

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



TESE DE DOUTORADO

**QUEBRA ESPONTÂNEA DA SIMETRIA
LEPTÔNICA NO MODELO 3-3-1 COM
NEUTRINOS DE MÃO DIREITA**

por

DIEGO ALEJANDRO COGOLLO APONTE

JOÃO PESSOA - PARAÍBA

AGOSTO - 2009

**QUEBRA ESPONTÂNEA DA SIMETRIA
LEPTÔNICA NO MODELO 3-3-1 COM NEUTRINOS
DE MÃO DIREITA**

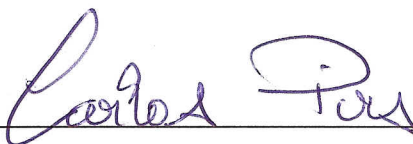
DIEGO ALEJANDRO COGOLLO APONTE

Tese de Doutorado apresentada à Coordenação
do Programa de Pós-graduação em Física da
Universidade Federal da Paraíba (UFPB) como
parte dos requisitos para a obtenção do grau de
Doutor em Física.

Orientador: Dr. Carlos Pires

Tese aprovada por:

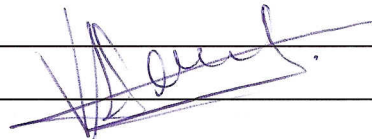
Dr. Carlos Pires (UFPB)



Dra. Yara do Amaral Coutinho (UFRJ)

Dr. Dionisio Bazeia (UFPB)

Dr. Francisco de Assis Brito (UFCG)



Dr. Victor Ignacio Afonso (UFCG)

JOÃO PESSOA - PARAÍBA

AGOSTO - 2009

A644q Aponte, Diego Alejandro Cogollo.
Quebra espontânea da simetria leptônica no modelo 3-3-1
com neutrinos de mão direita/Diego Alejandro Cogollo Aponte. -
João Pessoa, 2009.
85f. :il.
Orientador: Carlos Pires.
Tese (Doutorado) - UFPb - CCEN

1.Física. 2.Neutrinos. 3.Simetria. 4.Corrente Neutra.

UFPb/BC

CDU: 53 (043)

A Deus.

À Colômbia.

A minha maravilhosa família.

A minha linda esposa Ana Clara.

Aos meus gatinhos Schrödinger (*in memorian*) e Dalit.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente à vida por ter me dado a oportunidade de chegar até este ponto. Não foi fácil por muitas coisas, mas ela estava empenhada em que assim fosse.

Aos meus amigos de toda a vida, Sergio, Framsol, Yeyo e Alvin. Eles têm feito da minha vida uma aventura que tem valido a pena cada segundo vivido.

Aos meus amigos da graduação Ramos, Gerson, Paolo e Rizzo. Especial agradecimento para Ramos e Rizzo pela paciência em discutir assuntos da física de uma forma diferente.

Aos amigos que fiz no mestrado lá no Recife, o Gaúcho e Ernesto. Obrigado por me mostrar a vida de uma forma bem mais leve do que às vezes acreditamos que seja.

Ao professor Carlos Pires pela motivação, amizade e orientação.

Ao meu colega de trabalho Hermes, pelas inúmeras horas de discussão e trabalho. Assim como pela sua amizade.

Aos demais amigos do DF, Ferdinande, Jamilton, Washington e cia.

Finalmente quero agradecer à Capes pelo apoio financeiro.

Resumo

O modelo padrão não prediz massa para os neutrinos, e qualquer evidência que os neutrinos sejam partículas massivas é um sinal de nova física. Dados experimentais recentes sobre oscilações de neutrinos fornecem uma evidência convincente de que os neutrinos são partículas massivas e muito leves, com massa na escala dos eVs. Assim, devemos estender o modelo padrão de forma tal que sejam incorporados termos de massa para os neutrinos, e encontrar um mecanismo que explique o valor das massas observadas. É quase um consenso que o mecanismo See-Saw proporciona a mais elegante explicação para o valor observado das massas dos neutrinos.

Neste trabalho implementamos o mecanismo See-Saw no modelo 3-3-1 com neutrinos de mão direita, $3 - 3 - 1_{RH\nu}$. A implementação é feita com a introdução de um sexteto escalar e a quebra espontânea do número leptônico. Identificamos o Majoron como um singlete pelo grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_y$, o que o torna seguro sob os atuais limites dos dados eletrofracos. O principal resultado deste trabalho é que o mecanismo See-Saw funciona na escala dos TeVs, e como resultado a massa dos neutrinos de mão direita encontra-se na escala eletrofraca, fornecendo uma grande oportunidade de testar a sua existência nos atuais detectores.

Finalmente, apresentamos uma das propriedades mas interessantes do modelo, a troca de sabor na corrente neutra (FCNC). Mostramos a forma explícita desta lagrangiana e motivamos o estudo deste fenômeno por meio de interações hadrônicas e leptônicas que possibilitam sua testabilidade na próxima geração de aceleradores.

Palavras chave: Modelo $3 - 3 - 1_{RH\nu}$, sexteto de escalares, mecanismo See-Saw, quebra espontânea da simetria leptônica.

Abstract

The standard model does not predict mass for the neutrinos, and any evidence that neutrinos are massive particles is a signal of new physics. Recent experimental data on neutrino oscillations provide a convincing evidence that neutrinos are massive and very light particles, with mass in the scale of eVs. Thus, we must extend the standard model in order to incorporate mass terms for the neutrinos, and find a mechanism to explain the value of observed masses. It is almost a consensus that the See-Saw mechanism provides the most elegant explanation for the observed value of the masses of neutrinos.

In this work we implement the See-Saw mechanism in the 3-3-1 model with right handed neutrinos. The implementation is made with the introduction of a scalar sextet and the spontaneous breaking of the lepton number. We identified the Majoron as a singlet by the group $SU(2)_L \otimes U(1)_y$, which makes it safe under the current limits of the electroweak data. The main result of this work is that the See-Saw mechanism works at the TeV scale, and as a result the mass of right handed neutrinos lies in the electroweak scale, providing a great opportunity to test their existence in the current detectors.

Finally we present one of the most interesting properties of the model, the Flavour Changing Neutral Current (FCNC). We show the explicit form of this lagrangian and motivate the study of this phenomenon through Hadronic and leptonic interactions that enable their testability in the next generation of accelerators.

keywords: $3-3-1_{RH\nu}$ model, scalar sextet, See-Saw mechanism, spontaneous breaking of the lepton number

Conteúdo

Introdução	1
1 O Setor Eletrofraco do Modelo Padrão	4
1.1 Interações eletrofracas	4
1.2 Lagrangiana do MP	6
1.2.1 Setor de Férmions	6
1.2.2 Setor de Gauge	7
1.2.3 Setor de Yukawa	8
1.3 Quebra Espontânea de Simetria, (QES)	10
1.4 Bósons de Gauge Físicos	12
1.5 Correntes do Modelo Padrão	14
1.5.1 Correntes Carregadas	15
1.5.2 Correntes Neutras	16
1.6 Troca de Sabor no Modelo Padrão	18
2 O Modelo 3-3-1 com Neutrinos de Mão Direita.	20
2.1 Conteúdo Fermiônico	22
2.2 Conteúdo Escalar	23
2.3 Lagrangiana do Modelo $3 - 3 - 1_{RH\nu}$	23
2.3.1 Setor de Léptons	23
2.3.2 Setor de Quarks	24
2.3.3 Setor de Gauge	25

2.3.4	Setor de Yukawa	25
2.3.5	Setor dos Escalares	26
3	Quebra Espontânea de Simetria	29
3.1	Efeito da Quebra $3-3-1 \rightarrow 3-2-1$ nos Bósons de Gauge	30
3.2	Bósons de Gauge Físicos, $3-2-1 \rightarrow 3-1$	32
4	Correntes Neutras e Carregadas do Modelo	37
4.1	Correntes Carregadas dos Léptons	38
4.2	Correntes Neutras dos Léptons	40
4.3	Correntes Carregadas dos Quarks	42
4.4	Correntes Neutras dos Quarks	43
5	O Potencial Escalar do Modelo	47
6	O Mecanismo See-Saw na Escala dos TeV's para um Modelo	
	$3 - 3 - 1$ com Neutrinos de Mão Direita	53
6.1	O Majoron	55
6.2	O Potencial Escalar Incluindo o Sexteto	56
6.3	O Mecanismo See-Saw	59
7	Troca de Sabor na Corrente Neutra.	64
8	Conclusões	68
A	Bósons de Gauge quando Incluído o Sexteto	70
	Bibliografia	74

Introdução

A descrição das interações eletrofracas construiu-se a partir de uma invariância de gauge baseada no grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_y$. Esta invariância é quebrada espontaneamente via mecanismo de Higgs, $SU(2)_L \otimes U(1)_y \rightarrow U(1)_{EM}$. A razão da quebra espontânea via mecanismo de Higgs veio como resultado da própria fenomenologia das interações eletrofracas, pois estava claro que, devido ao seu curto alcance, estas deviam ser mediadas por partículas de Spin 1 e muito massivas.

A implementação do mecanismo de Higgs é feita acrescentando à lagrangiana do modelo, invariante pelas transformações do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_y$, um setor escalar composto por um dubleto de escalares Φ . Tecnicamente, a quebra de simetria ocorre quando a componente neutra do dubleto Φ adquire um valor esperado no vácuo diferente de zero. Após a quebra de simetria teremos três bósons de gauge massivos (ω^+, ω^-, Z^0), léptons carregados e quarks com seus corretos termos de massa, um bóson escalar massivo (o bóson de Higgs) e, devido a que a teoria agora é invariante pelas transformações do grupo $U(1)_{EM}$, teremos um bóson de gauge sem massa, o fóton γ .

A descrição conjunta das interações eletromagnética e fraca certamente constitui um dos maiores avanços na ciência do século XX. O modelo foi proposto nos anos sessenta por Glashow, Salam e Weinberg, e a partir dessa data vem sendo testado experimentalmente com grande sucesso, motivo pelo qual passou a ser chamado *Modelo Padrão das interações eletrofracas*.

Podemos atribuir o nascimento propriamente dito do Modelo Padrão (MP)

à tentativa de Fermi de descrever o decaimento β ($n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$) como uma interação de quatro férmions. A partir de então muitas outras idéias foram incorporadas até chegar à versão moderna de Glashow, Salam e Weinberg.

Hoje, todas as partículas do modelo padrão, exceto o Higgs, já foram corroboradas experimentalmente. Também nos últimos anos foram submetidos aos mais rigorosos testes todos os parâmetros das interações eletrofracas no experimento $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow f\bar{f}$, e não se encontrou evidência experimental que refute as previsões do modelo padrão. Ainda assim, é um consenso na comunidade de físicos de partículas que o MP não é a última palavra na descrição das partículas fundamentais e suas interações. Existem perguntas fundamentais às quais o MP não oferece resposta, como por exemplo a massa dos neutrinos, a hierarquia das partículas, e a réplica de famílias.

A respeito da massa dos neutrinos, no ano de 1998 a colaboração de Super-Kamiokande comprovou pela primeira vez o fenômeno de oscilação de neutrinos, e conseqüentemente mostrou que eles são partículas massivas, muito leves, com massa na ordem dos eVs [1]. Ficou então evidente que o MP necessitava ser expandido ou modificado pois nele não existem termos de massa nem tipo Dirac nem tipo Majorana para os neutrinos. A partir dessa data iniciou-se uma grande corrida para incorporar essa nova física numa extensão do MP.

Então, considerando a massa dos neutrinos, o objetivo é duplo: estender o modelo padrão de forma tal a gerar termos de massa tipo Dirac ou Majorana (ou ambos), e encontrar um mecanismo que explique o valor das suas pequenas massas. É quase um consenso que o mecanismo See-Saw [2] proporciona a mais elegante explicação para o valor observado das massas dos neutrinos. Assim, qualquer extensão do modelo padrão que acomode esse mecanismo automaticamente torna-se um interessante candidato para nova física além do MP.

O modelo que exploramos nesta tese é a versão com neutrinos de mão direita [3] do conhecido modelo $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ ($3 - 3 - 1$) [4, 5].

Por simplicidade será chamado de $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$. Basicamente, nesta extensão de gauge o grupo de invariância padrão, $SU(2)_L \otimes U(1)_y$, estende-se a um outro de dimensão maior, o $SU(3)_L \otimes U(1)_N$. Isto se traduz, entre outras coisas, em um maior número de bósons de gauge com novas interações que representam física além do MP, como veremos nos capítulos 2 e 3. A versão com neutrinos de mão direita apresenta a vantagem de requerer só três tripletos de Higgs a fim de gerar massa para todos os férmions carregados. A forma de introduzir termos de massa invariantes de gauge para os neutrinos no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ é mediante a inclusão de um sexteto de escalares ao conteúdo escalar original [6]. Como veremos no capítulo 6, este sexteto contém todos os ingredientes necessários para gerar o mecanismo See-Saw no modelo.

Uma outra propriedade do modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ que analisaremos nesta tese é que no setor neutro do modelo existe o fenômeno de troca de sabor, conhecido na literatura como FCNC (*flavor changing neutral current*). Como veremos no capítulo 7, o novo bóson de gauge Z^2 apresenta interações que levam a este fenômeno. A presença de FCNC no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ é uma consequência da forma como os tripletos de quarks transformam por $SU(3)_L \otimes U(1)_N$, como veremos claramente.

No primeiro capítulo desta tese será feita uma pequena introdução ao modelo padrão, serão mostrados os passos seguidos para obter o seu espectro de partículas tanto de matéria como de interação, assim como os mecanismos que geram estas massas. Também serão deduzidas as interações das partículas de matéria com os bósons de gauge, e veremos o porquê da necessidade de ir além do MP. Este primeiro capítulo servirá como uma guia para a construção do modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ nos posteriores capítulos.

Capítulo 1

O Setor Eletrofraco do Modelo Padrão

1.1 Interações eletrofracas

O setor eletrofraco do Modelo Padrão está contido no produto tensorial dos grupos $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. As partículas do modelo estão dispostas da seguinte forma: os férmions de mão esquerda encontram-se na representação fundamental ou dubleto do grupo $SU(2)_L$, e os férmions de mão direita na representação singleto.

$$f_L^a = \begin{pmatrix} \nu^a \\ \ell^a \end{pmatrix}_L, \quad \ell_R^a,$$

$$\begin{aligned} \nu^1 &= \nu_e, & \nu^2 &= \nu_\mu, & \nu^3 &= \nu_\tau, \\ \ell^1 &= e^-, & \ell^2 &= \mu^-, & \ell^3 &= \tau^-. \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$Q_L^a = \begin{pmatrix} u^a \\ d^a \end{pmatrix}_L, \quad u_R^a, \quad d_R^a,$$

$$u^1 = u, \quad u^2 = c, \quad u^3 = t,$$

$$d^1 = d, \quad d^2 = s, \quad d^3 = b. \quad (1.2)$$

Os bósons de gauge simétricos introduzem-se através da substituição mínima $\partial_\mu \rightarrow D_\mu$. Esta substituição é necessária para fazer a lagrangiana da teoria invariante de gauge pelas transformações locais do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_y$.

No Modelo Padrão a derivada covariante D_μ tem as seguintes formas:

$$D_\mu^L = \partial_\mu + ig W_\mu^a t^a + i g' \frac{Y}{2} B_\mu,$$

$$D_\mu^R = \partial_\mu + i g' \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (1.3)$$

com $a=1,2,3$, W_μ^a =bósons de gauge simétricos do grupo $SU(2)_L$, B_μ =bóson de gauge simétrico do grupo $U(1)_y$, $t^a=\tau_a/2$ geradores do grupo $SU(2)_L$, τ_a = matrizes de Pauli, Y = hipercarga.

É importante lembrar que o conteúdo de representação de um modelo baseado em um determinado grupo de gauge pode ser conhecido através do operador carga elétrica. Por definição, o operador carga elétrica é uma combinação linear dos geradores diagonais do grupo de gauge. No caso do MP, será uma combinação linear dos geradores diagonais do grupo $SU(2)_L$ e do grupo $U(1)_y$: $\frac{Q}{e} = \frac{\tau^3}{2} + \frac{Y I_{2 \times 2}}{2}$.

De acordo com isto, o MP fornece a seguinte distribuição de carga elétrica para o conteúdo fermiônico e escalar na representação fundamental de dubleto:

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} Y + 1 \\ Y - 1 \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

Este operador deve fornecer as cargas elétricas corretas a todas as partículas do modelo. Por exemplo, para o dubleto f_L teremos duas condições: $\frac{Y+1}{2} = 0$ para a primeira componente do dubleto, e $\frac{Y-1}{2} = -1$ para a segunda componente do dubleto. Isto nos leva a uma única solução $Y_{f_L} = -1$. Usando o mesmo raciocínio pode-se mostrar que: $Y_{\ell_R^a} = -2$, $Y_{Q_L} = \frac{1}{3}$, $Y_{u_R^a} = \frac{4}{3}$, $Y_{d_R^a} = \frac{-2}{3}$.

1.2 Lagrangiana do MP

Por construção, a densidade lagrangiana total do modelo padrão deve ser invariante de lorentz, renormalizável, e invariante de gauge pelas transformações do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_y$:

$$\mathcal{L}_{MP} = \mathcal{L}_{leptons} + \mathcal{L}_{quarks} + \mathcal{L}_{escalar} + \mathcal{L}_{yukawa} + \mathcal{L}_{gauge}. \quad (1.5)$$

1.2.1 Setor de Férmions

Os dois primeiros termos de (1.5) representam a parte fermiônica do MP. Destas duas lagrangianas derivam-se as interações dos férmions com os bósons de gauge físicos tanto neutros como carregados do modelo:

$$\mathcal{L}_{fermions} = \sum_{a=1}^3 [\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a + \bar{\psi}_R^a i\gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^a]. \quad (1.6)$$

Nesta expressão, quando $\psi_L^a = f_L^a$ e $\psi_R^a = \ell_R^a$ estamos falando da lagrangiana leptônica. Quando $\psi_L^a = Q_L^a$ e $\psi_R^a = u_R^a, d_R^a$, estamos falando da lagrangiana de quarks. Os campos e a derivada covariante transformam por $SU(2)_L \otimes U(1)_y$ da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\psi(x)_L &\rightarrow \psi'_L(x) = e^{[it^a \alpha_a(x) + i \frac{Y\beta(x)}{2}]} \psi(x)_L, \\
\bar{\psi}(x)_L &\rightarrow \bar{\psi}'(x)_L = \bar{\psi}(x)_L e^{[-it^a \alpha_a(x) - i \frac{Y\beta(x)}{2}]}, \\
\psi(x)_R &\rightarrow e^{i \frac{Y\beta(x)}{2}} \psi_R(x), \\
\bar{\psi}(x)_R &\rightarrow \bar{\psi}(x)_R e^{-i \frac{Y\beta(x)}{2}}, \\
D_\mu^L \psi_L &\rightarrow D_\mu'^L \psi'_L = e^{[it^a \alpha_a(x) + i \frac{Y\beta(x)}{2}]} D_\mu^L \psi_L, \\
D_\mu^R \psi_R &\rightarrow D_\mu'^R \psi'_R = e^{i \frac{Y\beta(x)}{2}} D_\mu^R \psi_R.
\end{aligned} \tag{1.7}$$

Estas transformações dos campos e das derivadas covariantes garantem a invariância de $\mathcal{L}_{fermions}$ pelas transformações do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_y$.

1.2.2 Setor de Gauge

Desta parte da lagrangiana derivam-se as interações trípticas e quárticas entre os próprios bósons de gauge, como também a sua dinâmica [7, 8]:

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \tag{1.8}$$

onde $G^{a\mu\nu} = \partial^\mu W^{a\nu} - \partial^\nu W^{a\mu} + g\epsilon^{abc} W^{b\mu} W^{c\nu}$ e $B^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$, com $a = 1, 2, 3$. Nesta expressão não estão contemplados ainda os bósons de gauge físicos do modelo. Os bósons de gauge envolvidos na equação (1.8) são chamados bósons de gauge simétricos, pois pertencem a uma lagrangiana invariante pelas transformações do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_y$. Termos de massa para estes bósons de gauge quebrarão explicitamente a simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_y$. Então teremos que procurar um mecanismo que gere massa para os bósons de gauge pois sabemos que as interações eletrofracas devem ser mediadas por bósons muito massivos, e ainda, como a teoria deve recuperar a QED, um destes bósons deve permanecer sem massa e será associado às interações eletromagnéticas.

1.2.3 Setor de Yukawa

Um termo de massa para os léptons carregados do tipo $M\bar{\ell}\ell = M[\bar{\ell}_L\ell_R + \bar{\ell}_R\ell_L]$ quebraria explicitamente a invariância de gauge. A forma de enfrentar esta dificuldade é exigir que antes da quebra espontânea de simetria os léptons carregados não tenham massa, e seja através do próprio mecanismo de quebra de simetria que se originem estas. No MP a inclusão de termos de massa para os léptons carregados, em forma invariante de gauge, consegue-se mediante o acoplamento do dubleto de léptons (1.1) com um dubleto de escalares Φ^1 , e com o singlete de mão direita também definido em (1.1):

$$\mathcal{L}_{Y,leptons} = -G_{ab}[(\bar{f}_L^a\Phi)\ell_R^b] + H.C, \quad (1.9)$$

sendo G_{ab} as constantes de acoplamento de Yukawa.

Após a quebra de simetria a lagrangiana (1.9) transforma-se em

$$\mathcal{L}_{Y,leptons} = -[\bar{\ell}_L^a(\frac{v_\Phi G_{ab}}{\sqrt{2}})\ell_R^b] + H.C. \quad (1.10)$$

Podemos identificar a matriz de massa para os léptons carregados como

$$M_\ell = \frac{v_\Phi G_{ab}}{\sqrt{2}}. \quad (1.11)$$

Vemos que, embora o mecanismo gere termos de massa, os seus valores não são determinados pois as constantes de acoplamento de Yukawa, G_{ab} , são arbitrárias.

No caso da massa dos quarks, precisamos definir um dubleto de escalares $\bar{\Phi}$ com $Y = -1$ para gerar termos de massa em uma forma invariante de gauge:

$$\mathcal{L}_{Y,quarks} = -[G_{ab}^D(\bar{Q}_L^a\Phi)d_R^b + G_{ab}^U(\bar{Q}_L^a\bar{\Phi})u_R^b] + H.C, \quad (1.12)$$

¹Este campo escalar é incluído no modelo para gerar a quebra espontânea de simetria, vide equação (1.19).

sendo

$$\bar{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \Phi^{0*} \\ -\Phi^- \end{pmatrix}; a, b = 1, 2, 3. \quad (1.13)$$

Após a quebra espontânea de simetria, a lagrangiana (1.12) transforma-se em:

$$\mathcal{L}_{Y,quarks} = -[\bar{d}_L^a (\frac{v_\Phi G_{ab}^D}{\sqrt{2}}) d_R^b + \bar{u}_L^a (\frac{v_\Phi G_{ab}^U}{\sqrt{2}}) u_R^b] + H.C, \quad (1.14)$$

com

$$M^D = (\frac{v_\Phi G_{ab}^D}{\sqrt{2}}) \quad , \quad M^U = (\frac{v_\Phi G_{ab}^U}{\sqrt{2}}). \quad (1.15)$$

Somando em **a** e **b**, a lagrangiana (1.14) pode ser escrita da seguinte forma:

$$-\begin{pmatrix} \bar{d}_L & \bar{s}_L & \bar{b}_L \end{pmatrix} M^D \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{u}_L & \bar{c}_L & \bar{t}_L \end{pmatrix} M^U \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} + H.C. \quad (1.16)$$

A equação (1.16) está escrita em função dos autoestados de sabor ou de simetria. Os autoestados de massa são uma superposição destes autoestados de sabor; estas misturas estão definidas pelas seguintes transformações:

$$\begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_{L,R} = V_{L,R}^u \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_{L,R} \quad , \quad \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{L,R} = V_{L,R}^d \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_{L,R}. \quad (1.17)$$

$V_{L,R}^u$ e $V_{L,R}^d$ são as matrizes unitárias 3×3 que diagonalizam as matrizes de massa para os dois tipos de quarks dadas em (1.15):

$$\begin{aligned}
(V_L^d)^{-1} M^D (V_R^d) &= \begin{pmatrix} m_{d'} & 0 & 0 \\ 0 & m_{s'} & 0 \\ 0 & 0 & m_{b'} \end{pmatrix}, \\
(V_L^u)^{-1} M^U (V_R^u) &= \begin{pmatrix} m_{u'} & 0 & 0 \\ 0 & m_{c'} & 0 \\ 0 & 0 & m_{t'} \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{1.18}$$

1.3 Quebra Espontânea de Simetria, (QES)

A forma de gerar massa para os bósons de gauge no MP é mediante uma quebra espontânea de simetria via mecanismo de Higgs. A implementação do mecanismo de Higgs é feita agregando ao modelo uma lagrangiana de campos escalares, invariante por transformações do grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_y$. Esta lagrangiana é construída a partir da inclusão de um dubleto de escalares complexos Φ :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix}, Y_\Phi = 1. \tag{1.19}$$

Finalmente, a lagrangiana escalar do MP adquire a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{escalar} = (D^{\mu L} \Phi)^\dagger (D_\mu^L \Phi) - V(\Phi), \tag{1.20}$$

com $V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2$. É nesta lagrangiana, $\mathcal{L}_{escalar}$, que executa-se a quebra espontânea de simetria via mecanismo de Higgs. Como estamos obrigados a recuperar a QED, esta quebra de simetria tem que ser da forma $SU(2)_L \otimes U(1)_y \rightarrow U(1)_{EM}$.

Tecnicamente a quebra de simetria se dá quando a componente escalar do campo complexo Φ^0 adquire um valor esperado no vácuo diferente de zero.

Vejamos as propriedades desta QES.

*Antes da QES o grupo de simetria é o grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_y$, de dimensão $N_G = 3 + 1$. A dimensão do grupo é igual ao número de geradores do grupo, que por sua vez é igual ao número de bósons de gauge simétricos da teoria.

*Depois da QES o grupo de simetria é o grupo $U(1)_{EM}$, de dimensão $n_g = 1$, ou seja, o número de geradores do grupo é um, e os bósons de gauge simétricos da teoria também são um, o fóton. Significa que três dos quatro geradores quebraram a simetria original.

*Pelo teorema de Goldstone teremos $N_G - n_g = 3$ bósons de Nambu-Goldstone, que é igual ao número de geradores que quebraram a simetria. Estes bósons de Nambu-Goldstone são bósons escalares sem massa que são engolidos, via mecanismo de Higgs, pelos três bósons de gauge associados aos três geradores que quebraram a simetria.

*Como o novo grupo de simetria após a QES é o grupo $U(1)_{EM}$, tanto a lagrangiana como o vácuo da teoria devem ser invariantes pelas transformações do grupo $U(1)_{EM}$. Sabemos pelo teorema de Noether que uma simetria implica uma carga conservada, então após a QES a simetria $U(1)_{EM}$ implica a conservação da carga elétrica.

Como consequência do dito no parágrafo anterior temos:

$$\begin{aligned}
\exp(iQ) \langle \Phi \rangle_0 &= \langle \Phi \rangle_0, \\
(1 + iQ) \langle \Phi \rangle_0 &= \langle \Phi \rangle_0, \\
\langle \Phi \rangle_0 + iQ \langle \Phi \rangle_0 &= \langle \Phi \rangle_0.
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Isto implica que a carga elétrica do vácuo é zero, ou que o operador carga elétrica aniquila o vácuo. De (1.4) e (1.19) podemos ver que:

$$Q \langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_\Phi}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{1.22}$$

1.4 Bósons de Gauge Físicos

Para conhecer os bósons de gauge físicos do MP é necessário enfocar-nos no primeiro termo da lagrangiana (1.20) após a QES. Para este fim vamos primeiro escrever a derivada covariante do MP em forma matricial:

$$\begin{aligned}
D_\mu^L &= \partial_\mu + \frac{ig}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & \omega_\mu^1 \\ \omega_\mu^1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -i\omega_\mu^2 \\ i\omega_\mu^2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_\mu^3 & 0 \\ 0 & -\omega_\mu^3 \end{pmatrix} \right\} + \frac{ig'}{2} Y \mathbf{I}_{2 \times 2} B_\mu, \\
D_\mu^L &= \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{ig}{2} \omega_\mu^3 + \frac{ig'}{2} Y B_\mu & \frac{ig}{\sqrt{2}} \omega_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}} \omega_\mu^- & \partial_\mu - \frac{ig}{2} \omega_\mu^3 + \frac{ig'}{2} Y B_\mu \end{pmatrix}, \\
\text{com } \omega_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\omega_\mu^1 \mp i\omega_\mu^2).
\end{aligned} \tag{1.23}$$

Termos de massa para os bósons de gauge obtêm-se então do produto matricial acima citado da lagrangiana (1.20): $(D_\mu^L \langle \Phi \rangle_0)^\dagger (D_\mu^L \langle \Phi \rangle_0)$. Para o dubleto de Higgs temos que $Y_\phi = 1$, então substituindo este valor em

(1.23) encontramos que:

$$D_\mu^L < \Phi >_0 = \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{ig}{2}\omega_\mu^3 + \frac{ig'}{2}B_\mu & \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^- & \partial_\mu - \frac{ig}{2}\omega_\mu^3 + \frac{ig'}{2}B_\mu \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\Phi \end{pmatrix}. \quad (1.24)$$

Como nosso objetivo é procurar exclusivamente por termos de massa para os bósons de gauge, vamos excluir no produto (1.24) o termo ∂_μ , pois este termo é responsável unicamente pela cinética do bóson de Higgs. Com isto em mente temos:

$$D_\mu^L < \Phi >_0 = \begin{pmatrix} \frac{ig}{2}\omega_\mu^+ v_\Phi \\ -\frac{ig}{2\sqrt{2}}\omega_\mu^3 v_\Phi + \frac{ig'}{2\sqrt{2}}B_\mu v_\Phi \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

Definição:

$$t = \frac{g'}{g}. \quad (1.26)$$

Com esta definição a equação (1.25) fica da seguinte forma:

$$D_\mu^L < \Phi >_0 = \begin{pmatrix} \frac{ig}{2}\omega_\mu^+ v_\Phi \\ -\frac{ig}{2\sqrt{2}}v_\Phi(\omega_\mu^3 - tB_\mu) \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

E por fim,

$$|D_\mu^L < \Phi >_0|^2 = \frac{g^2 v_\Phi^2}{4} \omega_\mu^- \omega^{\mu+} + \frac{g^2 v_\Phi^2}{8} (\omega_\mu^3 \omega^{\mu 3} + t^2 B_\mu B^\mu - 2t B_\mu \omega^{\mu 3}). \quad (1.28)$$

Podemos ver da expressão acima que os bósons $\omega_\mu^\pm$ são autoestados de massa; na literatura eles são conhecidos como os bósons de gauge carregados do MP. No entanto os bósons ω_μ^3 e B_μ , associados aos geradores diagonais, se misturam. Esta mistura escrita na base $\{B_\mu, \omega_\mu^3\}$ é dada pela seguinte matriz:

$$\frac{g^2 v_\Phi^2}{8} \begin{pmatrix} t^2 & -t \\ -t & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.29)$$

Os autovetores da matriz acima são o fóton A_μ e o bóson neutro padrão Z_μ^0 . Como no MP não temos mais quebras de simetria, estes autovetores são também autoestados de massa, ou seja, A_μ e Z_μ^0 são os bósons de gauge neutros físicos do MP:

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_W & S_W \\ -S_W & C_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ \omega_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (1.30)$$

com

$$C_W = \cos(\theta_W) = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad S_W = \sin(\theta_W) = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad (1.31)$$

sendo θ_W o ângulo de Weinberg.

Os autovalores correspondentes aos autoestados (1.30) são:

$$\lambda_{A_\mu} = 0, \quad \lambda_{Z_\mu^0} = \frac{g^2 V^2}{8} (t^2 + 1). \quad (1.32)$$

1.5 Correntes do Modelo Padrão

Nesta seção nosso objetivo é encontrar a forma como os férmions do modelo interagem com os bósons de gauge físicos tanto neutros como carregados. Da abertura da lagrangiana (1.6) obteremos estas interações. O primeiro passo a dar é reescrever a derivada covariante (1.23) em função dos bósons de gauge físicos.

Os termos $(D_\mu^L)_{1,2}$ e $(D_\mu^L)_{2,1}$ já estão em função dos campos físicos $(\omega_\mu^+, \omega_\mu^-)$.

Vejamos como podemos escrever os termos $(D_\mu^L)_{1,1}$ e $(D_\mu^L)_{2,2}$ respectivamente:

$$\begin{aligned} \partial_\mu + \frac{ig}{2}\omega_\mu^3 + \frac{ig'}{2}YB_\mu &= \partial_\mu + ig[S_\omega A_\mu(\frac{1}{2} + \frac{Y}{2}) + Z_\mu(\frac{C_\omega}{2} - \frac{S_\omega^2 Y}{2C_\omega})], \\ \partial_\mu - \frac{ig}{2}\omega_\mu^3 + \frac{ig'}{2}YB_\mu &= \partial_\mu + ig[S_\omega A_\mu(-\frac{1}{2} + \frac{Y}{2}) + Z_\mu(-\frac{C_\omega}{2} - \frac{S_\omega^2 Y}{2C_\omega})]. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Finalmente, a derivada covariante (1.13) em função dos bósons físicos fica:

$$\begin{pmatrix} \partial_\mu + ig[S_\omega A_\mu(\frac{1}{2} + \frac{Y}{2}) + Z_\mu(\frac{C_\omega}{2} - \frac{S_\omega^2 Y}{2C_\omega})] & \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^- & \partial_\mu + ig[S_\omega A_\mu(-\frac{1}{2} + \frac{Y}{2}) + Z_\mu(-\frac{C_\omega}{2} - \frac{S_\omega^2 Y}{2C_\omega})] \end{pmatrix}. \quad (1.34)$$

Podemos ver de (1.6) que o segundo passo é reescrever a derivada covariante D_μ^R em função dos bósons de gauge físicos:

$$D_\mu^R = \partial_\mu + ig' \frac{Y}{2} B_\mu = \partial_\mu + ig' \frac{Y}{2} (C_\omega A_\mu - S_\omega Z_\mu). \quad (1.35)$$

Com todos os termos da lagrangiana (1.6) escritos em função dos bósons físicos, procederemos a estudar as suas interações com os férmions.

1.5.1 Correntes Carregadas

Do primeiro termo da lagrangiana (1.6), e para quando $\psi_L^a = f_L^a$, derivam-se as seguintes interações carregadas para os léptons no MP:

$$\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^a & \bar{\ell}_L^a \end{pmatrix} i\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^- & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ \ell_L^a \end{pmatrix}. \quad (1.36)$$

Quando $\psi_L^a = Q_L^a$, obtemos as seguintes interações carregadas para os quarks:

$$\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a = \begin{pmatrix} \bar{u}_L^a & \bar{d}_L^a \end{pmatrix} i\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^- & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L^a \\ d_L^a \end{pmatrix}. \quad (1.37)$$

Vemos que para estudar as interações carregadas dos férmions no MP bastou focar-nos nos termos fora da diagonal da matriz (1.34).

Finalmente, as interações dos férmions com os bósons de gauge físicos carregados são:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fermions}^{cc} &= \frac{-g}{\sqrt{2}} \{ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \ell_L^a \omega_\mu^+ + \bar{\ell}_L^a \gamma^\mu \nu_L^a \omega_\mu^- \} \\ &\quad \frac{-g}{\sqrt{2}} \{ \bar{u}_L^a \gamma^\mu d_L^a \omega_\mu^+ + \bar{d}_L^a \gamma^\mu u_L^a \omega_\mu^- \}. \end{aligned} \quad (1.38)$$

1.5.2 Correntes Neutras

Para estudar as interações neutras dos férmions é necessário levar em conta os dois termos da lagrangiana (1.6). Vamos primeiro analisar as interações neutras dos léptons. Do primeiro termo da lagrangiana (1.6), e levando em conta que $Y_{f_L} = -1$, temos:

$$\begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^a & \bar{\ell}_L^a \end{pmatrix} i\gamma^\mu \begin{pmatrix} ig \frac{Z_\mu}{2C_\omega} & 0 \\ 0 & ig[-S_\omega A_\mu - (1 - 2S_\omega^2) \frac{Z_\mu}{2C_\omega}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ \ell_L^a \end{pmatrix}. \quad (1.39)$$

Agora do segundo termo da lagrangiana (1.6), e levando em conta que $Y_{\ell_R} = -2$, temos:

$$\bar{\psi}_R^a i\gamma^\mu D_\mu \psi_R^a = \mathbf{g}' C_\omega (\bar{\ell}_R^a \gamma^\mu \ell_R^a) A_\mu - \mathbf{g}' S_\mu (\bar{\ell}_R^a \gamma^\mu \ell_R^a) Z_\mu. \quad (1.40)$$

Da expressão acima podemos ver que $\mathbf{g}' C_\omega = e$, a constante de acoplamento eletromagnético. Finalmente somando as duas contribuições (1.39) e (1.40) obtemos as seguintes interações neutras para os léptons:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{leptons}^{nc} &= e \{\bar{\ell}^a \gamma^\mu \ell^a\} A_\mu - \frac{g}{2C_\omega} \{\bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \nu_L^a\} Z_\mu \\ &\quad - \frac{g}{2C_\omega} \{2S_\omega^2 \bar{\ell}_R^a \gamma^\mu \ell_R^a + (2S_\omega^2 - 1) \bar{\ell}_L^a \gamma^\mu \ell_L^a\} Z_\mu. \end{aligned} \quad (1.41)$$

Vejamos agora quais são as interações neutras dos quarks no MP. Do primeiro termo da lagrangiana (1.6), e levando em conta que $Y_{Q_L} = \frac{1}{3}$, temos:

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_L^a & \bar{d}_L^a \end{pmatrix} i\gamma^\mu \begin{pmatrix} i[\frac{2e}{3} A_\mu + \frac{g}{2}(C_\omega - \frac{S_\omega^2}{3C_\omega}) Z_\mu] & 0 \\ 0 & i[\frac{-e}{3} A_\mu - \frac{g}{2}(C_\omega + \frac{S_\omega^2}{3C_\omega}) Z_\mu] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L^a \\ d_L^a \end{pmatrix}. \quad (1.42)$$

Agora do segundo termo da lagrangiana (1.6) e levando em conta que $Y_{u_R} = \frac{4}{3}$ e $Y_{d_R} = -\frac{2}{3}$ temos:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_R^a i\gamma^\mu D_\mu \psi_R^a &= \bar{u}_R^a i\gamma^\mu \left[\frac{2ie}{3} A_\mu - \frac{2ig}{3C_\omega} S_\omega^2 Z_\mu \right] u_R^a \\ &\quad + \bar{d}_R^a i\gamma^\mu \left[\frac{-ie}{3} A_\mu + \frac{ig}{3C_\omega} S_\omega^2 Z_\mu \right] d_R^a. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Somando as duas contribuições (1.42) e (1.43) obtemos as seguintes interações neutras para os quarks:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{quarks}^{nc} &= \left\{ -\frac{2e}{3} \bar{u}^a \gamma^\mu u^a \right\} A_\mu + \left\{ \frac{e}{3} \bar{d}^a \gamma^\mu d^a \right\} A_\mu - \frac{g}{2C_\omega} \bar{u}_L^a \gamma^\mu \left(\frac{3-4S_\omega^2}{3} \right) u_L^a Z_\mu \\
&+ \frac{g}{2C_\omega} \bar{u}_R^a \gamma^\mu \left(\frac{4S_\omega^2}{3} \right) u_R^a Z_\mu - \frac{g}{2C_\omega} \bar{d}_L^a \gamma^\mu \left(\frac{2S_\omega^2-3}{3} \right) d_L^a Z_\mu \\
&- \frac{g}{2C_\omega} \bar{d}_R^a \gamma^\mu \left(\frac{2S_\omega^2}{3} \right) d_R^a Z_\mu.
\end{aligned} \tag{1.44}$$

1.6 Troca de Sabor no Modelo Padrão

Vamos analisar a corrente carregada dos quarks dada em (1.38). Quando somamos com respeito ao índice $\mathbf{a}$, esta corrente fica com a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{quarks}^{cc} \sim \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix}_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L. \tag{1.45}$$

Se na equação (1.45) aplicamos as transformações (1.17), esta fica em função dos autoestados de massa u'^a e d'^a :

$$\mathcal{L}_{quarks}^{cc} \sim \begin{pmatrix} \bar{u}' & \bar{c}' & \bar{t}' \end{pmatrix}_L \gamma^\mu (V_L^u)^\dagger (V_L^d) \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L. \tag{1.46}$$

Isto significa que no MP a corrente carregada mistura gerações. Esta mistura é descrita pela matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [9, 10]:

$$V_{CKM} = (V_L^u)^\dagger (V_L^d). \tag{1.47}$$

Finalmente analisemos o que acontece com a corrente neutra dos quarks (1.44), mediada pelo bóson Z^0 , quando nela também somamos com respeito ao índice $\mathbf{a}$, e aplicamos a transformação (1.17). Para os autoestados de massa u'^a , a corrente fica proporcional a:

$$\mathcal{L}_{quarks}^{cn} \sim \left(\bar{u}' \quad \bar{c}' \quad \bar{t}' \right)_L \gamma^\mu (V_L^u)^\dagger (V_L^u) \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L. \quad (1.48)$$

Mas o produto $(V_L^u)^\dagger (V_L^u)$ é a matriz $\mathbf{I}_{3 \times 3}$. Isto significa que no MP as correntes neutras não misturam gerações ou não trocam o sabor.

Capítulo 2

O Modelo 3-3-1 com Neutrinos de Mão Direita.

O modelo $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ com neutrinos de mão direita, $3-3-1_{RH_\nu}$, é uma teoria de gauge baseada em uma extensão simples do MP. Dita extensão é feita no setor eletrofraco da teoria: o grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é estendido a $SU(3)_L \otimes U(1)_N$. O grupo correspondente às interações fortes continua sendo o mesmo, $SU(3)_c$.

Como foi feito para o MP, vamos iniciar o estudo do $3-3-1_{RH_\nu}$ com seu conteúdo de matéria. Sabemos que o conteúdo de matéria de um modelo de gauge é conhecido através do operador carga elétrica, que por sua vez é uma combinação linear dos geradores diagonais do grupo. No nosso caso serão os geradores diagonais dos grupos $SU(3)_L$ e $U(1)_N$. Para o grupo $SU(3)_L$ os geradores são as matrizes de Gell-Mann λ^a , $a = 1, 2, \dots, 8$, então

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2}(\lambda_3 + \eta\lambda_8) + N\mathbf{I}_{33}, \quad (2.1)$$

sendo λ_3 e λ_8 os geradores diagonais de $SU(3)_L$ e η um parâmetro a ser determinado. De acordo com isto o modelo $3-3-1_{RH_\nu}$ nos fornece a seguinte distribuição de carga elétrica para o conteúdo fermiônico e escalar na

representação fundamental de tripleto:

$$\frac{Q}{e} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \frac{\eta}{\sqrt{3}}) + N \\ \frac{1}{2}(-1 + \frac{\eta}{\sqrt{3}}) + N \\ -\frac{\eta}{\sqrt{3}} + N \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Nosso conteúdo de representação leptônico deve recuperar o conteúdo leptônico do MP depois da primeira quebra de simetria $3-3-1 \longrightarrow 3-2-1$. Usaremos esta exigência para *calibrar* o operador carga elétrica e descobrir o valor do parâmetro η , parâmetro que caracteriza os diferentes modelos 3-3-1. De (1.1) vemos que as duas primeiras componentes do operador carga elétrica leptônico devem obedecer às seguintes relações:

$$\frac{1}{2}(1 + \frac{\eta}{\sqrt{3}}) + N = 0, \quad \frac{1}{2}(-1 + \frac{\eta}{\sqrt{3}}) + N = -1. \quad (2.3)$$

Destas duas relações obtemos $-\frac{\eta}{\sqrt{3}} = (2N + 1)$, levando-nos ao seguinte valor da terceira componente do operador carga elétrica leptônico:

$$-\frac{\eta}{\sqrt{3}} + N = 3N + 1. \quad (2.4)$$

No nosso caso a terceira componente é o $(\nu_R)^c$, logo $3N + 1 = 0$, $N = -\frac{1}{3}$, e $\eta = \frac{-1}{\sqrt{3}}$. Este valor de η caracteriza nosso modelo; diferentes valores de η significam diferentes partículas na terceira componente do tripleto leptônico, levando a diferentes modelos e a diferentes físicas além do MP.

Finalmente o operador carga elétrica do conteúdo leptônico na representação fundamental de tripleto toma a seguinte forma:

$$\frac{Q}{e} = \begin{pmatrix} N + \frac{1}{3} \\ N - \frac{2}{3} \\ 3N + 1 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

2.1 Conteúdo Fermiônico

Como vimos, o conteúdo leptônico do MP recupera-se após a primeira quebra de simetria $3 - 3 - 1 \longrightarrow 3 - 2 - 1$, e a terceira componente do tripleto leptônico é $(\nu_R)^c$, portanto os léptons do modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ estão agrupados na representação tripleto e singleto da seguinte forma:

$$f_L^a = \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ \ell_L^a \\ (\nu_R^a)^c \end{pmatrix} \sim (1, 3, \frac{-1}{3}), \ell_R^a \sim (1, 1, -1), \quad (2.6)$$

$$a = 1, 2, 3.$$

O símbolo $\sim$ mostra a forma como transformam pelo grupo 3-3-1. Por exemplo, f_L^a é um singleto de cor, um tripleto de $SU(3)_L$, e o número quântico N é $-\frac{1}{3}$.

No setor de quarks, exige-se que duas das três gerações transformem na representação de antitripleto e a restante na representação tripleto para que a teoria seja livre de anomalias:

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_{iL} \\ -u_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix} \sim (3, \bar{3}, 0), u_{iR} \sim (3, 1, \frac{2}{3}),$$

$$d_{iR} \sim (3, 1, -\frac{1}{3}), d'_{iR} \sim (3, 1, -\frac{1}{3}), i = 1, 2; \quad (2.7)$$

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} u_{3L} \\ d_{3L} \\ u'_{3L} \end{pmatrix} \sim (3, 3, \frac{1}{3}), u_{3R} \sim (3, 1, \frac{2}{3}),$$

$$d_{3R} \sim (3, 1, \frac{-1}{3}), u'_{3R} \sim (3, 1, \frac{2}{3}). \quad (2.8)$$

2.2 Conteúdo Escalar

A geração de massa para férmions carregados e a quebra espontânea de simetria via mecanismo de Higgs no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ requer só três tripletos de escalares de $SU(3)_L$:

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi^0 \\ \chi^- \\ \chi'^0 \end{pmatrix}, \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho'^+ \end{pmatrix}, \eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta^- \\ \eta'^0 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

com η e $\chi \sim (1, 3, -\frac{1}{3})$, e $\rho \sim (1, 3, \frac{2}{3})$.

2.3 Lagrangiana do Modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$

A densidade lagrangiana total do modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ é invariante de lorentz, renormalizável, e invariante de gauge pelas transformações do grupo $SU(3)_L \otimes U(1)_N$. Igual ao que fizemos com a densidade lagrangiana total do MP, vamos dividir $\mathcal{L}_{3-3-1_{RH_\nu}}$ em cinco setores:

$$\mathcal{L}_{3-3-1_{RH_\nu}} = \mathcal{L}_{leptons}^{331_{RH_\nu}} + \mathcal{L}_{quarks}^{331_{RH_\nu}} + \mathcal{L}_{escalar}^{331_{RH_\nu}} + \mathcal{L}_{yukawa}^{331_{RH_\nu}} + \mathcal{L}_{gauge}^{331_{RH_\nu}}. \quad (2.10)$$

2.3.1 Setor de Léptons

De $\mathcal{L}_{leptons}^{331_{RH_\nu}}$ derivaremos a dinâmica dos léptons no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$, ou seja, suas interações com os bósons de gauge físicos neutros e carregados do modelo:

$$\mathcal{L}_{leptons}^{331_{RH\nu}} = \sum_{a=1}^3 [\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a + \bar{\psi}_R^a i\gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^a]. \quad (2.11)$$

Nesta expressão, $\psi_L^a = f_L^a$ e $\psi_R^a = \ell_R^a$, dados na equação (2.6). $D_\mu^{L,R}$ são as derivadas covariantes introduzidas via substituição mínima para fazer com que a teoria seja invariante pelas transformações do grupo $SU(3)_L \otimes U(1)_N$:

$$\begin{aligned} D_\mu^L &= \partial_\mu + \frac{1}{2}igW_\mu^a\lambda^a + i\mathbf{g}_N N\omega_\mu^N, \\ D_\mu^R &= \partial_\mu + i\mathbf{g}_N N\omega_\mu^N, \end{aligned} \quad (2.12)$$

com $a=1,2,\dots,8$, W_μ^a =bósons de gauge simétricos do grupo $SU(3)_L$, ω_μ^N = bóson de gauge simétrico do grupo $U(1)_N$, λ^a = geradores do grupo $SU(3)_L$, g e $\mathbf{g}_N$ são as constantes de acoplamento dos grupos $SU(3)_L$ e $U(1)_N$ respectivamente, N = um número quântico.

2.3.2 Setor de Quarks

De $\mathcal{L}_{quarks}^{331_{RH\nu}}$ deriva-se a dinâmica dos quarks no modelo 3 – 3 – 1_{RH_ν}:

$$\mathcal{L}_{quarks}^{331_{RH\nu}} = \sum_{a=1}^3 [\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a + \bar{\psi}_R^a i\gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^a]. \quad (2.13)$$

No primeiro termo dessa lagrangiana, $\psi_L^a = Q_{3L}, Q_{iL}$, com $i = 1, 2$. No segundo termo, $\psi_R^a = u_{3R}, d_{3R}, u'_{3R}, u_{iR}, d_{iR}, d'_{iR}$. Se $\psi_L^a = Q_{3L}$, as derivadas covariantes a serem aplicadas em (2.13) são idênticas às do conjunto apresentado em (2.12), pois Q_{3L} transforma na representação de tripleto; se $\psi_L^a = Q_{iL}$, as derivadas covariantes a serem aplicadas em (2.13) são:

$$\begin{aligned} D_\mu^L &= \partial_\mu - \frac{1}{2}igW_\mu^a\lambda^{a*} + i\mathbf{g}_N NB_\mu, \\ D_\mu^R &= \partial_\mu + i\mathbf{g}_N B_\mu, \end{aligned} \quad (2.14)$$

pois os Q_{iL} transformam na representação de antitripleto.

2.3.3 Setor de Gauge

O setor de gauge do modelo apresenta a forma característica exigida por qualquer teoria de gauge baseada num determinado grupo:

$$\mathcal{L}_{gauge}^{331_{RH_\nu}} = -\frac{1}{4}W^{a\mu\nu}W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}W^{N\mu\nu}W_{\mu\nu}^N, \quad (2.15)$$

onde

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + gf^{abc}W_\mu^b W_\nu^c, \\ W_{\mu\nu}^N &= \partial_\mu W_\nu^N - \partial_\nu W_\mu^N, \end{aligned} \quad (2.16)$$

com $a, b, c = 1, 2, 3 \dots 8$, e f^{abc} a constante de estrutura do grupo $SU(3)_L$. Da mesma forma que no MP, esta lagrangiana nos fornece as autointerações bosônicas.

2.3.4 Setor de Yukawa

A fim de trabalhar em um modelo mínimo, assumiremos as seguintes transformações de simetrias discretas para a lagrangiana total do modelo:

$$(\chi, \rho, \ell_{aR}, u_{aR}, u'_{3R}, d'_{iR}, Q_{3L}) \rightarrow -(\chi, \rho, \ell_{aR}, u_{aR}, u'_{3R}, d'_{iR}, Q_{3L}). \quad (2.17)$$

Com estas transformações de simetrias discretas, a lagrangiana de Yukawa para o modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ que gera termos de massa para todos os férmions, exceto para os neutrinos, é:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{yukawa}^{331_{RH_\nu}} &= f_{ij}\bar{Q}_{iL}\chi^*d'_{jR} + f_{33}\bar{Q}_{3L}\chi u'_{3R} + g_{ia}\bar{Q}_{iL}\eta^*d_{aR} \\
&+ h_{3a}\bar{Q}_{3L}\eta u_{aR} + g_{3a}\bar{Q}_{3L}\rho d_{aR} + h_{ia}\bar{Q}_{iL}\rho^*u_{aR} \\
&+ G_{aa}\bar{f}_{aL}\rho e_{aR} + H.C.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

É importante ressaltar que as simetrias discretas impostas em (2.17) evitam termos indesejados, como por exemplo o termo de massa para neutrinos:

$$\mathcal{L}_{yuk}^\rho = G_{ab}\epsilon^{ijk}(\bar{f}_L^a)_i(f_L^b)_j^c(\rho^*)_k + H.C. \tag{2.19}$$

Desta lagrangiana, quando $\langle \rho \rangle_0 \neq 0$, gera-se massa de Dirac para dois neutrinos, enquanto o terceiro fica sem massa. Além disso, esta forma de gerar massa para os neutrinos não explica o porquê do pequeno valor das massas medidas, e ainda mais, exclui termos de massa tipo Majorana. Um dos principais objetivos desta tese é então procurar um mecanismo que gere massa para os neutrinos a nível de árvore no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$. Abordaremos este problema no capítulo 6.

2.3.5 Setor dos Escalares

A lagrangiana escalar do modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ é uma generalização da lagrangiana escalar do MP (1.20):

$$\mathcal{L}_{escalar}^{331_{RH_\nu}} = \Sigma_i(D_\mu^L\Phi_i)(D^{\mu L}\Phi_i)^\dagger - V(\eta, \rho, \chi), \tag{2.20}$$

sendo Φ_i cada um dos três tripletos de escalares χ, η, ρ ; $V(\eta, \rho, \chi)$ o potencial mais geral simétrico por $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ e que conserva o número leptônico L , e D_μ^L a derivada covariante (2.12).

$$\begin{aligned}
V(\eta, \rho, \chi) = & \mu_\chi^2 \chi^2 + \mu_\eta^2 \eta^2 + \mu_\rho^2 \rho^2 + \lambda_1 \chi^4 + \lambda_2 \eta^4 + \lambda_3 \rho^4 + \lambda_4 (\chi^\dagger \chi)(\eta^\dagger \eta) \\
& + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi)(\rho^\dagger \rho) + \lambda_6 (\eta^\dagger \eta)(\rho^\dagger \rho) + \lambda_7 (\chi^\dagger \eta)(\eta^\dagger \chi) + \lambda_8 (\chi^\dagger \rho)(\rho^\dagger \chi) \\
& + \lambda_9 (\eta^\dagger \rho)(\rho^\dagger \eta) + \left(\frac{f}{\sqrt{2}} \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k + H.C. \right). \tag{2.21}
\end{aligned}$$

É interessante que a simetria discreta ($\rho \rightarrow -\rho$) que exclui o termo de massa para os neutrinos (2.19) seja a mesma que permite o último termo no potencial (2.21); sem este último termo o potencial possui uma simetria global extra do grupo $U(1)$, com os três tripletos de escalares transformando por esta simetria como $\eta, \rho, \chi \sim 1$. Esta simetria pode ser extendida à lagrangiana total $\mathcal{L}_{3-3-1_{RH\nu}}$, convertendo-se em uma simetria do modelo se os multipletos de matéria transformam por esta nova simetria da seguinte forma: $Q_{3L} \sim 1$, $Q_{iL} \sim -1$, $f_L^a \sim -\frac{1}{2}$, e $\ell_R^a \sim -\frac{3}{2}$, com todos os outros multipletos não transformando por esta simetria.

A vantagem do potencial possuir esta simetria é que ela pode ser identificada com a simetria PQ, o que poderia potencialmente fornecer uma solução ao problema de CP das interações fortes no contexto do modelo $3 - 3 - 1_{RH\nu}$. A primeira pessoa que observou esta simetria neste contexto foi Pal em [11], mas ele também reconheceu que tal situação não seria real pois a quebra espontânea desta simetria implicaria a existência de um axion, e este já tinha sido descartado fenomenologicamente. A fim de tornar esta simetria útil no nosso contexto, e encontrar uma solução ao problema de CP nas interações fortes, é necessário agregar um singlete escalar ao conteúdo de matéria [12]. Nesta tese não vamos considerar esta extensão, trabalharemos com o potencial (2.21) que conserva o número leptônico e cujo último termo quebra explicitamente a

simetria PQ.

Capítulo 3

Quebra Espontânea de Simetria

Da mesma forma que no MP, a massa para os bósons de gauge físicos no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ gera-se mediante quebra espontânea de simetria via mecanismo de Higgs. No modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ a quebra de simetria é feita em duas etapas, a primeira delas é quando a simetria inicial $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ quebra para $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, e a segunda etapa é quando a simetria $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ quebra para $SU(3)_c \otimes U(1)_{EM}$. Por simplicidade, a primeira e a segunda quebra de simetria serão chamadas de $3 - 3 - 1 \rightarrow 3 - 2 - 1$ e $3 - 2 - 1 \rightarrow 3 - 1$ respectivamente.

Tecnicamente, a quebra de simetria $3 - 3 - 1 \rightarrow 3 - 2 - 1$ ocorre quando a componente escalar do campo complexo χ^0 adquire um valor esperado no vácuo (Vev) diferente de zero. Vejamos as propriedades desta primeira quebra de simetria.

*Antes da QES o grupo de simetria é o grupo $SU(3)_L \otimes U(1)_N$, de dimensão $N_G = 8 + 1$, ou seja, a teoria possui nove bósons de gauge simétricos.

*Depois da QES o grupo de simetria é o grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, de dimensão $n_g = 3 + 1$.

*Pelo teorema de Goldstone teremos $N_G - n_g = 5$ bósons de Nambu-Goldstone, que é igual ao número de geradores que quebraram a simetria. Estas partículas de Nambu-Goldstone que são bósons escalares sem massa serão engolidos via mecanismo de Higgs pelos bósons de gauge associados aos geradores que quebraram a simetria.

*Como o novo grupo de simetria após a QES é o grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, e a natureza não é simétrica por este grupo, tanto os cinco bósons de gauge que receberam massa (na verdade combinações lineares deles!), quanto os quatro que não receberam, não são os bósons de gauge físicos. Estes bósons serão chamados de bósons de gauge intermediários.

3.1 Efeito da Quebra 3-3-1 $\rightarrow$ 3-2-1 nos Bósons de Gauge

Para conhecer os primeiros bósons de gauge intermediários da teoria, os quais são consequência da quebra de simetria $3 - 3 - 1 \rightarrow 3 - 2 - 1$, devemos nos focar no primeiro termo da lagrangiana (2.20) após esta QES, e quando $\Phi_i = \chi$. Para este fim vamos escrever a derivada covariante para triplets D_μ^L dada em (2.12) em sua forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{ig}{2}(\omega_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_\mu^8) + i\mathbf{g}_N N \omega_\mu^N & \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^+ & \frac{ig}{\sqrt{2}}U^0 \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^- & \partial_\mu + \frac{ig}{2}(-\omega_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_\mu^8) + i\mathbf{g}_N N \omega_\mu^N & \frac{ig}{\sqrt{2}}V^- \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}U^{0\dagger} & \frac{ig}{\sqrt{2}}V^+ & \partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{3}}\omega_\mu^8 + i\mathbf{g}_N N \omega_\mu^N \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

com

$$\begin{aligned}\omega_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\omega_\mu^1 \mp i\omega_\mu^2), & V_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\omega_\mu^6 \pm i\omega_\mu^7), \\ U_\mu^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\omega_\mu^4 - i\omega_\mu^5), & U_\mu^{0\dagger} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\omega_\mu^4 + i\omega_\mu^5).\end{aligned}\quad (3.2)$$

Termos de massa para os bósons de gauge intermediários são obtidos então de forma análoga à do MP, ou seja, fazendo o produto matricial acima citado da lagrangiana (2.20): $(D^\mu < \chi >_0)^\dagger (D_\mu < \chi >_0)$. Lembrando que para o tripleto χ o número quântico N é $-\frac{1}{3}$, obtemos:

$$D_\mu^L \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v_{\chi'}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{ig}{2}v_{\chi'}U^0 \\ \frac{ig}{2}v_{\chi'}V^- \\ \frac{-ig}{\sqrt{2}}v_{\chi'}\left\{\frac{\omega_\mu^8}{\sqrt{3}} + \frac{t}{3}\omega_\mu^N\right\} \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

onde

$$t = \frac{gN}{g}, \quad (3.4)$$

e finalmente

$$|D_\mu^L < \chi >_0|^2 = \frac{g^2v_{\chi'}^2}{4}(U_\mu^{0\dagger}U^{\mu 0} + V_\mu^+V^{\mu -}) + \frac{g^2v_{\chi'}^2}{2}\left(\frac{\omega_\mu^8}{\sqrt{3}} + \frac{t}{3}\omega_\mu^N\right)^2. \quad (3.5)$$

Podemos ver que após esta QES os bósons V e U obtêm termos diagonais de massa, no entanto os bósons ω_μ^8 e ω_μ^N se misturam. Na base $\{\omega_\mu^8, \omega_\mu^N\}$ esta mistura pode se escrever da seguinte forma:

$$\frac{g^2v_{\chi'}^2}{6} \begin{pmatrix} 1 & \frac{t}{\sqrt{3}} \\ \frac{t}{\sqrt{3}} & \frac{t^2}{3} \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Os autovetores desta matriz são:

$$\begin{pmatrix} Z'_\mu \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\Psi & S_\Psi \\ -S_\Psi & C_\Psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_\mu^8 \\ \omega_\mu^N \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

com

$$C_\Psi = \sqrt{\frac{3}{s}}, \quad S_\Psi = \frac{t}{\sqrt{s}}, \quad s = 3 + t^2, \quad (3.8)$$

e os autovalores correspondentes aos autovetores (3.7) são

$$\lambda_{Z'_\mu} = \frac{g^2 v_{X'}^2}{18} (t^2 + 3), \quad \lambda_{B_\mu} = 0. \quad (3.9)$$

Vemos então que após esta primeira quebra, 5 bósons de gauge ganharam massa, $U^0, U^{0\dagger}, V^+, V^-, Z'$, e outros quatro ainda não. Os quatro bósons que não ganharam massa são os bósons de gauge simétricos da simetria standard.

3.2 Bósons de Gauge Físicos, 3-2-1 $\rightarrow$ 3-1.

Está claro que os bósons chamados de intermediários não são ainda os bósons de gauge físicos, e os termos de massa ganhos nesta primeira quebra ainda não são os corretos. Para conhecer os bósons de gauge físicos de nosso modelo é necessário fazer a segunda QES, 3-2-1 $\rightarrow$ 3-1, do mesmo modo e com as mesmas características que no MP¹. Após esta segunda QES oito bósons de gauge receberão seus corretos termos de massa, e como estamos obrigados a recuperar a QED, um deles permanecerá sem massa e será chamado de fóton.

Tecnicamente a QES 3-2-1 $\rightarrow$ 3-1 se dá quando as componentes escalares dos campos neutros ρ^0 e η^0 adquirem um valor esperado no vácuo diferente de zero. Para analisar as consequências desta QES, devemos nos focar nos

¹vide capítulo 1, seção 1.3

termos $(D_\mu < \rho >_0)(D^\mu < \rho >_0)^\dagger$ e $(D_\mu < \eta >_0)(D^\mu < \eta >_0)^\dagger$ da lagrangiana (2.20). Lembrando que para o tripleto η o número quântico N é $-\frac{1}{3}$, e para o tripleto ρ o número quântico N é $\frac{2}{3}$, obtemos:

$$|D_\mu^L < \eta >_0|^2 = \frac{g^2 v_\eta^2}{4} (U_\mu^{0\dagger} U^{\mu 0} + \omega_\mu^+ \omega^{\mu -}) + \frac{g^2 v_\eta^2}{2} \left(\frac{\omega_\mu^3}{2} + \frac{\omega_\mu^8}{2\sqrt{3}} - \frac{t}{3} \omega_\mu^N \right)^2, \quad (3.10)$$

$$|D_\mu^L < \rho >_0|^2 = \frac{g^2 v_\rho^2}{4} (V_\mu^+ V^{\mu -} + \omega_\mu^+ \omega^{\mu -}) + \frac{g^2 v_\rho^2}{2} \left(\frac{-\omega_\mu^3}{2} + \frac{\omega_\mu^8}{2\sqrt{3}} + \frac{2t}{3} \omega_\mu^N \right)^2. \quad (3.11)$$

Dos primeiros termos do lado direito das equações (3.5), (3.10) e (3.11), podemos ver que os bósons carregados $V^\pm, U^0, U^{0\dagger}, \omega^\pm$ são autoestados de massa de nossa teoria e após as duas quebras de simetria ganharam os seguintes termos de massa:

$$\begin{aligned} m_U^2 &= \frac{g^2}{4} (v_{\chi'}^2 + v_\eta^2), & m_V^2 &= \frac{g^2}{4} (v_{\chi'}^2 + v_\rho^2), \\ m_\omega^2 &= \frac{g^2}{4} (v_\eta^2 + v_\rho^2). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Substituindo a matriz de mistura (3.7) nos segundos termos do lado direito das equações (3.10) e (3.11), obtemos os seguintes termos de massa para os bósons de gauge neutros após as duas QES:

$$\begin{aligned}
&= \frac{g^2 v_\eta^2}{2} \left\{ \frac{\omega_\mu^3 \omega^{\mu 3}}{4} + \frac{Z'_\mu Z'^\mu}{4s} \left(1 - \frac{2t^2}{3}\right)^2 + \frac{\omega_\mu^3 Z'^\mu}{2\sqrt{s}} \left(1 - \frac{2t^2}{3}\right) \right. \\
&+ \frac{3t^2}{4s} B_\mu B^\mu - \frac{3t}{2\sqrt{3}s} B_\mu \omega^{\mu 3} - \frac{3t}{2s\sqrt{3}} B_\mu Z'^\mu \left(1 - \frac{2t^2}{3}\right) \Big\} \\
&+ \frac{g^2 v_\rho^2}{2} \left\{ \frac{\omega_\mu^3 \omega^{\mu 3}}{4} + \frac{Z'_\mu Z'^\mu}{4s} \left(1 + \frac{4t^2}{3}\right)^2 - \frac{\omega_\mu^3 Z'^\mu}{2\sqrt{s}} \left(1 + \frac{4t^2}{3}\right) \right. \\
&+ \frac{3t^2}{4s} B_\mu B^\mu - \frac{3t}{2\sqrt{3}s} B_\mu \omega^{\mu 3} + \frac{3t}{2s\sqrt{3}} B_\mu Z'^\mu \left(1 + \frac{4t^2}{3}\right) \Big\} \\
&+ \frac{g^2 v_{\chi'}^2}{18} (t^2 + 3) Z'_\mu Z'^\mu.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Na base $\{\omega_\mu^3, B_\mu\}$, com $V^2 = v_\eta^2 + v_\rho^2$, obtemos a seguinte matriz de mistura:

$$\frac{g^2}{8} V^2 \begin{pmatrix} 1 & -\frac{3t}{\sqrt{3}s} \\ -\frac{3t}{\sqrt{3}s} & \frac{3t^2}{s} \end{pmatrix}. \tag{3.14}$$

Os autovetores desta matriz correspondem ao fóton, A_μ , e ao bóson padrão neutro, Z_μ^0 :

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_W & S_W \\ -S_W & C_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ \omega_\mu^3 \end{pmatrix}, \tag{3.15}$$

com

$$C_W = \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{4t^2 + 3}}, \quad S_W = \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{4t^2 + 3}}. \tag{3.16}$$

Os autovalores correspondentes aos autovetores (3.15) são:

$$\lambda_{Z_\mu^0} = \frac{g^2 V^2}{8s} (s + 3t^2), \quad \lambda_{A_\mu} = 0. \tag{3.17}$$

Após esta diagonalização, os termos de massa (3.13) reduzem-se aos seguintes:

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}m_{Z^0}^2 Z_\mu^0 Z^{0\mu} + \frac{g^2 v_{\chi'}^2}{18}(t^2 + 3)Z'_\mu Z'^\mu \\
&+ \frac{g^2}{4}\left\{\frac{Z'_\mu Z'^\mu}{2s}[v_\eta^2(1 - \frac{2t^2}{3})^2 + v_\rho^2(1 + \frac{4t^2}{3})^2] + \frac{\omega_\mu^3 Z'^\mu}{\sqrt{s}}[v_\eta^2(1 - \frac{2t^2}{3}) - v_\rho^2(1 + \frac{4t^2}{3})]\right. \\
&+ \left.\frac{3t}{s\sqrt{3}}B_\mu Z'^\mu[v_\rho^2(1 + \frac{4t^2}{3}) - v_\eta^2(1 - \frac{2t^2}{3})]\right\}, \tag{3.18}
\end{aligned}$$

$$\text{com } \frac{1}{2}m_{Z^0}^2 = \lambda_{Z_\mu^0}.$$

Da expressão acima podemos ver que ainda nos falta substituir ω_μ^3 e B_μ em função de A_μ e Z_μ^0 (3.15). Após esta substituição, obtemos uma mistura entre Z^0 e Z' , e encontramos que o fóton A_μ desacopla destes dois e torna-se um bóson de gauge físico sem massa, como mostrado em (3.17). A mistura entre os bósons Z^0 e Z' é a seguinte:

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} Z_\mu^0 & Z'_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{Z^0}^2 & \delta_{Z^0 Z'}^2 \\ \delta_{Z^0 Z'}^2 & m_{Z'}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu^0 \\ Z'_\mu \end{pmatrix}, \tag{3.19}$$

onde

$$\begin{aligned}
m_{Z^0}^2 &= \frac{g^2 V^2}{4C_W^2}, \\
m_{Z'}^2 &= \frac{g^2}{4h_W} \left[\frac{v_\rho^2}{C_W^2} + \frac{v_\eta^2(1 - 2S_W^2)^2}{C_W^2} + 4v_{\chi'}^2 C_W^2 \right], \\
\delta_{Z^0 Z'}^2 &= \frac{g^2}{4C_W^2 \sqrt{h_W}} [v_\eta^2(1 - 2S_W^2) - v_\rho^2], \tag{3.20}
\end{aligned}$$

$$\text{com } h_W = 3 - 4S_W^2.$$

Os autovetores da matriz (3.19) são os autoestados de massa Z_μ^1 e Z_μ^2

$$\begin{pmatrix} Z_\mu^1 \\ Z_\mu^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\Phi & S_\Phi \\ -S_\Phi & C_\Phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu^0 \\ Z'_\mu \end{pmatrix}, \quad (3.21)$$

com

$$\tan \Phi^2 = \frac{M_Z^2 - M_{Z^1}^2}{M_{Z^2}^2 - M_Z^2}, \quad (3.22)$$

sendo $M_{Z^1}^2$ e $M_{Z^2}^2$ os autovalores de massa físicos.

Capítulo 4

Correntes Neutras e Carregadas do Modelo

Como citado no capítulo 2, as interações neutras e carregadas dos férmions no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ surgem da abertura das lagrangianas (2.11) e (2.13). Para abrir estas lagrangianas será necessário reescrever as derivadas covariantes (2.12) e (2.14) em função dos bósons de gauge físicos. Para dar este primeiro passo devemos inverter o caminho seguido no capítulo 3 e escrever ω_μ^3 , ω_μ^8 , ω_μ^N em função de A_μ , Z_μ^1 e Z_μ^2 , que são os bósons de gauge físicos:

$$\begin{aligned}\omega_\mu^3 &= S_W A_\mu + C_W C_\Phi Z_\mu^1 - C_W S_\Phi Z_\mu^2, \\ \omega_\mu^N &= -\frac{t_W}{\sqrt{3}}[-S_\Phi + \sqrt{h_W} C_\Phi] Z_\mu^1 + \frac{t_W}{\sqrt{3}}[C_\Phi + \sqrt{h_W} S_\Phi] Z_\mu^2 + \frac{\sqrt{h_W}}{\sqrt{3}} A_\mu, \\ \omega_\mu^8 &= \left[\frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{\sqrt{3} C_W} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{\sqrt{3}}\right] Z_\mu^1 + \left[\frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{\sqrt{3} C_W} - \frac{t_W S_W S_\Phi}{\sqrt{3}}\right] Z_\mu^2 - \frac{S_W A_\mu}{\sqrt{3}}.\end{aligned}\tag{4.1}$$

Substituindo (4.1) em (2.12) e (2.14) obtemos as derivadas covariantes do modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ em função dos bósons de gauge físicos. Posteriormente substituindo este resultado em (2.11) e (2.13) obteremos as interações neutras

e carregadas dos férmions com os bósons de gauge físicos da nossa teoria.

4.1 Correntes Carregadas dos Léptons

Do primeiro termo da lagrangiana (2.11), $\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a$, derivam-se as seguintes interações carregadas dos léptons no nosso modelo:

$$\begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^a & \bar{\ell}_L^a & \overline{(\nu_R^a)^c} \end{pmatrix} i\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^+ & \frac{ig}{\sqrt{2}}U_\mu^0 \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^- & 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}}V_\mu^- \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}U_\mu^{0\dagger} & \frac{ig}{\sqrt{2}}V_\mu^+ & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^a \\ \ell_L^a \\ (\nu_R^a)^c \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

então

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC}^{331_{RH\nu}} = & \frac{-g}{\sqrt{2}} \{ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \ell_L^a \omega_\mu^+ + \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu (\nu_R^a)^c U_\mu^0 + \bar{\ell}_L^a \gamma^\mu \nu_L^a \omega_\mu^- \\ & + \bar{\ell}_L^a \gamma^\mu (\nu_R^a)^c V_\mu^- + \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu \nu_L^a U_\mu^{0\dagger} + \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu \ell_L^a V_\mu^+ \}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Nesta última expressão recuperamos as interações carregadas do MP¹ e obtemos novas interações mediadas pelos novos bósons de gauge U e V.² Por construção a lagrangiana deve conservar o número leptônico, então de (4.3) podemos ver que tanto U como V possuem duas unidades de número leptônico, e por esta razão são chamados de biléptons.

A lagrangiana (4.3) está escrita em função dos autoestados de sabor da teoria. Para termos uma idéia da fenomenologia da troca de sabor em correntes carregadas vamos escrever o primeiro termo da lagrangiana em função dos autoestados físicos ou de massa. Primeiro vamos reescrever este termo da

¹No MP as interações carregadas são mediadas pelos bósons $\omega^\pm$.

²Embora o bóson U medie interações neutras, como pode-se ver na lagrangiana (4.3), ele é considerado *carregado* por ser não hermitiano.

seguinte forma:

$$\frac{-g}{\sqrt{2}}\{\bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \ell_L^a \omega_\mu^+\} = \frac{-g}{\sqrt{2}}\{\bar{N}_L \gamma^\mu L_L \omega_\mu^+\}, \quad (4.4)$$

sendo

$$N_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L, L_L = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}_L \quad (4.5)$$

os autoestados de sabor para os neutrinos e os léptons carregados, respectivamente.

Os autoestados de massa são uma combinação linear dos autoestados de sabor (4.5). Estas combinações estão definidas pelas seguintes matrizes de mistura:

$$\begin{aligned} N_{aL} &= U_{ab}^L N'_{bL}, \\ L_{aL} &= V_{ab}^L L'_{bL}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

sendo

$$N'_L = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}_L, L'_L = \begin{pmatrix} \ell_1 \\ \ell_2 \\ \ell_3 \end{pmatrix}_L \quad (4.7)$$

os autoestados de massa para neutrinos e léptons, e U_{ab}^L e V_{ab}^L matrizes de mistura, unitárias e complexas 3×3 .

Substituindo (4.6) em (4.4) obtemos:

$$\frac{-g}{\sqrt{2}}\{\bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \ell_L^a \omega_\mu^+\} = \frac{-g}{\sqrt{2}}\{\bar{N}'_L \gamma^\mu U_L^\dagger V_L L'_L \omega_\mu^+\}, \quad (4.8)$$

com a mistura de gerações de autoestados de massa descrita por

$$U_{PNMS} = U_L^\dagger V_L. \quad (4.9)$$

4.2 Correntes Neutras dos Léptons

Para estudarmos as interações neutras dos léptons no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$, é necessário levar em conta os dois termos da lagrangiana (2.11). Lembrando que para léptons $N_{\psi_L} = -\frac{1}{3}$, e considerando os termos diagonais da derivada covariante para tripletos (2.12) escrita em função dos bósons de gauge físicos, a primeira contribuição de (2.11) fica:

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a = & -g\{f_{z^1}^1 \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \nu_L^a Z_\mu^1 + f_{z^2}^1 \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu \nu_L^a Z_\mu^2 + f_{z^1}^2 \bar{\ell}_L^a \gamma^\mu \ell_L^a Z_\mu^1 + f_{z^2}^2 \bar{\ell}_L^a \gamma^\mu \ell_L^a Z_\mu^2 \\ & -S_W \bar{\ell}_L^a \gamma^\mu \ell_L^a A_\mu + f_{z^1}^3 \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu (\nu_R^a)^c Z_\mu^1 + f_{z^2}^3 \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu (\nu_R^a)^c Z_\mu^2\}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

com

$$\begin{aligned}
f_{z^1}^1 &= \frac{C_W C_\Phi}{2} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{6C_W} - \frac{t_W S_W S_\Phi}{3\sqrt{h_W}}, \\
f_{z^2}^1 &= -\frac{C_W S_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{6C_W} - \frac{t_W S_W S_\Phi}{2} - \frac{t_W S_W C_\Phi}{3\sqrt{h_W}}, \\
f_{z^1}^2 &= -\frac{C_W C_\Phi}{2} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{6C_W} - \frac{t_W S_W S_\Phi}{3\sqrt{h_W}}, \\
f_{z^2}^2 &= \frac{C_W S_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{6C_W} - \frac{t_W S_W S_\Phi}{2} - \frac{t_W S_W C_\Phi}{3\sqrt{h_W}}, \\
f_{z^1}^3 &= -\frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{3C_W} - \frac{t_W S_W S_\Phi}{3\sqrt{h_W}}, \\
f_{z^2}^3 &= -\frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{3C_W} - \frac{t_W S_W C_\Phi}{3\sqrt{h_W}}.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Agora, levando em conta que $N_{\psi_R} = -1$, a segunda contribuição de (2.11) $\bar{\psi}_R^a i\gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^a$ fica:

$$\begin{aligned}
&= -\frac{gS_W t_W}{\sqrt{h_W}} [-S_\Phi + \sqrt{h_W} C_\Phi] \bar{\ell}_R^a \gamma^\mu \ell_R^a Z_\mu^1 + \frac{gS_W t_W}{\sqrt{h_W}} [C_\Phi + \sqrt{h_W} S_\Phi] \bar{\ell}_R^a \gamma^\mu \ell_R^a Z_\mu^2 \\
&+ gS_W \bar{\ell}_R^a \gamma^\mu \ell_R^a A_\mu.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Somando (4.10) e (4.12) obtemos as seguintes interações dos léptons carregados com os bósons Z^1 e Z^2 :

$$\mathcal{L}_{Z^1 \ell \bar{\ell}}^{331_{RH\nu}} = \frac{g}{2C_W} (C_\phi - \frac{S_\phi}{\sqrt{h_W}}) \{ \bar{\ell}^a \gamma^\mu \{ (\frac{1}{2} - 2S_\omega^2) - \frac{1}{2}\gamma_5 \} \ell^a \} Z_\mu^1, \tag{4.13}$$

e

$$\mathcal{L}_{Z^2 \ell \bar{\ell}}^{331_{RH\nu}} = -\frac{g}{2C_W} (S_\phi + \frac{C_\phi}{\sqrt{h_W}}) \{ \bar{\ell}^a \gamma^\mu \{ (\frac{1}{2} - 2S_\omega^2) - \frac{1}{2}\gamma_5 \} \ell^a \} Z_\mu^2. \tag{4.14}$$

Para os neutrinos de mão esquerda obtemos:

$$\mathcal{L}_{Z^1\nu_L}^{331_{RH\nu}} = -\frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu [C_\phi + \frac{(1-2S_\omega^2)}{\sqrt{3-4S_\omega^2}} S_\phi] \nu_L^a \} Z_\mu^1, \quad (4.15)$$

e

$$\mathcal{L}_{Z^2\nu_L}^{331_{RH\nu}} = -\frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{\nu}_L^a \gamma^\mu [-S_\phi + \frac{(1-2S_\omega^2)}{\sqrt{3-4S_\omega^2}} C_\phi] \nu_L^a \} Z_\mu^2. \quad (4.16)$$

E finalmente para os neutrinos de mão direita obtemos:

$$\mathcal{L}_{Z^1\nu_R}^{331_{RH\nu}} = -\frac{g}{2C_\omega} \{ \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu [\frac{-2C_\omega^2 S_\phi}{\sqrt{3-4S_\omega^2}}] (\nu_R^a)^c \} Z_\mu^1, \quad (4.17)$$

e

$$\mathcal{L}_{Z^2\nu_R}^{331_{RH\nu}} = -\frac{g}{2C_\omega} \{ \overline{(\nu_R^a)^c} \gamma^\mu [\frac{-2C_\omega^2 C_\phi}{\sqrt{3-4S_\omega^2}}] (\nu_R^a)^c \} Z_\mu^2. \quad (4.18)$$

4.3 Correntes Carregadas dos Quarks

As interações carregadas dos quarks no modelo $3-3-1_{RH\nu}$ são obtidas do primeiro termo da lagrangiana (2.13). Explicitamente este termo tem a seguinte forma:

$$\bar{\psi}_L^a i\gamma^\mu D_\mu^L \psi_L^a = \bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu^L Q_{iL} + \bar{Q}_{3L} i\gamma^\mu D_\mu^L Q_{3L}. \quad (4.19)$$

Quando $\Psi_L^a = Q_{iL}$, a derivada covariante é dada por (2.14), e quando $\Psi_L^a = Q_{3L}$ a derivada covariante é dada por (2.12). Após escrever estas derivadas covariantes em função dos bósons de gauge físicos, o primeiro termo de (4.19) $\bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu^L Q_{iL}$ fica

$$\begin{pmatrix} \bar{d}_{iL} & -\bar{u}_{iL} & \bar{d}'_{iL} \end{pmatrix} i\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{-ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^- & \frac{-ig}{\sqrt{2}}U_\mu^{0\dagger} \\ \frac{-ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^+ & 0 & \frac{-ig}{\sqrt{2}}V_\mu^+ \\ \frac{-ig}{\sqrt{2}}U_\mu^0 & \frac{-ig}{\sqrt{2}}V_\mu^- & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{iL} \\ -u_{iL} \\ d'_{iL} \end{pmatrix}, \quad (4.20)$$

e o segundo termo $\bar{Q}_{3L}i\gamma^\mu D_\mu^L Q_{3L}$ fica

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_{3L} & \bar{d}_{3L} & \bar{u}'_{3L} \end{pmatrix} i\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^+ & \frac{ig}{\sqrt{2}}U_\mu^0 \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}\omega_\mu^- & 0 & \frac{ig}{\sqrt{2}}V_\mu^- \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}U_\mu^{0\dagger} & \frac{ig}{\sqrt{2}}V_\mu^+ & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{3L} \\ d_{3L} \\ u'_{3L} \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

Somando estas duas últimas expressões obtemos finalmente as seguintes interações carregadas para os quarks no modelo $3 - 3 - 1_{RH\nu}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC}^{331_{RH\nu}} &= \frac{-g}{\sqrt{2}} \{ \bar{u}_L^a \gamma^\mu d_L^a \omega_\mu^+ + \bar{d}_L^a \gamma^\mu u_L^a \omega_\mu^- \} \\ &\quad \frac{-g}{\sqrt{2}} \{ \bar{u}_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} V_\mu^+ + \bar{u}'_{3L} \gamma^\mu d_{3L} V_\mu^+ + \bar{d}'_{iL} \gamma^\mu u_{iL} V_\mu^- \\ &\quad + \bar{d}_{3L} \gamma^\mu u'_{3L} V_\mu^- \} \\ &\quad \frac{+g}{\sqrt{2}} \{ \bar{d}_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} U_\mu^{0\dagger} - \bar{u}'_{3L} \gamma^\mu u_{3L} U_\mu^{0\dagger} + \bar{d}'_{iL} \gamma^\mu d_{iL} U_\mu^0 \\ &\quad - \bar{u}_{3L} \gamma^\mu u'_{3L} U_\mu^0 \}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

4.4 Correntes Neutras dos Quarks

Para estudarmos as interações neutras dos quarks no modelo $3 - 3 - 1_{RH\nu}$, devemos levar em conta os dois termos da lagrangiana (2.13). A forma explícita do primeiro termo desta lagrangiana é dada por (4.19). Vamos começar com

$\psi_L^a = Q_{iL}$; lembrando que $N_{Q_{iL}} = 0$, e considerando os termos diagonais da derivada covariante para anti-tripletos (2.14) escrita em função dos bósons de gauge físicos, o primeiro termo de (4.19) $\bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu^L Q_{iL}$ fica:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu^L Q_{iL} = & g\{J_{z^1}^1 \bar{d}_{iL} \gamma^\mu d_{iL} Z_\mu^1 + J_{z^2}^1 \bar{d}_{iL} \gamma^\mu d_{iL} Z_\mu^2 + J_{z^1}^2 \bar{u}_{iL} \gamma^\mu u_{iL} Z_\mu^1 \\ & + J_{z^2}^2 \bar{u}_{iL} \gamma^\mu u_{iL} Z_\mu^2 + \frac{S_W}{3} \bar{d}_{iL} \gamma^\mu d_{iL} A_\mu - \frac{2S_W}{3} \bar{u}_{iL} \gamma^\mu u_{iL} A_\mu \\ & + J_{z^1}^3 \bar{d}'_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} Z_\mu^1 + J_{z^2}^3 \bar{d}'_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} Z_\mu^2 + \frac{S_W}{3} \bar{d}'_{iL} \gamma^\mu d'_{iL} A_\mu\}, \end{aligned} \quad (4.23)$$

com

$$\begin{aligned} J_{z^1}^1 &= \frac{C_W C_\Phi}{2} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{6} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{6C_W}, \\ J_{z^2}^1 &= -\frac{C_W S_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{6C_W} - \frac{t_W S_W S_\Phi}{6}, \\ J_{z^1}^2 &= -\frac{C_W C_\Phi}{2} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{6} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{6C_W}, \\ J_{z^2}^2 &= \frac{C_W S_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{6C_W} - \frac{t_W S_W S_\Phi}{6}, \\ J_{z^1}^3 &= -\frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{3C_W} - \frac{t_W S_W C_\Phi}{3}, \\ J_{z^2}^3 &= -\frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{3C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{3}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Agora levando em conta que $N_{u_{iR}} = \frac{2}{3}$, $N_{d_{iR}} = -\frac{1}{3}$, e $N_{d'_{iR}} = -\frac{1}{3}$, a primeira contribuição do segundo termo de (2.13) $\bar{\psi}_R^i i\gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^i$ é:

$$\begin{aligned}
&= \frac{2gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [-S_\Phi + \sqrt{h_W} C_\Phi] \bar{u}_{iR} \gamma^\mu u_{iR} Z_\mu^1 - \frac{2gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [C_\Phi + \sqrt{h_W} S_\Phi] \bar{u}_{iR} \gamma^\mu u_{iR} Z_\mu^2 \\
&- \frac{gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [-S_\Phi + \sqrt{h_W} C_\Phi] \bar{d}_{iR} \gamma^\mu d_{iR} Z_\mu^1 + \frac{gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [C_\Phi + \sqrt{h_W} S_\Phi] \bar{d}_{iR} \gamma^\mu d_{iR} Z_\mu^2 \\
&- \frac{gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [-S_\Phi + \sqrt{h_W} C_\Phi] \bar{d}'_{iR} \gamma^\mu d'_{iR} Z_\mu^1 + \frac{gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [C_\Phi + \sqrt{h_W} S_\Phi] \bar{d}'_{iR} \gamma^\mu d'_{iR} Z_\mu^2 \\
&- \frac{2}{3} g S_W \bar{u}_{iR} \gamma^\mu u_{iR} A_\mu + \frac{g S_W}{3} \bar{d}_{iR} \gamma^\mu d_{iR} A_\mu + \frac{g S_W}{3} \bar{d}'_{iR} \gamma^\mu d'_{iR} A_\mu.
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Devemos agora incluir a contribuição quando $\psi_L^a = Q_{3L}$; lembrando que $N_{Q_{3L}} = \frac{1}{3}$, e considerando os termos diagonais da derivada covariante para tripletos (2.12) escrita em função dos bósons de gauge físicos, temos que o segundo termo de (4.19) $\bar{Q}_{3L} i \gamma^\mu D_\mu^L Q_{3L}$ fica:

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{3L} i \gamma^\mu D_\mu^L Q_{3L} &= -g \{ K_{z^1}^1 \bar{u}_{3L} \gamma^\mu u_{3L} Z_\mu^1 + K_{z^2}^1 \bar{u}_{3L} \gamma^\mu u_{3L} Z_\mu^2 + K_{z^1}^2 \bar{d}_{3L} \gamma^\mu d_{3L} Z_\mu^1 \\
&+ K_{z^2}^2 \bar{d}_{3L} \gamma^\mu d_{3L} Z_\mu^2 + \frac{2}{3} S_W \bar{u}_{3L} \gamma^\mu u_{3L} A_\mu - \frac{S_W}{3} \bar{d}_{3L} \gamma^\mu d_{3L} A_\mu \\
&+ K_{z^1}^3 \bar{u}'_{3L} \gamma^\mu u'_{3L} Z_\mu^1 + K_{z^2}^3 \bar{u}'_{3L} \gamma^\mu u'_{3L} Z_\mu^2 + \frac{2}{3} S_W \bar{u}'_{3L} \gamma^\mu u'_{3L} A_\mu \},
\end{aligned} \tag{4.26}$$

com

$$\begin{aligned}
K_{z^1}^1 &= \frac{C_W C_\Phi}{2} - \frac{t_W S_W C_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{6 C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{3 \sqrt{h_W}}, \\
K_{z^2}^1 &= -\frac{C_W S_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{6 C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{2} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{3 \sqrt{h_W}}, \\
K_{z^1}^2 &= -\frac{C_W C_\Phi}{2} - \frac{t_W S_W C_\Phi}{6} + \frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{6 C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{3 \sqrt{h_W}}, \\
K_{z^2}^2 &= \frac{C_W S_\Phi}{2} + \frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{6 C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{6} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{3 \sqrt{h_W}}, \\
K_{z^1}^3 &= -\frac{\sqrt{h_W} S_\Phi}{3 C_W} + \frac{t_W S_W S_\Phi}{3 \sqrt{h_W}} - \frac{2}{3} t_W S_W C_\Phi, \\
K_{z^2}^3 &= -\frac{\sqrt{h_W} C_\Phi}{3 C_W} + \frac{t_W S_W C_\Phi}{3 \sqrt{h_W}} + \frac{2}{3} t_W S_W S_\Phi.
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Finalmente, levando em conta que $N_{u_{3R}} = \frac{2}{3}$, $N_{d_{3R}} = -\frac{1}{3}$, e $N_{u'_{3R}} = \frac{2}{3}$, a segunda contribuição do segundo termo de (2.13) $\bar{\psi}_R^3 i \gamma^\mu D_\mu^R \psi_R^3$ fica:

$$\begin{aligned}
&= \frac{2gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [-S_\Phi + \sqrt{h_W} C_\Phi] \bar{u}_{3R} \gamma^\mu u_{3R} Z_\mu^1 - \frac{2gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [C_\Phi + \sqrt{h_W} S_\Phi] \bar{u}_{3R} \gamma^\mu u_{3R} Z_\mu^2 \\
&+ \frac{2gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [-S_\Phi + \sqrt{h_W} C_\Phi] \bar{u}'_{3R} \gamma^\mu u'_{3R} Z_\mu^1 - \frac{2gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [C_\Phi + \sqrt{h_W} S_\Phi] \bar{u}'_{3R} \gamma^\mu u'_{3R} Z_\mu^2 \\
&- \frac{gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [-S_\Phi + \sqrt{h_W} C_\Phi] \bar{d}_{3R} \gamma^\mu d_{3R} Z_\mu^1 + \frac{gS_W t_W}{3\sqrt{h_W}} [C_\Phi + \sqrt{h_W} S_\Phi] \bar{d}_{3R} \gamma^\mu d_{3R} Z_\mu^2 \\
&- \frac{2}{3} g S_W \bar{u}_{3R} \gamma^\mu u_{3R} A_\mu - \frac{2}{3} g S_W \bar{u}'_{3R} \gamma^\mu u'_{3R} A_\mu + \frac{gS_W}{3} \bar{d}_{3R} \gamma^\mu d_{3R} A_\mu.
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Somando (4.23), (4.25), (4.26) e (4.28), obtêm-se as interações neutras dos quarks no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$.

Uma forma de garantir que os resultados obtidos para as correntes neutras dos quarks no nosso modelo estão certos é escrevendo explicitamente a corrente neutra dos quarks padrões mediada por Z^1 . No limite quando $\Phi \rightarrow 0$, $Z^1 \rightarrow Z^0$ e a corrente se reduz àquela obtida no capítulo 1 (1.44).

Capítulo 5

O Potencial Escalar do Modelo

Como visto no capítulo 3, quando a componente escalar do campo complexo χ^0 adquire um valor esperado no vácuo diferente de zero, a simetria $3 - 3 - 1$ é quebrada para $3 - 2 - 1$ e cinco bósons de Goldstone são absorvidos pelas componentes longitudinais dos bósons $U, U^\dagger, V^+, V^-, Z'$. Já a quebra de simetria $3 - 2 - 1$ para $3 - 1$ ocorre quando as componentes escalares dos campos ρ^0 e η^0 adquirem um valor esperado no vácuo diferente de zero e três bósons de Goldstone são absorvidos pelas componentes longitudinais dos bósons de gauge ω^+, ω^- e Z^0 . É importante ter em mente que além das já mencionadas partículas no capítulo 4, algumas das novas partículas escalares do modelo também carregam duas unidades de número leptônico. Vejamos o quadro geral:

$$\begin{aligned} L(V^+, U^{0\dagger}, u'_3, \eta'^0, \rho'^+) &= -2, \\ L(V^-, U^0, d'_i, \chi^0, \chi^-) &= 2. \end{aligned} \tag{5.1}$$

Estes valores são tais que a lagrangiana conserva o número leptônico.

O conteúdo escalar descrito pela equação (2.9) possui cinco escalares neutros à nossa disposição, dois deles carregam número leptônico, η'^0 e χ^0 , e se

o número leptônico é conservado como vamos supor neste capítulo, eles não desenvolverão um valor esperado no vácuo diferente de zero. Os restantes três campos escalares neutros estão livres de desenvolver um Vev diferente de zero.

Para conhecer o espectro de massa dos escalares do modelo precisamos fazer a abertura completa do potencial. Começaremos expandindo χ'^0 , η^0 , e ρ^0 em torno dos seus Vev's da forma habitual:

$$\chi'^0, \rho^0, \eta^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\chi',\rho,\eta} + R_{\chi',\rho,\eta} + iI_{\chi',\rho,\eta}). \quad (5.2)$$

Substituindo esta expansão dos campos no potencial (2.21) encontramos as seguintes condições de mínimo:

$$\begin{aligned} \mu_\chi^2 + \lambda_1 v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_4}{2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_\rho^2 + \frac{f v_\eta v_\rho}{2 v_{\chi'}} &= 0, \\ \mu_\eta^2 + \lambda_2 v_\eta^2 + \frac{\lambda_4}{2} v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\rho^2 + \frac{f v_{\chi'} v_\rho}{2 v_\eta} &= 0, \\ \mu_\rho^2 + \lambda_3 v_\rho^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2 + \frac{f v_\eta v_{\chi'}}{2 v_\rho} &= 0. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Estas condições são denominadas de vínculos do potencial. Com a ajuda destes vínculos obteremos os termos quadráticos nos campos que dão origem às matrizes de massa.

Como já foi dito anteriormente, o número leptônico é conservado pelas interações deste modelo, implicando que os campos neutros χ^0 e η^0 não se misturem com os campos χ'^0 , η^0 e ρ^0 . Desta forma as matrizes de massa dos escalares neutros do modelo com CP par e CP ímpar¹ apresentam uma forma bloco diagonal:

¹Na literatura, os escalares com CP ímpar são conhecidos como pseudo-escalares, e os de CP par como escalares.

$$M^2 = \begin{pmatrix} M_{(I,R),2 \times 2}^2 & 0 \\ 0 & M_{(I,R),3 \times 3}^2 \end{pmatrix}. \quad (5.4)$$

Analisaremos primeiro a forma explícita que adquire a matriz (5.4) para os escalares neutros de CP ímpar. Na base $(I_\chi, I_{\eta'})$ obtemos o seguinte primeiro bloco:

$$M_{I,2 \times 2}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_7}{4} v_\eta^2 - \frac{f v_\eta v_\rho}{4 v_\chi'} & -\frac{\lambda_7}{4} v_\chi' v_\eta + \frac{f}{4} v_\rho \\ -\frac{\lambda_7}{4} v_\chi' v_\eta + \frac{f}{4} v_\rho & \frac{\lambda_7}{4} v_{\chi'}^2 - \frac{f v_\chi' v_\rho}{4 v_\eta} \end{pmatrix}; \quad (5.5)$$

o segundo bloco escrito na base $(I_{\chi'}, I_\eta, I_\rho)$ fica:

$$M_{I,3 \times 3}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{f v_\eta v_\rho}{4 v_{\chi'}} & -\frac{f}{4} v_\rho & -\frac{f}{4} v_\eta \\ -\frac{f}{4} v_\rho & -\frac{f v_{\chi'} v_\rho}{4 v_\eta} & -\frac{f}{4} v_{\chi'} \\ -\frac{f}{4} v_\eta & -\frac{f}{4} v_{\chi'} & -\frac{f v_\eta v_{\chi'}}{4 v_\rho} \end{pmatrix}. \quad (5.6)$$

Da diagonalização de (5.5), obtemos um escalar sem massa G_1 e outro massivo H_1 . Da diagonalização de (5.6) obtemos dois escalares sem massa G_2 e G_3 , e um massivo H_2 .

Vejamos agora a matriz de massa (5.4) para os escalares neutros de CP par. Na base $(R_\chi, R_{\eta'})$ obtemos o seguinte primeiro bloco:

$$M_{R,2 \times 2}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_7}{4} v_\eta^2 - \frac{f v_\eta v_\rho}{4 v_{\chi'}} & \frac{\lambda_7}{4} v_{\chi'} v_\eta - \frac{f}{4} v_\rho \\ \frac{\lambda_7}{4} v_{\chi'} v_\eta - \frac{f}{4} v_\rho & \frac{\lambda_7}{4} v_{\chi'}^2 - \frac{f v_{\chi'} v_\rho}{4 v_\eta} \end{pmatrix}; \quad (5.7)$$

o segundo bloco escrito na base $(R_{\chi'}, R_\eta, R_\rho)$ fica:

$$M_{R,3 \times 3}^2 = \begin{pmatrix} \lambda_1 v_{\chi'}^2 - \frac{f v_\eta v_\rho}{4 v_{\chi'}} & \frac{\lambda_4}{2} v_{\chi'} v_\eta + \frac{f}{4} v_\rho & \frac{\lambda_5}{2} v_{\chi'} v_\rho + \frac{f}{4} v_\eta \\ \frac{\lambda_4}{2} v_{\chi'} v_\eta + \frac{f}{4} v_\rho & \lambda_2 v_\eta^2 - \frac{f v_{\chi'} v_\rho}{4 v_\eta} & \frac{\lambda_6}{2} v_\eta v_\rho + \frac{f}{4} v_{\chi'} \\ \frac{\lambda_5}{2} v_{\chi'} v_\rho + \frac{f}{4} v_\eta & \frac{\lambda_6}{2} v_\eta v_\rho + \frac{f}{4} v_{\chi'} & \lambda_3 v_\rho^2 - \frac{f v_\eta v_{\chi'}}{4 v_\rho} \end{pmatrix}. \quad (5.8)$$

A diagonalização de (5.7) nos leva a um escalar sem massa G_4 e a outro

massivo H_3 . Já a diagonalização de (5.8) nos leva a três escalares massivos H_4 , H_5 e H_6 .

Finalmente vamos analisar as matrizes de massa dos escalares carregados. Lembrando de (5.1) que dois dos escalares carregados possuem duas unidades de número leptônico, e dois não possuem, teremos duas matrizes de massa 2×2 desacopladas. A primeira delas na base (χ^-, ρ'^+) tem a seguinte forma explícita:

$$M_1^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_8}{2} v_\rho^2 - \frac{f v_\rho v_\eta}{2 v_{\chi'}} & \frac{\lambda_8}{2} v_\rho v_{\chi'} - \frac{f}{2} v_\eta \\ \frac{\lambda_8}{2} v_\rho v_{\chi'} - \frac{f}{2} v_\eta & \frac{\lambda_8}{2} v_{\chi'}^2 - \frac{f v_\eta v_{\chi'}}{2 v_\rho} \end{pmatrix}. \quad (5.9)$$

E a segunda matriz escrita na base (η^-, ρ^+) é dada por:

$$M_2^2 = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_9}{2} v_\rho^2 - \frac{f v_\rho v_{\chi'}}{2 v_\eta} & \frac{\lambda_9}{2} v_\eta v_\rho - \frac{f}{2} v_{\chi'} \\ \frac{\lambda_9}{2} v_\eta v_\rho - \frac{f}{2} v_{\chi'} & \frac{\lambda_9}{2} v_\eta^2 - \frac{f v_\eta v_{\chi'}}{2 v_\rho} \end{pmatrix}. \quad (5.10)$$

Da diagonalização de (5.9) obtemos um escalar sem massa G_5 e um massivo H_7 . Da diagonalização de (5.10) obtemos um escalar sem massa G_6 e um massivo H_8 .

Uma análise mais detalhada dos escalares físicos do modelo pode ser obtida assumindo $v_\eta \sim v_\rho \equiv v$, da ordem da quebra da simetria eletrofraca, $v_{\chi'} \equiv V$, da ordem da quebra de simetria $3 - 3 - 1$, e $f \sim -\frac{V}{2}$ [13]. Com isto em mente chegamos às seguintes expressões para os escalares físicos neutros de CP ímpar:

$$\begin{aligned}
G_1 &\sim I_\chi, \\
H_1 &\sim I_{\eta'}, \\
G_2 &\sim I_{\chi'}, \\
G_3 &\sim \frac{1}{\sqrt{2}}(I_\rho - I_\eta), \\
H_2 &\sim \frac{1}{\sqrt{2}}(I_\rho + I_\eta).
\end{aligned} \tag{5.11}$$

G_1 é reconhecido como o bóson de goldstone engolido pela componente longitudinal de $U^{0\dagger}$; G_2 e G_3 são identificados como os bósons de goldstone engolidos pelas componentes longitudinais do bóson standard Z^0 e do novo bóson neutro Z' , respectivamente. H_1 e H_2 são escalares massivos remanescentes da teoria.

As expressões obtidas para os escalares físicos neutros de CP par são:

$$\begin{aligned}
G_4 &\sim R_\chi, \\
H_3 &\sim R_{\eta'}, \\
H_4 &\sim R_{\chi'}, \\
H_5 &\sim \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\eta - R_\rho), \\
H_6 &\sim \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\rho + R_\eta).
\end{aligned} \tag{5.12}$$

G_4 é o bóson de goldstone engolido por U^0 . H_3, H_4, H_5 e H_6 são escalares massivos remanescentes da teoria, sendo que H_6 pode ser reconhecido como o escalar padrão de Higgs.

Vejamos agora as expressões obtidas para os escalares físicos carregados:

$$\begin{aligned}
G_5 &\sim \chi^-, \\
H_7 &\sim \rho'^+, \\
G_6 &\sim \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta^- - \rho^+), \\
H_8 &\sim \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta^- + \rho^+).
\end{aligned} \tag{5.13}$$

G_5 , que possui dois graus de liberdade por ser complexo, é engolido pelas componentes longitudinais dos bósons V^+ e V^- ; o mesmo se aplica ao bóson de goldstone G_6 , que é engolido pelas componentes longitudinais dos bósons de gauge padrões ω^+ e ω^- . Os escalares carregados remanescentes da teoria são os bósons H_7 e H_8 .

Capítulo 6

O Mecanismo See-Saw na Escala dos TeV's para um Modelo

3 – 3 – 1 com Neutrinos de Mão Direita

O principal ingrediente do mecanismo See-Saw é a existência de neutrinos de mão direita junto com o pressuposto que o número leptônico deve ser violado pelo termo de massa de majorana destes neutrinos a uma escala de energia $\mathfrak{M}$ maior do que a escala de energia da quebra de simetria eletrofraca. O mecanismo pode ser implementado na escala de grande unificação, $\mathfrak{M} \sim 10^{14}$ GeV's, como também numa escala de energia da ordem dos TeV's.

Um termo de massa para neutrinos no modelo 3 – 3 – 1_{RH ν} gera-se acoplado ao produto $\bar{f}_L f_L^c$ um multiplete escalar de forma tal que seja criado um termo invariante pelas transformações do grupo $SU(3)_L \otimes U(1)_N$. Ditos multipletos são um antitripleto ou um sexteto, visto que:

$$\bar{f}_L(f_L)^c = 3^* \otimes 3^* = 3 \oplus 6^*. \quad (6.1)$$

O termo $G_{ab}\epsilon^{ijk}(\overline{f_L^a})_i(f_L^b)_j^c(\rho^*)_k$ é um acoplamento do primeiro tipo, como mostrado no capítulo 2 equação (2.19). Pelas razões já expostas evitaremos este termo de massa por meio de uma simetria discreta.

De acordo com (6.1) o segundo tipo de acoplamento é feito com um sexteto. Um campo escalar transformando como um sexteto por $SU(3)_L$ pode ser representado por um tensor simétrico $S_{ij} = S_{ji}$, que no caso específico do modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ tem a seguinte forma e apresenta as seguintes leis de transformação [14]:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Delta^0 & \Delta^- & \Phi^0 \\ \Delta^- & \Delta^{--} & \Phi^- \\ \Phi^0 & \Phi^- & \sigma^0 \end{pmatrix} \sim (1, 6, \frac{-2}{3}). \quad (6.2)$$

A lagrangiana de Yukawa correspondente a este segundo tipo de acoplamento é:

$$\mathcal{L}_{yukawa}^S = G_{ab}^s(\overline{f_L^a})(f_L^b)^c S + H.C. \quad (6.3)$$

Por construção esta lagrangiana deve conservar o número leptônico e a carga elétrica, razão pela qual cada um dos seis campos escalares possui números leptônicos e cargas elétricas diferentes. Vejamos quais dos novos campos do sexteto carregam número leptônico:

$$\begin{aligned} L(\sigma^0) &= -2, \\ L(\Delta^0, \Delta^-, \Delta^{--}) &= 2. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Neste capítulo implementaremos o mecanismo See-Saw no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$; como veremos, a lagrangiana (6.3) contém todos os ingredientes

necessários para fazê-lo. Neste caso é possível ter o mecanismo See-Saw trabalhando na escala dos TeV's e os neutrinos de mão direita ganhando massa na escala eletrofraca, um cenário apropriado para futuras pesquisas diretas no LHC.

6.1 O Majoron

Como dito anteriormente, um dos ingredientes básicos do mecanismo See-Saw é a quebra espontânea de simetria do número leptônico. Quando o número leptônico é espontaneamente quebrado, um bóson de goldstone conhecido como o Majoron é gerado. O Majoron é uma partícula que pode comprometer a fenomenologia do bóson de gauge Z^0 sob certas condições, como por exemplo quando ele se origina de multipletos de escalares que transformam como doublets ou triplets por $SU(2)_L \otimes U(1)_{EM}$. Neste caso, o Majoron interage com o bóson de gauge Z^0 e contribui com um novo termo na largura de decaimento invisível deste bóson. Dita contribuição é descartada pelos atuais valores experimentais desta largura invisível, associada unicamente a três espécies de neutrinos leves.¹

É por este motivo que, para implementar o mecanismo See-Saw, primeiro devemos conhecer o perfil do Majoron para ter certeza que ele não gerará uma discrepância da teoria com o experimento, como é o caso quando o Majoron provém de doublets ou triplets de $SU(2)_L \otimes U(1)_{EM}$.

Juntando os três triplets com o sexteto temos agora oito escalares neutros, dos quais a metade deles carrega número leptônico ($\eta^0, \chi^0, \Delta^0, \sigma^0$). Assim, se qualquer um destes escalares desenvolve um Vev diferente de zero, a simetria de número leptônico será espontaneamente quebrada e um Majoron será gerado.

Vejamos o que acontece se χ^0 e Δ^0 desenvolvem um Vev diferente de zero. O primeiro deles transforma como doubleto e o segundo como tripleto por

¹Para mecanismos See-Saw sem Majorons vide por exemplo [15, 16]

$3 - 2 - 1$. Como consequência, se estes dois escalares neutros fossem os responsáveis pela quebra espontânea de simetria do número leptônico, o Majoron teria sua origem num multiplete escalar que não transforma como singlete por $3 - 2 - 1$, o que significa que ele interagiria com o bóson de gauge Z^0 e consequentemente contribuiria na sua largura de decaimento invisível. De outra parte, η^0 e σ^0 são singletos por $3 - 2 - 1$, isto significa que se estes dois escalares neutros fossem os responsáveis pela quebra espontânea de simetria do número leptônico, o Majoron seria um singlete por $3 - 2 - 1$. Neste caso o Majoron não interagiria com o bóson neutro Z^0 e estaria a salvo. Por outro lado, é necessário chamar a atenção que η^0 não está na capacidade de gerar qualquer termo de massa para os neutrinos a nível de árvore, enquanto que σ^0 sim tem essa capacidade. Assim, podemos concluir que o cenário mais simples é aquele no qual σ^0 seja o único escalar neutro que carrega número leptônico que desenvolva um Vev diferente de zero.

Assumiremos então que, dos oito escalares neutros à nossa disposição, só $\chi^0, \rho^0, \eta^0, \Phi^0$ e σ^0 desenvolverão um Vev diferente de zero. Este conjunto de Vev's assegura os corretos termos de massa para todas as partículas do modelo incluindo os neutrinos.

6.2 O Potencial Escalar Incluindo o Sexteto

Vejamos agora a forma explícita do potencial mais geral invariante pelas transformações de gauge do grupo $3-3-1$, invariante pelas transformações discretas (2.17), que conserva o número leptônico, e que inclui três tripletos (2.9) e um sexteto (6.2) de escalares [17]:

$$\begin{aligned}
V = & \mu_\chi^2 \chi^2 + \mu_\eta^2 \eta^2 + \mu_\rho^2 \rho^2 + \lambda_1 \chi^4 + \lambda_2 \eta^4 + \lambda_3 \rho^4 + \lambda_4 (\chi^\dagger \chi) (\eta^\dagger \eta) \\
& + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi) (\rho^\dagger \rho) + \lambda_6 (\eta^\dagger \eta) (\rho^\dagger \rho) + \lambda_7 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \lambda_8 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) \\
& + \lambda_9 (\eta^\dagger \rho) (\rho^\dagger \eta) + \left(\frac{f}{\sqrt{2}} \epsilon^{ijk} \eta_i \rho_j \chi_k + H.C \right) + \mu_S^2 Tr(S^\dagger S) \\
& + \lambda_{10} Tr(S^\dagger S)^2 + \lambda_{11} [Tr(S^\dagger S)]^2 + (\lambda_{12} \eta^\dagger \eta + \lambda_{13} \rho^\dagger \rho + \lambda_{14} \chi^\dagger \chi) Tr(S^\dagger S) \\
& + \lambda_{15} (\epsilon^{ijk} \epsilon^{lmn} \rho_n \rho_k S_{li} S_{mj} + H.C) + \lambda_{16} (\chi^\dagger S) (S^\dagger \chi) + \lambda_{17} (\eta^\dagger S) (S^\dagger \eta) \\
& + \lambda_{18} (\rho^\dagger S) (S^\dagger \rho).
\end{aligned} \tag{6.5}$$

Para conhecer o espectro de massa dos escalares, vamos expandir os campos $\chi^0, \rho^0, \eta^0, \Phi^0$ e σ^0 em torno dos seus Vev's da forma habitual:

$$\chi^0, \rho^0, \eta^0, \Phi^0, \sigma^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (v_{\chi', \rho, \eta, \Phi, \sigma} + R_{\chi', \rho, \eta, \Phi, \sigma} + i I_{\chi', \rho, \eta, \Phi, \sigma}). \tag{6.6}$$

Substituindo esta expansão dos campos no potencial (6.5) encontramos as seguintes condições de mínimo:

$$\mu_\chi^2 + \lambda_1 v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_4}{2} v_\eta^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_\rho^2 + \frac{f v_\eta v_\rho}{2 v_{\chi'}} + \lambda_{14} \left(\frac{v_\phi^2}{2} + \frac{v_\sigma^2}{4} \right) = 0,$$

$$\mu_\eta^2 + \lambda_2 v_\eta^2 + \frac{\lambda_4}{2} v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\rho^2 + \frac{f v_{\chi'} v_\rho}{2 v_\eta} + \frac{\lambda_{12}}{4} (v_\sigma^2 + 2 v_\phi^2) = 0,$$

$$\begin{aligned}
& \mu_\rho^2 + \lambda_3 v_\rho^2 + \frac{\lambda_5}{2} v_{\chi'}^2 + \frac{\lambda_6}{2} v_\eta^2 + \frac{f v_\eta v_{\chi'}}{2 v_\rho} + \lambda_{13} \left(\frac{v_\sigma^2}{4} + \frac{v_\phi^2}{2} \right) - \\
& \lambda_{15} v_\phi^2 = 0,
\end{aligned} \tag{6.7}$$

$$\mu_S^2 + \frac{\lambda_{10}}{2}(v_\phi^2 + v_\sigma^2) + \frac{\lambda_{11}}{2}(v_\sigma^2 + 2v_\phi^2) + \frac{\lambda_{12}}{2}v_\eta^2 + \frac{\lambda_{13}}{2}v_\rho^2 + \frac{\lambda_{14}}{2}v_{\chi'}^2 - \lambda_{15}v_\rho^2 = 0,$$

$$\mu_S^2 + \frac{\lambda_{10}}{2}(2v_\phi^2 + v_\sigma^2) + \frac{\lambda_{11}}{2}(v_\sigma^2 + 2v_\phi^2) + \frac{\lambda_{12}}{2}v_\eta^2 + \frac{\lambda_{13}}{2}v_\rho^2 + \frac{\lambda_{14}}{2}v_{\chi'}^2 = 0.$$

Com estas condições de mínimo podemos encontrar as matrizes de massa de todos os escalares, tanto de CP par como de CP ímpar. Um estudo rigoroso do potencial acima não tem sido feito ainda; nós limitaremos nossa análise para obter o perfil do Majoron que emerge da quebra espontânea de simetria do número leptônico. Para tal fim, enfocaremos exclusivamente nos pseudo-escalares do modelo. Depois de usar as condições de mínimo (6.7) dadas acima, a matriz de massa para os pseudo-escalares na base $(I_\chi, I_{\eta'}, I_\Delta, I_\sigma, I_{\chi'}, I_\rho, I_\eta, I_\phi)$ é [17]:

$$\begin{pmatrix} \frac{\lambda_7}{4}v_\eta^2 - \frac{fv_\eta v_\rho}{4v_{\chi'}} & -\frac{\lambda_7}{4}v_{\chi'}v_\eta + \frac{f}{4}v_\rho & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\lambda_7}{4}v_{\chi'}v_\eta + \frac{f}{4}v_\rho & \frac{\lambda_7}{4}v_{\chi'}^2 - \frac{fv_{\chi'}v_\rho}{4v_\eta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda_{10}}{8}v_\sigma^2 & 0 & 0 & \frac{\lambda_{10}v_\sigma v_\phi^2}{4v_\rho} & 0 & \frac{\lambda_{10}}{4}v_\phi v_\sigma \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{fv_\eta v_\rho}{4v_{\chi'}} & -\frac{f}{4}v_\eta & -\frac{f}{4}v_\rho & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda_{10}v_\sigma v_\phi^2}{4v_\rho} & 0 & -\frac{f}{4}v_\eta & -\frac{\lambda_{10}v_\phi^4}{2v_\rho^2} - \frac{fv_\eta v_{\chi'}}{4v_\rho} & -\frac{f}{4}v_{\chi'} & -\frac{\lambda_{10}}{2v_\rho}v_\phi^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{f}{4}v_\rho & -\frac{f}{4}v_{\chi'} & -\frac{fv_{\chi'}v_\rho}{4v_\eta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda_{10}}{4}v_\phi v_\sigma & 0 & 0 & -\frac{\lambda_{10}}{2v_\rho}v_\phi^3 & 0 & -\frac{\lambda_{10}}{2}v_\phi^2 \end{pmatrix}. \quad (6.8)$$

Quando nós diagonalizamos esta matriz de massa obtemos cinco bósons de Goldstone neutros. Um deles é o Majoron e os outros quatro devem ser engolidos pelas componentes longitudinais dos bósons de gauge físicos neutros

do modelo. De (6.8) vemos que I_σ desacopla dos outros pseudo-escalares neutros; como σ^0 é o responsável pela quebra espontânea de simetria do número leptônico, concluímos que este pseudo-escalar é o Majoron que estávamos procurando. Como I_σ é um singlete por $SU(2)_L \otimes U(1)_{EM}$, ele não interage com o bóson de gauge neutro Z^0 . Como já foi dito acima, esta propriedade garante que o Majoron está salvo. Significa que nosso Majoron manifesta-se através de novas interações que não pertencem ao MP. Com esta certeza de que nosso Majoron está salvo, procederemos a construir o mecanismo See-Saw neste cenário.

6.3 O Mecanismo See-Saw

Quando Φ^0 e σ^0 desenvolvem Vev, a lagrangiana de Yukawa (6.3) gera os seguintes termos de massa para os neutrinos na base $(\bar{\nu}_L, \overline{(\nu_R)^c}) = (\bar{\nu}_{eL}, \bar{\nu}_{\mu L}, \bar{\nu}_{\tau L}, \overline{(\nu_{eR})^c}, \overline{(\nu_{\mu R})^c}, \overline{(\nu_{\tau R})^c})$:

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \overline{(\nu_R)^c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_L)^c \\ \nu_R \end{pmatrix}, \quad (6.9)$$

sendo

$$m_D = v_\phi(G_{ab}), \quad M_R = v_\sigma(G_{ab}), \quad (6.10)$$

e G uma matriz simétrica formada pelos acoplamentos de Yukawa G_{ab} . Como sabemos, a diagonalização da matriz de massa (6.9) para o caso de $v_\sigma \gg v_\phi$ leva a uma relação entre m_D e M_R conhecida como mecanismo See-Saw:

$$m_{\nu L} \simeq -m_D M_R^{-1} m_D, \quad m_{\nu R} \simeq M_R, \quad (6.11)$$

sendo $m_{\nu L}$ a matriz de massa para os neutrinos de mão esquerda, e $m_{\nu R}$ a matriz de massa para os neutrinos de mão direita. De (6.11) podemos ver que, em termos dos Vev's, $m_{\nu L} \propto \frac{v_\Phi^2}{v_\sigma}$ e $m_{\nu R} \propto v_\sigma$.

Sabemos que σ^0 carrega duas unidades de número leptônico, então, quando desenvolve um Vev diferente de zero, tanto a simetria de número leptônico como a simetria $3-3-1$ são espontaneamente quebradas. Como esperamos que a simetria $3-3-1$ seja quebrada na escala TeV, o maior valor que podemos atribuir a v_σ não pode exceder a escala TeV também. Por outro lado, Φ^0 não carrega número leptônico e transforma como um dubleto por $SU(2)_L \otimes U(1)_{EM}$. Além do mais, seu Vev gera exclusivamente termos de massa tipo Dirac para os neutrinos.

A proposta do mecanismo See-Saw é gerar massa para os neutrinos na escala dos eVs. Isto se consegue se $\frac{v_\Phi^2}{v_\sigma} \sim \text{eV's}$. Mas sabemos que $v_\sigma \sim \text{TeV's}$, logo o mecanismo See-Saw por si mesmo é o responsável pelo calibramento do valor $v_\Phi \sim \text{MeV's}$, uma vez que $\frac{(MeV)^2}{TeV} \propto \text{eV's}$.

É importante notar que os termos de massa para os neutrinos de mão esquerda e de mão direita têm uma origem comum, que é a lagrangiana (6.3). Isto significa que os acoplamentos de Yukawa G_{ab} são comuns para os dois tipos de neutrinos. Então, escolhendo um conjunto de valores G_{ab} que gere massa para os neutrinos de mão esquerda, tal que explique as oscilações dos neutrinos solares e atmosféricos, podemos inferir as massas dos neutrinos de mão direita. Para ver isto explicitamente vamos substituir em (6.11) as matrizes m_D e M_R dadas por (6.10):

$$m_{\nu L} = -G \frac{v_{\Phi}^2}{v_{\sigma}}, \quad m_{\nu R} = G v_{\sigma}. \quad (6.12)$$

A faixa de valores para os acoplamentos de Yukawa que leva a valores de massa dos neutrinos de mão esquerda tal que explique as oscilações dos neutrinos solares e atmosféricos é $G_{ab} \approx 10^{-2} - 10^{-3}$, o que implica que os neutrinos de mão direita adquirem massa na faixa de MeV's até alguns GeV's.

Lembrando que $v_{\Phi} = 1$ MeV e $v_{\sigma} = 1$ TeV, os acoplamentos simétricos de Yukawa $G_{11} = -0.003079$, $G_{12} = -0.002941$, $G_{13} = 0.002941$, $G_{22} = -0.02788$, $G_{23} = -0.02210$ e $G_{33} = -0.02788$ nos levam à seguinte forma numérica da matriz de massa dos neutrinos de mão esquerda dada pela equação (6.12) [17]:

$$m_{\nu L} = \begin{pmatrix} 0.003079 & 0.002941 & -0.002941 \\ 0.002941 & 0.02788 & 0.02210 \\ -0.002941 & 0.02210 & 0.02788 \end{pmatrix} eV. \quad (6.13)$$

Esta matriz é diagonalizada pela seguinte matriz de mistura:

$$U = \begin{pmatrix} 0.809 & 0.588 & 0 \\ -0.416 & 0.572 & 0.707 \\ 0.416 & -0.572 & 0.707 \end{pmatrix}; \quad (6.14)$$

o que implica a seguinte predição de massa para os neutrinos de mão esquerda:

$$m_1 \approx 5, 7 \times 10^{-5} eV, m_2 \approx 8, 8 \times 10^{-3} eV, m_3 \approx 5 \times 10^{-2} eV. \quad (6.15)$$

A matriz (6.14) pode ser parametrizada em termos de ângulos de mistura α *la* Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [10], e é reproduzida se nós tomamos

$\theta_{12} = 36^\circ$, $\theta_{23} = 45^\circ$ e $\theta_{13} = 0^\circ$.

Por outro lado, os autovalores (6.15) nos levam aos seguintes valores para as diferenças quadráticas de massas:

$$\Delta m_{12}^2 = 7.7 \approx 10^{-5} eV^2, \Delta m_{32}^2 = 2.4 \approx 10^{-3} eV^2. \quad (6.16)$$

Tais diferenças de massa e ângulos de mistura explicam as oscilações dos neutrinos solares e atmosféricos de acordo com os atuais dados [18].

Agora, usando os mesmos valores dos acoplamentos de Yukawa G_{ab} , obtemos a seguinte matriz de massa para os neutrinos de mão direita [17]:

$$m_{\nu R} = \begin{pmatrix} -3.079 & 2.941 & 2.941 \\ -2.941 & -27.88 & -22.10 \\ 2.941 & -22.10 & -27.88 \end{pmatrix} GeV. \quad (6.17)$$

Diagonalizando esta matriz obtemos a seguinte predição das massas dos neutrinos de mão direita:

$$m_4 \approx 57 MeV, m_5 \approx 8.8 GeV, m_6 \approx 50 GeV. \quad (6.18)$$

Tais valores de massa para os neutrinos de mão direita permitem que este mecanismo See-Saw seja testado diretamente em futuros aceleradores.

Finalmente, lembrando que a matriz de massa para os neutrinos (6.9) está escrita em função dos autoestados de sabor, é claro que deve existir uma matriz $U_{6 \times 6}$ que a diagonalize [19]. Como consequência, os neutrinos de mão direita adquirem termos de mistura com os neutrinos de mão esquerda. Chamaremos estes elementos de $U_{l\nu_{nR}}$, onde $l = e, \mu, \tau$ e $n = 4, 5, 6$. Estes elementos são proporcionais à relação entre as escalas de energia envolvidas no mecanismo See-Saw [19]. No nosso caso esta relação é dada por $U_{l\nu_{nR}} \propto \frac{v_\phi}{v_\sigma} \sim 10^{-6}$. Como consequência desta mistura, os neutrinos pesados podem ser estudados a partir dos seus acoplamentos com os bósons de gauge padrões.

Para o caso de neutrinos de mão direita com massa na escala eletrofraca, existem algumas restrições sobre suas massas e seus elementos de mistura, vindas dos experimentos do duplo decaimento beta sem neutrino [20] e do LEP [21, 22, 23]. Tais restrições traduzem-se nos seguintes limites:

$$\begin{aligned} 0\nu\beta\beta &\rightarrow \sum_n \frac{|U_{e\nu_{nR}}|^2}{M_n} < 5 \times 10^{-8} \text{Gev}^{-1}, \\ LEP &\rightarrow |U_{\mu\nu_{nR}}|^2, |U_{\tau\nu_{nR}}|^2 \leq 10^{-4} - 10^{-5}, \end{aligned} \quad (6.19)$$

para $m_{\nu_R} \sim 5\text{-}80 \text{ GeV}$. Portanto, considerando a massa dos neutrinos dada em (6.18), e os valores dos parâmetros de misturas dados acima, é claro que nosso modelo está em perfeito acordo com as restrições (6.19).

Existem também algumas assinaturas de neutrinos pesados, com massa na escala eletrofraca, sendo investigadas considerando os atuais e futuros colisores Hadrônicos [24, 25, 26]. Estas pesquisas podem ser feitas considerando processos com conservação ou violação do número leptônico, através da interação dos neutrinos pesados com os bósons de gauge padrões. De acordo com [24, 25, 26], o descobrimento de neutrinos pesados no LHC será possível para um robusto ângulo de mistura, embora a ausência de Background nos leva a limites da mesma ordem de magnitude, como as obtidas no LEP.

Capítulo 7

Troca de Sabor na Corrente Neutra.

Novas interações incorporadas pelo modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ são mediadas por bósons de gauge bileptônicos U e V , e por um bóson neutro Z^2 . Estas novas interações são basicamente física além do modelo padrão.

Estudaremos neste capítulo um fenômeno que surge na corrente neutra mediada pelo bóson Z^2 . O fenômeno é conhecido na literatura como troca de sabor na corrente neutra, FCNC (*Flavour Changed Neutral Current*).

Primeiro, devemos conhecer a origem do fenômeno, que não é mais do que uma consequência da estrutura do próprio modelo, pois no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$ requer-se que o número de famílias seja exatamente três para que a teoria seja livre de anomalias. No setor de léptons, as três famílias de mão esquerda devem transformar da mesma forma por $SU(3)_L \otimes U(1)_N$, e no setor de quarks requer-se que duas das três famílias de mão esquerda transformem como anti-tripletos, e a restante como tripleto por $SU(3)_L \otimes U(1)_N$. Em outras palavras, quebramos a universalidade das interações no setor de quarks. Ao quebrar esta universalidade, a corrente neutra mediada pelo bóson Z^2 não pode ser escrita na forma (1.48), gerando assim a troca de sabor na corrente neutra.

A troca de sabor em correntes neutras do modelo $3 - 3 - 1_{RH\nu}$ contribui com diagramas a nível de árvore para a oscilação de mésons neutros. No Modelo Padrão estas oscilações são estudadas através de boxes, e mediadas pelos bósons de gauge carregados ω .

O fenômeno de oscilação de partículas neutras verdadeiramente teve suas origens nestes sistemas físicos. Os primeiros a estudarem as oscilações dos mésons neutros foram Murray Gell-Mann e Abraham Pais [27], logo depois foi Pontecorvo quem estendeu este conceito para o setor dos léptons.

Vejamos a forma explícita das interações do bóson Z^2 com os quarks do MP no limite quando o ângulo $\Phi = 0$. Estes termos são obtidos das equações (4.23), (4.25), (4.26) e (4.28). Para ver claramente a quebra de universalidade nas interações do bóson Z^2 , vamos escrever separadamente as correntes para cada um destes quarks.

Para o quark u_3 ,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Z^2 u_3}^{331_{RH\nu}} &= -\frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{u}_{3L} \gamma^\mu [\frac{(3 - 2S_\omega^2)}{3\sqrt{3 - 4S_\omega^2}}] u_{3L} \} Z_\mu^2 \\ &\quad - \frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{u}_{3R} \gamma^\mu [\frac{4S_\omega^2}{3\sqrt{3 - 4S_\omega^2}}] u_{3R} \} Z_\mu^2.\end{aligned}\quad (7.1)$$

Quarks u_i :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Z^2 u_i}^{331_{RH\nu}} &= \frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{u}_{iL} \gamma^\mu [\frac{(3 - 4S_\omega^2)}{3\sqrt{3 - 4S_\omega^2}}] u_{iL} \} Z_\mu^2 \\ &\quad - \frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{u}_{iR} \gamma^\mu [\frac{4S_\omega^2}{3\sqrt{3 - 4S_\omega^2}}] u_{iR} \} Z_\mu^2.\end{aligned}\quad (7.2)$$

Quark d_3 :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Z^2 d_3}^{331_{RH\nu}} &= -\frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{d}_{3L} \gamma^\mu [\frac{(3-2S_\omega^2)}{3\sqrt{3-4S_\omega^2}}] d_{3L} \} Z_\mu^2 \\
&+ \frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{d}_{3R} \gamma^\mu [\frac{2S_\omega^2}{3\sqrt{3-4S_\omega^2}}] d_{3R} \} Z_\mu^2.
\end{aligned} \tag{7.3}$$

Quarks d_i :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Z^2 d_i}^{331_{RH\nu}} &= \frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{d}_{iL} \gamma^\mu [\frac{(3-4S_\omega^2)}{3\sqrt{3-4S_\omega^2}}] d_{iL} \} Z_\mu^2 \\
&+ \frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{d}_{iR} \gamma^\mu [\frac{2S_\omega^2}{3\sqrt{3-4S_\omega^2}}] d_{iR} \} Z_\mu^2,
\end{aligned} \tag{7.4}$$

com $i = 1, 2$.

Fica claro que estas interações não podem ser levadas na forma (1.48), gerando assim a troca de sabor na corrente neutra mediada pelo bóson Z^2 .

Aplicando as transformações (1.17) nas interações do bóson Z^2 com os quarks do MP acima apresentadas, obtemos finalmente:

$$\mathcal{L}_{Z^2 u}^{331_{RH\nu}} = \frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{u}'_b \gamma^\mu [(g_u^V)_{bc} - (g_u^A)_{bc} \gamma_5] u'_c \} Z_\mu^2, \tag{7.5}$$

com

$$\begin{aligned}
(g_u^V)_{bc} &= \frac{1}{6\sqrt{h_\omega}} \{ (2S_\omega^2 - 3)(V_{3b}^{uL})^* (V_{3c}^{uL}) + h_\omega (V_{ib}^{uL})^* (V_{ic}^{uL}) - 4S_\omega^2 \delta_{bc} \}, \\
(g_u^A)_{bc} &= \frac{1}{6\sqrt{h_\omega}} \{ 4S_\omega^2 \delta_{bc} + (2S_\omega^2 - 3)(V_{3b}^{uL})^* (V_{3c}^{uL}) + h_\omega (V_{ib}^{uL})^* (V_{ic}^{uL}) \}.
\end{aligned} \tag{7.6}$$

E

$$\mathcal{L}_{Z^2 d}^{331_{RH\nu}} = \frac{g}{2C_\omega} \{ \bar{d}'_b \gamma^\mu [(g_d^V)_{bc} - (g_d^A)_{bc} \gamma_5] d'_c \} Z_\mu^2, \quad (7.7)$$

com

$$\begin{aligned} (g_d^V)_{bc} &= \frac{1}{6\sqrt{h_\omega}} \{ (2S_\omega^2 - 3)(V_{3b}^{dL})^* (V_{3c}^{dL}) + h_\omega (V_{ib}^{dL})^* (V_{ic}^{dL}) + 2S_\omega^2 \delta_{bc} \}, \\ (g_d^A)_{bc} &= \frac{1}{6\sqrt{h_\omega}} \{ (2S_\omega^2 - 3)(V_{3b}^{dL})^* (V_{3c}^{dL}) + h_\omega (V_{ib}^{dL})^* (V_{ic}^{dL}) - 2S_\omega^2 \delta_{bc} \}, \end{aligned} \quad (7.8)$$

e $b, c = 1, 2, 3$.

Consideramos então importante um estudo nas colisões próton-próton, envolvendo processos de correntes neutras com troca de sabor mediadas pelo bóson Z^2 , como também o estudo da oscilação dos mésons neutros através das lagrangianas (7.5) e (7.7). Este estudo permitiria estabelecer os valores para os parâmetros de mistura V_{ab}^{uL} e V_{ab}^{dL} , como feito no modelo mínimo em [28] e [29, 30, 31] respectivamente.

Também pretendemos caracterizar este bóson através de reações do tipo $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \rightarrow c\bar{c}$, $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}$, como feito no modelo mínimo [32]. O estudo do Z^2 é importante pois esta partícula é prevista em varias extensões do MP, como por exemplo Little Higgs Model [33] e Left Right Symmetric Model [34].

O estudo do bóson Z^2 no modelo $3 - 3 - 1_{RH\nu}$ atualmente está em andamento e inclui a colaboração dos autores dos trabalhos [28] e [32].

Capítulo 8

Conclusões

Neste trabalho estudamos o modelo $3-3-1_{RH\nu}$ com motivações experimentais na oscilação de neutrinos e na troca de sabor em correntes neutras.

Verificamos que o modelo $3-3-1_{RH\nu}$ recupera o MP e incorpora novas interações através de novos bósons de gauge tanto neutros como carregados.

A geração de massa para todos os férmions carregados e para os bósons de gauge consegue-se através da quebra espontânea de simetria via mecanismo de Higgs com três tripletos de escalares. A forma de introduzir termos de massa para os neutrinos no modelo é através da inclusão de um sexteto de escalares e da quebra espontânea de simetria do número leptônico. Como resultado desta quebra de simetria emerge uma partícula escalar sem massa chamada de Majoron. Mostramos que no nosso caso este Majoron transforma como singlete pela simetria padrão $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, o que o torna uma partícula segura, livre de restrições experimentais.

Uma propriedade importante do modelo refere-se ao fato que as massas dos neutrinos de mão esquerda e dos neutrinos de mão direita surgem das mesmas interações de Yukawa, o que significa que os neutrinos de mão direita

desenvolvem massa na escala eletrofraca. Assim o mecanismo See-Saw aqui implementado poderá ser testado diretamente nos próximos aceleradores.

Através de uma análise numérica simplificada, calculamos os acoplamentos de Yukawa do modelo a fim de recuperar os valores observados das massas e das misturas dos neutrinos leves. Isto nos permitiu a predição da massa dos neutrinos pesados na faixa de 57 MeV até 50 GeV, com ângulos de mistura com os neutrinos leves da ordem $U_{l\nu_{nR}} \sim 10^{-6}$. Estas predições estão bem abaixo dos limites obtidos pelos experimentos do LEP e da sensibilidade das análises do LHC, os quais consideram processos envolvendo só bósons de gauge padrões. A fim de continuar o estudo dos neutrinos pesados no modelo $3 - 3 - 1_{RH_\nu}$, uma análise mais profunda levando-se em consideração todas as contribuições dos escalares e bósons de gauge deverá ser feita.

No setor neutro do modelo, estudamos a troca de sabor em correntes neutras mediada pelo novo bóson Z^2 , mostramos a forma explícita destas lagrangianas e propomos futuros estudos para estabelecer os parâmetros de mistura.

Apêndice A

Bósons de Gauge quando Incluído o Sexteto

No capítulo 3 estudamos formalmente a QES via mecanismo de Higgs quando considerado que o conteúdo escalar é aquele composto por três tripletos (2.9). Desta QES recuperamos os bósons de gauge do modelo padrão ($Z^0, \omega^+, \omega^-, \gamma$), e obtemos novos bósons de gauge pesados ($U^0, U^{0\dagger}, V^+, V^-, Z'$). Uma das principais características deste estudo é também que os bósons de gauge Z^0 e Z' encontram-se misturados, e o ângulo de mistura pode ser da ordem $-3.979 \times 10^{-3} < \Phi < 1.309 \times 10^{-4}$ [35]. Embora um estudo completo da forma adquirida pelos bósons de gauge quando considerado o sexteto (6.2) não tem sido feito, apresentaremos neste apêndice um esboço das modificações sofridas pelos bósons de gauge quando o conteúdo escalar (2.9) é modificado pela inclusão deste sexteto.

Primeiro vejamos como a lagrangiana escalar (2.20) deve ser modificada:

$$\mathcal{L}_{escalar}^{331_{RH\nu}} = \Sigma_i (D_\mu^L \Phi_i) (D^{\mu L} \Phi_i)^\dagger + TR[(D_\mu S)(D^\mu S)^\dagger] - V(\eta, \rho, \chi, S). \quad (\text{A.1})$$

A derivada covariante para o sexteto $D_\mu S$ é dada por:

$$(D_\mu S) = \partial_\mu S + \frac{ig}{2} W_\mu^a \lambda^a S + \frac{ig}{2} (W_\mu^a \lambda^a S)^T + i \mathbf{g}_N N \omega_\mu^N, \quad (\text{A.2})$$

e $V(\eta, \rho, \chi, S)$ é o potencial (6.5).

Quando as componentes escalares dos campos neutros χ'^0 e σ^0 tomam um valor esperado no vácuo diferente de zero, temos a quebra de simetria $3 - 3 - 1 \rightarrow 3 - 2 - 1$. Na base $\{\omega_\mu^8, \omega_\mu^N\}$ encontramos a seguinte primeira matriz de mistura:

$$\frac{g^2}{6} (v_{\chi'}^2 + 2v_\sigma^2) \begin{pmatrix} 1 & \frac{t}{\sqrt{3}} \\ \frac{t}{\sqrt{3}} & \frac{t^2}{3} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Os autovetores desta matriz são

$$\begin{pmatrix} Z'_\mu \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\Psi & S_\Psi \\ -S_\Psi & C_\Psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_\mu^8 \\ \omega_\mu^N \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

com

$$C_\Psi = \sqrt{\frac{3}{s}}, \quad S_\Psi = \frac{t}{\sqrt{s}}, \quad s = 3 + t^2; \quad (\text{A.5})$$

e os autovalores correspondentes aos autovetores (A.4) são

$$\lambda_{Z'_\mu} = \frac{g^2}{18} (v_{\chi'}^2 + 2v_\sigma^2) (t^2 + 3), \quad \lambda_{B_\mu} = 0. \quad (\text{A.6})$$

Os bósons de gauge Z'_μ e B_μ não são ainda bósons de gauge físicos. Para conhecer os bósons de gauge físicos é necessário fazer a segunda quebra de simetria, $3-2-1 \rightarrow 3-1$. Tecnicamente a QES $3-2-1 \rightarrow 3-1$ se dá quando as

componentes escalares dos campos neutros ρ^0 , η^0 e Φ^0 adquirem um valor esperado no vácuo diferente de zero. Após as duas quebras de simetria incluindo o sexteto, a matriz de mistura (3.14) adquire a seguinte forma:

$$\frac{g^2}{8} V^2 \begin{pmatrix} 1 & -\frac{3t}{\sqrt{3}s} \\ -\frac{3t}{\sqrt{3}s} & \frac{3t^2}{s} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

sendo que neste caso $V^2 = v_\eta^2 + v_\rho^2 + v_\Phi^2$. Os autovetores desta matriz são:

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_W & S_W \\ -S_W & C_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ \omega_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.8})$$

com

$$C_W = \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{4t^2 + 3}}, \quad S_W = \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{4t^2 + 3}}. \quad (\text{A.9})$$

Os autovalores correspondentes aos autovetores (A.8) são:

$$\lambda_{Z_\mu^0} = \frac{g^2 V^2}{8s} (s + 3t^2), \quad \lambda_{A_\mu} = 0. \quad (\text{A.10})$$

No setor carregado, após as duas quebras de simetria, encontramos que os bósons V e ω não são mais bósons de gauge físicos. Na base (ω_μ, V_μ) obtemos a seguinte matriz de mistura:

$$\frac{g^2}{4} \begin{pmatrix} v_\Phi^2 + v_\eta^2 + v_\rho^2 & v_\Phi v_\sigma \\ v_\Phi v_\sigma & v_\phi^2 + v_\sigma^2 + v_\rho^2 + v_{\chi'}^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.11})$$

Da diagonalização da matriz acima encontra-se que os os novos bósons de gauge físicos, $\tilde{W}$ e $\tilde{V}$, são combinações lineares dos bósons V e ω .

Finalmente, após as duas quebras de simetria e as diagonalizações das

matrizes (A.3) e (A.7), os termos de massa para os bósons de gauge neutros reduzem-se aos seguintes:

$$\begin{aligned}
&= \frac{g^2}{8}(v_{\chi'}^2 + v_\eta^2 + v_\sigma^2 + 4v_\Phi^2)\omega_\mu^5\omega^{\mu 5} + \frac{g^2}{8}(v_{\chi'}^2 + v_\eta^2 + v_\sigma^2 + 4v_\Phi^2)\omega_\mu^4\omega^{\mu 4} \\
&+ \frac{g^2}{8h_W}\left[\frac{v_\rho^2}{C_W^2} + \frac{v_\eta^2(1 - 2S_W^2)^2}{C_W^2} + \frac{v_\Phi^2}{C_W^2} + 4(v_{\chi'}^2 + 2v_\sigma^2)C_W^2\right]Z'_\mu Z'^\mu \\
&+ \frac{g^2}{8C_W^2}(v_\rho^2 + v_\eta^2 + v_\Phi^2)Z_{0\mu}Z^{0\mu} - \frac{g^2v_\Phi v_\sigma}{4\sqrt{h_W}}\left[\frac{4C_W^2 + 1}{C_W}\right]Z'_\mu\omega^{\mu 4} \\
&+ \frac{g^2v_\Phi v_\sigma}{4C_W}Z_\mu^0\omega^{\mu 4} + \frac{g^2}{4C_W^2\sqrt{h_W}}[v_\eta^2(1 - 2S_W^2) - v_\rho^2 - v_\Phi^2]Z_\mu^0Z'^\mu. \quad (\text{A.12})
\end{aligned}$$

Ou seja, o bóson de gauge U também não é mais um bóson de gauge físico. Passa a ser físico o bóson ω^5 , e os bósons Z^0 , Z' e ω^4 misturam-se de uma forma não trivial. É importante ressaltar que o fóton desacopla destes bósons e permanece sem massa, como deve ser.

Bibliografia

- [1] Y. Fukuda et al, *Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos*. Phys. Rev. Lett. **81**, 1562-1567 (1998).
- [2] Y. Chikashige, R. N. Mohapatra and R. D. Peccei, *Spontaneously Broken Lepton Number and Cosmological Constraints on the Neutrino Mass Spectrum*. Phys. Rev. Lett. **45**, 1926 (1980).
- [3] Robert Foot, Hoang Ngoc Long, Tuan A. Tran, *$SU(3)_L \otimes U(1)_N$ and $SU(4)_L \otimes U(1)_N$ gauge models with right-handed neutrinos*. Physical Review D **50**, R34-R38 (1994).
- [4] F. Pisano and V. Pleitez, *$SU(3) \otimes U(1)$ model for electroweak interactions*. Physical Review D **46**, 410 (1992).
- [5] P. H. Frampton, *Chiral dilepton model and the flavor question*. Phys. Rev. Lett. **69**, 2889 (1992).
- [6] Hoang Ngoc Long, *$SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model with right handed neutrinos*. Physical Review D **53**, 437 (1996).
- [7] C. Quigg, *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*. (Benjamin/Cummings Company, 1983).
- [8] S. F. Novaes, *Standard Model: An Introduction*. Proceedings of the X J. A. Swieca Summer School (World Scientific, Singapore, 2000).

- [9] Nicola Cabibbo, *Unitary Symmetry and Leptonic Decays*. Phys. Rev. Lett. **10**, 531-533 (1963).
- [10] Makoto Kobayashi and Toshihi Maskawa, *CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction*. Prog.Theor.Phys.49:652-657,1973.
- [11] Palash B. Pal, *Strong-Cp question in $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ models*. Physical Review D **52**, 1662 (1995).
- [12] A.G. Dias, C.A. de S. Pires and P.S. Rodrigues da Silva, *Discrete symmetries, invisible axion, and lepton number symmetry in an economic 3-3-1 model*. Physical Review D **58**, 115009 (2003).
- [13] C. A. de S. Pires and P. S. Rodrigues da Silva, *Scalar Bilepton Dark Matter*. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics **07**(12), 012(2007).
- [14] Nguyen Anh Ky and Nguyen Thi Hong Van, *Scalar sextet in the 331 model with right-handed neutrinos*. Physical Review D **72**, 115017 (2005).
- [15] D. Cogollo, H. Diniz and C. A. De S. Pires, *keV right-handed neutrinos from type II seesaw mechanism in a 3-3-1 model*. Phys. Lett. B, **677**, 338-342 (2009).
- [16] J.C. Montero, C.A. de S. Pires and V. Pleitez, *Neutrino masses through a type II See-Saw mechanism at Tev scale*. Phys. Lett. B, **502**, 167-170 (2001).
- [17] D. Cogollo, H. Diniz, C. A. De S. Pires and P. S Rodrigues da Silva, *The See-saw mechanism at tev scale in the 3-3-1 model with right-handed neutrinos*. European Physical Journal C, **58**, 455-461 (2008).
- [18] Boris Kayser, *Neutrino Mass, Mixing, and Flavor change*. arXiv:0804.1497.

-
- [19] S.M. Bilenky, C. Giunti, W. Grimus, *Phenomenology of neutrino oscillations*. Prog. Part. Nucl. Phys. **43**, 1 (1999).
- [20] P. Benes, Amand Faessler, S. Kovalenko, and F. Simkovic, *Sterile neutrinos in neutrinoless double beta decay*. Phys. Rev. D **71**, 077901 (2005).
- [21] P. Achard et al. *Search for Heavy Isosinglet Neutrino in $e+e^-$ Annihilation at LEP, L3 Collaboration*. Phys. Lett. B **517**, 67 (2001).
- [22] P. Abreu et al. *Search for neutral heavy leptons produced in Z decays CERN-PPE-96-195, DELPHI Collaboration*. Z Phys. C **74** 57-71 (1997).
- [23] M.Z. Akrawy et al. *Limits on neutral heavy lepton production from Z^0 decay, OPAL Collaboration* Phys. Lett. B **247**, 448 (1990).
- [24] T. Han, B. Zhang, *Signatures for Majorana Neutrinos at Hadron Colliders*. Phys. Rev. Lett. **97**, 171804 (2006).
- [25] F. del Aguila, J.A. Aguilar-Saavedra, R. Pittau, *Heavy neutrino signals at large hadron colliders*. JHEP. **0710**, 047 (2007)
- [26] F. del Aguila, J. de Blass, M. Perez-Victoria, *Effects of new leptons in Electroweak Precision Data*. Physical Review D **78**, 013010 (2008).
- [27] M. Gell-Mann and A. Pais, *Behavior of Neutral Particles under Charge Conjugation*. Phys. Rev **97**, 1387 (1955).
- [28] E. Ramirez Barreto, Y.A. Coutinho, J. Sá Borges, *Charged bilepton pair production at LHC including exotic quark contribution*. Nuc. Phys. B **810**, 210 (2009).
- [29] James T. Liu, *Generation nonuniversality and flavor-changing neutral currents in the $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ model*. Phys. Rev. D **50**, 542 - 547 (1994).

-
- [30] D. Gómez Dumm, F. Pisano, V. Pleitez, *Flavor Changing Neutral Currents in $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ models*. Modern Physics Letters A 9, 1609-1615 (1994).
- [31] Tae Hoon Lee , Dae Sung Hwang, *CP Violation in $SU(3)_L \otimes U(1)$ Electroweak Model*. International Journal of Modern Physics A 12, 4411 - 4424 (1996).
- [32] E. Ramirez Barreto, Y.A. Coutinho, J. Sá Borges, *Extra Neutral Gauge Boson from two versions of the 3-3-1 model in future linear colliders*. European Physical Journal C, **50**, 909-917 (2007).
- [33] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen and H. Georgi, , Phys. Lett. B 513, 232 (2001).
- [34] R. N. Mohapatra and P. B. Pal, *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*. World Scientific, Singapore, 1998.
- [35] D. Cogollo, H. Diniz, C. A. De S. Pires and P. S Rodrigues da Silva, *Fermion Family Number and the Z-Z' Mixing in the 3 - 3 - 1 Model with Right Handed Neutrinos*. Modern Physics Letters A 23: 3405-3410, 2009.