

Maíra Dutra Vasconcelos dos Santos

Observáveis de Matéria Escura como um Férmion de Majorana

Brasil

30 de julho de 2014

Maíra Dutra Vasconcelos dos Santos

Observáveis de Matéria Escura como um Férmion de Majorana

Dissertação realizada no Departamento de Física da UFPB, sob orientação do Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires, para obtenção do grau de Mestre em Física.

Universidade Federal da Paraíba – UFPB

Centro de Ciências Exatas e da Natureza

Programa de Pós-Graduação em Física

Orientador: Carlos Antônio de Sousa Pires

Brasil

30 de julho de 2014

S237o Santos, Maíra Dutra Vasconcelos dos.
Observáveis de Matéria Escura como um Férmion de
Majorana / Maíra Dutra Vasconcelos dos Santos. – João
Pessoa, 2014.
98f. : il.
Orientador: Carlos Antônio de Sousa Pires
Dissertação (Mestrado) - UFPB/CCEN
1. Física. 2. Matéria Escura. 3. Férmion de Majorana.
4. Abundância relíquia. 5. Detecção direta. 6. Detecção indireta.

UFPB/BC

CDU: 53(043)

Ata da Sessão Pública da Defesa de
Dissertação de **Mestrado** da aluna **Maíra
Dutra Vasconcelos dos Santos**,
candidata ao Título de Mestre em Física
na Área de Concentração Física das
Partículas Elementares e Campos.

1 Aos trinta dias do mês de julho do ano de dois mil e quatorze, às 10h00, na sala de
2 reuniões do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da
3 Universidade Federal da Paraíba, reuniram-se os membros da Banca Examinadora
4 constituída para examinar a candidata ao grau de Mestre em Física na área de Física das
5 Partículas Elementares e Campos, **Maíra Dutra Vasconcelos dos Santos**. A comissão
6 examinadora composta pelos professores doutores: Carlos Antônio de Sousa Pires
7 (DF/UFPB), orientador e presidente da banca examinadora, Fábio Dahia (DF/UFPB) e
8 Orlando Peres (Unicamp). Dando início aos trabalhos, o Prof. Carlos Antônio de Sousa
9 Pires comunicou aos presentes a finalidade da reunião. A seguir, passou a palavra a
10 candidata para que a mesma fizesse, oralmente, a exposição do trabalho de dissertação
11 intitulado "*Observáveis de matéria escura como Férmion de Majorana*". Concluída a
12 exposição, a candidata foi argüida pela Banca Examinadora que emitiu o seguinte parecer:
13 "**aprovada**". Assim sendo, deve a Universidade Federal da Paraíba expedir o respectivo
14 diploma de Mestre em Física na forma da lei. E para constar, eu, Danilo Wilson Lemos
15 Menezes, servindo de Secretário, lavrei a presente ata que vai assinada por mim mesmo
16 e pelos membros da Banca Examinadora. João Pessoa, **30 de julho de 2014**.

17 Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires
Orientador - UFPB

Prof. Dr. Fábio Dahia
UFPB

Prof. Dr. Orlando Peres
Unicamp

Danilo Wilson Lemos Menezes
Secretário

Dedicatória

À minha mãe.

Agradecimentos

Agradeço à minha mãe, pelo exemplo de força que sempre me deu e por tudo o que fez e faz por mim;

À minha irmã Maiara agradeço por ter me mantido quase-informada sobre o que ia acontecendo no mundo e pelo companheirismo;

A meu irmão Luiz Augusto e minha prima Rebeca, crionças lindas que amo, agradeço o carinho e as gargalhadas e peço desculpas por expulsá-los quase sempre de meu quarto enquanto estudava;

Agradeço a meu avô Antônio por acreditar que o universo é infinito e inteligente e à minha avó Angelina por ter me ensinado que há muita coisa além do que se vê; e por tudo o que me ensinaram e fizeram por mim. Agradeço a meu pai pelos primeiros contatos com a Física e pelo apoio de sempre. Agradeço a meus familiares, pela presença e pelos exemplos que me dão.

Agradezco a Norberto Romanelli, mi amor, por ser la mitad que me faltaba y por toda la vida que quiero vivir al lado suyo; por la compañía y comprensión, por las discusiones científicas, por los momentos tan lindos, ¡por todo!

Agradeço muito a Clarissa Siqueira por ser uma eterna colega e principalmente uma eterna grande amiga; Por tudo o que aprendemos juntas e tudo o que me ensinou. A Antonio, por ter contribuído tanto para esse trabalho e pela companhia. Que o triplete Dark Matter sobreviva à quebra espontânea!

Agradeço a todos os colegas e amigos do Departamento de Física e além, por tudo o que compartilhamos; A Carol, Narayana e Raíssa, pelas músicas lindas que são. Agradeço aos meus professores do ensino médio, Hindemburgo e Júljan, pelas conversas filosóficas, lingüísticas e musicais, e por tudo o que me inspiraram.

Agradeço à dupla supersimétrica Adriano e Geilson, pela companhia e generosidade durante todo o mestrado.

Agradeço a Maria Luiza, por ver as coisas de forma crítica, apaixonada e única, por tudo o que me ensinou e exigiu de mim; por ser tão incrível. Agradeço a Farinaldo Queiroz, que coorientou voluntariamente essa dissertação, por tudo o que me ensinou e tem feito, pelos gestos de colaboração e amizade, e pelo grande exemplo. Agradeço a Paulo Sérgio, pela dedicação de sempre e por encarar a física com tanta paixão; por tudo o que tem me ensinado e inspirado. A Carlos Pires, agradeço o apoio e a compreensão de sempre. Agradeço aos professores Orlando Peres e Fábio Dahia pelas contribuições a essa dissertação.

Epígrafe

*O mundo da sombra, caverna escondida
Onde a luz da vida foi quase apagada
O mundo da sombra, região do escuro
Do coração duro, da alma abalada, abalada
Hoje eu canto a balada do lado sem luz
Subterrâneos gelados do eterno esperar
(...)*

*Navegar, descobrir outro dia, outro sol
Hoje eu canto a balada do lado sem luz
(...)*

*O meu canto é a confirmação da promessa que diz
Que haverá esperança enquanto houver
Um canto mais feliz*

*Como eu gosto de cantar
Como eu prefiro cantar
Como eu costumeo cantar
Como eu gosto de cantar*

Quando não tão abalada, abalada, a balada do lado sem luz

Balada do Lado Sem Luz, Gilberto Gil¹

¹ Na voz de Maria Bethânia.

Resumo

A Matéria Escura (ME) é uma peça fundamental para nosso entendimento sobre a evolução do universo. Sua existência foi confirmada pelos efeitos gravitacionais que exerce sobre a matéria que conhecemos e até hoje não sabemos sua constituição. Assumir que ela seja constituída de partículas implica na necessidade de estender o Modelo Padrão das Partículas Elementares (MP). Há vários experimentos buscando partículas neutras, estáveis e pouco interagentes conhecidas como WIMPs, mas até agora nenhum sinal positivo é conclusivo. Em vista disso, propomos um férmion de Majorana como candidato à ME em uma das extensões mais simples do MP, adicionando ao setor escalar um escalar neutro singleto que se mistura com o bóson de Higgs. Em seguida, estudamos outro modelo que acrescenta ao anterior um escalar carregado singleto mediando interações entre as partículas de ME e os léptons. Nos dois modelos, computamos a abundância relíquia, a seção de choque de espalhamento com nucleons (detecção direta) e a taxa de aniquilação de ME em partículas do MP (detecção indireta) usando o pacote numérico `micrOMEGAs`. Em conclusão, mostramos que esses modelos têm uma interessante região de parâmetros que fornece a abundância relíquia correta estando de acordo com os limites das detecções direta e indireta. Finalmente, investigamos a possibilidade de o majoron que aparece em nossas extensões ser radiação escura, à luz de recentes análises do espectro da radiação CMB.

Palavras-chaves: Matéria Escura. Férmion de Majorana. Abundância Relíquia. Detecção Direta. Detecção Indireta.

Abstract

Dark Matter (DM) is a key piece for our understanding of the universe evolution. Its existence has been confirmed by gravitational effects on the known matter, and we do not know its constitution just yet. The assumption that DM is composed of particles demands an extension of the Standard Model of Elementary Particles (SM). There are many experiments searching for neutral, stable, weakly interacting particles so called WIMPs, but no conclusive positive signal has been observed so far. That being said, we propose a Majorana fermion to be our DM candidate in one of the simplest minimal extensions of the SM, which adds to the scalar sector a neutral scalar that mixes to the Higgs boson. Further, we study another model which supplements the former by adding a charged scalar, which mediates interactions between the DM particle and leptons. In both models, we compute the relic density, the scattering cross section off nucleon (Direct Detection), and its annihilation rate in Standard Model particles (Indirect Detection) using the numerical package `micrOMEGAs`. In conclusion, we interestingly find that such models have regions of the parameter space yielding the right abundance while compatible with direct and indirect detection limits. Lastly, we investigate the possibility having the Majoron risen in our extensions as dark radiation in the light of the recent CMB spectrum analyses.

Key-words: Dark Matter. Majorana Fermion. Relic Density. Direct Detection. Indirect Detection.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Curva de rotação de uma galáxia espiral típica	17
Figura 2 – Bullet Cluster	19
Figura 3 – Comparação entre Λ CDM e MOND	19
Figura 4 – Espectro de potência de matéria	21
Figura 5 – Partículas do Modelo Padrão	23
Figura 6 – Formas de detecção de matéria escura através de partículas padrão . .	25
Figura 7 – Diagrama de fluxo do micrOMEGAs	26
Figura 8 – Evolução da densidade número de uma WIMP como função da razão entre sua massa e a temperatura do universo.	27
Figura 9 – Comportamento esperado para detecção direta a depender do candidato à matéria escura.	28
Figura 10 – Comportamento geral de limites sobre seção de choque WIMP-nucleon.	30
Figura 11 – Operadores efetivos de interações ME-quark.	31
Figura 12 – Status de Detecção Direta	32
Figura 13 – Fatores J para diferentes perfis de densidade de matéria escura.	35
Figura 14 – Possíveis sinais de matéria escura no Centro Galáctico.	36
Figura 15 – Status da Detecção Indireta com Fermi-LAT	37
Figura 16 – Interações do Modelo 1.	43
Figura 17 – Interações adicionais do Modelo 2.	44
Figura 18 – Esquema das eras de aniquilação para o caso em que os majorons tenham desacoplado antes da aniquilação de múons.	48
Figura 19 – Evolução dos graus de liberdade relativísticos.	48
Figura 20 – Esquema das eras de aniquilação para o caso em que os majorons tenham desacoplado antes da aniquilação de múons.	49
Figura 21 – Contribuições para o acoplamento de majorons com férmions padrão. .	51
Figura 22 – Interação efetiva entre majorons e férmions.	52
Figura 23 – Canais de aniquilação que contribuem para a abundância relíquia do férmion de Majorana no Modelo 1.	55
Figura 24 – Canais de aniquilação e coaniquilação que contribuem para a abundância relíquia do férmion de Majorana no Modelo 2.	55
Figura 25 – Abundância do férmion de Majorana como função de sua massa, para valores distintos da mistura entre os escalares.	56
Figura 26 – Abundância do férmion de Majorana como função de sua massa, para valores distintos da massa do novo escalar neutro.	57
Figura 27 – Abundância do férmion de Majorana como função de sua massa, para valores distintos do novo vev	57

Figura 28 – Canais relevantes para a detecção direta do férmion de Majorana nos Modelos 1 e 2.	58
Figura 29 – Seção de choque de espalhamento do férmion de Majorana com nucleons, para valores distintos da mistura entre os escalares.	59
Figura 30 – Seção de choque de espalhamento do férmion de Majorana com nucleons, para valores distintos da massa do novo escalar neutro.	59
Figura 31 – Seção de choque de espalhamento do férmion de Majorana com nucleons, para valores distintos do novo vev	60
Figura 32 – Taxa de aniquilação de um férmion de Majorana como função de sua massa para valores distintos da mistura entre escalares neutros, para os Modelos 1 e 2.	62
Figura 33 – Taxa de aniquilação de um férmion de Majorana como função de sua massa para valores distintos da massa do novo escalar neutro, para os Modelos 1 e 2.	62
Figura 34 – Taxa de aniquilação de um férmion de Majorana como função de sua massa para valores distintos do novo vev , para os Modelos 1 e 2.	62
Figura 35 – Redshift causado pela expansão do universo.	68
Figura 36 – Sensibilidade do espectro do CMB à geometria do universo.	71
Figura 37 – Concordância entre dados observacionais vindos de supernovas, CMB e mapeamentos de largas escalas.	72
Figura 38 – Evolução das densidades de energia dos diferentes componentes do universo.	75
Figura 39 – Abundâncias dos elementos leves.	78
Figura 40 – Processo não instantâneo de aniquilação cosmológica de uma partícula	83
Figura 41 – Esquema das eras de aniquilação porquê o universo passou segundo o modelo do Big Bang, considerando o Modelo Padrão das Partículas Elementares.	84

Sumário

	Introdução	13
1	EVIDÊNCIAS DE MATÉRIA ESCURA	16
1.1	Curvas de Rotação de Galáxias	16
1.2	Colisões entre Aglomerados de Galáxias	18
1.3	Estruturas de Largas Escalas	20
2	PONTO DE VISTA DA FÍSICA DE PARTÍCULAS	22
2.1	Abundância Relíquia	26
2.2	Detecção Direta	27
2.2.1	Status da Detecção Direta	30
2.3	Detecção Indireta	32
2.3.1	Fluxos de Partículas Carregadas	33
2.3.2	Fluxos de Raios Gama	34
2.3.3	Status da Detecção Indireta	35
3	MODELOS DE MATÉRIA ESCURA COMO FÉRMION DE MAJO-	
	RANA	38
3.1	Modelo 1:	
	Férmion de Majorana e Singleto Escalar Neutro	38
3.2	Modelo 2:	
	Férmion de Majorana e Singletos Escalares Neutro e Carregado	42
4	MAJORON COMO RADIAÇÃO ESCURA	45
5	RESULTADOS E CONCLUSÕES	54
5.1	Abundância Relíquia	54
5.2	Detecção Direta	58
5.3	Detecção Indireta	61
5.4	Considerações Finais	64
	APÊNDICES	66
	APÊNDICE A – MODELO PADRÃO COSMOLÓGICO	67
A.1	Universo homogêneo e isotrópico em expansão	67
A.1.1	Equações de Friedmann	68
A.2	Radiação Cósmica de Fundo	75

A.3	Nucleossíntese Primordial	76
	APÊNDICE B – TERMODINÂMICA DO UNIVERSO EM EXPAN- SÃO	79
	APÊNDICE C – VÉRTICES	86
C.1	Vértices do Modelo 1	86
C.2	Vértices do Modelo 2	89
	Referências	92

Introdução

O século XX testemunhou a consolidação da Física de Partículas Elementares e da Cosmologia Padrão para a descrição quantitativa dos fenômenos a escalas subatômica e cosmológica, respectivamente. Por um lado, tivemos o surgimento da Mecânica Quântica e da Relatividade Especial que culminaram na Teoria Quântica de Campos ao tratarmos partículas subatômicas de altas energias. Esse formalismo nos permitiu chegar ao Modelo Padrão das Interações Elementares – eletromagnética, fraca e forte. Por outro lado, tivemos o surgimento da Relatividade Geral que trata a interação gravitacional como efeito da curvatura do espaço-tempo gerada pelo seu conteúdo energético. Esse formalismo nos permitiu chegar ao Modelo Padrão Cosmológico.

O Modelo Padrão das Partículas Elementares, além de matematicamente consistente, teve todas as suas previsões confirmadas experimentalmente a uma grande precisão ao longo das últimas décadas. A última partícula predita e não confirmada foi o bóson de Higgs, mas em 2012 foi descoberto no LHC um bóson que corresponde cada vez mais ao Higgs padrão. Apesar de todo o sucesso, há motivos tanto experimentais quanto teóricos para irmos além do MP. Um dos principais motivos é o fato de os neutrinos serem não-massivos no MP e termos hoje evidências de que eles têm massa. Sabemos que o universo contém mais matéria do que anti-matéria, mas não sabemos ainda o porquê. Além disso, há problemas de ajuste fino de parâmetros, como o Problema da Hierarquia, resolvido em teorias como Supersimetria e Dimensões Extra. O número de famílias fermiônicas, bem como a hierarquia entre as massas das partículas, também são questões ainda sem resposta. Para uma revisão sobre o Modelo Padrão, ver (1).

Temos hoje evidências de que uma grande quantidade de matéria que não irradia nem absorve luz, ao menos de forma detectável, exerce efeitos gravitacionais notáveis sobre galáxias e aglomerados de galáxias. Além disso, a evolução do universo não pode ser entendida de forma consistente considerando apenas a matéria e a radiação que conhecemos. Tudo isso indica a existência de um tipo desconhecido de matéria a que chamamos *Matéria Escura* (ME), que representa cerca de 27% da densidade de energia do universo. Do ponto de vista da Física de Partículas, essa matéria é constituída de partículas. Entretanto, não conhecemos até agora partículas com as propriedades requeridas por esse tipo de matéria. A física da matéria escura necessariamente implica em física além do Modelo Padrão.

O Modelo Cosmológico do Big Bang é o melhor que temos até hoje para entender a evolução do universo, tendo como pilares observacionais a expansão cósmica, a radiação cósmica de fundo (CMB, Cosmic Microwave Background) e a nucleossíntese primordial. As evidências de Matéria Escura Fria (CDM, Cold Dark Matter), de Energia Escura

(possivelmente uma constante cosmológica Λ) e a tentativa de entender a origem das perturbações gravitacionais que geram as estruturas que observamos hoje (modelos de Inflação Cosmológica) nos colocam além do Modelo do Big Bang, em um cenário conhecido como Modelo Λ CDM.

O termo “padrão” nos dois casos diz simplesmente que esses modelos concordam muito bem com o que observamos. Mesmo havendo margem para expandí-los, o que já foi explicado não pode ser simplesmente descartado. Notavelmente, a expansão do Modelo Padrão das Partículas Elementares relaciona-se estritamente à expansão do Modelo Cosmológico Padrão. O entendimento dos instantes iniciais do universo depende fortemente de partículas de altas energias. As transições de fase porquê o universo possivelmente passou, por exemplo, etão intimamente relacionadas às simetrias de gauge.

O século XXI possivelmente testemunhará avanços significativos nessas duas áreas, pois há inúmeros experimentos buscando detectar novas partículas e medindo cada vez mais precisamente os fluxos de partícula e radiação que chegam à Terra. Estamos vivendo um momento fenomenológico efervescente onde soluções de problemas aparentemente desconexos podem estar interligadas.

Vamos considerar nessa dissertação extensões mínimas renormalizáveis do MP tendo um férmion de Majorana como matéria escura. Consideraremos a presença de escalares adicionais e estudaremos os papéis que desempenham nos observáveis calculados.

Férmions de Majorana estáveis aparecem em modelos com motivações mais fundamentais, como em modelos de See-Saw de geração de massa para neutrinos, extensões de gauge e modelos supersimétricos. Por outro lado, campos fermiônicos de Dirac podem levar a campos fermiônicos de Majorana quando um singlete escalar desenvolve vácuo. Essas são as principais motivações para considerarmos um férmion de Majorana como nosso candidato à matéria escura.

Nos dois modelos, teremos um escalar complexo neutro que se mistura com o dubleto de Higgs e estabelece uma ponte entre as partículas de ME e as do MP, o chamado Portal de Higgs. Isso dá origem a interações em nível de árvore com quarks, léptons e bósons de gauge padrão. Além disso, a parte puramente imaginária desse campo será um majoron, pseudoescalar não-massivo que pode desempenhar o papel de radiação escura. Escalares carregados aparecem em muitas extensões fundamentais e acrescentam uma interação entre o férmion de Majorana e os léptons.

No Capítulo 1 apresentaremos as principais evidências que estabelecem a existência da matéria escura. No Capítulo 2 discutiremos o ponto de vista da Física de Partículas e os métodos de detecção que buscam partículas de matéria escura. No Capítulo 3 apresentaremos as extensões do Modelo Padrão consideradas, objetos dessa dissertação. No Capítulo 4 discutiremos a possibilidade de o majoron ser radiação escura. No Capítulo

5, apresentaremos e discutiremos nossos resultados e considerações finais. Em apêndices, discutiremos idéias básicas do Modelo Cosmológico Padrão (Apêndice A) e da evolução térmica do universo (Apêndice B). Finalmente, apresentaremos as regras de Feynman dos modelos considerados (Apêndice C).

1 Evidências de Matéria Escura

As primeiras evidências sobre a presença de uma grande quantidade de matéria não-luminosa à nossa volta vêm da escala de aglomerados de galáxias e foram inferidas por Fritz Zwicky nos anos 30 (2) ao medir velocidades de dispersão de galáxias no aglomerado de Coma. Aglomerados de galáxias são sistemas coesos, o que nos permite usar o teorema de Virial para inferir sua massa. Concluiu-se que a massa necessária para explicar a coesão do aglomerado de Coma era muito superior à massa luminosa, supondo-se que a Lei Gravitacional valha nessas escalas como vale no sistema solar. Nesse momento, entretanto, havia muitas limitações observacionais e a credibilidade dessa conclusão precisou esperar por décadas. Vamos discutir aqui as principais evidências que colocaram a matéria escura como uma das principais questões em aberto da Física.

Apesar de fornecerem evidências de ME, dados observacionais a escalas de galáxias e aglomerados não nos fornecem informações sobre a quantidade total de ME no universo. Essas informações são inferidas a partir da análise do espectro do CMB e de mapeamentos de estruturas de largas escalas. Além disso, a nucleossíntese primordial é a evidência cosmológica mais forte que temos de que a maior parte da ME deve ser não-bariônica. Essas evidências cosmológicas apontam que cerca de 27% da energia do universo hoje está na forma de matéria escura (cf. Apêndice A).

1.1 Curvas de Rotação de Galáxias

Cerca de 40 anos após as descobertas de Zwicky, Vera Rubin e outros constataram que as curvas de rotação de estrelas em galáxias espirais apresentam um comportamento distinto ao que esperaríamos para a matéria luminosa que conhecemos (3). Tais estudos podem ser tidos como a evidência mais convincente e direta a escalas de galáxias (4) da existência da ME e contribuíram muito para que ela fosse amplamente considerada pela comunidade científica.

As curvas de rotação expressam a dependência da velocidade de rotação de um objeto em órbita com a distância radial que o separa do centro de rotação. É válido aproximar a órbita de rotação de um objeto (estrelas, poeira, etc) em uma galáxia ou em um aglomerado de galáxias em relação ao centro gravitacional como esférica. Pela dinâmica Newtoniana, o equilíbrio entre as forças gravitacional e centrípeta para um objeto de massa m à distância r do centro de rotação, com velocidade de rotação $v(r)$,

$$\frac{mv(r)^2}{r} = \frac{GmM(r)}{r^2}, \quad (1.1)$$

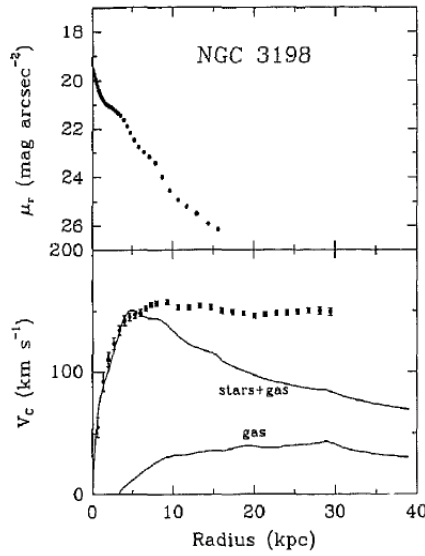


Figura 1 — Comparação entre a luminosidade e a velocidade de galáxias como função da distância radial para uma galáxia espiral típica. Figura retirada de (5).

nos dá a seguinte relação:

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}. \quad (1.2)$$

onde G é a constante gravitacional de Newton e $M(r)$ é a massa interior a r . Supondo simetria esférica, para um dado perfil de densidade de massa $\rho(r)$, temos que $M(r) = 4\pi \int \rho(r)r^2 dr$.

Fora da galáxia, M passa a ser a massa total, constante, e então

$$v \propto r^{-1/2}. \quad (1.3)$$

O que se observou, entretanto, foi que para muitas galáxias espirais a velocidade de rotação é aproximadamente constante mesmo além do raio visível. Ou seja, observa-se $M(r) \propto r$ onde esperava-se $M(r) \approx M_{total} = \text{constante}$. Isso poderia ser causado por um perfil de densidade proporcional a r^{-2} , mas essa matéria estaria fora do raio visível das galáxias, como sugerido pelas medidas de luminosidade.

Na figura 1, temos a contraposição entre a luminosidade e a velocidade de rotação como funções da distância radial para uma galáxia espiral típica.

Temos a princípio duas explicações plausíveis para esse comportamento: a de que há uma distribuição aproximadamente esférica de matéria com luminosidade muito baixa, matéria escura, e/ou a de que a Gravitação Newtoniana não se aplica a escalas de galáxias e aglomerados. Propostas de modificar a Gravitação Newtoniana são conhecidas na literatura como MOND (Modified Newtonian Dynamics). Para uma revisão recente, ver (6). As teorias MOND, embora possam explicar curvas de rotação de galáxias espirais, não são

capazes de explicar outras evidências de ME, como veremos a seguir. Tais considerações indicam como mais plausível a existência de uma grande quantidade de matéria de baixa luminosidade esfericamente distribuída ao redor de galáxias espirais, formando os chamados halos galácticos.

A hipótese mais imediata é a de que buracos-negros, estrelas de baixa luminosidade, planetas e cometas desconhecidos sejam essa matéria escura. Entretanto, esses Objetos Massivos Compactos de Halo (conhecidos na literatura como MACHOS, Massive Compact Halo Objects) contribuem com uma fração muito pequena para a matéria escura inferida (7, 8, 9). Isso significa que a matéria escura bariônica até o momento não explica o que observamos em curvas de rotação de galáxias.

Ainda não sabemos a distribuição exata de ME em galáxias, mas simulações numéricas de formação de estruturas com ME fria nos fornecem possíveis perfis de densidade capazes de reproduzir as curvas de rotação observadas. Todas as simulações apontam que a ME está mais concentrada em centros galácticos. A densidade local ($r_{\odot} = 8.33$ kpc) de ME é comumente adotada como $\rho_{\odot} = 0.3 \text{ GeV/cm}^3$, mas esse valor ainda está sujeito a debate (10).

1.2 Colisões entre Aglomerados de Galáxias

Apesar de já termos evidências desde os anos 30 de que o potencial gravitacional de aglomerados de galáxias não correspondia totalmente à matéria luminosa do sistema, não podíamos saber se essa incompatibilidade se devia à presença de uma matéria escura em todas as bandas do espectro eletromagnético ou indicava que as leis gravitacionais que conhecemos a pequenas escalas não se aplicam a escalas de aglomerados. Isso porque toda a matéria gravitante ocupava o mesmo volume considerado. Quando dois aglomerados colidem, entretanto, essa possível matéria escura poderia estar fisicamente separada da matéria bariônica e ser então detectada diretamente pelo seu potencial gravitacional.

Em 2006, observou-se que os centros de massa de dois aglomerados de galáxias colidindo não concordavam com os que correspondiam à matéria bariônica (11), esse sistema de aglomerados (1E0657-558) ficou conhecido como *Bullet Cluster*, devido à forma de bala do aglomerado menor que atravessa o aglomerado maior. Isso foi feito comparando medições de raio-X e de lentes gravitacionais fracas. A conclusão foi que apenas cerca de 10% dos bárions observados estavam nos centros gravitacionais (mapeados pelas lentes). Os raios-X, que representam cerca de 90% dos bárions, aparecem deslocados dos centros e mostram que a parte bariônica dos aglomerados é afetada pela colisão (cf. figura 2). As componentes invisíveis dos aglomerados passam uma pela outra praticamente sem interagir. Isso é uma evidência de que em aglomerados de galáxias há uma grande quantidade de matéria não-luminosa, não-bariônica e muito pouco interagente. Se entendemos que essa

matéria está nesses aglomerados desde o processo de formação de estruturas, essa é também uma evidência de que ela deve ser estável.

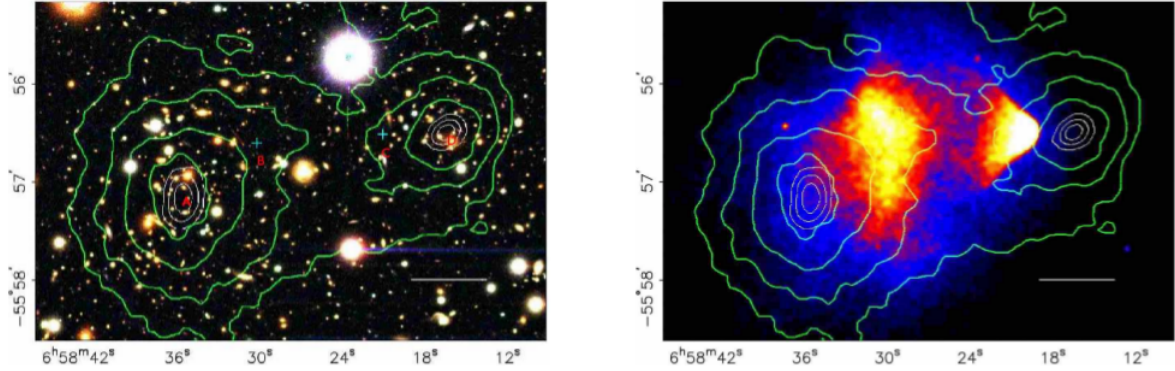


Figura 2 – À esquerda, uma imagem ótica dos aglomerados colidindo obtidas pelo Magellan. À direita, uma imagem de raios-X obtida pelo Observatório Chandra. Os contornos em verde mostram o mapeamento dos centros gravitacionais obtido por lentes gravitacionais fracas. Figura retirada de (11).

Essas observações não podem ser explicadas com base em modificações da Gravitação (12). Na figura 3 vemos a comparação entre as previsões do Λ CDM e de MOND para as velocidades de galáxias satélite em aglomerados, para duas regiões de luminosidades distintas.

Concluimos portanto que a escalas de aglomerados de galáxias, a existência de Matéria Escura está confirmada.

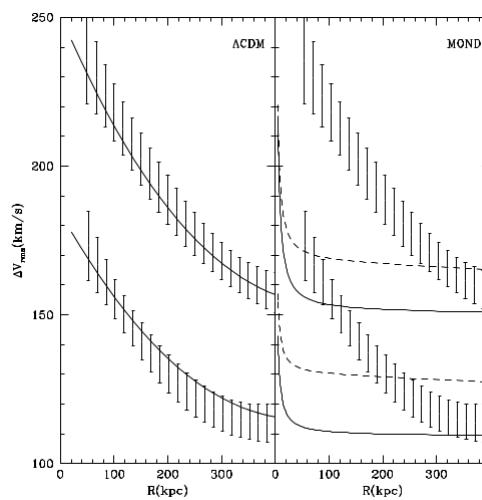


Figura 3 – Velocidades de galáxias em aglomerados como função da distância ao centro do aglomerado. (Esquerda) Predição do Λ CDM, que se mostra de acordo dentro das margens de erro, e (Direita) previsões de MOND, que apresenta dificuldades em explicar os dados. Para detalhes dessa análise, ver (12).

1.3 Estruturas de Largas Escalas

Os processos de formação de estruturas e mapeamentos de estruturas em largas escalas também nos fornecem evidências de matéria escura.

No contexto da Cosmologia Padrão, as estruturas de largas escalas que observamos hoje evoluíram das pequenas inomogeneidades na distribuição de matéria quando o universo era uma “sopa” de partículas e radiação. Temos basicamente duas forças contrárias fundamentais nesse processo: a atração gravitacional e a repulsão gerada pela pressão no material pela radiação. As estruturas começaram a se formar apenas quando a atração gravitacional conseguiu vencer a pressão dos fótons.

Fluidos relativísticos não formam estruturas. De acordo com o momento em que um fluido se torna não-relativístico e pode formar estruturas, ele pode ser classificado como quente, morno ou frio. Um fluido frio torna-se não-relativístico a escalas menores que uma protogaláxia, formando primeiramente pequenas estruturas que se aglomeram e formam estruturas maiores (formação “de baixo-para-cima”). Um fluido quente torna-se não-relativístico a escalas maiores que uma protogaláxia, formando primeiramente grandes estruturas que se fragmentam e formam as estruturas menores (formação “de cima-para-baixo”).

O que determina se uma espécie é quente ou fria é a relação entre sua massa e sua velocidade, assim como suas interações. Partículas quentes (frias) conseguem percorrer grandes (pequenas) distâncias entre duas interações, ou seja, seu livre caminho médio, ou “free-streaming”, é grande (pequeno). Por esse motivo, partículas frias são mais lentas do que partículas quentes. Partículas mornas são intermediárias. À medida que as pequenas inomogeneidades vão se ampliando por atração gravitacional, partículas frias se agrupam mais que partículas quentes.

Se o conteúdo de matéria do universo se restringisse à matéria bariônica, entretanto, aglomerados de galáxias estariam se formando apenas agora (13), pois seu forte acoplamento com os fótons faria com que a pressão vencesse o puxo gravitacional por muito tempo. Esse problema é resolvido se considerarmos a presença de um fluido não-bariônico muito pouco interagente, praticamente neutro (de modo a não ser alterado pelos fótons) e frio, que pôde ter começado a formar estruturas antes da matéria bariônica. A ME fria entra então nesse cenário como peça fundamental para explicar como as estruturas que observamos hoje puderam se formar a tempo, ou seja, deve ser não-relativística antes da recombinação (cf. A.2). É possível haver ME quente ou morna, mas a maior parte do que chamamos de matéria escura deve ser fria. Se a maior parte fosse quente, aglomerados de galáxias se formariam antes que galáxias e isso contradiz mapeamentos de largas escalas.

Mapeamentos de galáxias em largas escalas também apontam para a existência de matéria escura. Na figura 4, vemos o impacto da ME na distribuição de galáxias em

pequenas e largas escalas. Para realizar esses mapeamentos, os astrônomos tomam a transformada de Fourier da distribuição em questão pois isso facilita a distinção entre pequenas e largas escalas (14). Em vez de analisar a distribuição em coordenadas espaciais x , o espectro de potência – ou a variância na distribuição – é plotado em termos das coordenadas transformadas k . Pequenas (largas) escalas correspondem a grandes (pequenos) valores de k .

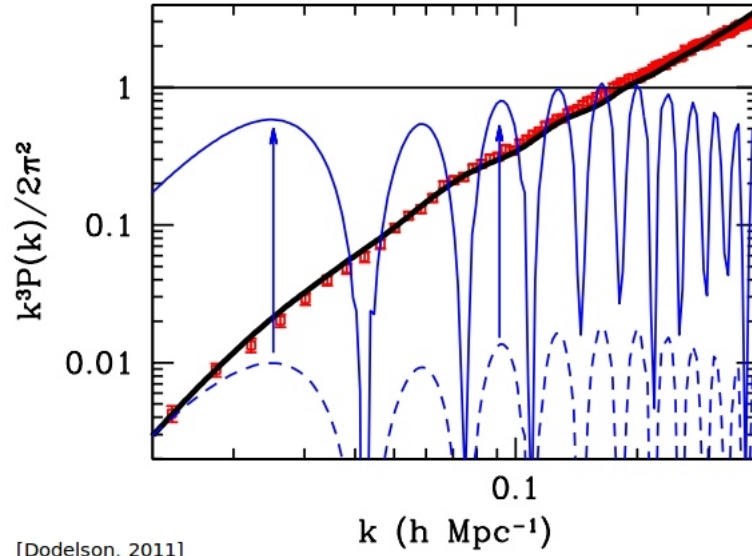


Figura 4 – Variância na distribuição de galáxias como função da escala. A largas escalas, a variância é menor do que a unidade, implicando em uma distribuição aproximadamente homogênea. A formação de estruturas requer que as inhomogeneidades sejam da ordem de 1. A linha tracejada azul é a predição de um modelo que contém apenas matéria bariônica, incapaz de formar estruturas. A linha sólida azul é a predição de uma teoria MOND relativística, que consegue ampliar suficientemente a oscilação de bárions mas não concordam com as medições (pontos pretos com barras de erro). A linha sólida preta é a predição teórica do Λ CDM, que além de permitir formação de estruturas concorda muito bem com os dados observacionais. Figura retirada de (15).

Discutimos então as principais evidências que temos para a existência da matéria escura. No próximo capítulo, consideraremos que ela seja constituída de partículas elementares. As evidências que temos indicam que partículas de matéria escura devem ser:

efetivamente neutras: não interagem com fótons de forma detectável;

estáveis: com tempo de vida superior à idade do universo;

pouco interagentes: suas interações não-gravitacionais devem ser pouco intensas;

não-bariônicas: não se comportam como a matéria que conhecemos;

frias: não-relativísticas antes da recombinação (puderam formar estruturas a tempo);

suficientemente abundantes: representam cerca de 27% da densidade de energia do universo.

2 Ponto de Vista da Física de Partículas

Todas as evidências de ME até o momento são gravitacionais e insensíveis à sua natureza – não nos dizem sua massa, os números quânticos que carrega e/ou viola nem como se transforma por Lorentz ou por qualquer outra simetria. A hipótese de que ela interaja de forma não-gravitacional ainda não tem confirmação experimental. Considerar que a ME seja constituída por um único tipo de partícula elementar também é uma hipótese – nada impede que se trate de compostos de partículas (16) ou de vários tipos de partículas elementares, como é o caso da matéria bariônica. Podemos até mesmo nos questionar se a ME poderia ser enquadrada numa teoria de gauge renormalizável, já que a interação gravitacional até agora não o pôde, mas vamos supor que sim, dado o sucesso do MP.

O que sabemos é que essas partículas têm que ser eletricamente neutras (ao menos efetivamente), não-bariônicas, cosmologicamente estáveis, frias, fornecer uma abundância relíquia aceitável e estar dentro dos limites impostos por experimentos que buscam detectá-las, como discutiremos a seguir. Ver (17) para mais detalhes.

Uma partícula *eletricamente neutra* não carrega carga elétrica, ou seja, não se transforma sob a simetria de carga elétrica $U(1)_e$. Poderíamos considerar candidatos não totalmente neutros, mas que interajam pouco o suficiente para que ainda não tenhamos detectado sua interação com a luz. Nesse caso, devemos ter acoplamentos muito pequenos entre a ME e o fóton, como em nível de loop.

Em Cosmologia, convencionou-se denominar o que se comporta como matéria de “bárion” – léptons, quarks, mésons, bárions e bósons de gauge *padrão* constituem a matéria bariônica. Em qualquer extensão do MP, a matéria escura deve ser composta principalmente por partículas que não estão no espectro de partículas padrão, e isso é o que significa ser “*não-bariônica*” aqui. Um candidato à ME pode vir então de qualquer extensão do espectro de partículas do MP.

A *estabilidade* de uma partícula é geralmente assegurada por alguma simetria que proíba seu decaimento. O decaimento do próton, por exemplo, é proibido pela simetria de número bariônico. Da mesma forma, uma extensão do MP com candidato viável à ME freqüentemente contém uma simetria discreta que garanta sua estabilidade. Candidatos viáveis devem ser cosmologicamente estáveis, quando seu tempo de vida é maior do que a idade do universo (10^{17} s). Vínculos recentes colocam como limite inferior um tempo de vida de 10^{24} s (18, 19).

Para garantir que a ME seja *fria*, suas interações com partículas do plasma devem levar a um livre caminho médio pequeno antes de seu desacoplamento cinético.

A exigência de que a ME seja *pouco-interagente* se traduz em seções de choque de aniquilação e espalhamento pequenas o suficiente para explicar porque não a detectamos até hoje, determinadas pelas novas interações e acoplamentos.

Nenhuma das partículas elementares que conhecemos (cf. figura 5) compreende todos esses requisitos. Os bósons de gauge neutros são instáveis e os neutrinos padrão não têm massa.

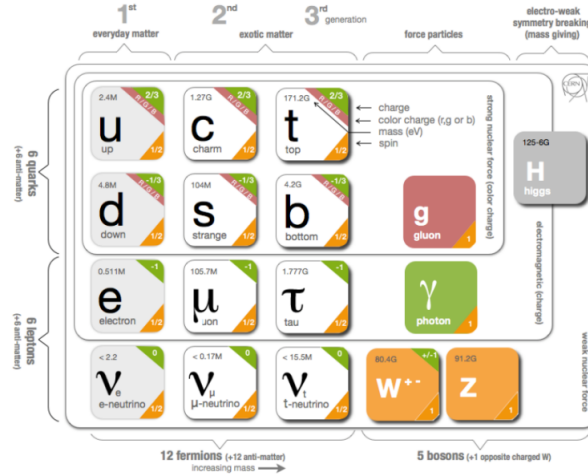


Figura 5 – Conteúdo de partículas do Modelo Padrão das Partículas Elementares. Nenhuma dessas partículas pode ser um candidato viável para explicar toda a matéria escura do universo. Fonte: <<http://www.isgtw.org/spotlight/go-particle-quest-first-cern-hackfest>>, acesso: 20 de julho de 2014.

Há inúmeras extensões do MP com candidatos viáveis à ME mas, obviamente, só quando houver dados suficientes, independentes e complementares poderemos eleger a mais viável.

Os candidatos mais imediatos à matéria escura são os neutrinos ativos¹ massivos, pois como os neutrinos ativos padrão não têm massa, estender o MP incorporando neutrinos massivos já é necessário. Entretanto, a abundância de neutrinos massivos é uma fração quase desprezível da abundância de matéria escura observada (4). Neutrinos massivos leves podem contribuir para a abundância como matéria escura quente.

Neutrinos estéreis são férmions neutros de mão-direita hipotéticos, que não interagiriam por meio de bósons de gauge padrão, apenas por misturas, acoplamentos de Yukawa ou interações não-padrão. Foram propostos como candidatos à ME pela primeira vez em 1993 por Dodelson e Widrow (20).

Extensões supersimétricas do Modelo Padrão têm grandes motivações teóricas e fornecem candidatos naturais à ME (21). Essas teorias, entretanto, ainda não foram confirmadas experimentalmente e têm um grande espaço de parâmetros. Apesar disso,

¹ “Ativos” aqui significa “que interage com as partículas do MP através das interações padrão”, ou seja, interage diretamente com os bósons de gauge massivos.

ME supersimétrica é um dos candidatos mais bem-motivados e sua fenomenologia é amplamente estudada.

Partículas massivas pouco interagentes, as WIMPs (Weakly Interacting Massive Particles), formam uma classe de candidatos à ME amplamente considerados, pois fornecem uma abundância relíquia correta caso as partículas tenham massa na escala eletrofraca ($\sim 1 \text{ GeV} - 100 \text{ TeV}$)² e tenham sido produzidas termicamente. Isso implica que elas estariam em contato térmico com as outras partículas no Universo Primordial e depois se desacoplaram dando origem a uma abundância relíquia. Para que essa abundância concorde com as observações, a média térmica da taxa de aniquilação em partículas presentes no banho térmico na época do desacoplamento das WIMPs deve ser $\langle\sigma v\rangle \sim 10^{-26} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Essa coincidência é conhecida como “milagre WIMP”. A principal vantagem de considerar tais candidatos é que seções de choque na escala eletrofraca são acessíveis experimentalmente, o que permite maior preditibilidade. WIMPs com massa maior que 1 keV são automaticamente frias (19).

Extensões mínimas do MP, que não modificam drasticamente o conteúdo energético e a estrutura de grupo, têm a vantagem de ser mais facilmente confrontadas com os dados que vêm sendo acumulados. Elas podem ser entendidas como modelos efetivos, em baixas energias, podendo ser embebidas em extensões mais fundamentais e com motivações mais amplas.

Poderíamos detectar partículas de matéria escura através de:

- a) sua interação direta com partículas do MP terrestres (detecção direta);
- b) seu produto de aniquilação em partículas do MP ou co-aniquilação com outra partícula qualquer (detecção indireta);
- c) sua interação direta ou indireta não gravitacional com partículas do MP longe da Terra (sondas astrofísicas).
- d) um produto de aniquilação/espalhamento de partículas do MP num colisor (detecção em colisor);

Na figura 2 temos uma representação esquemática de tais tipos de detecção. A abundância relíquia (thermal freeze-out) seria produto da aniquilação entre partículas de ME em partículas padrão no universo primordial (early universe), mesmo tipo de interação sujeita à detecção indireta. Nessa dissertação, trataremos apenas da abundância relíquia e das detecções direta e indireta.

² WIMPs mais massivas violam unitariedade de ondas parciais, a depender de como se aniquilam, e esses limites superiores variam de 20 a 100 TeV (22).

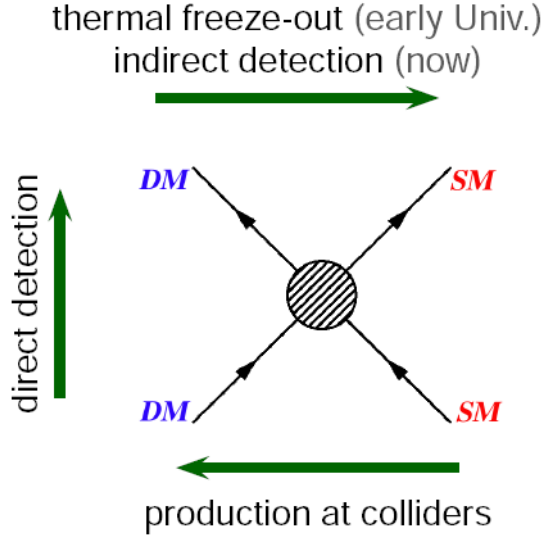


Figura 6 – Formas como a matéria escura (DM na figura) pode ser detectada por meio de partículas do MP (SM na figura).

Para estudar a viabilidade de qualquer modelo com um candidato à ME, devemos saber que região do espaço de parâmetros reproduz a abundância relíquia observada e se está abaixo dos vínculos experimentais de detecções direta e indireta, que se atualizam constantemente. O avanço na busca por um modelo viável seria inquestionavelmente mais lento se para cada modelo potencialmente interessante tivéssemos que calcular todos os vértices e amplitude de espalhamentos possíveis manualmente. No MSSM (Modelo Supersimétrico Mínimo), por exemplo, teríamos que calcular milhares de processos. É vital, portanto, o uso de ferramentas computacionais que nos permita considerar diferentes cenários com matéria escura e computar os observáveis envolvidos.

Nesse trabalho, utilizamos o `micrOMEGAs`(23), uma ferramenta numérica que computa observáveis relacionados a WIMPs em um modelo genérico de Física de Partículas. Podemos implementar uma extensão do MP³ por meio de programas que dão automaticamente as regras de Feynman dada uma lagrangeana, como o `LanHEP` (24). Um candidato à ME é identificado como o mais leve entre as partículas ímpares sob alguma simetria do modelo implementado, pois isso garante que ele seja neutro e estável. Todos os observáveis requerem cálculos de seções de choque, geradas automaticamente (em nível de árvore⁴) pelo `calcHEP`(25)⁵. Na figura 7 temos uma visão geral do código. Para mais detalhes sobre os métodos utilizados pelo `micrOMEGAs` para calcular os observáveis, veja a seção ‘Documentation’ no site <https://lapth.cnrs.fr/micromegas/>.

³ Implementar um modelo é definir a natureza de todas as partículas (massa, cargas, spin, transformações sob simetrias), os parâmetros livres, os vínculos e os vértices (regras de Feynman)

⁴ Correções radiativas, ou seja, processos a nível de loop, podem ser introduzidos por meio de rotinas auxiliares.

⁵ Podemos implementar o modelo diretamente na interface do `calcHEP`, como fizemos.

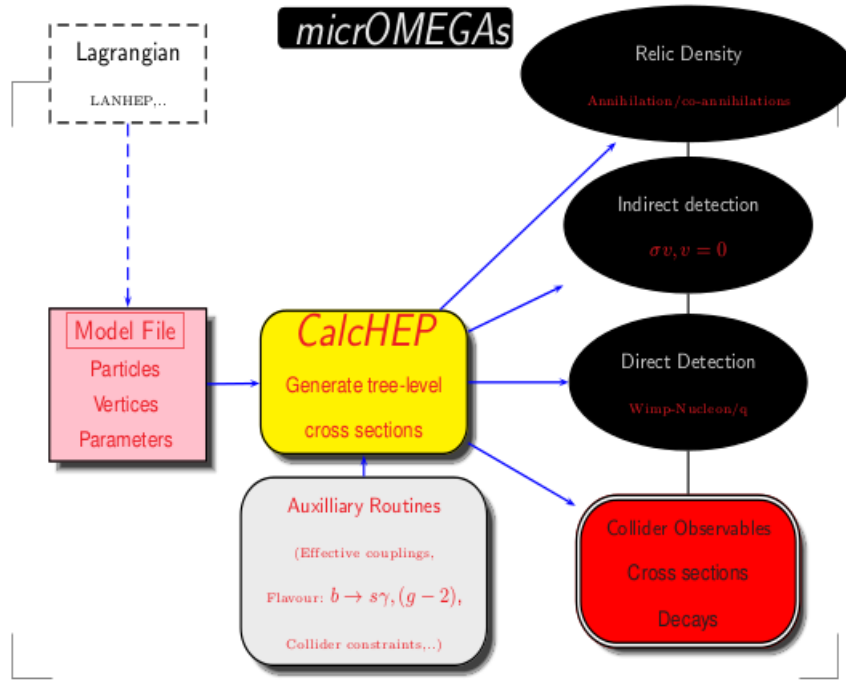


Figura 7 – Diagrama de fluxo do micrOMEGAs. Figura retirada de (26).

2.1 Abundância Relíquia

A abundância relíquia de matéria escura é geralmente reportada como $\Omega_{cdm}h^2$ para evitar a incerteza relacionada à taxa de expansão do universo (cf. Apêndice A). Muitos dos conceitos envolvidos nessa seção são discutidos de forma geral no Apêndice B.

Segundo o Modelo Cosmológico Padrão as partículas estavam em equilíbrio térmico no início do universo, a altas temperaturas. Vamos assumir aqui que esse também é o caso das partículas de ME, produzida à igual taxa com que se aniquilava. Quando a temperatura do universo diminuiu o suficiente para que a ME não pudesse mais ser produzida, a depender de sua massa, sua abundância passou a cair exponencialmente (era de aniquilação de ME). De B.21,

$$n_{cdm}^{eq} = g_{cdm} \left(\frac{m_{cdm} T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_{cdm}}{T}}. \quad (2.1)$$

A abundância relíquia que observamos hoje é explicada nesse contexto supondo que em algum momento sua taxa de interação com as partículas do MP passou a ser da mesma ordem que a taxa de expansão do universo. Ou seja, a densidade de ME diminuiu de tal forma que o universo passou a se expandir antes que ela pudesse se aniquilar⁶. Nesse momento, determinado pelo modelo considerado, a ME desacopla do plasma e sua abundância passa a ser fixa. Isso significa que as partículas do plasma não poderão mais produzir ME, apenas espalhar e co-aniquilar.

⁶ Taxa de interação tem unidades de s^{-1} , ou seja, mede a frequência das interações.

Quanto mais as partículas de ME puderem se aniquilar, ou seja, quanto mais canais de aniquilação forem possíveis, menor será a abundância relíquia (cf. figura 8). A seção de choque total de aniquilação de WIMPs deve ser então inversamente proporcional à abundância relíquia. Essa relação é deduzida através da evolução detalhada da equação de Boltzmann para um modelo específico de fluido de matéria escura. Para o caso de WIMPs, essa relação pode ser escrita da seguinte forma (ver (21)):

$$\Omega_{WIMP} h^2 = 0.11 \frac{3 \times 10^{-26} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}}{\langle \sigma_{aniq} v \rangle}. \quad (2.2)$$

Essa é a visão qualitativa da produção da abundância relíquia, suficiente para o que discutiremos a seguir. O **micrOMEGAs** calcula a abundância resolvendo numericamente a equação que governa a variação da densidade de número, como discutido em (26).

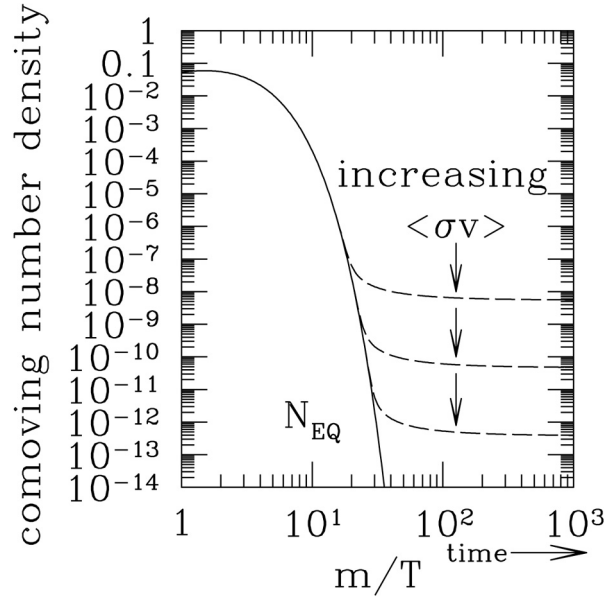


Figura 8 – Evolução da densidade número de uma WIMP como função da razão entre sua massa e a temperatura do universo. Observamos a diminuição exponencial, correspondente à $m \sim T$, seguido do desacoplamento, quando se estabelece a abundância relíquia. Quanto maior a seção de choque de aniquilação, menor a abundância final.

2.2 Detecção Direta

Como estamos supondo que a matéria escura seja constituída por partículas que formam um halo ao redor de cada galáxia, é natural esperar que essas partículas possam interagir com núcleos presentes em detectores terrestres. A forma como a energia de espalhamento é depositada nos detectores (gerando vibração, ionização, etc) carrega informações sobre as partículas que espalham, ou seja, essa seria uma maneira de sondarmos a natureza da ME – a *detecção direta*.

Obviamente esperamos que tais interações sejam muito raras e fracas, do contrário já as teríamos detectado. Além disso, como a ME deve ser não-relativística, a energia que

ela depositaria nos detectores também seria pequena. Experimentos de detecção direta, portanto, devem ser muito sensíveis a qualquer perturbação no detector (como raios cósmicos, fontes radioativas, impurezas nos detectores, etc) e por essa razão são sempre subterrâneos.

Sabendo que efeitos as partículas que conhecemos geram nos detectores (efeitos ditos de *background*) e considerando todas as fontes conhecidas, podemos analisar se algum sinal não esperado seria um sinal de ME. Sinais de nêutrons, neutrinos e ME são a princípio indistinguíveis e por isso é essencial conhecer as fontes de nêutrons e neutrinos próximas aos detectores.

Na figura 9, temos um esquema de detecção direta a depender do candidato à ME. Candidatos leves causariam um recuo eletrônico, enquanto WIMPs causariam um recuo nuclear. Consideraremos aqui apenas a detecção direta de WIMPs.

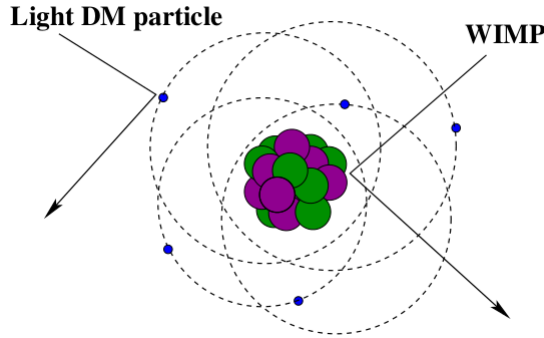


Figura 9 – Comportamento esperado para detecção direta a depender do candidato à matéria escura
 Fonte: <http://www.ippp.dur.ac.uk/~ross/invisibles13/talks/78-marrod_xe1n_undagoita/slides/78-0-Marrodan_Invis_Durham2013.pdf>, acesso: 02 de junho de 2014.

O número de espalhamentos elásticos esperados para cada energia de recuo nuclear E_R (taxa de espalhamento), de uma WIMP de massa M_{WIMP} e velocidade v em relação ao detector por N_a núcleos alvo por kilograma do detector, é dada por

$$\frac{dR}{dE_R} = \frac{N_a \rho_\odot}{M_{WIMP}} \int d^3v v f_E(\vec{v}) \frac{d\sigma}{dE_R}(v, E_R) \quad (2.3)$$

$\rho_\odot$ é a densidade de WIMPs no sistema solar. $\frac{d\sigma}{dE_R}$ é a seção de choque diferencial de espalhamento WIMP-núcleo, que carrega todas as informações sobre a natureza da interação entre a WIMP e os nucleons, como veremos, e conseqüentemente com os quarks. A seção de choque depende da energia incidente, caracterizada pela velocidade v , e da energia de recuo do núcleo. Como não sabemos exatamente a velocidade com que a WIMP chega no detector, pesamos a seção de choque com uma distribuição de velocidades $f_E(\vec{v})$.

Como vimos, a taxa de espalhamento esperada depende de informações astrofísicas e da natureza da interação entre a ME e os núcleos do detector. A interpretação dos dados é, portanto, muito complexa – há incertezas experimentais e mesmo teóricas. Os

parâmetros desconhecidos são então ajustados de modo a fornecer a seção de choque WIMP-nucleon e a massa que reproduzem a taxa de espalhamento medida.

A seção de choque total de espalhamento WIMP-nucleon que o **micrOMEGAs** calcula é dada por

$$\sigma_{tot} = \frac{4M_{WIMP}^2 M_N^2}{\pi(M_{WIMP} + M_N)^2} (|A^{IS}|^2 + 3|A^{DS}|^2), \quad (2.4)$$

onde A^{IS} e A^{DS} são as amplitudes de espalhamento independente e dependente de spin de uma WIMP com nucleons.

Quando algum evento em excesso em relação ao background é detectado, testes estatísticos são feitos para saber que seção de choque e massa de ME poderiam reproduzir com menor erro possível a taxa de espalhamento correspondente. Quando nenhum evento é observado, limites superiores sobre a seção de choque ME-nucleon/núcleo são impostos. A região de parâmetros fornecida por um modelo de ME deve estar, portanto, abaixo desses limites.

Na fig. 10, vemos o comportamento geral de um limite vindo de experimentos de detecção direta. A energia de corte de um detector, menor energia que ele consegue medir, limita a velocidade mínima com que uma WIMP poderia incidir. Próximo a essa energia, a eficiência do detector decai exponencialmente e então os limites impostos a essa energia pioram (crescem exponencialmente). Como vimos na eq. 2.4, a seção de choque, e então o número de eventos esperados, é proporcional à massa reduzida WIMP-nucleon. Se a massa da matéria escura for muito menor ou muito maior do que a massa do nucleon, teremos um número esperado mínimo de eventos, pois a massa reduzida é aproximadamente igual à menor massa. Na situação intermediária em que $m_{WIMP} \sim m_N$, teremos um número máximo de eventos esperados. Se o detector não detecta nenhum sinal de WIMP nessa região de energia, portanto, o vínculo superior é maior para esse caso intermediário. Finalmente, quanto mais tempo um detector passa esperando detectar algo, melhor (menor) será o limite imposto.

No que segue, discutiremos o que é basicamente levado em conta pelo **micrOMEGAs** para o cálculo da seção de choque WIMP-nucleon (26). A seção de choque diferencial de espalhamento elástico WIMP-núcleo é calculada no limite $v \approx 0$, mas a transferência de momento é grande o suficiente para que tenhamos que considerar a estrutura interna do núcleo e encarar o problema como um espalhamento WIMP-nucleon. O que a lagrangeana do modelo nos dá é a interação WIMP-quark e podemos determinar a interação WIMP-nucleon quando levamos em conta os fatores de forma que nos dizem como os quarks se distribuem em um nucleon.

O procedimento para determinar a seção de choque WIMP-núcleo pode ser dividido em três partes:

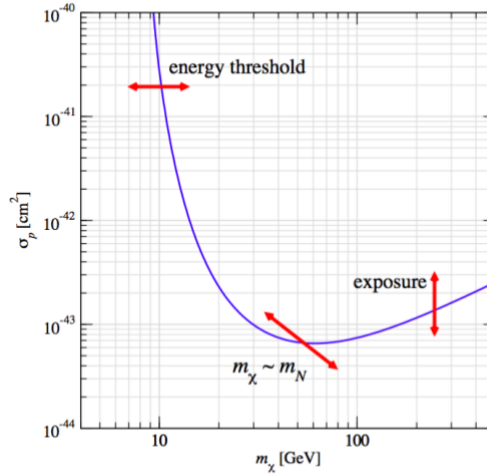


Figura 10 – Comportamento geral de limites sobre seção de choque WIMP-núcleon. Fonte: http://www.ippp.dur.ac.uk/~ross/invisibles13/talks/78-marrod_xe1n_undagoita/slides/78-0-Marrodan_Invis_Durham2013.pdf, acesso: 01 de junho de 2014.

- i) Calcula-se as amplitudes de espalhamento WIMP-quark dada pelo modelo, no limite $v = 0$;
- ii) Chega-se às amplitudes WIMP-núcleon tendo em conta os fatores de forma de quarks em núcleons (tabelados);
- iii) Chega-se às amplitudes WIMP-núcleo tendo em conta os fatores de forma de núcleons em núcleos (tabelados) e calcula-se finalmente a seção de choque diferencial de espalhamento elástico WIMP-núcleo.

Como as amplitudes de espalhamento WIMP-quark são calculadas num regime não-relativístico, usamos operadores efetivos O_i . O termo de interação na lagrangeana entre duas partículas de matéria escura χ e dois quarks q é dado então por

$$\mathcal{L}_{eff} = [\bar{\chi} O_j \chi][\bar{q} O_i q]. \quad (2.5)$$

No limite $v \approx 0$, temos dois tipos de interação possíveis: escalar, ou independente de spin (IS), e vetor-axial, ou dependente de spin (DS). Se a ME não for auto-conjugada, os operadores poderão ser pares ou ímpares com respeito à troca entre partículas e anti-partículas. O conjunto de operadores independentes possíveis é mostrado na figura 11.

2.2.1 Status da Detecção Direta

Experimentos de detecção direta utilizam basicamente três métodos de detecção: *cintilação*, *ionização* e *vibração*. A cintilação ocorre quando uma partícula excita os átomos do detector e faz com que eles emitam luz na de-excitação, detectada por fotomultiplicadores.

	DM Spin	$\hat{\mathcal{O}}_e$ Even operators	$\hat{\mathcal{O}}_o$ Odd operators
SI	0 1/2 1	$2M_\chi \phi_\chi \phi_\chi^* \bar{\psi}_q \psi_q$ $\bar{\psi}_\chi \psi_\chi \bar{\psi}_q \psi_q$ $2M_\chi A_{\chi\mu}^* A_{\chi\mu}^a \bar{\psi}_q \psi_q$	$i(\partial_\mu \phi_\chi \phi_\chi^* - \phi_\chi \partial_\mu \phi_\chi^*) \bar{\psi}_q \gamma^\mu \psi_q$ $\bar{\psi}_\chi \gamma_\mu \psi_\chi \bar{\psi}_q \gamma^\mu \psi_q$ $+i\lambda_{q,o}(A_\chi^{\alpha} \partial_\mu A_{\chi,\alpha} - A_\chi^{\alpha} \partial_\mu - A_{\chi\alpha}^*)$ $\bar{\psi}_q \gamma_\mu \psi_q$
SD	1/2 1	$\bar{\psi}_\chi \gamma_\mu \gamma_5 \psi_\chi \bar{\psi}_q \gamma_\mu \gamma_5 \psi_q$ $\sqrt{6}(\partial_\alpha A_{\chi\beta}^* A_{\chi\nu} - A_{\chi\beta}^* \partial_\alpha A_{\chi\nu})$ $\epsilon^{\alpha\beta\nu\mu} \bar{\psi}_q \gamma_5 \gamma_\mu \psi_q$	$-\frac{1}{2} \bar{\psi}_\chi \sigma_{\mu\nu} \psi_\chi \bar{\psi}_q \sigma^{\mu\nu} \psi_q$ $i\frac{\sqrt{3}}{2}(A_{\chi\mu} A_{\chi\nu}^* - A_{\chi\mu}^* A_{\chi\nu}) \bar{\psi}_q \sigma^{\mu\nu} \psi_q$

Figura 11 – Operadores efetivos de interações ME-quark.

Tipicamente, iodetos de sódio (NaI) e Xenon (Xe) são usados como cintiladores. Quando uma partícula consegue ionizar algum cristal, isso pode ser detectado por aparelhos sensíveis à carga elétrica. Detectores criogênicos, que funcionam a baixíssimas temperaturas (da ordem de poucos mK), podem medir pequenas variações de temperatura e vibrações devidas à passagem de alguma partícula. A combinação dessas técnicas favorece uma melhor rejeição de background e é usada pela maioria dos experimentos.

Os únicos experimentos que não combinam técnicas diferentes, e não distinguem recuos nucleares de eletromagnéticos, são DAMA e CoGeNT. Para identificar um possível sinal de ME (não necessariamente WIMP), eles usam a *modulação anual*, uma variação periódica esperada na taxa de espalhamento devida ao movimento da Terra em torno do Sol (27). A vantagem dessa técnica é a de depender apenas de incertezas astrofísicas. Até hoje não é unânime a afirmação de que a modulação anual observada por esses experimentos seja devida à matéria escura (28).

Os sinais positivos de detecção direta de ME que temos até agora foram anunciados por DAMA (29, 30), CoGeNT (31), CRESST-II (32) e CDMS-SI (33). Além disso, temos apenas limites de experimentos como XENON100 (34), COUPP (35), PICASSO (36) e LUX (37).

Na fig. 12, vemos o status da detecção direta. Os limites impostos recentemente pelo LUX excluem os sinais positivos reportados anteriormente e diminui os limites que já existiam. Dadas as incertezas na interpretação dos resultados de cada experimento, e na comparação entre eles, temos por enquanto apenas um quadro complexo. No entanto, os limites estão ficando cada vez mais restritivos e as técnicas desenvolvidas para rejeitar melhor o background estão se aprimorando cada vez mais. A perspectiva é de que em poucas décadas o status da detecção direta seja conclusivo.

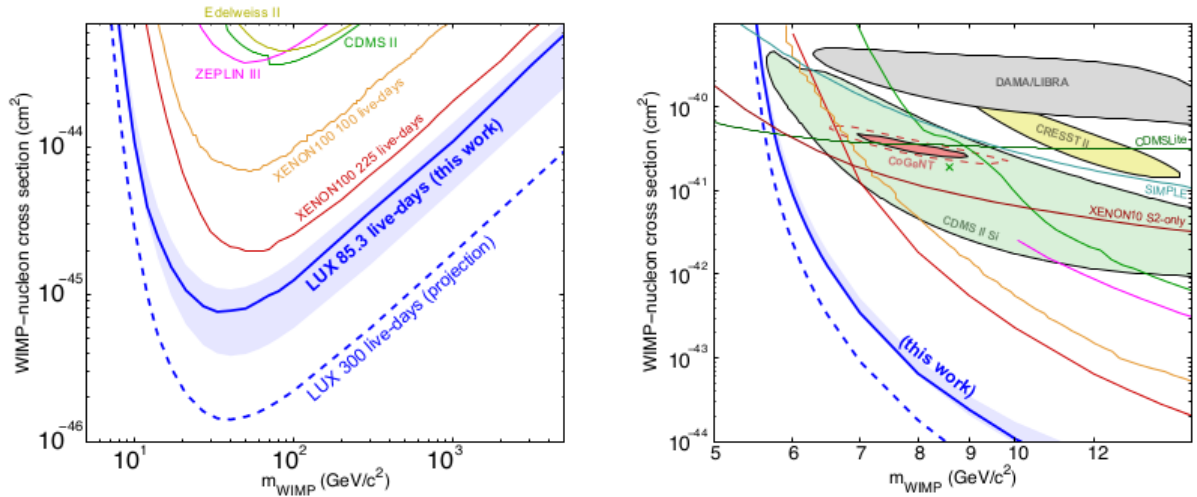


Figura 12 – Status de Detecção Direta (38).

2.3 Detecção Indireta

Outra forma de buscar ME é verificando se há *excessos* em fluxos de raios cósmicos, raios gama e neutrinos que chegam à Terra, ou seja, que não sejam entendidos pela astrofísica conhecida. Esse método, conhecido como *detecção indireta*, busca portanto sinais de ME a partir de fluxos de partículas do MP.

Já estamos supondo auto-aniquilações de ME em partículas do MP no início do universo, quando a densidade era alta o suficiente. Em regiões como centros de galáxias, podemos esperar que essas aniquilações também possam ocorrer⁷.

Aniquilações de matéria escura em regiões de alta densidade produziriam naturalmente fluxos de altas energias, maiores do que as conseguidas pelos aceleradores atuais de partículas. Isso nos permitiria inclusive uma janela à física que governa o universo primordial.

A detecção indireta procura por ME tanto em centros e halos galácticos quanto em regiões intergalácticas. A principal motivação, portanto, é detectar sinais de partículas de ME em lugares onde ela já foi observada gravitacionalmente.

A depender do modelo considerado, podemos ter matéria escura se aniquilando em quarks, glúons, léptons, bósons de gauge, etc. O modelo vai fornecer então a taxa de aniquilação, σv , possível. Após a hadronização e o decaimento em partículas estáveis, teríamos os *fluxos primários*, gerados nas regiões em que a ME pode se aniquilar. Entre o ponto de produção e o de observação, há todo um meio interestelar que determina como esses fluxos chegariam. Para maiores detalhes, ver (39).

O micrOMEGAs calcula espectros primários de raios-gama, pósitrons e antiprótons para um modelo genérico de física de partículas e computa os fluxos que nos chegariam,

⁷ A princípio não há motivos para esperar que tais aniquilações alterem a abundância relíquia.

tendo em conta a propagação de partículas carregadas.

De forma geral, a taxa de produção de uma partícula estável a num ponto $\vec{x}$ devida à aniquilação de partículas de ME auto-conjugadas (como um férmion de Majorana) é dada por (26):

$$Q_a(\vec{x}, E) \propto \left[\sum_f \langle \sigma v \rangle_f \frac{dN_a^f}{dE} \right] \times \left[\frac{\rho(\vec{x})^2}{M_{me}^2} F \right]. \quad (2.6)$$

O primeiro fator carrega toda a informação do modelo de física de partículas. $\langle \sigma v \rangle_f$ é a taxa de aniquilação, produto da seção de choque de aniquilação de ME em um estado final f pela sua velocidade relativa, tomada sob a média de velocidades dada pela distribuição considerada. Se a ME não for autoconjugada, deveremos tomar a média entre partículas e entre antipartículas, e essa taxa deve conter mais um fator $1/2$. A soma sobre todos os estados finais nos dá a seção de choque total de aniquilação. dN_a^f/dE é o número de partículas a que seriam produzidas pelo estado final f com energia E , a soma em todos os estados finais nos dá o espectro de energia de a . O segundo fator carrega toda a informação astrofísica. $\rho(\vec{x})$ é o perfil de densidade de ME, ainda indeterminado em regiões centrais do halo. F é uma função de halo genérica, que quantifica tudo o que for relevante para o fluxo final entre $\vec{x}$ e a Terra.

Como veremos, vários experimentos estão buscando excessos de fluxos em relação ao background. Quando nenhum excesso é encontrado, são impostos vínculos sobre a taxa de aniquilação. Se um modelo fornece uma taxa de aniquilação acima dos limites experimentais, ele estaria predizendo fluxos adicionais de raios cósmicos e raios gama que não foram observados e estaria em desacordo com as observações. Entretanto, há várias incertezas no que diz respeito à distribuição de ME e ao background astrofísico e isso faz com que os excessos observados não possam ser ainda inambiguamente associados à matéria escura.

2.3.1 Fluxos de Partículas Carregadas

Partículas carregadas são desviadas de sua trajetória inicial e perdem energia durante a propagação pelo meio interestelar, que contém radiação de estrelas, campos magnéticos, radiação do CMB, poeira interestelar, etc. Seu espectro nas vizinhanças da Terra depende fortemente de parâmetros de difusão e perda de energia.

O fluxo de partículas carregadas em cada ponto $\vec{x}$ é dado por (39)

$$\frac{d\Phi_c}{dE}(E, \vec{x}) \propto \frac{v_c}{b(E, \vec{x})} \left(\frac{\rho(\vec{x})}{M_{me}} \right)^2 \sum_f \langle \sigma v \rangle_f \int dE \frac{dN_c^f}{dE} I(E, E_s, \vec{x}). \quad (2.7)$$

Vemos que o fluxo é tanto maior quanto maior a velocidade v_c das partículas carregadas e menor sua perda de energia durante a propagação, parametrizada pelo

coeficiente $b(E, \vec{x})$. $I(E, E_s, \vec{x})$ é a função de halo, que contém informações sobre os processos astrofísicos que ocorreriam durante a propagação.

Os pósitrons, por exemplo, perdem energia principalmente produzindo *radiação síncroton*, quando passam por campos magnéticos, e por *espalhamento compton inverso*, quando fornecem energia a fótons do CMB e da radiação estelar. Essa produção de fótons altamente energéticos também deve ser levada em conta como sinal de detecção indireta.

2.3.2 Fluxos de Raios Gama

Como sabemos, a ME deve ser neutra e portanto não deve interagir em nível de árvore com fótons. Entretanto, interações em nível de loop são possíveis, embora suprimidas, e teriam uma assinatura clara: uma linha monocromática no espectro de raios-gama, conhecido como “*gamma-ray line*”. Temos dois tipos de fluxos de raios-gama: primários, produzidos pelos canais de aniquilação na região em que a ME se aniquila, e secundários, produzidos durante a propagação dos fluxos primários de partículas carregadas, como discutimos acima.

Fótons e neutrinos mantêm a direção de propagação desde onde foram produzidos até aqui, pois não são desviados pelos campos magnéticos do meio interestelar. Esse canal traz então a possibilidade de mapearmos a distribuição de ME em nossa Galáxia, mostrando possíveis sub-halos, bem como na região extragaláctica. Esse tipo de informação nos ajudaria a entender o processo de formação de estruturas.

O fluxo diferencial de fótons que observaríamos na Terra é dado por

$$\frac{d\Phi_\gamma}{d\Omega dE} = \frac{r_\odot}{8\pi} \left(\frac{\rho_\odot}{M_{me}} \right)^2 J \sum_f \langle \sigma v \rangle_f \frac{dN_\gamma^f}{dE}. \quad (2.8)$$

$\langle \sigma v \rangle_f$ é a taxa de aniquilação em um dado canal f e contém toda a informação sobre a física de partículas, tudo o mais é informação astrofísica. $r_\odot$ e $\rho_\odot$ são o raio e a densidade locais de ME e M_{me} é a massa da ME. dN_γ^f/dE é o número de fótons que seriam produzidos pelo estado final f com energia E , o espectro de energia. J quantifica a densidade de ME na linha de visão (line of sight, l.o.s.):

$$J = \int_{l.o.s.} \frac{ds}{r_\odot} \left(\frac{\rho(r(s, \theta))}{\rho_\odot} \right)^2, \quad (2.9)$$

onde r é uma coordenada radial centrada no dentro Galáctico, $r(s, \theta) = (r_\odot^2 + s^2 - 2r_\odot s \cos\theta)^{1/2}$ e θ é o ângulo entre a linha de visão e o centro galáctico. O fator J depende fortemente do perfil de ME considerado e incorpora o fato de esperarmos maior fluxo de regiões mais centrais da Galáxia (θ pequeno), como vemos na figura 13.

O fluxo integrado sobre uma região $\Delta\Omega$, determinada pela resolução do instrumento de medida, é obtido substituindo o fator J pela sua média, $\bar{J}(\Delta\Omega) = (\int_{\Delta\Omega} J d\Omega) / \Delta\Omega$.

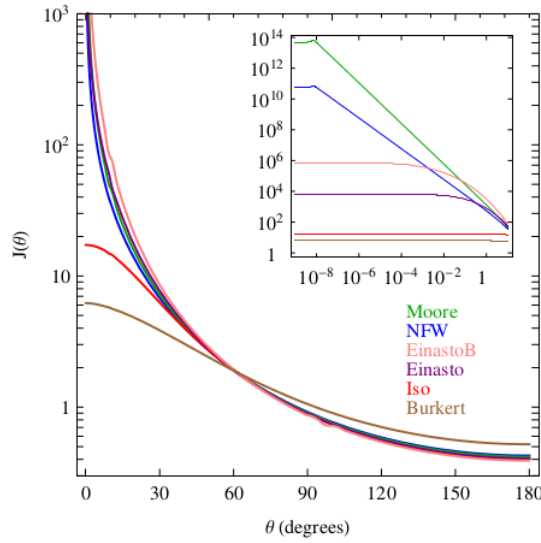


Figura 13 – Fatores J para diferentes perfis de densidade de matéria escura. Como vemos, eles incorporam a expectativa de observar mais fluxos vindos do CG.

Os raios gama secundários podem ser produzidos por espalhamento compton inverso, radiação síncroton e bremsstrahlung devidos a partículas primárias. A detecção de radiação extra em regiões onde o background astrofísico é bem entendido seria uma forte assinatura de matéria escura. A detecção de radiação síncroton devida à ME é obscurecida pelo alto background, pois estaria mais presente onde os campos magnéticos fossem mais intensos, como em centros galácticos.

2.3.3 Status da Detecção Indireta

Há diversos experimentos buscando detectar indiretamente a matéria escura através de diferentes canais: Fermi (40), MAGIC (41), VERITAS (42) (e^+/e^- e fótons); PAMELA (43) (e^+/e^-); AMS (44) (e^+/e^- e antinúcleos); HESS (45) (e^- e fótons); IceCube (46) (neutrinos). Além disso, mais experimentos estão em fase de preparação, como o CTA (47) (fótons).

Para WIMPs, a taxa de aniquilação total em partículas padrão deve ser da ordem de $10^{-26} \text{ cm}^3/\text{s}$ para fornecer a abundância relíquia correta. Modelos que fornecem taxas de aniquilação fora desse intervalo estão em desacordo com os vínculos cosmológicos.

O Centro Galáctico é um dos principais alvos de detecção indireta. No início desse ano, uma análise detalhada dos dados do Fermi para raios gama de poucos GeV (48) foi feita no sentido de investigar um excesso já observado anteriormente. O resultado foi um excesso significativo (mostrado na figura 14) que concorda com o espectro esperado para aniquilações de Matéria Escura em quarks $b\bar{b}$ com uma seção de choque de aniquilação de $\sigma v = (1.4 - 2.0) \times 10^{-26} \text{ cm}^3/\text{s}$ (considerando uma densidade local de Matéria Escura de $0.3 \text{ GeV}/\text{cm}^3$). Esse excesso foi confirmado como esfericamente simétrico, centrado

no centro dinâmico da Galáxia. Espera-se que o CTA possa aprimorar ainda mais esses resultados.

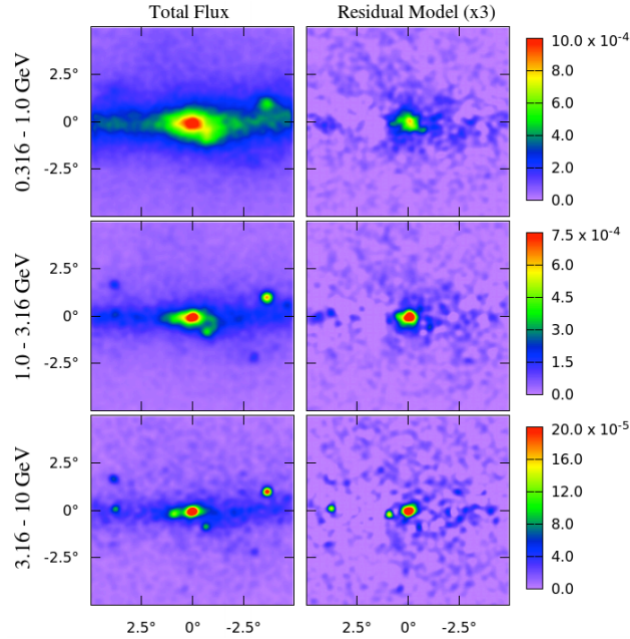


Figura 14 – Contraste entre os mapas de raios-gama a poucos GeV numa região centrada no Centro Galáctico (a 0°) (à esquerda) e os mapas residuais (à direita) descontando todo o sinal esperado pelo background, em unidades de $\text{fótons}/\text{cm}^2/\text{s}/\text{sr}$. O excesso é mais significativo de 1 a 3 GeV. Figura retirada de (48).

Podemos destacar como possíveis sinais positivos as linhas de raios-gama detectadas por INTEGRAL (511 keV) (49) e Fermi (130 GeV) (50), os excessos de microondas e raios-gama no interior de nossa galáxia detectados pelo WMAP e Fermi (51) e os excessos nas frações de pósitrons acima de 10 GeV observados por PAMELA e AMS-02 (52).

Como não sabemos nem a natureza da ME nem como ela se distribui nas escalas de interesse para a detecção indireta, a análise dos dados é feita sob hipóteses sobre os canais de aniquilação possíveis, para cenários bem-motivados de modelos de física de partículas, e sobre os possíveis *backgrounds*, fornecidos por mapeamentos astrofísicos e simulações. Os sinais positivos até agora, portanto, ainda não podem ser inambiguamente associados à matéria escura. Na figura 15, vemos os atuais vínculos sobre a taxa de aniquilação em diferentes canais dominantes impostos pelo satélite Fermi-LAT.

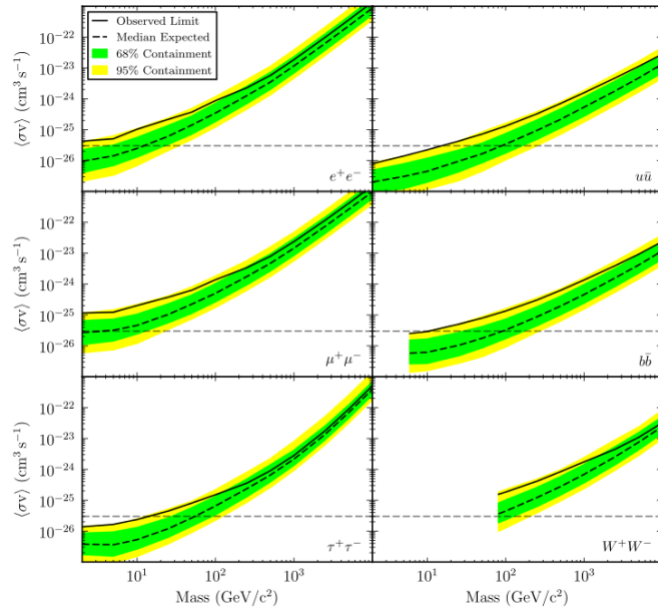


Figura 15 – Status da Detecção Indireta com Fermi-LAT (40).

3 Modelos de Matéria Escura como Férmion de Majorana

Férmions podem ser distintos ou iguais às suas antipartículas, podendo ser respectivamente de Dirac ou de Majorana. Elétrons, múons e taus são férmions de Dirac. Até hoje não sabemos se os neutrinos conhecidos são de Dirac ou de Majorana.

Em 1982, neutrinos pesados de Majorana, introduzidos para gerar massa de neutrinos por um mecanismo de See-Saw, foram indicados como possíveis candidatos à matéria escura fria (53). Em teorias supersimétricas, neutralinos estáveis são férmions de Majorana que aparecem como candidatos naturais à matéria escura. Em (54), férmions de Majorana que interagiriam com partículas padrão através de anápolos eletromagnéticos são apontados como candidatos à matéria escura. Férmions de Majorana como candidatos à matéria escura têm sido considerados na literatura, como podemos ver em (55), (56), (57), (58) e em suas referências.

Nessa dissertação, focaremos em uma das formas mais simples de termos um férmion de Majorana como matéria escura fria – estendendo apenas o setor escalar do Modelo Padrão para gerar sua massa e suas interações. Nosso objetivo é lidar com o mínimo de parâmetros livres capazes de se enquadrar na física de matéria escura. Neste capítulo abordaremos dois modelos mínimos no contexto do chamado Portal de Higgs, motivados pelos recentes resultados do Planck, Fermi-LAT e LUX. Apresentaremos primeiramente apenas os aspectos teóricos dos dois modelos para depois estudar a fenomenologia de ME nesse contexto.

3.1 Modelo 1:

Férmion de Majorana e Singleto Escalar Neutro

A nossa extensão do MP que aqui chamamos de “Modelo 1” consiste em adicionar ao espectro de partículas do MP um neutrino estéril de Majorana (N_R) como candidato à ME e um escalar complexo (σ), ambos singletos e neutros pelos grupos e cargas do MP. Para garantir a estabilidade do férmion de Majorana, impomos que ele seja ímpar sob uma simetria discreta Z_2 : $N_R \rightarrow -N_R$.

Construímos nossa lagrangeana assumindo conservação de número leptônico. Considerando que N_R carregue uma unidade de número leptônico (-1), não teremos termo de massa explícito, pois partículas de Majorana são iguais a suas antipartículas e o termo bilinear $\overline{N_R}N_R$ carrega duas unidades de número leptônico. A massa da ME nesse modelo

é gerada pela sua interação com o escalar neutro, que adquire valor esperado de vácuo (vev). Isso fará com que ele se misture com o Higgs que vem do escalar dubleto padrão e permitirá que a matéria escura interaja com as partículas padrão através da troca de escalares, o chamado Portal de Higgs. O termo de yukawa entre N_R e σ , responsável pela massa do férmion de Majorana e suas interações, só é possível ao assumirmos que σ carregue duas unidades de número leptônico (+2), ou seja, seja um bilépton.

A lagrangeana renormalizável mais geral sob essas considerações é dada então por

$$\mathcal{L}_1 \supset \mathcal{L}_{kin}(N_R, \sigma) - \lambda_N(\bar{N}_R^c N_R \sigma + \bar{N}_R N_R^c \sigma^*) - V(\phi, \sigma), \quad (3.1)$$

e o potencial escalar é dado por

$$V(\phi, \sigma) = \mu_\phi^2 \phi^\dagger \phi + \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2 + \mu_\sigma^2 \sigma^* \sigma + \lambda_\sigma (\sigma^* \sigma)^2 + \lambda_{\phi\sigma} (\phi^\dagger \phi) (\sigma^* \sigma). \quad (3.2)$$

$\mathcal{L}_{kin}(N_R, \sigma)$ é o termo cinético dos singletos neutros, que consiste apenas em propagações, já que eles não carregam hipercarga. O campo ϕ é o dubleto de Higgs. Os campos ϕ e σ podem ser escritos como

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1^+ + i\phi_2^+ \\ R_\phi + i\phi_3^0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \sigma = \frac{R_\sigma + iJ}{\sqrt{2}}. \quad (3.3)$$

onde R_ϕ e R_σ são escalares neutros massivos e $\phi_{1,2,3}$ e J são bósons de Goldstone, pseudo-escalares não-massivos.

Por possuir duas unidades de número leptônico, J não se mistura com os outros Goldstone, que são absorvidos pelos bósons de gauge $W^\pm$ e Z , respectivamente, tornando-os massivos. Não havendo em nosso modelo bóson de gauge extra que o absorva, ele permanecerá no espectro físico como um *majoron*, um bóson de Goldstone relacionado à quebra de número leptônico, que veremos a seguir.

Como N_R é um férmion que carrega número leptônico, poderíamos ter o termo $\bar{L}\tilde{\phi}N_R + H.c.$ na lagrangeana. Isso permitiria o decaimento da N_R em léptons. A imposição de que N_R seja ímpar pela simetria discreta Z_2 evita termos como esse e por esse motivo garante a estabilidade da matéria escura em nosso modelo.

Conseqüentemente, N_R passa a ser um *neutrino estéril puro*, pois não se mistura com os neutrinos do MP.

Podemos notar na lagrangeana uma simetria $U(1)_N$ global (e acidental). Assumiremos que essa simetria tenha sido espontaneamente quebrada antes da quebra espontânea eletrofraca do MP¹, tendo como número quântico violado o número leptônico carregado pela ME.

¹ Isso fará com que a mistura do novo escalar com o Higgs padrão seja pequena automaticamente.

Consideremos agora o novo potencial escalar 3.2. As condições de mínimo tomadas no vácuo, $\langle \partial_\phi V \rangle_0 = 0$ e $\langle \partial_\sigma V \rangle_0 = 0$, nos fornece os seguintes vínculos:

$$\langle \phi \rangle_0 (\mu_\phi^2 + 2\lambda_\phi \langle \phi^\dagger \phi \rangle_0 + \lambda_{\phi\sigma} \langle \sigma^* \sigma \rangle_0) = 0 \quad (3.4)$$

e

$$\langle \sigma \rangle_0 (\mu_\sigma^2 + 2\lambda_\sigma \langle \sigma^* \sigma \rangle_0 + \lambda_{\phi\sigma} \langle \phi^\dagger \phi \rangle_0) = 0, \quad (3.5)$$

Se $\langle \phi \rangle_0 = \langle \sigma \rangle_0 = 0$, o potencial é simétrico, possuindo um único estado de energia mínima. Uma quebra espontânea de simetria ocorre quando o vácuo deixa de ser unicamente definido. Nesse caso, a lagrangeana é invariante sob essa simetria mas não o estado de vácuo do campo em questão, que deixa de ser unicamente definido. Isso quer dizer que quando o valor esperado de vácuo adquire um valor específico, essa simetria é espontaneamente quebrada. A quebra espontânea da simetria $SU(2)_L$ ocorre quando o dubleto escalar desenvolve um *vev* v_ϕ não nulo e a quebra espontânea da simetria $U(1)_L$ global ocorre quando o singlete escalar adquire um *vev* não nulo v_σ :

$$\langle \phi^2 \rangle_0 = -\frac{\mu_\phi^2 + \lambda_{\phi\sigma} \langle \sigma^2 \rangle_0}{2\lambda_\phi} \equiv \frac{v_\phi^2}{2}. \quad (3.6)$$

e

$$\langle \sigma^2 \rangle_0 = -\frac{\mu_\sigma^2 + \lambda_{\phi\sigma} \langle \phi^2 \rangle_0}{2\lambda_\sigma} \equiv \frac{v_\sigma^2}{2}. \quad (3.7)$$

O espectro físico de partículas é encontrado ao redefinirmos os campos de modo a descontar os *vev* não-nulos: $R_\phi \rightarrow R_\phi + v_\phi$ e $R_\sigma \rightarrow R_\sigma + v_\sigma$. No gauge unitário, ficamos então com

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\phi + R_\phi \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

e

$$\sigma = \frac{v_\sigma + R_\sigma + iJ}{\sqrt{2}}. \quad (3.9)$$

Dessa forma, o potencial 3.2 nos fornece uma mistura entre os escalares. A matriz de massa na base (R_ϕ, R_σ) é dada por

$$M^2 = \begin{pmatrix} 2\lambda_\phi v_\phi^2 & \lambda_{\phi\sigma} v_\phi v_\sigma \\ \lambda_{\phi\sigma} v_\phi v_\sigma & 2\lambda_\sigma v_\sigma^2 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Note que caso o parâmetro $\lambda_{\phi\sigma}$ seja pequeno o suficiente, os termos fora da diagonal podem ser desprezados e os escalares podem ser tidos como aproximadamente

desacoplados. Diagonalizando essa matriz chegamos a dois escalares neutros massivos, H e S . Os autovalores de 3.10 são dados por

$$m_H^2 = \lambda_\phi v_\phi^2 + \lambda_\sigma v_\sigma^2 - \sqrt{\lambda_\sigma^2 v_\sigma^4 + \lambda_{\phi\sigma}^2 v_\phi^2 v_\sigma^2 - 2\lambda_\sigma \lambda_\phi v_\phi^2 v_\sigma^2 + \lambda_\phi^2 v_\phi^4} \quad (3.11)$$

e

$$m_S^2 = \lambda_\sigma v_\sigma^2 + \lambda_\phi v_\phi^2 + \sqrt{\lambda_\sigma^2 v_\sigma^4 + \lambda_{\phi\sigma}^2 v_\phi^2 v_\sigma^2 - 2\lambda_\sigma \lambda_\phi v_\phi^2 v_\sigma^2 + \lambda_\phi^2 v_\phi^4} \quad (3.12)$$

Recentemente, dois detectores independentes do LHC reportaram o descobrimento de um bóson com massa de aproximadamente 125 GeV (59, 60), a primeira partícula escalar observada. Desde então, suas interações têm sido estudadas e constatadas como compatíveis com as interações previstas pelo MP. Identificaremos um de nossos escalares (H) como sendo esse bóson de Higgs descoberto e assumiremos que o outro escalar é massivo o suficiente para ainda não ter sido produzido nos colisores de partículas. Considerá-lo nas escalas já percorridas por colisores exige um estudo mais aprofundado sobre os vínculos de decaimento invisível que justificaria não o termos encontrado ainda.

Como há pouca margem para que o bóson de Higgs descoberto se misture com outros escalares, adotaremos um valor de segurança para o parâmetro de mistura, $\lambda_{\phi\sigma} \sim 10^{-2}$. Podemos estimar a ordem de grandeza do parâmetro de mistura calculando a largura de decaimento invisível do Higgs em majorons, como foi feito em (61).

Identificaremos a escala de quebra espontânea do dubleto como a eletrofraca, $v_\phi = 246.22$ GeV. Ao assumirmos que $v_\sigma \gg v_\phi$, os autoestados de interação R_ϕ e R_σ , em termos dos autoestados de massa H e S , são dados por

$$R_\phi = \frac{H - \frac{\lambda_{\phi\sigma} v_\phi}{2\lambda_\sigma v_\sigma} S}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{\phi\sigma} v_\phi}{2\lambda_\sigma v_\sigma}\right)^2}} \quad (3.13)$$

e

$$R_\sigma = -\frac{S + \frac{\lambda_{\phi\sigma} v_\phi}{2\lambda_\sigma v_\sigma} H}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{\phi\sigma} v_\phi}{2\lambda_\sigma v_\sigma}\right)^2}}, \quad (3.14)$$

e os autoestados de massa são aproximadamente

$$m_H^2 \approx \lambda_\phi v_\phi^2 \quad (3.15)$$

e

$$m_S^2 \approx \lambda_\sigma v_\sigma^2. \quad (3.16)$$

Note que a aproximação $v_\sigma \gg v_\phi$ nos leva automaticamente ao desacoplamento aproximado dos escalares.

O segundo termo em 3.1 nos fornece um vínculo para a massa do férmion de Majorana,

$$m_N = \sqrt{2}\lambda_N v_\sigma, \quad (3.17)$$

e suas interações com H , S e J (figura 16).

Vamos agora considerar os vínculos possíveis sobre as constantes de acoplamento. Fisicamente, precisamos que o potencial escalar tenha um mínimo de energia, seja estável. Matematicamente, essa exigência se traduz em pedir que o determinante da matriz hessiana do potencial,

$$H(\phi, \sigma) = \begin{vmatrix} 2\lambda_\phi \phi^2 & \lambda_{\phi\sigma} \phi \sigma \\ \lambda_{\phi\sigma} \phi \sigma & 2\lambda_\sigma \sigma^2 \end{vmatrix} \quad (3.18)$$

e $\frac{d^2 V}{d\phi^{\dagger 2}}$ sejam positivos e então devemos ter $\lambda_\phi > 0$, $\lambda_\sigma > 0$ e $-2\sqrt{\lambda_\phi \lambda_\sigma} < \lambda_{\phi\sigma} < 2\sqrt{\lambda_\phi \lambda_\sigma}$.

Temos ao todo 11 parâmetros ($\mu_\sigma, \mu_\phi, \lambda_\sigma, \lambda_\phi, \lambda_{\phi\sigma}, \lambda_N, v_\sigma, v_\phi, m_H, m_S$ e m_N) e 5 vínculos (3.4, 3.5, 3.11, 3.12 e 3.17). Vamos escolher como nossos 6 parâmetros independentes: $m_N, m_S, \lambda_{\phi\sigma}, v_\sigma$, além dos parâmetros fixos $m_H = 125$ GeV e $v_\phi = 246, 22$ GeV. Na figura 16 temos as interações fornecidas por esse modelo (vértices no Apêndice C).

Concluimos então o Modelo 1, que se trata da extensão mais simples do Modelo Padrão contendo um férmion de Majorana como candidato à matéria escura, considerando conservação de número leptônico na lagrangeana. A seguir, consideraremos um escalar carregado no cenário que acabamos de ver.

3.2 Modelo 2:

Férmion de Majorana e Singletos Escalares Neutro e Carregado

O modelo que vamos discutir agora, “Modelo 2”, consiste em adicionarmos ao Modelo 1 um escalar carregado η , singleto sob as simetrias padrão, que interage com as três famílias leptônicas (em (62) esse mesmo escalar carregado interage com uma família leptônica). Um modelo similar foi estudado em (63), mas não possui interação com quarks em nível de árvore pois não contém o escalar singleto neutro.

Sua lagrangeana é dada por:

$$\mathcal{L}_2 \supset \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_{kin}(\eta) + \lambda_l \sum_{i=1}^3 (\overline{N_R^c} l_R^i \eta^+ + \overline{l_R^c} N_R^i \eta^-) - V(\eta, \phi, \sigma), \quad (3.19)$$

com

$$V(\eta, \phi, \sigma) = \mu_\eta^2 \eta^+ \eta^- + \lambda_\eta (\eta^+ \eta^-)^2 + \lambda_{\eta\phi} (\phi^\dagger \phi) (\eta^+ \eta^-) + \lambda_{\eta\sigma} (\eta^+ \eta^-) (\sigma^* \sigma) \quad (3.20)$$

Para garantir conservação de número leptônico, assumimos que η seja também um bilépton. Como η é carregado, ele vai carregar hipercarga e $\mathcal{L}_{kin}(\eta)$ vai conter interações com os bósons Z e A . A interação entre η , N_R e os léptons é possível ao assumirmos que η seja ímpar por Z_2 : $\eta \rightarrow -\eta$. Estamos assumindo o mesmo acoplamento λ_l para as três famílias leptônicas, por simplicidade. Para impedir que a ME decaia em escalar carregado, consideraremos que ele seja mais pesado. O potencial nos dá o seguinte termo de massa para o escalar carregado:

$$m_\eta^2 = \mu_\eta^2 + \frac{\lambda_{\eta\phi} v_\phi}{2} + \frac{\lambda_{\eta\sigma} v_\sigma}{2}. \quad (3.21)$$

Temos ao todo 6 parâmetros, além dos que consideramos no Modelo 1, e um vínculo adicional do termo de massa que acabamos de ver. Vamos escolher como livres os parâmetros: m_η , $\lambda_{\eta\phi}$, $\lambda_{\eta\sigma}$, λ_l e λ_η , além dos que já escolhemos do Modelo 1. Na figura 17, temos as interações que o Modelo 2 acrescenta ao Modelo 1 (vértices no Apêndice C).

Vimos então que adicionar um escalar carregado introduz canais adicionais que podem contribuir para uma maior taxa de aniquilação. Após discutirmos a possibilidade de encarar o majoron presente nos cenários que acabamos de considerar como radiação escura, vamos estudar a fenomenologia do férmion de Majorana.

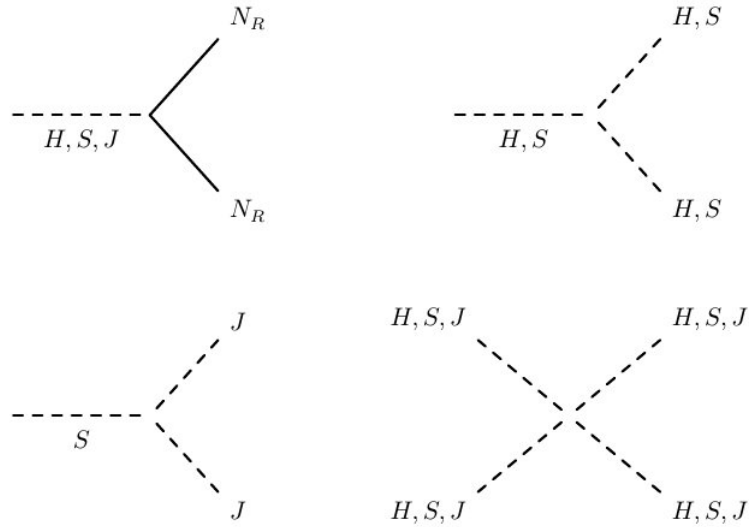


Figura 16 – Interações do Modelo 1.

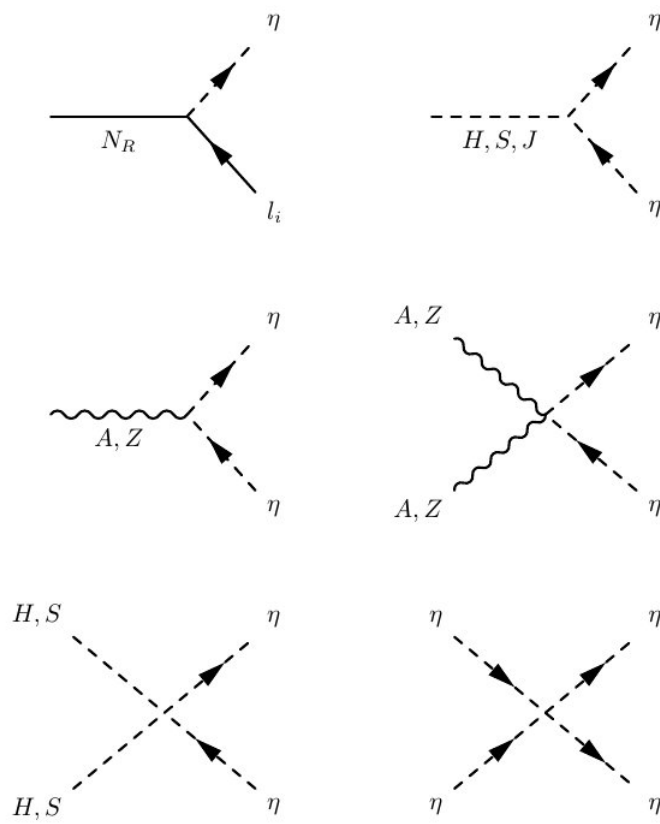


Figura 17 – Interações adicionais do Modelo 2.

4 Majoron como Radiação Escura

A *radiação escura* é uma possível radiação extra que estaria contribuindo para a densidade de energia no início do universo. O espectro da CMB é sensível aos diferentes tipos de radiação acoplados à matéria antes da recombinação (64). Recentemente, várias análises do espectro do CMB têm indicado a existência de radiação escura (65, 66).

Precisamos entender sob que condições uma espécie contribui para a densidade de energia do universo como um grau de liberdade relativístico. No Apêndice B, revisamos os conceitos mais relevantes para a discussão desse capítulo.

A densidade de energia do universo é dominada pelas espécies relativísticas e pode ser escrita como

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} T^4 \left[\sum_b g_b \left(\frac{T_b}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_f g_f \left(\frac{T_f}{T} \right)^4 \right]. \quad (4.1)$$

É comum separar a contribuição de fótons e neutrinos de outras contribuições possíveis. Usando B.32,

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\pi^2}{30} T^4 \left[g_\gamma + \frac{7}{8} \sum_\nu g_\nu \left(\frac{T_\nu}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_f g_f \left(\frac{T_f}{T} \right)^4 + \sum_b g_b \left(\frac{T_b}{T} \right)^4 \right] \\ &= \rho_\gamma \left[1 + \frac{7}{8} \left(\frac{T_\nu}{T} \right)^4 \frac{1}{2} \left(\sum_\nu g_\nu + \sum_f g_f \left(\frac{T_f}{T_\nu} \right)^4 + \frac{8}{7} \sum_b g_b \left(\frac{T_b}{T_\nu} \right)^4 \right) \right] \\ &\equiv \left[1 + \frac{7}{8} \left(\frac{T_\nu}{T} \right)^4 N_{eff} \right] \rho_\gamma, \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde definimos o número efetivo de radiação, N_{eff} , parâmetro comumente adotado para contar os graus de liberdade relativísticos que não sejam fótons.

Separando a contribuição de bósons extra (be) e férmions extra (fe) para N_{eff} , temos

$$N_{eff} = \frac{1}{2} \left(\sum_\nu g_\nu + \sum_{fe} g_{fe} \left(\frac{T_{fe}}{T_\nu} \right)^4 + \frac{8}{7} \sum_{be} g_{be} \left(\frac{T_{be}}{T_\nu} \right)^4 \right). \quad (4.3)$$

Segundo o MP, apenas fótons e neutrinos contribuíam como graus de liberdade relativísticos quando a temperatura do universo era da ordem de poucos eV e então $N_{eff} = 3$. O número efetivo de radiação escura pode ser definido então como ΔN_{eff} por $N_{eff} = 3 + \Delta N_{eff}$. Considerando detalhes do processo de desacoplamento de neutrinos, não exatamente completo na época de aniquilação de elétrons, e para o caso mais realista de três neutrinos ativos massivos, temos $N_{eff} = 3.046$ (67).

Análises do espectro da CMB têm chegado a valores maiores que o esperado para N_{eff} , sugerindo indícios de uma nova espécie relativística. Combinando dados do satélite

WMAP9 e observações de telescópios terrestres, temos $N_{eff} = 3.89 \pm 0.67$ (68%CL) (68, 69, 70). Combinando dados do Planck, de polarização do WMAP9 e experimentos terrestres, temos $N_{eff} = 3.36 \pm 0.34$ (68%CL) (71, 72, 73). Isso equivale aos seguintes intervalos para ΔN_{eff} :

$$\begin{aligned} 0.22 &\lesssim \Delta N_{eff} \lesssim 1.56 && (\text{WMAP9} + \text{eCMB}) \\ 0.02 &\lesssim \Delta N_{eff} \lesssim 0.7 && (\text{Planck} + \text{WP} + \text{highL}) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Há vários candidatos à radiação escura, como neutrinos estéreis, áxions, escalares, desde modelos mínimos a extensões mais fundamentais do MP. Até mesmo uma WIMP pode ser radiação escura, como considerado em (74). Uma proposta interessante e muito próxima aos modelos que estamos considerando aqui foi apresentada recentemente por Steven Weinberg (75). Seu candidato à radiação escura é um bóson de goldstone que vem da quebra espontânea de uma simetria global adicionada ao MP. Essa proposta é interessante do ponto de vista da física de partículas porque explica a radiação escura por meio de uma simetria.

Nossos modelos contêm um pseudoescalar não-massivo no espectro físico, o majoron, que se comportaria como radiação durante qualquer época no universo. É natural analisarmos, portanto, a possibilidade de esse majoron ser radiação escura.

Adicionando um majoron como bóson extra no conteúdo de radiação,

$$N_{eff} = 3 + \frac{4}{7}g_J \left(\frac{T_J}{T_\nu} \right)^4. \quad (4.5)$$

Tudo o que precisamos saber é quando o majoron deve desacoplar para que a razão entre as temperaturas nos forneça um valor aceitável para ΔN_{eff} . Como o majoron é um escalar de spin 0 não-massivo, $g_J = 1$, essa exigência implica em

$$\left(\frac{T_J}{T_\nu} \right)^4 = \frac{7}{4} \Delta N_{eff}, \quad (4.6)$$

ou seja, em

$$\begin{aligned} 0.385 &\lesssim \left(\frac{T_J}{T_\nu} \right)^4 \lesssim 2.73 && (\text{WMAP9} + \text{eCMB}) \\ 0.035 &\lesssim \left(\frac{T_J}{T_\nu} \right)^4 \lesssim 1.225 && (\text{Planck} + \text{WP} + \text{highL}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Quanto mais cedo em relação aos neutrinos o majoron desacoplar, menor será a razão T_J/T_ν , pois cada era de aniquilação aquecerá os neutrinos do banho e não mais o

majoron. Logicamente, quanto mais tarde desacoplar, maior será a razão. Se o majoron desacopla junto com os neutrinos, $\Delta N_{eff} = 0.28$, pois nesse caso $T_J \sim T_\nu$. Tenhamos em mente o esquema que apresentamos na figura 41, do Apêndice B.

Vejamos quão cedo o majoron deve desacoplar. A primeira aniquilação antes do desacoplamento de neutrinos é a dos múons. Entre $130 MeV \gtrsim T \gtrsim 105 MeV$, apenas fótons, elétrons, neutrinos, múons e majorons estariam no banho térmico. Para os fótons, temos dois graus de liberdade, correspondentes às polarizações transversais. Para elétrons e múons, temos $g = \frac{7}{2}$, pois temos um fator fermiônico (7/8), um fator 2 que conta partícula e antipartícula e um fator 2 para as duas helicidades. Para os neutrinos, considerando 3 espécies com apenas uma helicidade, $g = 7/8 \times 3 \times 2 = 21/4$. Para bósons de goldstone, sem spin e sem massa, $g = 1$. Nesse caso,

$$g_* = 2 + \frac{7}{2} + \frac{21}{4} + \frac{7}{2} + 1 = \frac{61}{4}. \quad (4.8)$$

Depois que o majoron desacopla, $T_J a = \text{constante}$. Como seu grau de liberdade deixa de contribuir, temos

$$g_* = \frac{61}{4} - 1 = \frac{57}{4}. \quad (4.9)$$

Depois da aniquilação do múon,

$$g_* = \frac{57}{4} - \frac{7}{2} = \frac{43}{4}. \quad (4.10)$$

De B.30,

$$\left(\frac{T_J}{T_\nu}\right)^4 = 0.6867 \quad (4.11)$$

ou seja, $\Delta N_{eff} = 0.3924$.

Essa situação é esquematizada na figura 18.

Antes da aniquilação de múons e píons, que elevam os graus de liberdade relativísticos de $57/4$ a aproximadamente $69/4$ (76), temos a transição de fase da QCD, com um aumento de centenas de vezes (77) (cf. figura 19). Um majoron que desacoplasse antes disso não contribuiria como radiação escura, pois a razão entre sua temperatura e a dos neutrinos seria desprezível.

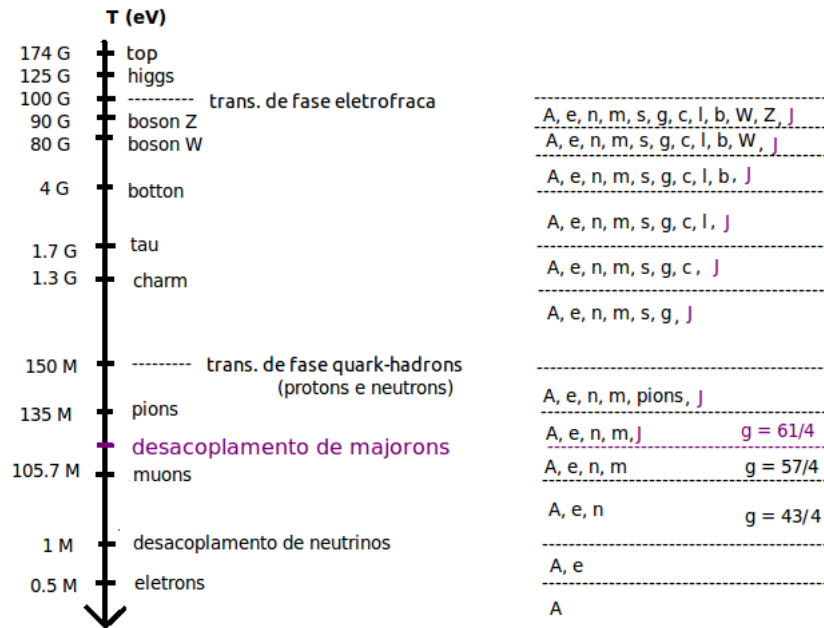


Figura 18 – Esquema das eras de aniquilação para o caso em que os majorons tenham desacoplado antes da aniquilação de múons.

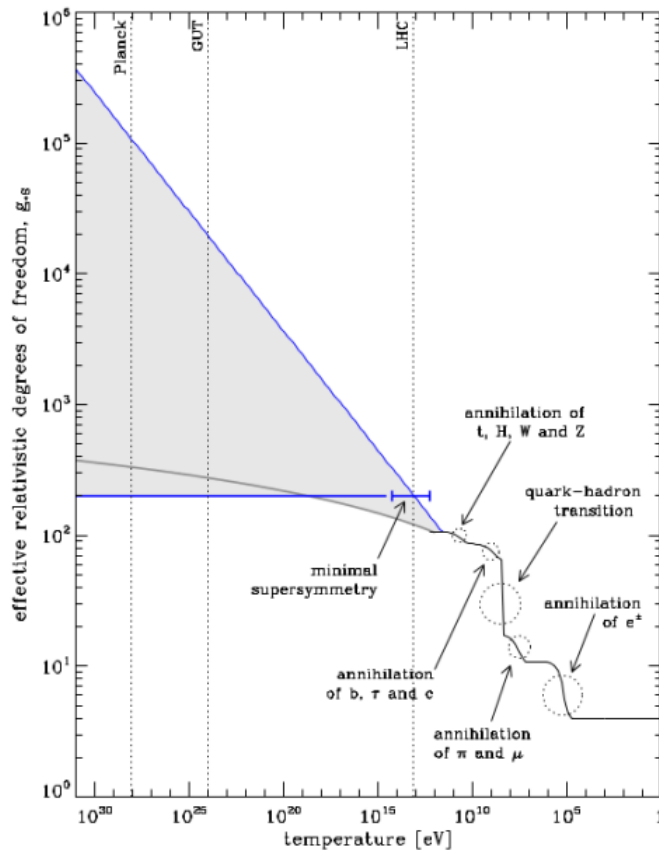


Figura 19 – Evolução dos graus de liberdade relativísticos (78).

Vejamos agora quão tarde o majoron pode desacoplar. Depois do desacoplamento dos neutrinos, a próxima e última era de aniquilação seria a de elétrons. Considerando fótons, elétrons e majorons no banho térmico, para $1\text{MeV} \gtrsim T \gtrsim 0.5\text{MeV}$, temos

$$g_* = 2 + \frac{7}{2} + 1 = \frac{13}{2}. \quad (4.12)$$

Depois que os elétrons se aniquilam e o majoron desacopla, ficamos com $g_* = 2$. A razão entre as temperaturas nesse caso é então

$$\left(\frac{T_J}{T_\nu}\right)^4 = 4.81, \quad (4.13)$$

valor excluído pelos vínculos experimentais.

Essa situação é esquematizada na figura 20.

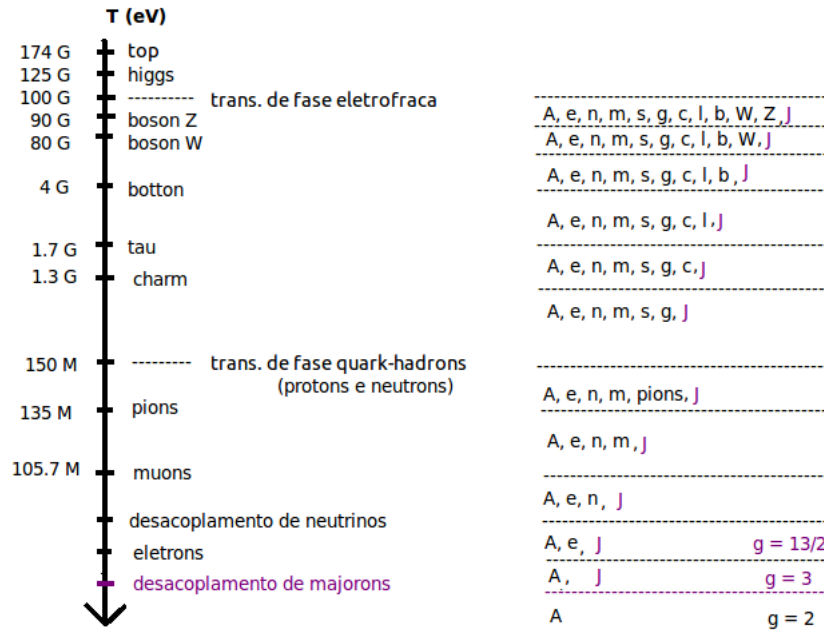


Figura 20 – Esquema das eras de aniquilação para o caso em que os majorons tenham desacoplado antes da aniquilação de múons.

Vamos agora ver como isso poderia vincular os parâmetros dos nossos modelos. Como discutimos no Apêndice B, o majoron desacopla quando sua taxa de interação com as espécies no banho térmico for igual à taxa de expansão do universo.

Usando a parametrização linear do campo do singlete escalar,

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\sigma + R_\sigma + iJ), \quad (4.14)$$

o majoron só interage em nível de árvore com S, e não com H (o Higgs só se acopla com quem recebe massa pelo mecanismo de quebra espontânea eletrofraca). Para considerar troca de H no cálculo de Γ_{int} , deveríamos considerar interações em nível de loop.

Podemos, entretanto, usar uma parametrização mais conveniente para nossos propósitos, a parametrização exponencial:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\sigma + R_\sigma)e^{iJ}. \quad (4.15)$$

O uso de diferentes parametrizações para um campo é permitido pela Independência da Representação: se representações diferentes de um campo levam aos mesmos observáveis (amplitudes de espalhamento, taxas de decaimento, etc), elas são igualmente válidas (79). A vantagem dessa parametrização exponencial quando consideramos pseudoescalares é que teremos interação em nível de árvore com H e com S, tornando o cálculo da taxa de interação efetiva muito mais simples.

A lagrangeana 3.1 fica agora

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset & \frac{1}{2}\partial_\mu((v_\sigma + R_\sigma)e^{-2iJ})\partial^\mu((v_\sigma + R_\sigma)e^{2iJ}) - V(R_\phi, \sigma) \\ & - \frac{\lambda_N}{\sqrt{2}}(\bar{N}_R^c N_R(v_\sigma + R_\sigma)e^{2iJ} + \bar{N}_R N_R^c(v_\sigma + R_\sigma)e^{-2iJ}) \end{aligned} \quad (4.16)$$

O potencial escalar agora depende apenas dos campos reais R_ϕ e R_σ , pois as exponenciais se cancelam. Observemos que redefinições do campo da WIMP $N_R \rightarrow e^{\pm iJ} N_R$ fazem desaparecer suas interações com o majoron. Nessa parametrização, portanto, todas as interações do majoron vêm do termo cinético. Isso significa que elas se tornam cada vez menos relevantes à medida que o universo esfria ($T \sim p_J$).

O termo cinético escalar fica

$$\mathcal{L} \supset \frac{1}{2}[(\partial_\mu R_\sigma)(\partial^\mu R_\sigma) + 4v_\sigma^2(\partial_\mu J)(\partial^\mu J) + 4R_\sigma^2(\partial_\mu J)(\partial^\mu J) + 8v_\sigma R_\sigma(\partial_\mu J)(\partial^\mu J)] \quad (4.17)$$

Para colocar a propagação do majoron na forma usual, redefinimos seu campo, $J \rightarrow \frac{J}{2v_\sigma}$. Ficamos então com

$$\mathcal{L} \supset \frac{1}{2}(\partial_\mu R_\sigma)(\partial^\mu R_\sigma) + \frac{1}{2}(\partial_\mu J)(\partial^\mu J) + \frac{1}{2v_\sigma^2}R_\sigma^2(\partial_\mu J)(\partial^\mu J) + \frac{1}{v_\sigma}R_\sigma(\partial_\mu J)(\partial^\mu J) \quad (4.18)$$

Vamos nos concentrar no último termo, que fornece o portal de Higgs entre o majoron e os léptons do banho térmico, pois R_σ é uma mistura entre H e S. Convém aqui calcularmos as amplitudes em termos de um *ângulo de mistura* θ entre H e S:

$$\begin{pmatrix} H \\ S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_\phi \\ R_\sigma \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

e os autovetores como

$$\begin{aligned} R_\phi &= \cos \theta H - \sin \theta S \\ R_\sigma &= \cos \theta S + \sin \theta H. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Nesse caso, temos

$$\tan 2\theta = \frac{\lambda_{\phi\sigma} v_\phi v_\sigma}{m_\phi^2 - m_\sigma^2}. \quad (4.21)$$

As derivadas em relação a J nos fornecem $ip_J J$, pois $J = J_0 e^{ipx}$. O último termo em 4.18 é então

$$\mathcal{L} \supset -p_J^2 \frac{\cos \theta}{v_\sigma} S J^2 - p_J^2 \frac{\sin \theta}{v_\sigma} H J^2 \quad (4.22)$$

Temos duas contribuições à amplitude de espalhamento, mostradas na figura 21.

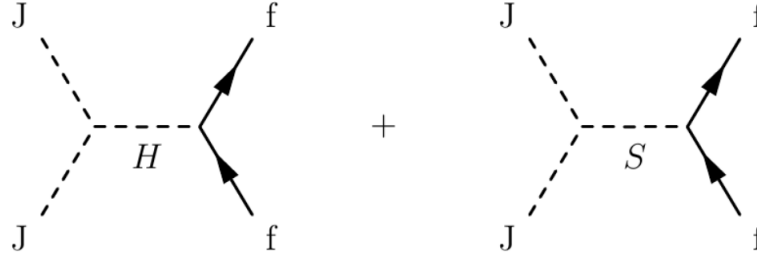


Figura 21 – Contribuições para o acoplamento de majorons com férmions padrão.

As amplitudes de interação com troca de H ($\mathcal{M}_H$) e de S ($\mathcal{M}_S$) são dadas por

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_H &= -2i \frac{m_f \sin \theta \cos \theta (k_1 k_2)}{v_\phi v_\sigma (p^2 - m_H^2)} \bar{u}(p_H) u(p_2) \\ \mathcal{M}_S &= 2i \frac{m_f \sin \theta \cos \theta (k_1 k_2)}{v_\phi v_\sigma (p^2 - m_H^2)} \bar{u}(p_S) u(p_2) \end{aligned} \quad (4.23)$$

onde k_1 , k_2 , p_H e p_S são os momenta dos majorons e dos escalares.

No limite de baixas energias (no período que estamos considerando, $T \sim MeV$), os dois canais dão lugar a um acoplamento efetivo entre os majorons e os férmions (figura 22). Nesse limite, as massas dos propagadores são muito maiores do que seus momenta. A amplitude efetiva $\mathcal{M} = \mathcal{M}_H + \mathcal{M}_S$ é dada por

$$\mathcal{M} = -\frac{2im_f \sin \theta \cos \theta (m_S^2 - m_H^2)}{v_\phi v_\sigma m_H^2 m_S^2} (\partial_\mu J)(\partial^\mu J) \bar{f} f \quad (4.24)$$

No limite de pequenos ângulos de mistura, $\sin \theta \approx \theta = \lambda_{\phi\sigma} v_\phi v_\sigma / 2(m_H^2 - m_S^2)$ e então

$$\mathcal{M} \approx -\frac{\lambda_{\phi\sigma} m_f}{2m_H^2 m_S^2} (\partial_\mu J)(\partial^\mu J) \bar{f} f \quad (4.25)$$

A taxa de interação é dada por $\Gamma_{int} = n \langle \sigma v \rangle$, onde n é a densidade de número e $\langle \sigma v \rangle$ é a taxa de aniquilação média. A densidade de número é proporcional a T^3 e a

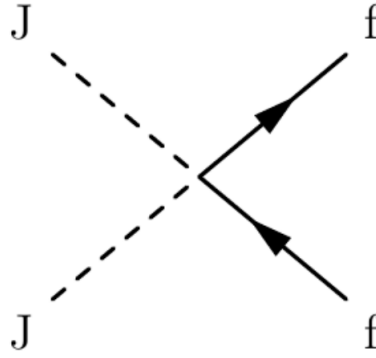


Figura 22 – Interação efetiva entre majorons e férmions.

taxa de aniquilação é proporcional a $|\mathcal{M}|^2$. A taxa de expansão do universo é proporcional a T^2/m_{PL} , onde m_{PL} é a massa de Planck. Temos então

$$\frac{\Gamma_{int}}{H} \sim \frac{\lambda_{\phi\sigma} m_f^2 m_{PL}}{m_\phi^4 m_\sigma^4} T^5 \quad (4.26)$$

Se o majoron desacoplar pouco antes da aniquilação de múons, podemos tomar $T \approx m_\mu$ e supor que a taxa de interação com os férmions é aproximadamente igual à taxa de interação com os múons (desprezando a contribuição dos elétrons, suprimida pela massa). Nesse caso, para que essa razão seja igual a 1 e o majoron desacople nesse período, devemos ter uma combinação razoável dos parâmetros livres m_S e $\lambda_{\phi\sigma}$. O mesmo raciocínio valeria ao considerarmos o majoron desacoplando pouco depois da aniquilação de elétrons. Já que a aniquilação não é instantânea, podemos considerar que a taxa de interação nesse período ainda seja com elétrons. Mas já vimos que os vínculos experimentais tornam essa situação inviável.

Tomando $m_f = m_\mu$ em 4.26, chegamos ao vínculo

$$m_S \sim \sqrt{\lambda_{\phi\sigma}} \times 10^{-2} TeV \quad (4.27)$$

Notamos que quanto menor o acoplamento, menor será a massa de S. Por exemplo, para $\lambda_{\phi\sigma} \sim 10^{-2}$, $m_S \sim GeV$.

Tomando $m_f = m_e$ em 4.26,

$$m_S \sim \sqrt{\lambda_{\phi\sigma}} \times 10^{-5} TeV \quad (4.28)$$

Nesse caso, a massa do escalar neutro deveria ser da ordem de MeV.

O escalar carregado poderia ter um papel nesse cenário pois poderia contribuir para a taxa de interação. Entretanto, se ele realmente existir, sua aniquilação ocorre antes da transição de fase da QCD e não poderia ser produzido numa época em que o efeito do majoron como radiação escura pudesse ser notado.

O papel do majoron como radiação escura ainda não é conclusivo, pois há muitos parâmetros livres mesmo nesses modelos mínimos que consideramos. Vimos que precisamos de um escalar neutro bastante leve para que possamos ter um cenário plausível de radiação escura. Entretanto, existem fortes vínculos vindos de decaimentos de mésons em escalares leves na literatura. Nós precisaríamos checar se os acoplamentos requeridos para a explicação da radiação escura estão ou não excluídos por tais vínculos. Por hora não adentraremos nesta fenomenologia e deixaremos em aberto a possibilidade de ter majorons desempenhando o papel de radiação escura nos modelos estudados. Sabemos que esse é um tópico de bastante relevância atualmente e pretendemos dar prosseguimento a esse estudo num futuro próximo.

Apresentamos então os aspectos teóricos dos modelos mínimos e discutimos a relação entre majorons e radiação escura. No próximo capítulo, apresentaremos os principais resultados desta dissertação.

5 Resultados e Conclusões

Discutiremos agora nossos resultados. Computamos a abundância, a seção de choque de espalhamento por nucleon (detecção direta) e a taxa de aniquilação do férmion de Majorana (detecção indireta), usando o `micrOMEGAs`, para os dois modelos propostos e comparamos com os limites experimentais para verificar sua viabilidade.

5.1 Abundância Relíquia

Revisamos no Capítulo 2 como calcular a abundância de WIMPs. Aqui apresentaremos nossos resultados referentes aos dois modelos discutidos anteriormente. Gostaríamos antes de relembrar ao leitor que, de maneira geral, quanto mais canais de aniquilação cinematicamente disponíveis para N_R , menor será a abundância relíquia.

A abundância de matéria escura fria no universo, conforme dados do Planck (2013), foi inferida como sendo $\Omega h^2 = 0.1199 \pm 0.0027$ com 68% de confiança (71). Portanto, toda vez que usarmos o termo “abundância correta” estaremos nos referindo à região do espaço de parâmetros capaz de reproduzir esse valor.

Nesse contexto, a abundância do férmion de Majorana é determinada conforme a seguir:

- Modelo 1

Calculando a média térmica da seção de choque de aniquilação dos processos exibidos na figura 23. Nesse modelo, temos quatro parâmetros livres ($m_N, m_S, \lambda_{\phi\sigma}$ e v_σ);

- Modelo 2

Calculando a média térmica da seção de choque de aniquilação e coaniquilação dos processos exibidos na figura 24. Nesse modelo, temos oito parâmetros livres ($m_N, m_S, \lambda_{\phi\sigma}, v_\sigma, m_\eta, \lambda_l, \lambda_{\phi\eta}$ e $\lambda_{\sigma\eta}$).

Na tabela 1, vemos os canais de aniquilação que contribuem para a abundância nos dois modelos. Concluímos que os canais adicionados pelo escalar carregado não contribuem significativamente para a abundância do férmion de Majorana.

Quando a massa da ME for tal que permita a produção de partículas reais que posteriormente decaiam nos estados finais, em vez de se aniquilarem nos estados finais



Figura 23 – Canais de aniquilação que contribuem para a abundância relíquia do férmion de Majorana no Modelo 1.



Figura 24 – Canais de aniquilação e coaniquilação que contribuem para a abundância relíquia do férmion de Majorana no Modelo 2.

Tabela 1 – Contribuições para a abundância relíquia nos Modelos 1 e 2

M_N (GeV)	Canais que contribuem com mais de 1%	Dependência dos parâmetros
5	100% JJ	$\frac{M_S v_\sigma^2}{M_N}$
50	98% JJ; 2% bb	$\frac{M_S v_\sigma^2}{M_N}, \frac{M_S}{\lambda_{\phi\sigma} M_N}$
60	71% bb; 19% JJ; 7% $\tau\tau$; 3% cc	$\frac{M_S}{\lambda_{\phi\sigma} M_N}, \frac{M_S v_\sigma^2}{M_N}$
70 - 500	100% JJ	$\frac{M_S v_\sigma^2}{M_N}$
600	67% JJ; 33% SJ	$\frac{M_S v_\sigma^2}{M_N}, \frac{v_\sigma^2}{M_N M_S}$
1000	86% SJ; 12% SS; 2% JJ	$\frac{v_\sigma^2}{M_N M_S}, \frac{M_S}{\lambda_{\phi\sigma}^2 M_N}$
2000	94% SJ; 6% SS	$\frac{v_\sigma^2}{M_N M_S}, \frac{M_S}{\lambda_{\phi\sigma}^2 M_N}$

sob mediação de partículas virtuais, haverá uma ressonância na seção de choque. Essa ressonância se traduz em uma queda brusca na abundância, uma vez que essas duas quantidades são inversamente proporcionais. Esperamos então uma queda brusca em torno de $m_N \approx m_H/2 \approx 63$ GeV, correspondendo à produção do Higgs, e outra em torno de $m_N \approx m_S/2$, correspondendo à produção do novo escalar neutro. Como comportamento assintótico, esperamos que a abundância decresça gradualmente, pois teremos cada vez mais canais de aniquilação cinematicamente possíveis para maiores valores de m_N .

Nas figuras 25, 26 e 27, temos a abundância em função da massa do férmion de Majorana para os dois modelos. Notemos que a abundância sempre decresce com a massa da ME e que apresenta duas quedas bruscas correspondentes às produções dos escalares neutros.

Na figura 25, estudamos o impacto da mistura entre os escalares. Como o gráfico está em escala logarítmica, vemos que sua influência só é significativa quando o Higgs é produzido (para $m_N \approx 63$ GeV) e posteriormente decai em partículas do MP, e que a abundância é tanto maior quanto menor a mistura. Entendemos isso notando que o acoplamento entre o férmion de Majorana e o Higgs, e então a seção de choque de aniquilação mediada por H, é proporcional a $\lambda_{\phi\sigma}$. Notemos ainda que a aniquilação mediada por S independe de $\lambda_{\phi\sigma}$ (cf. Apêndice C). A região válida de massa vai então de aproximadamente 500 GeV a 1500 GeV, para o conjunto de parâmetros que consideramos.

Na figura 26, estudamos o impacto da massa do novo escalar neutro. Como esperávamos, a segunda queda brusca na abundância é sempre tal que $m_N \approx m_S/2$. A região válida de massa do férmion de Majorana ainda permanece dentro de 500-1500 GeV para esse conjunto de parâmetros, e se estende para maiores valores caso o escalar neutro seja mais pesado.

Na figura 27, estudamos o impacto do novo vev . Sob as aproximações que usamos, em que S e H são quase desacoplados, o vértice NNS independe de v_σ e o vértice SSJ vai com o inverso de v_σ , assim como a seção de choque dominante. Conseqüentemente, a abundância cresce com v_σ . Vemos que valores maiores do novo vev estendem o intervalo válido de massa da nossa WIMP para 2500 GeV.

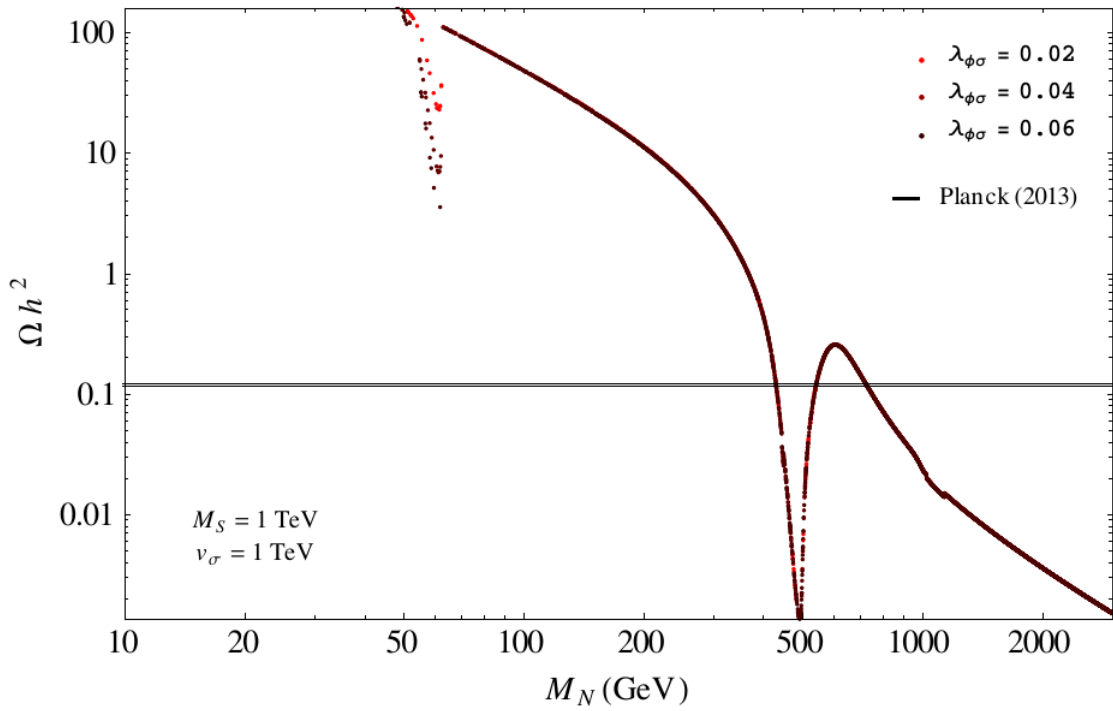


Figura 25 – Abundância do férmion de Majorana como função de sua massa, para valores distintos da mistura entre os escalares. As duas quedas no valor da abundância correspondem às ressonâncias dos escalares neutros. A primeira se deve à produção de H (para $m_N \approx 63$ GeV) e a segunda se deve à produção de S, aqui com massa igual a 1TeV (para $m_N \approx 500$ GeV). Note que a mistura entre os escalares só tem impacto quando a massa do férmion de Majorana permite a produção do Higgs.

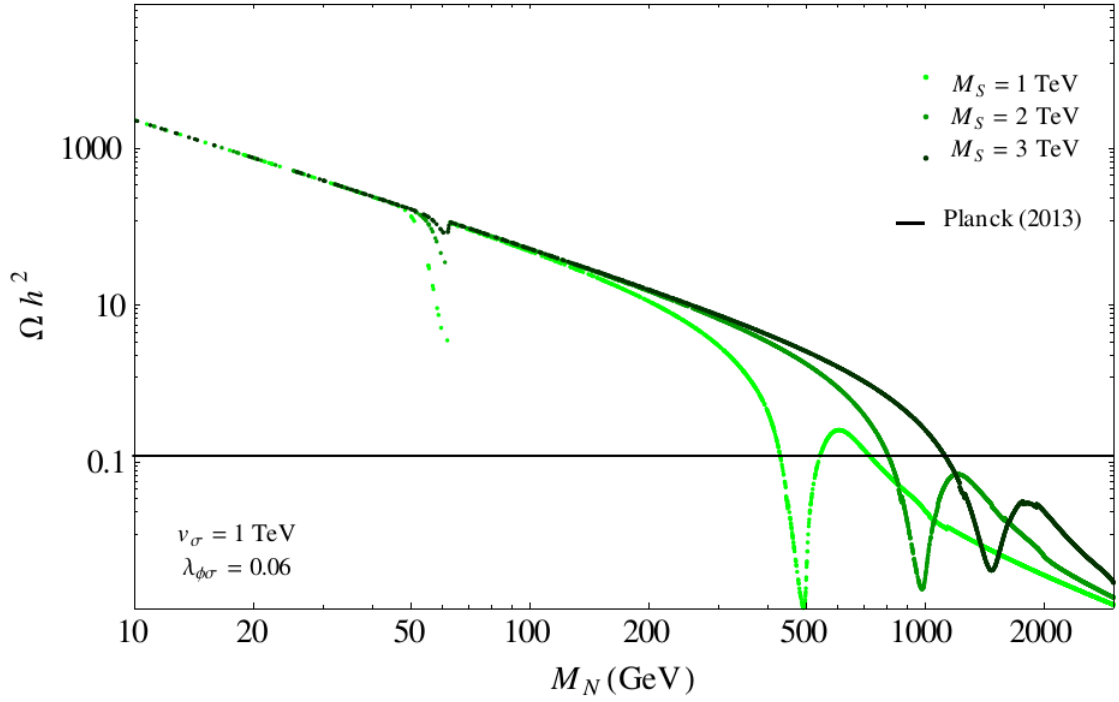


Figura 26 – Abundância do férmion de Majorana como função de sua massa, para valores distintos da massa do novo escalar neutro. Note que a localização da segunda ressonância, devida à produção de S , depende fortemente do valor de sua massa.

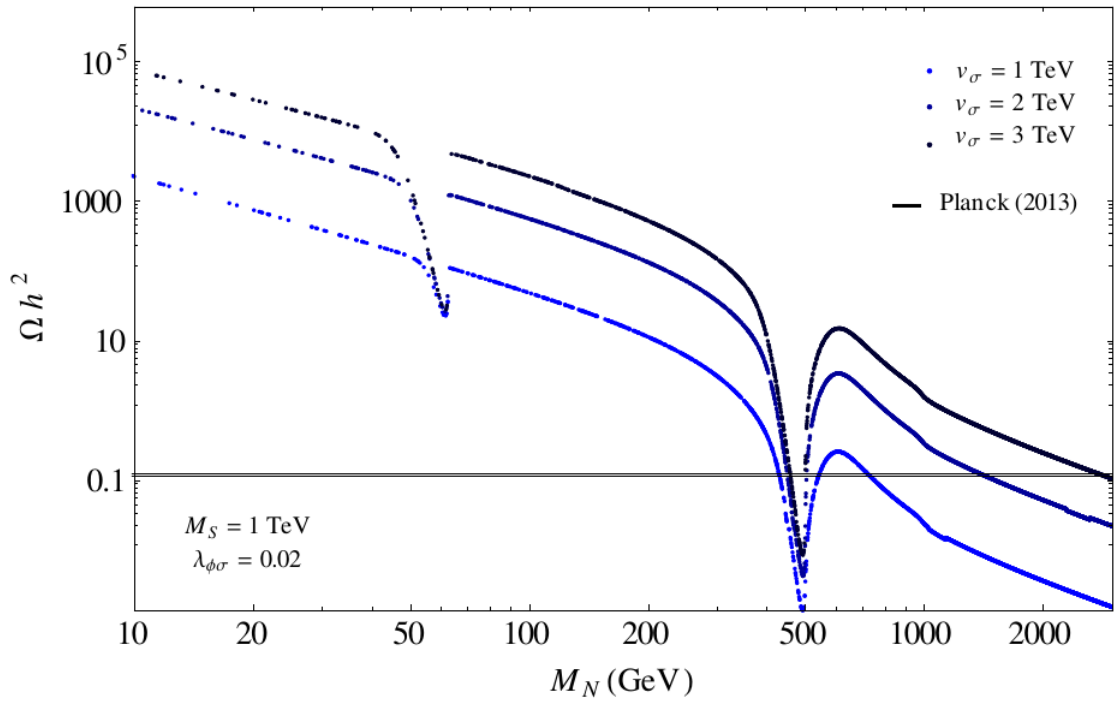


Figura 27 – Abundância do férmion de Majorana como função de sua massa, para valores distintos do novo vev . Note que o valor do vev é importante em todo o intervalo de massa.

5.2 Detecção Direta

Para os dois modelos, o espalhamento WIMP-nucleon se dá através do portal de Higgs, ou seja, é mediado por escalares neutros. Temos então duas contribuições para a detecção direta, como mostrado na figura 28. A adição do escalar carregado não altera os resultados para detecção direta, já que o setor de escalares neutros permanece o mesmo. Vamos considerar aqui apenas o limite superior do LUX (2013) (37) sobre a seção de choque de espalhamento WIMP-nucleon, por ser o mais forte que temos até agora (cf. figura 12).

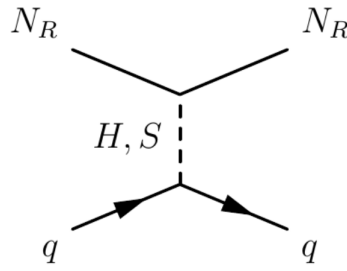


Figura 28 – Canais relevantes para a detecção direta do férmion de Majorana nos Modelos 1 e 2.

Sob a aproximação $m_S \approx \lambda_\sigma v_\sigma^2$, o vértice NNH é proporcional a $\frac{\lambda_{\phi\sigma}}{m_S} m_N$. O portal H é mais relevante do que o portal S pois o acoplamento com quarks é dominado por H.

Nas figuras 29, 30 e 31, observamos os comportamentos esperados – seção de choque proporcional a m_N e $\lambda_{\phi\sigma}$, inversamente proporcional a m_S e independente de v_σ . Vemos que apenas para massas muito pequenas do novo escalar neutro e acoplamentos muito grandes entre os escalares estaríamos em desacordo com os limites do LUX. O comportamento da seção de choque de espalhamento WIMP-nucleon independe de qualquer parâmetro adicional do Modelo 2.

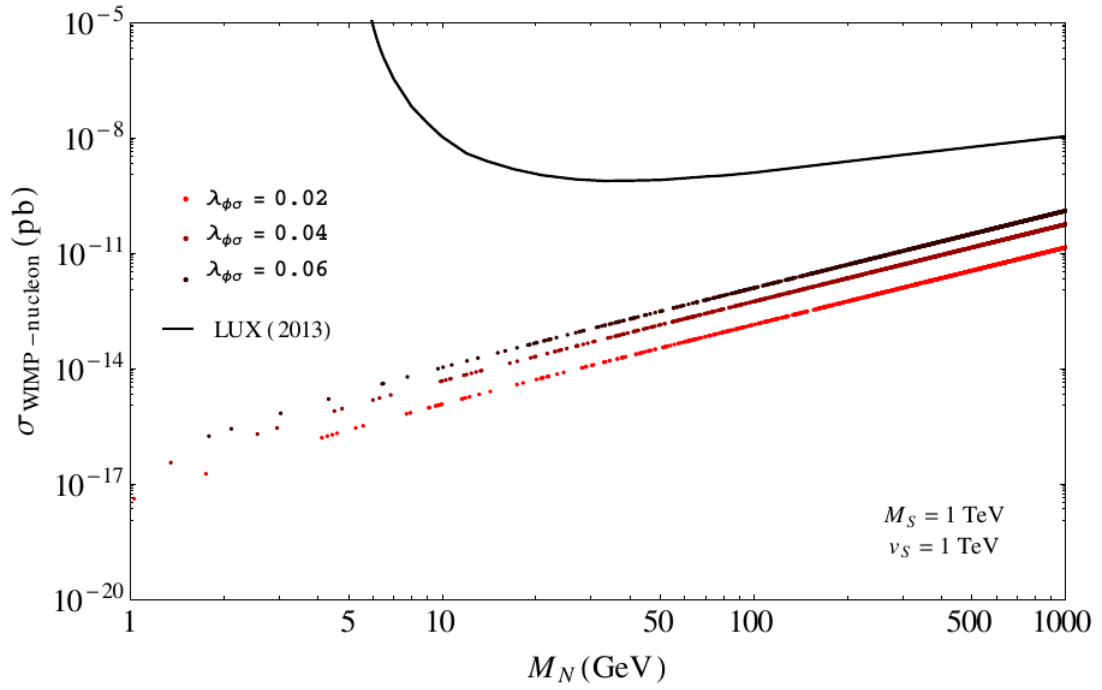


Figura 29 – Seção de choque de espalhamento do férmion de Majorana com nucleons, para valores distintos da mistura entre os escalares.

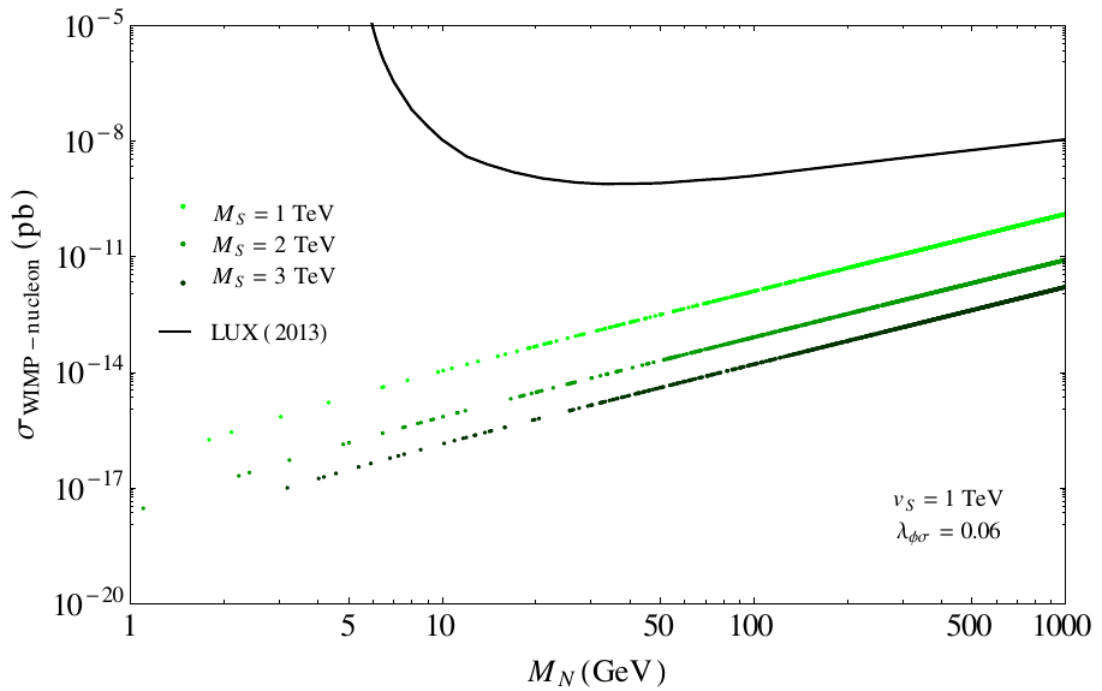


Figura 30 – Seção de choque de espalhamento do férmion de Majorana com nucleons, para valores distintos da massa do novo escalar neutro.

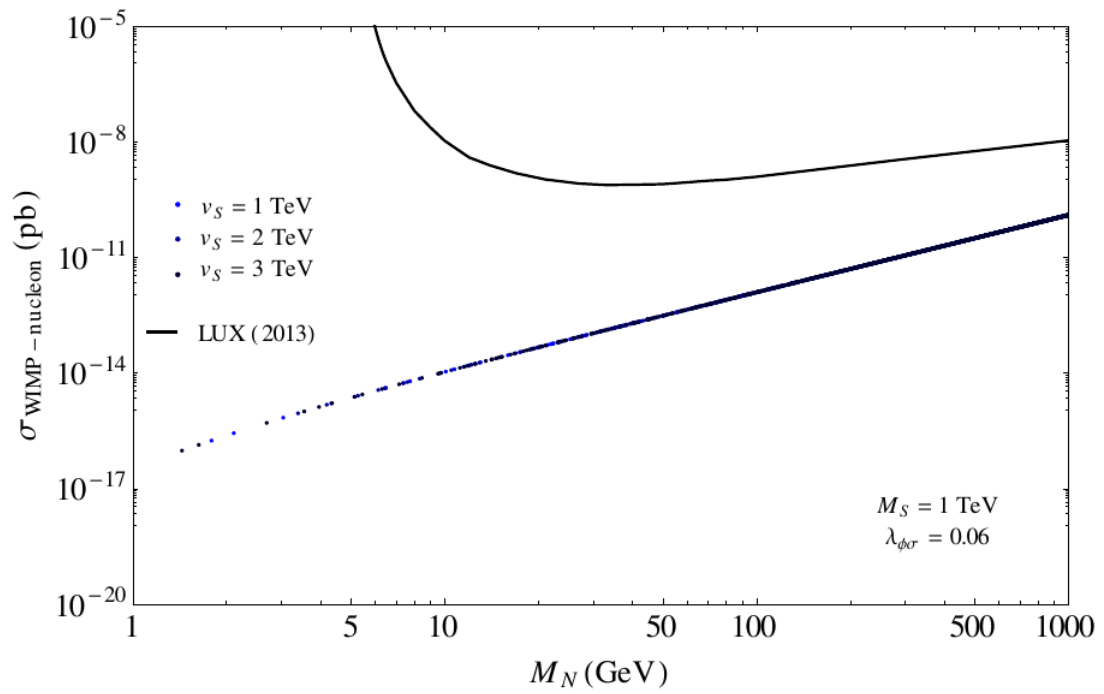


Figura 31 — Seção de choque de espalhamento do férmion de Majorana com nucleons, para valores distintos do novo ν_{ev} .

5.3 Detecção Indireta

Os canais de aniquilação e coaniquilação que podem contribuir para detecção indireta são os mesmos que podem contribuir para a abundância, mostrados nas figuras 23 e 24. Nas figuras 32, 33 e 34 apresentamos a taxa de aniquilação de um férmion de Majorana como função de sua massa. Como vemos, quanto mais massiva for a ME, maior será sua taxa de aniquilação. Podemos reconhecer que o intervalo de massa em acordo com a abundância relíquia, para $\langle\sigma v\rangle \sim 10^{-26}$, é de 500-2500 GeV.

Na tabela 2, vemos os canais que contribuem para a taxa de aniquilação do férmion de Majorana. A presença do escalar carregado só é notável para pequenos valores de massa da ME, abaixo de 50 GeV, por fazer com que o férmion de Majorana se aniquile em léptons. No Modelo 1, apenas aniquilações em majorons estão presentes para esses valores (isso explica o comportamento observado na figura 34, pois o vértice NNS é inversamente proporcional a v_σ). Para massas acima de ~ 50 GeV, aniquilações em majorons e escalares dominam e temos os comportamentos já discutidos para a abundância. As produções de escalares neutros são vistas como aumentos abruptos de ordens de magnitude na taxa de aniquilação. Entre 63 GeV e 500 GeV, a taxa de aniquilação é dominada por H e J no estado final. Esse canal de aniquilação depende do vértice NNH , proporcional a $\lambda_{\phi\sigma}$. Fora desse intervalo, aniquilações em JJ dominam para pequenas massas e aniquilações em SJ dominam para massas maiores que 1TeV e esses canais independem de $\lambda_{\phi\sigma}$.

Tabela 2 – Produtos de aniquilação do férmion de Majorana

M_N (GeV)	Modelo 1	Modelo 2
1 - 40	100% JJ	JJ (10^{-1}); $\tau\tau$ (10^{-3}); $\mu\tau$, $e\tau$ (10^{-4})
50		100% JJ
60		71% bb; 19% JJ; 7% $\tau\tau$; 3% cc
70 - 500		100% JJ
600		67% JJ; 33% SJ
1000		86% SJ; 12% SS; 2% JJ
2000		94% SJ; 6% SS

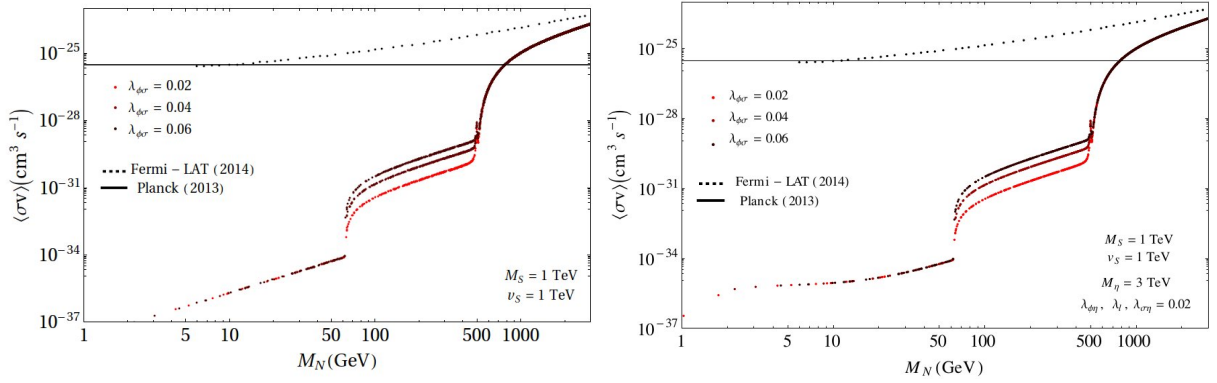


Figura 32 – Taxa de aniquilação de um férmion de Majorana como função de sua massa para valores distintos da mistura entre escalares neutros, para os Modelos 1 (à esquerda) e 2 (à direita). Partículas leves de ME poderiam se aniquilar em léptons no Modelo 2, o que faz a taxa de aniquilação aumentar. Para maiores massas do férmion de Majorana, a taxa de aniquilação é dominada por aniquilações em majorons e escalares neutros.

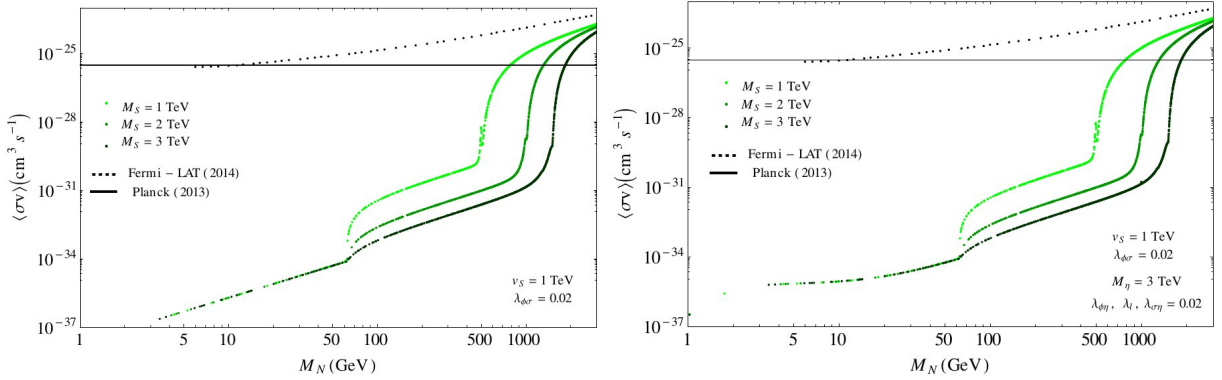


Figura 33 – Taxa de aniquilação de um férmion de Majorana como função de sua massa para valores distintos da massa do novo escalar neutro, para os Modelos 1 (à esquerda) e 2 (à direita).

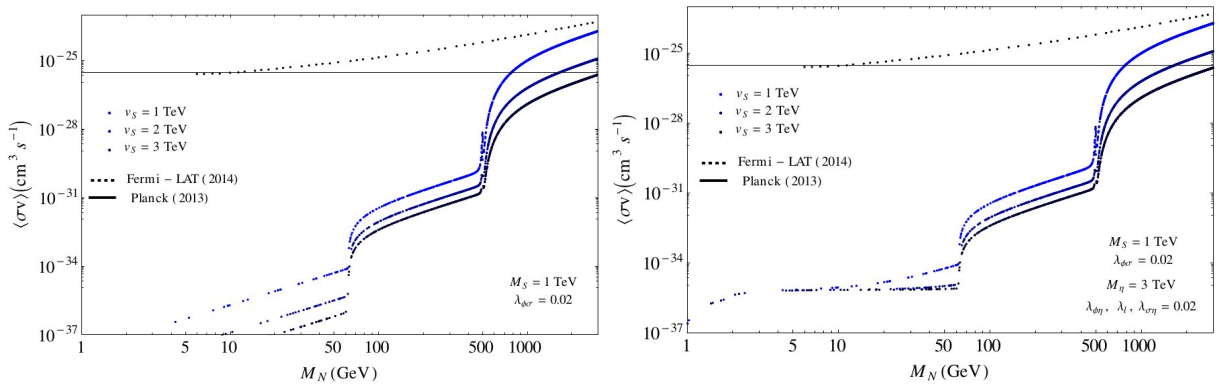


Figura 34 – Taxa de aniquilação de um férmion de Majorana como função de sua massa para valores distintos do novo ν_{ev} , para os Modelos 1 (à esquerda) e 2 (à direita).

Com relação aos vínculos experimentais sobre a taxa de aniquilação de WIMPs, os mais importantes atualmente vêm dos satélites AMS e Fermi-LAT. Como o fluxo de raios cósmicos e raios gama detectados por esses experimentos estão de acordo com os fluxos do background astrofísico esperado, importantes limites foram impostos para a detecção indireta de matéria escura. Aproximadamente falando, os vínculos atuais excluem WIMPs que se aniquilam primariamente em quarks e léptons, com taxas de aniquilação da ordem de $10^{-26} \text{cm}^3/\text{s}$ e mais leves que 10 GeV. Estes limites, a princípio, se aplicariam ao nosso modelo. Porém, para os casos em que os principais canais de aniquilação são escalares, os vínculos existentes de detecção indireta podem ser ignorados. Além disso, quando escalares compõem o canal dominante de aniquilação de matéria escura, estes vínculos também serão suprimidos pelas seguintes razões: (i) O fluxo de quarks e léptons produzidos do decaimento do escalar neutro na camada de massa será suprimido pelo *branching ratio* do mesmo em quarks/léptons; (ii) O fluxo de quarks e léptons oriundos da aniquilação de matéria escura em quatro quarks/léptons (aniquilação do tipo $2 \rightarrow 4$) também será relativamente suprimido devido ao maior espaço de fase; (iii) Os vínculos do AMS e do Fermi-LAT excluindo WIMPs mais leves que 20 GeV se aplicam para o caso em que o *branching ratio* em quarks/léptons seja igual a 1, o que não vale para nossos cenários. WIMPs mais pesadas que 20 GeV, que reproduzem a abundância correta não estão excluídas; (iv) Apenas a região de massa maior que 60 GeV reproduz a abundância correta, portanto não estamos interessados em massas menores que 60 GeV.

Em suma, a região de massa que reproduz a abundância correta e obedece aos limites de detecção direta automaticamente está de acordo com os limites experimentais do Fermi-LAT e do AMS.

5.4 Considerações Finais

Estudamos nessa dissertação os observáveis de matéria escura em duas extensões mínimas do Modelo Padrão no contexto do portal de Higgs, tendo um férmion de Majorana como WIMP.

No primeiro modelo adicionamos apenas um escalar neutro singlete, que carrega duas unidades de número leptônico como número quântico associado a uma simetria global $U(1)$. Supondo que a simetria global tenha sido espontaneamente quebrada antes da quebra eletrofraca, conseguimos um mecanismo de geração de massa para o férmion de Majorana e uma mistura entre o bóson de Higgs que vem do dubleto padrão e um novo escalar neutro. Isso faz com que nosso candidato à matéria escura interaja com as partículas padrão unicamente por meio de sua interação com o setor escalar neutro, o chamado Portal de Higgs. Em nosso espectro de partículas temos ainda um majoron, pseudoescalar sem massa associado à quebra de número leptônico. No segundo modelo, adicionamos a esse cenário um escalar carregado que acrescenta interações entre nosso candidato à matéria escura e os léptons padrão.

Uma vez tendo estudado os aspectos teóricos de cada modelo, partimos para o cálculo dos observáveis de matéria escura. Computamos a abundância relíquia, a seção de choque de espalhamento WIMP-núcleon e a taxa de aniquilação desse férmion de Majorana tendo em vista resultados recentes do Planck, LUX e Fermi-LAT. Discutimos o papel de cada parâmetro adicionado nos observáveis considerados, mostrando como as novas interações podem afetar a região válida do espaço de parâmetros. Consideramos a massa do novo escalar neutro e a quebra de simetria na escala de TeV, que os colisores começam a testar. Isso nos leva à matéria escura com massa no intervalo de 500 GeV a poucos TeV.

Estudamos a possibilidade de o majoron fazer o papel da radiação escura, sugerida por análises recentes do espectro da Radiação Cósmica de Fundo. Caso o majoron tenha desacoplado do banho térmico antes da aniquilação dos múons, a massa do novo escalar neutro deve estar na escala de GeV. Se seu desacoplamento tiver ocorrido após a aniquilação de elétrons, a massa do novo escalar neutro deve estar na escala de MeV. Como os vínculos atuais desfavorecem essa última possibilidade, considerar a radiação escura nesses modelos pode colocar um vínculo inferior à massa do escalar neutro. Além disso, a existência de vínculos vindos de decaimentos de mésons em escalares leves, com massas da ordem de MeV, restringem ainda mais esse último cenário. Deixamos a possibilidade de termos majorons como radiação escura nesses modelos em aberto, pois precisamos fazer uma análise cuidadosa dos vínculos sobre escalares leves.

A possibilidade de haver escalares leves, que interajam pouco o suficiente com as partículas padrão de modo a não terem sido detectados ainda, é uma de nossas principais perspectivas. Em caso positivo, nossos modelos apresentarão um candidato à matéria

escura com massa da ordem de dezenas de GeV a poucos TeV e um candidato natural à radiação escura, capaz de explicar dados recentes.

Em suma, discutimos abundância relíquia, detecções direta e indireta de matéria escura, e radiação escura em duas extensões mínimas do Modelo Padrão, ressaltando os aspectos físicos dos observáveis e destacando a região do espaço de parâmetros capaz de obedecer aos vínculos experimentais. Em particular, férmions de Majorana com massas maiores que 500GeV são conclusivamente candidatos viáveis à matéria escura em nossos modelos.

Se um candidato à matéria escura for detectado, as confirmações de que ele represente toda a matéria escura do universo deverão vir de forma complementar e independente. Ele deve fornecer a abundância correta, explicar os excessos em fluxos de raios cósmicos, neutrinos e fótons e ser detectado inequivocamente por experimentos de detecção direta e por colisores. Nesse sentido, pretendemos estudar de forma complementar os vínculos de detecções direta e indireta em nossos próximos trabalhos.

Finalmente, pretendemos derivar limites sobre a massa e a taxa de aniquilação de matéria escura fazendo uma análise dos dados experimentais existentes, focando principalmente nos dados de raios gama e cósmicos dos satélites Fermi-LAT e AMS-02.

Apêndices

APÊNDICE A – Modelo Padrão Cosmológico

Vamos discutir nesse apêndice as principais bases observacionais do Modelo Cosmológico Padrão e os conceitos necessários para o que discutimos nessa dissertação.

A.1 Universo homogêneo e isotrópico em expansão

Concluimos que o universo está se expandindo a largas escalas¹ por causa do *redshift* observado no espectro de fontes luminosas distantes.

Por definição, o desvio de comprimento de onda é dado por $z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e}$, onde λ_o é o comprimento de onda observado e λ_e , o emitido pela fonte. Analisando o espectro de objetos luminosos, podemos reconhecer sua composição química. Se observamos que todas as linhas de um espectro estão desviadas para maiores ou para menores comprimentos de onda, temos respectivamente um *redshift* ou um *blueshift*.

Por volta de 1920, Hubble observou que galáxias distantes apresentam um redshift sistemático, distinto ao redshift peculiar devido ao movimento dos objetos (80), e inferiu uma relação linear entre distância e velocidade radiais, a lei de Hubble:

$$\vec{v} = H_0 \vec{d}, \quad (\text{A.1})$$

onde $\vec{v}$ e $\vec{d}$ são a velocidade e a distância radiais em relação a nós e a constante de proporcionalidade H_0 dita constante de Hubble.

A princípio, interpretou-se o redshift como um desvio Doppler da luz (objetos se afastando de nós). Mas a largas escalas, as noções de distância e velocidade são mais delicadas e essa interpretação não se aplica. A interpretação que temos hoje, baseada na Relatividade Geral, é a de que o próprio espaço se expande a largas escalas, fazendo com que os comprimentos de onda se alarguem. Na figura A.1, temos uma ilustração de como os comprimentos de onda se alargam à medida que o universo se expande.

Entendendo que o universo se expande linearmente (lei de Hubble), faz-se conveniente definirmos um sistema de coordenadas *comóveis* à expansão, x . As coordenadas físicas, que se expandem, têm sua dependência temporal contida num fator de escala, $a(t)$ ².

¹ A escala de expansão é de centenas de Mpc, $1pc = 30.857 \times 10^{12} km = 3.26156$ anos-luz

² O fator de escala nos diz como o universo se expande e o fato de ele depender apenas do tempo se deve à hipótese de que a expansão é uniforme, ou seja, a distância entre quaisquer dois aglomerados aumenta da mesma forma.

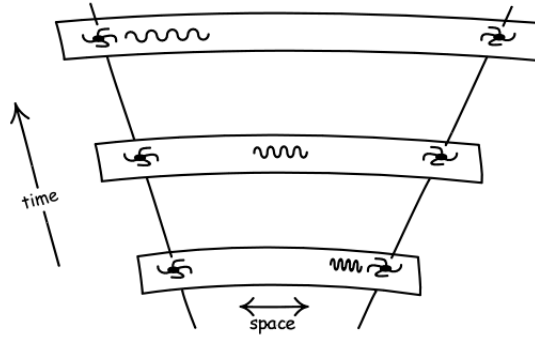


Figura 35 – Redshift causado pela expansão do universo. Fonte: <http://www.pitt.edu/~jdnorton/teaching/HPS_0410/chapters/big_bang_FRW_spacetimes/index.html>, acesso: 28 de maio de 2014.

A relação entre as distâncias física e comóvel é dada então por

$$d(t) = a(t)x \quad (\text{A.2})$$

Uma forma de definir velocidade de recessão (com que um objeto se afasta de nós) é como a variação temporal da distância física. Uma vez que a distância comóvel não varia com o tempo e que $x = d/a$, temos

$$v(t) \equiv \dot{d} = \dot{a}x = \frac{\dot{a}}{a}d(t) \quad (\text{A.3})$$

Pela lei de Hubble, reconhecemos que a constante de Hubble é na verdade um parâmetro, dependente do tempo, dada por $H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$, e entendida como a taxa de expansão do universo. Seu valor calculado hoje, $H(t_0) \equiv H_0$, é

$$H_0 = 100h \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1} = 67.3 \pm 1.2 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1} \quad (\text{Planck 2013, 68 \% (??)}), \quad (\text{A.4})$$

onde h é um parâmetro adimensional comumente adotado para incorporar as incertezas das medidas experimentais.

A.1.1 Equações de Friedmann

Na época em que Einstein formulou a Relatividade Geral, por volta de 1915, não havia qualquer evidência de homogeneidade e isotropia na distribuição de matéria no universo. Como uma primeira abordagem, fez-se matematicamente conveniente considerar que assim o fosse. Essa hipótese de que o universo seja homogêneo e isotrópico a largas escalas é o *Princípio Cosmológico*. A idéia por trás desse princípio é a de que não há um lugar fisicamente especial no universo, e uma extrapolação é a de que as leis da Física são as mesmas em qualquer lugar.

A validade do Princípio Cosmológico veio a ser estabelecida posteriormente com os mapeamentos de galáxias mais precisos e com análises do espectro do CMB (81). A escala

em que o universo pode ser considerado homogêneo e isotrópico é a de aglomerados de galáxias (centenas de Mpc).

O ponto é que, no contexto da Relatividade Geral, a matéria curva o espaço à sua volta e uma distribuição homogênea e isotrópica de partículas faz com que possamos considerar o próprio espaço como homogêneo e isotrópico.

A métrica mais geral de um espaço homogêneo e isotrópico em expansão é a *métrica de Robertson-Walker*:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (\text{A.5})$$

onde as coordenadas t, r, θ e ϕ são coordenadas comóveis, $a(t)$ é o fator de escala e k é a constante de curvatura, comumente normalizada para ser 0 (espaço plano, com curvatura infinita), +1 (espaço com curvatura positiva) ou -1 (espaço com curvatura negativa).

Uma distribuição homogênea e isotrópica de matéria pode ser vista como um fluido perfeito: completamente caracterizado por uma densidade de energia e pressão que dependem apenas do tempo. Um observador comóvel ao fluido, referencial de repouso, observa-o como isotrópico. O tensor energia-momento que descreve o fluido perfeito nesse referencial é simplesmente $T_{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, p, p, p)$.

A teoria da gravitação mais aceita que temos é a Relatividade Geral, com a geometria ocupando lugar central. Vamos aqui simplesmente seguir os argumentos necessários para entender como chegamos às equações que descrevem a evolução do universo em expansão, sem entrar em detalhes matemáticos da Relatividade Geral.

A gravitação na Relatividade Geral é um efeito da matéria no espaço-tempo. A situação de queda livre de um corpo massivo num campo gravitacional é análoga à de um corpo num referencial acelerado. Do ponto de vista geométrico, pode-se entender que a matéria curva o espaço-tempo à sua volta. Nesse cenário, a interação gravitacional está inscrita no próprio espaço-tempo e uma partícula livre segue as geodésicas (menores distâncias entre dois pontos) determinadas pela distribuição de matéria ao seu redor. Desse modo, massa gera gravitação. Mas massa, no contexto da Relatividade Especial, é energia de repouso. Portanto, segundo a Relatividade Geral, quem gera a gravitação é a energia.

Matematicamente, devemos ter então uma relação entre quantidades que caracterizam o espaço-tempo e quantidades que caracterizam o material sob consideração:

$$G_{\mu\nu} \propto T_{\mu\nu} \quad (\text{A.6})$$

onde $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento, que descreve o material, e $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein, que carrega informação sobre o espaço-tempo alterado pelo material presente.

A lei de conservação de energia-momento, na Relatividade Geral, é assegurada quando a derivada covariante do tensor energia-momento se anula: $T_{\mu;\nu}^\nu = 0$. O tensor de

Einstein deve então ser tal que sua derivada covariante se anule. Além disso, como essa equação pretende descrever a gravitação, deve corresponder à gravitação Newtoniana num limite adequado. Com o tensor de Riemann-Cristoffel, que nos diz a curvatura do espaço, $R_{\mu\gamma\nu}^\delta = \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\delta}{\partial x^\gamma} - \frac{\partial \Gamma_{\mu\gamma}^\delta}{\partial x^\nu} + \Gamma_{\sigma\gamma}^\delta \Gamma_{\mu\nu}^\sigma - \Gamma_{\sigma\nu}^\delta \Gamma_{\mu\gamma}^\sigma$, podemos formar o Tensor e o Escalar de Ricci, respectivamente

$$R_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\gamma\nu}^\gamma = \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^\gamma}{\partial x^\gamma} - \frac{\partial \Gamma_{\mu\gamma}^\gamma}{\partial x^\nu} + \Gamma_{\sigma\gamma}^\gamma \Gamma_{\mu\nu}^\sigma - \Gamma_{\sigma\nu}^\gamma \Gamma_{\mu\gamma}^\sigma \quad (\text{A.7})$$

e

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \quad (\text{A.8})$$

onde $\Gamma_{\mu\nu}^\gamma$ é a conexão afim, responsável pelo transporte paralelo de vetores num espaço curvo, dada por

$$\Gamma_{\mu\nu}^\gamma = \frac{1}{2} g^{\gamma\lambda} \left[\frac{\partial g_{\lambda\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} \right]. \quad (\text{A.9})$$

Com essas quantidades, Einstein construiu seu tensor, $G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R$, e sua equação:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}. \quad (\text{A.10})$$

Como estamos considerando o Princípio Cosmológico, tanto a distribuição de matéria quanto o espaço-tempo caracterizam-se pelas propriedades de homogeneidade e isotropia.

Vamos então inserir nas equações de Einstein o tensor métrico de Robertson-Walker e o tensor energia-momento de fluido perfeito,

$$g_{\mu\nu} = \text{diag} \left(-1, \frac{a^2(t)}{1 - kr^2}, a^2(t)r^2, a^2(t)r^2 \sin^2 \theta \right) \quad (\text{A.11})$$

e

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho c^2) U_\mu U_\nu - p g_{\mu\nu}. \quad (\text{A.12})$$

Como esses dois tensores são diagonais, temos apenas as componentes diagonais das equações de Einstein ($\mu\nu = 00, 11, 22, 33$):

$$\text{componente temporal} \quad \ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) a \quad (\text{A.13})$$

$$\text{componente espacial} \quad a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + 2kc^2 = 4\pi G \left(\rho - \frac{p}{c^2} \right) a^2 \quad (\text{A.14})$$

Igualando $\ddot{a}$ dessas duas equações, chegamos a

$$\dot{a}^2 + kc^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho a^2 \quad (\text{A.15})$$

As equações A.13 e A.15 são as *equações de Friedmann* e nos dão a evolução do fator de escala, para uma dada curvatura do espaço. Eventualmente (82), A.15 é chamada de equação de Friedmann e A.13 de equação de aceleração. Se conhecemos a equação de estado do fluido (ou da composição de fluidos) que compõe o universo, $p = p(\rho)$, essas equações nos dizem como o universo se expande a depender da densidade de energia do material contido.

Podemos reescrever A.15 de modo a relacionar a densidade total de energia contida no espaço à sua curvatura:

$$\frac{k}{a^2} = \frac{H(t)^2}{c^2} \left(\frac{\rho_{total}}{\rho_c} - 1 \right), \quad (\text{A.16})$$

onde $\rho_c \equiv \frac{3H(t)^2}{8\pi G}$ é a *densidade crítica* do universo, pois define sua geometria. Se a densidade total do universo for igual a ρ_c , o universo é plano ($k=0$); se for maior, o universo é esférico ($k>0$); se for menor, o universo é hiperbólico ($k<0$). Seu valor calculado hoje é dado por

$$\rho_c(t_0) = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \approx 1.88h^2 \times 10^{-26} \text{kg m}^{-3} \quad (\text{A.17})$$

É conveniente expressar a *abundância* de um determinado fluido i no universo em relação a essa densidade crítica, $\Omega_i \equiv \rho_i/\rho_c$. Considerando matéria, radiação, matéria escura e energia escura, $\Omega_{total} = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_{me} + \Omega_{ee}$.

A curvatura do espaço-tempo é inferida analisando o espectro da radiação CMB, como ilustrado na figura 36, pois o caminho seguido pela radiação do ponto emitido até nós é sensível à geometria. Temos hoje evidências de que o universo é plano com uma precisão melhor do que 1%, $\Omega_{total} = 1.002 \pm 0.011$ (83).

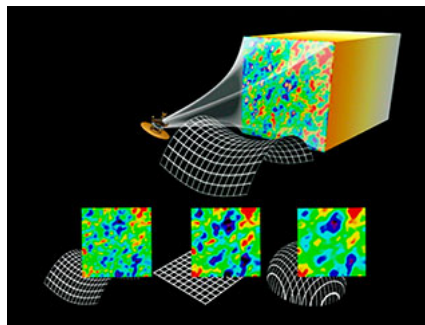


Figura 36 – Sensibilidade do espectro do CMB à geometria do universo. Fonte: <<http://wmap.gsfc.nasa.gov/media/030639/index.html>>, acesso: 29 de maio de 2014.

Combinando dados de supernovas, mapeamentos de largas escalas e o espectro da CMB, temos que cerca de 30% da energia do universo está na forma de matéria (bariônica e escura) e cerca de 70% na forma de energia escura, como podemos ver na figura 37.

Resta-nos saber como a densidade de energia evolui. Como assumimos que o universo é tudo o que existe (uma hipótese de trabalho conveniente), sua expansão é tida

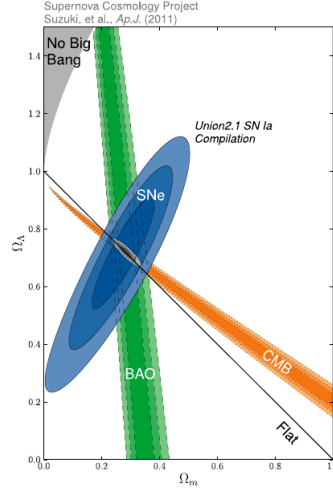


Figura 37 – Concordância entre dados observacionais vindos de supernovas, CMB e mapeamentos de largas escalas. Vemos que eles concordam em que 70% da densidade de energia do universo hoje está na forma de energia escura e os 30% restantes, na forma de matéria.

por adiabática ($dS = 0$) – não há um meio externo com o qual trocar energia. Desse modo, a Primeira Lei da Termodinâmica nos dá

$$dE = -pdV. \quad (\text{A.18})$$

No nosso caso, $V \sim d^3 \sim a^3$, já que $d = ax$ e podemos escolher um elemento de volume comóvel unitário ($x = 1$). Dada em termos da densidade, a energia é $E = \rho V = \rho a^3$. Temos então

$$d(\rho a^3) = -pd(a^3). \quad (\text{A.19})$$

Chegamos assim à equação que descreve a evolução temporal da densidade de energia a depender da equação de estado $p = p(\rho)$, a *equação de fluido*:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (\text{A.20})$$

Em muitos casos, é possível ter pressão e densidade de energia apenas como proporcionais (84). Faz-se conveniente então introduzirmos um parâmetro (que para nós será uma constante) de equação de estado, w , de modo que a equação de estado seja dada simples e mais geralmente por

$$p = w\rho. \quad (\text{A.21})$$

Substituindo tal equação de estado na equação de fluido e integrando, chegamos a

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3(1+w)}. \quad (\text{A.22})$$

Convencionou-se tomar o subíndice “0” como indicando uma medida no tempo presente. Também por convensão, $a_0 = 1$.

Vamos agora resolver a equação de Friedmann para os casos mais simples em que um universo plano ($k = 0$) seja dominado por material não-relativístico, ou ‘matéria’, e por material ultra-relativístico, ou ‘radiação’.

Período dominado por matéria. ($w = 0$)

Por matéria nesse caso, entende-se um material cuja pressão é desprezível. Da equação A.22, temos

$$\rho_m = \frac{\rho_{m0}}{a^3}. \quad (\text{A.23})$$

Isso significa que, para o material não-relativístico, a densidade de energia diminui com o inverso do volume. Nesse caso, a expansão causa apenas uma rarefação, o que reflete simplesmente a conservação da matéria durante a expansão. Resolvendo a equação A.15, vemos que a expansão vai com $a(t) \sim t^{2/3}$.

Período dominado por radiação. ($w = \frac{1}{3}$)

Por radiação, entende-se um material ultra-relativístico, cuja equação de estado é $p = 1/3\rho$. Da equação A.22, temos

$$\rho_r = \frac{\rho_{r0}}{a^4}. \quad (\text{A.24})$$

Para o material ultra-relativístico, então, além da rarefação ($\sim 1/a^3$), a expansão faz com que a densidade de energia caia com mais uma contribuição, $\sim 1/a$. Em termos do redshift, $\frac{a_0}{a} = 1 + z$, ou seja, a densidade cai à proporção que o redshift aumenta, como é característico da radiação. Qualquer material ultra-relativístico, portanto, sofre redshift.

Vimos que para os tipos mais simples de material, de acordo com as equações de Friedmann derivadas da Relatividade Geral, o universo se expande. Quando Einstein aplicou sua teoria da gravitação para o universo, por volta de 1916, esperava-se que o universo fosse estático, e não havia nenhuma evidência de expansão. Um universo estático deveria ter um fator de escala constante, ou seja, as distâncias não variariam com o tempo. Nas equações de Friedmann, portanto, esperava-se obter $\dot{a} = \ddot{a} = 0$. Mas impor essa condição nas equações de Friedmann nos dá

$$\rho = -3\frac{p}{c^2}, \quad (\text{A.25})$$

uma solução fisicamente estranha. Por causa disso, em 1917, Einstein introduziu um termo às suas equações que não feria nenhuma das condições que seu tensor deveria obedecer, com uma Constante Cosmológica Λ :

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R - \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}. \quad (\text{A.26})$$

Mesmo depois que as evidências da expansão surgiram, esse termo permanece nas equações com outras interpretações. Ele pode ser uma modificação da lei da gravidade, entrando do lado esquerdo das equações, como em A.26, ou, o que é mais interessante para a física de partículas, um termo representando um fluido cuja equação de estado é desconhecida, entrando do lado direito das equações:

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi G}{c^4}\tilde{T}_{ik}, \quad (\text{A.27})$$

onde $\tilde{T}_{ik} = T_{ik} + \frac{\Lambda c^4}{8\pi G}g_{ik} = -\tilde{p}g_{ik} + (\tilde{p} + \tilde{\rho}c^2)U_i U_k$.

Temos então uma pressão e uma densidade de energia efetivas:

$$\tilde{p} = p - \frac{\Lambda c^4}{8\pi G} \quad \text{e} \quad \tilde{\rho} = \rho + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G} \quad (\text{A.28})$$

e retomamos equações tipo-Friedmann:

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\tilde{\rho} + \frac{3\tilde{p}}{c^2})a \quad (\text{A.29})$$

e

$$\dot{a}^2 + kc^2 = \frac{8\pi G}{3}\tilde{\rho}a^2. \quad (\text{A.30})$$

Como podemos ver pela equação de aceleração A.29, se Λ for suficientemente grande, temos uma contribuição repulsiva para a força gravitacional. É a adição desse termo que assegura, portanto, uma expansão acelerada do universo. Vejamos como se comporta um universo plano dominado por um tal fluido.

Período dominado por Constante Cosmológica. ($w = -1$)

De A.28, em um universo dominado pela constante cosmológica ($\rho = p = 0$), temos $\tilde{p} = -\frac{\Lambda c^4}{8\pi G} = -\tilde{\rho}c^2$. De A.30,

$$\dot{a}^2 = \frac{1}{3}\Lambda c^2 a^2.$$

Como solução para essa equação, encontramos

$$a = A \exp[(\frac{1}{3}\Lambda)^{\frac{1}{2}} ct].$$

Nesse período, portanto, a expansão cresce de forma exponencial. Esse modelo, conhecido como modelo de de Sitter, é hoje incorporado a modelos inflacionários, em que o universo passa por uma época de expansão exponencial.

Concluimos então que a expansão do universo foi dominada a princípio por radiação, em seguida por matéria e atualmente é acelerada por causa do domínio da energia escura, como ilustrado na figura 38.

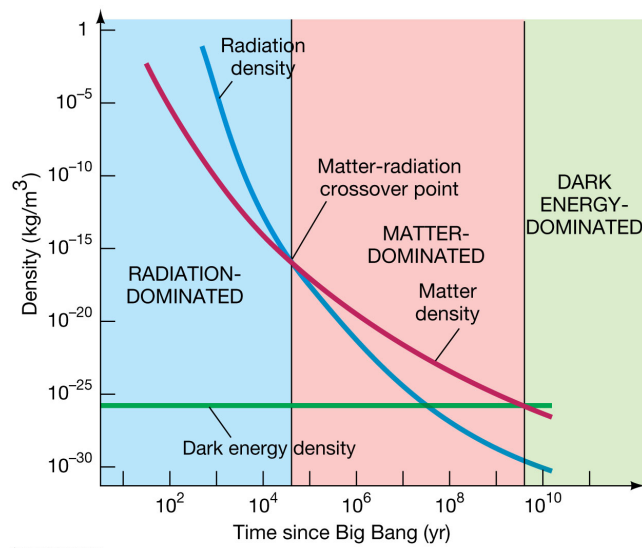


Figura 38 – Evolução das densidades de energia dos diferentes componentes do universo. Fonte: <http://scienceblogs.com/startswithabang/2013/06/12/what-is-the-big-bang-all-about/>, acesso: 29 de maio de 2014.

A.2 Radiação Cósmica de Fundo

Vamos agora discutir porque o Modelo do Big Bang é amplamente aceito. A Radiação Cósmica de Fundo (conhecida como Cosmic Microwave Background, CMB) é uma radiação eletromagnética detectada por radiotelescópios, mais intensamente na região das microondas, que preenche o universo de modo quase isotrópico. Foi descoberta desintencionalmente por Penzias e Wilson em 1965 (85), mas já tinha sido predita em 1948, por Gamow, Alpher e Herman, a partir de considerações teóricas sobre a origem cósmica dos elementos que conhecemos hoje (86, 87). Segundo tais considerações, o universo teria sido mais quente e denso, o suficiente para formar os primeiros átomos (discutiremos isso na próxima seção).

Na época, havia duas teorias cosmológicas principais, a Teoria do Estado Estacionário e a do Big Bang. Podemos destacar duas propriedades básicas do CMB que já nos permite apontar o Modelo do Big Bang como o mais viável.

Espectro de corpo-negro: De acordo com a análise experimental do CMB, seu espectro é quase perfeitamente de corpo-negro, em equilíbrio térmico a uma temperatura de aproximadamente 2.7 K. Contrariamente à Teoria do Big Bang, a Teoria do Estado Estacionário não dá conta dessas observações, pois considera que o CMB seria luz de galáxias antigas espalhando com poeira cósmica, ou seja, sem razão para ter espectro de corpo-negro.

Isotropia: Descontada a anisotropia de dipolo, devida ao movimento da Terra em relação ao referencial comóvel (em relação ao qual o CMB é isotrópico), o CMB é detectado como vindo praticamente de todas as direções, com um grau de anisotropia muito pequeno, da ordem de 10^{-5} .

Se hoje o universo está se expandindo e esfriando, antes ele já foi mais denso e mais quente. As equações da Relatividade Geral apresentam uma singularidade, ponto de volume nulo e energia infinita – o Big Bang. De acordo com o Modelo do Big Bang, o universo já foi um plasma de fótons, elétrons e bárions, preenchido pelo calor uniforme desse plasma. Com a expansão, o plasma esfriou e perdeu energia até o momento em que bárions e elétrons puderam formar os primeiros átomos neutros (época de recombinação). Então os fótons começaram a viajar livremente pelo espaço em vez de ser constantemente espalhados pelo plasma (desacoplamento de fótons). À região a partir da qual podemos *ver* o universo chamamos superfície do último espalhamento, a um redshift $z = 1090$. O universo além dessa fronteira é chamado de Universo Primordial. Esses fótons se propagam até hoje, cada vez menos energéticos e com maiores comprimentos de onda (redshift cosmológico). Nesse cenário, o pequeno nível de anisotropia observado no CMB implica num alto nível de *homogeneidade* do material na superfície do último espalhamento. Isso porque inhomogeneidades espalham os fótons em diferentes direções, fazendo com que o espectro contenha anisotropias. O que vemos é que o Universo Primordial era altamente homogêneo e isotrópico (13). As pequenas anisotropias detectadas carregam informações que podem ser explicadas pela Física de Partículas Elementares, dentro do Modelo do Big Bang. Como assumimos uma expansão isotrópica (dependendo apenas do tempo), o espectro do CMB nos fornece evidência de uma distribuição homogênea e isotrópica de matéria.

A partir do espectro de energia do CMB, infere-se que a densidade de energia contida em forma de radiação hoje contribui com apenas 10^{-5} para a densidade crítica do universo.

A.3 Nucleossíntese Primordial

Um modelo cosmológico satisfatório deve ser capaz de explicar a formação dos elementos leves (hidrogênio, hélio e lítio), pois os elementos mais pesados são produzidos em fusões nucleares no interior de estrelas. O Modelo Cosmológico Padrão prediz que os primeiros núcleos foram formados nos três primeiros minutos do universo e resultaram em quantidades determinadas de elementos leves, processo conhecido como *nucleossíntese primordial*. A concordância dessas previsões com as observações fornecem um dos principais testes do Modelo Cosmológico Padrão e é capaz de vincular modelos de Física de Partículas (88).

Segundo o Modelo Cosmológico Padrão, o universo passou de uma fase em que os quarks estavam livres para uma fase em que eles se confinaram em estados de três quarks (bárions) e pares quark-antiquark (mésons). Essa transição de fase, dita *transição de fase da QCD*, teria ocorrido a $T \sim 150$ MeV e $t \sim 20\mu s$. Nessa época, apenas quarks strange e glúons ainda não tinham se aniquilado. Logo após a transição da QCD bárions e antibárions se aniquilam gerando uma quantidade residual de bárions e mésons estáveis. Os únicos bárions estáveis são prótons e nêutrons, que juntamente com elétrons formam todas as estruturas materiais que conhecemos. Toda estrutura que observamos hoje teria se formado a partir dessa quantidade residual de bárions. Os primeiros núcleos se formaram no período de $T \sim 10$ MeV a $T \sim 10$ keV.

A formação dos elementos leves depende essencialmente de um parâmetro: o bariômetro, $\eta \equiv N_B/N_\gamma$. Qualitativamente, a importância desse parâmetro está em dizer se os fótons vão permitir as formações dos núcleos. A determinação do bariômetro nos permite determinar a densidade de energia correspondente aos bárions e nos diz que a abundância de bárions é de apenas 4%, como podemos ver na figura 39. Isso implica, portanto, que quase 95% da densidade de energia do universo não está contida na matéria bariônica.

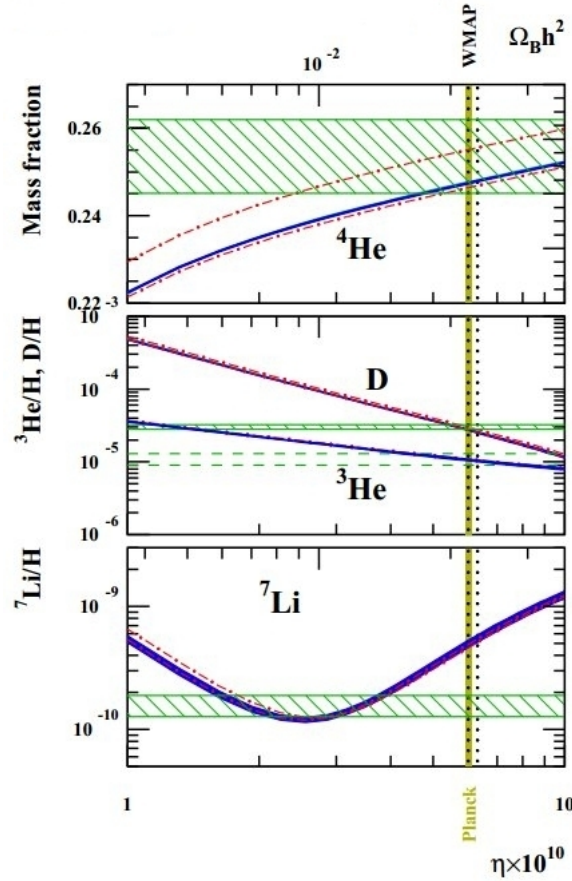


Figura 39 – Abundâncias dos elementos leves. As curvas azuis indicam as previsões do modelo do Big Bang para as abundâncias do He^4 , D, He^3 e Li^7 respectivamente, como função do bariômetro (abaixo) e da densidade bariônica (acima). As áreas verticais correspondem às densidades bariônicas inferidas pelos satélites WMAP (pontilhado, preto) e Planck (sólido, amarelo). As áreas horizontais (verde) correspondem aos intervalos observacionais adotados. As linhas pontilhadas vermelhas representam valores extremos do número efetivo de neutrinos N_{eff} . Notemos que a densidade bariônica observada concorda com a inferida pelo espectro da CMB, representando hoje 4% da densidade de energia do universo. Figura retirada de (89).

APÊNDICE B – Termodinâmica do Universo em Expansão

O espectro muito aproximado de corpo-negro do CMB indica que em seu estágio primitivo o universo estava em equilíbrio térmico. Isso é o que nos permite usar a Termodinâmica do Equilíbrio para entender boa parte da história do Universo Primordial, além da superfície do último espalhamento.

O ensemble estatístico mais conveniente para o nosso caso, em que os tipos de partículas variam, é o ensemble Grande Canônico, com as quantidades T , V e μ fixas. Quanticamente, o que interessa é quantas partículas estão em determinado estado de energia, e não quais. Representamos tal conjunto por $\{n_j\}$, onde j indica o estado. Nesse caso, energia e número de partículas de cada estado flutuam sujeitos aos vínculos

$$N = \sum_j n_j \quad \text{e} \quad E = \sum_j E(\vec{p}) n_j \quad (\text{B.1})$$

Desconsiderando interações entre as espécies dos fluidos,

$$E(\vec{p}) = (p^2 + m^2)^{1/2}. \quad (\text{B.2})$$

No limite termodinâmico, essa soma tende a uma integral no espaço dos momenta:

$$\sum_j \rightarrow \int \frac{d\vec{p}}{\Delta\vec{p}} = g \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\vec{p} \quad (\text{B.3})$$

onde $\Delta\vec{p} = \frac{h^3}{V} = \frac{(2\pi)^3}{v}$ é o espaçamento entre os níveis (estados) e g é a degenerescência, número de estados com essa mesma energia.

A função de partição é dada por

$$\Xi = \Xi(T, V, \mu) = \prod_{\vec{p}} \left\{ \sum_n e^{-\beta(E(\vec{p}) - \mu)n} \right\}, \quad (\text{B.4})$$

onde $\beta = \frac{1}{k_B T} = \frac{1}{T}$ (unidades naturais).

A conexão com a Termodinâmica, no limite em que $V \rightarrow \infty$, é feita pelo grande potencial termodinâmico:

$$\Xi(T, V, \mu) \rightarrow \exp[-\beta\Phi(T, V, \mu)], \quad (\text{B.5})$$

ou seja,

$$\Phi(T, V, \mu) = -k_B T \lim_{V \rightarrow \infty} \ln \Xi(T, V, \mu) \quad (\text{B.6})$$

A quantidade de partículas que podem ocupar cada estado é o que nos leva a duas estatísticas diferentes, correspondentes aos dois tipos de partículas quânticas: bósons e férmions. Para bósons, não há restrições quanto à ocupação, $n = 0, 1, 2, \dots, N$, e temos a estatística de Bose-Einstein (BE). Para férmions, o princípio de exclusão de Pauli proíbe que duas partículas ocupem um mesmo estado, $n = 0$ ou 1 , e temos a estatística de Fermi-Dirac (FD). Em equilíbrio termodinâmico, o número de ocupação de um estado depende apenas da energia do estado, ou seja, a distribuição de partículas é homogênea e isotrópica. Para as duas estatísticas, o número de ocupação é dado por

$$f(\epsilon)_{\frac{FD}{BE}} = \frac{1}{\exp \beta(E(\vec{p}) - \mu) \pm 1} \quad (\text{B.7})$$

A temperatura, relacionada à densidade de energia, e o potencial químico, relacionado à densidade de número de partículas no sistema, variam com a expansão do universo. Consideramos, entretanto, que a expansão seja lenta o suficiente para que as interações entre as partículas possam mantê-las em equilíbrio térmico e, como estamos considerando homogeneidade, equilíbrio local implica em equilíbrio global.

Vamos ver agora como calcular a densidade de número ($n = N/V$), de energia ($\rho = E/V$), e a pressão de um determinado fluido no universo, de acordo com o que discutimos.

De B.1 e B.3, é imediato que as densidades de número e de energia sejam dadas por

$$n = \frac{g}{(2\pi)^3} \int f(\vec{p}) d\vec{p} \quad (\text{B.8})$$

$$\rho = \frac{g}{(2\pi)^3} \int E(\vec{p}) f(\vec{p}) d\vec{p} \quad (\text{B.9})$$

A pressão está relacionada ao grande potencial: $\Phi = U - TS - \mu N$. Pela relação de Euler, $U = TS - pV + \mu N$, temos que $p = -\frac{\Phi}{V}$. Pela conexão com a termodinâmica B.6, temos

$$p(T, V, \mu) = -T \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \ln \Xi(T, V, \mu) \quad (\text{B.10})$$

De B.4,

$$\begin{aligned} \ln \Xi_{\frac{FD}{BE}} &= \pm \sum_j \ln \left\{ 1 \pm e^{-\beta(E(\vec{p}) - \mu)} \right\} \\ &= \pm g \frac{V}{(2\pi)^3} \int d\vec{p} \ln \left\{ 1 \pm e^{-\beta(E(\vec{p}) - \mu)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

A pressão é dada então por

$$p(T, \mu) = \mp T \frac{g}{(2\pi)^3} \int d\vec{p} \ln \left\{ 1 \pm e^{-\beta(E(\vec{p}) - \mu)} \right\} \quad (\text{B.12})$$

Dada a simetria esférica do espaço dos momenta,

$$d\vec{p} = 4\pi p^2 dp \quad (\text{B.13})$$

Substituindo B.2 e integrando por partes em dp (fizemos $u = \ln\{\dots\}$ e $dv = p^2 dp$), chegamos finalmente a

$$p(T, \mu) = \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{|\vec{p}|^2}{3E(\vec{p})} f(\vec{p}) d\vec{p} \quad (\text{B.14})$$

Para analisar os limites ultra-relativístico e não-relativístico (13), convém integrarmos na energia, desde a energia de repouso (m) a energias irrestritamente maiores (∞). Fazemos isso considerando B.2 e B.13:

$$n = \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{E(E^2 - m^2)^{1/2}}{e^{(E-\mu)/T} \pm 1} dE \quad (\text{B.15})$$

$$\rho = \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{E^2(E^2 - m^2)^{1/2}}{e^{(E-\mu)/T} \pm 1} dE \quad (\text{B.16})$$

$$p = \frac{g}{6\pi^2} \int_m^\infty \frac{(E^2 - m^2)^{3/2}}{e^{(E-\mu)/T} \pm 1} dE \quad (\text{B.17})$$

No **limite ultra-relativístico** (radiação), temos $E \sim T \gg m, \mu$. Ficamos então com

$$n_R = \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{E^2}{e^{E/T} \pm 1} dE = \begin{cases} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 & \text{Bósons} \\ \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 & \text{Férmions} \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

$$\rho_R = \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{E^3}{e^{E/T} \pm 1} dE = \begin{cases} \frac{\pi^2}{30} g T^4 & \text{Bósons} \\ \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g T^4 & \text{Férmions} \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

$$p_R = \frac{g}{6\pi^2} \int_0^\infty \frac{E^3}{e^{E/T} \pm 1} dE = \begin{cases} \frac{1}{3} \rho_R & \text{Bósons/Férmions} \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

No **limite não-relativístico** (matéria), temos $E \sim T \ll m, \mu$. Ficamos com

$$n_M = g \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu-m)/T} \quad (\text{B.21})$$

$$\rho_M = mn_M \quad (\text{B.22})$$

$$p_M = n_M T \ll \rho_M \quad (\text{B.23})$$

As equações B.20 e B.23 justificam as equações de estado que já usamos para matéria e radiação.

Num universo em expansão, diferentes espécies estão em equilíbrio químico (ou acopladas) quando podem interagir antes que o espaço entre elas se expanda, ou seja, quando a taxa de interação Γ_{int} é maior do que a taxa de Hubble H . Como as taxas em questão dependem da temperatura das partículas consideradas, e a expansão faz com que a temperatura diminua, há uma temperatura abaixo da qual as partículas se *desacoplam*. Isso acontece quando $\Gamma_{int} = H$ e é um processo fora do equilíbrio, irreversível. Salvo em situações específicas do material, como em desacoplamentos, o universo pode ser tratado como em equilíbrio térmico. Mesmo fora do equilíbrio químico, uma partícula permanece em equilíbrio cinético (seu número de ocupação ainda é térmico), mas sua evolução não depende mais delas.

Como ρ_M e p_M são exponencialmente menores que ρ_R e p_R , a densidade de energia e a pressão totais do universo são aproximadamente as das espécies relativísticas¹. Isso significa que quando a temperatura do universo não é alta o suficiente para que determinada produção de pares partícula-antipartícula possa ocorrer, esse par passa a apenas se aniquilar, fazendo com que sua densidade de número e energia diminuam exponencialmente. Esse processo de *aniquilação de partícula-antipartícula* não ocorre instantaneamente, mas principalmente ($\sim 80\%$) enquanto a temperatura do universo estiver entre m e $m/6$ para uma determinada espécie de massa m (76), como vemos na figura 40.

Se a partícula é instável, ela decai até desaparecer completamente (é por isso que não observamos uma radiação cósmica de bósons de gauge massivos, por exemplo. Essas partículas são produzidas apenas quando há energia suficiente, como em colisores). Se a partícula é estável, ela se aniquila até o momento em que desacopla, permanecendo no universo como uma relíquia térmica, de abundância fixa não-nula. É exatamente por isso que a matéria escura precisa ser estável em qualquer modelo!

¹ Isso equivale ao *período de radiação* do qual falamos. À medida que a temperatura diminui, a densidade das partículas não-relativísticas (matéria) passa a dominar e começa o Período da Matéria.

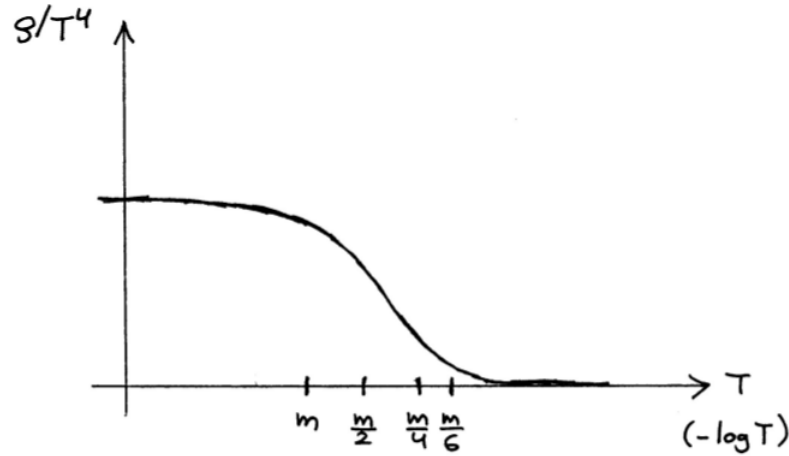


Figura 40 – Processo não instantâneo de aniquilação de uma partícula de massa m : densidade de energia como função da temperatura. Figura retirada de (76).

Explicitando os graus de liberdade de bósons e férmions relativísticos, a densidade de energia total a uma dada temperatura é dada por

$$\rho \approx \rho_R = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4, \quad (\text{B.24})$$

com

$$g_* \equiv \sum_b g_b \left(\frac{T_b}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_f g_f \left(\frac{T_f}{T} \right)^4 \quad (\text{B.25})$$

onde a soma em b conta os bósons e a soma em f conta os férmions. O fator $\frac{7}{8}$ vem da diferença entre as estatísticas. Como essas somas valem apenas para espécies com massa $m \ll T$, g_* diminui à medida que o universo esfria com a expansão. A razão $\frac{T_i}{T}$ depende de quando a espécie i desacopla do banho térmico e para saber como isso acontece, precisamos entender o comportamento da entropia num universo em expansão.

Sabemos, pela Segunda Lei da Termodinâmica, que a entropia total do universo não pode diminuir: ou ela cresce ou permanece constante. Aplicando a Segunda e a Primeira leis da termodinâmica a um elemento volume comóvel $V = a^3$, concluímos que a entropia comóvel é constante enquanto houver equilíbrio térmico:

$$dS = d \left[\frac{(\rho + p)a^3}{T} \right] \equiv d[sa^3] = 0, \quad (\text{B.26})$$

onde s é definida como densidade de entropia comóvel, proporcional a a^{-3} .

Tanto ρ quanto p são dominadas pelas espécies relativísticas e variam com T^4 , então $s \propto T^3$. Podemos então escrever

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3, \quad (\text{B.27})$$

com

$$g_{*s} \equiv \sum_b g_b \left(\frac{T_b}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_f g_f \left(\frac{T_f}{T} \right)^3. \quad (\text{B.28})$$

De B.26,

$$T \propto g_{*S}^{-1/3} a^{-1} \quad (\text{B.29})$$

Quando g_{*S} é constante, a temperatura do universo cai simplesmente com o inverso do fator de escala, ou seja, diminui à mesma taxa de expansão. Mas sempre que uma espécie deixa de ser relativística (momentos ditos de “aniquilação” dessa espécie), g_{*S} diminui e faz com que T diminua um pouco mais rápido, ou seja, essa espécie aquece o banho térmico pois transfere sua entropia para as espécies que permanecem em equilíbrio. Na figura 41, mostramos esquematicamente as eras de aniquilação das partículas do MP.

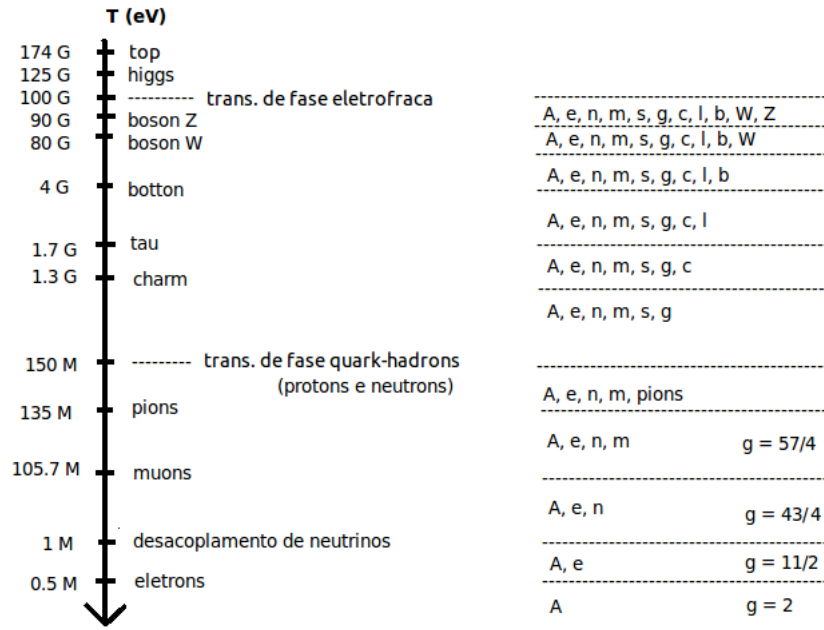


Figura 41 – Esquema das eras de aniquilação porquê o universo passou segundo o modelo do Big Bang, considerando o Modelo Padrão das Partículas Elementares. A temperaturas suficientemente elevadas, todas as partículas eram relativísticas. À medida que o universo foi esfriando, as espécies foram deixando de ser relativísticas (eras de aniquilação). Vemos nesse esquema as escalas de energia das transições de fase eletrofraca (quando as partículas adquirem massa pelo mecanismo de Higgs) e hadrônica (quando os quarks teriam se confinado em mésons e bárions), assim como o desacoplamento de neutrinos.

Dada a constância da entropia comóvel, a razão entre as temperaturas antes (T_a) e depois (T_d) da aniquilação de alguma espécie é dada por

$$\frac{T_a}{T_d} = \left(\frac{g_{*S}^d}{g_{*S}^a} \right)^{1/3}, \quad (\text{B.30})$$

onde vemos explicitamente que T_d é maior que T_a .

Como um exemplo, calculemos a razão T_ν/T . Para $100\text{MeV} \gtrsim T \gtrsim 1\text{MeV}$, as únicas espécies do MP relativísticas no banho térmico eram fótons, neutrinos e elétrons. Quando $T \approx 1\text{MeV}$, os neutrinos desacoplam e então aT_ν passa a ser constante (13).

Para $1\text{MeV} \gtrsim T \gtrsim 0.5\text{MeV}$, portanto, temos apenas fótons e elétrons no banho térmico e então

$$g_{*S} = g_\gamma + \frac{7}{8}(g_e + g_{\bar{e}}) = \frac{11}{2}, \quad (\text{B.31})$$

pois $g_\gamma = 2$ (duas polarizações do fóton) e $g_e = g_{\bar{e}} = 2$ (duas helicidades cada).

Quando $T \approx 0.5\text{MeV}$, os elétrons deixam de ser relativísticos e passam apenas a se aniquilar em fótons. Depois disso, o número de graus de liberdade se reduz ao de fótons, $g_{*S} = 2$.

Desde que $T_\nu = T_a$ e $T = T_d$, temos finalmente

$$\frac{T_\nu}{T} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3}. \quad (\text{B.32})$$

APÊNDICE C – Vértices

C.1 Vértices do Modelo 1

Interações do termo de Yukawa:

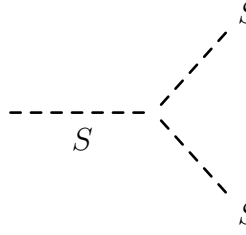
$$\begin{array}{c}
 \text{---} H \text{---} \begin{array}{l} \nearrow N \\ \searrow N \end{array} \\
 \end{array} = \frac{i}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{\phi\sigma} v_{\phi}}{2\lambda_{\sigma} v_{\sigma}}\right)^2}} \left(\frac{\lambda_{\phi\sigma} v_{\phi}}{2\lambda_{\sigma} v_{\sigma}}\right) \frac{m_N}{v_{\sigma}}$$

$$\begin{array}{c}
 \text{---} S \text{---} \begin{array}{l} \nearrow N \\ \searrow N \end{array} \\
 \end{array} = \frac{i}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{\phi\sigma} v_{\phi}}{2\lambda_{\sigma} v_{\sigma}}\right)^2}} \frac{m_N}{v_{\sigma}}$$

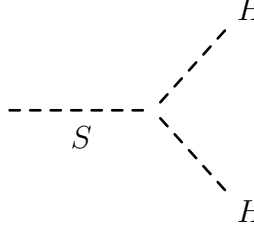
$$\begin{array}{c}
 \text{---} J \text{---} \begin{array}{l} \nearrow N \\ \searrow N \end{array} \\
 \end{array} = -\frac{m_N}{v_{\sigma}} \gamma_5$$

Interações entre os escalares neutros:

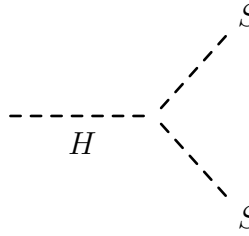
$$\begin{array}{c}
 \text{---} H \text{---} \begin{array}{l} \nearrow H \\ \searrow H \end{array} \\
 \end{array} = \frac{6i}{\left(1 + \left(\frac{\lambda_{\phi\sigma} v_{\phi}}{2\lambda_{\sigma} v_{\sigma}}\right)^2\right)^{3/2}} \left(-\frac{m_H}{v_{\phi}} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\phi} v_{\sigma}^2}{4m_S} \right)$$



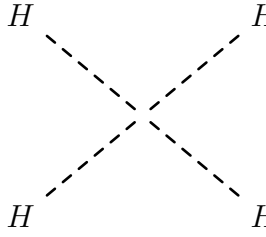
$$= \frac{6i}{(1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2)^{3/2}} \left(\frac{m_S}{v_{\sigma}} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^3 v_{\phi}^2 v_{\sigma}^3 m_H}{8m_S^3} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^3 v_{\phi}^2 v_{\sigma}^3}{8m_S^2} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\phi}^2 v_{\sigma}}{4m_S} \right)$$



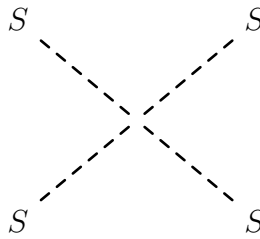
$$= \frac{2i}{(1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2)^{3/2}} \left(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\sigma}}{2} + \frac{3\lambda_{\phi\sigma}v_{\sigma}m_H}{2m_S} + \frac{3\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\phi}^2 v_{\sigma}}{4m_S} - \frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\phi}^2 v_{\sigma}}{2m_S} - \frac{\lambda_{\phi\sigma}^3 v_{\phi}^2 v_{\sigma}^3}{4m_S^2} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^4 v_{\phi}^4 v_{\sigma}^3}{16m_S^3} \right)$$



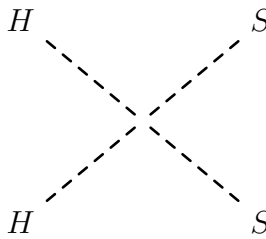
$$= \frac{2i}{(1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2)^{3/2}} \left(\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi} - \frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\phi}v_{\sigma}^2}{2m_S} - \frac{3\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\phi}v_{\sigma}^2 m_H}{4m_S^2} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^3 v_{\phi}^3 v_{\sigma}^2}{4m_S^2} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^4 v_{\phi}^3 v_{\sigma}^4}{16m_S^3} \right)$$



$$= -\frac{6i}{(1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2)^2} \left(\frac{m_H}{v_{\phi}^2} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^3 v_{\phi}^2 v_{\sigma}^2}{4m_S^2} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^4 v_{\phi}^4 v_{\sigma}^2}{16m_S^3} \right)$$



$$= -\frac{6i}{(1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2)^2} \left(\frac{m_S}{v_{\sigma}^2} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^3 v_{\phi}^2 v_{\sigma}^2}{4m_S^2} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^4 v_{\phi}^2 v_{\sigma}^4 m_H}{16m_S^4} \right)$$



$$= -\frac{i}{(1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2)^2} \left(\lambda_{\phi\sigma} + \frac{3\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\phi}^2}{2m_S} + \frac{3\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\sigma}^2 m_H}{2m_S^2} - \frac{\lambda_{\phi\sigma}^3 v_{\sigma}^2 v_{\phi}^2}{m_S^2} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^5 v_{\sigma}^4 v_{\phi}^4}{16m_S^4} \right)$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc}
H & & S \\
& \diagdown & \diagup \\
& & \times \\
& \diagup & \diagdown \\
H & & H
\end{array} \\
\\
\begin{array}{ccc}
S & & S \\
& \diagdown & \diagup \\
& & \times \\
& \diagup & \diagdown \\
H & & S
\end{array}
\end{array}
= -\frac{3i}{2(1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_\phi v_\sigma}{2m_S})^2)^2} \left(-\frac{2\lambda_{\phi\sigma}v_\sigma m_H}{m_S v_\phi} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_\phi v_\sigma}{m_S} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^3 v_\sigma v_\phi^3}{2m_S^2} - \frac{\lambda_{\phi\sigma}^4 v_\sigma^3 v_\phi^3}{4m_S^3} \right)$$

$$= -\frac{3i}{2(1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_\phi v_\sigma}{2m_S})^2)^2} \left(\frac{2\lambda_{\phi\sigma}v_\phi}{v_\sigma} - \frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_\phi v_\sigma}{m_S} - \frac{\lambda_{\phi\sigma}^3 v_\sigma^3 v_\phi m_H}{2m_S^3} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^4 v_\sigma^3 v_\phi^3}{4m_S^3} \right)$$

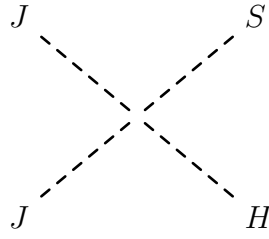
Interações com o majoron:

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc}
& & J \\
& \diagdown & \diagup \\
S & & \times \\
& \diagup & \diagdown \\
& & J
\end{array} \\
\\
\begin{array}{ccc}
J & & J \\
& \diagdown & \diagup \\
& & \times \\
& \diagup & \diagdown \\
J & & J
\end{array} \\
\\
\begin{array}{ccc}
J & & H \\
& \diagdown & \diagup \\
& & \times \\
& \diagup & \diagdown \\
J & & H
\end{array} \\
\\
\begin{array}{ccc}
J & & S \\
& \diagdown & \diagup \\
& & \times \\
& \diagup & \diagdown \\
J & & S
\end{array}
\end{array}
= \frac{2i}{\sqrt{1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_\phi v_\sigma}{2m_S})^2}} \left(\frac{m_S}{v_\sigma} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_\phi^2 v_\sigma}{4m_S} \right)$$

$$= 6i \frac{m_S}{v_\sigma^2}$$

$$= \frac{4i}{1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_\phi v_\sigma}{2m_S})^2} \left(-\frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_\phi^2}{8m_S} - \frac{\lambda_{\phi\sigma}}{4} \right)$$

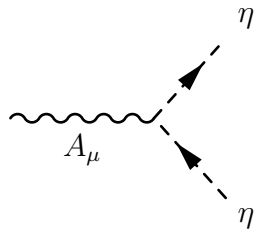
$$= -\frac{4i}{1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_\phi v_\sigma}{2m_S})^2} \left(\frac{m_S}{2v_\sigma^2} + \frac{\lambda_{\phi\sigma}^3 v_\phi^2 v_\sigma^2}{16m_S^2} \right)$$



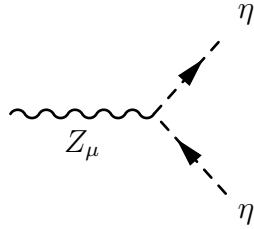
$$= \frac{2i}{1 + \left(\frac{\lambda_{\phi\sigma} v_{\phi} v_{\sigma}}{2m_S}\right)^2} \left(\frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\phi} v_{\sigma}}{4m_S} - \frac{\lambda_{\phi\sigma} v_{\phi}}{2v_{\sigma}} \right)$$

C.2 Vértices do Modelo 2

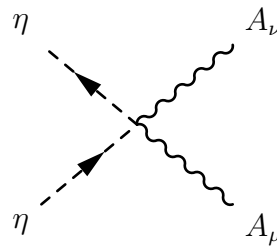
Interações entre escalares carregados e bósons de gauge:



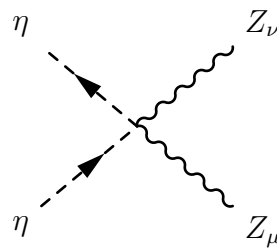
$$= ie(p_+^{\mu} - p_-^{\mu})$$



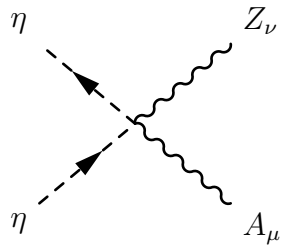
$$= -iet_W(p_+^{\mu} - p_-^{\mu})$$



$$= 2ie^2 g^{\mu\nu}$$

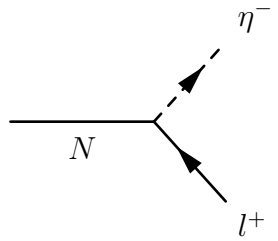


$$= 2ie^2 t_W^2 g^{\mu\nu}$$

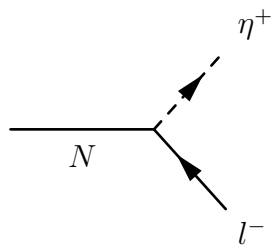


$$= -2ie^2 t_W g^{\mu\nu}$$

Interações com os léptons:

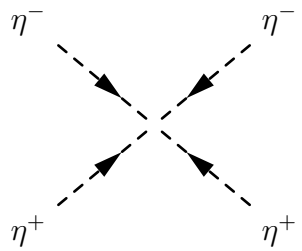


$$= i\frac{\lambda_l}{2}(1 + \gamma_5)$$

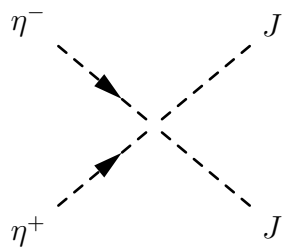


$$= i\frac{\lambda_l}{2}(1 - \gamma_5)$$

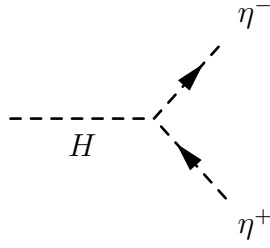
Interações do potencial $V(\eta, \phi, \sigma)$:



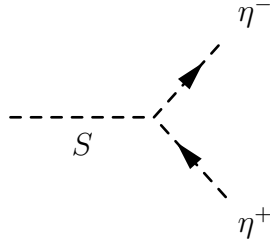
$$= i\lambda_\eta$$



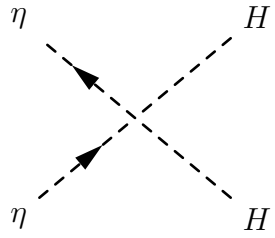
$$= i\lambda_{\eta\sigma}$$



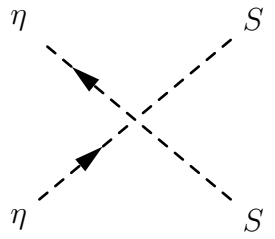
$$= \frac{i}{\sqrt{1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2}} \left(\lambda_{\eta\phi}v_{\phi} - \lambda_{\eta\sigma}v_{\sigma} \frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S} \right)$$



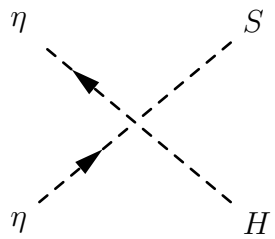
$$= \frac{i}{\sqrt{1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2}} \left(-\lambda_{\eta\sigma}v_{\sigma} - \lambda_{\eta\phi}v_{\phi} \frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S} \right)$$



$$= \frac{i}{1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2} \left(\lambda_{\eta\phi} + \lambda_{\eta\sigma} \frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\phi}^2 v_{\sigma}^2}{4m_S^2} \right)$$



$$= \frac{i}{1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2} \left(\lambda_{\eta\sigma} + \lambda_{\eta\phi} \frac{\lambda_{\phi\sigma}^2 v_{\phi}^2 v_{\sigma}^2}{4m_S^2} \right)$$



$$= \frac{i}{1+(\frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S})^2} \left(-\lambda_{\eta\phi} \frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S} + \lambda_{\eta\sigma} \frac{\lambda_{\phi\sigma}v_{\phi}v_{\sigma}}{2m_S} \right)$$

Referências

- 1 LANGACKER, P. Introduction to the standard model and electroweak physics. In: *TASI*. University of Colorado: [s.n.], 2008. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/0901.0241>>.
- 2 ZWICKY, F. Spectral displacement of extra galactic nebulae. *Helv. Phys. Acta*, v. 6, p. 110–127, 1933. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2009GReGr..41..207E>>.
- 3 RUBIN, V. C.; FORD JR., W. K. Rotation of the andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions. *Astrophysical Journal*, v. 159, p. 379, 1970. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/1970ApJ...159..379R>>.
- 4 BERTONE, G.; HOOPER, D.; SILK, J. Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints. *Physics Reports*, v. 405, p. 279–390, 2005. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/hep-ph/0404175>>.
- 5 BEGEMAN, K. G. *HI rotation curves of spiral galaxies*. Tese (Doutorado) — Kapteyn Institute, 1987. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/1989A%26A...223...47B>>.
- 6 BUGG, D. V. MOND – a review. maio 2014. Disponível em: <[arXiv:1405.1695v1](https://arxiv.org/abs/1405.1695v1)[physics.gen-ph]>.
- 7 Colaboração MACHO. The MACHO project: Microlensing results from 5.7 years of LMC observations. *Astrophysical Journal*, v. 542, p. 281–307, 2000. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/astro-ph/0001272>>.
- 8 TISSERAND, P. et al. Limits on the Macho content of the galactic halo from the EROS-2 survey of the magellanic clouds. *Astron. Astrophysics*, v. 469, p. 387–404, 2007. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/astro-ph/0607207>>.
- 9 MONROY-RODRÍGUEZ, M. A.; ALLEN, C. The end of the MACHO era – revisited: new limits on MACHO masses from halo wide binaries. 2014, Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1406.5169>>.
- 10 BOVY, J.; TREMAINE, S. On the local dark matter density. *Astrophysical Journal*, v. 756, p. 89, 2012. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1205.4033>>.
- 11 CLOWE, D. et al. A direct empirical proof of the existence of dark matter. *Astrophysical Journal*, v. 648, p. 109–113, 2006. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/astro-ph/0608407>>.
- 12 KLYPIN, A.; PRADA, F. Testing gravity with motion of satellites around galaxies: Newtonian gravity against modified newtonian dynamics. *Astrophysical Journal*, v. 690, p. 1488–1496, 2009. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/0706.3554>>.
- 13 KOLB, E. W.; TURNER, M. S. *The early universe*. [S.l.]: Addison-Wesley, 1989.
- 14 DODELSON, S. *Modern Cosmology*. [S.l.]: Elsevier, 2003.

- 15 DODELSON, S. The real problem with Mond. *Int. J. Mod. Phys. D*, v. 20, p. 2749, 2011. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1112.1320>>.
- 16 DIENES, B. T. K. R. Dynamical dark matter: I. theoretical overview. *Phys. Rev. D*, v. 85, p. 083523, 2012. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.85.083523>>.
- 17 TAOSO, M.; BERTONE, G.; MASIERO, A. Dark matter candidates: a ten-point test. *JCAP*, v. 2008, n. 03, p. 022, 2008. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/1475-7516/2008/i=03/a=022>>.
- 18 Colaboração FERMI-LAT. Constraints on the galactic halo dark matter from fermi-lat diffuse measurements. *Astrophysical Journal*, v. 761, n. 2, p. 91, 2012. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0004-637X/761/i=2/a=91>>.
- 19 ESMAILI, A.; IBARRA, A.; PERES, O. L. G. Probing the stability of superheavy dark matter particles with high-energy neutrinos. *JCAP*, v. 1211, p. 034, 2013. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1205.5281>>.
- 20 DODELSON, S.; WIDROW, L. M. Sterile neutrinos as dark matter. *Phys. Rev. Lett.*, v. 72, p. 17–20, 1994. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.72.17>>.
- 21 JUNGMAN, G.; KAMIONKOWSKI, M.; GRIEST, K. Supersymmetric dark matter. *Physics Reports*, v. 267, p. 195–373, 1996.
- 22 GRIEST, K.; KAMIONKOWSKI, M. Unitarity limits on the mass and radius of dark-matter particles. *Phys. Rev. Lett.*, v. 64, p. 615, 1990. Disponível em: <<http://inspirehep.net/record/281519>>.
- 23 BELANGER, G. et al. micrOMEGAs-3: a program for calculating dark matter observables. *Comput.Phys.Commun.*, v. 185, p. 960–985, 2014. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1305.0237>>.
- 24 SEMENOV, A. V. LanHEP: A Package for automatic generation of Feynman rules in field theory. Version 2.0. 2002. LAPTH-926-02. Disponível em: <<https://inspirehep.net/record/591774?ln=en>>.
- 25 BELYAEV, A.; CHRISTENSEN, N. D.; PUKHOV, A. CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model. *Comput.Phys.Commun.*, v. 184, p. 1729–1769, 2013. PITT-PACC-1209. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1207.6082>>.
- 26 BELANGER, G. et al. *micrOMEGAs: a package for calculation of of Dark Matter properties in generic model of particle interaction*. [S.l.], 2012. Lectures. Disponível em: <<https://lapth.cnrs.fr/micromegas/>>.
- 27 FREESE, K.; LISANTI, M.; SAVAGE, C. Annual modulation of dark matter: A review. To appear in Review of Modern Physics. 2013, Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1209.3339v3>>.
- 28 PROFUMO, S.; QUEIROZ, F. S. GeV WIMPs scattering off of OH impurities cannot explain the DAMA signal. *JCAP*, v. 1405, p. 038, 2014. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1401.4253>>.

- 29 Colaboração DAMA. First results from DAMA/LIBRA and the combined results with DAMA/NaI. *Eur.Phys.J.*, C56, p. 333–355, 2008. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/0804.2741>.
- 30 BERNABEI, R. et al. New results from DAMA/LIBRA. *Eur.Phys.J.*, C67, p. 39–49, 2010. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1002.1028>.
- 31 AALSETH, C. et al. CoGeNT: A search for low-mass dark matter using p-type point contact germanium detectors. *Phys. Rev. D*, v. 88, p. 012002, 2013. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1208.5737>.
- 32 ANGLOHER, G. et al. Results from 730 kg days of the CRESST-II Dark Matter search. *European Physical Journal C*, v. 72, p. 1971, 2011. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1109.0702>.
- 33 Colaboração CDMS. Silicon Detector Dark Matter Results from the Final Exposure of CDMS II. *Phys.Rev.Lett.*, v. 111, p. 251301, 2013. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1304.4279>.
- 34 Colaboração XENON100. Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data. *Phys.Rev.Lett.*, v. 109, p. 181301, 2012. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1207.5988>.
- 35 Colaboração COUPP. First dark matter search results from a 4-kg CF3I bubble chamber operated in a deep underground site. *Phys.Rev. D*, v. 86, p. 052001, 2012. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1207.5988>.
- 36 Colaboração PICASSO. Dark Matter Spin-Dependent Limits for WIMP Interactions on 19-F by PICASSO. *Phys.Rev. B*, v. 682, p. 185–192, 2009. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/0907.0307>.
- 37 Colaboração LUX. First results from the LUX dark matter experiment at the Sanford Underground Research Facility. *Phys. Rev. Lett.*, v. 112, p. 091303, 2014. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1310.8214>.
- 38 FAHAN, C. First Dark Matter Search Results from the Large Underground Xenon (LUX) Experiment. Para a Colaboração LUX. 2014, Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1405.5906>.
- 39 CIRELLI, M. et al. PPC 4 DM ID: A Poor Particle Physicist Cookbook for Dark Matter Indirect Detection. *JCAP*, v. 1103, p. 051, 2011. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1012.4515>.
- 40 Colaboração Fermi-LAT. Dark matter constraints from observations of 25 Milky Way satellite galaxies with the Fermi Large Area Telescope. *Phys. Rev. D*, v. 89, p. 042001, 2014. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1310.0828>.
- 41 Colaboração MAGIC. Optimized dark matter searches in deep observations of Segue 1 with MAGIC. *JCAP*, v. 1402, p. 008, 2014. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1312.1535>.
- 42 HANNA, D. Recent Results from VERITAS. *J.Phys.Conf.Ser.*, v. 203, p. 012118, 2010. Para a Colaboração VERITAS. Disponível em: <http://inspirehep.net/record/848449?ln=pt>.

- 43 BOEZIO, M. et al. Pamela and indirect dark matter searches. *New Journal of Physics*, v. 11, p. 105023, 2009. Disponível em: <http://stacks.iop.org/1367-2630/11/i=10/a=105023>.
- 44 KOPP, J. Constraints on dark matter annihilation from AMS-02 results. *Phys. Rev. D*, v. 88, p. 076013, 2013. Disponível em: <http://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.88.076013>.
- 45 VIVIER, M. Recent results on indirect dark matter searches with H.E.S.S. *EAS Publications Series*, v. 36, p. 291–295, 2009. Para a Colaboração H.E.S.S. Disponível em: <http://journals.cambridge.org/action/displayAbstract?fromPage=online&aid=8461265&fileId=S163347600936041X>.
- 46 Colaboração IceCube. Search for dark matter annihilations in the Sun with the 79-string IceCube detector. *Phys. Rev. Lett.*, v. 110, p. 131302, 2013. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1212.4097>.
- 47 PIERRE, M.; SIEGAL-GASKINS, J. M.; SCOTT, P. Sensitivity of cta to dark matter signals from the galactic center. *JCAP*, v. 1406, p. 024, 2014. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1401.7330>.
- 48 DAYLAN, T. et al. The Characterization of the Gamma-Ray Signal from the Central Milky Way: A Compelling Case for Annihilating Dark Matter. 2014, Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1401.7330>.
- 49 KNODLSEDER, J. et al. Early SPI / INTEGRAL constraints on the morphology of the 511 keV line emission in the 4th galactic quadrant. *Astron. Astrophys.*, v. 411, p. L457–L460, 2003. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0309442>.
- 50 WENIGER, C. A Tentative Gamma-Ray Line from Dark Matter Annihilation at the Fermi Large Area Telescope. *JCAP*, v. 1208, p. 007, 2012. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1204.2797>.
- 51 SU, M.; SLATYER, T. R.; FINKBEINER, D. P. Giant Gamma-ray Bubbles from Fermi-LAT: AGN Activity or Bipolar Galactic Wind? *Astrophys. J.*, v. 724, p. 1044–1082, 2010. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1005.5480>.
- 52 Colaboração PAMELA. An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5-100 GeV. *Nature*, v. 458, p. 607–609, 2009. Disponível em: <http://inspirehep.net/record/800801>.
- 53 LEHNERT, B. *Analysis of Double Beta Decays in Germanium, Palladium and Argon*. Tese (Doutorado) — Technische Universität Dresden, 1982.
- 54 HO, C. M.; SCHERRER, R. J. Anapole Dark Matter. *Phys. Lett.*, B722, p. 341–346, 2013. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1211.0503>.
- 55 ANISIMOV, A. Majorana Dark Matter. 2006, Disponível em: <http://arxiv.org/abs/hep-ph/0612024>.
- 56 MATSUMOTO, S.; MUKHOPADHYAY, S.; TSAI, Y.-L. S. Singlet Majorana fermion dark matter: a comprehensive analysis in effective field theory. 2014, Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1407.1859>.

- 57 GOODMAN, J. et al. Constraints on Light Majorana dark Matter from Colliders. *Phys.Lett.*, B695, p. 185–188, 2011. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1005.1286>>.
- 58 LUO, F.; YOU, T. Enhancement of Majorana Dark Matter Annihilation Through Higgs Bremsstrahlung. *JCAP*, v. 1312, p. 024, 2013.
- 59 Colaboração CMS. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Phys. Lett. B*, v. 716, p. 30–61, 2012. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1207.7235>>.
- 60 Colaboração ATLAS. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys. Lett. B*, v. 716, p. 1–29, 2012. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1207.7214>>.
- 61 QUEIROZ, F. S.; SINHA, K. The Poker Face of the Majoron Dark Matter Model: LUX to keV Line. *Phys.Lett.*, B735, p. 69–74, 2014. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1404.1400>>.
- 62 PIRES, C. de S.; QUEIROZ, F.; SILVA, P. Rodrigues da. Singlet Majorana fermion dark matter, DAMA, CoGeNT, and CDMS-II. *Phys.Rev.*, D82, p. 105014, 2010. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1002.4601>>.
- 63 OKADA, N.; YAMADA, T. Simple fermionic dark matter models and Higgs boson couplings. *JHEP*, v. 1310, p. 017, 2013. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1304.2962>>.
- 64 BASHINSKY, S.; SELJAK, U. Neutrino perturbations in CMB anisotropy and matter clustering. *Phys.Rev.*, D69, p. 083002, 2004. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/astro-ph/0310198>>.
- 65 DUNKLEY, J. et al. The Atacama Cosmology Telescope: Cosmological Parameters from the 2008 Power Spectrum. *Astrophys. Journal*, v. 739, p. 52, 2011. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1009.0866>>.
- 66 KEISLER, R. et al. A Measurement of the Damping Tail of the Cosmic Microwave Background Power Spectrum with the South Pole Telescope. *Astrophys. Journal*, v. 743, p. 28, 2011. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1105.3182>>.
- 67 MANGANO, G. et al. Relic neutrino decoupling including flavor oscillations. *Nucl.Phys.*, B729, p. 221–234, 2005. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/hep-ph/0506164>>.
- 68 Colaboração WMAP. Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results. *Astrophys.J.Suppl.*, v. 208, p. 19, 2013. Disponível em: <<http://inspirehep.net/record/1208272?ln=en>>.
- 69 DAS, S. et al. The Atacama Cosmology Telescope: A Measurement of the Cosmic Microwave Background Power Spectrum at 148 and 218 GHz from the 2008 Southern Survey. *Astrophys.J.*, v. 729, p. 62, 2011. Disponível em: <<http://inspirehep.net/record/867273?ln=en>>.
- 70 KEISLER, R. et al. A Measurement of the Damping Tail of the Cosmic Microwave Background Power Spectrum with the South Pole Telescope. *Astrophys.J.*, v. 743, p. 28, 2011. Disponível em: <<http://inspirehep.net/record/900101?ln=en>>.

- 71 Colaboração Planck. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 2014. Disponível em: <<http://inspirehep.net/record/1224741?ln=en>>.
- 72 DAS, S. et al. The Atacama Cosmology Telescope: temperature and gravitational lensing power spectrum measurements from three seasons of data. *JCAP*, v. 1404, p. 014, 2014. Disponível em: <<http://inspirehep.net/record/1209488?ln=en>>.
- 73 REICHARDT, C. et al. A measurement of secondary cosmic microwave background anisotropies with two years of South Pole Telescope observations. *Astrophys. J.*, v. 755, p. 70, 2012. Disponível em: <<http://inspirehep.net/record/944485?ln=en>>.
- 74 KELSO, C. et al. A 331 WIMPy Dark Radiation Model. *Eur. Phys. J.*, C74, p. 2797, 2014. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1308.6630>>.
- 75 WEINBERG, S. A 331 WIMPy Dark Radiation Model. *Phys. Rev. Lett.*, v. 110, p. 241301, 2013. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1305.1971>>.
- 76 RÄSÄNEN, S. *Thermodynamics in an expanding universe*. 2012. Notas de aula. Disponível em: <<http://theory.physics.helsinki.fi/~xfiles/cosmology/12/>>.
- 77 COLEMAN, T. S.; ROOS, M. Effective degrees of freedom during the radiation era. *Phys. Rev.*, D68, p. 027702, 2003. Disponível em: <<http://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.68.027702>>.
- 78 EGAN, C. A.; LINEWEAVER, C. H. A Larger Estimate of the Entropy of the Universe. *Astrophys. Journal*, v. 710, p. 1825–1834, 2003. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/0909.3983>>.
- 79 DONOGHUE, J. F.; GOLOWICH, E.; HOLSTEIN, B. R. *Dynamics of the Standard Model*. [S.l.]: Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology, 1992.
- 80 HUBBLE, E. A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science*, v. 15, p. 168–173, 1929.
- 81 LAHAV, O.; SUTO, Y. Measuring our universe from galaxy redshift surveys. *Living Reviews in Relativity*, v. 7, 2004. Disponível em: <<http://www.livingreviews.org/lrr-2004-8>>.
- 82 LIDDLE, A. *Introduction to Modern Cosmology*. [S.l.]: Wiley, 2003.
- 83 Colaboração Particle Data Group. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, v. 86, p. 010001, 2012. Disponível em: <<http://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.86.010001>>.
- 84 COLES, P.; LUCCHIN, F. *Cosmology: the origin and evolution of Cosmic Structure*. 2. ed. [S.l.]: Wiley.
- 85 PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. *Astrophys. Journal*, v. 142, p. 419–421, 1965.
- 86 GAMOW, G. The Origin of Elements and the Separation of Galaxies. *Phys. Rev.*, v. 74, p. 505, 1948. Disponível em: <<http://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.74.505.2>>.

-
- 87 ALPHER, R. A.; HERMAN, R. On the Relative Abundance of the Elements. *Phys. Rev.*, v. 74, p. 1737–1742, 1948. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.74.1737>>.
- 88 SARKAR, S. Big bang nucleosynthesis and physics beyond the standard model. *Reports on Progress in Physics*, v. 59, p. 1493, 1996. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0034-4885/59/i=12/a=001>>.
- 89 COC, A.; UZAN, J.-P.; VANGIONI, E. Standard Big-Bang Nucleosynthesis after Planck. 2013, Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1307.6955>>.