublet Model

o modelo de dubleto escalar escuro, em que as partículas do dubleto que não desenvolvem vev podem ser bons candidatos à matéria escura, falaremos com mais detalhes na próxima seção. Outra motivação importante é a supersimetria ³, nesta teoria os escalares são agrupados em multipletos quirais e seus conjugados complexos agrupados em multipletos de quiralidade oposta, portanto multipletos de diferentes quiralidades não podem se acoplar, assim se faz necessário adicionar outro dubleto de escalar no modelo, pois apenas um não seria suficiente para gerar massa, simultaneamente, aos quarks de carga elétrica $2/3$ e $-1/3$. Outra motivação seria o próprio setor escalar do 2HDM que pode ser bastante interessante porque podemos construir termos que violem explicitamente CP além da violação que é produzida no MP, desta forma isso pode ser uma possível solução para o problema da insuficiente violação de CP para o desequilíbrio matéria anti-matéria. Nesta dissertação não trataremos o caso que o potencial viola CP.

O potencial do modelo 2MDH é dado por:

$$V = -\frac{1}{2}[m_{11}^2(\phi_S^\dagger\phi_S) + m_{22}^2(\phi_D^\dagger\phi_D)] + \frac{1}{2}[\lambda_1(\phi_S^\dagger\phi_S)^2 + \lambda_2(\phi_D^\dagger\phi_D)^2] + \lambda_3(\phi_S^\dagger\phi_S)(\phi_D^\dagger\phi_D) + \lambda_4(\phi_S^\dagger\phi_D)(\phi_D^\dagger\phi_S) + \frac{1}{2}\lambda_5[(\phi_S^\dagger\phi_D)^2 + (\phi_D^\dagger\phi_S)^2], \quad (3.2)$$

onde m_{11}^2 , m_{22}^2 e λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 são números reais, ϕ_S e ϕ_D são dubletos de escalares idênticos aos do MP, e tomaremos, sem perda de generalidade, que $\lambda_5 < 0$.⁴ O potencial tem simetrias discretas do tipo \mathcal{Z}_2 , paridade, são elas:

$$S : \phi_S \xrightarrow{S} -\phi_S, \phi_D \xrightarrow{S} \phi_D, \quad (3.3)$$

$$D : \phi_S \xrightarrow{D} \phi_S, \phi_D \xrightarrow{D} -\phi_D, \quad (3.4)$$

denotaremos essas transformações por *transformação-S* e *transformação-D*, respectivamente.

Para o potencial do 2HDM ser estável, Eq.(3.2), deve ser positivo para valores assintoticamente grandes em qualquer direção no plano (ϕ_S, ϕ_D) . Nesse limite o po-

³simetria que associa a existência de um bóson para cada férmion do modelo, ou vice-versa, com os mesmos números quânticos

⁴genericamente o último termo tem a forma $[\lambda'_5(\phi_S^\dagger\phi_D)^2 + \lambda'_5(\phi_D^\dagger\phi_S)^2]$. O potencial deve ser invariante por uma transformação global, pois o conteúdo físico não deve se alterar por uma rotação global, isto é, $\phi_j \rightarrow \phi_j e^{i\alpha_j}$ ($j = D, S$). Então seja um complexo qualquer $\lambda'_5 = |\lambda'_5|e^{i\theta}$ e tomando $\alpha_S - \alpha_D = \theta/2 + \pi/2$, chegaremos na condição que $\lambda_5 = -|\lambda'_5|$.

tencial é dominado pelos termos quárticos, logo o potencial se reduz à:

$$V \approx \frac{1}{2}[\lambda_1(\phi_S^\dagger\phi_S)^2 + \lambda_2(\phi_D^\dagger\phi_D)^2] + \lambda_3(\phi_S^\dagger\phi_S)(\phi_D^\dagger\phi_D) + \lambda_4(\phi_S^\dagger\phi_D)(\phi_D^\dagger\phi_S) + \frac{1}{2}\lambda_5[(\phi_S^\dagger\phi_D)^2 + (\phi_D^\dagger\phi_S)^2] \quad (3.5)$$

minimizando a expressão chega-se às seguintes condições:

$$\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \lambda_3 + \sqrt{\lambda_1\lambda_2} > 0, \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \sqrt{\lambda_1\lambda_2} > 0. \quad (3.6)$$

Analisando o potencial verifica-se que podemos ter quatro tipos de mínimo diferentes,

$$(A) \ v_S = 0, v_D = 0$$

$$(B) \ v_S = 0, v_D \neq 0$$

$$(C) \ v_S \neq 0, v_D = 0$$

$$(D) \ v_S \neq 0, v_D \neq 0$$

(3.7)

onde v_S é o vev associado ao campo ϕ_S e v_D é o vev associado ao campo ϕ_D . O caso (A) é trivial, simplesmente não há quebra espontânea de simetria, ou seja, o potencial permanece invariante sob a transformação- S e a transformação- D . O caso (B) o estado, ϕ_S , que adquire vev diferente de zero viola a simetria D , no entanto este estado como também o potencial de Higgs permanecem invariantes pela *transformação- D* . Em contrapartida, a paridade- S não é conservada na Lagrangeana total, ela é violada no setor de Yukawa, isto significa dizer que as partículas do dubleto ϕ_S são instáveis.

Discutiremos os outros dois casos(o modelo de mistura(2HDMM), que corresponde ao caso(D), e o modelo do dubleto inerte(2HDMI), que corresponde ao caso C) com mais detalhes nas seções seguintes.

3.1 O Modelo de Dubleto Inerte

A principal motivação de estudar o 2HDMI é a ME, que constitui cerca de um quarto de todo o conteúdo do Universo. Pois bem, vamos apresentar o modelo: como já falado, no 2HDMI apenas um dos campos desenvolve vácuo enquanto que o outro

permanece inalterado. Desta forma, apenas o campo ϕ_S se acopla com os férmions. Iremos adotar o Modelo I de Interações de Yukawa (modelo em que um dos dubletos se acopla com os férmions, ou seja, gera massa para os férmions, enquanto que o outro dubleto não se acopla com os férmions), no entanto os resultados obtidos nas seções subsequentes independem do modelo de interação adotado.

Temos, então:

$$\langle \phi_S \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \langle \phi_D \rangle = 0. \quad (3.8)$$

Parametrizando os dubletos:

$$\phi_S = \begin{pmatrix} G^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v+h+iG) \end{pmatrix}, \phi_D = \begin{pmatrix} H^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(H+iA) \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Resta-nos substituir a equação anterior na Eq.(3.2), então:

$$\begin{aligned} V = & -\frac{1}{2}m_{11}^2 \left[\frac{1}{2}(v^2 + 2vh + h^2 + G^2) + G^-G^+ \right] - \frac{1}{2}m_{22}^2 \left[\frac{1}{2}(H^2 + A^2) + H^-H^+ \right] \\ & + \frac{\lambda_2}{2} \left[\frac{1}{4}(H^2 + A^2)^2 + (H^2 + A^2)H^-H^+ + H^-H^+H^-H^+ \right] + \frac{\lambda_1}{2} \\ & \left[\frac{1}{4}(v^2 + 2vh + h^2 + G^2)^2 + (v^2 + 2vh + h^2 + G^2)G^-G^+ + G^-G^+G^-G^+ \right] \\ & + \frac{\lambda_3}{4} \left[\frac{1}{2}(v^2 + 2vh + h^2 + G^2) + 2G^-G^+ \right] \left[(H^2 + A^2) + 2H^-H^+ \right] \\ & + \frac{\lambda_4}{4} \left[2G^-H^+ + vH + hH + GA + i(vA + hA - GH) \right] \left[2H^-G^+ + vH + Hh + AG \right. \\ & \left. - i(vA + hA - HG) \right] + \frac{\lambda_5}{8} \left\{ \left[2G^-H^+ + vH + hH + GA + i(vA + hA - GH) \right]^2 + h.c. \right\}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

A matriz de massa é obtida a partir das derivadas de segunda ordem do potencial em relação aos campos, calculados no vácuo $\langle \phi_S \rangle = v/\sqrt{2}$ e $\langle \phi_D \rangle = 0$. Vejamos, então, a matriz de massa para os campos h e H :

$$M_{h,H}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial h^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial h \partial H} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial H \partial h} & \frac{\partial^2 V}{\partial H^2} \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

na base $\begin{pmatrix} h \\ H \end{pmatrix}$, calculando as derivadas obtemos a seguinte matriz de massa:

$$M_{h,H}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}m_{11}^2 + \lambda_1 \frac{v^2}{2} + \lambda_1 v^2 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_{345}}{2} v^2 - \frac{1}{2}m_{22}^2 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

onde $\lambda_{345} = \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5$. Usando a condição de mínimo do potencial,

$$\frac{\partial V}{\partial h} = -\frac{1}{2}m_{11}^2 v + \frac{\lambda_1}{2}v^3 = 0, \quad (3.14)$$

obtemos a seguinte Lagrangeana de massa para h e H :

$$\mathcal{L}_{h,H} = \begin{pmatrix} h & H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 v^2 & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_{345}}{2}v^2 - \frac{1}{2}m_{22}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ H \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

Como a matriz é diagonal, o vetor da base já é um auto-estado de massa, deste modo os termos diagonais da matriz de massa nos fornece as massas das partículas, logo:

$$M_h^2 = \lambda_1 v^2 \quad (3.16)$$

$$M_H^2 = -\frac{1}{2}(m_{22}^2 - \lambda_3 v^2). \quad (3.17)$$

Procedendo de modo análogo, encontramos as massas dos outros campos,

$$\mathcal{L}_{G^\pm, H^\pm} = \begin{pmatrix} G^- & H^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}(m_{22}^2 - \lambda_3 v^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Portanto as massas são dadas:

$$M_{G^\pm}^2 = 0, \quad (3.19)$$

onde as partículas G^\pm são bósons de Goldstone.

$$M_{H_\pm}^2 = -\frac{1}{2}(m_{22}^2 - \lambda_3 v^2). \quad (3.20)$$

Para os pseudo-escalares G e A , encontramos:

$$M_G = 0 \quad (3.21)$$

onde G é um bóson de Goldstone.

$$M_A^2 = \frac{1}{2}(\lambda_{345}^- v^2 - m_{22}^2) \quad (3.22)$$

onde $\lambda_{345}^- = \lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_5$.

Devem ser satisfeitas algumas condições para existir vácuo estável no 2HMDI, as condições são:

$$\begin{aligned} M_H^2, M_h^2, M_{H_\pm}^2, M_A^2 &\geq 0 \\ \frac{m_{11}^2}{\sqrt{\lambda_1}} &> \frac{m_{22}^2}{\sqrt{\lambda_2}} \end{aligned} \quad (3.23)$$

é óbvio que a primeira condição da equação(3.21) deve ser satisfeita, a segunda condição é obtida substituindo a equação(3.6) na equação(3.1).

Como apenas o dubleto ϕ_S interage com os férmions, então uma das partículas desse dubleto deve se comportar como o Higgs do MP, a única possibilidade é a partícula h , pelo simples fato das outras partículas, G e G^+ , serem bósons de Goldstone. Portanto, identificaremos o bóson h como sendo o Higgs correspondente ao bóson detectado no LHC ,[17], com massa de aproximadamente 125GeV .

Após a QES do setor eletro-fraco (apenas o dubleto ϕ_S é responsável por esta quebra) a Lagrangeana permanece invariante pela simetria D, Eq.(3.4), isso significa dizer que as partículas do dubleto, ϕ_D , são estáveis, ou seja, têm seus números quânticos multiplicativos conservados e por consequência a partícula mais leve e eletricamente neutra pode ser considerada um bom candidato à Matéria Escura(ME),[23]. Portanto, H é um bom candidato à ME, para isso , devemos exigir a condição que $\lambda_4 + \lambda_5 < 0$ e assim obter:

$$M_{H_{\pm}}, M_H < M_A. \quad (3.24)$$

Estão sendo construídos possíveis valores de massa para partículas do tipo-D, em aceleradores atuais e dados astrofísicos,[21, 22]

3.2 Modelo de Mistura(2HDMM)

O 2HDMM é descrito pelo potencial dado pela Eq.[3.2], diferentemente do 2HDMI nesse modelo consideraremos o Modelo II de interações de Yukawa(modelo no qual o dubleto ϕ_D gera massa para os quarks de carga $Q = \frac{2}{3}$ enquanto que o dubleto ϕ_S gera massa para os quarks de $Q = \frac{-1}{3}$ e para os léptons de $Q = -1$.

Neste modelo ambos os dubletos desenvolvem vev's, que representaremos da seguinte maneira: $\langle \phi_S \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_S/\sqrt{2} \end{pmatrix}$, $\langle \phi_D \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_D/\sqrt{2} \end{pmatrix}$, $v_S, v_D \neq 0$ e $v^2 = v_S^2 + v_D^2 = 246\text{GeV}$. Parametrizando os campos da seguinte maneira:

$$\phi_S = \begin{pmatrix} \rho_S^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_S + \rho_S + i\chi_S) \end{pmatrix}, \phi_D = \begin{pmatrix} \rho_D^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_D + \rho_D + i\chi_D) \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

Substituindo a equação anterior na Eq.[3.2], de modo análogo ao que foi feito para o 2HDMM, obtemos as expressões das Lagrangeanas na base dos campos:

$$\mathcal{L}_{massa,\rho} = \begin{pmatrix} \rho_S^- & \rho_D^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}m_{11}^2 + \frac{\lambda_1}{2}v_S^2 + \frac{\lambda_3}{2}v_D^2 & \frac{\lambda_4}{2}v_S v_D + \frac{\lambda_5}{2}v_S v_D \\ \frac{\lambda_4}{2}v_S v_D + \frac{\lambda_5}{2}v_S v_D & -\frac{1}{2}m_{22}^2 + \frac{\lambda_2}{2}v_D^2 + \frac{\lambda_3}{2}v_S^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_S^+ \\ \rho_D^+ \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

usando a condição de mínimo do potencial,

$$\frac{\partial V}{\partial R_1} = -\frac{1}{2}m_{11}^2 v_S + \frac{\lambda_1}{2}v_S^3 + \frac{\lambda_3}{2}v_D^2 v_S + \frac{\lambda_4}{2}v_S v_D^2 + \frac{\lambda_5}{2}v_S v_D^2 = 0, \quad (3.27)$$

obtemos:

$$\mathcal{L}_{massa,\rho^\pm} = -\frac{1}{2}(\lambda_4 + \lambda_5)v_S v_D \begin{pmatrix} \rho_1^- & \rho_2^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{v_D}{v_S} & -1 \\ -1 & \frac{v_S}{v_D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho_2^+ \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

como a matriz é não diagonal devemos diagonalizá-la de modo a obter os autovalores, que são as massas na nova base. Então a Lagrangeana na base dos auto-estados de massa é dada por :

$$\mathcal{L}_{massa,G^\pm H^\pm} = -\frac{1}{2}(\lambda_4 + \lambda_5)v_S v_D \begin{pmatrix} G^- & H^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{v_D^2 + v_S^2}{v_D v_S} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

onde $\begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix}$ é o auto-estado de massa. Identificamos as massas:

$$M_{G^\pm} = 0, \quad (3.30)$$

em que os bósons G^\pm são bósons de Goldstone,

$$M_{H^\pm}^2 = -\frac{1}{2}(\lambda_4 + \lambda_5)v^2. \quad (3.31)$$

Para os pseudo-escalares, temos:

$$\mathcal{L}_{massa,\chi} = -\lambda_5 \begin{pmatrix} \chi_S & \chi_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_D^2 & -v_S v_D \\ -v_S v_D & v_S^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_S \\ \chi_D \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

ao diagonalizarmos, ficamos os bosóns físicos:

$$\mathcal{L}_{massa,A} = -\lambda_5 \begin{pmatrix} G & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & v^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G \\ A \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

então:

$$M_G = 0, \quad (3.34)$$

igualmente aos bósons G^\pm , G é um bóson de Goldstone,

$$M_A^2 = -\lambda_5 v^2. \quad (3.35)$$

Já para os escalares a lagrangeana de massa é:

$$\mathcal{L}_{massa,\rho} = - \begin{pmatrix} \rho_S & \rho_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 v_S^2 & \lambda_{345} v_S v_D \\ \lambda_{345} v_S v_D & \lambda_2 v_D^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_S \\ \rho_D \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

Diagonalizando, obtemos as seguintes equações para as massas, na base dos auto-estados de massa, $\begin{pmatrix} H \\ h \end{pmatrix}$,

$$M_H^2 = \frac{v^2}{2} \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} (\lambda_1 + \lambda_2 \tan^2 \beta + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2 \tan^2 \beta)^2 + 4\lambda_{345}^2 \tan^2 \beta}) \quad (3.37)$$

$$M_h^2 = \frac{v^2}{2} \frac{1}{1 + \tan^2 \beta} (\lambda_1 + \lambda_2 \tan^2 \beta - \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2 \tan^2 \beta)^2 + 4\lambda_{345}^2 \tan^2 \beta}) \quad (3.38)$$

onde definimos o ângulo, β , como sendo $\tan \beta = \frac{v_D}{v_S}$ e parametrizando os auto-estados de massa,

$$\begin{pmatrix} H \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_S \\ \rho_D \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} G \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_S \\ \chi_D \end{pmatrix}, \quad (3.39)$$

$$\begin{pmatrix} G^+ \\ H^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_S^+ \\ \rho_D^+ \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

, onde os ângulos α e $\beta \in (-\pi/2, \pi/2)$ e $(0, \pi/2)$, respectivamente. O ângulo α parametriza a matriz de rotação dos auto-estados de CP par, isto é, os escalares neutros, H e h , enquanto que o ângulo β parametriza a matriz de rotação dos auto-estados de CP ímpar, isto é, os pseudo-escalares A . Em que C indica uma transformação de conjugação de carga e P indica uma transformação de paridade, então um campo $\phi(x, t)$ se transforma por CP da seguinte maneira,

$$CP \phi(x, t)_a CP^\dagger = (U)_{ab}^{CP} \phi^*(x, t)_b \quad (3.41)$$

Em resumo, o modelo apresenta cinco bósons de Higgs, sendo dois Higgs carregados, H^\pm , e três Higgs neutros, H, h, A

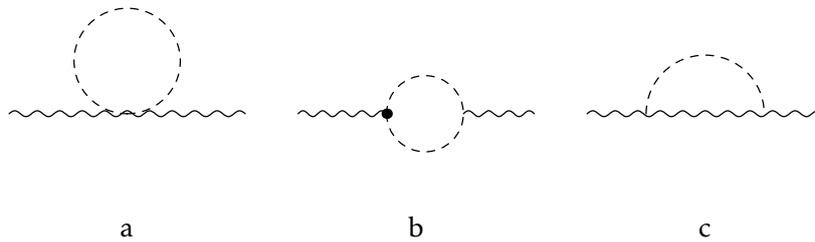
Capítulo 4

Testes de Precisão Eletro-frac

Os parâmetros oblíquos eletro-fracos S, T, U nos fornecem efeitos indiretos da Física além do MP, ou seja, podemos observar a partir deles efeitos de Nova Física(NF) para extensões do MP, tais como modelos de technicolour, modelos com vários doublets de Higgs e etc. Eles medem os desvios do MP em termos de correções radiativas dos bósons de gauge, mais precisamente em correções de polarização do vácuo, que são correções ao propagador,

$$\Pi_{VV'}(q^2) = \Pi_{VV'}^{MP}(q^2) + \delta\Pi_{VV'}(q^2), \quad (4.1)$$

onde q é o quadrimomento, $V, V' = \gamma, W^\pm, Z$ e $\Pi_{VV'}$, é a função de polarização do vácuo e $\delta\Pi_{VV'}(q^2)$ quantifica as contribuições da NF. Onde os seguintes diagramas de Feynman contribuem para os parâmetros,



Para usarmos os parâmetros oblíquos se faz necessário que a NF tenha algumas características:

i) não se pode ter novos bósons de gauge na teoria, ou seja, o grupo de gauge no setor eletro-frac não deve se alterar. Pois a existência de novos bósons de gauge não forneceria uma parametrização completa dos efeitos da NF.

ii) apenas correções oblíquas são consideradas, correções não oblíquas (correções de vértice e correções de caixa) são desprezadas. Isso porque os acoplamentos da NF com os férmions leves são bastantes insignificantes.

iii) a escala de energia da NF é maior que a escala eletro-fraca.

Os critérios anteriores são importantes, porque podemos descrever, completamente, observáveis físicos à baixas pelos três parâmetros oblíquos eletro-fracos, S , T e U .

O item iii) nos diz que podemos expandir as funções de polarização do vácuo em potências de q^2/m^2 , onde m é a escala de massa das interações da NF, e basta expandir até primeira ordem, pois a escala de energia da NF é maior que a escala eletro-fraca, logo,

$$\begin{aligned}\Pi_{\gamma\gamma}(q^2) &= q^2 \Pi'_{\gamma\gamma}(0) + \dots \\ \Pi_{Z\gamma}(q^2) &= q^2 \Pi'_{Z\gamma}(0) + \dots \\ \Pi_{ZZ}(q^2) &= \Pi_{ZZ}(0) + q^2 \Pi'_{ZZ}(0) + \dots \\ \Pi_{WW}(q^2) &= \Pi_{WW}(0) + q^2 \Pi'_{WW}(0) + \dots\end{aligned}$$

onde Π' é a derivada da função de polarização do vácuo em relação à q^2 . As constantes $\Pi_{\gamma\gamma}(0)$ e $\Pi_{Z\gamma}(0)$ são iguais a zero devido às condições renormalização, vide [20]. Então os parâmetros são definidos em, [20]

$$S = \frac{4s_W^2 c_W^2}{\alpha} \left\{ \frac{\delta\Pi_{ZZ}(M_Z^2) - \delta\Pi_{ZZ}(0)}{M_Z^2} - \delta\Pi'_{\gamma\gamma}(0) + \frac{c_W^2 - s_W^2}{c_W s_W} \delta\Pi_{\gamma Z}(0) \right\}, \quad (4.2)$$

$$T = \frac{1}{\alpha} \left\{ \frac{\delta\Pi_{WW}(0)}{M_W^2} - \frac{\delta\Pi_{ZZ}(0)}{M_Z^2} \right\}, \quad (4.3)$$

$$U = \frac{4s_W^2 c_W^2}{\alpha} \left\{ \frac{\delta\Pi_{WW}(M_W^2) - \delta\Pi_{WW}(0)}{M_W^2} - c_W^2 \frac{\delta\Pi_{ZZ}(M_Z^2) - \delta\Pi_{ZZ}(0)}{M_Z^2} - s_W^2 \delta\Pi'_{\gamma\gamma}(0) - 2c_W s_W \delta\Pi'_{\gamma Z}(0) \right\}. \quad (4.4)$$

onde α é a constante de estrutura fina, s_W e c_W são o seno e cosseno do ângulo de Weinberg, respectivamente.

Se as funções de polarização do vácuo são expandidas além da primeira ordem (o que não é o nosso caso) teríamos que considerar mais três parâmetros oblíquos independentes, [25].

O parâmetro S mede a diferença entre o número de férmions de mão-esquerda e o número de férmions de mão-direita. O parâmetro T mede a violação de isospin,

deste modo ele é sensível à diferença das correções de loop das funções de polarização dos bósons Z e W , como mostra a Eq.(4.3). O parâmetro T parametriza a quantidade ρ , 3.1, que aparece no MP, pela seguinte relação $\rho = 1 + \alpha T$. O parâmetro U não é muito usado na prática, pois suas contribuições para a NF são irrisórias. Isto porque, a forma explícita de U depende da diferença entre as massas dos bósons Z e W , das Eqs.(2.85-2.86) tiramos a relação entre as massas, que são praticamente iguais, na prática tomamos o limite onde as massas são iguais.

Os parâmetros S, T e U são definidos tendo como referência o MP, ou seja, os parâmetros são identicamente iguais à zero para o MP, $S = T = U = 0$.

De uma maneira geral podemos escrever o tensor de polarização do vácuo como segue,

$$\Pi_{VV'}^{\mu\nu}(q) = g^{\mu\nu} A_{VV'}(q^2) + q^\mu q^\nu B_{VV'}(q^2), \quad (4.5)$$

onde $A_{VV'}$ é o coeficiente dos termos diagonais e $B_{VV'}$ é o coeficiente dos termos não diagonais.

Iremos supor que os $\delta\Pi_{VV'}(q^2)$ são devidos à escala de massa muito alta, e portanto são bem descritos por uma expansão de Taylor de primeira ordem,

$$\delta\Pi_{VV'}(q^2) \approx C_{VV'} + D_{VV'}q^2, \quad (4.6)$$

portanto as contribuições da NF estão em $A_{VV'}$ e deste modo escrever,

$$A_{VV'}(q^2) = A_{VV'}^{total}(q^2) - A_{VV'}^{MP}(q^2) \quad (4.7)$$

onde $A_{VV'}^{total}(q^2)$ é a quantidade calculada no 2HDM e $A_{VV'}^{MP}(q^2)$ é a quantidade calculada no MP.

Reescrevendo as Eqs.(4.2,4.3,4.4) em termos dos A 's, obtemos:

$$S = \frac{4s_W^2 c_W^2}{\alpha} \left\{ \frac{A_{ZZ}(M_Z^2) - A_{ZZ}(0)}{M_Z^2} - \frac{\partial A_{\gamma\gamma}(q^2)}{\partial q^2} \Big|_{q^2=0} + \frac{c_W^2 - s_W^2}{c_W s_W} \frac{\partial A_{\gamma Z}(q^2)}{\partial q^2} \Big|_{q^2=0} \right\}, \quad (4.8)$$

$$T = \frac{1}{\alpha} \left\{ \frac{A_{WW}(0)}{M_W^2} - \frac{A_{ZZ}(0)}{M_Z^2} \right\}, \quad (4.9)$$

$$U = \frac{4s_W^2}{\alpha} \left\{ \frac{A_{WW}(M_W^2) - A_{WW}(0)}{M_W^2} - c_W^2 \frac{A_{ZZ}(M_Z^2) - A_{ZZ}(0)}{M_Z^2} - s_W^2 \frac{\partial A_{\gamma\gamma}}{\partial q^2} \Big|_{q^2=0} + 2c_W s_W \frac{\partial A_{\gamma Z}}{\partial q^2} \Big|_{q^2=0} \right\}, \quad (4.10)$$

Iremos considerar, na próxima seção, os parâmetros oblíquos dos modelos 2HDMM e 2HDMI.

4.1 Parâmetros Oblíquos no Modelo de Dubleto Inerte

Para o 2HDMI as expressões para S e T se reduzem para, vide apêndice C,

$$T = \frac{1}{32\pi^2\alpha v^2} \{F(M_{H^\pm}^2, M_A^2) + F(M_{H^\pm}^2, M_H^2) - F(M_A^2, M_H^2)\} + \frac{3}{8\pi} \log\left(\frac{M_{h,ref}}{M_h}\right) \quad (4.11)$$

$$S = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{6} \frac{M_A^4(M_A^2 - 3M_H^2)}{(M_A^2 - M_H^2)^3} \log\left(\frac{M_A^2}{M_H^2}\right) + \frac{1}{6} \log\left(\frac{M_H^2}{M_{H^\pm}^2}\right) - \frac{5}{36} + \frac{M_H^2 M_A^2}{3(M_A^2 - M_H^2)^2} - \frac{1}{3} \log\left(\frac{M_{h,ref}}{M_h}\right) \right\} \quad (4.12)$$

onde $M_{h,ref}$ ¹ é o valor de referência da massa do Higgs padrão usado no ajuste dos dados experimentais, $M_{h,ref} = 117 GeV$, e a função, F , é definida da seguinte maneira,

$$F(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{xy}{x-y} \log \frac{x}{y}, & \text{com } x \neq y \\ 0, & \text{com } x = y \end{cases} \quad (4.13)$$

4.2 Parâmetros Oblíquos no Modelo de Mistura

No apêndice B está o cálculo dos parâmetros S e T para o 2HDMM, portanto,

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{16\pi^2 v^2 \alpha} \{F(M_{H^\pm}^2, M_A^2) + \sin^2(\beta - \alpha)F(M_{H^\pm}^2, M_H^2) + \cos^2(\beta - \alpha)F(M_{H^\pm}^2, M_h^2) \\ & - \sin^2(\beta - \alpha)F(M_A^2, M_H^2) - \cos^2(\beta - \alpha)F(M_A^2, M_h^2) \\ & + 3[\cos^2(\beta - \alpha)(F(M_Z^2, M_H^2) - F(M_W^2, M_H^2)) \\ & + \sin^2(\beta - \alpha)(F(M_Z^2, M_h^2) - F(M_W^2, M_h^2)) - (F(M_Z^2, M_h^2) - F(M_W^2, M_h^2))\}, \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} S = & \frac{1}{24\pi} \{(2s_W^2 - 1)^2 G(M_{H^\pm}^2, M_{H^\pm}^2, M_Z^2) + \sin^2(\beta - \alpha)G(M_A^2, M_H^2, M_Z^2) + \cos^2(\beta - \alpha)G(M_A^2, M_h^2, M_Z^2) - \\ & - 2\log M_{H^\pm}^2 + \log M_A^2 + \log M_H^2 + \log M_h^2 - \log M_{h,ref}^2 + \cos^2(\beta - \alpha)\bar{G}(M_H^2, M_Z^2) + \\ & + \sin^2(\beta - \alpha)\bar{G}(M_h^2, M_Z^2) - \bar{G}(M_{h,ref}, M_Z^2)\}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

¹na obtenção dos parâmetros, no apêndice C, consideramos que o M_h é igual à $M_{h,ref}$, no entanto, se $M_{h,ref}$ é diferente de $M_{h,ref}$ devemos considerar as contribuições de $M_{h,ref}$ e subtraí-la de M_h .

em que as funções são definidas,

$$G(x, y, z) = -\frac{16}{3} + \frac{5(x+y)}{z} - \frac{2(x-y)^2}{z^2} + \frac{3}{z} \left(\frac{x^2+y^2}{x-y} - \frac{x^2-y^2}{z} + \frac{(x-y)^3}{3z^2} \right) \log \frac{x}{y} + \frac{z^2 - 2z(x+y) + (x-y)^2}{z^3} f(x+y-z, z^2 - 2z(x+y) + (x+y)^2), \quad (4.16)$$

$$\bar{G}(x, y) = -\frac{79}{3} + 9\frac{x}{y} - 2\frac{x^2}{y^2} + \left(-10 + 18\frac{x}{y} - 6\frac{x^2}{y^2 + \frac{x^2}{y^3} - 9\frac{x+y}{x-y}} \right) \log \frac{x}{y} + \left(12 - 4\frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2} \right) \frac{f(x, x^2 - 4xy)}{y}, \quad (4.17)$$

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{y} \log \frac{|x-\sqrt{y}|}{|x+\sqrt{y}|}, & \text{com } y > 0 \\ 0, & \text{com } y = 0 \\ 2\sqrt{-y} \arctan \frac{\sqrt{-y}}{x}, & \text{com } y < 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

4.3 Análise Gráfica para o 2HDMI

Plotamos o gráfico do parâmetro T em função do parâmetro S . Para isso usamos as condições obtidos no cap.3:

- Condições de estabilidade do potencial(construções positivas do potencial), Eq.(3.6).

- As condições dadas pelas Eqs.(3.23, 3.24).

Além dessas condições, estamos tomando $M_{h,ref} = 117 GeV$, como sendo a massa de referência do Higgs nessa analise, $M_h = 125 GeV$, como sendo a massa do Higgs padrão, $M_H = 40 GeV$, como sendo a massa da possível partícula candidata à ME, $\alpha = 1/137$, constante de estrutura fina, $v = 246 GeV$, o vev. Para as outras duas partículas, M_{H^+} e M_A , estamos variando as massas no seguinte intervalo: $(41, 1010] GeV$. Os valores experimentais dos parâmetros S e T , para o MP, são obtidos na referência, [18], (para U sendo igual 0):

$$\begin{aligned} S &= 0.03 \pm 0.09 \\ T &= 0.07 \pm 0.08 \end{aligned} \quad (4.19)$$

A correlação(ρ) do ajuste é de 0.87. Como já falado, estamos tomando as contribuições do MP para os parâmetros oblíquos sendo zero, deste modo o que nos interessa são os

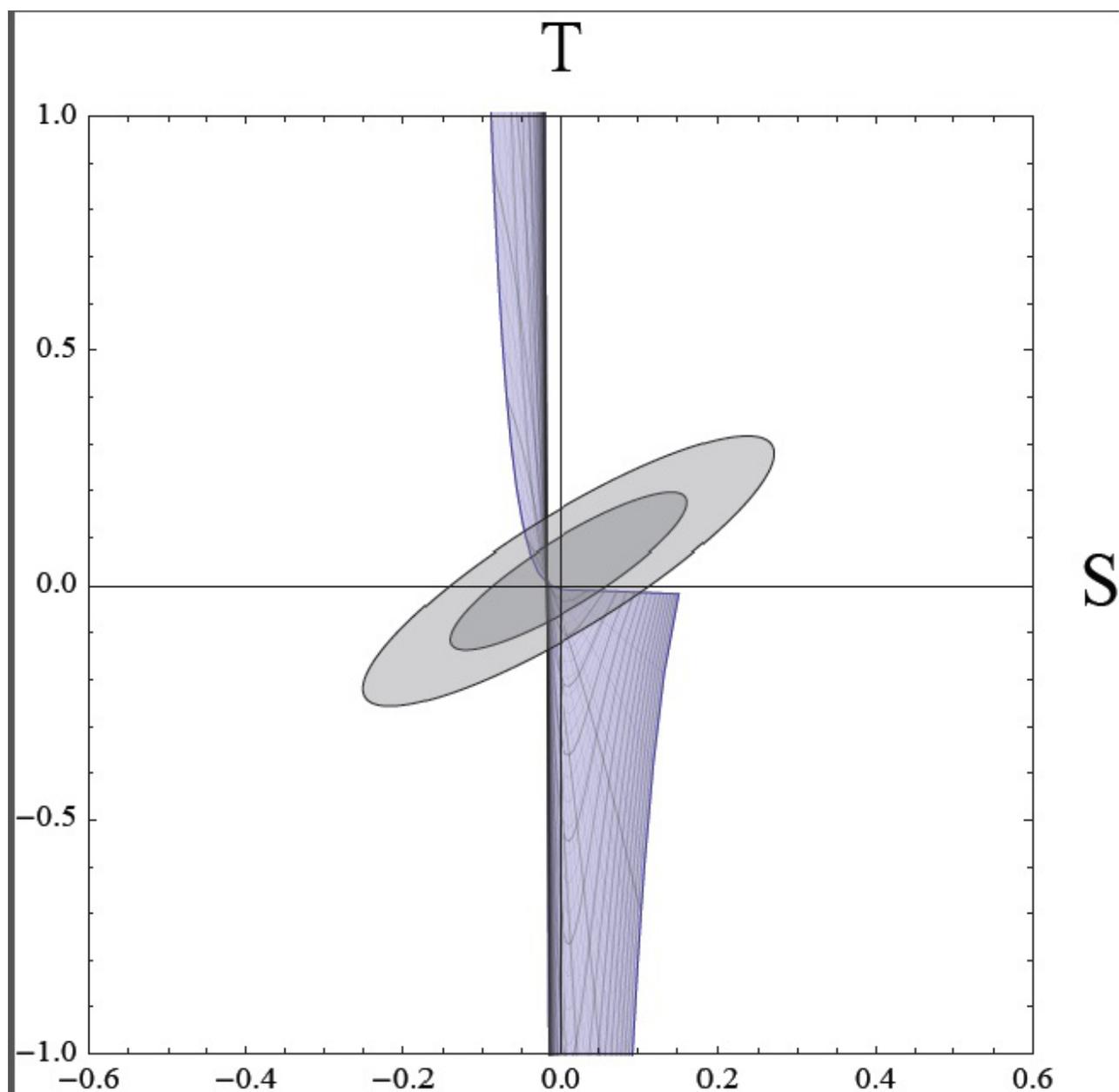


Figura 4.1: Gráfico do parâmetro T em função do parâmetro S. Em que a elipse menor, cinza escuro, da Fig.4.1 corresponde à um contorno de 2σ , enquanto que a elipse maior, cinza claro, corresponde à um contorno de 1σ .

erros nas medidas desses parâmetros. Portanto, usamos o programa Mathematica para gerar as elipses com seus respectivos desvios-padrões e obtemos a Fig.(4.1):

Observamos que o gráfico restringe bastante o espaço dos parâmetros. O valor central de S é 0.01 já o erro é 0.1, para o parâmetro T temos de valor central 0.03 e de erro 0.11. Observando o gráfico concluímos que os pontos gerados no 2HDMI são consistentes com os limites experimentais.

Capítulo 5

Conclusões

Estudamos o 2HDM que é um modelo muito utilizado atualmente, vimos que ele pode ser a chave para resolver alguns problemas atuais da Física, tal como, matéria escura. Calculamos, a partir do potencial escalar do modelo, as condições de estabilidade e as massas dos bósons escalares gerados após a QES. Para o 2HDMI concluímos que o bóson escalar, H , é um bom candidato à matéria escura.

Encontramos os parâmetros oblíquos S , T e U , para o 2HDMI e 2HDMM, que são importantes pois resumem, em poucas quantidades, as implicações para experimentos de precisão eletro-fracos de vários modelos de interesse. Uma de suas restrições é que pode ser aplicado apenas quando a escala de energia da NF, m , é suficientemente alta para que se possa desprezar os termos m_Z^2/m^2 .

Usando os parâmetros oblíquos juntamente com a massa de referência do Higgs, $M_{h,ref} = 117\text{GeV}$ e uma massa fixa para a matéria escura, $M_H = 40\text{GeV}$, construímos, a partir dos dados experimentais dos parâmetros. Essas construções dos dados são usados para derivar regiões permitidas no espaço dos parâmetros desses modelos e, desta forma, plotamos o gráfico do parâmetro T em termos do parâmetro S , obtendo uma região muito restrita na qual concorda com os dados experimentais.

Os sinais dos escalares H_{\pm} , A e H estão sendo procurados no LHC, eles podem ser detectados diretamente através de processos que envolvem fótons virtuais onde o estado final é um par dos novos bósons escalares,([26], [27]).

A - Matrizes de Dirac

Na equação de Dirac, que descreve partículas de spin 1/2, mostrada abaixo,

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0, \quad (5.1)$$

em que γ^μ , matrizes 4×4 , são chamadas de Matrizes de Dirac e o espinor ψ é uma matriz coluna de 4 componentes. As matrizes de Dirac satisfazem uma relação de anti-comutação, que é chamada de álgebra de Clifford,

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2\eta^{\mu\nu}, \quad (5.2)$$

onde

$$\eta^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (5.3)$$

Uma propriedade importante é que a álgebra que as matrizes de Dirac satisfazem independe da representação, ou seja, a álgebra de Clifford é respeitada independentemente da representação, uma particular representação é a de Dirac onde as matrizes são:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (5.4)$$

$$\gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.5)$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (5.6)$$

$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

É importante definirmos o produto de matrizes gamma, que vamos denotar por, γ^5 , definida abaixo,

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3. \quad (5.8)$$

B - Integrais de Feynman

Existem três tipos de diagramas de Feynman que envolvem campos escalares, no cálculo das polarizações do vácuo dos bósons de gauge W^\pm e Z_0 , são eles, os diagramas (a), (b) e (c) apresentados no capítulo 4.

Iremos utilizar o método de regularização dimensional para isolar a divergência que surge nas integrais. Vamos começar o cálculo dos diagramas de loop começando com o diagrama do tipo (a), a integral de divergente de Feynman é:

$$\mu^{4-d} \int \frac{d^d k}{(2\pi^d)} \frac{1}{k^2 - M^2} \quad (5.9)$$

onde μ é uma grandeza com escala de massa que é utilizada para manter a dimensão da integral quando d varia, M é massa da partícula do loop e k é o momento da partícula do loop. Para resolver a Eq.(5.9) necessitamos fazer uma rotação para o espaço euclidiano, ou seja, $k \rightarrow ik_e$, em seguida usaremos o fato que o integrando tem simetria esférica e, portanto, podemos separar a parte angular da parte da integral, isto é, $d^d k_e = k_e^{d-1} dk_e d\Omega$, então a Eq.5.9, torna-se:

$$\frac{-i\mu^{4-d}}{(2\pi)^d} \int d\Omega \int_0^\infty dk_e k_e^{d-1} \frac{1}{k_e^2 + M^2} \quad (5.10)$$

a integral angular no espaço d dimensional é dada por,

$$\int d\Omega = \frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma(\frac{d}{2})} \quad (5.11)$$

portanto substituindo na Eq.(5.10), obtemos:

$$\frac{-i\mu^{4-d}}{(2\pi)^d} \frac{2\pi^{d/2}}{\Gamma(\frac{d}{2})} \int_0^\infty dk_e k_e^{d-1} \frac{1}{k_e^2 + M^2} \quad (5.12)$$

podemos reescrever a equação anterior utilizando a função Beta, que é definida da seguinte maneira:

$$B(p, q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} = 2 \int_0^\infty dt t^{2p-1} (1+t^2)^{-p-q} \quad (5.13)$$

substituindo na Eq.(5.12), obtemos:

$$\begin{aligned} & \mu^{4-d} \int \frac{d^d k}{(2\pi^d)} \frac{1}{k^2 - M^2} = \\ & = \frac{-i\mu^{4-d}}{(2\pi)^d} \frac{\pi^{d/2}}{(M^2)^{1-d/2}} \Gamma(1 - d/2) \end{aligned} \quad (5.14)$$

como $d = 4 - \epsilon$, para voltar ao caso de 4 dimensões, que é o que queremos, devemos tomar $\epsilon \rightarrow 0$, logo,

$$= \frac{-i\mu^\epsilon}{(2\pi)^d} \frac{\pi^{d/2}}{(M^2)^{-1+\epsilon/2}} \Gamma(-1 + \epsilon/2) \quad (5.15)$$

Vamos utilizar algumas propriedades da função Gamma no limite de $\epsilon \rightarrow 0$, quais sejam:

$$\begin{aligned} \Gamma(3 - d/2) &= \Gamma(1 + \epsilon/2) \simeq 1 - \frac{\epsilon}{2}\gamma, \\ \Gamma(2 - d/2) &= \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{2}{\epsilon}\Gamma\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right) \\ &\simeq \frac{2}{\epsilon}\left(1 - \frac{\epsilon}{2}\gamma\right) = \frac{2}{\epsilon} - \gamma, \\ \Gamma\left(1 - \frac{d}{2}\right) &= \Gamma\left(-1 + \frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right)}{-1 + \frac{\epsilon}{2}} \\ &\simeq -\left(1 + \frac{\epsilon}{2}\right)\left(\frac{2}{\epsilon} - \gamma\right) \\ &\simeq -\frac{2}{\epsilon} + (\gamma - 1), \end{aligned} \quad (5.16)$$

onde γ é a constante de Euler-Mascheroni, podemos ainda escrever o termo,

$$\begin{aligned} \frac{\pi^{d/2}}{(2\pi)^d} &= \frac{1}{(4\pi)^{d/2}} = \frac{1}{(4\pi)^{2-\frac{\epsilon}{2}}} \\ &\simeq \frac{1}{16\pi^2} \left(1 + \frac{\epsilon}{2} \ln 4\pi\right) \end{aligned} \quad (5.17)$$

então substituindo na Eq.(5.14) e fazendo um pouco de álgebra, obtemos:

$$= -\frac{iM^2}{16\pi^2} \left(-\frac{2}{\epsilon} + \ln \frac{M^2}{4\pi\mu^2} + (\gamma - 1)\right) \quad (5.18)$$

definindo a quantidade $\text{div} \equiv \frac{2}{\epsilon} - \gamma + 1 + \ln(4\pi\mu^2)$, como sendo o termo que contém a divergência, podemos reescrever a Eq.(5.10), como segue:

$$\mu^{4-d} \int \frac{d^d k}{(2\pi^d)} \frac{1}{k^2 - M^2} = \frac{i}{16\pi^2} M^2 (\text{div} - \ln(M^2)) \quad (5.19)$$

para o diagrama (b) os passos são praticamente os mesmos do diagrama (a), logo:

$$\begin{aligned}
ig^{\mu\nu} A^{(b)}(m_1^2, m_2^2, q^2) &= \mu^{4-d} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \int_0^1 dx \frac{4k^\mu k^\nu}{(k^2 - q^2 x^2 - (m_1^2 - m_2^2 - q^2)x + m_2^2)^2} \\
&= i \frac{g^{\mu\nu}}{8\pi^2} \left\{ \left(\frac{m_1^2 + m_2^2}{4} - \frac{q^2}{12} \right) (2\text{div} - \ln m_1^2 - \ln m_2^2) + \frac{2}{3} (m_1^2 + m_2^2) - \frac{5}{18} q^2 - \frac{(m_2^2 - m_1^2)^2}{6q^2} \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{(m_2^2 - m_1^2)}{3q^2} - m_2^2 - m_1^2 \right] \frac{m_2^2 - m_1^2}{4q^2} \ln \frac{m_1^2}{m_2^2} + \frac{r}{12q^2} f(t, r) \right\},
\end{aligned} \tag{5.20}$$

deste maneira, obtemos:

$$\begin{aligned}
A^{(b)}(m_1^2, m_2^2, q^2) &= \frac{1}{8\pi^2} \left\{ \left(\frac{m_1^2 + m_2^2}{4} - \frac{q^2}{12} \right) (2\text{div} - \ln m_1^2 - \ln m_2^2) + \frac{2}{3} (m_1^2 + m_2^2) - \frac{5}{18} q^2 - \frac{(m_2^2 - m_1^2)^2}{6q^2} \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{(m_2^2 - m_1^2)}{3q^2} - m_2^2 - m_1^2 \right] \frac{m_2^2 - m_1^2}{4q^2} \ln \frac{m_1^2}{m_2^2} + \frac{r}{12q^2} f(t, r) \right\},
\end{aligned} \tag{5.21}$$

onde, q , é o momento externo, m_1^2 e m_2^2 são as massas do escalares no loop, $f(t, r)$ já foi definido no capítulo 4, $t \equiv m_1^2 + m_2^2 - q^2$ e $r = q^2 - 2q^2(m_1^2 + m_2^2) + (m_1^2 - m_2^2)^2$.

Para o caso particular em que o momento externo, q , é nulo, temos:

$$\begin{aligned}
\mu^{4-d} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \int_0^1 dx \frac{4k^\mu k^\nu}{(k^2 - m_1^2 x - m_2^2(1-x))^2} &= \frac{ig^{\mu\nu}}{16\pi^2} [m_1^2 (\text{div} - \ln m_1^2) \\
&\quad + m_2^2 (\text{div} - \ln m_2^2) + F(m_1^2, m_2^2)].
\end{aligned} \tag{5.22}$$

Já para o diagrama tipo (c), temos:

$$ig^{\mu\nu} A^{(c)}(m_1^2, m_2^2, q^2) = \mu^{4-d} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \int_0^1 dx \frac{g^{\mu\nu}}{(k^2 - q^2 x^2 - (m_1^2 - m_2^2 - q^2)x + m_2^2)^2}, \tag{5.23}$$

portanto,

$$A^{(c)}(m_1^2, m_2^2, q^2) = -\frac{1}{4\pi^2} \int_0^1 dx (\text{div} - 1 - \Delta) \tag{5.24}$$

que ainda podemos escrever,

$$A^{(c)}(m_1^2, m_2^2, q^2) = \frac{1}{8\pi^2} \left[-2\text{div} + m_2^2 + m_1^2 - 2 + \frac{m_2^2 - m_1^2}{q^2} \ln \frac{m_2^2}{m_1^2} + \frac{f(t, r)}{q^2} \right]. \tag{5.25}$$

Para o caso particular onde o momento externo, q , é nulo, temos:

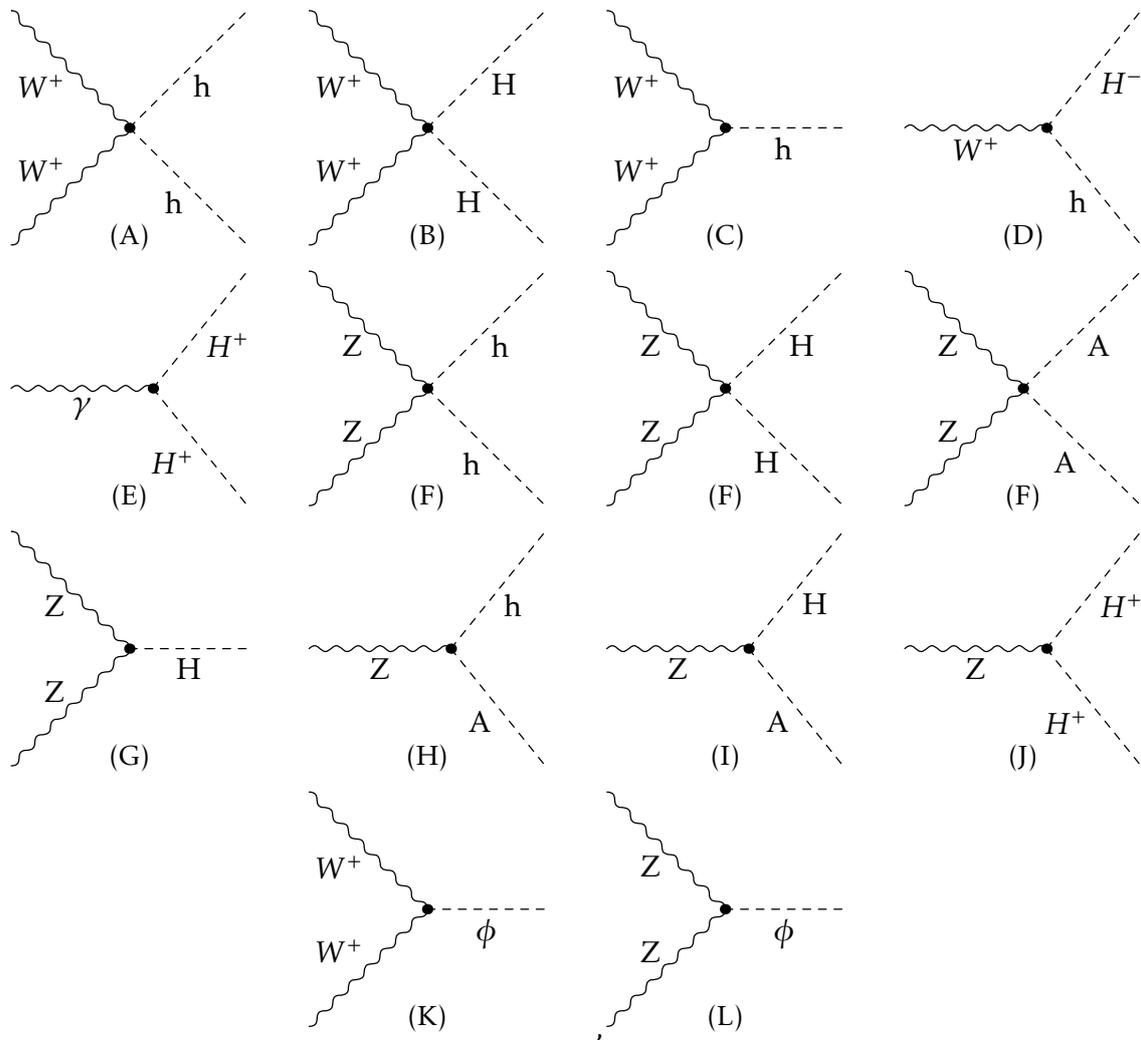
$$\begin{aligned}
\mu^{4-d} \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \int_0^1 dx \frac{g^{\mu\nu}}{(k^2 - m_1^2 x - m_2^2(1-x))^2} &= \frac{ig^{\mu\nu}}{16\pi^2} \frac{1}{m_1^2} [m_1^2 (\text{div} - \ln m_1^2 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2}) \\
&\quad + F(m_1^2, m_2^2)].
\end{aligned} \tag{5.26}$$

e pertanto

$$A^{(c)}(m_1^2, m_2^2, 0) = \frac{1}{16\pi^2} \frac{1}{m_1^2} \left[m_1^2 (\text{div} - \ln m_1^2 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2}) \right] + F(m_1^2, m_2^2) \quad (5.27)$$

C - Obtenção dos parâmetros S e T

Antes de obter os parâmetros S e T , a partir das Eqs.(4.2,4.3), devemos obter os vértices da teoria, isto é, obter as regras de Feynman. Para isso vamos utilizar a referência. Os diagramas de Feynman que nos serão úteis e seus respectivos vértices estão listados abaixo:



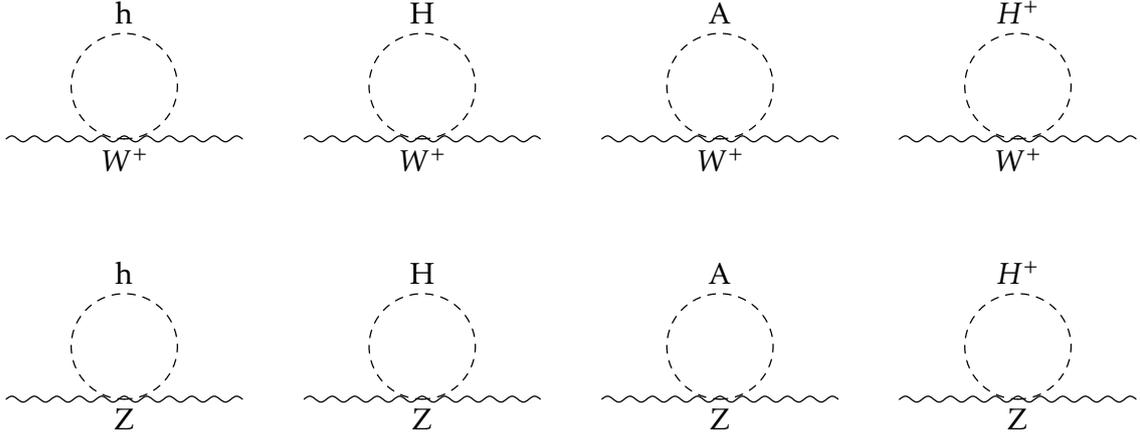
onde ϕ é o Higgs do MP.

$$\begin{aligned}
A) & \frac{ig^2}{2} g^{\mu\nu} \\
B) & \frac{ig^2}{2} g^{\mu\nu} \\
C) & -igM_W \sin(\alpha - \beta) g^{\mu\nu} \\
D) & -i \cos(\alpha - \beta) \frac{g}{2} (p_{H^-} - p_h)_\mu \\
E) & ie(p_{H^+} - p_{H^-})_\mu \\
F) & \frac{ig^2}{2c_W^2} g^{\mu\nu} \\
G) & ig \frac{M_Z}{c_W} \sin(\alpha - \beta) g^{\mu\nu} \\
H) & \frac{gM_Z}{2M_W} \cos(\alpha - \beta) (p_h - p_A)_\mu \\
I) & \frac{gM_Z}{2M_W} \cos(\alpha - \beta) (p_H - p_A)_\mu \\
J) & -ie \cot(2\theta_W) (p_{H^+} - p_{H^-})_\mu \\
K) & iM_W g g^{\mu\nu} \\
L) & iM_Z g g^{\mu\nu}.
\end{aligned} \tag{5.28}$$

Inicialmente, vamos considerar o parâmetro T , lembrando que estamos tomando o MP como referência para o cálculo dos parâmetros, isto é, qualquer contribuição do MP será zero, sendo assim, os parâmetros no darão apenas as contribuições da NF. Os diagramas de loop que contribuirão para esse parâmetro estão listados abaixo, assim como os valores de seus coeficientes, $A_{VV'}$.

Contribuições do 2HDM:

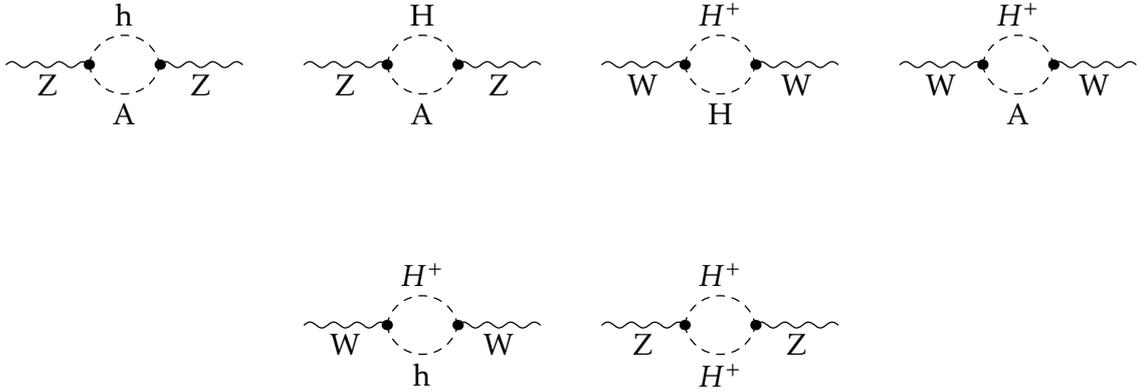
Diagramas do tipo (a)



$$1) A_{WW}^{(a)}(0) = -\frac{g^2}{32\pi^2} [m_h^2(\text{div} - \ln m_h^2) + m_H^2(\text{div} - \ln m_H^2) + m_A^2(\text{div} - \ln m_A^2) + m_{H^+}^2(\text{div} - \ln m_{H^+}^2)] \quad (5.29)$$

$$2) A_{ZZ}^{(a)}(0) = -\frac{g^2}{32\pi^2 c_W^2} [m_h^2(\text{div} - \ln m_h^2) + m_H^2(\text{div} - \ln m_H^2) + m_A^2(\text{div} - \ln m_A^2) - \frac{g^2}{32\pi^2 c_W^2} c_W^2 [m_{H^+}^2(\text{div} - \ln m_{H^+}^2)]] \quad (5.30)$$

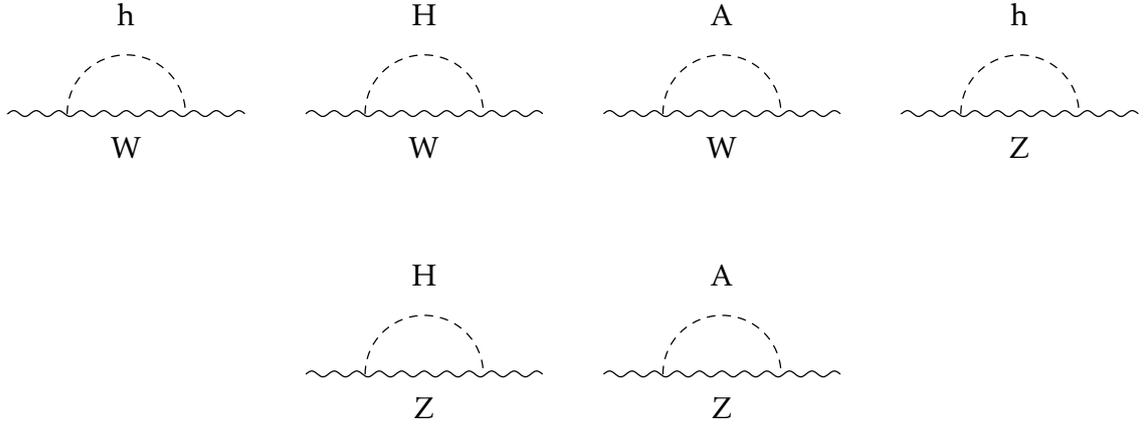
Diagramas do tipo (b)



$$3) A_{WW}^{(b)}(0) = \frac{g^2}{16\pi^2} \sin^2(\alpha - \beta) [m_H^2(\text{div} - \ln m_H^2) + m_{H^+}^2(\text{div} - \ln m_{H^+}^2) + F(m_H^2, m_{H^+}^2)] + \frac{g^2}{16\pi^2} \cos^2(\alpha - \beta) [m_h^2(\text{div} - \ln m_h^2) + m_{H^+}^2(\text{div} - \ln m_{H^+}^2) + F(m_h^2, m_{H^+}^2)] + \frac{g^2}{16\pi^2} [m_A^2(\text{div} - \ln m_A^2) + m_{H^+}^2(\text{div} - \ln m_{H^+}^2) + F(m_A^2, m_{H^+}^2)] \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned}
4) A_{ZZ}^{(b)}(0) &= \frac{g^2 \cos^2(\alpha - \beta)}{16\pi^2 c_W^2} [m_h^2(\text{div} - \ln m_h^2) + m_A^2(\text{div} - \ln m_A^2) + F(m_h^2, m_A^2)] \\
&+ \frac{g^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{16\pi^2 c_W^2} [m_H^2(\text{div} - \ln m_H^2) + m_A^2(\text{div} - \ln m_A^2) + F(m_H^2, m_A^2)] \quad (5.32) \\
&\frac{g^2 c_W^2}{32\pi^2 c_W^2} [m_{H^+}^2(\text{div} - \ln m_{H^+}^2)]
\end{aligned}$$

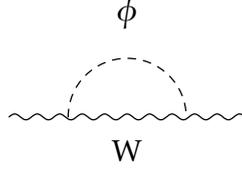
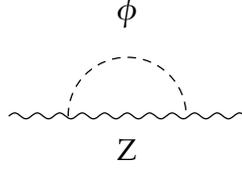
diagramas tipo (c)



$$\begin{aligned}
5) A_{WW}^{(c)}(0) &= \frac{-g^2 m_W^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{16\pi^2} \frac{1}{m_W^2} [m_W^2(\text{div} - \ln m_W^2) - \frac{m_W^2 + m_h^2}{2} + F(m_h^2, m_W^2)] \\
&\frac{-g^2 m_W^2 \cos^2(\alpha - \beta)}{16\pi^2} \frac{1}{m_W^2} [m_W^2(\text{div} - \ln m_W^2) - \frac{m_W^2 + m_H^2}{2} + F(m_H^2, m_W^2)] \quad (5.33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6) A_{ZZ}^{(c)}(0) &= \frac{-g^2 m_Z^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{16\pi^2 c_w^2} \frac{1}{m_Z^2} [m_Z^2(\text{div} - \ln m_Z^2) - \frac{m_Z^2 + m_h^2}{2} + F(m_h^2, m_Z^2)] \\
&\frac{-g^2 m_Z^2 \cos^2(\alpha - \beta)}{16\pi^2 c_w^2} \frac{1}{m_Z^2} [m_Z^2(\text{div} - \ln m_Z^2) - \frac{m_Z^2 + m_H^2}{2} + F(m_H^2, m_Z^2)], \quad (5.34)
\end{aligned}$$

devemos ainda tirar as contribuições do MP, pois estamos considerando que a massa do Higgs é diferente da massa do Higgs de referência, são elas:

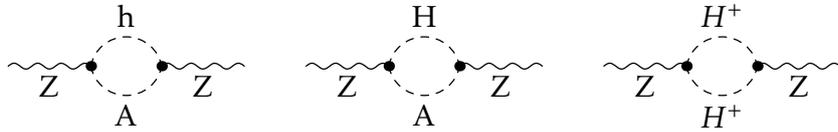


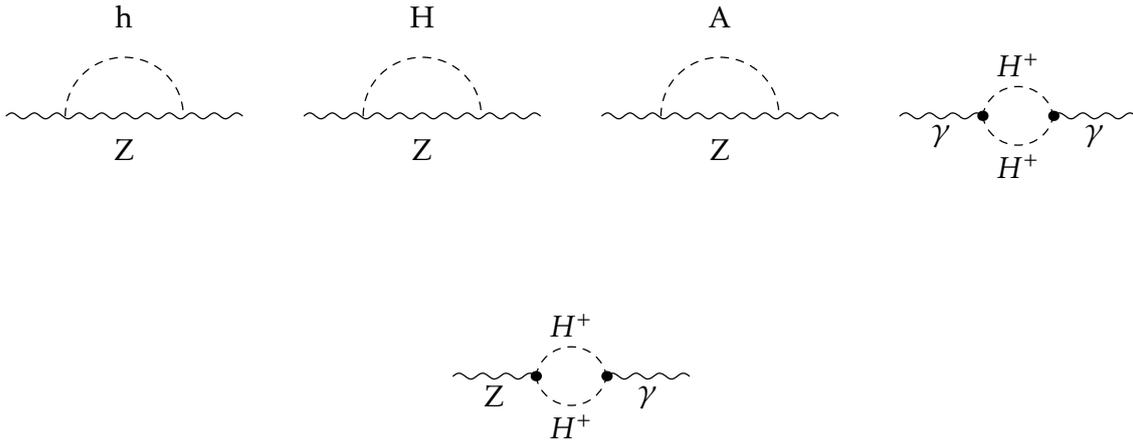
$$A_{WW}^{MP}(0) = \frac{-g^2 m_W^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{16\pi^2} \frac{1}{m_W^2} \left[m_W^2 (\text{div} - \ln m_W^2) - \frac{m_W^2 + m_\phi^2}{2} + F(m_\phi^2, m_W^2) \right], \quad (5.35)$$

$$A_{ZZ}^{MP}(0) = \frac{-g^2 m_W^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{16\pi^2} \frac{1}{m_W^2} \left[m_W^2 (\text{div} - \ln m_W^2) - \frac{m_W^2 + m_\phi^2}{2} + F(m_\phi^2, m_W^2) \right] \quad (5.36)$$

substituindo todas essas contribuições na Eq.(4.9) obtemos a Eq.(4.14). Para obter a expressão de T para o 2HDMI, Eq.(4.11), basta tomarmos $\cos(\alpha - \beta) = 0$, e assim a partícula h desempenhará o papel de Higgs.

Para o o parâmetro S , as contribuições para o 2HDMM, são as seguintes:





$$\begin{aligned}
 A_{ZZ}^{(b)} &= \frac{g^2}{16\pi^2 c_W^2} \cos^2(\alpha - \beta) A^{(b)}(m_h^2, m_A^2, m_Z^2) \\
 &\quad + \frac{g^2}{16\pi^2 c_W^2} \sin^2(\alpha - \beta) A^{(b)}(m_H^2, m_A^2, m_Z^2) \\
 &\quad + \frac{g^2 c_W^2}{32\pi^2 c_W^2} A^{(b)}(m_{H^+}^2, m_{H^+}^2, m_Z^2)
 \end{aligned} \tag{5.37}$$

$$A_{ZZ}^{(c)} = \frac{-g^2 m_W^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{16\pi^2 c_W^2} A^{(c)}(m_Z^2, m_h^2, m_Z^2) + \frac{-g^2 m_W^2 \cos^2(\alpha - \beta)}{16\pi^2 c_W^2} A^{(c)}(m_Z^2, m_H^2, m_Z^2) \tag{5.38}$$

$$A_{\gamma\gamma}^{(c)} = \frac{g^2}{4\pi^2} s_W^2 A^{(c)}(m_{H^+}^2, m_{H^+}^2, m_Z^2) \tag{5.39}$$

$$A_{Z\gamma}^{(c)} = \frac{g^2}{8\pi^2} s_W c_W A^{(c)}(m_{H^+}^2, m_{H^+}^2, m_Z^2) \tag{5.40}$$

Com ajuda de uma tabela de integrais, ([?]), conseguimos reduzir as expressões, de forma bastante significativas, das contribuições para o parâmetro S e assim obter as expressões dadas no Cap. 4.

Referências Bibliográficas

- [1] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, *The Hierarchy Problem and New Dimensions at a Millimeter*, arXiv:hep-ph/9803315
- [2] Thomas, Shaun A.; Abdalla, Filipe B.; Lahav, Ofer. (2010). "Upper bound of 0.28 eV on neutrino masses from the largest photometric redshift survey". *Physical Review D* 105. DOI:10.1103/PhysRevLett.105.031301
- [3] S. Ferrara, editor, *Supersymmetry*, volume 1-2, North Holland/World Scientific, Singapore, 1987.
- [4] J. Incandela, CERN Seminar, Update on the Standard Model Higgs searches in CMS, Julho, 4 2012. CMS-PAS-HIG-12-020.
- [5] F. Gianotti, CERN Seminar, Update on the Standard Model Higgs searches in ATLAS, July, 4 2012. ATLAS-CONF-2012-093.
- [6] S. Chatrchyan et al. (CMS Collaboration), *Phys.Lett.B* (2012), arXiv:1207.7235 [hep-ex].
- [7] GLASHOW, S.L., *Partial-symmetries of weak interactions*, *Nucl.Phys.*, 22, 579,(1961)
- [8] WEINBERG,S., *A Model of leptons*, *Phys.Rev.Lett.*, 19, 1264,(1967)
- [9] SALAM, A., *Proc. of the 8th Nobel Symposium on Elementary Particle Theory, Relativistic Groups and Analyticity*, Stockholm, Sweden,(1969), editado por SVARTHOLM,N.,p.367.
- [10] GEORGI,H.,*Lie Algebras in Particle Physics* , segunda edição, Westview Press, (1999).

- [11] S.F.NOVAES,*Standard Model:An Introduction*, arxiv:hep-ph/0001283-v1.
- [12] R.P. FEYNMAN and M. GELL-MANN, *Phy.Rev.*109,193,(1958).
- [13] R.E. MARSHAK and E.C.G. SUDARSHAN, *Phy. Rev.*109, 1860,(1958).
- [14] C.QUIGG,*Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions*, (Benjamin/Cummings Company, 1983)
- [15] N. CABIBBO,*Phy.Rev.Lett.*10, 531(1963).
- [16] Particle Data Group (disponível em: <http://pdg.lbl.gov/2008/reviews/rpp2008-rev-standard-model.pdf>).
- [17] The CMS Collaboration, S. Chatrchyan et al., (2012), arXiv:1207.7235.
- [18] Particle Data Group, K. Nakamura et al., *J.Phys.G* G37, 075021 (2010).
- [19] W. Grimus, L. Lavoura, O. Ogreid, and P. Osland, *Nucl.Phys.* B801, 81 (2008), arXiv:0802.4353
- [20] M. E. Peskin and T. Takeuchi, *Phys. Rev. Lett.* 65, 964 (1990); *Phys. Rev. D* 46, 381 (1992).
- [21] Q. H. Cao, E. Ma and G. Rajasekaran, *Phys. Rev. D* 76 (2007) 095011 [arXiv:0708.2939 [hep-ph]]; P. Agrawal, E. M. Dolle and C. A. Krenke, *Phys. Rev. D* 79, 015015 (2009) [arXiv:0811.1798 [hep-ph]]; E. M. Dolle and S. Su, *Phys. Rev. D* 80 (2009) 055012 [arXiv:0906.1609 [hep-ph]]; E. Dolle, X. Miao, S. Su and B. Thomas, *Phys. Rev. D* 81, 035003 (2010) [arXiv:0909.3094 [hep-ph]]; C. Arina, F. S. Ling and M. H. G. Tytgat, *JCAP* 0910 (2009) 018 [arXiv:0907.0430 [hep-ph]]; T. Hambye and M. H. G. Tytgat, *Phys. Lett. B* 659 (2008) 651 [arXiv:0707.0633 [hep-ph]]; E. Nezri, M. H. G. Tytgat and G. Vertongen, *JCAP* 0904 (2009) 014 [arXiv:0901.2556 [hep-ph]]; S. Andreas, M. H. G. Tytgat and Q. Swilens, *JCAP* 0904 (2009) 004 [arXiv:0901.1750 [hep-ph]]; S. Andreas, T. Hambye and M. H. G. Tytgat, *JCAP* 0810 (2008) 034 [arXiv:0808.0255 [hep-ph]]; L. Lopez Honorez, E. Nezri, J. F. Oliver and M. H. G. Tytgat, *JCAP* 0702 (2007) 028 [arXiv:hep-ph/0612275]; L. L. Honorez and C. E. Yaguna, arXiv:1003.3125 [hep-ph]; M. Gustafsson, E. Lundstrom, L. Bergstrom and J. Edsjo, *Phys. Rev. Lett.*

- 99 (2007) 041301 [arXiv:astro-ph/0703512]; E. Lundstrom, M. Gustafsson and J. Edsjo, Phys. Rev. D 79 (2009) 035013 [arXiv:0810.3924 [hep-ph]
- [22] M. Krawczyk and D. Sokolowska, arXiv:0911.2457 [hep-ph].
- [23] I. Ginzburg, K. Kanishev, M. Krawczyk, and D. Sokolowska, Phys.Rev. D82, 123533 (2010), arXiv:1009.4593
- [24] Gradshteyn and Ryzhik's Table of Integrals, Series, and Products Alan Jeffrey and Daniel Zwillinger (eds.) Seventh edition (Feb 2007)
- [25] I. Maksymyk, C. P. Burgess, D. London, Phys. Rev. D50, 529-535 (1994). [hep-ph/9306267].
- [26] E. Dolle, X. Miao, S. Su, B. Thomas, Phys. Rev. D81, 035003 (2010).
- [27] M. Kadastik, K. Kannike, A. Racioppi and M. Raidal, Phys. Lett. B 694, 242 (2010).
- [28] L. Lopez Honorez and C. E. Yaguna, JHEP 1009, 046 (2010) [arXiv:1003.3125 [hep-ph]]
- [29] L. Lopez Honorez and C. E. Yaguna, JHEP 1009, 046 (2010) [arXiv:1003.3125 [hep-ph]]
- [30] G. Branco et al., Phys.Rept. 516, 1 (2012), arXiv:1106.0034
- [31] B. W. Lee, C. Quigg, and H. Thacker, Phys.Rev.Lett. 38, 883 (1977)
- [32] R. Barbieri, L. J. Hall, and V. S. Rychkov, Phys.Rev. D74, 015007 (2006), arXiv:hep-ph/0603188
- [33] B. Gorczyca and M. Krawczyk, (2011), arXiv:1112.5086