



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Física

Pós-graduação em Física

**Geração, Manipulação e Caracterização
de Campos Óticos Parcialmente Coerentes**

Gabriel Fernando Basso

Tese de Doutorado

João Pessoa
22 de maio de 2014

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Física

Gabriel Fernando Basso

**Geração, Manipulação e Caracterização de Campos Óticos
Parcialmente Coerentes**

*Trabalho apresentado ao Programa de Pós-graduação em
Física do Departamento de Física da Universidade Federal
da Paraíba como requisito parcial para obtenção do grau
de Doutor em Física.*

Orientador: *Prof. Dr. Alexandre Rosas*

João Pessoa
22 de maio de 2014

B322g Basso, Gabriel Fernando.
Geração, manipulação e caracterização de campos óticos parcialmente coerentes / Gabriel
Fernando Basso.-- João Pessoa, 2014.
109f. : il.
Orientador: Alexandre Rosas
Tese (Doutorado) – UFPB/CCEN
1. Física. 2. Grau espectral – coerência eletromagnética. 3. Parâmetros de Stokes
generalizados. 4. Grau de polarização cruzado. 5. Campo ótico térmico. 6. Interferômetro HBT.

UFPB/BC

CDU: 53(043)

Ata da Sessão Pública da Defesa de Tese de
Doutorado do aluno **Gabriel Fernando Basso**,
candidato ao Título de Doutor em Física na
Área de Concentração Ótica.

1 Aos vinte e dois dias do mês de maio do ano de dois mil e quatorze, às 09h00, no
2 Auditório da Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da
3 Universidade Federal da Paraíba, reuniram-se os membros da Banca Examinadora
4 constituída para examinar o candidato ao grau de Doutor em Física na área de Ótica,
5 **Gabriel Fernando Basso**. A comissão examinadora foi composta pelos professores
6 doutores: *Alexandre da Silva Rosas* (UFPB), orientador e presidente da banca
7 examinadora, *Martine Chevrollier* (UFPB), *Marcos Oriá* (UFPB), *Madras Viswanathan*
8 *Gandhi* (UFRN) e *Daniel Felinto* (UFPE). Dando início aos trabalhos, o Prof.
9 Alexandre da Silva Rosas comunicou aos presentes a finalidade da reunião. A seguir,
10 passou a palavra ao candidato para que o mesmo fizesse, oralmente, a exposição do
11 trabalho de tese intitulado “*Geração, manipulação e caracterização de campos óticos*
12 *parcialmente coerentes*”. Concluída a exposição, o candidato foi argüido pela Banca
13 Examinadora que emitiu o seguinte parecer: “**aprovado**”. Assim sendo, deve a
14 Universidade Federal da Paraíba expedir o respectivo diploma de Doutor em Física na
15 forma da lei. E para constar, eu, Danilo Wilson Lemos Menezes, servindo de Secretário,
16 lavrei a presente ata que vai assinada por mim mesmo e pelos membros da Banca
17 Examinadora. João Pessoa, Paraíba, **22 de maio de 2014**.

Prof. Dr. Alexandre da Silva Rosas
Orientador - UFPB

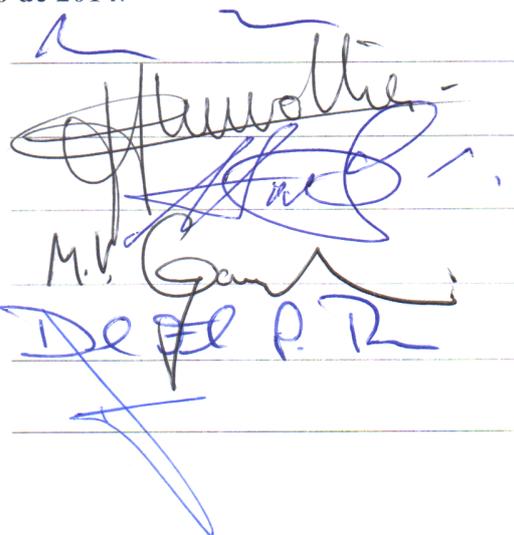
Profa. Dra. Martine Chevrollier
UFPB

Prof. Dr. Marcos Oriá
UFPB

Prof. Dr. Madras Viswanathan Gandhi
UFRN

Profa. Dra. Daniel Felinto
UFPE

Danilo Wilson Lemos Menezes
Secretário



*Dedico à minha amada esposa, Juliana, e aos meus
dedicados pais, Teresinha e Eloi.*

Agradecimentos

Gostaria de começar agradecendo à minha mãe, Teresinha, e ao meu pai, Eloi, pelo apoio oferecido nestes mais de oito anos de vida universitária. Agradeço aos meus irmãos, Aline e Rafael, pela fraternidade e pelos conselhos oferecidos. Agradeço à Juliana, minha esposa, por ter entrado em minha vida num momento tão decisivo e por ter compartilhado todos os momentos, bons e ruins, que se sucederam a partir daí.

Espresso os meus sentimentos de gratidão ao professor Marcos Oriá e à professora Martine Chevrollier, por terem me acolhido no final de minha graduação, e por terem me aceito como aluno de Doutorado. Agradeço profundamente a ambos pela dedicação em me ensinar não apenas os conhecimentos fundamentais da física atômica experimental, mas em especial à arte de pensar como investigador científico.

Agradeço ao professor Itamar Vidal por ter me amparado no momento de mudança de rumo acadêmico, e por ter me apresentado à área de Ótica Estatística, tema desta tese. Seu apoio foi fundamental para a continuação de meu doutorado.

Agradeço ao professor Rodolfo Bonifácio pelas provocações científicas. Seus questionamentos e convicções me ajudaram a lembrar o motivo de meu ingresso no mundo acadêmico: a curiosidade, a contemplação do desconhecido e a inventividade na solução de problemas. Seus conselhos me ajudaram a me redescobrir na ciência.

Agradeço muito a Papai e Mamãe - Orlando di Lorenzo e Luimar Oliveira - pelos sábios conselhos! Nossas longas conversas sobre o mundo e sobre os valores da vida me levaram a traçar os objetivos que hoje eu começo a trilhar. Agradeço especialmente pelo suporte incondicional, geralmente oferecido aos filhos, durante toda a turbulência vivida no último ano. Sem o estímulo de ambos, esta tese provavelmente não existiria.

Agradeço aos professores Hugo Cavalcante e Thierry Passerat, assim como a todos os professores do laboratório, pelas discussões e questionamentos divididos durante as reuniões de grupo. Sou eternamente grato à experiência adquirida na vivência do GFAL, pois esta me acompanhará sempre.

Agradeço aos técnicos do laboratório Yuri, Bruno, Marcelo e Manoel, por todo suporte técnico, além da amizade estabelecida nestes quatro anos de labuta. Agradeço ainda, aos amigos e

colegas de laboratório, Weliton, César, Valdeci, Gilson, Samuel e todos os alunos que passaram pelo GFAL. Conhecê-los foi um prazer, e tenho certeza que compartilharemos bons momentos no futuro.

Por fim, deixo aqui meus agradecimentos ao professor Alexandre Rosas, por ter me aceito como orientando nestes últimos meses, o que permitiu que este trabalho tivesse uma conclusão.

A todos, minha sincera gratidão.

Se, a princípio, a ideia não é absurda, então não há esperança para ela.

—ALBERT EINSTEIN

Resumo

Nesta tese abordamos problemas concernentes às flutuações do campo eletromagnético no domínio ótico, tanto experimentalmente quanto teoricamente e numericamente.

Demonstramos experimentalmente a interdependência entre o grau de polarização e o grau de coerência de campos óticos térmicos. Analizamos os resultados e os explicamos à luz de novas teorias unificadoras. Mostramos assim uma forma de controlar a coerência da luz através de manipulações na polarização, concluindo com uma proposta de fonte de luz térmica simples, com grau espectral de coerência eletromagnética sintonizável.

Expandimos o conceito de fonte luz sintonizável, propondo uma fonte de luz parcialmente coerente e parcialmente polarizada com completa liberdade de controle dos chamados parâmetros de Stokes generalizados, através da mistura de campos óticos estocásticos polarizados. Obtemos teoricamente as propriedades estatísticas do campo ótico resultante e a dependência destas com as propriedades dos campos primários. Discutimos propriedades fundamentais da mistura de campos estocásticos e apontamos algumas peculiaridades através de exemplos. Demonstramos todos os resultados através de simulações numéricas.

Sugerimos um método para investigar as propriedades estatísticas espaciais de campos estocásticos gaussianos através do interferômetro de Hanbury Brown-Twiss, um método experimental reconhecidamente simples. Mostramos teoricamente que é possível medir os parâmetros de Stokes generalizados, permitindo reconstruir a matriz de coerência e a matriz de polarização do campo, caracterizando completamente o campo ótico tanto estatisticamente quanto localmente. Apontamos ainda técnica para a automação do método, além de aplicações.

Os diversos estudos realizados acerca das propriedades estatísticas de campos óticos nos levaram a um entendimento profundo dos significados físicos dos parâmetros utilizados para caracterizá-los. A partir deste entendimento, discutimos ainda uma modificação na definição do grau de polarização cruzado e da significância da coerência ótica em termo desta nova definição.

Palavras-chave: Grau espectral de coerência eletromagnética, parâmetros de Stokes generalizados, grau de polarização cruzado, campo ótico térmico, interferômetro HBT.

Abstract

In this thesis we address issues pertaining to the fluctuations of the electromagnetic field in the optical domain, both experimentally as well as theoretically and numerically.

It was experimentally demonstrated the interdependence between the degree of polarization and the degree of coherence of thermal optical fields. We analyzed the results and explained them in light of a new unifying theory. We have shown a way to control the coherence of light through polarization manipulations, concluding with a proposal for a simple thermal light source with a tunable spectral electromagnetic degree of coherence.

We expanded the concept of a tunable light source, suggesting a partially coherent and partially polarized light source with complete control of the so called generalized Stokes parameters by mixing polarized stochastic optical fields. We obtain theoretically the statistical properties of the resulting optical field and their dependence on the properties of the primary fields. We discuss fundamental properties of the mixture of stochastic fields and point out some peculiarities through examples. All results are demonstrated through numerical simulations.

We suggest a method to investigate the spatial statistical properties of gaussian stochastic fields through the Hanbury Brown-Twiss (HBT) interferometer, an admittedly simple experimental method. We show theoretically that it is possible to measure the generalized Stokes parameters, thus allowing one to rebuild the coherence matrix and the polarization matrix of the field, completely characterizing the optical field both statistically and locally in the observation plane. We suggest a technique for the automation of the method, and also some applications.

These many studies on the statistical properties of optical fields led us to a deeper understanding of the physical meanings of the parameters for characterizing them. From this understanding we also discuss a change to the definition of the cross-polarization degree and the significance of optical coherence in terms of this new definition.

Keywords: Spectral electromagnetic degree of coherence, generalized Stokes parameters, cross-polarization degree, thermal optical field, HBT interferometer.

Sumário

Prefácio	1
1 Ótica Clássica	3
1.1 Equações de Maxwell - Onda Eletromagnética	3
1.2 Polarização	5
1.2.1 Estado de Polarização	6
1.2.2 Luz Natural e o Grau de Polarização	8
1.3 Elementos Óticos - Cálculo de Jones	12
1.3.1 Polarizadores	12
1.3.2 Rotação de Elementos Óticos	14
1.3.3 Elementos de Retardo de Fase	14
1.3.4 Sequência de Elementos Óticos	16
2 Ótica Estatística	17
2.1 Superposição de Ondas - Interferência	17
2.1.1 Interferômetro de Young	20
2.2 A função de coerência mútua e o grau complexo de coerência	22
2.2.1 Interferômetro de Young com luz parcialmente polarizada	24
2.3 Funções de correlação cruzada	25
2.4 Parâmetros de Stokes Generalizados e o Grau de Polarização Cruzado	26
2.5 Teoria unificadora da coerência e polarização	28
2.5.1 Correlações de Fase e Coerência Ótica	30
2.6 Luz pseudo-térmica quase-monocromática	31
2.6.1 Meio espalhador	31
2.6.2 Speckles	32
2.7 Interferômetro de Hanbury Brown e Twiss	32
2.7.1 Estatística de 2ª Ordem para campos pseudo-térmicos	33
2.7.2 Grau de Polarização Cruzada para Luz térmica	35

3	Métodos Computacionais	37
3.1	Analisando dados experimentais	38
3.1.1	Correlação	39
3.2	Simulando campos incoerentes	40
3.2.1	Polarização	42
4	Manipulação do Grau Espectral de Coerência através do Grau de Polarização	43
4.1	Aparato Experimental	43
4.2	Descrição Teórica	45
4.3	Resultados Experimentais	52
4.4	Conclusões	55
5	Gerando luz térmica quase-monocromática com liberdade de controle sobre os parâmetros de Stokes generalizados	57
5.1	Introdução	57
5.2	Gerando Campos PCPP	58
5.2.1	A diferença entre a mistura de Polarizações ortogonais e não-ortogonais	61
5.2.2	Fonte simplificada	63
5.3	Casos de interesse	65
5.3.1	Dois campos de mesma polarização	65
5.3.2	Grau de Polarização Cruzada em forma de Anéis	68
5.4	Conclusões	71
6	Medindo os Parâmetros de Stokes Generalizados com Interferômetro HBT	73
6.1	Introdução	74
6.2	Descrição Teórica	74
6.3	Desenvolvimentos e aplicações	79
6.4	Conclusões	79
7	Conclusões Finais	81
7.1	Artigo Publicado	82
	Apêndice - Abreviações e Símbolos	85

Lista de Figuras

1.1	Estados de polarizações da Onda Plana Eletromagnética. No gráfico: direção vertical é a direção de propagação da onda e o plano horizontal é o plano de polarização, onde está traçada a trajetória do vetor campo elétrico na propagação; Campo representado pela onda na cor preta e suas componentes em \hat{x} e \hat{y} nas cores vermelho e azul , respectivamente.	7
1.2	Esfera de Poincaré. As coordenadas cartesianas são os parâmetros de Stokes S_1, S_2 e S_3 , e as coordenadas esféricas são a parametrização destes parâmetros. O raio da esfera é dado pelo Grau de Polarização da luz.	11
2.1	Interferômetro de Young.	20
2.2	Speckles obtidos experimentalmente, com o uso de um meio espalhador.	33
3.1	Distribuição de Fase e de Intensidade de campo térmico polarizado simulado.	41
3.2	Distribuição de intensidades do campo térmico, não polarizado, obtido por simulação.	42
4.1	Aparato experimental	44
4.2	Visibilidade em função da distância, parametrizada pelo comprimento de onda, para um campo com $\wp = 0.5$, com dois comprimentos de correlação distintos. Resultado teórico, exemplificando Eq. 4.12 com $\sigma_p = 5 \times \sigma_u = 300\lambda$.	49
4.3	Visibilidade em função da distância, parametrizada pelo comprimento de onda, para um campo térmico polarizado, composto pela superposição de dois campos independentes, com comprimentos de correlação distintos e mesma intensidade média. Resultado obtido por simulação.	50
4.4	Grau Espectral de Coerência Eletromagnética (μ_E) de campos térmicos, em função da distância, parametrizada pelo comprimento de onda, entre os pontos de observação ($\rho = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 $) e do grau de polarização global \wp . Eixo Vertical = μ_E ; Eixo Horizontal = $\rho [\lambda]$; Profundidade = \wp .	51
4.5	Comprimento de Coerência, parametrizado pelo comprimento de onda, do campo resultante μ_E em função do grau de polarização global \wp .	51

- 4.6 Simulação do Grau Espectral de Coerência Eletromagnética (μ_E) em função da distância, parametrizada pelo comprimento de onda, entre os pontos de observação ($\rho [\lambda]$). Na ordem: Campo não polarizado (Unpol); Campo polarizado (Pol); Misturas: (a) $\rho = 0.11$, (b) $\rho = 0.33$ (c) $\rho = 0.67$ e (d) $\rho = 0.89$. 53
- 4.7 Simulação do Grau Espectral de Coerência Eletromagnética (μ_E) em função da distância, parametrizada pelo comprimento de onda, entre os pontos de observação ($\rho [\lambda]$). Na ordem: Campo não polarizado (Unpol); Campo polarizado (Pol); Misturas: (a) $\rho = 0.11$, (b) $\rho = 0.33$ (c) $\rho = 0.67$ e (d) $\rho = 0.89$. 54
- 4.8 Realização dos campos polarizado, não polarizado, e do campo resultante da mistura entre eles. 55
- 4.9 Resultados experimentais e previsão teórica: $\Gamma_p, \Gamma_u, \Gamma_m$ e μ_E^2 . 56
- 5.1 Curvas equipotenciais do comprimento de correlação σ_T/σ_1 , na mistura de campos parcialmente coerentes, e de mesma polarização. Eixo \hat{x} : σ_2 [comprimento de correlação do campo E_2]; Eixo \hat{y} : β [intensidade do campo E_2 , normalizada pela intensidade total]. 68
- 5.2 Simulação do GECE dos campos na mistura de campos com polarizações ortogonais, em função da distância parametrizada pelo comprimento de onda. No gráfico temos: μ_E^2 - GECE, $|P|$ - GPC, μ_x^2 e μ_y^2 - GECE dos campo polarizados, em \hat{x} e \hat{y} respectivamente. 71
- 5.3 Simulação do Grau de Polarização Cruzado da mistura balanceada de campo PC, estatisticamente independentes, em estados de polarização ortogonais, com diferentes comprimentos de correlação. GPC no plano normal à propagação, com distâncias parametrizadas pelo comprimento de onda. 72
- 6.1 Arranjo experimental sugerido para medida dos Parâmetros de Stokes Generalizados, com o interferômetro HBT 76

Prefácio

Essa tese aborda, de forma geral, alguns dos problemas atuais da Ótica estatística: Como gerar campos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados com controle sobre suas características estatísticas, como controlar estas propriedades através de suas interdependências, e como medir e caracterizar as propriedades estatísticas de campos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados.

Todo o trabalho aqui apresentado foi desenvolvido através de estudos analíticos de propriedades estatísticas da luz, além de simulações e, em alguns casos, experimentos¹. Nossa intenção inicial era realizar todos os experimentos que foram propostos teoricamente, de forma a consolidar todos os estudos realizados. Porém a realidade do laboratório se mostrou diferente, e a falta de equipamentos apropriados para os estudos, em especial os sistemas de aquisição de imagens, tornou a maioria das propostas inviáveis.

Acreditando no caráter didático de uma tese, optamos por incluir três capítulos de cunho introdutório, abordando alguns conceitos, definições e metodologias que foram fundamentais para a construção do texto, assim como são necessários para o melhor entendimento dos estudos aqui expostos. Aproveitou-se a oportunidade para se definir a terminologia e a simbologia utilizada nos capítulos seguintes.

O primeiro capítulo consiste em uma breve revisão de ótica clássica, com ênfase em alguns conceitos, como polarização e parâmetros de Stokes, que se fazem presente em todo o texto.

O segundo capítulo aborda a superposição de ondas e a observação de flutuações de fase em campos óticos. Muita ênfase é dada nas correlações de fase, que são a base da descrição dos fenômenos estatísticos. Aproveitou-se o capítulo para se discutir uma nova definição para o Grau de Polarização Cruzado, cuja definição usual não agrada ao autor desta tese.².

O terceiro capítulo tem por propósito introduzir o leitor, mesmo que brevemente, à metodologia numérica empregada na simulação e análise de campos estocásticos. Foram incluídos

¹O principal motivo pela não realização de experimentos em todos os trabalhos desenvolvidos nesta tese, foi a falta de equipamentos ou inadequação de equipamentos para os experimentos devido a dificuldades na execução de projetos de pesquisa já aprovados. No momento da escrita desta tese, o laboratório de ótica estatística ainda não recebeu os equipamentos necessários para seu devido funcionamento.

²A motivação do desafio é de cunho científico, pois a definição empregada amplamente na literatura se distancia de quantidades experimentais e pode apresentar divergências.

aqui os códigos do MatLab®, desenvolvidos e empregados nesta tese.

O capítulo quatro representa a primeira incursão investigativa do autor na área de ótica estatística. Consiste no estudo experimental da interdependência entre coerência e polarização. Como resultado fundamental temos um modelo para a mistura de campos estocásticos estatisticamente independentes. Apesar dos poucos resultados experimentais obtidos, a concordância dos mesmos com o modelo proposto se mostra encorajadora. Foi demonstrada uma forma de se controlar a coerência de um campo térmico polarizado através da adição de um campo térmico não polarizado, onde o controle da coerência pode ser obtido pela razão entre os campos. Ou seja, se mostrou possível sintonizar a coerência através do grau de polarização.

No quinto capítulo se estendeu a idéia de controle da coerência pela polarização, tomando-se por base os resultados obtidos no capítulo quatro, e se desenvolveu uma proposta de fonte de campos térmicos com a possibilidade de total controle sobre os parâmetros de Stokes generalizados (PSG). Foi mostrado que a mistura de campos estatisticamente independentes nos dá liberdade no controle dos PSG, assim como nos permite moldar o Grau de Polarização Cruzado (GPC). Demonstramos numericamente que é possível um campo não polarizado carregar informações de polarização, acessíveis através do GPC.

O capítulo seis aborda a problemática de se medir os Parâmetros de Stokes Generalizados. Usualmente medidos através de interferometria de campo, um processo laborioso e delicado, os PSG são fundamentais para se caracterizar as propriedades estatísticas de campos estocásticos. Neste capítulo demonstramos uma maneira engenhosa de se extrair as informações das correlações cruzadas de um campo térmico através de interferometria de intensidade da frente de onda. Um método é sugerido para medida em tempo real da matrix de coerência ótica e da matrix de polarização do campo, caracterizando completamente o campo ótico de interesse.

Concluimos com uma síntese geral do que foi estudado, ressaltando as contribuições realizadas para a Ótica Estatística, e introduzindo, na íntegra, o artigo produzido e publicado durante esta tese.

CAPÍTULO 1

Ótica Clássica

Damos início a esta tese com uma breve introdução aos conceitos da ótica clássica que estarão presentes ao longo de todo o trabalho. As discussões conduzidas aqui se basearam nas descrições apresentadas no livro texto de Ótica de E. Hecht [1].

1.1 Equações de Maxwell - Onda Eletromagnética

O formalismo que descreve a Luz de forma fundamental é o das Equações de Maxwell, que são a coleção das equações fundamentais do eletromagnetismo, responsáveis pela descrição física de todos os fenômenos eletromagnéticos. São elas:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},\end{aligned}\tag{1.1}$$

onde \mathbf{E} e \mathbf{H} são os campos elétrico e magnético, ϵ_0 e μ_0 são a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética, e ρ e \mathbf{J} são as densidades de carga e de corrente elétrica, respectivamente.

No vácuo, ou seja, na ausência de cargas e correntes elétricas, estas equações tomam a forma:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0\tag{1.2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0\tag{1.3}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\tag{1.4}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}.\tag{1.5}$$

É fácil mostrar, com o auxílio da identidade vetorial:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2(\mathbf{A}), \quad (1.6)$$

e com o uso das divergências 1.2 e 1.3, que as equações 1.4 e 1.5 são separáveis nas variáveis \mathbf{E} e \mathbf{H} :

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}), \\ \nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}) &= \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{E}). \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) + \nabla^2 \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right), \\ \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) + \nabla^2 \mathbf{H} &= \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right). \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad \nabla^2 \mathbf{H} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}. \quad (1.9)$$

Fica claro desta forma que ambos os campos satisfazem à equação de onda:

$$\nabla^2(\quad) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(\quad)}{\partial t^2}, \quad (1.10)$$

onde $c = 299.792.458$ metros por segundo é a velocidade da luz no vácuo, por definição.

Consideramos agora a equação para o campo elétrico:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (1.11)$$

cuja solução mais simples é dada por:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E} \cdot \exp [i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi)] \quad (1.12)$$

onde a frequência ω e o vetor de onda \mathbf{k} satisfazem

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{\omega}{|\mathbf{k}|}. \quad (1.13)$$

Um fato importante sobre o formalismo de Maxwell no vácuo é que sua solução é linear no

campo. Isto implica que a soma de duas ou mais soluções também é solução, e portanto, ondas eletromagnéticas podem se superpor livremente, podendo originar soluções não mais triviais.

De forma equivalente, a solução análoga para o campo magnético é:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H} \cdot \exp [i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi)]. \quad (1.14)$$

Aplicando as Eq. 1.12 e 1.14 nas Eq. 1.4 e 1.5 obtemos a relação local:

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \mu_0 \omega \mathbf{H} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{c} \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E} = \mathbf{B} \quad (1.15)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\varepsilon_0 \omega \mathbf{E} \quad \text{ou} \quad \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{B} = -\frac{1}{c} \mathbf{E}. \quad (1.16)$$

onde $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$. Fica evidente que \mathbf{E} e \mathbf{H} são ortogonais, e que junto com \mathbf{k} formam uma base ortogonal no espaço. Entre outras consequências, temos que os campos Elétrico e Magnético oscilam em fase, e perpendicularmente em relação à direção de propagação da onda, $\hat{\mathbf{k}}$. Ou seja, as equações de Maxwell no vácuo suportam soluções do tipo ondas planas transversais.

Podemos definir ainda o vetor de Poynting, que representa o fluxo de densidade de energia eletromagnética por unidade de área:

$$\mathbf{S} \equiv \mathbf{E} \times \mathbf{H}, \quad (1.17)$$

cuja direção de propagação é a mesma da onda eletromagnética, $\hat{\mathbf{k}}$.

De agora em diante, iremos descrever a luz através apenas do campo elétrico, uma vez que a solução para o campo magnético é acoplada, e este pode ser recuperado através das equações de Maxwell, Eq. 1.1.

1.2 Polarização

Como visto na sessão anterior, o campo elétrico oscila perpendicular à direção de propagação da luz. Isso implica que o vetor de onda $\hat{\mathbf{k}}$ define a normal do plano onde o campo elétrico se encontra, e sua direção instantânea pode ser definida através de duas direções ortogonais nesse plano. O vetor complexo que descreve a diferença de fase e a razão entre os módulos do vetor campo elétrico, este decomposto em dois vetores ortogonais, é dito vetor de polarização ou **estado de polarização**.

1.2.1 Estado de Polarização

Supondo $\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{z}}$ e decompondo o campo elétrico na base (x, y) , podemos definir o vetor de polarização, também chamado de vetor de Jones do campo elétrico, como:

$$|p\rangle \equiv \frac{1}{|\mathbf{E}|} \begin{pmatrix} \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{y}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta e^{i\phi_x} \\ \sin \theta e^{i\phi_y} \end{pmatrix}, \quad (1.18)$$

onde estamos utilizando a notação vetorial de bra-kets, por simplificar nossa notação. O ângulo θ , que descreve o módulo das intensidades nas direções \hat{x} e \hat{y} , junto com a diferença entre ϕ_x e ϕ_y definem o *estado de polarização*. O complexo conjugado do vetor de polarização será, então:

$$\langle p| = (|p\rangle)^\dagger = (\cos \theta e^{-i\phi_x} \quad \sin \theta e^{-i\phi_y}), \quad (1.19)$$

de forma que $\langle p|p\rangle = 1$, ou seja, o vetor polarização é unitário.

Assim, uma forma de denotar o campo elétrico e o seu complexo conjugado, explicitando seu estado de polarizações, é:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= E_0 \exp [i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_0)] |p\rangle \\ \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}, t) &= \langle p| E_0 \exp [-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_0)] \end{aligned} \quad (1.20)$$

onde E_0 é o módulo do campo, ϕ_0 é a fase global do campo e $|p\rangle$ é o estado de polarização. A intensidade do campo elétrico é definida como o módulo quadrado do campo elétrico, e neste caso será:

$$I(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0^2. \quad (1.21)$$

Com esta notação escrevemos, por exemplo, um campo polarizado na direção \hat{x} como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_x(\mathbf{r}, t) |x\rangle = E_0 \exp [i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_0)] |x\rangle \quad (1.22)$$

onde $E_x(\mathbf{r}, t)$ contem a informação referente à fase e ao módulo do campo, e $|x\rangle$ indica o estado de polarização.

A direção instantânea do vetor campo elétrico no plano transversal à propagação não é obrigatoriamente constante, pelo contrário, só é constante se $\phi_x - \phi_y = 0^\circ$ ou 180° , quando é

dito ter Polarização Linear (figura¹ 1.1(a)). De outra forma, a direção e módulo instantâneos do campo elétrico podem variar. No caso em que $\phi_x - \phi_y = \pm 90^\circ$, o vetor campo elétrico gira no plano com módulo constante, e chamamos este caso de Polarização Circular (figura¹ 1.1(b)). Nos outros casos, o módulo instantâneo varia e a direção também, e o campo é dito ter Polarização Elíptica (figura¹ 1.1(c)).

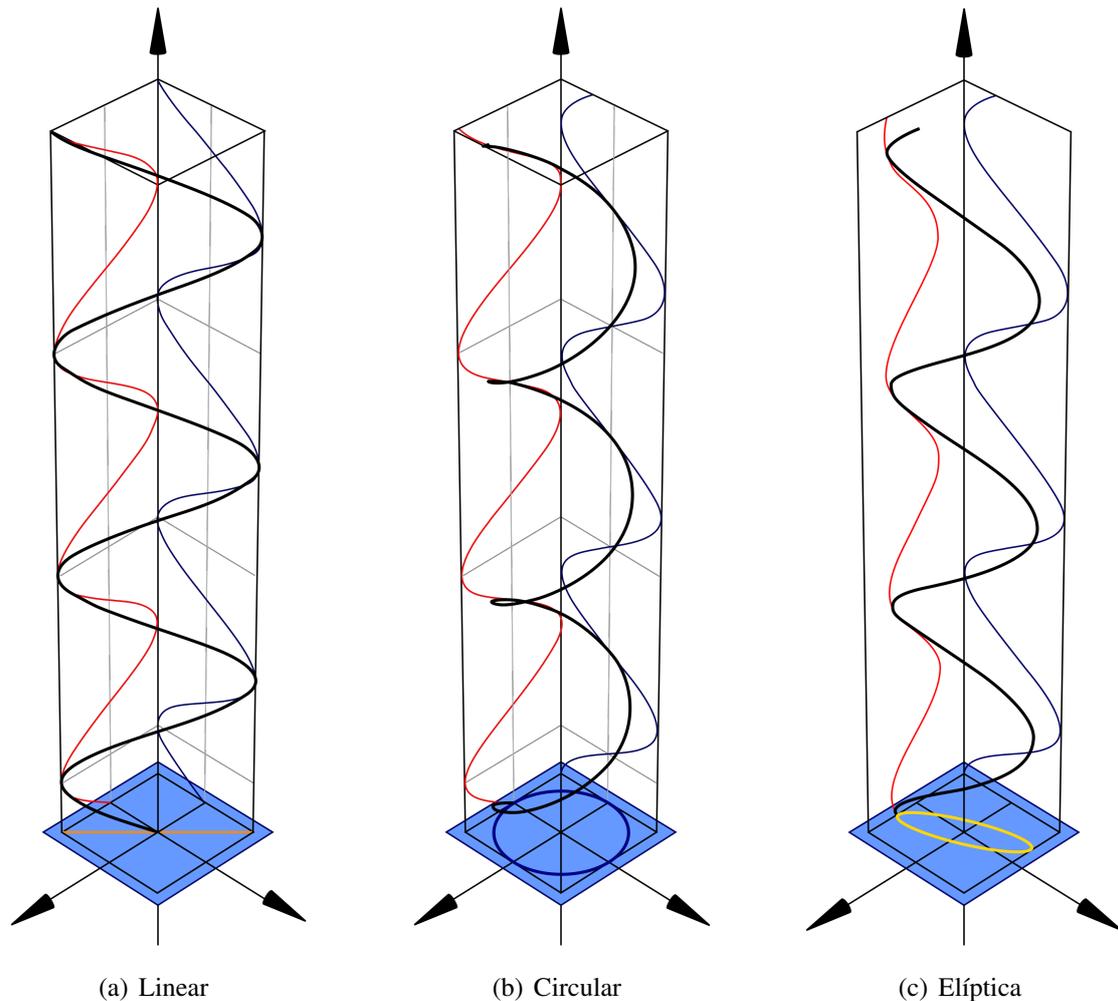


Figura 1.1 Estados de polarizações da Onda Plana Eletromagnética. No gráfico: direção vertical é a direção de propagação da onda e o plano horizontal é o plano de polarização, onde está traçada a trajetória do vetor campo elétrico na propagação; Campo representado pela onda na cor **preta** e suas componentes em \hat{x} e \hat{y} nas cores **vermelho** e **azul**, respectivamente.

Podemos escolher qualquer base, definida por duas direções ortogonais, para descrever o estado de polarização do campo elétrico, porém usamos três bases ortonormais complementares, e seis vetores, para se descrever a polarização da luz. São elas (x,y) , (α,β) e (r,l) ,

¹Imagens retiradas da Wikimedia Commons [2, 3, 4].

respectivamente:

$$\begin{aligned}
 |x\rangle &\equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & |y\rangle &\equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 |\alpha\rangle &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} & |\beta\rangle &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 |r\rangle &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} & |l\rangle &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

A escolha destas bases não é completamente arbitrária. Elas são escolhidas por serem um conjunto mínimo de bases ortogonais necessárias para se descrever completamente o estado de polarização da luz. Podemos escrever qualquer vetor de polarização como a soma ou subtração dos vetores de outra base, a menos de uma fase. A expansão dos vetores de cada base nas outras bases é dada por:

$$\begin{aligned}
 |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle + |\beta\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|r\rangle + |l\rangle), \\
 |y\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle - |\beta\rangle) = \frac{i}{\sqrt{2}} (|r\rangle - |l\rangle), \\
 |\alpha\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle + |y\rangle) = \frac{1+i}{\sqrt{2}} (|r\rangle - i|l\rangle), \\
 |\beta\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle - |y\rangle) = \frac{1-i}{\sqrt{2}} (|r\rangle + i|l\rangle), \\
 |r\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle - i|y\rangle) = \frac{1-i}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle + i|\beta\rangle), \\
 |l\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle + i|y\rangle) = \frac{1+i}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle - i|\beta\rangle).
 \end{aligned} \tag{1.24}$$

Através destas expansões podemos escrever qualquer onda plana eletromagnética, polarizada em qualquer direção de polarização, através da superposição de ondas planas.

1.2.2 Luz Natural e o Grau de Polarização

Uma fonte de luz comum consiste de um grande número de emissores atômicos orientados aleatoriamente. Cada átomo excitado irradia um trem de ondas polarizadas por um breve período de tempo, que corresponde ao tempo de vida do estado excitado, que no espectro visível é de cerca de 10^{-8} s. Em uma dada direção, todas as emissões *com a mesma frequência* se com-

binam para formar uma única onda resultante polarizada, que persiste por não mais de $10^{-8}s$. Novos trens de onda são constantemente emitidos, e a polarização global muda de uma forma completamente imprevisível. Se essas mudanças na direção de polarização ocorrem aleatoriamente em uma taxa tão rápida que torna qualquer estado único de polarização indiscernível, a onda eletromagnética é conhecida como luz natural. É também conhecida como luz não polarizada, mas isso é um erro, uma vez que, na realidade, a luz é composta por uma sucessão dos diferentes estados de polarização que variam rapidamente. *Luz aleatoriamente Polarizada* é a melhor maneira de se referir à luz natural. Além da flutuação em polarização, a luz natural também apresenta flutuação em intensidade, já que cada trem de onda possui uma intensidade própria. Assim, a forma de caracterizar a intensidade da luz natural é através da intensidade média, definida como a média simples sobre uma série suficientemente grande de medidas de intensidades instantâneas:

$$\langle I(\mathbf{r}) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I(\mathbf{r}, t_n), \quad (1.25)$$

ou no limite contínuo:

$$\langle I(\mathbf{r}) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t=0}^T I(\mathbf{r}, t) dt. \quad (1.26)$$

Uma maneira simples de se entender a luz aleatoriamente polarizada, é pensar que ela é a superposição de duas ondas planas de mesma intensidade, polarizadas em estados ortogonais, e *com diferença de fase* $\Delta\phi = \phi_i - \phi_j$ *aleatória*. Ondas com fase aleatória são ditas Parcialmente Coerentes, e são o objeto de estudo desta tese.

É importante ter em mente que ondas planas monocromáticas e polarizadas são representações aproximadas do campo eletromagnético, e que na realidade, o vetor campo elétrico de toda onda eletromagnética flutua, variando de forma que não é completamente aleatória nem completamente determinística.

A forma de se descrever o estado de polarização de um campo eletromagnético, levando-se em conta a possibilidade de se ter Polarização Parcial, é através dos Parâmetros de Stokes (PS), usualmente definidos como:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}) &= \langle E_x^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle + \langle E_y^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle = \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle = \langle I(\mathbf{r}) \rangle \\
S_1(\mathbf{r}) &= \langle E_x^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle - \langle E_y^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle = \langle I_x(\mathbf{r}) \rangle - \langle I_y(\mathbf{r}) \rangle \\
S_2(\mathbf{r}) &= \langle E_y^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle + \langle E_x^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle = 2\Re[\langle E_x^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle] \\
S_3(\mathbf{r}) &= i[\langle E_y^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle - \langle E_x^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle] = 2\Im[\langle E_x^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle], \quad (1.27)
\end{aligned}$$

onde $\Re[c]$ e $\Im[c]$ indicam, respectivamente, a parte real e a parte imaginária de um número complexo c . É importante notar que existem apenas três graus de liberdade governando os quatro parâmetros, o módulo de cada campo e a diferença de fase entre eles.

Outra maneira de escrever os PS, de forma à transparecer seu significado físico é:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}) &= \langle E_x^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle + \langle E_y^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle = \langle I(\mathbf{r}) \rangle \\
S_1(\mathbf{r}) &= \langle E_x^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle - \langle E_y^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle = \langle I_x(\mathbf{r}) \rangle - \langle I_y(\mathbf{r}) \rangle \\
S_2(\mathbf{r}) &= \langle E_\alpha^*(\mathbf{r})E_\alpha(\mathbf{r}) \rangle - \langle E_\beta^*(\mathbf{r})E_\beta(\mathbf{r}) \rangle = \langle I_\alpha(\mathbf{r}) \rangle - \langle I_\beta(\mathbf{r}) \rangle \\
S_3(\mathbf{r}) &= \langle E_l^*(\mathbf{r})E_l(\mathbf{r}) \rangle - \langle E_r^*(\mathbf{r})E_r(\mathbf{r}) \rangle = \langle I_l(\mathbf{r}) \rangle - \langle I_r(\mathbf{r}) \rangle. \quad (1.28)
\end{aligned}$$

Assim, fica claro que $S_0(\mathbf{r})$ é a intensidade média total do campo e os outros parâmetros são a diferença entre as intensidades médias de polarizações ortogonais, $S_1(\mathbf{r})$ na base (x, y) , $S_2(\mathbf{r})$ na base (α, β) e $S_3(\mathbf{r})$ na base (r, l) .

Podemos, a partir dos PS, definir o Grau de Polarização da luz:

$$\wp(\mathbf{r}) = \frac{\sqrt{|S_1(\mathbf{r})|^2 + |S_2(\mathbf{r})|^2 + |S_3(\mathbf{r})|^2}}{S_0(\mathbf{r})}, \quad (1.29)$$

que nos diz *quanto* da luz é polarizada, onde no limite superior $\wp = 1$ indica que a luz é completamente polarizada e no limite inferior $\wp = 0$ indica que a luz é aleatoriamente polarizada.

Um forma inteligente de se visualizar os Parâmetros de Stokes é através da Esfera de Poincarè, que nada mais é do que a superfície definida pelo vetor tridimensional (S_1, S_2, S_3) , parametrizado em coordenadas esféricas.

Sejam as coordenadas esféricas do estado de polarização definidas como:

$$I_p = \sqrt{|S_1(\mathbf{r})|^2 + |S_2(\mathbf{r})|^2 + |S_3(\mathbf{r})|^2}$$

$$2\psi = \arctan\left(\frac{S_2(\mathbf{r})}{S_1(\mathbf{r})}\right)$$

$$2\chi = \arctan\left(\frac{S_3(\mathbf{r})}{\sqrt{|S_1(\mathbf{r})|^2 + |S_2(\mathbf{r})|^2}}\right),$$

logo podemos representar o estado de polarização na esfera de Poincaré, como apresentado na figura¹ 1.2.

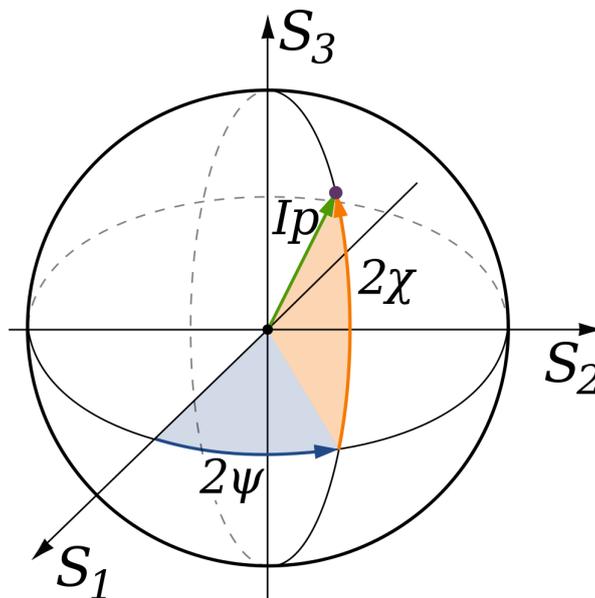


Figura 1.2 Esfera de Poincaré. As coordenadas cartesianas são os parâmetros de Stokes S_1, S_2 e S_3 , e as coordenadas esféricas são a parametrização destes parâmetros. O raio da esfera é dado pelo Grau de Polarização da luz.

O que nos resta definir agora é *COMO MEDIR* os parâmetros da luz, e como representar os processos óticos matematicamente.

¹Imagem retirada da Wikimedia Commons [5].

1.3 Elementos Óticos - Cálculo de Jones

Nem tudo é vácuo! O estudo da luz depende fundamentalmente de elementos óticos. Por sorte, as Equações de Maxwell em materiais dielétricos são as mesmas Equações que para o vácuo, com a mudança das constantes de permissividade elétrica, ϵ_0 , e permeabilidade magnética, μ_0 , que são substituídas pelas constantes correspondentes no meio, ϵ e μ . Consequentemente, a velocidade de propagação da onda eletromagnética no meio material é:

$$v = (\mu\epsilon)^{-1/2} \quad (1.30)$$

Definimos o *Índice de Refração Linear* n como a razão entre a velocidade da luz no vácuo pela velocidade da luz no meio material:

$$n = \frac{c}{v} \quad (1.31)$$

Cada material tem um índice próprio, que depende das propriedades microscópicas do meio. Na realidade, o índice de refração também depende da frequência da radiação, o que é chamado de *Dispersão*. Por exemplo, a dispersão do vidro é responsável pelo belo efeito do prisma, que separa espacialmente as componentes de frequência, decompondo a luz branca num arco-íris de cores.

Matematicamente, representamos os elementos óticos como matrizes, que quando aplicadas ao campo eletromagnético, o modificam, levando o campo inicial a um campo final. Estas matrizes são usualmente chamadas de Matrizes de Jones do elemento ótico, e são uma boa descrição da atuação dos elementos óticos em ondas planas transversais.

1.3.1 Polarizadores

Um polarizador linear é um elemento cuja função é filtrar um dado estado de polarização do campo eletromagnético. É fácil perceber que a representação de um polarizador que filtra a componente $|y\rangle$ do campo, deixando passar apenas a componente $|x\rangle$, é dada por:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (1.32)$$

De maneira geral, um elemento de polarização é dado por um operador projetor, \mathbf{Pol}_i , no estado de polarização $|i\rangle$ desejado:

$$\mathbf{Pol}_i = |i\rangle\langle i|, \quad (1.33)$$

de forma que a aplicação do projetor sobre o campo se dá através do produto:

$$E_i|i\rangle = \mathbf{Pol}_i \cdot \mathbf{E} = E|i\rangle\langle i|p\rangle, \quad (1.34)$$

onde $|p\rangle$ é o estado de polarização do campo antes do polarizador, e $E_i = \langle i|p\rangle E$ é o campo após o polarizador, completamente polarizado no estado de polarização $|i\rangle$.

É importante perceber que os elementos de polarização não preservam a norma do campo, no geral. Eles absorvem a componente do campo que é ortogonal ao vetor de polarização² do polarizador, deixando passar apenas a componente paralela. Os elementos polarizadores em cada um dos seis estados de polarização, definidos em 1.23, são dados pelos seguintes operadores:

$$\begin{aligned} \mathbf{Pol}_x &= |x\rangle\langle x| = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \mathbf{Pol}_y &= |y\rangle\langle y| = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \mathbf{Pol}_\alpha &= |\alpha\rangle\langle\alpha| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} & \mathbf{Pol}_\beta &= |\beta\rangle\langle\beta| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\ \mathbf{Pol}_r &= |r\rangle\langle r| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} & \mathbf{Pol}_l &= |l\rangle\langle l| = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Interessante notar que, como é de se esperar, o produto de dois projetores com estados ortogonais é nulo.

Utilizando esta notação, podemos reescrever os Parâmetros de Stokes definidos em 1.28, de forma que fiquem evidentes os processos de medida necessários para sua obtenção:

$$\begin{aligned} S_0(\mathbf{r}) &= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle \\ S_1(\mathbf{r}) &= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{Pol}_x\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle - \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{Pol}_y\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle \\ S_2(\mathbf{r}) &= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{Pol}_\alpha\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle - \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{Pol}_\beta\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle \\ S_3(\mathbf{r}) &= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{Pol}_l\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle - \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{Pol}_r\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle, \end{aligned} \quad (1.36)$$

ou seja, os parâmetros de Stokes podem ser entendidos como a diferença dos valores esperados de operadores de polarização ortogonais.

Podemos ainda explicitar a operação de projeção nas bases, substituindo os operadores de polarização pelos projetores equivalentes:

²Vetor de polarização e estado de polarização são a mesma coisa, porém o entendimento do efeito de um polarizador é mais facilmente entendido quando nos referimos à vetores e matrizes.

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}) &= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle \\
S_1(\mathbf{r}) &= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})|x\rangle\langle x|\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle - \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})|y\rangle\langle y|\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle \\
S_2(\mathbf{r}) &= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})|\alpha\rangle\langle \alpha|\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle - \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})|\beta\rangle\langle \beta|\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle \\
S_3(\mathbf{r}) &= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})|l\rangle\langle l|\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle - \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r})|r\rangle\langle r|\mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle.
\end{aligned} \tag{1.37}$$

Esta última forma de representar os parâmetros de Stokes será a mais utilizada de agora em diante, devido à sua clareza e simplicidade matemática.

1.3.2 Rotação de Elementos Óticos

Um polarizador linear é capaz de polarizar a luz em qualquer direção linear, desde que seja rotacionado para filtrar a componente certa. O mesmo elemento ótico que polariza a luz em $|x\rangle$ pode ser usado para polarizar a luz em $|\alpha\rangle$ ou $|y\rangle$, basta rodar o polarizador. A operação de rodar um elemento ótico \mathbf{J} de um ângulo θ em relação ao eixo x é dada por:

$$\mathbf{J}(\theta) = \mathbf{R}(\theta) \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{R}^\dagger(\theta), \tag{1.38}$$

onde a matriz de rotação é dada por:

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \tag{1.39}$$

É fácil verificar que a matriz de Jones de um polarizador em $|\alpha\rangle$ é dado pela matriz de Jones do polarizador em $|x\rangle$ rodado de $\theta = 45^\circ$:

$$\mathbf{Pol}_x(45^\circ) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{Pol}_\alpha. \tag{1.40}$$

Assim, com esta operação é possível determinar a matriz de Jones rotacionada de qualquer elemento ótico.

1.3.3 Elementos de Retardo de Fase

Elementos de retardo de fase são componentes óticos cuja função é retardar o campo eletromagnético de uma fase ϕ . A matriz de Jones para um elemento de retardo isotrópico é:

$$\Phi_{iso} = \mathbf{I}e^{i\phi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} e^{i\phi} = \begin{pmatrix} e^{i\phi} & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix}. \quad (1.41)$$

Existem ainda meios cujo índice de refração é anisotrópico, ou seja, que respondem diferentemente para cada direção de polarização. A forma mais comum, e indiscutivelmente de uso mais difundida na ótica, são os cristais transparentes birefringentes, como a Calcita ou a Mica. Cristais birefringentes são de importância na ótica devido ao seu uso na construção de elementos de retardo de fase.

Os elementos de retardo de fase são elementos óticos construídos com a função de retardar uma das componentes do Campo Eletromagnético em relação à componente ortogonal. Para isso, o elemento ótico deve possuir índice de refração variando perpendicularmente à direção de propagação da radiação, de forma que a direção com maior índice seja ortogonal à direção com menor índice.

A matriz de Jones de um elemento de retardo de fase relativo, que retarda a componente \hat{x} de ϕ_x e a componente \hat{y} de ϕ_y , é dada por:

$$\Phi_{rel} = \begin{pmatrix} e^{i\phi_x} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_y} \end{pmatrix}. \quad (1.42)$$

Elementos de retardo de fase tem uma aplicação especial na ótica, pois são capazes de transformar uma componente de polarização em outra.

Esses elementos especiais são chamados de lâmina de Meia Onda - pois atrasa uma direção de $\phi = \pi$ em relação à direção ortogonal - e de lâmina de Quarto de Onda - pois atrasa uma direção de $\phi = \pi/2$ em relação à direção ortogonal. A lâmina de Meia Onda com direção rápida horizontal ou vertical é dada por:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.43)$$

Já a matriz de Jones para a lâmina de Meia Onda rotacionada de um ângulo θ em relação ao eixo x é dada por:

$$\mathbf{M}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}. \quad (1.44)$$

As matrizes de Jones da lâmina de Quarto de Onda, cujas direções rápidas são horizontal e vertical, são dadas respectivamente por:

$$\mathbf{Q}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \quad \mathbf{Q}_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \quad (1.45)$$

e a matriz de Jones para lâmina de Quarto de Onda, cuja direção rápida forma um ângulo θ em relação ao eixo x é dada por:

$$\mathbf{Q}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta - i \sin^2 \theta & (1+i) \sin \theta \cos \theta \\ (1+i) \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta - i \cos^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (1.46)$$

1.3.4 Sequência de Elementos Óticos

Por fim, destacamos aqui a atuação em série de mais de um elemento ótico sobre o campo. Se um dado campo inicial \mathbf{E}_a atravessa um dado elemento ótico \mathbf{J}_1 , e em seguida um outro elemento \mathbf{J}_2 , é evidente que o campo que atravessa o segundo elemento é o que sai do primeiro, $\mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_i$. Ou seja, o campo final \mathbf{E}_b será:

$$\mathbf{E}_b = \mathbf{J}_2 \cdot (\mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_a). \quad (1.47)$$

Porém, se o campo inicial atravessar primeiro o elemento \mathbf{J}_2 e depois o elemento \mathbf{J}_1 , o campo final será:

$$\mathbf{E}_c = \mathbf{J}_1 \cdot (\mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{E}_a) \neq \mathbf{E}_b, \quad (1.48)$$

ou seja, a ordem de operação das matrizes de Jones importa!

A forma correta de descrever a aplicação de vários elemento óticos é preservando a ordem na qual eles são aplicados, onde o último elemento ótico, \mathbf{J}_k , que o campo atravessa deve ter sua matriz como primeiro elemento multiplicativo, na sequência, até o primeiro elemento \mathbf{J}_1 , cuja matriz deve ser a primeira ao lado do Campo \mathbf{E}_i , e última da sequência. Ou seja:

$$\mathbf{E}_f = \mathbf{J}_k \cdot \mathbf{J}_{k-1} \dots \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_i. \quad (1.49)$$

É importante lembrar aqui que o produto de dois filtros polarizadores em estados ortogonais é nulo, logo o processo de polarizar a luz e em seguida polarizar novamente em direção ortogonal resulta em intensidade nula. Ou seja, aplicar dois polarizadores ortogonais em sequência resulta na total absorção do campo, anulando completamente a intensidade.

Desta forma, concluímos a descrição dos principais elementos óticos e suas atuações sobre o campo eletromagnético.

CAPÍTULO 2

Ótica Estatística

No capítulo anterior apresentamos algumas descrições fundamentais da ótica clássica, e agora, damos continuidade apresentando os conceitos fundamentais dos estudos estatísticos da luz, tomando por base o livro texto de L. Mandel e E. Wolf [6].

2.1 Superposição de Ondas - Interferência

As Equações de Maxwell são lineares no campo, o que implica que a soma de duas ou mais soluções também é uma solução. Na realidade, onda planas monocromáticas são uma aproximação, pois na natureza o campo eletromagnético se apresenta como a superposição de várias ondas planas, resultando nas mais diversas formas de onda.

Tomemos como ponto de partida o caso mais geral de duas ondas planas monocromáticas distintas:

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = E_1 \exp [i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t + \phi_1)] |p_1\rangle \quad (2.1)$$

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = E_2 \exp [i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t + \phi_2)] |p_2\rangle, \quad (2.2)$$

onde E_i e ϕ_i são o módulo e a fase de cada onda, ω_i e k_i a frequência e o vetor de onda, e $|p_i\rangle$ o vetor de polarização, com $i = 1, 2$.

A superposição destas duas ondas será simplesmente a soma, ou seja:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t). \quad (2.3)$$

Logo, a intensidade instantânea da superposição será:

$$\begin{aligned} I(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ &= \mathbf{E}_1^\dagger(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2^\dagger(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_1^\dagger(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2^\dagger(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) \\ &= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\Re\{\langle p_1|p_2\rangle e^{i(\phi_2 - \phi_1)} \exp [i(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \Delta\omega t)]\}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$ e $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$.

Supondo agora que as duas ondas estejam em fase e possuam a mesma polarização, ou seja, são coerentes entre si, observamos que a intensidade instantânea da superposição será:

$$I(\mathbf{r}, t) = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \Delta\omega t). \quad (2.5)$$

A superposição coerente de duas ondas com vetor de onda e frequência distintas dá origem ao fenômeno chamado de *batimento*, que nada mais é do que uma modulação espaço-temporal da intensidade da onda, cuja frequência espacial da modulação é dada por $\Delta\mathbf{k}$ e a frequência temporal é $\Delta\omega$. Ou seja, observando a intensidade da superposição, em função do tempo, em uma dada posição do espaço, vemos esta oscilar entre $I = 0$ e $I = (E_1 + E_2)^2$ com frequência $\Delta\omega$. E se observamos instantaneamente a intensidade ao longo do espaço, ou seja, 'tiramos uma foto' da distribuição espacial de intensidade, vemos que esta varia ao longo de \mathbf{r} , oscilando entre $I = 0$ e $I = (E_1 + E_2)^2$ com frequência espacial $\Delta\mathbf{k}$.

Por outro lado, se as ondas eletromagnéticas tem a mesma frequência e vetor de onda, porém uma relação de fase $\Phi = \phi_2 - \phi_1$ constante, a intensidade será:

$$I(\mathbf{r}, t) = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos(\Phi), \quad (2.6)$$

independente do tempo ou da posição, mas dependente apenas da diferença de fase.

Se a diferença de fase é nula, a intensidade será $I = (E_1 + E_2)^2$ e dizemos que a interferência é *construtiva*. Já se a diferença de fase for $\Phi = \pi$, ou seja, os campos estiverem fora de fase, a intensidade será $I = 0$ e dizemos que a interferência é *destrutiva*.

Ao longo desta tese estaremos interessados apenas no caso em que as ondas se sobrepondo possuem a mesma 'cor', ou seja, possuem a mesma frequência e o mesmo vetor de onda, porém com relação de fase $\Phi = \phi_2 - \phi_1$ *não regular*. Isto é, estamos interessados em estudar a superposição de ondas parcialmente coerentes, e parcialmente polarizadas.

Assim, para o caso de campos eletromagnético parcialmente coerentes de mesma cor, a intensidade instantânea da superposição será:

$$\begin{aligned} I(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ &= \mathbf{E}_1^\dagger(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2^\dagger(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_1^\dagger(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2^\dagger(\mathbf{r}, t)\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) \\ &= E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \Re\{\langle p_1 | p_2 \rangle e^{i(\phi_2 - \phi_1)}\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

O valor médio da intensidade, ou valor esperado, será a média sobre o ensemble de realizações. Não iremos aqui assumir o valor como uma média no tempo ou no espaço, mais simplesmente como uma média sobre as medidas realizadas. Consideraremos apenas que os campos envolvidos são estatisticamente estacionários, ou seja, suas características estatísticas não mudam de uma realização para outra. De tal forma, o valor esperado fica definido como:

$$\langle I \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_n. \quad (2.8)$$

Assumindo que o campo possua intensidade média homogênea no espaço, teremos para a superposição parcialmente coerente uma intensidade esperada do tipo:

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \Re \{ \langle p_1 | p_2 \rangle \langle e^{i(\phi_2 - \phi_1)} \rangle \}. \quad (2.9)$$

Definimos então o termo de interferência, que nos diz qual é a razão de fase média entre os campos:

$$\gamma_{12} = \langle \mathbf{E}_1^\dagger(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) \rangle = \sqrt{I_1 I_2} \langle p_1 | p_2 \rangle \langle e^{i(\phi_2 - \phi_1)} \rangle, \quad (2.10)$$

e reescrevemos a interferência de dois campos parcialmente coerentes como:

$$\langle I \rangle = I_1 + I_2 + 2\Re \{ \gamma_{12} \}. \quad (2.11)$$

A função γ_{12} é chamada de *Função de Coerência Mútua*, ou *Função de Correlação*, e é um dos pilares da análise estatística das flutuações de fase espacial [6]. É importante notar que aqui não definimos quem são \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 , apenas mostramos qual será o valor médio da intensidade quando estes estão sobrepostos.

Um forma de observar a Função de Coerência Mútua de um campo, no espaço ou no tempo, é através de interferômetros. Estes dispositivos sobrepõe o campo com uma cópia de si mesmo, defasada de um tempo τ ou de uma distância d . Analisando as intensidades médias, obtemos γ . Estamos especialmente interessados na Função de Correlação no domínio Espacial, e o interferômetro padrão para isso é o Interferômetro de Young, também conhecido como interferômetro de dupla fenda. De agora em diante, estaremos assumindo que todos os campos estudados são monocromáticos.

2.1.1 Interferômetro de Young

Em 1802, Thomas Young realizou um simples experimento como forma de mostrar a teoria ondulatória da luz [7]. Seu experimento consistia em bloquear a frente de onda de um campo espacialmente coerente, deixando a luz se propagar apenas através de duas aberturas separadas de uma distância d . Posicionando um anteparo suficientemente distante, observou a interferência entre os campos originados dos dois orifícios.

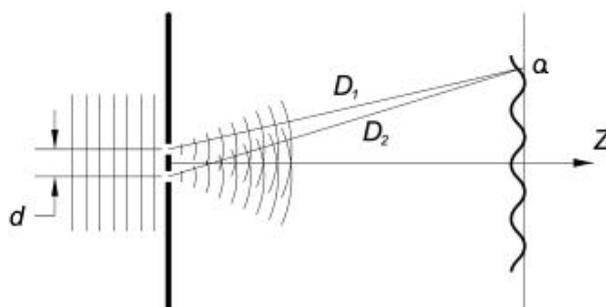


Figura 2.1 Interferômetro de Young.

Assim, o campo que chega no anteparo nada mais é do que a soma dos campos de cada fenda, propagados até o anteparo. Para um campo monocromático e coerente, o campo que chega na fenda 1 é exatamente igual ao que chega na fenda 2. Assim temos que a intensidade é dada pela equação 2.6, onde a diferença de fase Φ é simplesmente dada pela diferença de caminho ótico até o ponto no anteparo.

$$\Phi = \mathbf{k} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \mathbf{k} \cdot \Delta \mathbf{r}, \quad (2.12)$$

e portanto, a intensidade será dada por:

$$\langle I \rangle = 2|E|^2(1 + \cos(\mathbf{k} \cdot \Delta \mathbf{r})). \quad (2.13)$$

Na aproximação de Fraunhofer, consideramos que a distância z até o anteparo é muito maior que a distância entre as fendas, ou seja $z \gg d$, e portanto a diferença de caminho até um dado ponto a no anteparo pode ser aproximada por:

$$\Delta \mathbf{r} \approx \frac{ad}{z}, \quad (2.14)$$

e assim a intensidade em função da fase e do comprimento de onda será aproximadamente:

$$\langle I(a) \rangle \approx 2|E|^2 \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{ad}{\lambda_z} \right) \right]. \quad (2.15)$$

Isto significa que a intensidade será modulada em função da posição no anteparo por uma função cosseno. É evidente então que no caso coerente a intensidade terá um mínimo absoluto igual a zero, e um máximo igual a duas vezes a soma das intensidades em cada fenda.

Porém, para um campo monocromático parcialmente coerente e polarizado, a intensidade será dada pela equação 2.7, onde o campo \mathbf{E}_1 é o campo que chega na abertura 1 e o campo \mathbf{E}_2 é o campo que chega na abertura 2. Assim, além da diferença de caminho ótico, a diferença de fase também depende da diferença das fases do campo em cada fenda, ou seja:

$$\Phi = \mathbf{k} \cdot \Delta \mathbf{r} + (\phi_2 - \phi_1). \quad (2.16)$$

Assumindo as mesmas aproximações utilizadas para um campo coerente, temos que a intensidade será:

$$\langle I(a) \rangle \approx 2|E|^2 \left[1 + \left\langle \cos \left(2\pi \frac{ad}{\lambda_z} + (\phi_2 - \phi_1) \right) \right\rangle \right], \quad (2.17)$$

ou seja, dependente da razão de fase média entre os campos em cada fenda. Se, por exemplo, as fases forem completamente independentes, a diferença entre as fases poderá assumir qualquer valor, conseqüentemente o cosseno poderá assumir qualquer valor e portanto o valor esperado do cosseno será *zero!* A intensidade não será modulada, e a observação do campo no anteparo revelará um borrão contínuo, sem flutuações espaciais na intensidade média.

Porém, para o caso de coerência parcial entre o campo que chega em cada fenda, ou seja, quando as flutuações de fase não são completamente independentes e a diferença de fase flutua em torno de um valor médio da fase, temos que a intensidade do campo no anteparo será modulada, mais não mais chegará à zero.

O parâmetro chamado de *Visibilidade* é então definido como a diferença entre a intensidade máxima e a intensidade mínima do campo chegando ao anteparo, normalizada pela soma destas.

$$Viz = \frac{\langle I \rangle_{MAX} - \langle I \rangle_{MIN}}{\langle I \rangle_{MAX} + \langle I \rangle_{MIN}}. \quad (2.18)$$

Para o Interferômetro de Young, é evidente que o valor de máximo será atingido quando o argumento do cosseno for um múltiplo par de π , e o mínimo será quando o cosseno for um múltiplo ímpar de π . Para um campo perfeitamente coerente, fica claro que $Viz = 1$ e para o

caso de completa incoerência é claro que $V_{iz} = 0$.

Já para o caso de coerência parcial, temos que a visibilidade das franjas de interferência será:

$$V_{iz} = \langle \cos(\phi_2 - \phi_1) \rangle \quad (2.19)$$

Isso nos sugere que o Interferômetro de Young é uma boa maneira de medir a coerência do campo.

2.2 A função de coerência mútua e o grau complexo de coerência

Vamos reescrever a visibilidade do interferômetro de Young, partindo da equação 2.7, onde os campos \mathbf{E}_1 e \mathbf{E}_2 são idênticos, com excessão das fases, que passam a ser o fator fundamental da descrição estatística das flutuações espaciais. Adicionalmente, a menos que seja explicitado, todo campo será tido como polarizado, e campos não polarizados serão descritos como a soma de dois campos polarizados ortogonalmente, com fases completamente independentes. Por fim, iremos supor, dentro do limite aproximativo da difração de Fraunhofer, que os campos se propagam na direção \hat{z} , e que a variável de posição \mathbf{r} se refere à posição no plano de observação do campo, sempre transversa à propagação:

$$\mathbf{r} = \sqrt{x^2 + y^2} \hat{\mathbf{r}}. \quad (2.20)$$

Assim, os campos, polarizados, chegando nas aberturas do interferômetro de Young serão escritos como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) &= \mathbf{E}(\mathbf{r}_1) = E(\mathbf{r}_1) \exp [i(k \cdot z - \omega t + \phi(\mathbf{r}_1))] |p\rangle \\ \mathbf{E}_2(\mathbf{r}) &= \mathbf{E}(\mathbf{r}_2) = E(\mathbf{r}_2) \exp [i(k \cdot z - \omega t + \phi(\mathbf{r}_2))] |p\rangle. \end{aligned} \quad (2.21)$$

A intensidade média da superposição dos campos, no anteparo de observação após as fendas, será modulada, dependendo da posição \mathbf{a} no anteparo, e da diferença de fase. Substituindo os campos da equação 2.21 na equação 2.7, e levando-se em conta a diferença de caminho ótico, teremos:

$$\begin{aligned}
 \langle I(\mathbf{a}) \rangle &= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1)\mathbf{E}(\mathbf{r}_1) \rangle + \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_2)\mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \rangle + 2\Re\{\langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1)\mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \rangle\} \\
 &= |E(\mathbf{r}_1)|^2 + |E(\mathbf{r}_2)|^2 + 2|E(\mathbf{r}_1)||E(\mathbf{r}_2)|\Re\{e^{i2\pi\frac{ad}{\lambda_z}}\langle e^{i[\phi(\mathbf{r}_2)-\phi(\mathbf{r}_1)]} \rangle\}. \quad (2.22)
 \end{aligned}$$

O valor da exponencial em função da distância a é bem definido e periódico. Já o valor esperado da diferença de fases depende da dependência estatística entre as fases do campo em cada abertura. Assim, os valores de máximo e de mínimo dependem diretamente do módulo do valor esperado entre as fases:

$$\langle I(\mathbf{a}) \rangle = |E(\mathbf{r}_1)|^2 + |E(\mathbf{r}_2)|^2 + 2|E(\mathbf{r}_1)||E(\mathbf{r}_2)|\cos\left(2\pi\frac{ad}{\lambda_z}\right)\left|\langle e^{i[\phi(\mathbf{r}_2)-\phi(\mathbf{r}_1)]} \rangle\right|. \quad (2.23)$$

Logo, a *Função de Coerência Mútua* do campo, nas posições \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 , fica escrita como:

$$\gamma_{12} = \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1)\mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \rangle = |E(\mathbf{r}_1)||E(\mathbf{r}_2)|\langle e^{i(\phi(\mathbf{r}_2)-\phi(\mathbf{r}_1))} \rangle, \quad (2.24)$$

e, assim, reescrevemos a intensidade no anteparo como:

$$\langle I(\mathbf{a}) \rangle = |E(\mathbf{r}_1)|^2 + |E(\mathbf{r}_2)|^2 + 2|\gamma_{12}|\cos\left(2\pi\frac{ad}{\lambda_z}\right). \quad (2.25)$$

De posse da intensidade esperada no anteparo, podemos escrever o valor da visibilidade das franjas de interferência:

$$\text{Vis}_{12} = \frac{\langle I \rangle_{MAX} - \langle I \rangle_{MIN}}{\langle I \rangle_{MAX} + \langle I \rangle_{MIN}} = \frac{2|\gamma_{12}|}{|E(\mathbf{r}_1)|^2 + |E(\mathbf{r}_2)|^2}, \quad (2.26)$$

onde podemos explicitar o valor de γ_{12} :

$$\text{Vis}_{12} = \frac{2|E(\mathbf{r}_1)||E(\mathbf{r}_2)|}{|E(\mathbf{r}_1)|^2 + |E(\mathbf{r}_2)|^2}\left|\langle e^{i(\phi(\mathbf{r}_2)-\phi(\mathbf{r}_1))} \rangle\right|. \quad (2.27)$$

Para o caso no qual a intensidade média chegando em cada abertura é a mesma, ou seja, $|E(\mathbf{r}_1)| = |E(\mathbf{r}_2)|$, teremos que:

$$\text{Vis}_{12} = \left|\langle e^{i(\phi(\mathbf{r}_2)-\phi(\mathbf{r}_1))} \rangle\right|. \quad (2.28)$$

Portanto, a visibilidade em um experimento de fenda dupla nos fornece a correlação das fases que chegam em cada abertura. De modo geral, definimos a função de correlação de fases como *Grau Complexo de Coerência* (GCC)[6]:

$$\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1)\mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \rangle}{\sqrt{\langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1)\mathbf{E}(\mathbf{r}_1) \rangle \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_2)\mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \rangle}} = \langle e^{i(\phi(\mathbf{r}_2) - \phi(\mathbf{r}_1))} \rangle, \quad (2.29)$$

que nos permite definir a visibilidade como:

$$V_{iz12} = \frac{2|E(\mathbf{r}_1)||E(\mathbf{r}_2)|}{|E(\mathbf{r}_1)|^2 + |E(\mathbf{r}_2)|^2} |\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|. \quad (2.30)$$

2.2.1 Interferômetro de Young com luz parcialmente polarizada

Vamos agora observar o caso no qual a luz chegando no Interferômetro de dupla fenda não é polarizada. Neste caso, iremos denotar a luz parcialmente polarizada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}_1) &= E(\mathbf{r}_1) \exp [i(k \cdot z - \omega t)] \{ e^{i\phi_x(\mathbf{r}_1)} |x\rangle + e^{i\phi_y(\mathbf{r}_1)} |y\rangle \} \\ \mathbf{E}(\mathbf{r}_2) &= E(\mathbf{r}_2) \exp [i(k \cdot z - \omega t)] \{ e^{i\phi_x(\mathbf{r}_2)} |x\rangle + e^{i\phi_y(\mathbf{r}_2)} |y\rangle \}, \end{aligned} \quad (2.31)$$

pois deixa claro a existência de componentes ortogonais de campo chegando em cada fenda.

Logo, a função de coerência mútua será:

$$\begin{aligned} \gamma_{12} &= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1)\mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= E(\mathbf{r}_1)E(\mathbf{r}_2) \langle [\langle x|e^{-i\phi_x(\mathbf{r}_1)} + \langle y|e^{-i\phi_y(\mathbf{r}_1)}] [e^{i\phi_x(\mathbf{r}_2)} |x\rangle + e^{i\phi_y(\mathbf{r}_2)} |y\rangle] \rangle \\ &= E(\mathbf{r}_1)E(\mathbf{r}_2) [\langle e^{i(\phi_x(\mathbf{r}_2) - \phi_x(\mathbf{r}_1))} \rangle + \langle e^{i(\phi_y(\mathbf{r}_2) - \phi_y(\mathbf{r}_1))} \rangle], \end{aligned} \quad (2.32)$$

e a visibilidade deste experimento é:

$$V_{iz12} = \frac{|E(\mathbf{r}_1)||E(\mathbf{r}_2)|}{|E(\mathbf{r}_1)|^2 + |E(\mathbf{r}_2)|^2} \left| \langle e^{i(\phi_x(\mathbf{r}_2) - \phi_x(\mathbf{r}_1))} \rangle + \langle e^{i(\phi_y(\mathbf{r}_2) - \phi_y(\mathbf{r}_1))} \rangle \right|. \quad (2.33)$$

Supondo intensidade média espacialmente homogênea, a visibilidade será:

$$V_{iz12} = \frac{1}{2} \left| \langle e^{i(\phi_x(\mathbf{r}_2) - \phi_x(\mathbf{r}_1))} \rangle + \langle e^{i(\phi_y(\mathbf{r}_2) - \phi_y(\mathbf{r}_1))} \rangle \right| = |\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|, \quad (2.34)$$

ou seja, o módulo da média dos Graus Complexos de Coerência dos campos em cada estado de

polarização, que é o módulo do próprio *GCC do campo parcialmente polarizado*.

Portanto, um experimento de fenda dupla não fornece, a priori, informação sobre a polarização, ou o grau de polarização. O que ele nos dá é simplesmente a média ponderada das correlações entre cada componente do campo. Importante frisar que a visibilidade não depende da base na qual se escreve o campo, e ela sempre será a média ponderada entre as correlações em cada vetor de polarização da base.

2.3 Funções de correlação cruzada

Para acessarmos a correlação entre as componentes ortogonais de uma dada base de polarização, precisamos preparar o campo. Para isso, dividimos o campo em dois, com o auxílio de um divisor de feixe balanceado, e filtramos cada parte em um estado de polarização. Giramos a componente de campo elétrico de um dos feixes em 90° , para garantir que ambas as partes do campo estejam no mesmo estado de polarização, e possam interferir. Para girar a componente $|y\rangle$ do campo para ficar alinhada com a componente $|x\rangle$, basta utilizar uma lâmina de Meia-Onda, à 45° em relação ao eixo \hat{x} . Sobreponemos as duas metades, cada uma filtrada por um dos orifícios do interferômetro, e investigamos a função de coerência mútua entre elas.

Supondo o campo inicial como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= E_x(\mathbf{r})|x\rangle + E_y(\mathbf{r})|y\rangle \\ &= |E_x(\mathbf{r})| \exp[i(k \cdot z - \omega t)] e^{i\phi_x(\mathbf{r})}|x\rangle + |E_y(\mathbf{r})| \exp[i(k \cdot z - \omega t)] e^{i\phi_y(\mathbf{r})}|y\rangle. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Após passar pelo preparo inicial, teríamos o campo em cada orifício como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(\mathbf{r}_1) &= \mathbf{Pol}_x \mathbf{E}(\mathbf{r}_1) \\ &= |E_x(\mathbf{r}_1)| \exp[i(k \cdot z - \omega t)] e^{i\phi_x(\mathbf{r}_1)} |x\rangle \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2(\mathbf{r}_2) &= \mathbf{M}(45^\circ) \mathbf{Pol}_y \mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \\ &= |E_y(\mathbf{r}_2)| \exp[i(k \cdot z - \omega t)] e^{i\phi_y(\mathbf{r}_2)} |x\rangle \end{aligned} \quad (2.37)$$

Assim, a função de coerência mútua será:

$$\begin{aligned}
\gamma_{12} &= \langle \mathbf{E}_1^\dagger(\mathbf{r}_1) \mathbf{E}_2(\mathbf{r}_2) \rangle \\
&= \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1) \mathbf{Pol}_x \mathbf{M}(45^\circ) \mathbf{Pol}_y \mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \rangle \\
&= |E(\mathbf{r}_1)| |E(\mathbf{r}_2)| [\langle e^{i(\phi_y(\mathbf{r}_2) - \phi_x(\mathbf{r}_1))} \rangle] \\
\gamma_{12} &= \langle E_x^*(\mathbf{r}_1) E_y(\mathbf{r}_2) \rangle. \tag{2.38}
\end{aligned}$$

A partir desta medida, podemos descobrir se existem correlações entre as flutuações de fase de componentes ortogonais do campo.

Uma forma de apresentar todas as possíveis correlações e correlações cruzadas do campo foi proposta por Emil Wolf [8], no intuito de simplificar o estudo estatístico das flutuações de fase do campo eletromagnético.

Ele define a *Matriz de Coerência* do campo como:

$$\begin{aligned}
\overleftrightarrow{\mathbf{W}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}_1) \otimes \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_2) \rangle^* \\
&= \begin{pmatrix} \langle E_x^*(\mathbf{r}_1) E_x(\mathbf{r}_2) \rangle & \langle E_x^*(\mathbf{r}_1) E_y(\mathbf{r}_2) \rangle \\ \langle E_y^*(\mathbf{r}_1) E_x(\mathbf{r}_2) \rangle & \langle E_y^*(\mathbf{r}_1) E_y(\mathbf{r}_2) \rangle \end{pmatrix} \tag{2.39}
\end{aligned}$$

Onde cada elemento da matriz pode ser definida como:

$$W_{ij} = \langle E_i^*(\mathbf{r}_1) E_j(\mathbf{r}_2) \rangle, \tag{2.40}$$

onde temos $i, j = x, y$.

2.4 Parâmetros de Stokes Generalizados e o Grau de Polarização Cruzado

De forma semelhante à definição dos parâmetros de Stokes nas equações 1.28, podemos definir os Parâmetros de Stokes Generalizados (PSG) do campo, estendendo a definição estatística dos parâmetros para o domínio das propriedades estatísticas cruzadas, que dependem de duas posições no espaço. Partindo do fato que:

$$\gamma_{11} = \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}_1) \rangle = \langle |E(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle = \langle I(\mathbf{r}_1) \rangle, \tag{2.41}$$

é natural definir os PSG em função das correlações cruzadas, ou dos elementos da matriz de coerência:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= i[W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)],
\end{aligned} \tag{2.42}$$

uma vez que quando $\mathbf{r}_2 \rightarrow \mathbf{r}_1$ temos que os PSG se reduzem aos PS usuais:

$$\lim_{\mathbf{r}_2 \rightarrow \mathbf{r}_1} S_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = S_i(\mathbf{r}) \tag{2.43}$$

De forma semelhante ao que acontece com os PS usuais, os PSG também podem ser reescritos a partir de outras bases de polarização. Mostrou-se recentemente[9] que com transformações unitárias da base de polarização, é possível reescrever os PSG como:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{\alpha\alpha}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{\beta\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{rr}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{ll}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2),
\end{aligned} \tag{2.44}$$

onde (α, β) são os estados de polarização na base diagonal de polarização e (r, l) são os estados de polarização na base circular de polarização.

Desta forma é possível visualizar mais claramente o significado físico de cada parâmetro. O parâmetro S_0 descreve a *soma* das correlações do campo elétrico projetado em estados de polarização ortogonais. Aqui se escreveu a projeção em (x, y) , porém esta escolha não afeta o valor de S_0 e o campo poderia ser projetado em outra base, isto é, o valor de S_0 é invariante por transformação unitária. Esta afirmação se torna evidente à luz do significado experimental do parâmetro S_0 : Seu módulo quadrado é proporcional à visibilidade das franjas de interferência em um Interferômetro de dupla fenda, e a visibilidade não é afetada pela presença de elementos de atraso de fase que afetem o campo globalmente antes ou depois das fendas.

Já os parâmetros S_1 , S_2 e S_3 descrevem *diferenças* entre correlações do campo projetado em estados de polarização ortogonais, cada qual em uma base diferente de polarização - S_1 na

base (x, y) , S_2 na base (α, β) e S_3 na base (r, l) . Ou seja, S_2 é a *diferença* entre as correlações do campo nos estados de polarização α e β .

Novamente em analogia com o caso clássico, vamos definir um *Grau de Polarização Cruzada* (GPC), de forma semelhante à usualmente encontrada na literatura [10], diferindo apenas na normalização. A escolha de um novo fator de normalização se baseou no fato de que as definições até agora sugeridas podem apresentar divergências, como relatado em [11], e portanto não limitam o valor do GPC entre 0 e 1 como seria esperado. Assim sugerimos o GPC como:

$$|P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{|S_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle}. \quad (2.45)$$

Apartir de tal definição, cuja normalização se dá pela intensidade nas posições sondadas, vemos que o GPC está de fato limitado entre 0 e 1, onde $|P| = 0$ corresponde à completa independência estatística entre componentes ortogonalmente polarizadas do campo, e $|P| = 1$ corresponde ao caso limite onde as componentes ortogonais de polarização são completamente correlacionadas, o que implica por si só que o campo é polarizado, qualquer que seja seu vetor de polarização.

2.5 Teoria unificadora da coerência e polarização

Até recentemente [8], as propriedades de correlação e polarização cruzada eram estudadas em separado. O parâmetro associado à coerência espacial do campo era usualmente a visibilidade do interferômetro de dupla fenda. Porém, como visto anteriormente, o interferômetro de fenda dupla não revela, a priori, propriedades de correlação em polarizações ortogonais.

O grupo de pesquisa liderado por A. T. Friberg oferece uma definição para um parâmetro experimentalmente acessível (Equação nº 12 da referência [12]), chamado de *Grau Espectral de Coerência Eletromagnética* (GECE), escrito para um campo monocromático, em função da matriz de coerência, como:

$$\mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{Tr[\overleftrightarrow{\mathbf{W}}^\dagger(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \otimes \overleftrightarrow{\mathbf{W}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)]}{Tr[\overleftrightarrow{\mathbf{W}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)] Tr[\overleftrightarrow{\mathbf{W}}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)]}, \quad (2.46)$$

onde \otimes é operador de produto matricial e Tr é o operador traço da matriz.

Escrevendo o GECE em função dos elementos da Matriz de Coerência temos:

$$\mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{i,j} \frac{|W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle}, \quad (2.47)$$

onde $i, j = x, y$.

Desta forma fica claro que o GECE é a soma das correlações e correlações cruzadas, normalizada pelas intensidades médias do campo nas posições \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 . Isso nos dá um indicativo de como medir o GECE através de medidas interferométricas do campo.

Outra maneira de visualizar o GECE é exprimi-lo em termo dos PSG. Tomemos o módulo quadrado dos parâmetros, definidos na equação 2.42:

$$\begin{aligned} |S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 &= |W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + |W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + 2W_{xx}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2); \\ |S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 &= |W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + |W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 - 2W_{xx}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2); \\ |S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 &= |W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + |W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + \\ &= +W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)^*W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)^*W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2); \\ |S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 &= |W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + |W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 - \\ &= -W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)^*W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)^*W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \end{aligned} \quad (2.48)$$

Daí fica claro que o GECE pode se escrito como:

$$\mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^3 \frac{|S_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle}, \quad (2.49)$$

ou seja, a média normalizada dos PSG. Novamente, temos outra forma de medir o GECE, a partir dos PSG.

Porém, perceba ainda que o GECE, escrito como 2.49, revela outra forma de ser definido:

$$\mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{2} \frac{|S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{|S_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle} \quad (2.50)$$

onde identificamos que:

$$\frac{|S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle} = \frac{|W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle} = \frac{|\langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \rangle|^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle} = |\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2, \quad (2.51)$$

ou seja, o parâmetro S_0 normalizado é o GCC do campo, que está associado à visibilidade de um interferômetro de dupla fenda.

Portanto:

$$\mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{2} \left\{ |\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + |P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 \right\}. \quad (2.52)$$

Assim fica claro que o **Grau Espectral de Coerência Eletromagnética** do campo é definido pela média de duas propriedades de coerência do campo, o módulo do **Grau Complexo de Coerência** do campo, uma medida de coerência escalar acessível através de uma interferometria de primeira ordem, e o módulo do **Grau de Polarização Cruzado**, que é uma medida de coerência vetorial, *cujo processo de medida direta ainda não é conhecido*, mas que pode ser acessado através de três medidas interferométricas de primeira ordem. É interessante notar que esta relação sugere que o GPC é invariante por transformação unitária do campo, uma vez que a visibilidade ($\propto |\eta_0|$) e o GECE (μ_E) são invariantes, mesmo o GPC sendo uma composição dos parâmetros S_1 , S_2 e S_3 , que não são invariantes.

2.5.1 Correlações de Fase e Coerência Ótica

Existe uma disputa sobre a forma correta, ou melhor forma, de incluir as correlações cruzadas na definição de coerência ótica, que até recentemente parecia sem solução. Respeitados grupos de pesquisa, dentre eles um liderado por A. T. Friberg e outro liderado por E. Wolf, ofereceram diversas definições possíveis de parâmetros para acessar a coerência ótica de um campo eletromagnético.

Porém, recentemente, foi mostrado pelo grupo de A. T. Friberg [13] que o GECE é o único parâmetro que está diretamente ligado às correlações de fase ótica, respeitando os casos limites de completa dependência e completa independência das fases. Ou seja, quando as fases do campo são completamente descorrelacionadas, temos $\mu_E = 0$, e quando as fases do campo são completamente correlacionadas, temos que $\mu_E = 1$. Deixamos as demonstrações à cargo do referido artigo.

Devido à isso, tomamos o GECE como o parâmetro que define a coerência ótica espacial para campos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados.

2.6 Luz pseudo-térmica quase-monocromática

Uma fonte de luz térmica é aquela que emite luz parcialmente coerente e parcialmente polarizada. Podemos pensar na fonte térmica como um grande número de emissores emitindo luz aleatoriamente. Quando a luz emitida pelos vários emissores se combina, a fase do campo observado deixa de ser bem definida espacialmente e temporalmente, e flutuações de fase, espacial e temporal, passam a ser regra.

Estamos interessados, em especial, no caso em que a luz observada é quase monocromática, ou seja, na luz cuja largura espectral ($\Delta\omega$) é muito menor do que a frequência média (ω_0). A forma histórica de se obter luz térmica quase-monocromática é através do uso de um filtro espectral aplicado sobre a radiação de um corpo negro, como uma lâmpada de filamento, que resulta em um campo cuja fase é espacial e temporalmente aleatória.

Podemos ainda obter luz pseudo-térmica quase-monocromática através do arranjo experimental conhecido como Lâmpada de Martienssen-Spiller [14], que consiste de uma fonte coerente e de um meio espalhador¹. Este foi o método utilizado nos experimentos conduzidos nesta tese.

2.6.1 Meio espalhador

O meio espalhador é chamado de difusor, e ele nada mais é do que um meio ótico que deforma aleatoriamente a frente de onda da luz que o atravessa, gerando diferenças de fases. As propriedades estatísticas das fases introduzidas pelo difusor irão se manifestar em campo distante como flutuações de intensidade.

Podemos pensar na luz espalhada pelo difusor, em campo distante, como sendo a superposição de vários campos, cada um originado de uma pequena região na superfície do difusor, e com uma fase que depende da distância até esta região do difusor e da fase introduzida pelo mesmo. Portanto a distribuição de intensidades da luz em campo distante, espalhada pelo difusor, depende da soma de fases aleatórias e independentes. Assim, uma propriedade física se torna evidente: a Interferência!

O campo espalhado pelo difusor é chamado de *campo parcialmente coerente*, e suas propriedades estatísticas espaciais são determinadas pelas propriedades do meio difusor.

É importante frisar que os difusores, por si só, não alteram as propriedades estatísticas

¹É importante perceber que a luz gerada por uma lâmpada de Martienssen-Spiller é temporalmente coerente, pois o meio espalhador introduz aleatoriedade apenas espacialmente. Como, por exemplo, os difusores do conjunto 'Circular Light Shaping Diffuser Kit - 10DKIT-C2' da Newport, que foram utilizados como meio espalhador nos experimentos conduzidos neste doutorado.

temporais da luz, nem suas propriedades de polarização. Portanto, uma luz laser espalhada por um difusor continua sendo temporalmente coerente e polarizada.

2.6.2 Speckles

Imaginemos um campo térmico, formado pela superposição de várias fontes independentes, emitindo luz com mesmo comprimento de onda (λ), distribuídas aleatoriamente dentro de um volume finito de raio $r \gg \lambda$. Se observarmos o campo que chega num plano de observação, à uma distância $z \gg r$ das fontes, teremos regiões na qual a superposição da luz das várias fontes interfere destrutivamente e regiões na qual a superposição interfere construtivamente. O que veremos então é uma distribuição aleatória de intensidades, com regiões de escuridão completa ($I = 0$) e regiões claras ($I \leq 2\langle I \rangle$) se intercalando.

A este fenômeno é dado o nome de **Speckles**, e ele pode ser facilmente identificado visualmente pela presença de pontos brilhantes e pontos escuros na frente de onda.

Uma característica importante, e que ajuda a descrever o comportamento estocástico da luz pseudo-térmica, é o fato de que as correlações obedecem estatística gaussiana:

$$\langle E^*(\mathbf{r}_1)E(\mathbf{r}_2) \rangle = \langle |E(\mathbf{r}_1)||E(\mathbf{r}_2)| \rangle \exp \left\{ -\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}{2\sigma^2} \right\}. \quad (2.53)$$

Temos que σ é o desvio padrão da distribuição gaussiana, e pode ser associada à um parâmetro estatístico importante: o *comprimento de correlação* ou *comprimento de coerência*. Além disto, σ^2 está diretamente relacionada à área média dos speckles.

Fica claro, então, que a visibilidade em um interferômetro de Young de um campo térmico quase-monocromático é uma função gaussiana da distância entre as fendas, assim como também é o GCC.

A figura 2.2 é um exemplo de um campo de speckles polarizado, obtido experimentalmente.

2.7 Interferômetro de Hanbury Brown e Twiss

Nos meados do século XX, Robert Hanbury Brown e Richard Twiss desenvolveram um novo interferômetro estelar capaz de detectar o tamanho da estrela usando a correlação entre as flutuações de intensidade em duas posições diferentes, ao invés de superpor o campo de duas posições e medir a visibilidade da interferência [15, 16].

Este tipo de interferômetro destrói a informação da fase relativa entre os campos elétricos que chegam a cada detector, pois mede a intensidade da luz, vinda da fonte de interesse, em

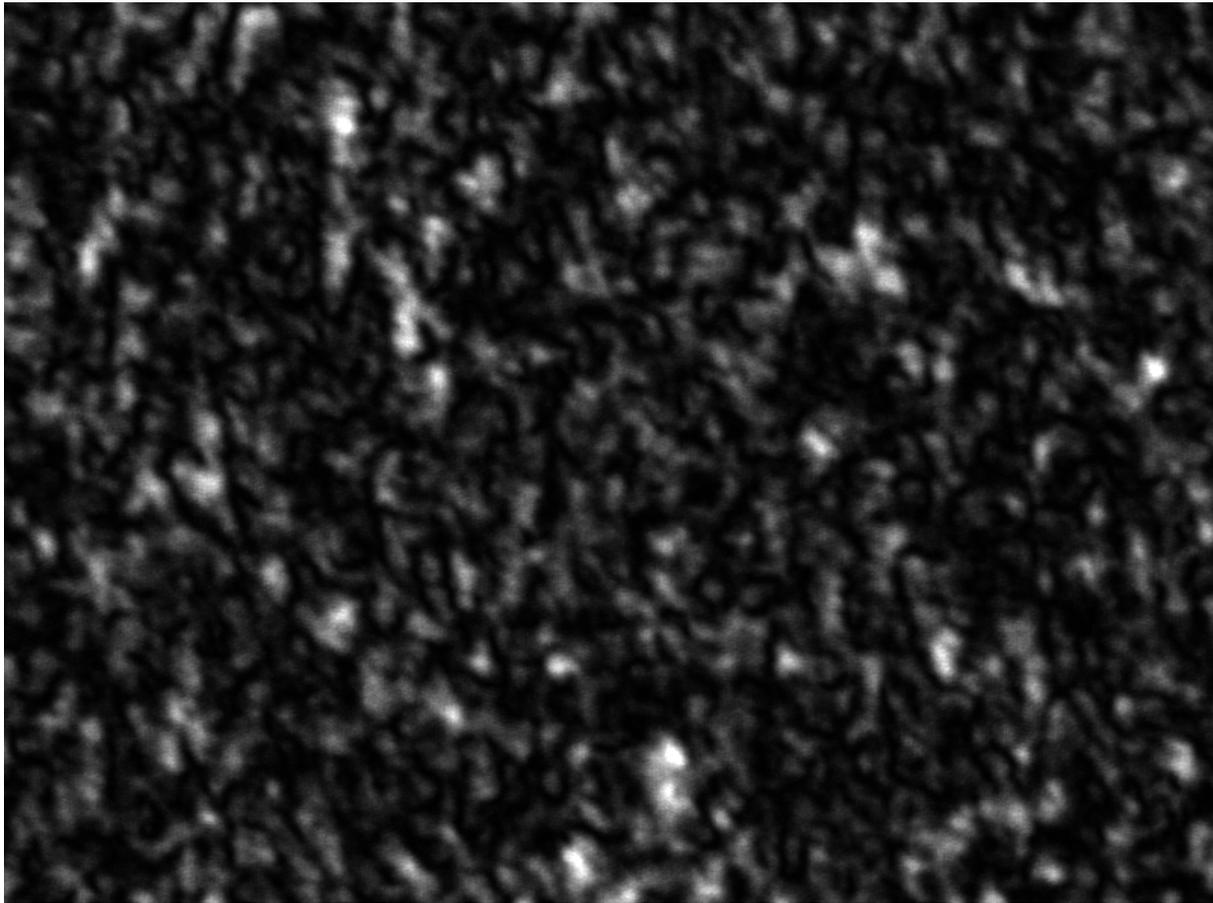


Figura 2.2 Speckles obtidos experimentalmente, com o uso de um meio espalhador.

cada ponto separadamente. Tal melhoria evita a perturbação causada pela atmosfera terrestre sobre as franjas de interferência, típica no interferômetro estelar de Michelson [17]. Este interferômetro ficou conhecido como interferômetro de Hanbury Brown e Twiss, ou simplesmente interferômetro HBT.

Apesar de sua origem como instrumento astronômico, o interferômetro HBT tornou-se a principal ferramenta para investigar correlações quânticas, com aplicações no estudo de ondas de matéria e condensados de Bose-Einstein [18, 19], física de plasmas [20], Física de Altas Energias [21], dentre outras.

2.7.1 Estatística de 2ª Ordem para campos pseudo-térmicos

Correlações clássicas também podem ser facilmente acessadas com o interferômetro HBT, e seu uso é amplamente proposto e aplicado nesta tese, devido à simplicidade de sua realização experimental. Ele consiste de dois detectores, separados no espaço, cujas intensidades medidas

são correlacionadas eletronicamente. Matematicamente temos que a flutuação de intensidade é definida como:

$$\Delta I(\mathbf{r}) = I(\mathbf{r}) - \langle I(\mathbf{r}) \rangle. \quad (2.54)$$

Logo, a correlação entre as flutuações de intensidades nos dois detectores será:

$$\begin{aligned} \langle \Delta I(\mathbf{r}_1) \Delta I(\mathbf{r}_2) \rangle &= \langle (I(\mathbf{r}_1) - \langle I(\mathbf{r}_1) \rangle) (I(\mathbf{r}_2) - \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle) \rangle \\ &= \langle I(\mathbf{r}_1) I(\mathbf{r}_2) \rangle - \langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle, \end{aligned} \quad (2.55)$$

ou seja, a correlação entre as flutuações é a correlação em intensidade, subtraída do produto das intensidades médias. Escrito de outra forma temos que:

$$\langle I(\mathbf{r}_1) I(\mathbf{r}_2) \rangle = \langle \Delta I(\mathbf{r}_1) \Delta I(\mathbf{r}_2) \rangle + \langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle, \quad (2.56)$$

O interferômetro de HBT é dito interferômetro de 2ª ordem pois correlaciona duas intensidades, ou seja quatro campos².

Tomemos um campo térmico, parcialmente coerente e parcialmente polarizado, definido como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_x(\mathbf{r})|x\rangle + E_y(\mathbf{r})|y\rangle, \quad (2.57)$$

cujas intensidades medidas numa posição \mathbf{r}_i é dada por:

$$I(\mathbf{r}_i) = \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_i) \mathbf{E}(\mathbf{r}_i) = E_x^*(\mathbf{r}_i) E_x(\mathbf{r}_i) + E_y^*(\mathbf{r}_i) E_y(\mathbf{r}_i). \quad (2.58)$$

Logo, a correlação em intensidades é dada por:

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r}_1) I(\mathbf{r}_2) \rangle &= \left\langle [E_x^*(\mathbf{r}_1) E_x(\mathbf{r}_1) + E_y^*(\mathbf{r}_1) E_y(\mathbf{r}_1)] [E_x^*(\mathbf{r}_2) E_x(\mathbf{r}_2) + E_y^*(\mathbf{r}_2) E_y(\mathbf{r}_2)] \right\rangle \\ &= \left\langle E_x^*(\mathbf{r}_1) E_x(\mathbf{r}_1) E_x^*(\mathbf{r}_2) E_x(\mathbf{r}_2) \right\rangle + \left\langle E_x^*(\mathbf{r}_1) E_x(\mathbf{r}_1) E_y^*(\mathbf{r}_2) E_y(\mathbf{r}_2) \right\rangle + \\ &+ \left\langle E_y^*(\mathbf{r}_1) E_y(\mathbf{r}_1) E_x^*(\mathbf{r}_2) E_x(\mathbf{r}_2) \right\rangle + \left\langle E_y^*(\mathbf{r}_1) E_y(\mathbf{r}_1) E_y^*(\mathbf{r}_2) E_y(\mathbf{r}_2) \right\rangle, \end{aligned} \quad (2.59)$$

ou simplesmente:

²O interferômetro de Young correlaciona dois campos, o que equivale a uma única medida de intensidade, e por isso é dito de 1ª ordem.

$$\langle I(\mathbf{r}_1)I(\mathbf{r}_2) \rangle = \sum_{i,j=x,y} \langle E_i^*(\mathbf{r}_1)E_j^*(\mathbf{r}_2)E_i(\mathbf{r}_1)E_j(\mathbf{r}_2) \rangle. \quad (2.60)$$

Como campos térmicos obedecem estatística gaussiana, podemos aplicar o *teorema do momento gaussiano para variáveis complexas*³, que diz que:

$$\langle a^* b^* c d \rangle = \langle a^* c \rangle \langle b^* d \rangle + \langle a^* d \rangle \langle b^* c \rangle, \quad (2.61)$$

e portanto, aplicado à Eq. 2.60 resultará em:

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r}_1)I(\mathbf{r}_2) \rangle &= \sum_{i,j=x,y} \left\{ \langle |E_i(\mathbf{r}_1)|^2 \rangle \langle |E_j(\mathbf{r}_2)|^2 \rangle + |\langle E_i^*(\mathbf{r}_1)E_j(\mathbf{r}_2) \rangle|^2 \right\} \\ &= \sum_{i,j=x,y} |\langle E_i^*(\mathbf{r}_1)E_j(\mathbf{r}_2) \rangle|^2 + \langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Observando a Eq. 2.56, chegamos à conclusão de que:

$$\langle \Delta I(\mathbf{r}_1)\Delta I(\mathbf{r}_2) \rangle = \sum_{i,j} |W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2. \quad (2.63)$$

Portanto, fica evidente que para o campo pseudo-térmico quase-monocromático, *as correlações normalizadas das flutuações de intensidade representam uma medida direta do GECE*:

$$\Gamma_{12} \equiv \frac{\langle \Delta I(\mathbf{r}_1)\Delta I(\mathbf{r}_2) \rangle}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle} = \mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \quad (2.64)$$

2.7.2 Grau de Polarização Cruzada para Luz térmica

Um resultado interessante, para campos térmicos quase-monocromáticos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados que obedecem estatística gaussiana, vem diretamente das Eqs. 2.64 e 2.45.

Juntando ambas equações, vemos que é possível medir o Grau de Polarização Complexo, de um campo parcialmente coerente e parcialmente polarizado obedecendo estatística gaussiana, através da diferença de duas medidas interferométricas normalizadas, o interferômetro de HBT e o interferômetro de Young.

É fácil mostrar que:

³Uma demonstração detalhada pode ser encontrada na sessão 1.6 da referência [6].

$$|P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = 2 \frac{\langle \Delta I(\mathbf{r}_1) \Delta I(\mathbf{r}_2) \rangle}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle} - |\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2. \quad (2.65)$$

Essa relação implica que é possível medir o Grau de Polarização Cruzado de um campo Eletromagnético sem medir diretamente polarizações, ou seja, sem realizar nenhuma filtragem em polarização nem transformação não-unitária, desde que suas flutuações espaciais de fase obedeçam estatística gaussiana.

Portanto, é possível acessar as informações de polarização do campo eletomagnético sem a necessidade de medir propriedades de polarização, simplesmente medindo-se intensidades em dois experimentos interferométricos distintos.

E mais, esta relação implica que, no limite $\mathbf{r}_2 \rightarrow \mathbf{r}_1 \equiv \mathbf{r}$, teremos que:

$$\mathcal{P}^2(\mathbf{r}) = 2\mu_E^2(\mathbf{r}) - 1, \quad (2.66)$$

e portanto, é possível medir o grau de polarização local em \mathbf{r} através de uma autocorrelação em intensidade, sem a necessidade de se medir diretamente a polarização local do campo.

Métodos Computacionais

Todos os dados experimentais adquiridos durante os trabalhos de doutorado foram imagens do campo no plano de observação, ou seja, matrizes que correspondiam à distribuição de intensidades no plano de observação, como parte do interferômetro HBT. Portanto toda análise consistiu de autocorrelação e correlações cruzadas entre diferentes distribuições espaciais de intensidade, e das médias ou análises cabíveis dos resultados, como variância (comprimento de correlação), Grau de Polarização Global (visibilidade das correlações de intensidade), dentre outras.

Além disso, foram realizadas simulações de campos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados, no intuito de demonstrar de forma numérica alguns resultados teóricos obtidos, assim como demonstrar a validade de modelos propostos.

O processo de correlacionar conjuntos de dados requer grande capacidade de processamento, e naturalmente recorreremos a métodos computacionais. Em especial, a função de correlação é extremamente custosa para computadores pessoais por necessitar de uma grande quantidade de operações para cada conjunto de dados. Por sorte, podemos simplificar o processo de correlação computacional através do uso de transformadas de Fourier, que são implementadas pelo algoritmo FFT para conjunto de dados unidimensionais, e pelo algoritmo FFT2 para conjunto de dados bidimensionais.

Tanto na análise de dados, como nas simulações, a linguagem de programação escolhida foi o MatLab®, devido à sua integração com o hardware experimental utilizado na aquisição de dados, à suite de aplicativos de criação de gráficos e apresentações visuais, e devido à familiaridade do autor com o programa. Qualquer outra linguagem de programação poderia ter sido utilizada, como Python, C, C++, Pascal, e outras.

Iremos descrever neste capítulo como foram realizados os estudos expostos nos capítulos seguintes desta tese, esmiuçando os códigos fontes utilizados tanto na análise de dados, quanto nas simulações.

3.1 Analisando dados experimentais

Iniciamos descrevendo a metodologia empregada na análise dos dados, que foi aplicada tanto para dados experimentais quanto para os dados gerados via simulação.

A necessidade fundamental que inspira o uso de análise numérica é a função de correlação, que no nosso caso é utilizada tanto para campos, ensembles de valores com módulo e fase, quanto para intensidades, ensembles de módulos. Todos ensembles analisados consistiam de funções discretas, bidimensionais, ou seja, cada elemento de um ensemble é uma matriz numérica, *Real* no caso de dados relativos à intensidade, e *Complexos* no caso de campos.

A função de correlação para quaisquer ensembles finitos $\mathbf{f} = [f_i(\mathbf{r})]$ e $\mathbf{g} = [g_j(\mathbf{r})]$ é definida como o valor esperado, sobre os ensembles, da correlação entre as realizações de g com o complexo conjugado das realizações de f :

$$\Gamma(\boldsymbol{\rho}) = \langle \mathbf{f}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{g}(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}) \rangle = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{\mathbf{r}} f_i^\dagger(\mathbf{r})g_j(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}). \quad (3.1)$$

No nosso caso, no entanto, estamos interessados na correlação espacial de realizações do campo, ou da intensidade. Como os dados adquiridos são matrizes bidimensionais, a correlação fica definida como:

$$\gamma_{12}(\rho_x, \rho_y) = \langle \mathbf{E}_1^\dagger(x, y)\mathbf{E}_2(x + \rho_x, y + \rho_y) \rangle \quad (3.2)$$

ou

$$\Gamma_{12}(\rho_x, \rho_y) = \langle I_1^\dagger(x, y)I_2(x + \rho_x, y + \rho_y) \rangle \quad (3.3)$$

Iremos utilizar uma propriedade da correlação que a define em termos da convolução, e em seguida do *Teorema da Convolução*. Denotando a correlação entre duas funções $f(\mathbf{r})$ e $g(\mathbf{r})$ pelo produto (\star) , e a convolução pelo produto $(*)$, é possível mostrar que:

$$f(\mathbf{r}) \star g(\mathbf{r}) = f^*(-\mathbf{r}) * g(\mathbf{r}), \quad (3.4)$$

e assim, aplicando o *Teorema da Convolução*, obtendo:

$$\mathcal{F}\{f(\mathbf{r}) * g(\mathbf{r})\} = \mathcal{F}\{f^*(-\mathbf{r})\} \mathcal{F}\{g(\mathbf{r})\} \quad (3.5)$$

onde \mathcal{F} é a transformada de Fourier.

Portanto, podemos utilizar a transformada de Fourier para simplificar nossa análise. Computacionalmente, desde que as realizações de cada ensemble possuam o mesmo número de elementos, podemos escrever:

$$\langle \mathbf{f}^\dagger(\mathbf{r})\mathbf{g}(\mathbf{r}+\boldsymbol{\rho}) \rangle = \mathcal{F}^{(-1)} \left[\mathcal{F} \{ \mathbf{f}^*(-\mathbf{r}) \} \mathcal{F} \{ \mathbf{g}(\mathbf{r}) \} \right] (\boldsymbol{\rho}), \quad (3.6)$$

onde $\mathcal{F}^{(-1)}$ é a transformada de Fourier inversa. Mais especificamente:

$$\gamma_{12}(\rho_x, \rho_y) = \mathcal{F}^{(-1)} \left[\mathcal{F} \{ \mathbf{E}_1^*(-x, -y) \} \mathcal{F} \{ \mathbf{E}_2(x, y) \} \right] (\rho_x, \rho_y) \quad (3.7)$$

ou

$$\Gamma_{12}(\rho_x, \rho_y) = \mathcal{F}^{(-1)} \left[\mathcal{F} \{ I_1(-x, -y) \} \mathcal{F} \{ I_2(x, y) \} \right] (\rho_x, \rho_y) \quad (3.8)$$

3.1.1 Correlação

Vamos agora descrever brevemente o algoritmo utilizado para correlacionar dois ensembles reais, A11 e B11, definidos previamente no programa. Começamos invertendo o sentido de (x, y) na matriz B11, e depois calculamos o elemento de normalização. Em seguida aplicamos a transformada de Fourier às duas variáveis, pelo algoritmo `fft2`, e aplicamos a transformada inversa (`ifft2`) sobre o produto:

```
B11 = rot90(B11, 2);
norma = sum(sum(A11.*B11));
D1 = fft2(A11);
E1 = fft2(B11);
F1 = D1.*E1;
Xcorr = ifft2(F1);
RX0 = abs(fftshift(Xcorr));
```

O comando `rot90(matriz, n)` rotaciona `matriz` em $n \times 90^\circ$, e quando `n=2` equivale a inverter a direção das variáveis de posição. O comando `fftshift` é utilizado para centralizar o zero na matriz resultante e o comando `abs` toma o módulo da correlação. Para realizar a correlação de ensembles de variáveis complexas, bastaria tomar o complexo conjugado da variável `BB1`, antes da rotação. A variável `RX0` equivale à Γ_{12} . Se quisermos normalizar a correlação basta dividir `RX0` por `norma`.

3.2 Simulando campos incoerentes

Parte dos estudos foram realizados com experimentos numéricos e, portanto, uma forma simples e eficiente de se simular campos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados é fundamental.

Para simular os campos de speckles, se optou por utilizar o método linear [22], que consiste em simular a propagação de um campo complexo aleatório (fonte) no espaço, e observá-lo no equivalente ao campo distante ótico. Matematicamente, tudo que é necessário é um realizar a convolução da fonte com o propagador, tarefa facilmente realizada com transformadas de Fourier.

O algoritmo utilizado foi escrito com base na referência [22], realizando as adaptações necessárias. O algoritmo final para se gerar um campo de speckles é dado a seguir:

```
clear all

rmax=499;
siz=uint16(2*rmax+1);
r=linspace(-rmax,rmax,siz);
hum(1:siz)=1;
x=hum'*r;
y=r'*hum;
r2=x.^2+y.^2;

sigma=1.7;

%Mascara circular - Aperture
circ=rmax^2-r2+256;
circ=double(uint8(circ)-254);

%Propagador%
h=circ.*exp((pi*1i/(rmax^(sigma)))*r2);

%Fase aleatoria%
phase=unifrnd(-pi,pi,siz,siz);

%Fase complexa na fonte
U0=exp(1i*phase);
```

```

%Fase complexa em campo distante => Speckle
fU0=fft2(U0);
fh=fft2(h);
dd=fU0.*fh;
U1=ifft2(dd);
U1=ifftshift(U1); %Campo Termico

I1=(abs(U1)).^2; %Speckles!!!

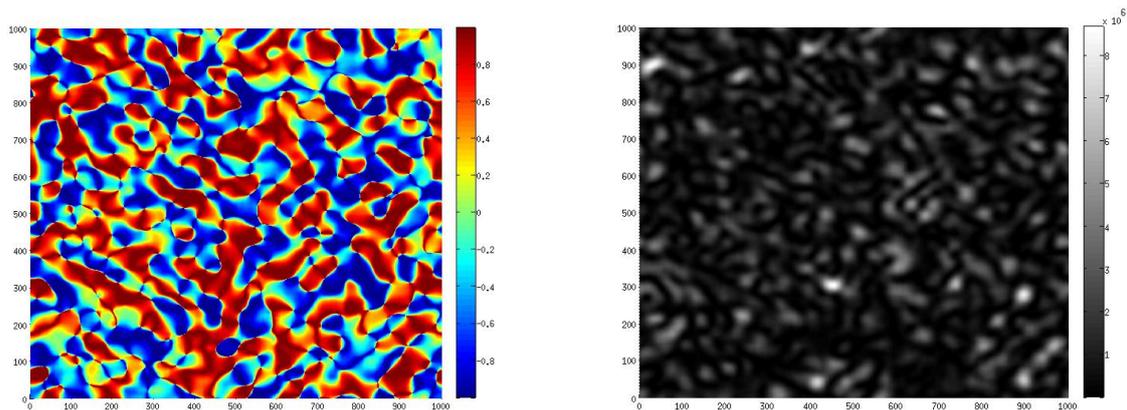
```

Nas primeiras linhas é definido o tamanho da matriz que virá a ser o equivalente a uma distribuição espacial. A variável `sigma` está associada ao tamanho médio dos speckles, ou seja, ao comprimento médio de correlação. O propagador utilizado é o propagador de espaço livre.

Para se gerar a fonte utiliza-se o comando `unifrnd(MIN, MAX, M, N)`, que gera uma matriz $M \times N$ com valores aleatórios entre `MIN` e `MAX`, neste caso com tamanho 999×999 e valores entre $-\pi$ e $+\pi$.

Assim, o que foi simulado nada mais é do que uma fonte e uma lente, esta atuando como se estivesse posicionada à distância focal da fonte e do plano de observação¹.

No fim, a variável `U1` corresponde a um campo térmico, e seu módulo `I1` é o campo de Speckles observado.

(a) Fase, de $-\pi$ à π .

(b) Intensidade

Figura 3.1 Distribuição de Fase e de Intensidade de campo térmico polarizado simulado.

¹Ver o artigo referenciado [22] para uma discussão mais profunda.

3.2.1 Polarização

Polarização pode ser entendida como um grau de liberdade do campo eletromagnético. Todo estado de polarização pode ser descrito por um vetor complexo bidimensional, ou por dois vetores de polarização ortogonais. De forma equivalente, podemos descrever os estados de polarização de um campo ótico através de dois campos, onde a informação local em cada um corresponde à um dos vetores ortogonais de polarização na posição de observação.

Assim, de forma descomplicada, podemos simular um campo polarizado em $|l\rangle$ como dois campos, um do tipo $U1$, que consideramos polarizado na direção $|x\rangle$, e outro idêntico à $U1$ multiplicado por uma fase $\pi/2$, que consideramos polarizado na direção $|y\rangle$. Assim, quando calculados os Parâmetros de Stokes do campo simulado, teremos que $S_1 = S_2 = 0$ e $S_3 = S_0$, revelando que o campo é completamente polarizado, com direção de polarização $|l\rangle$. Esta forma de se descrever a polarização do campo foi escolhida por ser simples e facilmente implementável.

Para se gerar um campo não polarizado basta simular dois campos do tipo $U1$ partindo de fontes estatisticamente independentes, ou seja, decorrelacionadas. A distribuição de intensidade do campo não polarizado será a soma das distribuições de intensidades de cada campo. Podemos a partir daí simular uma infinidade de campos, com as mais variadas propriedades de Polarização e Coerência.

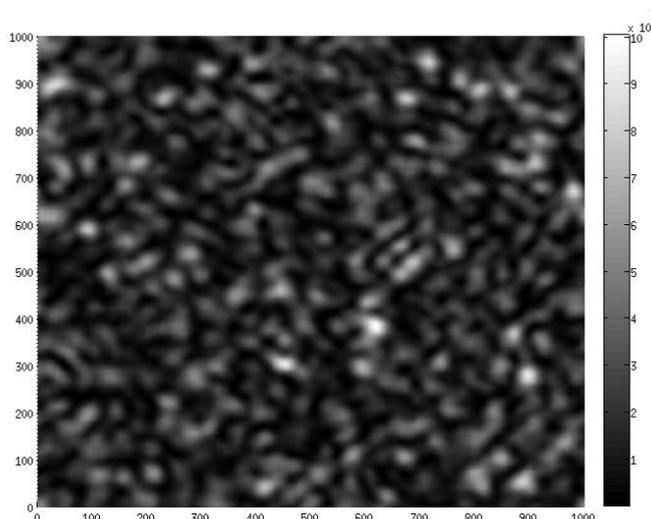


Figura 3.2 Distribuição de intensidades do campo térmico, não polarizado, obtido por simulação.

Ao longo desta tese, todas as simulações realizadas utilizaram este bloco básico de código.

Manipulação do Grau Espectral de Coerência através do Grau de Polarização

Até 2003, a coerência e a polarização da luz eram tratadas como propriedades separadas. No entanto, elas surgem a partir das mesmas propriedades estatísticas das flutuações da luz e, recentemente, uma nova teoria unificadora da coerência e polarização da luz foi desenvolvida [8], como visto nos capítulos introdutórios¹. Foram observados novos efeitos de mudanças de polarização devido a alterações de coerência. Na abordagem de coerência de primeira ordem as correlações são realizadas entre dois componentes de campos elétricos contendo fase, frequência, amplitude e informações de polarização. Na coerência de segunda ordem as correlações são realizados em intensidades e assim, supostamente, não continham informações sobre a fase e a polarização. Até agora.

Recentemente, novas propostas teóricas indicam a possibilidade de detectar alterações no sinal tipo HBT devido a alterações de polarização da luz [11], que podem influenciar várias aplicações do interferômetro HBT com luz estocástica. Nesta parte do trabalho, investigamos o problema da interdependência entre polarização e coerência experimentalmente e teoricamente. Nós produzimos uma fonte de luz com uma largura de coerência transversal fixa, porém com um grau de polarização ajustável. Com um interferômetro HBT detectamos mudanças na correlação de segunda ordem.

4.1 Aparato Experimental

Para produzir uma luz parcialmente coerente com grau de polarização ajustável, sobrepomos os campos de duas fontes de luz pseudotérmicas quase monocromáticas, uma completamente polarizada e outra aleatoriamente polarizada. A figura 4.1 é um diagrama completo da experiência.

Utilizamos um único laser de Hélio-Neônio emitindo luz no espectro visível com comprimento de onda de 632.8 nm , e com estado de polarização filtrado na direção diagonal, ou seja,

¹Ver Capítulo 2 para uma discussão das novas teorias e de seus regimes de validade.

45° em relação à vertical². Com o auxílio de um divisor de feixes balanceado (**BS1**), dividimos o feixe laser em dois feixes paralelos, posicionado na face de entrada do divisor inclinado a 45° em relação à direção de propagação do feixe. Em seguida empregamos um divisor de feixes polarizado (**PBS**), dividindo os dois feixes em quatro, sendo dois com direção de polarização horizontal, aqui chamados de **H**, e dois com direção de polarização vertical, chamados de **V**. Com o auxílio de outro divisor de feixe balanceado (**BS2**), alinhamos um dos feixes com polarização **V** paralelo à um dos feixes com polarização **H**, formando um par de feixes ortogonais e balanceados em intensidade, cuja intensidade total é regulada por um filtro de densidade neutra, **NF**. Importante citar que os feixes do par estão separados por uma distância δ , um em relação ao outro, o suficiente para evitar superposição. Em seguida, o par de feixes ortogonais e o feixe polarizado são espalhados em discos difusores distintos, disco **RD1** para o par ortogonal, e disco **RD2** para feixe polarizado. A separação δ do par ortogonal na chegada ao difusor **RD1** se faz necessária para garantir a natureza aleatória da polarização da luz espalhada, uma vez que se cada feixe é espalhado por uma região diferente do difusor, as duas polarizações não terão uma razão de fase bem definida, sendo incoerentes entre si, e portanto gerando um vetor polarização aleatório.

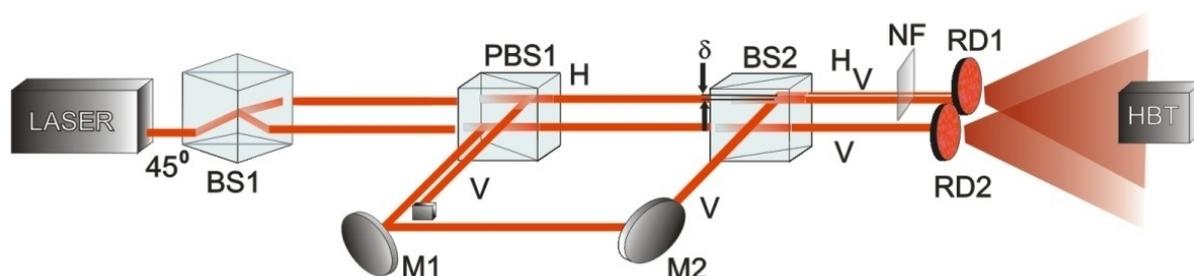


Figura 4.1 Aparato experimental

Portanto, a luz gerada pelos difusores é quase monocromática, devido à natureza da luz laser utilizada, e é dita pseudotérmica, pois sua estatística de intensidade obedece a estatística térmica. Além disso, a luz que sai de cada difusor pode ser descrita estatisticamente através do modelo de processos estocásticos gaussianos [23]. Assim, podemos considerar nosso aparato como sendo constituído por duas lâmpadas de Martienssen [14] de mesma 'cor', uma polarizada e uma não polarizada.

Os difusores **RD1** e **RD2** foram colocados lado à lado, a fim de garantir a superposição em campo distante da luz espalhada por cada um.

²O filtro polarizador não se encontra representado na figura 4.1, porém sua posição na experiência é entre o laser e o divisor de feixes **BS1**.

A superposição dos campos criados, assim como cada campo individualmente, foram observados em campo distante, e suas propriedades estatísticas analisadas através de um interferômetro do tipo HBT.

A interferometria HBT é realizada a fim de acessar o grau espectral de coerência eletromagnética (GECE) da luz parcialmente polarizada e parcialmente coerente.

4.2 Descrição Teórica

Na aproximação de Fraunhofer, temos que os campos se propagam predominantemente na direção \hat{z} , e no nosso caso denotamos a realização do campo elétrico como uma onda plana, de acordo com a Equação 1.20.

Se observarmos em campo distante apenas o campo originado em **RD1**, que de agora em diante será chamado de \mathbf{E}_u , temos que este campo é parcialmente coerente e não polarizado, já que é formado pela superposição de dois campos independentes e ortogonais de mesma intensidade. Ou seja:

$$\mathbf{E}_u(\mathbf{r}, t) = E_u \exp [i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \{ \exp [i(\phi_u^{\mathbf{H}})] |\mathbf{H}\rangle + \exp [i(\phi_u^{\mathbf{V}})] |\mathbf{V}\rangle \}, \quad (4.1)$$

onde E_u é o módulo do campo em cada estado de polarização, e $\phi_u^{\mathbf{H}}$ e $\phi_u^{\mathbf{V}}$ são as fases dos campos com estado de polarização $|\mathbf{H}\rangle$ e $|\mathbf{V}\rangle$, respectivamente.

Observando agora, novamente em campo distante, o campo originado em **RD2**, de agora em diante chamado de \mathbf{E}_p , vemos que este é um campo parcialmente coerente e polarizado.

$$\mathbf{E}_p(\mathbf{r}, t) = E_p \exp [i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \exp [i(\phi_p^{\mathbf{V}})] |\mathbf{V}\rangle, \quad (4.2)$$

onde E_p é o módulo do campo e $\phi_p^{\mathbf{V}}$ é a fase do campo, cujo estado de polarização é $|\mathbf{V}\rangle$.

Observando a mistura entre os campos \mathbf{E}_u e \mathbf{E}_p , em campo distante, teremos um campo parcialmente coerente e parcialmente polarizado, chamado de \mathbf{E}_m , cuja expressão do campo é dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_m(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_u(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_p(\mathbf{r}, t) \\ &= \exp [i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)] \left\{ E_u \exp [i(\phi_u^{\mathbf{H}})] |\mathbf{H}\rangle + \right. \\ &\quad \left. + \left(E_u \exp [i(\phi_u^{\mathbf{V}})] + E_p \exp [i(\phi_p^{\mathbf{V}})] \right) |\mathbf{V}\rangle \right\}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Assim, os valores esperados dos parâmetros de Stokes, dados pelo conjunto de equações contido em 1.37, notando a mudança de notação dos vetores de polarização, serão:

$$\begin{aligned}
 S_0 &= \mathbf{E}_m^\dagger \mathbf{E}_m = I_u + I_p; \\
 S_1 &= \mathbf{E}_m^\dagger (|\mathbf{H}\rangle \langle \mathbf{H}|) \mathbf{E}_m - \mathbf{E}_m^\dagger (|\mathbf{V}\rangle \langle \mathbf{V}|) \mathbf{E}_m = -I_p; \\
 S_2 &= 0; \\
 S_3 &= 0,
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

onde $I_u = 2|\mathbf{E}_u|^2$ e $I_p = |\mathbf{E}_p|^2$ são as intensidades do campo não-polarizado e polarizado, respectivamente.

Devido à construção do experimento, os três feixes surgindo do **BS2** possuem a mesma intensidade. Consequentemente, a intensidade chegando no difusor **RD1**, e portanto I_u , pode ser escrita em termos da transmissão τ do filtro de densidade neutra **NF** e da intensidade do feixe que chega no difusor **RD2**, ou seja, I_p . Logo, podemos escrever:

$$I_u = 2\tau I_p. \tag{4.5}$$

Já o grau de polarização para o campo \mathbf{E}_m , dado pela equação 1.29, será:

$$\wp_m = \frac{I_p}{I_p + I_u} = \frac{1}{1 + 2\tau}, \tag{4.6}$$

e seu valor será $\wp_m = 1$ quando **NF** for opaco ($\tau = 0$), e será $\wp_m = 1/3$ quando a transmissão for total ($\tau = 1$).

As propriedades estatísticas de cada campo podem ser descritas a partir dos parâmetros de Stokes generalizados de cada campo. Aqui iremos usar a descrição no domínio espacial, e iremos omitir ω da notação devido hipótese de quase monocromaticidade, justificada pelo uso de uma fonte laser e difusores espaciais. Ainda, estamos considerando a intensidade média de cada campo como espacialmente homogênea, e as propriedades estatística como isotrópicas.

Logo, para o campo \mathbf{E}_p temos:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle \mathbf{E}_p^\dagger(\mathbf{r}_1) \mathbf{E}_p(\mathbf{r}_2) \rangle = I_p \gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= -\langle \mathbf{E}_p^\dagger(\mathbf{r}_1) \mathbf{E}_p(\mathbf{r}_2) \rangle = -I_p \gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 0 \\
S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 0.
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Para o campo \mathbf{E}_u temos:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle \mathbf{E}_u^\dagger(\mathbf{r}_1) \mathbf{E}_u(\mathbf{r}_2) \rangle = I_u \gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 0 \\
S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 0 \\
S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 0.
\end{aligned} \tag{4.8}$$

E por fim, para o campo \mathbf{E}_m , considerando independência estatística³ entre \mathbf{E}_p e \mathbf{E}_u , temos:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle \mathbf{E}_m^\dagger(\mathbf{r}_1) \mathbf{E}_m(\mathbf{r}_2) \rangle = I_p \gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + I_u \gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= -\langle \mathbf{E}_p^\dagger(\mathbf{r}_1) \mathbf{E}_p(\mathbf{r}_2) \rangle = -I_p \gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\
S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 0 \\
S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 0.
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Assim, o grau de polarização cruzada (GPC) do campo resultante \mathbf{E}_m , dado pela Equação [2.45] será:

$$|P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)| = \frac{I_p |\gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|}{I_p + I_u} = \wp_m |\gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|, \tag{4.10}$$

o que nos diz que as correlações em polarização do campo resultante \mathbf{E}_m são determinadas pelas correlações do campo polarizado \mathbf{E}_p , moduladas pelo grau de polarização global \wp_m do campo resultante \mathbf{E}_m . Portanto, fica evidente que o campo não polarizado (\mathbf{E}_u) não influi no comprimento de correlação em polarização, que pode ser entendido como a distância média

³Podemos supor a independência estatística entre os campos pois eles são espalhados independentemente, seja por difusores distintos ou regiões distintas do difusor. Outra forma de se perceber a independência estatística é observar que cada campo de speckles é resultado de processos interferométrico de um espalhamento específico.

entre \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 na qual o valor de $|P|$ é metade do valor máximo, $|P(\mathbf{r}, \mathbf{r})| = \wp$.

Consideremos agora uma experiência de fenda dupla. A visibilidade das franjas de interferência em função da posição das fendas na frente de onda, dadas pelo módulo normalizado do parâmetro de Stokes generalizado S_0 , para o campo \mathbf{E}_m será:

$$\begin{aligned} |\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 &= \frac{|I_p \gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + I_u \gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{(I_p + I_u)^2} \\ &= \frac{I_p^2}{(I_p + I_u)^2} |\gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + \frac{I_u^2}{(I_p + I_u)^2} |\gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + \\ &\quad + \frac{2I_p I_u}{(I_p + I_u)^2} \Re\{\gamma_p^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

onde, substituindo as intensidades pelo grau de polarização global do campo, teremos:

$$\begin{aligned} |\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 &= \wp^2 |\gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + (1 - \wp)^2 |\gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + \\ &\quad + 2\wp(1 - \wp) \Re\{\gamma_p^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Portanto, a visibilidade da interferência de Young, e por consequência a medida de coerência em primeira ordem, do campo resultante da mistura entre um campo polarizado e um campo não polarizado isotrópicos, depende diretamente do grau de polarização global resultante, ou seja, da fração de campo polarizado presente em \mathbf{E}_m .

É fácil mostrar ainda que quando $\mathbf{r}_2 \rightarrow \mathbf{r}_1$ a visibilidade será máxima e de módulo unitário, ou seja, $|\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)| = 1$, como já era de se esperar. Isto vem do fato de que o interferômetro de primeira ordem, sem o auxílio de artifícios óticos para o preparo prévio do campo, não revela *diretamente* o grau de polarização ou o estado de polarização do campo, apenas carrega *indícios* sobre a polarização, no caso específico em que as diferentes polarizações possuam estatísticas espaciais distintas.

Já, por exemplo, se as propriedades estatísticas de \mathbf{E}_p e \mathbf{E}_u forem idênticas, ou seja:

$$\gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \quad (4.13)$$

teríamos que a visibilidade no interferômetro seria:

$$|\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = |\gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = |\gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2, \quad (4.14)$$

e portanto completamente independente do grau de polarização.

Para o caso em que as propriedades estatísticas de \mathbf{E}_p e \mathbf{E}_u são distintas, podemos ter uma modulação da visibilidade em função da distância entre as fendas, devido às contribuições relativas a cada campo. Isto é, podemos observar duas regiões de comportamentos distintos da Visibilidade, dependendo da distância entre as fendas.

Exemplificando tal situação, consideremos campos térmicos, obedecendo estatística gaussiana. A figura 4.2 mostra a visibilidade do interferômetro de Young em função da distância entre as fendas, com polarização constante $\wp = 0.5$, para a situação na qual o comprimento de correlação de \mathbf{E}_p é cinco vezes o comprimento de correlação de \mathbf{E}_u , ou seja, $\sigma_p = 5 \times \sigma_u$.

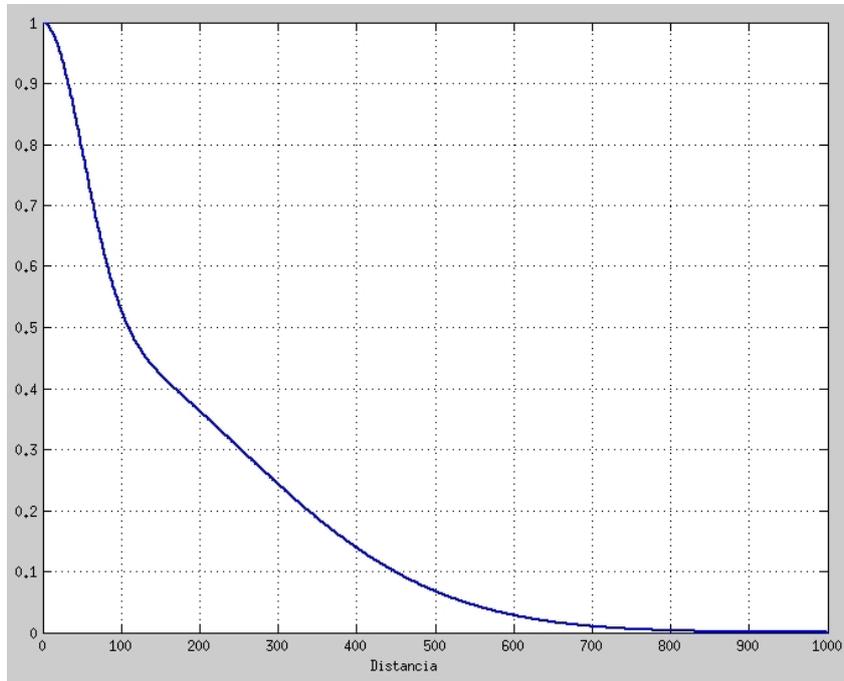


Figura 4.2 Visibilidade em função da distância, parametrizada pelo comprimento de onda, para um campo com $\wp = 0.5$, com dois comprimentos de correlação distintos. Resultado teórico, exemplificando Eq. 4.12 com $\sigma_p = 5 \times \sigma_u = 300\lambda$.

Podemos observar claramente que a taxa de variação da visibilidade muda significativamente na região próxima a 100λ . Porém, isso por si só não indica que o campo seja não polarizado. Para a mistura de dois campos térmicos independentes, polarizados no mesmo estado, a Visibilidade do Interferômetro de Young apresenta comportamento semelhante.

Realizamos uma simulação, nos moldes propostos no **Cap. 3**, superpondo dois campos térmicos estatisticamente independentes, com comprimentos de correlação distintos $\sigma_1 \approx 50\lambda$ e $\sigma_2 \approx 150\lambda$, porém com mesma polarização. Medimos as correlações normalizadas do campo resultante para cem realizações distintas.

A figura 4.3 mostra o módulo da média das correlações em fase dos campos simulados, o que equivale à medida de visibilidade em um experimento de fenda dupla de Young. Vemos que este resultado é qualitativamente semelhante ao observado em 4.2, o que implica que este comportamento não é exclusivo de campos térmicos parcialmente polarizados, mas parece ser indicativo da mistura de campos estatisticamente independentes, qualquer que seja a natureza de suas polarizações.

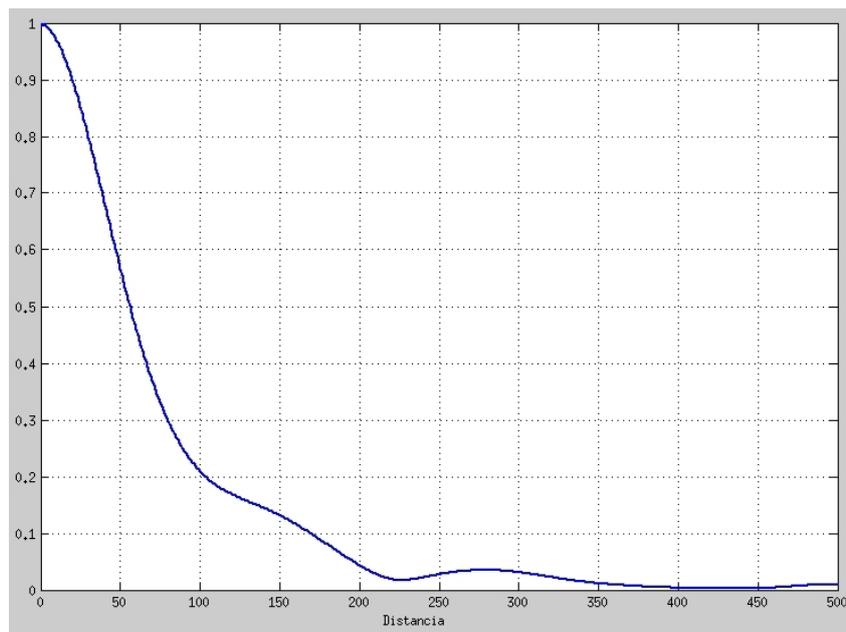


Figura 4.3 Visibilidade em função da distância, parametrizada pelo comprimento de onda, para um campo térmico polarizado, composto pela superposição de dois campos independentes, com comprimentos de correlação distintos e mesma intensidade média. Resultado obtido por simulação.

Portanto, não é possível avaliar o grau de polarização de um campo através de uma medida interferométrica de campos.

Já o Grau Espectral de Coerência Eletromagnética (GECE) [13], escrito de acordo com a Eq. 2.52, para o campo \mathbf{E}_m será:

$$\begin{aligned} \mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = & \wp^2 |\gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + \frac{1}{2}(1 - \wp)^2 |\gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + \\ & + \wp(1 - \wp) \Re \{ \gamma_p^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \gamma_u(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

e traz em si informações sobre a polarização.

Isto implica que o GECE é diretamente dependente do grau de polarização do campo, e por consequência, a coerência do campo também o é. Em especial, no caso em que as propriedades

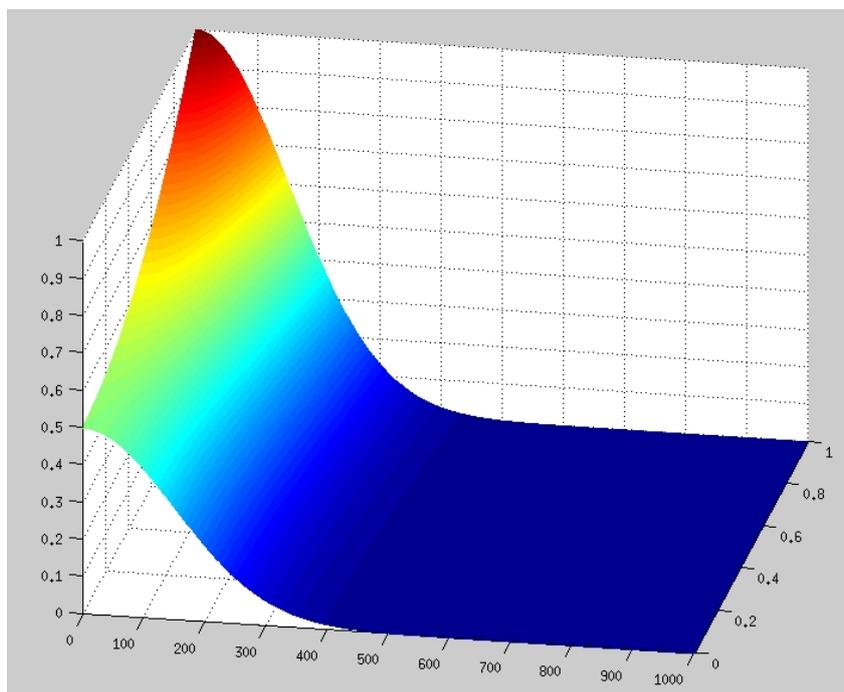


Figura 4.4 Grau Espectral de Coerência Eletromagnética (μ_E) de campos térmicos, em função da distância, parametrizada pelo comprimento de onda, entre os pontos de observação ($\rho = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$) e do grau de polarização global ϕ . Eixo Vertical = μ_E ; Eixo Horizontal = $\rho [\lambda]$; Profundidade = ϕ .

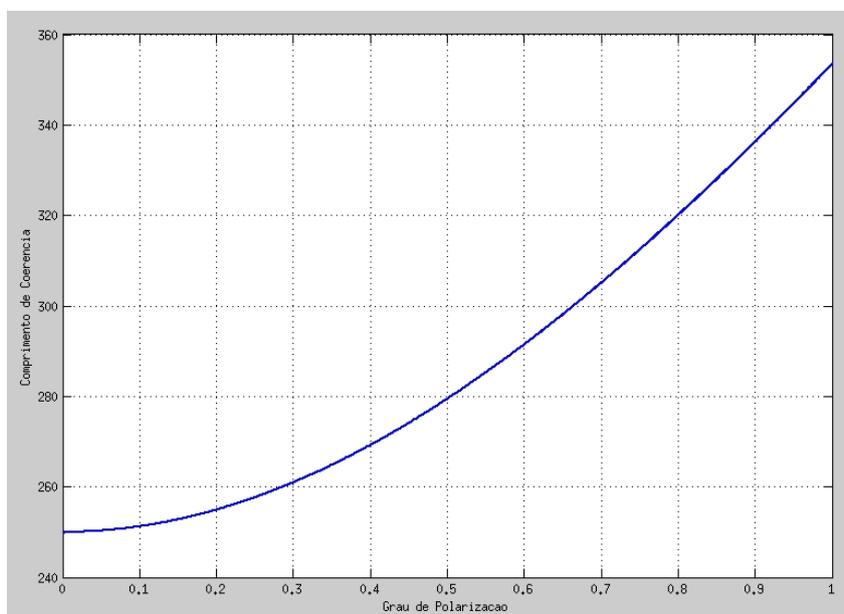


Figura 4.5 Comprimento de Coerência, parametrizado pelo comprimento de onda, do campo resultante μ_E em função do grau de polarização global ϕ .

estatísticas de \mathbf{E}_p e \mathbf{E}_u forem idênticas, teremos que a coerência do campo será:

$$\mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{(1 + \wp^2)}{2} |\gamma_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2. \quad (4.16)$$

É evidente que para $\wp = 0$ temos $\mu_E^2 = 0.5|\gamma_u|^2$, e que para $\wp = 1$ temos $\mu_E^2 = |\gamma_p|^2$. A figura 4.4 ilustra a dependência de μ_E em função de \wp , supondo campos térmicos quase monocromáticos obedecendo estatística gaussiana.

A figura 4.5 mostra o Comprimento de Coerência, parametrizado pelo comprimento de onda, ($\sigma_m [\lambda]$) do campo \mathbf{E}_m em função do grau de polarização \wp .

Para o caso em que $\gamma_p \neq \gamma_u$, o grau de polarização global serve como uma chave seletora, regulando a mistura das estatísticas que dará origem ao GECE do campo \mathbf{E}_m . Para testar este resultado, realizamos uma simulação da superposição de dois campos, um polarizado e outro não polarizado, com comprimentos de coerência distintos, $\sigma_p \approx 120\lambda$ e $\sigma_u \approx 275\lambda$, e com razões de intensidade distintas, consistindo de cem realizações para cada razão. A figura 4.6 é a média das correlações de intensidades, com realizações cada, feitas com o campo não polarizado (Rotulado no gráfico por *Unpol*), com o campo polarizado (Rotulado no gráfico por *Pol*), e com a mistura dos campos resultando nos graus de polarização: (a) $\wp = 0.11$, (b) $\wp = 0.33$ (c) $\wp = 0.67$ e (d) $\wp = 0.89$.

É importante perceber ainda que o comprimento de coerência da mistura varia de acordo com \wp .

Realizamos novamente a mesma simulação, desta vez deixando o campo \mathbf{E}_p com um comprimento de correlação maior do que o do campo \mathbf{E}_u , ou seja, $\sigma_p \approx 275\lambda > \sigma_u \approx 120\lambda$. A figura 4.7 é a média das correlações de intensidades, com (100) realizações cada, feitas com os graus de polarização: (a) $\wp = 0.11$, (b) $\wp = 0.33$ (c) $\wp = 0.67$ e (d) $\wp = 0.89$.

Novamente o comprimento de coerência da mistura varia de acordo com \wp , porém desta vez os comprimentos de coerência aumentam com o aumento do grau de polarização global \wp .

4.3 Resultados Experimentais

Foram realizadas medidas utilizando-se um único difusor no lugar de **RD1** e **RD2**, um difusor circular de 15° de dispersão, parte do conjunto 'Circular Light Shaping Diffuser Kit - 10DKIT-C2' da Newport.

Uma série de medidas foi adquirida com $\wp = 0.66$, ou seja, com o campo polarizado tendo, aproximadamente, o dobro da intensidade do campo não polarizado. Foram adquiridas imagens da distribuição de intensidades dos campos polarizado, não-polarizado, e da mistura entre

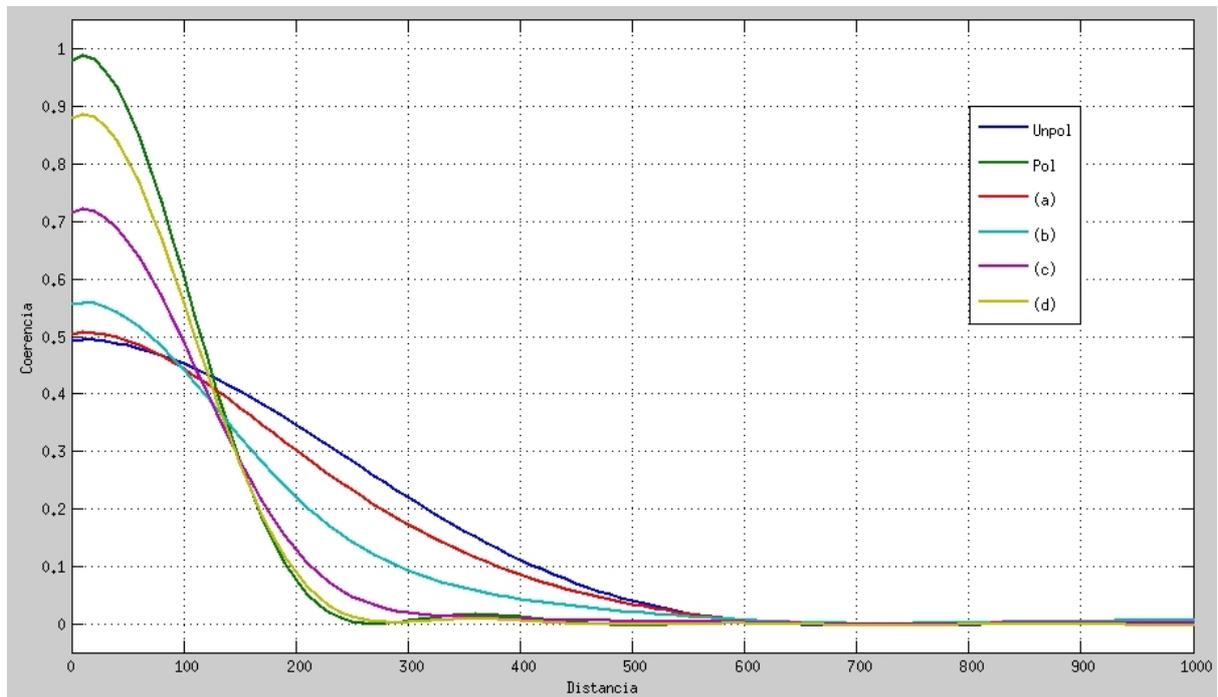


Figura 4.6 Simulação do Grau Espectral de Coerência Eletromagnética (μ_E) em função da distância, parametrizada pelo comprimento de onda, entre os pontos de observação (ρ [λ]). Na ordem: Campo não polarizado (Unpol); Campo polarizado (Pol); Misturas: (a) $\rho = 0.11$, (b) $\rho = 0.33$ (c) $\rho = 0.67$ e (d) $\rho = 0.89$.

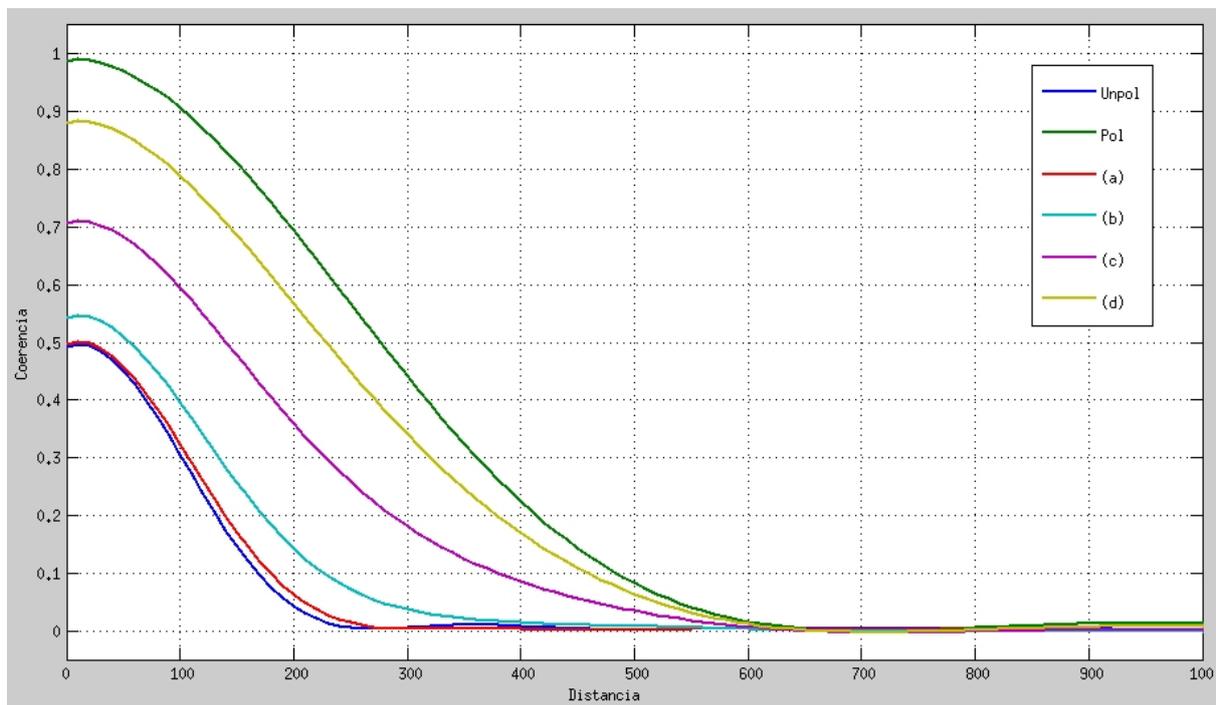


Figura 4.7 Simulação do Grau Espectral de Coerência Eletromagnética (μ_E) em função da distância, parametrizada pelo comprimento de onda, entre os pontos de observação ($\rho [\lambda]$). Na ordem: Campo não polarizado (Unpol); Campo polarizado (Pol); Misturas: (a) $\rho = 0.11$, (b) $\rho = 0.33$ (c) $\rho = 0.67$ e (d) $\rho = 0.89$.

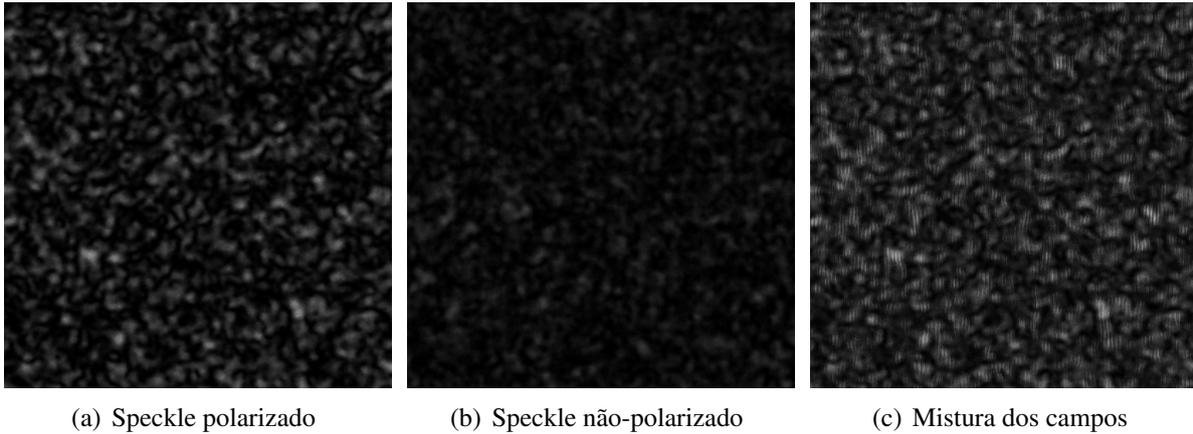


Figura 4.8 Realização dos campos polarizado, não polarizado, e do campo resultante da mistura entre eles.

eles, separadamente, para cada realização. A figura 4.8 mostra uma realização de cada um dos campos, \mathbf{E}_p , \mathbf{E}_u e \mathbf{E}_m , respectivamente.

Para cada aquisição, foi realizada a correlação de intensidades de acordo com o algoritmo descrito no **Cap. 3**. Médias das correlações foram feitas, uma para as correlações do campo polarizado, uma para correlações do campo não polarizado, e outra para a superposição dos campos. Utilizando o resultado obtido para os campos em separado, foi empregada a Eq. 4.15 para se obter a previsão teórica da mistura, e se comparou com os resultados experimentais.

A figura 4.9 mostra o resultado experimental, junto com a previsão teórica. No gráfico temos os GECEs do campo polarizado $[\Gamma_p]$, campo não polarizado $[\Gamma_u]$, do campo resultante da mistura $[\Gamma_m]$ e a previsão teórica $[\mu_E^2]$. Note que para campos térmicos o GECE é a correlação de intensidade normalizada subtraída da unidade, ou seja, a correlação em flutuações de intensidade (Eq. 2.64).

4.4 Conclusões

Mostramos teoricamente que o Grau de Espectral de Coerência Eletromagnética carrega informações sobre o grau de polarização do campo. Demonstramos, experimentalmente e através de simulações, a dependência da estatística de 2ª ordem do campo com o grau de polarização. Em especial, se mostrou possível alterar o comprimento de correlação de um campo através de manipulações no Grau de Polarização, tanto de forma teórica como por meio de simulações. Por consequência, nosso aparato experimental pode ser considerado uma fonte de luz

pseudotérmica sintonizável, uma vez que a coerência é facilmente ajustada.

Os resultados aqui apresentados, juntos com as discussões desenvolvidas, estão sendo sintetizadas em um artigo, que será submetido o mais breve possível.

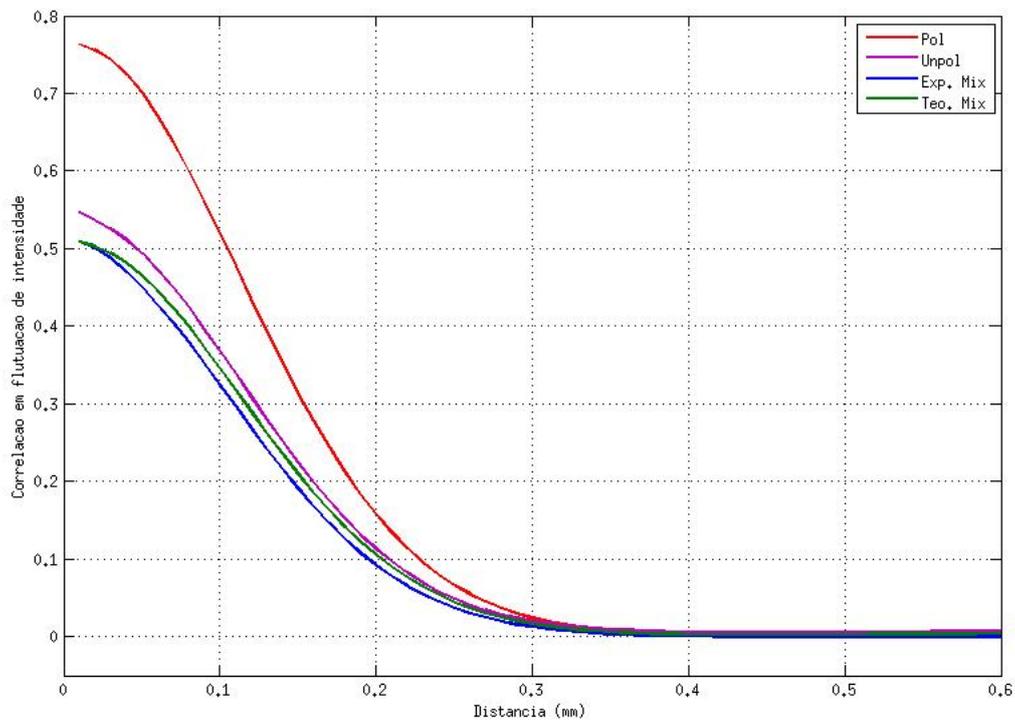


Figura 4.9 Resultados experimentais e previsão teórica: Γ_p , Γ_u , Γ_m e μ_E^2 .

Gerando luz térmica quase-monocromática com liberdade de controle sobre os parâmetros de Stokes generalizados

Um dos atuais desafios da ótica estatística está em se gerar luz térmica parcialmente coerente e parcialmente polarizada com total controle sobre o grau de correlação, o comprimento de correlação, o grau de polarização e os parâmetros de stokes generalizados. Campos ópticos parcialmente coerentes e parcialmente polarizadas são ferramentas fundamentais para estudos de superfícies [24], imagiologia biológica [25], microscopia [26] e muito mais. Notavelmente, estudos recentes apontam a sua utilização no importante desafio da engenharia de estados quânticos [27], onde a capacidade de controlar os parâmetros de Stokes generalizados de um campo óptico parcialmente coerente e parcialmente polarizado é essencial.

Tomando tais aplicações como motivação, propomos aqui um método de criação de uma fonte cuja luz é parcialmente coerente e parcialmente polarizada e completamente sintonizável. Iniciamos descrevendo os parâmetros estatísticos que caracterizam campos óticos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados (PCPP), suas propriedades e fundamentos físicos. Mostramos então o que acontece quando sobrepomos campos PCPP com propriedades estatísticas diversas. Na sequência propomos uma fonte constituída pela combinação de outras fontes, da forma mais simples possível, e demonstramos as propriedades desta em função da propriedades individuais da cada constituinte. Mostramos na sequência como simplificar tal fonte sem perda na liberdade de controle dos Parâmetros de Stokes Generalizados (PSG). Concluimos com a discussão de configurações específicas e perspectivas de aplicação para a fonte proposta.

5.1 Introdução

Na geração de campos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados, usualmente se emprega um meio difusor que espalha a luz, atribuindo uma fase aleatória ao campo. Apesar de ser um método eficiente e barato, o uso de difusores apresenta um problema fundamental: a

estatística da luz espalhada é determinada na fabricação do meio espalhador, ou seja, não é possível mudar as características da luz espalhada. Existem soluções comerciais que são capazes de espalhar a luz de forma controlada, de forma que seja possível escolher os parâmetros estatísticos da luz gerada. A mais versátil é o Spatial Light Modulator - SLM, ou Modulador de Fase Espacial, porém seu preço e restrições de venda afetam a sua disponibilidade ampla.

Como visto anteriormente, o grau de polarização tem papel fundamental nas propriedades estatísticas da luz, influenciando diretamente o comprimento de correlação do campo elétrico. Usaremos esta propriedade fundamental para manipular não só o grau de coerência da luz, mas também os parâmetros de Stokes generalizados (PSG).

5.2 Gerando Campos PCPP

Vamos começar da definição dos vetores de polarização nas bases (x, y) , (α, β) e (r, l) , respectivamente:

$$\begin{aligned} |x\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & |y\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ |\alpha\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} & |\beta\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ |r\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} & |l\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

assim como suas respectivas transformações de base:

$$\begin{aligned} |x\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle + |\beta\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|r\rangle + |l\rangle) \\ |y\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle - |\beta\rangle) = \frac{-i}{\sqrt{2}} (|r\rangle - |l\rangle) \\ |\alpha\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle + |y\rangle) = \frac{1-i}{\sqrt{2}} (|r\rangle + i|l\rangle) \\ |\beta\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle - |y\rangle) = \frac{1+i}{\sqrt{2}} (|r\rangle - i|l\rangle) \\ |r\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle + i|y\rangle) = \frac{1+i}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle - i|\beta\rangle) \\ |l\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|x\rangle - i|y\rangle) = \frac{1-i}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle + i|\beta\rangle). \end{aligned} \quad (5.2)$$

Consideraremos inicialmente seis diferentes campos parcialmente coerentes, $E_n(\mathbf{r})|n\rangle$, cada um completamente polarizado, em um dos diferentes estados de polarização definidas na Eq. 1.23. Supomos a independência estatística entre os campos, ou seja, as flutuações de fase em cada um são completamente independentes das flutuações de fase nos outros. O que é o mesmo que dizer que cada campo vêm de uma fonte diferente, com uma polarização diferente. Vejamos agora o resultado da superposição de todos estes campos:

$$\mathbf{E}_T(\mathbf{r}) = E_x(\mathbf{r})|x\rangle + E_y(\mathbf{r})|y\rangle + E_\alpha(\mathbf{r})|\alpha\rangle + E_\beta(\mathbf{r})|\beta\rangle + E_r(\mathbf{r})|r\rangle + E_l(\mathbf{r})|l\rangle. \quad (5.3)$$

Onde $E_i(\mathbf{r})$ é a distribuição espacial do campo no estado de polarização i . Mesmo que campos polarizados ortogonalmente não interfiram, existe interferência entre campos cujos vetores de polarização pertençam a bases de polarização distintas. Ou seja, $E_x(\mathbf{r})|x\rangle$ e $E_y(\mathbf{r})|y\rangle$ não interferem, porém $E_x(\mathbf{r})|x\rangle$ e $E_l(\mathbf{r})|l\rangle$ interferem.

Por fim, o que queremos obter são os PSG e a Coerência Ótica do campo resultante. Para tal, calculamos os elementos da Matriz de Coerência, W_{ii} , em cada componente das bases de polarização descritas na Eq. 1.23, e usamos o resultado para calcular os PSG, e por fim caracterizar o campo resultante. Começamos com:

$$W_{ii}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle \mathbf{E}_T^\dagger(\mathbf{r}_1)|i\rangle \langle i|\mathbf{E}_T(\mathbf{r}_2)\rangle, \quad (5.4)$$

onde:

$$\begin{aligned} \langle x|\mathbf{E}_T &= E_x + \frac{1}{\sqrt{2}}[E_\alpha + E_\beta + E_r + E_l] \\ \langle y|\mathbf{E}_T &= E_y + \frac{1}{\sqrt{2}}[E_\alpha - E_\beta + iE_r - iE_l] \\ \langle \alpha|\mathbf{E}_T &= E_\alpha + \frac{1}{\sqrt{2}}[E_x + E_y] + \frac{1+i}{2}[E_r - iE_l] \\ \langle \beta|\mathbf{E}_T &= E_\beta + \frac{1}{\sqrt{2}}[E_x - E_y] + \frac{1-i}{2}[E_r + iE_l] \\ \langle r|\mathbf{E}_T &= E_r + \frac{1}{\sqrt{2}}[E_x - iE_y] + \frac{1-i}{2}[E_\alpha + iE_\beta] \\ \langle l|\mathbf{E}_T &= E_l + \frac{1}{\sqrt{2}}[E_x + iE_y] + \frac{1+i}{2}[E_\alpha - iE_\beta] \end{aligned} \quad (5.5)$$

Dada independência estatística entre os campos e fazendo uso da definição usual dos PSG,

Eq. 2.42, obtemos:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \sum \langle E_i^*(\mathbf{r}_1) E_i(\mathbf{r}_2) \rangle, i = x, y, \alpha, \beta, r, l \\
S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle E_x^*(\mathbf{r}_1) E_x(\mathbf{r}_2) \rangle - \langle E_y^*(\mathbf{r}_1) E_y(\mathbf{r}_2) \rangle \\
S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle E_\alpha^*(\mathbf{r}_1) E_\alpha(\mathbf{r}_2) \rangle - \langle E_\beta^*(\mathbf{r}_1) E_\beta(\mathbf{r}_2) \rangle \\
S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle E_r^*(\mathbf{r}_1) E_r(\mathbf{r}_2) \rangle - \langle E_l^*(\mathbf{r}_1) E_l(\mathbf{r}_2) \rangle.
\end{aligned} \tag{5.6}$$

É interessante notar que apenas os campos polarizados na base (\hat{x}, \hat{y}) são relevantes para o parâmetro S_1 , assim como apenas os campos polarizados em $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ influenciam o parâmetro S_2 e apenas os campos polarizados em (\hat{r}, \hat{l}) definem o parâmetro S_3 . Podemos simplificar a Eq. 5.6 separando os elementos pertencentes a cada base de polarização e fazendo uso da definição 2.44:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \sum S_0^{(i,j)}, \text{ onde } (i, j) = (\hat{x}, \hat{y}), (\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \text{ e } (\hat{r}, \hat{l}); \\
S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= S_1^{(\hat{x}, \hat{y})}; \\
S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= S_2^{(\hat{\alpha}, \hat{\beta})}; \\
S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= S_3^{(\hat{r}, \hat{l})}.
\end{aligned} \tag{5.7}$$

De tal forma, é claro o papel de cada campo inicial na composição das propriedades estatísticas do campo resultante. Assim, conhecendo-se as propriedades dos campos iniciais, fica fácil definir as propriedades do campo resultante. Por exmplo, podemos obter facilmente o GPC do campo resultante:

$$|P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = \frac{|S_1^{(\hat{x}, \hat{y})}|^2 + |S_2^{(\hat{\alpha}, \hat{\beta})}|^2 + |S_3^{(\hat{r}, \hat{l})}|^2}{|\sum S_0^{(i,j)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)| |\sum S_0^{(i,j)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)|}, \tag{5.8}$$

que nada mais é do que a média ponderada dos grau de polarização, levando-se em conta cada base.

Uma informação muito importante, também, é a visibilidade em um interferômetro de primeira ordem:

$$|\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 = \frac{|\sum S_0^{(i,j)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{|\sum S_0^{(i,j)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)| |\sum S_0^{(i,j)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)|}. \tag{5.9}$$

Portanto, a Coerência Ótica do campo resultante $-\mu_E^2$ - será simplesmente a média simples entre o GPC $-|P|^2$ - e a visibilidade $-|\eta_0|^2$ -, como definido na Eq. 2.52, ou de forma equivalente como a soma dos módulos quadrados dos PSG do campo resultante:

$$\mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{|\sum S_0^{(i,j)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 + |S_{1(\hat{x}, \hat{y})}|^2 + |S_{2(\hat{\alpha}, \hat{\beta})}|^2 + |S_{3(\hat{r}, \hat{l})}|^2}{2|\sum S_0^{(i,j)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)| |\sum S_0^{(i,j)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)|}, \quad (5.10)$$

5.2.1 A diferença entre a mistura de Polarizações ortogonais e não-ortogonais

Podemos ainda explicitar a autocorrelação de cada campo, definida da forma:

$$\omega_k = \langle E_k^*(\mathbf{r}_1) E_k(\mathbf{r}_2) \rangle, \quad (5.11)$$

onde $k = x, y, \alpha, \beta, r$ e l são os estados de polarização, e a intensidade devida à cada campo como:

$$I_k(\mathbf{r}) = \langle E_k^*(\mathbf{r}) E_k(\mathbf{r}) \rangle. \quad (5.12)$$

De posse de tal notação, podemos reescrever a Coerência Ótica da mistura dos seis campos como:

$$\mu_E^2 = \frac{\sum_k |w_k|^2 + [w_\alpha + w_\beta] [w_r + w_l] + [w_x + w_y] [w_\alpha + w_\beta + w_r + w_l]}{[\sum_k I_k(\mathbf{r}_1)] [\sum_k I_k(\mathbf{r}_2)]} \quad (5.13)$$

Um ponto importante para a discussão é a diferença entre se misturar campos com polarizações ortogonais, e se misturar campos polarizados em diferentes bases. Vamos supor, num primeiro momento, que apenas dois campos de mesma intensidade são superpostos, e que estes são ortogonais, E_x e E_y por exemplo. Logo, o GPC e a Coerência Ótica desta mistura serão:

$$\begin{aligned} |P|^2 &= \frac{|w_x - w_y|^2}{4I^2} \\ \mu_E^2 &= \frac{|w_x|^2 + |w_y|^2}{4I^2}, \end{aligned} \quad (5.14)$$

e no limite em que $r_1 \rightarrow r_2$, estaremos medindo o grau de polarização e autocorrelação do campo, que serão:

$$|P|^2 = 0 \quad \text{e} \quad \mu_E^2 = \frac{1}{2}. \quad (5.15)$$

Temos assim um campo não polarizado, que naturalmente implica em grau de coerência ótico máximo de 0.5. Isso se dá pelo fato do campo possuir duas componente ortogonais não correlacionadas e de mesma intensidade.

Já para o caso em que os campos são polarizados em bases diferentes, por exemplo E_x e E_r , supondo mesmas intensidades médias, teremos como resultado da mistura um GPC e uma Coerência Ótica dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} |P|^2 &= \frac{|w_x|^2 + |w_r|^2}{4I^2} \\ \mu_E^2 &= \frac{|w_x|^2 + |w_r|^2 + \text{Re}[w_r w_x]}{4I^2}, \end{aligned} \quad (5.16)$$

o que resulta, garantida a independência estatística entre as fontes, em um grau de polarização e numa autocorrelação dadas por:

$$|P|^2 = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \mu_E^2 = \frac{3}{4}. \quad (5.17)$$

O que revela que a mistura entre dois campos polarizados, em estados de polarização distintos, não resulta obrigatoriamente em um campo não-polarizado, mas nos leva a crer, intuitivamente, que o grau de polarização depende do produto interno entre os vetores de polarização dos campos.

Se agora misturarmos todos as seis diferentes polarizações, garantindo a independência estatística entre os campos, e supondo que a intensidade média de todos os campos seja a mesma, $I_k(\mathbf{r}) = I$, teremos para a Coerência Ótica:

$$\mu_E^2 = \frac{1}{36I^2} \left\{ \sum_k |w_k|^2 + [w_\alpha + w_\beta][w_r + w_l] + [w_x + w_y][w_\alpha + w_\beta + w_r + w_l] \right\}, \quad (5.18)$$

O que implica que a autocorrelação deste campo será:

$$\mu_E^2(\mathbf{r}_1 \rightarrow \mathbf{r}_2) = \frac{1}{2}, \quad (5.19)$$

o que é exatamente idêntico à mistura de dois campos estocásticos pseudo-térmicos polarizados em estados ortogonais. Por fim fica claro que, independente do número de campos pseudo-térmicos que se misture, o menor valor de autocorrelação será sempre 0.5, o que está intimamente ligado ao fato de que o campo eletromagnético têm apenas, no máximo, dois graus de liberdade de polarização.

5.2.2 Fonte simplificada

Da equação 5.7 podemos inferir, intuitivamente, que para se gerar um campo pseudo-térmico PCPP com bom grau de controle sobre os parâmetros estatísticos espaciais, é necessário e suficiente controlar cada parâmetro dos PSG, de forma individual. Por exemplo, se quisermos um campo onde $S_2 = 0$, basta bloquear a luz proveniente das fontes polarizadas na base diagonal, ou para se ter $S_3 < 0$, bastaria usar apenas a componente de campo com polarização $|r\rangle$ da base circular.

Com isto em mente, considere um arranjo experimental composto de 4 fontes coerentes, com intensidade controláveis, nos estados de polarização x, y, α, l , e cada uma espalhada em um difusor. O campo resultante da superposição dos quatro campos espalhados será:

$$\mathbf{E}_T(\mathbf{r}) = E_x(\mathbf{r})|x\rangle + E_y(\mathbf{r})|y\rangle + E_\alpha(\mathbf{r})|\alpha\rangle + E_l(\mathbf{r})|l\rangle, \quad (5.20)$$

de tal forma que os PSG, na notação simplificada, serão:

$$\begin{aligned} S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \omega_x + \omega_y + \omega_\alpha + \omega_r \\ S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \omega_x - \omega_y \\ S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \omega_\alpha \\ S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \omega_l \end{aligned} \quad (5.21)$$

É importante notar que apenas S_1 é tido como a diferença entre correlações, e que a única forma possível de se ter $S_2 = 0$ ou $S_3 = 0$ é anulando as intensidades do campo com polarizações E_α ou E_l , ou seja, bloqueando os respectivos feixes.

Porém, existem formas de se alterar os PSG, sem afetar o GPC ou o GECE do campo. Por exemplo, se passarmos o campo resultante 5.20 por uma lâmina de atraso de fase do tipo Meia Onda, posicionada de modo que o eixo rápido esteja inclinado à 22.5° com relação ao eixo \hat{x} do referencial do laboratório, estaremos rodando os vetores de polarização do campo em 45° , transformando $|x\rangle$ em $|\alpha\rangle$, $|\alpha\rangle$ em $|y\rangle$, $|y\rangle$ em $|\beta\rangle$, e adicionando uma fase global à componente

$|l\rangle$. Portanto, os PSG seriam:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \omega_x + \omega_y + \omega_\alpha + \omega_l \\
S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= -\omega_\alpha \\
S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \omega_x - \omega_y \\
S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \omega_l
\end{aligned} \tag{5.22}$$

e o resultado final seria a troca de S_1 por S_2 .

De forma semelhante, poderíamos, ao invés de usar uma lâmina de Meia Onda, usar uma lâmina de Quarto de Onda, posicionada de forma que seu eixo rápido esteja à 45° em relação ao eixo \hat{x} do referencial do laboratório. Assim, estaríamos adicionado uma diferença de fase entre as componente \hat{x} e \hat{y} do referencial da lâmina, o que transformaria $|x\rangle$ em $|l\rangle$, $|l\rangle$ em $|y\rangle$, $|y\rangle$ em $|r\rangle$, e por fim adicionaria uma fase global à $|\alpha\rangle$. Portanto, os PSG seriam:

$$\begin{aligned}
S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \omega_x + \omega_y + \omega_\alpha + \omega_r \\
S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= -\omega_l \\
S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \omega_\alpha \\
S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \omega_x - \omega_y
\end{aligned} \tag{5.23}$$

e assim, o resultado é a troca de S_1 por S_3 .

Importante frisar que mesmo alterando os valores dos PSG, o GECE do campo não foi alterado, nem mesmo o GPC, uma vez que a lâminas de onda constituem transformações unitarias no campo. Por fim, o GECE deste campo, e o GPC serão, respectivamente:

$$\begin{aligned}
\mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \left\{ |\omega_x|^2 + |\omega_y|^2 + |\omega_\alpha|^2 + |\omega_l|^2 + |\omega_\alpha| |\omega_l| + \right. \\
&+ \left. [|\omega_x| + |\omega_y|] [|\omega_\alpha| + |\omega_l|] \right\} / [I_x + I_y + I_\alpha + I_l]^2
\end{aligned} \tag{5.24}$$

$$|\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)| = \frac{|\omega_x + \omega_y + \omega_\alpha + \omega_r|}{I_x + I_y + I_\alpha + I_l} \tag{5.25}$$

$$P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\sqrt{|\boldsymbol{\omega}_x - \boldsymbol{\omega}_y|^2 + |\boldsymbol{\omega}_\alpha|^2 + |\boldsymbol{\omega}_l|^2}}{I_x + I_y + I_\alpha + I_l} \quad (5.26)$$

Fica claro que assim é possível gerar campos óticos PCPP, com um grau razoável de controle sobre os parâmetros estatísticos, em especial os PSG. Acreditamos que esta configuração de mistura de quatro campos represente um bom compromisso entre complexidade experimental e controle.

5.3 Casos de interesse

Vamos agora discutir alguns casos simples, que ilustram bem os possíveis resultados da mistura de campos parcialmente coerentes e polarizados, estudados até aqui, mas não menos ricos em conteúdo. A partir de agora, usaremos a hipótese de campos térmicos, cujas flutuações de fase obedecem estatística gaussiana.

5.3.1 Dois campos de mesma polarização

Como primeiro caso, vamos investigar o que acontece quando se mistura dois campos independentes e no mesmo estado de polarização. Vamos definir os campos $\mathbf{E}_1 = E_1(\mathbf{r})|x\rangle$ e $\mathbf{E}_2 = E_2(\mathbf{r})|x\rangle$, de duas fontes distintas, com comprimentos de correlação σ_1 e σ_2 , respectivamente, se propagando na direção \hat{z} , e com intensidades médias homogêneas. A soma destes campos é $\mathbf{E}_T = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$, e evidentemente o único elemento da matriz de coerência não-nulo para este campo é o elemento W_{xx} , que será:

$$\begin{aligned} W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \left\langle (E_1^*(\mathbf{r}_1) + E_2^*(\mathbf{r}_1))(E_1(\mathbf{r}_2) + E_2(\mathbf{r}_2)) \right\rangle \\ &= \left\langle E_1^*(\mathbf{r}_1)E_1(\mathbf{r}_2) \right\rangle + \left\langle E_2^*(\mathbf{r}_1)E_2(\mathbf{r}_2) \right\rangle \\ &\quad + \left\langle E_1^*(\mathbf{r}_1)E_2(\mathbf{r}_2) \right\rangle + \left\langle E_2^*(\mathbf{r}_1)E_1(\mathbf{r}_2) \right\rangle. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Levando-se em conta a independência estatística entre os campo, fica claro que a matriz de coerência será simplesmente a soma das matrizes de cada campo, individualmente, ou seja:

$$\begin{aligned}
W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle E_1^*(\mathbf{r}_1)E_1(\mathbf{r}_2) \rangle + \langle E_2^*(\mathbf{r}_1)E_2(\mathbf{r}_2) \rangle \\
&= W_{xx}^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{xx}^{(2)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2),
\end{aligned} \tag{5.28}$$

e

$$W_{yy} = W_{xy} = W_{yx} = 0. \tag{5.29}$$

Portanto, a correlação das flutuações em intensidade da mistura, que para campos térmicos é simplesmente o GECE não normalizado, será:

$$\begin{aligned}
\langle \Delta I(\mathbf{r}_1)\Delta I(\mathbf{r}_2) \rangle &= |W_{xx}^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{xx}^{(2)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 \\
&= |W_{xx}^{(1)}|^2 + |W_{xx}^{(2)}|^2 + 2|W_{xx}^{(1)}W_{xx}^{(2)}|.
\end{aligned} \tag{5.30}$$

Podemos escrever as correlações de cada campo, para estatística gaussiana, como:

$$W_i(\rho) = |E_i|^2 \exp\left[\frac{-\rho^2}{2\sigma_i^2}\right], \tag{5.31}$$

onde $\rho = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ é a distância entre os detectores, i refere-se ao campo 1 ou 2 e σ_i é o comprimento de correlação do campo i . Consideramos a intensidade média homogênea espacialmente, e portanto temos que $|E_i|^2 = I_i$.

E assim, a correlação das flutuações em intensidade da mistura seria descrita por:

$$\begin{aligned}
\langle \Delta I(\mathbf{r}_1)\Delta I(\mathbf{r}_2) \rangle &= |E_1|^4 \exp\left[\frac{-\rho^2}{\sigma_1^2}\right] + |E_2|^4 \exp\left[\frac{-\rho^2}{\sigma_2^2}\right] + \\
&+ 2|E_1|^2|E_2|^2 \exp\left[-\frac{\rho^2}{2}\left(\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}\right)\right].
\end{aligned} \tag{5.32}$$

Levando em consideração que a intensidade total é $I = I_1 + I_2 = |E_1|^2 + |E_2|^2$, e definindo a fração da intensidade do campo E_2 em relação à intensidade total como:

$$\beta = \frac{I_2}{I_1 + I_2} = \frac{|E_2|^2}{|E_1|^2 + |E_2|^2}, \tag{5.33}$$

poderíamos definir o GECE como:

$$\begin{aligned} \mu_E^2(\rho) = & (1 - \beta)^2 \exp\left[\frac{-\rho^2}{\sigma_1^2}\right] + \beta^2 \exp\left[\frac{-\rho^2}{\sigma_2^2}\right] + \\ & + 2\beta(1 - \beta) \exp\left[-\frac{\rho^2}{2}\left(\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}\right)\right]. \end{aligned} \quad (5.34)$$

E ainda, teríamos o comprimento de correlação médio da mistura, que aqui é definido como o desvio padrão do GECE ao quadrado, como¹:

$$\sigma_T = (1 - \beta)^2 \sigma_1 + \beta^2 \sigma_2 + 2\beta(1 - \beta) \sqrt{\frac{2\sigma_1^2 \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}. \quad (5.35)$$

Se considerarmos a mistura do campo E_2 ao campo E_1 como forma de controlar o comprimento de correlação da mistura, vemos que a razão entre as intensidades dos campos tem um papel fundamental neste controle. Tomando como referência o comprimento de correlação do campo E_1 , podemos escrever a razão do comprimento de correlação final como o inicial σ_1 como:

$$\frac{\sigma_T}{\sigma_1} = (1 - \beta)^2 + \beta^2 \zeta + 2\beta(1 - \beta) \sqrt{\frac{2\zeta^2}{1 + \zeta^2}}, \quad (5.36)$$

onde

$$\zeta = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}. \quad (5.37)$$

Assim, temos que o comprimento de coerência do campo parcialmente coerente pode ser sintonizado facilmente pela manipulação da razão entre as intensidades de cada campo na mistura. Interessante notar que no caso em que o comprimento de correlação de ambos os campos é o mesmo, ou seja, $\zeta = 1$, o comprimento de correlação do campo resultante não depende da relação de intensidades:

$$\sigma_T = \sigma_1 [(1 - \beta)^2 + \beta^2 + 2\beta(1 - \beta)] = \sigma_1, \quad (5.38)$$

¹Em se tratando de comprimento de coerência, iremos, neste tópico, alternar livremente entre as definições de *comprimento de correlação* e *comprimento de coerência*, uma vez que para campos térmicos polarizados estas são equivalentes. A mesma liberdade não poderá ser tomada no caso de campos parcialmente polarizados, em especial quando falamos em correlação de campos e não de intensidade

e portanto não poderá ser alterado apenas na mistura de campo parcialmente coerentes e independentes.

A figura 5.1 mostra curvas de nível do comprimento de correlação da mistura, normalizado por σ_1 , em função de razão β e da razão entre os comprimentos de correlação ζ , com ($0 \leq \beta \leq 1$) e ($0.5 \leq \zeta \leq 2$).

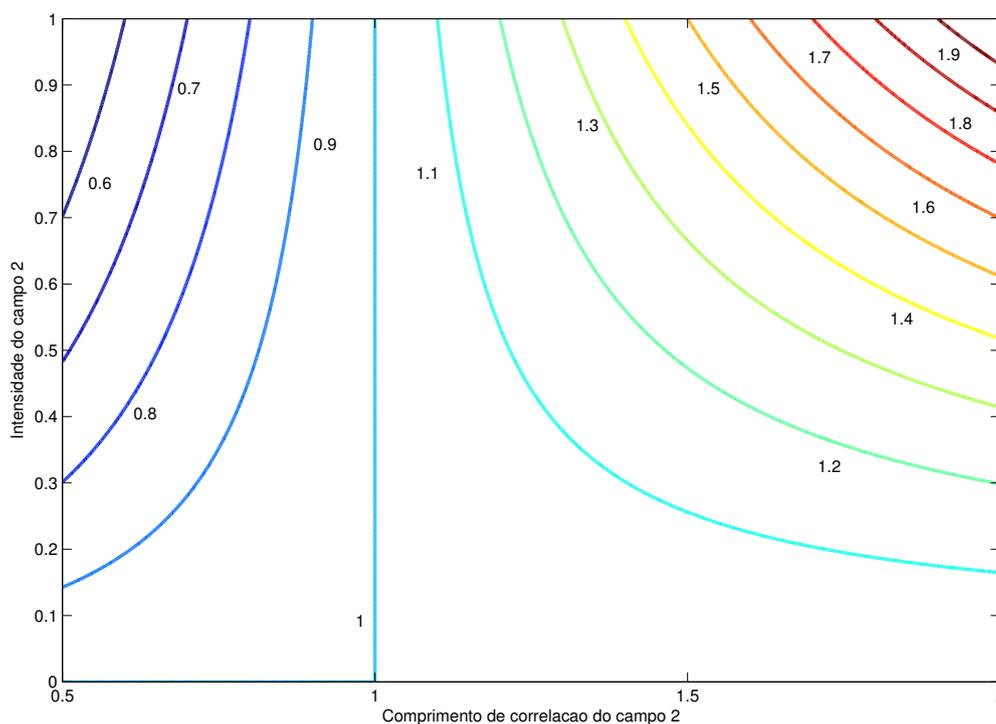


Figura 5.1 Curvas equipotenciais do comprimento de correlação σ_T/σ_1 , na mistura de campos parcialmente coerentes, e de mesma polarização. Eixo \hat{x} : σ_2 [comprimento de correlação do campo E_2]; Eixo \hat{y} : β [intensidade do campo E_2 , normalizada pela intensidade total].

Importante perceber que a razão entre as intensidades, β , além de ser um parâmetro experimentalmente mais acessível e fácil de controlar, é mais efetivo no controle do comprimento de coerência da mistura, já que apresenta dependência quadrática em σ_T , enquanto que o comprimento de correlação do campo de controle, σ_2 , influencia linearmente em σ_T .

5.3.2 Grau de Polarização Cruzada em forma de Anéis

Consideremos agora o que acontece quando se mistura dois campos parcialmente coerentes, e polarizados em estados ortogonais. Vamos definir os campos $\mathbf{E}_1 = E_x(\mathbf{r})|x\rangle$ e $\mathbf{E}_2 = E_y(\mathbf{r})|y\rangle$, de

duas fontes distintas, com comprimentos de correlação σ_x e σ_y , respectivamente, se propagando na direção \hat{z} , e com intensidades médias homogêneas. A superposição destes campos será:

$$\mathbf{E}_T = E_x(\mathbf{r})|x\rangle + E_y(\mathbf{r})|y\rangle. \quad (5.39)$$

Levando-se em conta a independência estatística entre os campos, fica claro que a matriz de coerência será simplesmente a soma das matrizes de cada campo, individualmente, e que os termos cruzados serão nulos, ou seja, $W_{xy} = W_{yx} = 0$. Logo:

$$\begin{aligned} W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle E_x^*(\mathbf{r}_1)E_x(\mathbf{r}_2) \rangle \\ W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle E_y^*(\mathbf{r}_1)E_y(\mathbf{r}_2) \rangle. \end{aligned} \quad (5.40)$$

Portanto, os PSG deste campo serão:

$$\begin{aligned} S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 0 \\ S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 0 \end{aligned} \quad (5.41)$$

Tomemos os campos como térmicos, ou seja, obedecendo estatística gaussiana. Podemos então escrever as correlações de cada campo como:

$$W_{ii}(\rho) = |E_i|^2 \exp\left[\frac{-\rho^2}{2\sigma_i^2}\right], \quad (5.42)$$

onde $\rho = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$, i refere-se ao campo polarizado, no estado $|x\rangle$ ou $|y\rangle$, e σ_i é o comprimento de correlação do campo i .

Considerando a intensidade média homogênea espacialmente, temos que $|E_i|^2 = I_i$. Assim, podemos reescrever os PSG como:

$$\begin{aligned}
 S_0(\rho) &= I_x \exp\left[\frac{-\rho^2}{2\sigma_x^2}\right] + I_y \exp\left[\frac{-\rho^2}{2\sigma_y^2}\right] \\
 S_1(\rho) &= I_x \exp\left[\frac{-\rho^2}{2\sigma_x^2}\right] - I_y \exp\left[\frac{-\rho^2}{2\sigma_y^2}\right] \\
 S_2(\rho) &= 0 \\
 S_3(\rho) &= 0
 \end{aligned} \tag{5.43}$$

O que nos leva a um GECE igual á:

$$\mu_E^2(\rho) = \frac{I_x^2}{(I_x + I_y)^2} \exp\left[\frac{-\rho^2}{\sigma_x^2}\right] + \frac{I_y^2}{(I_x + I_y)^2} \exp\left[\frac{-\rho^2}{\sigma_y^2}\right]. \tag{5.44}$$

Já o GPC assume a forma:

$$P(\rho) = \frac{\left| I_x \exp\left[\frac{-\rho^2}{2\sigma_x^2}\right] - I_y \exp\left[\frac{-\rho^2}{2\sigma_y^2}\right] \right|}{I_x + I_y}, \tag{5.45}$$

que implica que o grau de polarização global será:

$$\wp = P(\rho \rightarrow 0) = \frac{|I_x - I_y|}{I_x + I_y} \tag{5.46}$$

Para o caso especial em que os campos apresentam a mesma intensidade média, ou seja, $I_x = I_y$, teremos que o campo resultante será não polarizado. Porém, isto não implica que o campo não carregue informação de polarização, uma vez que o GPC não será obrigatoriamente nulo:

$$P(\rho) = \frac{1}{2} \left| \exp\left(\frac{-\rho^2}{2\sigma_x^2}\right) - \exp\left(\frac{-\rho^2}{2\sigma_y^2}\right) \right|. \tag{5.47}$$

No geral, temos que os comprimentos de correlação de cada polarização não são idênticos, ou seja $\sigma_x \neq \sigma_y$, e portanto, mesmo que o GPC seja nulo quando $\rho \rightarrow 0$, ele não será nulo para $\rho > 0$. Em especial, assumindo que $\sigma_x > \sigma_y$, quando observado na região em que $\rho \approx \sigma_x$, o valor do GPC será expressivo.

Realizamos simulações, de acordo com a metodologia descrita no Capítulo 3, onde o ensemble consistiu de 1000 realizações dos campos, e foram realizadas autocorrelações com as flutuações de intensidades. A figura 5.2 mostra o **GECE da mistura**, o **GPC da mistura**, e o GECE dos campos \mathbf{E}_x em **vermelho** e \mathbf{E}_y em **azul**.

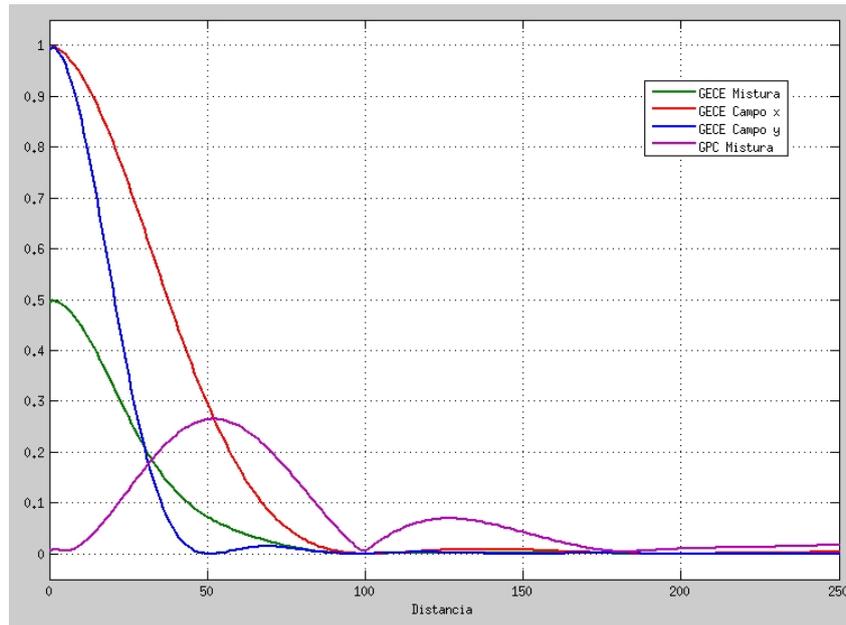


Figura 5.2 Simulação do GECE dos campos na mistura de campos com polarizações ortogonais, em função da distância parametrizada pelo comprimento de onda. No gráfico temos: μ_E^2 - GECE, $|P|$ - GPC, μ_x^2 e μ_y^2 - GECE dos campo polarizados, em \hat{x} e \hat{y} respectivamente.

A figura 5.3 mostra o GPC no plano perpendicular a propagação de \mathbf{E}_T , em função da distância nas direções \hat{x} e \hat{y} do plano de observação, normal à propagação, com distâncias parametrizadas pelo comprimento de onda.

Fica claro que as simulações realizadas corroboram com o que foi discutido teoricamente, e nos mostram que campos parcialmente coerentes não polarizados podem carregar informações sobre polarização.

5.4 Conclusões

Mostramos aqui configurações simples para se gerar campos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados, através da mistura de campos térmicos polarizados. Mostramos que quando os campos iniciais são estatisticamente independentes, as propriedades estatísticas resultantes são facilmente controladas. Mostramos ainda que é possível produzir um campo não polarizado que carrega informação na polarização, e que esta informação é acessível através do Grau de Polarização Cruzada.

Os resultados aqui apresentados, juntos com as discussões sobre o Grau de Polarização Cru-

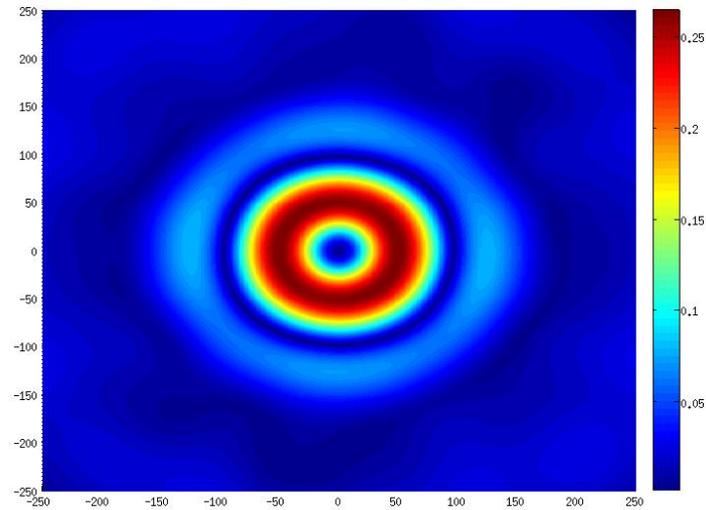


Figura 5.3 Simulação do Grau de Polarização Cruzado da mistura balanceada de campo PC, estatisticamente independentes, em estados de polarização ortogonais, com diferentes comprimentos de correlação. GPC no plano normal à propagação, com distâncias parametrizadas pelo comprimento de onda.

zado², estão sendo sintetizadas em um artigo, que será submetido o mais brevemente possível.

²Presentes ao longo do capítulo 2, como na página 36.

Medindo os Parâmetros de Stokes Generalizados com Interferômetro HBT

A coerência é uma propriedade crucial para a descrição de fenômenos ondulatórios, com implicações fundamentais em ótica, mecânica quântica e na física em geral. A coerência de campos óticos, como primeiramente investigada por Thomas Young, mais de 200 anos atrás [7], foi diretamente associada à visibilidade de franjas de interferência. Outra propriedade fundamental de campos óticos é a polarização, e sua conexão com a coerência já havia sido apontada por Young e Fresnel [28]. Apesar da longa história da ótica, a interdependência entre a coerência e a polarização só foi totalmente descrita recentemente [8], e suas consequências investigadas em vários casos práticos importantes.

As propriedades de polarização de campos óticos têm atraído atenção significativa desde a introdução dos parâmetros de Stokes generalizadas (PSG) [10]. Diferentemente da descrição habitual dos parâmetros Stokes, o PSG são medidas das correlações do campo em polarizações ortogonais [9], e dependem de duas posições no espaço. O conhecimento de PSG implica o conhecimento da matriz de coerência, e portanto o conhecimento completo das propriedades de coerência espacial dos campos óticos. Medir o PSG é, portanto, uma necessidade fundamental para qualquer ramo da ótica, em especial quando é necessária a descrição espacial completa do campo.

Sugerimos aqui um método para acessar os parâmetros de Stokes usuais e os de segunda ordem (PSG) de um campo ótico parcialmente coerente e parcialmente polarizado, através de um interferômetro de intensidade. Através de um arranjo experimental notavelmente simples, é possível medir simultaneamente os parâmetros de Stokes usuais e os PSG, permitindo a reconstrução da matriz de coerência e da matriz de polarização do campo, caracterizando completamente o campo ótico do domínio espacial, tanto estatisticamente como localmente no plano de observação.

6.1 Introdução

Até agora, o método sugerido e empregado para se medir os PSG é um elaborado experimento de difração de dupla-fenda de Young [29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36]. Apesar de sua importância histórica e ampla aplicação na ótica estatística [37], experiências de dupla-fenda de Young podem ser, muitas vezes, complicadas de se implementar, dependendo criticamente do alinhamento e da translação precisa das fendas, a fim de se verificar grandes áreas da frente de onda. De forma semelhante, a experiência padrão para a medida dos PSG é realizada várias vezes, com diferentes configurações de retardadores de fase e de polarizadores óticos, onde a medida da visibilidade das franjas de interferência em cada configuração está associada com um dos parâmetros, para dada posição específica das fendas. É importante salientar que tal esquema é complexo e extenuante, exigindo relativamente um grande esforço para sua realização.

Recentemente, foi demonstrado que a coerência de campos óticos, caracterizado pela interdependência das flutuações de fase em todo o campo, está intimamente relacionada com a correlação de intensidades [13]. Portanto, uma pergunta válida seria se as correlações de intensidade também poderiam ser utilizadas para acessar os PSG, já que a interferometria de intensidades é sem dúvida muito mais simples do que a interferometria de fases, como a do experimento de Young. O bem-sucedido e amplamente utilizado interferômetro de intensidades de Hanbury Brown e Twiss, HBT [15, 16, 38], é realizado através da medida direta da distribuição de intensidades do campo no espaço ou no tempo, e da correlação eletrônica das intensidades detectadas. Em outras palavras, não é necessário construir qualquer superposição do campo, e não é preciso usar elementos óticos especiais de difração. Como tal, pode ser configurado simplesmente com dois detectores em diferentes posições sobre a frente de onda.

6.2 Descrição Teórica

Desde sua introdução, através dos importantes artigos de 1956 [15] e 1957 [16], o interferômetro HBT encontrou aplicações nos mais variados campos da física, desde sua aplicação original em astronomia [17], a ondas de matéria e condensados de Bose-Einstein [18, 19], física de plasmas [20] e até em Física de Altas Energias [21].

Recentemente, o HBT vêm atraindo uma atenção renovada para a ótica. Desde que o proposto conceito de grau espectral de coerência eletromagnética (GECE) da luz, μ_e [12], cujo módulo quadrado corresponde à uma correlação de intensidades, foi demonstrado ser compatível com o conceito de interdependência de fase [13], que é considerada como a propriedade

que define a coerência. Portanto, usando a interferometria HBT para medir correlações de intensidade temos acesso direto às propriedades de coerência do campo.

Dada a distribuição de campo $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ sobre um plano de observação, vamos definir μ_ε^2 em termos dos elementos da matriz de coerência ótica do campo:

$$\mu_\varepsilon^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\sum_{i,j} |W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle}, \quad (6.1)$$

onde:

$$W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle E_i^*(\mathbf{r}_1) E_j(\mathbf{r}_2) \rangle. \quad (6.2)$$

Aqui o asterisco denota a conjugação complexa, os colchetes angulares indicam média estatística sobre o ensemble apropriado e i, j denota as direções de polarização x e y .

Para um campo ótico estocástico geral, obedecendo a estatística gaussiana, podemos escrever as correlações de intensidade em termos de μ_ε como¹:

$$\langle \Delta I(\mathbf{r}_1) \Delta I(\mathbf{r}_2) \rangle = \mu_\varepsilon^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle. \quad (6.3)$$

Isto é, as correlações não normalizadas das flutuações em intensidade do campo, medida por um interferômetro HBT, são simplesmente:

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{i,j} \left| \langle E_i^*(\mathbf{r}_1, \boldsymbol{\omega}) E_j(\mathbf{r}_2, \boldsymbol{\omega}) \rangle \right|^2 \quad (6.4)$$

Considerando agora que o campo ótico a ser analisado está viajando preferencialmente na direção \hat{z} . Preparamos o campo de acordo com a figura 6.1. Primeiro, enviamos o campo através de uma placa de quarto de onda, com o seu eixo rápido posicionado à um ângulo θ com respeito a direção \hat{x} , e em seguida, filtramos o campo com o auxílio de um polarizador linear alinhado com a direção \hat{x} . O campo resultante é então analisado com o interferômetro HBT.

Seja o campo inicial dado por:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_x(\mathbf{r})|x\rangle + E_y(\mathbf{r})|y\rangle, \quad (6.5)$$

e a matriz de Jones da lâmina de quarto de onda dada pela Eq. 1.46, temos que o campo preparado pelo arranjo experimental da figura 6.1, que chega no interferômetro HBT, é:

¹Ver Eq. 2.64, juntamente com sua demonstração na página 35.

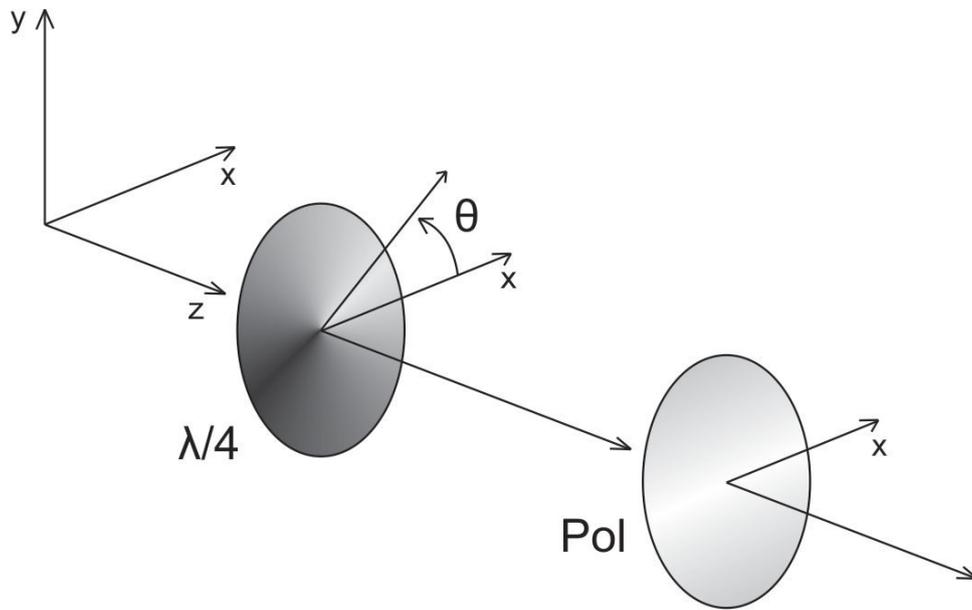


Figura 6.1 Arranjo experimental sugerido para medição dos Parâmetros de Stokes Generalizados, com o interferômetro HBT

$$\mathbf{E}_{res}(\mathbf{r}) = \left\{ [\cos^2 \theta - i \sin^2 \theta] E_x(\mathbf{r}) + [(1+i) \cos \theta \sin \theta] E_y(\mathbf{r}) \right\} |x\rangle, \quad (6.6)$$

e as correlações de intensidade são simplesmente o módulo quadrado da média do conjunto das realizações deste campo resultante. Desenvolvendo a Eq. 6.4 com a Eq. 6.6 temos:

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \theta) = & \left| [\cos^4 \theta + \sin^4 \theta] W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + [2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta] W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \right. \\ & + [\cos^2 \theta + i \sin^2 \theta] [(1+i) \cos \theta \sin \theta] W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \\ & \left. + [\cos^2 \theta - i \sin^2 \theta] [(1-i) \cos \theta \sin \theta] W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \right|^2. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Com as substituições trigonométricas apropriadas:

$$\begin{aligned} \cos^2(\theta) &= \frac{1}{2}(1 + \cos(2\theta)) \\ \sin^2(\theta) &= \frac{1}{2}(1 - \cos(2\theta)) \\ \cos(\theta) \sin(\theta) &= \frac{1}{2} \sin(2\theta), \end{aligned} \quad (6.8)$$

obtemos:

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \theta) = \frac{1}{4} \left| [1 + \cos^2 2\theta] W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + [1 - \cos^2 2\theta] W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \left[\frac{\sin 4\theta}{2} + i \sin 2\theta \right] W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \left[\frac{\sin 4\theta}{2} - i \sin 2\theta \right] W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \right|^2. \quad (6.9)$$

Tendo em conta que os PSG são escritos como [10]:

$$\begin{aligned} S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= i[W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)] \end{aligned} \quad (6.10)$$

se torna evidente que as correlações de intensidade são:

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \theta) = \frac{1}{4} \left| S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \cos^2 2\theta + S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{\sin 4\theta}{2} - S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \sin 2\theta \right|^2 \quad (6.11)$$

Isto é, a correlação de intensidade medida pelo interferômetro HBT do campo que chega são funções diretas dos quatro parâmetros de Stokes generalizados. Agora, é suficiente medir quatro correlações de intensidade, onde cada medição é feita com a placa de quarto de onda ajustada a um ângulo apropriado, para se ter acesso aos PSG.

Sabendo os PSG é agora possível obter as propriedades de coerência ótica do campo, com o uso da identidade $\langle I(\mathbf{r}) \rangle = S_0(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ e da relação²:

$$\mu_{\varepsilon}^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\sum_{i=0}^3 |S_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}{2S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)S_0(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)}, \quad (6.12)$$

assim como o chamado Grau de Polarização Cruzado³:

²Ver Eq. 2.49 e sua demonstração na página 29.

³Importante notar que a definição que está sendo usada aqui não é aquela que foi publicada em nosso artigo [39], mas é aquela que foi proposta nesta tese, discutida na página 28.

$$P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^3 |S_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2}}{[S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)S_0(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)]^{\frac{1}{2}}}. \quad (6.13)$$

Também é fácil demonstrar que, não somente a identidade $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \langle I(\mathbf{r}) \rangle^2$ é válida, mas a distribuição de intensidades instantâneas no plano de observação também é dependente do ângulo da lâmina de quarto de onda, e dos parâmetros de Stokes usuais:

$$I(\mathbf{r}, \theta) = \frac{1}{2} \left| S_0(\mathbf{r}) + S_1(\mathbf{r}) \cos^2 2\theta + S_2(\mathbf{r}) \frac{\sin 4\theta}{2} - S_3(\mathbf{r}) \sin 2\theta \right|. \quad (6.14)$$

Por isso, também é possível determinar a distribuição espacial dos vetores de polarização do campo. Uma boa escolha de ângulos para o experimento seria $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 22.5^\circ$, $\theta_3 = 45^\circ$ e $\theta_4 = 135^\circ$, que define exclusivamente os parâmetros de Stokes-generalizadas:

$$\begin{aligned} S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \Gamma(\theta_3)^{1/2} + \Gamma(\theta_4)^{1/2} \\ S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 2\Gamma(\theta_1)^{1/2} - \Gamma(\theta_3)^{1/2} - \Gamma(\theta_4)^{1/2} \\ S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= 2\Gamma(\theta_1)^{1/2} + (1 + \sqrt{2})\Gamma(\theta_3)^{1/2} + (1 - \sqrt{2})\Gamma(\theta_4)^{1/2} - 4\Gamma(\theta_2)^{1/2} \\ S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \Gamma(\theta_4)^{1/2} - \Gamma(\theta_3)^{1/2}, \end{aligned} \quad (6.15)$$

simultaneamente com os parâmetros de Stokes usuais:

$$\begin{aligned} S_0(\mathbf{r}) &= I(\theta_3) + I(\theta_4) \\ S_1(\mathbf{r}) &= 2I(\theta_1) - I(\theta_3) - I(\theta_4) \\ S_2(\mathbf{r}) &= 2I(\theta_1) + (1 + \sqrt{2})I(\theta_3) + (1 - \sqrt{2})I(\theta_4) - 4I(\theta_2) \\ S_3(\mathbf{r}) &= I(\theta_4) - I(\theta_3)]. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Portanto, com um simples arranjo experimental é possível obter as propriedades locais do campos óticos (polarização e intensidade), assim como suas propriedades estatísticas (correlações e correlações cruzadas). Também é interessante notar que a automação de um sistema de medida não é apenas possível, mas de simples implementação.

6.3 Desenvolvimentos e aplicações

Uma possível configuração para se medir em tempo real todos os parâmetros de Stokes do campo, usuais ou generalizados, pode ser derivado do método apresentado.

Uma sugestão para tal consiste na seguinte sistemática: O campo óptico é enviado através de uma placa de quarto de onda, com o seu ângulo rápido alinhado na direção \hat{x} e, em seguida, é dividido em quatro, cada um deles sendo filtrado por um polarizador linear, com as direções de polarização ajustadas em ângulos apropriados —possivelmente os mesmos já apontados, usados nas Eqs. 6.16 e 6.15. Após cada um dos polarizadores, matrizes de detecção —possivelmente sensores do tipo CCD ou CMOS —são posicionados equidistantes do divisor para gravar as distribuições de intensidades. Correlações eletrônicas das intensidades gravadas podem ser realizadas em seguida. Com tal arranjo, e usando as equações 6.15 e 6.16, é possível caracterizar completamente o campo óptico, sem a necessidade de quaisquer alterações de configuração durante o experimento [30], permitindo assim que caracterizações espaciais e temporais possam ser realizadas simultaneamente.

6.4 Conclusões

Concluimos que não apenas as propriedades de coerência de campos óticos PCPP podem ser acessadas por meio de correlações de intensidade, mas também as propriedades de polarização de segunda ordem. Graças ao interferômetro de Hanbury-Brown e Twiss, é possível caracterizar completamente campos óticos aleatórios de estatística gaussiana, medindo intensidade, polarização, coerência e correlações cruzadas, tanto espacialmente como também temporalmente. A técnica que foi desenvolvida aqui encontra aplicações de forma abrangente na grande área de ótica experimental, dado que efeitos de polarização são quase onipresentes. Com exemplos notáveis temos os processos de dispersão, ótica médica, fenômenos de speckle e espectroscopia, para citar alguns.

Os estudos apresentados neste capítulo foram resumidos e publicados no periódico internacional *Optics Letters*, com o título *Complete characterization of partially coherent and partially polarized optical fields* [39].

Conclusões Finais

Nesta tese abordamos três problemas fundamentais da ótica estatística: A geração de campos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados, a interdependência entre coerência e polarização em 4ª ordem, e a caracterização de campos térmicos através da detecção dos parâmetros de Stokes.

Discutimos a fundo a definição do Grau de Polarização Cruzada¹, o significado físico da coerência de fases, e as formas de se analisar campos térmicos parcialmente coerentes e parcialmente polarizados. Mostramos que a coerência ótica de um campo está fortemente correlacionada com o grau de polarização do mesmo, e que podemos utilizar um para manipular o outro.

Sugerimos um aparato experimental capaz de gerar campos pseudo-térmicos sintonizáveis, com completo controle sobre as correlações cruzadas, e mostramos que é possível um campo carregar informações em polarização mesmo este sendo não polarizado.

Mostramos como substituir o interferômetro de Young, na medida de correlações cruzadas, pelo interferômetro de Hambury-Brown e Twiss, simplificando significativamente a tarefa experimental de medir os parâmetros de Stokes Generalizados de campos térmicos. Além disso, apontamos métodos de caracterização simultânea das propriedades espaço-temporais de campos térmicos estatisticamente estacionários.

Apresentamos uma série de resultados relevantes, publicamos um artigo², temos outros dois em fase redação, e muitos estudos a serem concluídos.

¹Ver Capítulo 3.

²Publicado no periódico internacional *Optics Letters*, classificado pela Capes como Qualis A2 (fator de impacto 3.385), com o título *Complete characterization of partially coherent and partially polarized optical fields* [39].

Complete characterization of partially coherent and partially polarized optical fields

Gabriel Basso,* Luimar Oliveira, and Itamar Vidal

Grupo de Física Atômica e Lasers, DF-CCEN, Universidade Federal da Paraíba, Cx. Postal 5086, 58051-900 João Pessoa, Paraíba, Brazil

*Corresponding author: gabriel@otica.ufpb.br

Received November 27, 2013; revised January 15, 2014; accepted January 17, 2014; posted January 24, 2014 (Doc. ID 201787); published February 21, 2014

We suggest a method to access the second-order, or two-point, Stokes parameters of a partially coherent and partially polarized Gaussian model optical field from an intensity interferometry experiment. Through a remarkably simple experimental arrangement, it is possible to measure the two-point and one-point Stokes parameters simultaneously, allowing the reconstruction of the coherence matrix and the polarization matrix, thus completely characterizing the optical field both statistically and locally on the observation plane. Developments, automation, and applications are pointed out. © 2014 Optical Society of America

OCIS codes: (030.0030) Coherence and statistical optics; (120.0120) Instrumentation, measurement, and metrology. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.39.001220>

Coherence is a key property of waves with fundamental implications in optics, quantum mechanics, and physics in general. The coherence of optical fields, as first investigated by Young more than 200 years ago [1], was directly associated with the visibility of interference fringes. Another key aspect of optical fields is polarization, and its connection to coherence, was already pointed out by Young and Fresnel [2]. Despite optics' long history, the interdependence of coherence and polarization has been fully described only recently [3] and its consequences on various important practical cases investigated. The polarization properties of optical fields have attracted significant attention since the introduction of generalized Stokes parameters (GSPs) [4,5]. Different from the usual description of Stokes parameters, the GSPs are measurements of the correlations of orthogonal polarizations on a different basis [6], and depend on two positions in space. The knowledge of GSP implies the knowledge of the coherence matrix and thus the complete knowledge of coherence properties of optical fields. Measuring the GSP is therefore a fundamental necessity for any branch of optics in which the complete spatial description of the field is required.

Until now, the method suggested and employed to measure the GSP is an elaborated two-pinhole Young's diffraction experiment [7–15]. Despite its historical importance and wide application to statistical optics [16], Young's double pinhole experiment can be sometimes cumbersome to implement, relying on critical alignment and precise translation of pinholes in order to scan wide areas. Similarly, the standard experiment for measurement of the GSP is performed multiple times, with different configurations of phase retarders and polarization optics, and on each measurement the visibility of the interference fringes is associated with one parameter at time, for a specific position of the pinholes. It is important to point out that such a scheme is complex and extenuating, requiring a relatively big effort to be completed.

In this Letter, we suggest a methodology for measuring the GSP of optical fields obeying Gaussian statistics. Based on intensity interferometry, this method is shown to be simple and effective, since only one phase retarder,

one polarization element, and one CCD or CMOS detector are used. We also point the possibility of continuous real-time data acquisition.

It was recently shown that coherence for optical waves, characterized by the interdependence of phase fluctuations across the field, is intimately related to intensity correlations [17]. Therefore a valid question was whether intensity correlations could also be used to access the GSP, since intensity interferometry is arguably much simpler than phase interferometry, such as Young's. The successful, widely used Hurlbut Brown and Twiss intensity interferometer—HBT [18–20]—is performed by directly measuring the intensity of the field across space and/or time and electronically correlating the detected intensities. In other words, it does not need to build up any field superposition or use special optical/diffraction element. As such, it can be set up as simply as two detectors at different positions on the wave front.

Since its introduction, through seminal papers in 1956 [18] and 1957 [19], the HBT Interferometer has found its way into the most varied fields, from its original application on astronomy [21] to matter waves and Bose–Einstein condensate [22,23], plasma physics [24], all the way to high energy physics [25]. Now, it has gathered renewed attention in optics since the recently proposed concept of spectral electromagnetic degree of coherence of light μ_ϵ [26], whose value squared is equivalent to an intensity correlation, has been shown to fully comply with the notion of phase correlations [17], which is regarded as the property defining coherence. Therefore, using HBT interferometry to measure intensity correlations gives direct access to the coherence property of the field.

Given a field distribution $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ across an observation plane, let's define μ_ϵ in the space-frequency domain, in terms of the elements of the coherence matrix of the field

$$\mu_\epsilon^2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \omega) = \frac{\sum_{i,j} |W_{ij}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \omega)|^2}{\langle I(\vec{r}_1, \omega) \rangle \langle I(\vec{r}_2, \omega) \rangle}, \quad (1)$$

where

$$W_{ij}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \omega) = \langle E_i^*(\vec{r}_1, \omega) E_j(\vec{r}_2, \omega) \rangle. \quad (2)$$

Here the asterisk denotes the complex conjugation, the angular brackets indicate statistical average over the appropriate ensemble, $I(\vec{r}, \omega) = |\vec{E}(\vec{r}, \omega)|^2$ is the intensity (spectral density) at position \vec{r} , and i, j denotes the polarization directions x and y . From now on we are omitting the frequency dependence for the sake of simplicity.

For a general stochastic optical field obeying Gaussian statistics, we may write the intensity correlations in terms of μ_ϵ^2 as [27]

$$\langle \Delta I(\vec{r}_1) \Delta I(\vec{r}_2) \rangle = \mu_\epsilon^2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \langle I(\vec{r}_1) \rangle \langle I(\vec{r}_2) \rangle, \quad (3)$$

where $\Delta I(\vec{r}) = I(\vec{r}) - \langle I(\vec{r}) \rangle$ is the variation from the mean value of intensity at position \vec{r} . That is, the intensity correlation of the field as measured by a HBT interferometer is simply

$$\Gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{i,j} |\langle E_i^*(\vec{r}_1) E_j(\vec{r}_2) \rangle|^2. \quad (4)$$

Consider now that the optical field to be analyzed is traveling mainly in the \hat{z} direction. First, it is sent through a quarter-wave plate, with its fast axis rotated by an angle θ with respect to the \hat{x} direction and then filtered by a linear polarizer in \hat{x} , prior to the HBT interferometer (Fig. 1).

The field arriving on the HBT interferometer is

$$\vec{E}_{\text{res}}(\vec{r}) = \{[\cos^2 \theta + i \sin^2 \theta] E_x(\vec{r}) + [(1-i) \cos \theta \sin \theta] E_y(\vec{r})\} \hat{x}, \quad (5)$$

and the intensity correlation is simply the modulus squared of the ensemble average of the realizations of this resulting field. Developing Eq. (4) with Eq. (5) we have

$$\begin{aligned} \Gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \theta) = & |[\cos^4 \theta + \sin^4 \theta] W_{xx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ & + [2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta] W_{yy}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ & + [\cos^2 \theta - i \sin^2 \theta] [(1-i) \cos \theta \sin \theta] W_{xy}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ & + [\cos^2 \theta + i \sin^2 \theta] [(1+i) \cos \theta \sin \theta] W_{yx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) |^2 \end{aligned} \quad (6)$$

and with the appropriate trigonometric substitutions

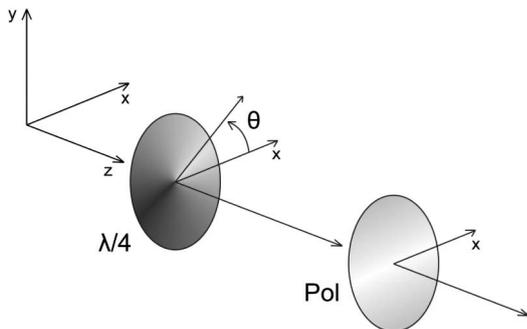


Fig. 1. Suggested setup, prior to HBT interferometer.

$$\begin{aligned} \Gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \theta) = & \frac{1}{4} \left| [1 + \cos^2 2\theta] W_{xx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \right. \\ & + [1 - \cos^2 2\theta] W_{yy}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ & + \left[\frac{\sin 4\theta}{2} - i \sin 2\theta \right] W_{xy}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ & \left. + \left[\frac{\sin 4\theta}{2} + i \sin 2\theta \right] W_{yx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \right|^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Bearing in mind that the GSP may be written as [5]

$$\begin{aligned} S_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= W_{xx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + W_{yy}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ S_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= W_{xx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) - W_{yy}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ S_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= W_{yx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + W_{xy}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ S_3(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= i[W_{yx}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) - W_{xy}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)], \end{aligned} \quad (8)$$

it becomes evident that the intensity correlations are

$$\begin{aligned} \Gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \theta) = & \frac{1}{4} \left| S_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + S_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \cos^2 2\theta \right. \\ & \left. + S_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \frac{\sin 4\theta}{2} + S_3(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \sin 2\theta \right|^2. \end{aligned} \quad (9)$$

That is, the intensity correlation measured by the HBT of the arriving field is a direct function of the four GSPs. Now, to have access to the GSP, it is sufficient to measure four intensity correlations, each measurement with the quarter wave plate set at an appropriate angle. With the knowledge of the GSP it is now possible to obtain the optical coherence properties of the field with the use of the relation [28]

$$\mu_\epsilon^2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{\sum_{i=0}^3 |S_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2}{2S_0(\vec{r}_1, \vec{r}_1)S_0(\vec{r}_2, \vec{r}_2)}, \quad (10)$$

as well as the so called cross polarization degree [28]:

$$P(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^3 |S_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2}}{S_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}. \quad (11)$$

It is also straightforward to show that the intensity arriving on the observation plane is also dependent on the quarter-wave plate angle and on the one-point Stokes parameter:

$$\begin{aligned} I(\vec{r}, \theta) = & \frac{1}{2} \left[S_0(\vec{r}) + S_1(\vec{r}) \cos^2 2\theta \right. \\ & \left. + S_2(\vec{r}) \frac{\sin 4\theta}{2} + S_3(\vec{r}) \sin 2\theta \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Thus, it is also possible to map the spatial distribution of intensity and polarization of the field, that is, the polarization matrix. One good choice of angles for the experiment would be $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 22.5^\circ$, $\theta_3 = 45^\circ$, and $\theta_4 = 135^\circ$, which uniquely defines the GSPs:

$$\begin{aligned}
S_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= \Gamma(\theta_3)^{1/2} + \Gamma(\theta_4)^{1/2} \\
S_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= 2\Gamma(\theta_1)^{1/2} - \Gamma(\theta_3)^{1/2} - \Gamma(\theta_4)^{1/2} \\
S_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= 2\Gamma(\theta_1)^{1/2} + (1 + \sqrt{2})\Gamma(\theta_3)^{1/2} \\
&\quad + (1 - \sqrt{2})\Gamma(\theta_4)^{1/2} - 4\Gamma(\theta_2)^{1/2} \\
S_3(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= \Gamma(\theta_3)^{1/2} - \Gamma(\theta_4)^{1/2}, \tag{13}
\end{aligned}$$

simultaneously with the one-point Stokes parameters:

$$\begin{aligned}
S_0(\vec{r}) &= I(\theta_3) + I(\theta_4) \\
S_1(\vec{r}) &= 2I(\theta_1) - I(\theta_3) - I(\theta_4) \\
S_2(\vec{r}) &= 2I(\theta_1) + (1 + \sqrt{2})I(\theta_3) \\
&\quad + (1 - \sqrt{2})I(\theta_4) - 4I(\theta_2) \\
S_3(\vec{r}) &= I(\theta_3) - I(\theta_4). \tag{14}
\end{aligned}$$

As such, with only a simple experimental setup, it is possible to obtain the local (polarization and intensity) and the statistical (correlations and cross-correlations) properties of optical fields. It is also interesting to notice that automation is not only possible but straightforward.

One possible setup to measure in real-time all the one-point and two-point Stokes parameters of the field might be as follows: The optical field is sent through a quarter-wave plate, with its fast angle fixed at the \hat{x} direction, and then it is divided in four, each being filtered by a linear polarizer with the polarization directions set at appropriate angles—possibly the ones already pointed. A detection array is positioned after each polarizer to record the arriving intensities, such as CCD detectors for 2D registration. Electronic correlations of the recorded intensities can then be performed. With such an arrangement, and using the relations 14 and 13, it is possible to completely characterize the optical field, without the need to any time-consuming configuration changes [9], thus allowing spatial and temporal characterization to be performed simultaneously.

We conclude that not only the coherence properties of partially coherent and partially polarized Gaussian-model optical fields can be accessed through intensity correlations but also the second-order polarization properties. Thanks to a Hanbury Brown and Twiss interferometer, it is possible to completely characterize random optical fields, measuring polarization, intensity and coherence, not only spatially but in time as well. Applications for this techniques span over a wide area in experimental optics since polarization effects are almost omnipresent, with examples on scattering process, medical optics, speckles phenomena and spectroscopy, to name a few.

The authors would like to thank professor Dr. Marcos Oriá for helpful comments and Capes\Weizmann co-operation grant, CNPq and FINEP for financial support.

References

1. T. Young, *A Course of Lectures on Natural Philosophy and the Mechanical Arts*, Vol. 1 (J. Johnson, 1807), p. 892.
2. A. J. Fresnel, *Annales de Chimie et de Physique* **2**, 239 (1816).
3. E. Wolf, *Phys. Lett. A* **312**, 263 (2003).
4. J. Ellis and A. Dogariu, *Opt. Lett.* **29**, 536 (2004).
5. O. Korotkova and E. Wolf, *Opt. Lett.* **30**, 198 (2005).
6. J. Tervo, T. Setälä, A. Roueff, P. Refregier, and A. T. Friberg, *Opt. Lett.* **34**, 3074 (2009).
7. O. V. Angelsky, P. V. Polyanskii, I. I. Mokhun, C. Y. Zenkova, H. V. Bogatyryova, C. V. Felde, V. T. Bachin-skiy, T. M. Boichuk, and A. G. Ushenko, *Optical Measurements: Polarization and Coherence of Light Fields, Modern Metrology Concerns*, D. L. Cocco, ed. (In-Tech, 2012).
8. O. V. Angelsky, S. G. Hanson, C. Y. Zenkova, M. P. Gorsky, and N. V. Gorodys'ka, *Opt. Express* **17**, 15623 (2009).
9. T. Setälä, J. Tervo, and A. T. Friberg, *Opt. Lett.* **31**, 2669 (2006).
10. B. Kanseri, S. Rath, and H. C. Kandpal, *Opt. Lett.* **34**, 719 (2009).
11. H. Roychowdhury and E. Wolf, *Opt. Commun.* **226**, 57 (2003).
12. B. Kanseri, S. Rath, and H. C. Kandpal, *Opt. Commun.* **282**, 3059 (2009).
13. B. Kanseri and H. C. Kandpal, *Opt. Lett.* **33**, 2410 (2008).
14. B. Kanseri and H. C. Kandpal, *Opt. Commun.* **283**, 4558 (2010).
15. O. V. Angelsky and P. V. Polyanskii, *Appl. Opt.* **51**, C100 (2012).
16. E. Wolf, ed., in *Progress in Optics* (Elsevier, 2007), Vol. **50**, pp. 251–273.
17. J. Tervo, T. Setälä, and A. T. Friberg, *Opt. Lett.* **37**, 151 (2012).
18. R. Brown and R. Twiss, *Nature* **177**, 27 (1956).
19. R. Brown and R. Twiss, *Proc. R. Soc. London* **242**, 300 (1957).
20. R. Twiss, A. Little, and R. Brown, *Nature* **180**, 324 (1957).
21. R. Brown and R. Twiss, *Nature* **178**, 1046 (1956).
22. R. G. Dall, S. S. Hodgman, A. G. Manning, M. T. Johns-son, K. G. H. Baldwin, and A. G. Truscott, *Nat. Commun.* **2**, 291 (2011).
23. W. RuGway, A. G. Manning, S. S. Hodgman, R. G. Dall, A. G. Truscott, T. Lamberton, and K. V. Kheruntsyan, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 093601 (2013).
24. J. Howard, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **48**, 777 (2006).
25. J. Cramer, G. Miller, J. Wu, and J. Yoon, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 102302 (2005).
26. T. Setälä, J. Tervo, and A. Friberg, *Opt. Lett.* **29**, 328 (2004).
27. T. Hassinen, J. Tervo, T. Setälä, and A. T. Friberg, *Opt. Express* **19**, 15188 (2011).
28. S. N. Volkov, D. F. V. James, T. Shirai, and E. Wolf, *J. Opt. A* **10**, 055001 (2008).

Apêndice - Abreviações e Símbolos

Abrv	Nome	Definição	Eq.	Pg.
PS	Parâmetros de Stokes	$S_0(\mathbf{r}) = \langle E_x^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle + \langle E_y^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle$ $S_1(\mathbf{r}) = \langle E_x^*(\mathbf{r})E_x(\mathbf{r}) \rangle - \langle E_y^*(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r}) \rangle$ $S_2(\mathbf{r}) = \langle E_\alpha^*(\mathbf{r})E_\alpha(\mathbf{r}) \rangle - \langle E_\beta^*(\mathbf{r})E_\beta(\mathbf{r}) \rangle$ $S_3(\mathbf{r}) = \langle E_l^*(\mathbf{r})E_l(\mathbf{r}) \rangle - \langle E_r^*(\mathbf{r})E_r(\mathbf{r}) \rangle$	1.28	10
-	Grau de Polarização	$\wp(\mathbf{r}) = \frac{\sqrt{ S_1(\mathbf{r}) ^2 + S_2(\mathbf{r}) ^2 + S_3(\mathbf{r}) ^2}}{S_0(\mathbf{r})}$	1.29	10
-	Função de Coerência Mútua	$\gamma_{12} = \langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1)\mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \rangle$	2.24	23
GCC	Grau Complexo de Coerência	$\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\langle \mathbf{E}^\dagger(\mathbf{r}_1)\mathbf{E}(\mathbf{r}_2) \rangle}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle}$	2.29	24
-	Matriz de Coerência	$W_{ij} = \langle E_i^*(\mathbf{r}_1)E_j(\mathbf{r}_2) \rangle$	2.40	26
PSG	Parâmetros de Stokes Generalizados	$S_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ $S_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ $S_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = W_{\alpha\alpha}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{\beta\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ $S_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = W_{rr}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - W_{ll}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$	2.44	27
GPC	Grau de Polarização Cruzado	$ P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) ^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{ S_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) ^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle}$	2.45	28
GECE	Grau Espectral de Coerência Eletromagnética	$\mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^3 \frac{ S_i(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) ^2}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle}$ $\mu_E^2 = \frac{1}{2} \left[\eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) ^2 + P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) ^2 \right]$	2.49	29
HBT	Interferômetro de Intensidade	$\Gamma_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\langle \Delta I(\mathbf{r}_1)\Delta I(\mathbf{r}_2) \rangle}{\langle I(\mathbf{r}_1) \rangle \langle I(\mathbf{r}_2) \rangle}$	2.56	34
-	Campos Térmicos	$\mu_E^2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \Gamma_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$	2.64	35
		$ P(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) ^2 = 2\Gamma_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - \eta_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) ^2$	2.65	36
		$\wp^2(\mathbf{r}) = 2\Gamma_{12}(\mathbf{r}) - 1$	2.66	36

Referências Bibliográficas

- [1] E. Hecht, *Optics*. Addison Wesley, fourth ed., 2002. ISBN 0-321-18878-0.
- [2] “[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polarisation_\(Linear\)_With.Phase.Indicators.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polarisation_(Linear)_With.Phase.Indicators.svg).” Wikimedia Commons, 2010. Visitada em 02 de junho de 2014.
- [3] “[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polarisation_\(Circular\)_With.Phase.Indicators.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polarisation_(Circular)_With.Phase.Indicators.svg).” Wikimedia Commons, 2010. Visitada em 02 de junho de 2014.
- [4] “[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polarisation_\(Elliptical\).svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polarisation_(Elliptical).svg).” Wikimedia Commons, 2007. Visitada em 02 de junho de 2014.
- [5] “http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Poincar%C3%A9_sphere.svg.” Wikimedia Commons, 2008. Visitada em 02 de junho de 2014.
- [6] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1995. ISBN 0 521 41711 2.
- [7] T. Young, *A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts.*, vol. 1. London :Printed for J. Johnson., 1807. <http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/22458>.
- [8] E. Wolf, “Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams,” *PHYSICS LETTERS A*, vol. 312, pp. 263–267, JUN 16 2003.
- [9] J. Tervo, T. Setälä, A. Roueff, P. Refregier, and A. T. Friberg, “Two-point Stokes parameters: interpretation and properties,” *OPTICS LETTERS*, vol. 34, pp. 3074–3076, OCT 15 2009.
- [10] O. Korotkova and E. Wolf, “Generalized Stokes parameters of random electromagnetic beams,” *OPTICS LETTERS*, vol. 30, pp. 198–200, JAN 15 2005.

- [11] T. Hassinen, J. Tervo, T. Setälä, and A. T. Friberg, “Hanbury Brown-Twiss effect with electromagnetic waves,” *OPTICS EXPRESS*, vol. 19, pp. 15188–15195, AUG 1 2011.
- [12] T. Setälä, J. Tervo, and A. Friberg, “Complete electromagnetic coherence in the space-frequency domain,” *OPTICS LETTERS*, vol. 29, pp. 328–330, FEB 15 2004.
- [13] J. Tervo, T. Setälä, and A. T. Friberg, “Phase correlations and optical coherence,” *OPTICS LETTERS*, vol. 37, pp. 151–153, JAN 15 2012.
- [14] MARTIENS.W and E. SPILLER, “FLUCTUATION MEASUREMENTS IN MIXED LIGHT FIELDS,” *PHYSICAL REVIEW*, vol. 145, no. 1, pp. 285–&, 1966.
- [15] R. BROWN and R. TWISS, “CORRELATION BETWEEN PHOTONS IN 2 COHERENT BEAMS OF LIGHT,” *NATURE*, vol. 177, no. 4497, pp. 27–29, 1956.
- [16] R. BROWN and R. TWISS, “INTERFEROMETRY OF THE INTENSITY FLUCTUATIONS IN LIGHT .1. BASIC THEORY - THE CORRELATION BETWEEN PHOTONS IN COHERENT BEAMS OF RADIATION,” *PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON SERIES A-MATHEMATICAL AND PHYSICAL SCIENCES*, vol. 242, no. 1230, pp. 300–324, 1957.
- [17] R. BROWN and R. TWISS, “TEST OF A NEW TYPE OF STELLAR INTERFEROMETER ON SIRIUS,” *NATURE*, vol. 178, no. 4541, pp. 1046–1048, 1956.
- [18] R. G. Dall, S. S. Hodgman, A. G. Manning, M. T. Johnsson, K. G. H. Baldwin, and A. G. Truscott, “Observation of atomic speckle and Hanbury Brown-Twiss correlations in guided matter waves,” *NATURE COMMUNICATIONS*, vol. 2, APR 2011.
- [19] W. RuGway, A. G. Manning, S. S. Hodgman, R. G. Dall, A. G. Truscott, T. Lamber-ton, and K. V. Kheruntsyan, “Observation of Transverse Bose-Einstein Condensation via Hanbury Brown-Twiss Correlations,” *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, vol. 111, AUG 27 2013.
- [20] J. Howard, “Application of polarization interferometers for Thomson scattering,” *PLASMA PHYSICS AND CONTROLLED FUSION*, vol. 48, pp. 777–787, JUN 2006.
- [21] J. Cramer, G. Miller, J. Wu, and J. Yoon, “Quantum opacity, the RHIC Hanbury Brown-Twiss puzzle, and the chiral phase transition,” *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, vol. 94, MAR 18 2005.

- [22] S. Equis and P. Jacquot, "Simulation of speckle complex amplitude: advocating the linear model," in *SPECKLE06: Speckles, From Grains to Flowers* (Slangen, P, ed.), vol. 6341 of *PROCEEDINGS OF THE SOCIETY OF PHOTO-OPTICAL INSTRUMENTATION ENGINEERS (SPIE)*, (1000 20TH ST, PO BOX 10, BELLINGHAM, WA 98227-0010 USA), pp. U699–U704, Ecole Mines Ales; Ales Sch Engn; SPIE; European Opt Soc; Soc Francaise Opt; Ctr Natl Rech Sci, SPIE-INT SOC OPTICAL ENGINEERING, 2006. Conference on Speckles, From Grains to Flowers, Nimes, FRANCE, SEP 13-15, 2006.
- [23] G. Piquero, F. Gori, P. Romanini, M. Santarsiero, R. Borghi, and A. Mondello, "Synthesis of partially polarized Gaussian Schell-model sources," *OPTICS COMMUNICATIONS*, vol. 208, pp. 9–16, JUL 1 2002.
- [24] T. Jeyapooan, M. Murugan, and B. Bovas, "Statistical analysis of surface roughness measurements using laser speckle images," in *Information and Communication Technologies (WICT), 2012 World Congress on*, pp. 378–382, Oct 2012.
- [25] C. Cofaru, W. Philips, and W. Van Paepegem, "Dense and accurate motion and strain estimation in high resolution speckle images using an image-adaptive approach," 2011.
- [26] C. Waterman-Storer, A. Desai, J. Bulinski, and E. Salmon, "Fluorescent speckle microscopy, a method to visualize the dynamics of protein assemblies in living cells," *CURRENT BIOLOGY*, vol. 8, pp. 1227–1230, NOV 5 1998.
- [27] A. Pechen, "Engineering arbitrary pure and mixed quantum states," *Phys. Rev. A*, vol. 84, p. 042106, Oct 2011.
- [28] A. J. Fresnel, "Memoire sur la diffraction de la lumiere," *Annales de chimie et de physique*, vol. 2, p. 239, 1816.
- [29] O. V. Angelsky, S. G. Hanson, C. Y. Zenkova, M. P. Gorsky, and N. V. Gorodys'ka, "On polarization metrology (estimation) of the degree of coherence of optical waves," *OPTICS EXPRESS*, vol. 17, pp. 15623–15634, AUG 31 2009.
- [30] T. Setala, J. Tervo, and A. T. Friberg, "Contrasts of Stokes parameters in Young's interference experiment and electromagnetic degree of coherence," *OPTICS LETTERS*, vol. 31, pp. 2669–2671, SEP 15 2006.
- [31] B. Kanseri, S. Rath, and H. C. Kandpal, "Direct determination of the generalized Stokes parameters from the usual Stokes parameters," *OPTICS LETTERS*, vol. 34, pp. 719–721, MAR 15 2009.

- [32] H. Roychowdhury and E. Wolf, “Determination of the electric cross-spectral density matrix of a random electromagnetic beam,” *OPTICS COMMUNICATIONS*, vol. 226, pp. 57–60, OCT 15 2003.
- [33] B. Kanseri, S. Rath, and H. C. Kandpal, “Determination of the amplitude and the phase of the elements of electric cross-spectral density matrix by spectral measurements,” *OPTICS COMMUNICATIONS*, vol. 282, pp. 3059–3062, AUG 1 2009.
- [34] B. Kanseri and H. C. Kandpal, “Experimental determination of electric cross-spectral density matrix and generalized Stokes parameters for a laser beam,” *OPTICS LETTERS*, vol. 33, pp. 2410–2412, OCT 15 2008.
- [35] B. Kanseri and H. C. Kandpal, “Experimental determination of two-point Stokes parameters for a partially coherent broadband light beam,” *OPTICS COMMUNICATIONS*, vol. 283, pp. 4558–4562, DEC 1 2010.
- [36] O. V. Angelsky and P. V. Polyanskii, “Some current trends of correlation optics metrology of coherence and polarization,” *APPLIED OPTICS*, vol. 51, pp. C100–C110, APR 1 2012.
- [37] E. Wolf, “The influence of Young’s interference experiment on the development of statistical optics,” in *PROGRESS IN OPTICS, VOL 50*, vol. 50 of *Progress in Optics*, pp. 251–273, SARA BURGERHARTSTRAAT 25, PO BOX 211, 1000 AE AMSTERDAM, NETHERLANDS: ELSEVIER SCIENCE BV, 2007.
- [38] R. TWISS, A. LITTLE, and R. BROWN, “CORRELATION BETWEEN PHOTONS, IN COHERENT BEAMS OF LIGHT, DETECTED BY A COINCIDENCE COUNTING TECHNIQUE,” *NATURE*, vol. 180, no. 4581, pp. 324–326, 1957.
- [39] G. Basso, L. Oliveira, and I. Vidal, “Complete characterization of partially coherent and partially polarized optical fields,” *OPTICS LETTERS*, vol. 39, pp. 1220–1222, MAR 1 2014.