

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

**TESE DE DOUTORADO**

**Geometria Otimizada para a Espectroscopia  
de Lente Térmica: Aplicação em Óleos  
Vegetais e Líquidos Transparentes.**

**Rubens Silva**

**Orientador: Prof. Dr. Paulo Cesar de Oliveira**

João Pessoa – Paraíba  
Julho -2010

**RUBENS SILVA**

**“Geometria Otimizada para a Espectroscopia de Lente Térmica: Aplicações em Óleos Vegetais e Líquidos Transparentes”.**

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba, para obtenção do título de Doutor em Ciências.

**Área de Concentração:** Matéria Condensada

**Orientador:** Prof. Dr. Paulo Cesar de Oliveira

João Pessoa-PB

Julho de 2010

S586g Silva, Rubens.  
*Geometria Otimizada para a Espectroscopia de Lente Térmica: aplicações em óleos Vegetais e Líquidos Transparentes/ Rubens Silva. – João Pessoa, 2010.*  
171f.

*Orientador: Paula Cesar de Oliveira.*  
*Tese (Doutorado) – UFPb - CCEN*

*1.Física. 2. Geometria. 3. Lente Térmica- Espectroscopia.*

UFPb/BC

CDU: 53(043)



Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Física

### DECLARAÇÃO DE TITULAÇÃO

A Comissão Examinadora que abaixo assina este documento, reunida no dia 23 de julho de 2010, na Sala de Reuniões do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal da Paraíba, **aprova** o Sr. **Rubens Silva** na defesa de sua tese intitulada "*Geometria otimizada para a espectroscopia de lente térmica: aplicação em óleos vegetais e líquidos transparentes*".

João Pessoa, 23 de julho de 2010

Prof. Dr. Cláudio Benedito da Silva  
Furtado (UFPB)

Presidente (Orientador)  
Prof. Dr. Paulo César de Oliveira  
(UFPB)

Prof. Dr. Petronio Filho (UFPB)

Prof. Dr. Petrus Alcântara Jr. (UFPA)

Profª. Dra. Maria Tereza de Araújo  
(UFAL)

(Co-orientador) --- (---)



Campus I – Jardim Universitário  
Fone: 083-3216-7422

João Pessoa-PB, Brasil  
<http://www.fisica.ufpb.br>

CEP: 58051-900  
[secpes@fisica.ufpb.br](mailto:secpes@fisica.ufpb.br)

Dedico este trabalho a minha mãe ***Maria Helena da Silva***, que lá de cima, ao lado de Deus Pai todo poderoso, sempre me deu forças para seguir minha trajetória. Muito obrigado mãe por acreditar que um sonho pode se tornar realidade.

# ***DEDICATÓRIA***

Aos meus filhos ***Larissa, Erick e Raíssa Silva***, pelas alegrias e motivações que fizeram atingir os meus objetivos e, em especial, a minha querida esposa, ***Aline Silva*** que, pacientemente, suportou minha ausência durante os anos de duração do curso, valorizando a importância deste momento em nossas vidas.

# **AGRADECIMENTOS**

Ao **Prof. Dr. Paulo Cesar de Oliveira**, pela espetacular orientação e dedicação a este trabalho, em particular pela calorosa amizade que construímos durante a realização do curso, e que certamente perdurará por muito tempo

Ao **Prof. Dr. Emerson de Lima**, do Instituto de Física da UFAL, pela singela amizade e pelo incentivo a mim destinado, nas horas de dificuldades. Afinal, “*amigo é coisa para se guardar dentro do peito*”.

Ao **Prof. Dr. Petrus Alcântara**, do Instituto de Física da UFPA, pelo apoio científico, atribuindo idéias que certamente influenciaram na realização deste trabalho.

Ao **Prof. Dr. Sanclayton Moreira**, do Instituto de Física da UFPA, por ter ensinado a mim todos os conhecimento iniciais, como orientador de meu mestrado, pois jamais teria uma motivação tão grande para a realização deste trabalho.

Ao **Prof. Dr. Daniel Palheta**, do Instituto Federal de Educação do Pará, pelo companheirismo e pela amizade a mim dedicada ao longo da realização deste curso.

Ao **Prof. Msc. Francisco Ferreira de Sousa**, pela singela amizade e pela grandiosa força de incentivo para a integralização deste curso.

Ao **Prof. Dr. Fernando Moraes**, coordenador da Pós Graduação em Física da UFPB e ao **Prof. Dr. Cláudio Furtado**, chefe do Departamento de Física da UFPB, pela atenção especial que me conceberam durante a realização do curso.

À Família **Rivaldo, Euzicley, Gabriel e Gabriele Coutinho**, de Natal-RN, pelo grande laço afetivo de amizade que nos uniu ao longo do curso, pela forma calorosa como sempre me receberam, bem como as cordiais visitas em João Pessoa-PB. Que Deus encha essa família de amor e fraternidade.

Aos amigos, **Marcos Alexandre, Bertúlio de Lima, Weliton Soares, Taciano Sorrentino, Cesar Soares, Gabriel Bastos, Valdeci Mestre, Leonardo Maximo, Gustavo Costa**, pertencentes do grupo de Óptica Não Linear e Física Atômica, e a todos os amigos da pós graduação, em especial ao amigo **Herondy Mota**, pela amizade sincera e confiabilidade que a mim depositaram, sendo de fundamental importância para o crescimento do meu ciclo de amizades. A todos vocês desejo muito sucesso.

Aos Funcionários, **Danilo** (Secretaria da Pós), **D. Nazaré** (Secretaria do Departamento de Física), **Sr. Mariano** (do cafezinho), **Eduardo, Manoel, Bruno, Yuri e Humberto** (Funcionários do Laboratório), **Rogério** (do LACOM), pela disposição com que atenderam aos vários pedidos por mim solicitados, fundamentais para o objetivo deste trabalho. Meu sincero “muito obrigado”.

A todos os Colegas Professores e Funcionários da Faculdade de Física, do Instituto de Ciências Exatas e Naturais, da UFPA, do qual pertenço desde 1997, pelo incentivo e a grande contribuição dada a esta instituição durante minha ausência.

Aos amigos **Renato Cunha, Daniel Filho, e Luiz Fernando** do Laboratório de Óptica da UFPA e em especial ao amigo **Alex Cabral**, pelas trocas de informações sobre este trabalho.

A todos os amigos, que um ou outro motivo deixou de ser citado, mas que de maneira direta ou indiretamente contribuíram de algum modo para que esse objetivo fosse alcançado. O meu “muito obrigado”.

Em fim, a **CAPES** pelas cotas parciais de bolsa e a **Universidade Federal do Pará (UFPA)**, pela licença concedida para aprimoramento profissional, o que certamente sem o apoio destas instituições, este trabalho seria difícil de realizar.

# RESUMO

Neste trabalho estudamos a Técnica de Lente Térmica (LT), e a utilizamos como ferramenta em estudos de espectroscopia de líquidos transparentes. Inicialmente reformulamos o método de determinação das cinturas dos feixes de lasers. Nossos estudos mostraram a necessidade de mudança nos valores dos parâmetros da função de ajuste na “Técnica da lâmina”, utilizada nos trabalhos científicos há décadas.

Outro destaque neste trabalho foi à proposta de uma mudança no arranjo experimental, o qual denominamos de sistema otimizado. Dois tipos de otimizações serão abordadas, a do feixe de prova não focalizado e a do feixe de prova colimado. Exploramos os parâmetros geométricos do aparato experimental que influenciam na evolução temporal do sinal de LT. Ao manter a amostra na cintura mínima de excitação investigou-se o comportamento do sinal de LT quando o raio de curvatura do feixe de prova e a distância entre a amostra e o fotodetector foram variados. Nossos resultados mostram que os sinais da LT, obtidos no modo cruzado estão muito perto dos sinais dos modos otimizados, combinando com curtos tempos de medição para pequenas distâncias.

Para confirmação dos pontos abordados, foram feitas medidas da difusividade dos seguintes óleos vegetais: Azeite de Oliva, Castanha do Brasil, Ácido Oleico Puro, e Oleína de Palma, e também dos líquidos transparentes: Água Deionizada, e Etanol. Para se obter o sinal de LT nos líquidos transparentes, foi necessário o uso dos corantes, Amarelo Crepúsculo (CAC) e Rodamina B (Rh B), em baixas concentrações.

# ABSTRACT

In this work we studied the Thermal Lens Technique (TLT), and we have used it as a tool in spectroscopic studies of transparent liquids. At first, we reformulated the method of determination of the waist of the laser beams. Our studies showed the need of changing of the fitting parameters of the “Knife-edge Technique”, used in the scientific works for decades.

Another point of this work was a proposal of a change in the experimental setup, which was called optimized. Two kinds of optimization were approached, one without focusing the probe beam, and the other with the probe beam collimated. We explored the geometrical parameters of the experimental apparatus that influence the temporal evolution of the TL. By keeping the sample cell at the minimum waist of the excitation beam, we investigated the TL signal behaviour when the curvature radius of the probe beam and the distance between the sample and the detector were varied. Our results show that high amplitude TL signals, very close to the optimized value, combined with short transient times, may be obtained by reducing the curvature radius of the probe beam and the distance between the sample cell and the detector.

In order to confirm the theoretical predictions we have measured thermal diffusivities of the following vegetable oils: olive, Brazil nut, oleic acid, palm olein and also of some transparent liquids: deionized water and ethanol. To obtain the TL signal of the transparent liquids it was necessary to use of the dyes, sunset yellow (CAC) and rhodamine B (RhB) at low concentrations.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.1</b> - Perfil de um feixe gaussiano e a amostra vista frontalmente, com a propagação radial do calor .....	11
<b>Figura 1.2</b> - Representação esquemática de um feixe com simetria cilíndrica .....	12
<b>Figura 1.3</b> - Propagação do feixe Gaussiano no modo TEM <sub>00</sub> , pelos campos próximos e distantes em relação à origem do sistema .....	12
<b>Figura 1.4</b> – Esquema de um feixe de laser de perfil gaussiano, atravessando uma amostra posicionada em sua cintura mínima e que divide o espaço de propagação do laser em três regiões. ....	15
<b>Figura 1.5</b> – Esquema representativo de um raio propagante, numa direção $\theta$ , próximo ao eixo óptico z da LT. ....	19
<b>Figura 1.6</b> – Diagrama especial da variação de temperatura em função de $r/\omega$ , para valores específicos de $t/t_c$ . ....	26
<b>Figura 1.7</b> - Diagrama especial da variação de temperatura em função de $t/t_c$ , para valores específicos de $r/\omega$ . ....	26
<b>Figura 1.8</b> – Esquema representativo da propagação das frentes de onda, destacando as defasagens $\Phi_1$ e $\Phi_2$ para os respectivos índices de refração $n_1$ e $n_2$ , nas posições $r_1$ e $r_2$ . (Figura extraída da referência [36]). ....	29
<b>Figura 1.9</b> - O esquema mostra o feixe de laser saindo da amostra e atingindo o detector (figura localizada na referência [31]). ....	31
<b>Figura 1.10</b> – Diagrama representa a intensidade do feixe de prova, com e sem o termo $I_B(t)$ para $\theta = 0,2$ , $m = 1$ e $V = 1,73$ . ....	36
<b>Figura 1.11</b> - Diagrama representativo da intensidade do feixe de prova com e sem o termo $I_B(t)$ para $\theta = 0,4$ , $m = 1$ e $V = 1,73$ . ....	36
<b>Figura 1.12</b> – Diagrama representativo da intensidade do feixe de prova com e sem a parcela $I_B(t)$ para $m = 100$ , $\theta = 0,2$ e $V = 1,73$ . ....	37
<b>Figura 1.13</b> – Diagrama representativo da intensidade do feixe de prova com e sem a parcela $I_B(t)$ para $m = 100$ , $\theta = 0,4$ e $V = 1,73$ . ....	37
<b>Figura 1.14</b> – Diagrama representa o sinal da LT para diversos valores de $t_c$ . ....	39
<b>Figura 1.15</b> - Diagrama representa o sinal da LT para diversos valores de $\theta$ . ....	39
<b>Figura 1.16</b> – Curvas características da LT em função do tempo para um material com $(dn/dT)$ negativo (lado esquerdo) e $(dn/dT)$ positivo. ....	40
<b>Figura 2.1</b> – Fórmula estrutural do AO, na forma CIS. ....	45
<b>Figura 2.2</b> – Fórmula estrutural do AO, na forma TRANS. ....	45
<b>Figura 2.3</b> - Fruto da palma oleaginosa, com corte transversal.....	47

<b>Figura 2.4</b> – À esquerda, o fruto azeitona extraído da oliveira; à direita, o azeite de oliva já extraído e industrializado. ....	48
<b>Figura 2.5</b> – Árvore da família botânica Lecythidaceae, denominada popularmente de castanheira e ao lado o fruto esférico, duro, de 11 a 14 cm de diâmetro, denominado de “ourigo”.....	51
<b>Figura 2.6</b> – Castanhas, frutos menores, contidas no interior do “ourigo” e ao lado o frasco contendo óleo de castanha, produzido em escala industrial para fins diversos.....	51
<b>Figura 2.7</b> – Fórmula estrutural da Rodamina B. ....	54
<b>Figura 3.1</b> – <i>Esquema simplificado para a medida do raio de um feixe de laser, usando a Técnica da Lâmina. A área escura representa o bloqueio do feixe causando pela lâmina. ....</i>	57
<b>Figura 3.2</b> – Curva característica da potência normalizada em função da posição de deslocamento da lâmina durante o corte do feixe laser. ....	59
<b>Figura 3.3</b> – Diagrama que representa o valor da cintura quadrática em função da posição da secção do corte do laser. Tal esquema é importante para visualização e determinação da cintura mínima do feixe e sua respectiva posição. ....	59
<b>Figura 3.4</b> - A linha colorida representa a equação (3.18) e a linha pontilhada, a equação (3.13). Em destaque, a diferença visualizada nas duas curvas, para essas equações .....	64
<b>Figura 3.5</b> – Comparação entre a equação (3.13) (linha pontilhada) e a equação (3.19) (linha colorida). ....	65
<b>Figura 3.6</b> – Diferenças entre $f(s)$ e $P_N(x)$ : em (a), $f(s)$ é dada pela equação (3.18) com os parâmetros $w = 1,0$ e $x_0 = 0.0$ (linha cheia) e $w = 0.9612$ e $x_0 = 0.132$ (linha tracejada); em (b), $f(s)$ é dada pela equação (3.19), considerando, apenas, os coeficientes $a_1$ e $a_3$ (linha cheia) e quando os novos coeficientes são obtidos com a inclusão do coeficiente $a_5$ (linha tracejada).....	68
<b>Figura 3.7</b> - Montagem dos dados experimentais usando a equação (3.19). Uma curva semelhante é obtida por meio da equação (3.18), mas com o feixe de laser ajustado com raio 3,8% menor.....	70
<b>Figura 4.1</b> – Esquema do feixe de prova otimizado e colimado. ....	72
<b>Figura 4.2</b> – Amplitude do sinal da LT, para as configurações, Otimizada Colimada e de Feixes Cruzados (figura da referência [14]). ....	73
<b>Figura 4.3</b> - Diagrama do sinal de LT indicando $I(0)$ e $I(\infty)$ . Estes dados são fundamentais para determinar a variação fracionada S. ....	74
<b>Figura 4.4</b> – Amplitude do sinal de LT dividido por $\theta$ em função de V para diversos valores de $m$ , obtidos através de simulação computacional. ....	78
<b>Figura 4.5</b> – Diagrama que representa a equação 4.9, indicando a posição $t_{1/2}$ .....	79
<b>Figura 4.6</b> – Diagrama da razão $t_{1/2}/t_c$ , em função de V, para valores de $m = 1,10,100,1000$ e 10000.....	80

<b>Figura 5.1</b> – Esquema do arranjo experimental do modo cruzado descasado para a formação da LT. ....	83
<b>Figura 5.2</b> – Na esquerda temos a fotografia do Osciloscópio depois de gerado a média dos dados e, a direita, o gráfico do ajuste da função correspondente processados no Origin 7.5. ....	85
<b>Figura 5.3</b> – Esquema representativo dos feixes contra propagante e descasados, identificando alguns parâmetros, que serão importantes para o ajuste das equações. ....	85
<b>Figura 5.4</b> – Fotos dos equipamentos usados em nosso trabalho (acima temos vista lateral da bancada e ao lado dela o polarizador, e em baixo temos a bancada vista de cima e ao lado dela o sistema do fotodetector). ....	86
<b>Figura 5.5</b> – Medidor de potência dos feixes de lasers com precisão de até 30 mW. ....	87
<b>Figura 5.6</b> - Esquema do modo feixe de prova não focalizado, ou seja, sem o uso da lente $L_2$ . ....	88
<b>Figura 5.7</b> - Esquema do feixe de prova não focalizado, com o ajuste da função linear, que relaciona as cinturas $\omega$ em função da distância $z$ , para a posterior determinação do raio $R_1$ da frente de onda. ....	89
<b>Figura 5.8</b> - Esquema experimental para o modo colimado. ....	90
<b>Figura 5.9</b> – Esquema pictórico do Modo Feixe de Prova Colimado. ....	91
<b>Figura 5.10</b> – Foto dos portas amostras para cubetas de 2mm e de 10 mm, construídas especificamente para garantir a manipulação das amostras sem alterar suas características em nossas medidas. ....	96
<b>Figura 5.11</b> – Foto das amostras de Água Deionizada + CAC, em ordem decrescente de concentração. ....	97
<b>Figura 5.12</b> – foto das amostras de Etanol + CAC, em ordem decrescente de concentração. ....	98
<b>Figura 5.13</b> - Fotografia de algumas amostras de Ácido Oleico + Rodamina B, utilizada em nosso experimento. ....	99
<b>Figura 6.1</b> - Diagrama do sinal recebida no foto detector e captada no osciloscópio como voltagem (V) em função da distância $x$ (mm) percorrida pela lâmina transversal ao feixe. ....	102
<b>Figura 6.2</b> – Diagrama da função quadrática de $\omega$ em função da posição $Z$ , da secção de corte na propagação do laser de Argônio. ....	104
<b>Figura 6.3</b> - Diagrama do sinal que atinge o fotodetector na posição $Z = 7,5$ cm da lente de focalização do feixe de prova, e captada no osciloscópio como Voltagem (V) em função da distância $x$ (mm) percorrida pela lâmina transversal à propagação. ....	105
<b>Figura 6.4</b> - Diagrama da equação parabólica dos valores quadráticos das cinturas em função da posição $Z$ ao longo da propagação do feixe. ....	107
<b>Figura 6.5</b> – Do lado esquerdo temos a foto do osciloscópio e a direita temos o valor da potência luminosa em função da distância $x$ de corte transversal da lâmina, correspondente à foto para o modo não focalizado do feixe de prova. ....	108
<b>Figura 6.6</b> - Diagrama que representa os valores da cintura do feixe de prova não focalizado, em função da posição $Z$ , ao longo do eixo de propagação. ....	110

<b>Figura 6.7</b> – A esquerda temos o sinal no osciloscópio e a direita a função de melhor ajuste na posição $Z= 25,5$ cm do feixe de propagação, em relação a lente L1 do feixe de excitação. ....	112
<b>Figura 6.8</b> - Diagrama da função quadrática das cinturas do feixe de excitação ao longo da propagação na direção Z, em relação a sua lente de focalização. ....	113
<b>Figura 6.9</b> - A esquerda temos a imagem no osciloscópio e a direita o gráfico de ajuste numa dada posição para o cálculo da cintura do feixe do HeNe, pelo Modo Colimado .....	114
<b>Figura 6.10</b> - Gráfico das medidas da cintura do feixe colimado ao longo de sua propagação no eixo Z e o valor do raio da frente de onda. ....	116
<b>Figura 6.11</b> – A direita temos a foto do osciloscópio e a esquerda o gráfico do sinal da LT na distância especificada $Z_2$ verifica-se o valor da difusividade do AO nesta posição. ....	119
<b>Figura 6.12</b> - Sinal de LT normalizado para $m= 290$ , e valores variáveis do parâmetro V.....	120
<b>Figura 6.13</b> – Amplitude do sinal de LT em função do parâmetro V. Os dados apontam para um V configuração de feixe focalizada. ....	121
<b>Figura 6.14</b> – Diagrama da função $t_{1/2}$ versus V para $m = 290$ . ....	122
<b>Figura 6.15</b> – Gráfico que exhibe os valores da Difusividade Térmica do AO em função do parâmetro V.....	122
<b>Figura 6.16 (a)</b> – A esquerda, tem a foto do osciloscópio e, a direita, o respectivo diagrama da Castanha do Brasil, no modo descasado, com difusividade térmica medida no valor de $8.35 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ .....	123
<b>Figura 6.16 (b)</b> – A esquerda, tem a foto do osciloscópio e, a direita, o respectivo diagrama do Ácido Oléico Puro com difusividade térmica medida de $10,31 \text{ cm}^2/\text{s}$ . ....	124
<b>Figura 6.16 (c)</b> – A esquerda, tem a foto do osciloscópio e, a direita, o respectivo diagrama da Oleina de Palma, no modo descasado, com difusividade térmica medida no valor de $11,30 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ .....	124
<b>Figura 6.16 (d)</b> – A esquerda, tem a foto do osciloscópio e, a direita, o respectivo diagrama do Azeite de Oliva modo descasado com difusividade térmica medida de $8.93 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ . ....	125
<b>Figura 6.17 (a)</b> – A esquerda, tem a foto do osciloscópio e, a direita, o respectivo diagrama do Ácido Oleico, modo não focalizado com difusividade térmica medida de $10,52 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ .....	125
<b>Figura 6.17 (b)</b> – A esquerda, tem a foto do osciloscópio e, a direita, o respectivo diagrama do Azeite de Oliva, modo não focalizado com difusividade térmica medida de $8,80 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ .....	126
<b>Figura 6.17 (c)</b> – A esquerda, tem a foto do osciloscópio e, a direita, o respectivo diagrama da Oleina de Palma, modo não focalizado com difusividade térmica medida de $11,87 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ . ....	126

<b>Figura 6.17 (d)</b> – A esquerda, tem a foto do osciloscópio e, a direita, o respectivo diagrama da Castanha do Brasil, modo não focalizado com difusividade térmica medida de $8,46 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$ . .....	126
<b>Figura 6.18</b> – Diagrama representativo da difusividade térmica das amostras de Água + CAC, em função das respectivas concentrações, de modo que, por meio da extrapolação pelo ajuste linear da função, poderemos encontrar o valor experimental da difusividade térmica da água sem a presença do corante. ....	129
<b>Figura 6.19</b> - Diagrama representativo da difusividade térmica das amostras de Etanol + CAC, em função das respectivas concentrações, de modo que, por meio da extrapolação pelo ajuste linear da função, poderemos obter o valor experimental da difusividade térmica do Etanol sem a presença do corante. ....	130
<b>Figura 6.20</b> – Diagrama representativo da difusividade térmica das amostras de Ácido Oleico+ Rh B, em função das respectivas concentrações, de modo que, por meio da extrapolação pelo ajuste linear da função, poderemos verificar o valor experimental da difusividade térmica do Ácido Oleico sem a presença do corante. ....	131

# LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 2.1</b> - Alguns alimentos com as quantidades específicas de AO em sua composição. ....	44
<b>Tabela 2.2</b> – Propriedades físicas e químicas do AO (Fonte: MERCK, Laboratório e Revenda). ....	45
<b>Tabela 2.3</b> - Algumas características importantes da oleína de palma. ....	48
<b>Tabela 2.4</b> - A tabela mostra a pontuação organoléptica, a acidez livre e a aplicação do produto para os tipos de Azeite Virgem e Extra Virgem. ....	49
<b>Tabela 5.1</b> – Valores das concentrações de Água Deionizada e o corante CAC, com suas respectivas denominações de amostras utilizadas. ....	97
<b>Tabela 5.2</b> – Valores das amostras de Etanol+ CAC, obtidas a partir de uma solução base de 22,5 mg/L. ....	98
<b>Tabela 5.3</b> - Valores das amostras de Ácido Oleico + Rh B com suas respectivas concentrações. ....	99
<b>Tabela 6.1</b> - Valores quadráticos de $\omega$ medidos para uma determinada posição Z da secção transversal de corte da luz do laser no modo cruzado descasado. ....	103
<b>Tabela 6.2</b> – Tabela de valores das cinturas quadráticas medidas para o laser de HeNe e função da distância Z ao longo da propagação do feixe no modo cruzado e descasado. ....	106
<b>Tabela 6.3</b> – Tabela de dados importantes medidos através de operações analíticas e características dos lasers de excitação (Argônio) e de monitoramento (He-Ne) para o modo cruzado descasado. ....	108
<b>Tabela 6.4</b> - Valores medidos das cinturas do feixe de propagação em função da distância Z ao longo desta propagação, para o feixe de prova otimizado não focalizado. ....	109
<b>Tabela 6.5</b> - Valores característicos dos feixes de excitação e de monitoramento no modo feixe de prova não focalizado. ....	111
<b>Tabela 6.6</b> – Tabela de valores para as cinturas do feixe de excitação, em diversas posições Z ao longo de sua propagação. ....	113
<b>Tabela 6.7</b> - Tabela de valores das cinturas do feixe colimado na direção Z de propagação, valores medidos em relação a lente de focalização do feixe de prova. ....	115
<b>Tabela 6.8</b> - Tabela de dados de elementos importantes de caracterização dos feixes de lasers. ....	116
<b>Tabela 6.9</b> – Tabela de dados de parâmetros importantes nos seus respectivos modos de focalização utilizados neste trabalho. ....	118
<b>Tabela 6.10</b> - A Tabela representa os valores de diversas medidas para a mesma amostra de AO, submetido a mesma potência de excitação. ....	120
<b>Tabela 6.11</b> – Valores de $P_e$ , $\theta$ , e $t_c$ obtidos pelos Modo Cruzado Descasado e Modo não Focalizado. ....	127

<b>Tabela 6.12</b> – Valores das difusividades térmicas das amostras indicadas obtidas pelos dois modos e comparados com os reportados na literatura. ....	128
<b>Tabela 6.13</b> - A tabela mostra os valores das difusividades térmicas das amostras indicadas medidas no laboratório e os seus respectivos valores encontrados na literatura. ....	131

# SUMÁRIO

**INTRODUÇÃO..... 01**

**CAPÍTULO 1 - A Técnica de Lente Térmica.....07**

1.1 - Histórico da Lente Térmica .....07

1.2 - O modelo Parabólico.....10

    1.2.1 – O perfil gaussiano .....10

    1.2.2 – Propagação de um feixe gaussiano.....12

1.3 - O modelo Aberrante ..... 17

    1.3.1 – A distância Focal da LT.....18

    1.3.2 - Distribuição de Temperatura:  $\Delta T(r, t)$ .....20

    1.3.3 - O Índice de Refração e a distância focal da LT.....27

    1.3.4 - Gradiente do índice de Refração e a Diferença de fase.....28

    1.3.5 - Intensidade do Laser de Prova no Detector.....31

**CAPITULO 2 - Descrição do Material Utilizado.....41**

2.1- Introdução .....41

2.2 - O Ácido Oleico (AO).....43

2.3 - A Oleína de Palma.....	46
2.4 – Azeite de Oliva (Vila Real Comercial).....	48
2.5 - Castanha do Brasil.....	50
2.6 – Corantes.....	52
2.6.1 - Corante Amarelo Crepúsculo(CAC).....	53
2.6.2 – Rodamina B (Rh B).....	53

## **CAPÍTULO 3 - Caracterização dos Feixes Ópticos Utilizando a**

### **Técnica da Lâmina.....55**

3.1-Introdução.....	55
3.2 – A “Técnica da Lâmina”.....	56
3.3 – Um Melhor Ajuste na “Técnica da Lâmina” .....	60

## **CAPÍTULO 4 - Otimização da Técnica de lente Térmica.....71**

4.1- Introdução.....	71
4.2 – A Otimização.....	72
4.3 – A Máximizção da LT.....	74

## **CAPÍTULO 5 - Procedimento Experimental.....81**

5.1- Montagem dos Feixes Cruzado e Descasado.....	82
---	----

5.2 - Montagem do Modo Feixe de Prova Otimizado não Focalizado.....	87
5.3- Montagem do Modo Feixe de Prova Otimizado e Colimado.....	89
5.4 - Alinhamentos dos Feixes.....	91
5.5 - Os Parâmetros m e V.....	93
5.6- Preparação das amostras de óleos vegetais.....	94
5.7- Preparação das Amostras com Corantes.....	96

## **CAPÍTULO 6 – Resultados e Análises.....101**

6.1- Resultados das medidas de cintura mínima dos feixes.....	101
6.1.1 – Modo Cruzado e Descasado.....	102
6.1.2 - Modo Feixe de Prova Otimizado Não Focalizado.....	108
6.1.3 - Modo Feixe de Prova Otimizado Colimado.....	111
6.2 – Valores dos Parâmetros .....	117
6.3 – Resultados das difusividades térmicas dos óleos vegetais.....	123
6.4 – Resultados das Difusividades Térmicas da Água Deionizada,do Ácido Oleico Puro e do Etanol com o uso de corantes.....	128

## **CAPÍTULO 7- Conclusões e Perspectivas.....133**

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....140**

## **ANEXOS .....147**

# INTRODUÇÃO

A Espectroscopia de Lente Térmica pertence a um grupo de metodologia, denominadas de Técnicas Fototérmicas [1], cujo princípio básico característico, é a formação de uma onda de calor numa dada amostra, obtida através da absorção da luz. Outras técnicas semelhantes nos objetivos, porém com características diferentes, quer seja na forma de detecção do calor gerado ou na montagem experimental, são também conhecidas e frequentemente estudadas. Dentre elas, podemos citar a Espectroscopia Fotoacústica, que analisa a variação de pressão sobre a amostra; a Radiometria Infravermelha junto com outras técnicas analisadoras de deformações (efeito de dilatação térmica); Interferometria Fototérmica; Deflexão Fototérmica, sendo que grande parte dessas técnicas tem dependência geral com o índice de refração e com a temperatura.

Todas essas técnicas são de grande relevância para o estudo de algumas propriedades termo ópticas de diversos materiais, das quais podemos citar a caracterização específica do tipo de amostra, tal como: transparência, translucidez e opacidade, a absorbância, a fotoluminescência, a degradação fototérmica, difusividade térmica, condutividade térmica, eficiência quântica, efeito soret, desvios de caminhos ópticos com a temperatura para materiais sólidos e índice de refração em relação à temperatura para materiais líquidos ou gasosos, etc. A importância dessas caracterizações é extrema, visto que há

grandes possibilidades de usos diversos em aplicações tecnológicas desses materiais no presente e no futuro.

A técnica de Lente Térmica (LT) é caracterizada pela alta sensibilidade apresentada e pelos resultados confiáveis, obtidos nas medidas termo ópticas de diversos materiais, sejam elas de natureza transparente ou não. No caso de amostras transparentes, devemos observar detalhes específicos, pois, para obtenção de determinadas medidas, precisamos controlar a potência da luz incidente na amostra, visto que o sinal de resposta tem presença forte de ruídos característicos, podendo levar a um resultado com erros significativos.

Alguns modelos teóricos e experimentais têm sido estudados com a intenção de aprimorar, ainda mais, a sensibilidade desta técnica de medidas. Para tal, foram desenvolvidos montagens experimentais usando feixe único ou dois feixes luminosos. Em qualquer dos casos há a necessidade de determinar parâmetros que envolvem as cinturas dos feixes, e para este caso típico, desenvolvemos neste trabalho uma forma de melhor ajuste no método já conhecido como “knife-edge“ ou simplesmente Técnica da Lâmina. Cuidados especiais devem ser levados em consideração por se tratar de luz que pode atingir alta potência, envolvidos na técnica, como, por exemplo, alguns lasers empregados os quais são desta forma caracterizados. Isso porque surge a necessidade de acompanhar os modelos existentes, a fim de que não extrapole os limites de validade dos mesmos. Por exemplo, podem surgir anéis de interferência, devido a auto-focalização e auto-desfocalização térmica produzida na amostra [ 2].

A configuração do nosso experimento foi disposta de três modos: o Modo Descasado Contrapropagante, por ser uma forma sensível e porque

certamente já foi estudado com detalhes em diversos trabalhos [3, 9]; o Modo Feixe de Prova Não Focalizado, sugerido como uma montagem experimental diferente e com aplicabilidade segura, mostrando eficiência nos resultados, e o Modo Feixe de Prova Colimado, o que o faz como um dos focos principais neste trabalho.

Vale aqui ressaltar que o uso desta técnica, com seus cuidados peculiares, garante-nos a performance das amostras, mesmo depois de submetidas à potência de um laser, ou seja, suas características mais importantes são mantidas e o material não se perde.

Os objetivos específicos deste trabalho estão enumerados a seguir:

- a) Elaborar um modelo matemático, com simulações computacionais, e conflitar com os dados teóricos e experimentais obtidos com o uso da técnica.
- b) Demonstrar todos os detalhes matemáticos das equações estudadas, bem como sua interpretação física, enfatizando cada aplicabilidade possível, tornando mais claro o entendimento do uso desta técnica.
- c) Apresentar um novo modelo para determinar as cinturas dos feixes de lasers, atrelado a uma equação para se obter os parâmetros de ajuste das equações envolvidas na técnica de LT, sempre observando os fatores imprescindíveis nas referidas análises.
- d) Observar os detalhes dos arranjos experimentais nos modos, Feixe de Prova não Focalizado e Feixe de Prova Colimado, fazendo uma abordagem diferenciada das montagens já conhecidas, desenvolvidas neste trabalho que servirá como fonte de informações para trabalhos futuros.

- e) Medir a difusividade térmica dos seguintes óleos vegetais, Ácido Oleico, Oleína de Palma, Azeite de Oliva, Castanha do Brasil, através dos modos experimentais citados e com os resultados obtidos, fazer uma análise comparativa dos valores encontrados na literatura e verificar a aplicabilidade do método “Técnica da Lâmina” com melhor ajuste nas montagens experimentais citadas.
- f) Criar um modelo matemático de função característica, que exprima os valores encontrados para a difusividade térmica em líquidos transparentes, tais como Água Deionizada, Etanol, e Ácido Oleico Puro, diluentes de material absorvedor (corantes), de modo que, por meio deste modelo, seja possível encontrar o valor da difusividade térmica do líquido puro (sem corante) usando o método de extrapolação matemática.
- g) Fazer a análise qualitativa e quantitativa dos dados obtidos e observar suas possíveis variações, influenciadas por detalhes de situações diversas, os quais possam atuar de forma imperativa nas medidas realizadas, tais como: alinhamento dos feixes, aferição dos aparelhos, dilatação térmica, fuga do material se for volátil, degradação, etc.

Destarte, para atingir o objetivo como um todo, faz-se necessário organizar a tese a partir da seguinte proposta metodológica:

No **capítulo 1**, apresentamos um histórico da LT desde sua origem até as aplicações mais recentes, caracterizando os modelos parabólicos e aberrantes. Tais modelos bastante estudados são fundamentais para determinar as propriedades termo ópticas de diversos materiais. Essas teorias são de grande

importância para explicar os nossos resultados e as dependências de suas propriedades físicas.

No **capítulo 2**, apresentamos as amostras utilizadas, para confirmação da aplicabilidade dos principais focos deste trabalho. São elas: O Ácido Oleico, os *óleos vegetais* (Oleína de Palma, Azeite de Oliva, Castanha do Brasil), os *líquidos transparentes* (Água Deionizada, Etanol e Ácido Oleico) e os *Corantes* (Rodamina B e o Amarelo Crepúsculo), bem como um breve histórico de cada uma, no qual são mostradas as suas principais características e propriedades específicas.

No **capítulo 3**, são mostrados os procedimentos para a caracterização dos feixes ópticos utilizando a Técnica da Lâmina, fundamental para a determinação das cinturas dos feixes de lasers. Para isto, procuramos fazer uma abordagem geral e específica da teoria dos métodos já conhecidos e efetuar mudanças nos mesmos, de modo que as operações matemáticas presentes sejam simplificadas dentro das aproximações.

No **capítulo 4**, descreveremos sucintamente a idéia de otimização com a colimação do feixe de prova. Tal configuração diferencia-se dos métodos anteriores quando levamos em conta a variação da distância entre o fotodetector e a amostra de um sistema de LT e com um estudo específico para esta relação, foi possível fazer uma montagem capaz de aumentar a sensibilidade do sistema.

No **capítulo 5**, são mostrados os aparatos isoladamente para os três modos específicos, destacando o Modo Descasado, Modo não Focalizado e o Modo Colimado, além da preparação das amostras, das técnicas e metodologias correspondentes a cada medida realizada, da aferição dos

equipamentos, do alinhamento eletrônico do sistema e da determinação das cinturas dos feixes.

No **capítulo 6**, apresentamos o resultado das medidas encontradas para a difusividade térmica das amostras citadas, dentro da proposta focalizada neste trabalho, seguida de uma análise mais criteriosa, enfatizando principalmente as vantagens e desvantagens do método.

No **capítulo 7**, enunciamos algumas conclusões desse trabalho e as sugestões para atividades futuras, visto que uma série de estudos complementares poderá ser realizada, com base nesta pesquisa.

As referências bibliográficas e os anexos exibindo as produções, tais como artigo publicado e painéis escritos e apresentados em vários congressos durante o curso estão dispostos no final.

# CAPÍTULO 1

## A Técnica de Lente Térmica

### 1.1- *Histórico da Lente Térmica*

Com o objetivo de aprofundarmos os assuntos que tratamos durante este trabalho, optamos por descrever os conhecimentos teóricos que envolverão as discussões feitas sobre os resultados que serão apresentados. Começaremos esta revisão da teoria abordando fatos e experimentos históricos que deram origem e aperfeiçoaram os estudos da Técnica de Lente Térmica (LT).

Com a descoberta do Laser por Theodoro Maiman, usando cristal de rubi, na década de 60 como fonte de luz de alta potência, algumas observações de fenômenos ópticos e efeitos denominados de Lente Térmica (LT) tornaram-se mais evidentes e deram origem a uma série de estudos importantes para tais observações.

Em 1965, Gordon e colaboradores [10], entre eles os brasileiros Rogério C. Cerqueira Leite e Sérgio P. S. Porto, fizeram a primeira publicação sobre observações de uma Lente Fototérmica ou popularmente chamada de Lente Térmica (LT), no laboratório da Bell Telephone, em Murray Hill, New Jersey-EUA. Este grupo observou um efeito não linear na divergência do feixe ao

introduzir amostras de corante dentro da cavidade de um laser de HeNe. O efeito manifestava-se como um transiente da intensidade do laser e após um tempo, da ordem de segundos, o diâmetro do feixe era maior. Eles associaram este efeito a uma lente e a partir disto ficou conhecido como efeito de "Lente Térmica" (LT). Basicamente o efeito de LT tem como princípio a variação do índice de refração com a temperatura. Quando um feixe laser com perfil de intensidade gaussiano passa através da amostra, a energia absorvida é convertida em calor que provoca uma mudança radial na temperatura. Esta mudança induz variação no índice de refração fazendo a amostra se comportar como uma lente. O aquecimento local faz com que o feixe sofra uma distorção ao passar pela amostra, que por sua vez produz uma mudança no comprimento do caminho óptico que descreve a distorção termicamente induzida do feixe laser e carrega informação sobre o coeficiente térmico do índice de refração. A partir deste estudo inicial, a técnica de LT tem sido amplamente estudada, com objetivo de obter medidas fototérmicas para materiais com baixa absorção.

Tal estudo foi aprimorado por Hu e Whinnery [11], que obtiveram a formação da LT fora da cavidade do laser. Desta forma, incentivaram a criação do primeiro modelo de LT, definindo um formalismo matemático apropriado para determinação da intensidade do feixe de radiação, o qual ficou conhecido como modelo parabólico, devido a sua semelhança com a forma parabólica, caracterizada com a distribuição de temperatura na amostra. Entretanto, os modelos já estudados, não levavam em conta as possíveis aberrações que surgiram nos experimentos de LT, tais como anéis de interferência.

O modelo teórico proposto por Hu e Whinnery prevê qualitativamente todos os aspectos do sinal de lente térmica. Entretanto o modelo não é exato, uma vez que considera somente a parte central do gradiente de índice de refração e desconsidera as partes periféricas deste. Vale ressaltar que as previsões do modelo parabólico podem ser facilmente corrigidas aplicando-se simples fatores de correção. O modelo obtido foi denominado de modelo parabólico corrigido.

Sheldon, Knight e Thorne [12] tiveram cautela em observar estes fatos e, a partir de estudos mais detalhados, desenvolveram um modelo teórico que considera as aberrações da lente térmica, tratando a propagação do feixe laser através da teoria de difração de Fresnel-Kirchoff. O efeito da LT formada no meio é considerado como uma aberração está incluída na forma de uma pequena perturbação na propagação do feixe, especificamente uma alteração na fase do sinal. O modelo aberrante de LT prevê precisamente a variação do efeito em função do tempo de medida e da posição relativa entre o foco do feixe laser e a posição da amostra. Tal situação pode ser verificada na LT de um único feixe.

A introdução de dois feixes luminosos, proposta em 1993 por Jun, Lowe e Snook [13], deu origem à teoria aberrante com dois feixes, um para excitar a amostra, chamado de feixe de excitação e o outro para monitorar a formação da LT, chamado de feixe de prova ou de monitoramento. Com isso, a técnica teve um aumento significativo na sua sensibilidade. Esta abordagem teórica foi utilizada, amplamente, em outros experimentos conforme descritos nas referências [14-17].

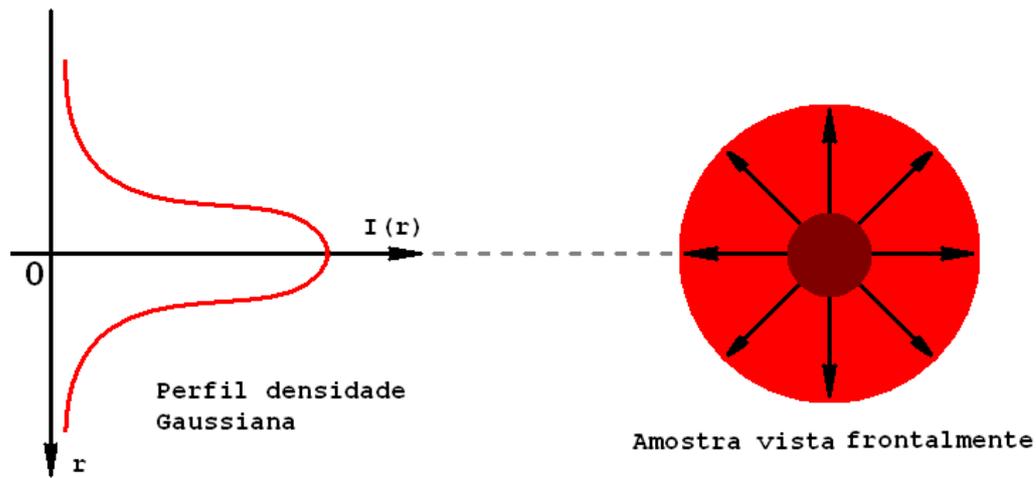
Em 2006, Marcano e colaboradores [18], em um trabalho experimental, aprimoraram a técnica de LT propondo uma configuração diferente para os feixes duplos luminosos, criando o modo otimizado para o sistema de LT, na qual o feixe de excitação manteria a forma proposta anteriormente e o feixe de monitoramento seria colimado, ou seja, teria propagação paralela, envolvendo o feixe de excitação. Desta forma, o sistema teria uma configuração para a qual o sinal de LT, independeria de alguns parâmetros do feixe de prova.

## ***1.2 – O Modelo Parabólico***

Conforme citado na secção anterior, o modelo parabólico proposto por Hu e Whinnery, tinha suas limitações, mesmo assim foi desenvolvido um cuidadoso estudo matemático que atendia as necessidades básicas da técnica de LT. Para entendermos um pouco desse modelo faremos o procedimento detalhado das equações utilizadas para este modelo.

### ***1.2.1 - O Perfil Gaussiano***

O laser é fonte de luz usada normalmente nas experiências de espectroscopia fototérmica, pelo fato de ser uma fonte de luz coerente, de alta energia e colimada. A figura 1.1 representa exemplo de feixe de laser gaussiano com sua propagação de calor radial. Aqueles que operam no modo gaussiano fundamental ( $TEM_{00}$ ) são comumente usados e têm essa preferência devido às simples operações matemáticas envolvidas, facilitando o entendimento dos experimentos fototérmicos.



**Figura 1.1** - Perfil de um feixe gaussiano e a amostra vista frontalmente, com a propagação radial do calor.

Para esses lasers, o perfil de intensidade  $I(x, y, z)$  é dado por: [19-21]

$$I(x, y, z) = \frac{2P}{\pi\omega^2(z)} \exp\left[-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega^2(z)}\right] \quad (1.1)$$

sendo:

$P \rightarrow$  potência do laser

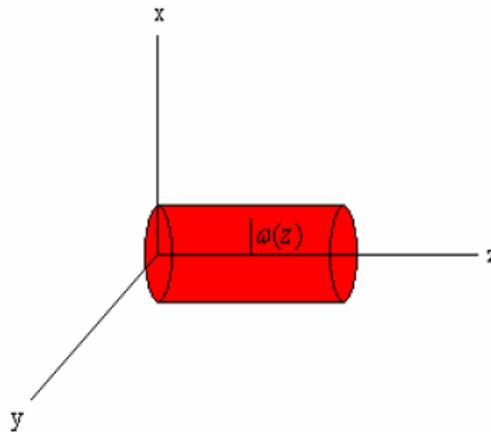
$x$  e  $y \rightarrow$  direções perpendiculares entre si e com a direção  $z$

$z \rightarrow$  direção de propagação

$\omega(z) \rightarrow$  é o raio do feixe ao longo do eixo de propagação

Devido à simetria azimutal da propagação deste laser é conveniente fazermos a substituição das coordenadas cartesianas por coordenadas cilíndricas (ver figura 1.2), então:

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad e \quad I(x, y, z) = I(r, z) \quad (1.2)$$



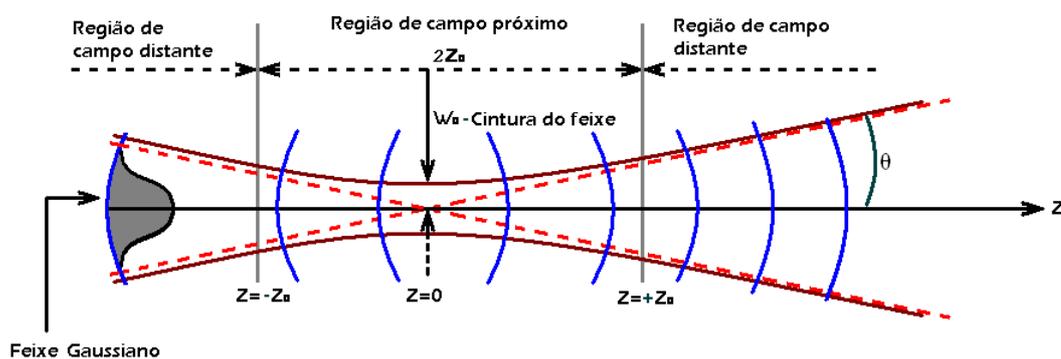
**Figura 1.2** - Representação esquemática de um feixe com simetria cilíndrica

Substituindo a eq. (1.2) em (1.1), temos:

$$I(x, y, z) = \frac{2P}{\pi\omega^2(z)} \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega^2(z)}\right] \quad (1.3)$$

### 1.2.2 - Propagação de um Feixe Gaussiano.

A figura 1.3 mostra a propagação de um feixe gaussiano no espaço livre [2,22].



**Figura 1.3** - Propagação do feixe Gaussiano no modo TEM<sub>00</sub>, pelos campos próximos e distantes em relação à origem do sistema.

A amplitude do campo nas proximidades do eixo óptico, de um feixe de laser no modo fundamental, propagando na direção z e é dada por [23-25]:

$$E(r, z) = \frac{E_0 \omega_0}{\omega(z)} \exp \left[ -i \left( -\frac{2\pi z}{\lambda} + \phi \right) - r^2 \left( \frac{1}{\omega^2(z)} - \frac{i\pi}{\lambda R(z)} \right) \right] \quad (1.4)$$

sendo:

$\lambda \rightarrow$  é o comprimento de onda

$\phi \rightarrow$  é a variação da fase adicional que depende de z, pois:  $tg\phi = \frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2}$

$r^2 \rightarrow$  é o termo quadrático da fase, que é determinado pelo raio de curvatura R,

$\omega(z) \rightarrow$  é o raio do feixe no qual a amplitude do campo cai para  $1/e^2$

$\omega_0 \rightarrow$  valor mínimo do raio  $\omega(z)$

$R(z) \rightarrow$  é a raio de curvatura da frente de onda na posição z.

Os parâmetros  $\omega(z)$  e  $R(z)$  que representam o raio do feixe e o raio de curvatura da frente de onda, respectivamente, são oriundos da descrição deste feixe, em termos de um parâmetro de curvatura complexa  $q(z)$ , de forma que o coeficiente de  $r^2$ , na equação 1.3, pode ser reescrito como: [26]

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} + i \frac{\lambda}{\pi \omega_0^2}$$

Na cintura mínima do feixe ( $z = 0$ ), o valor  $q(z) = q(0)$  é:

$$\frac{1}{q(z=0)} = \frac{1}{R(0)} + i \frac{\lambda}{\pi \omega_0^2} \quad \text{mas} \quad \frac{1}{R(0)} = 0$$

$$q(0) = \left[ \frac{i\lambda}{\pi \omega_0^2} \right]^{-1} = \frac{\pi \omega_0^2}{i\lambda}$$

$|q(0)| = i \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$ , sendo que o termo  $\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}$  denominamos de  $Z_c$ , então,

$$|q(0)| = i Z_c$$

Desta forma, define-se o parâmetro “ $Z_c$ ”, que representa o chamado parâmetro confocal ou comprimento de Rayleigh, que é a posição onde o raio de curvatura das frentes de onda é mínimo.

Portanto:

$$Z_c = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda} \quad (1.5)$$

Com base nesta informação, podemos escrever  $R(z)$  e  $\omega(z)$ , como: [27-29]

$$R(z) = \frac{Z_c^2 + z^2}{z} \quad (1.6)$$

$$\omega(z) = \frac{\lambda}{\pi} \left[ \frac{Z_c^2 + z^2}{Z_c} \right] = \omega_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{Z_c} \right)^2 \right] \quad (1.7)$$

$$\text{e } \omega(Z_c) = \omega_0 \sqrt{2}$$

Também pode ser escrita na forma matricial ABCD,

$$R(z) = \frac{A^2 Z_c^2 + B^2}{ACZ_c^2 + BD} \quad (1.8)$$

$$\omega^2(z) = \frac{\lambda}{\pi} \left[ \frac{AZ_c^2 + B^2}{(AD - BC)Z_c^2} \right] \quad (1.9)$$

Como o determinante  $(AD - BC)$  é unitário, então:

$$\omega^2(z) = \omega_0^2 \left[ A^2 + \frac{B^2}{Z_c^2} \right] \quad (1.10)$$

A matriz correspondente para a montagem experimental básica de LT, caracterizada por um feixe gaussiano, mostrada na figura 1.3, é:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

A amostra, quando colocada na posição  $z$  da figura 1.3, absorve a energia proveniente do laser de excitação, que se transforma em calor. O calor gerado é responsável pelo efeito de Lente Térmica (LT). Então, podemos afirmar que a amostra será nossa “lente”, podendo fazer convergir ou divergir o feixe laser ao atravessá-la. Assim, podemos concluir que estamos diante de um tipo de lente decorrente do calor absorvido da fonte de luz incidente sobre uma dada amostra.

Verifica-se que a LT formada na amostra, responde pelas propriedades ópticas envolvidas e influencia na propagação do feixe luminoso. Neste caso,

podemos considerar as matrizes ópticas em cada região para o trajeto do feixe gaussiano. A figura 1.4 representa um feixe de laser atravessando uma amostra posicionada na sua cintura mínima e que divide o espaço de propagação do mesmo em três regiões. Na região 1, o feixe propaga-se num espaço livre, cuja matriz ABCD correspondente é:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

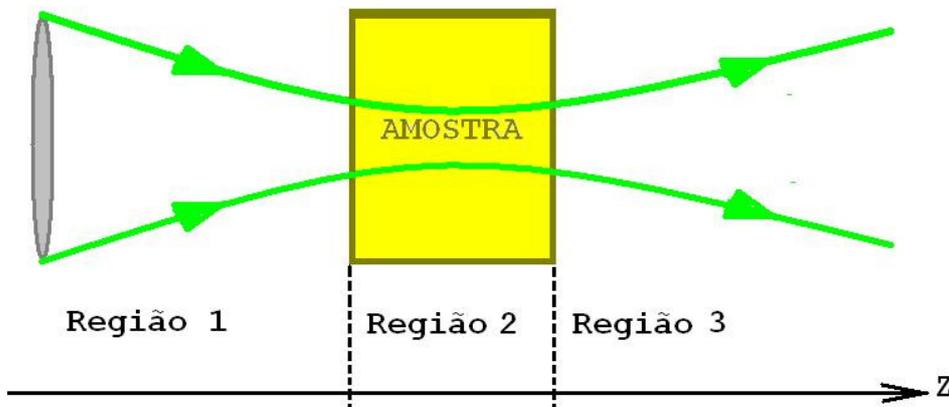
Na região 2, a matriz da refração é:

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}, \text{ sendo } f \text{ a distância focal da lente formada,}$$

E na região 3, o feixe volta para um espaço livre de comprimento  $d$ .

Nesse caso, a matriz é:

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



**Figura 1.4** – Esquema de um feixe de laser de perfil gaussiano, atravessando uma amostra posicionada em sua cintura mínima e que divide o espaço de propagação do laser em três regiões.

Para obtermos a matriz resultante  $M$  nesse sistema, devemos efetuar a operação:

$M = T_3 T_2 T_1$  , então:

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

sendo:

$$A = 1 - \frac{d}{f}, \quad B = z - \frac{zd}{f} + d \quad (1.13)$$

$$C = -\frac{1}{f} \quad D = -\frac{z}{f} + 1$$

Para um campo distante, então  $d \Rightarrow \infty$ , neste caso, os elementos matriciais se resumem em:

$$A = -\frac{d}{f} \quad B = -\frac{zd}{f} + d = d\left(1 - \frac{z}{f}\right) \quad (1.14)$$

$$C = -\frac{1}{f} \quad D = -\frac{z}{f} + 1$$

Substituindo a equação (1.14) na equação (1.10), teremos:

$$\omega^2(z) = \omega_0^2 \left[ A^2 + \frac{B^2}{z_c^2} \right] \Rightarrow \omega_2^2(z) = \omega_0^2 \left[ \left( \frac{-d}{f} \right)^2 + \frac{1}{z_c^2} \left( d \left( 1 - \frac{z}{f} \right) \right)^2 \right]$$

$$\omega_2^2(z) = \omega_0^2 d^2 \left[ \left( \frac{-1}{f} \right)^2 + \frac{1}{z_c^2} \left( 1 - \frac{z}{f} \right)^2 \right] \quad (1.15)$$

onde  $\omega_2(z)$  é o raio da cintura do feixe a uma distância  $d$  da amostra, sobre o eixo  $z$ , precisamente na posição do detector. Neste caso, a medida da intensidade no centro do feixe é dada pela equação:

$$I = \frac{2P}{\pi\omega_2^2} \quad (1.16)$$

No entanto, verifica-se que a distância focal  $f$  da LT formada é variável e dependente do tempo, ou seja,  $f = f(t)$ . Então, nesse caso:

$$\omega_2^2(z) = \omega_0^2 d^2 \left[ \left( \frac{-1}{f} \right)^2 + \frac{1}{z_c^2} \left( 1 - \frac{z}{f} \right)^2 \right]$$

$$\omega_2^2(z) = \omega_0^2 d^2 \left[ \left( \frac{-1}{f(t)} \right)^2 + \frac{1}{z_c^2} \left( 1 - \frac{z}{f(t)} \right)^2 \right] \quad (1.17)$$

A função  $f(t)$  representa a variação da distância focal da LT em função do tempo.

### **1.3– O Modelo Aberrante**

Desde a descoberta do efeito de LT muitos modelos foram desenvolvidos. Até o momento, o modelo teórico mais sensível para a LT é o aberrante no modo descasado, no qual o feixe de monitoramento tem sua cintura mínima distante da amostra, que por sua vez ocupa a posição da cintura mínima do feixe de excitação. O motivo desta disposição de montagem experimental será visto no capítulo 5. Tal modelo leva em consideração a aberração esférica durante a formação da LT e dá a diferença de fase do feixe de prova, induzida por ela, que está relacionada com os parâmetros térmicos e ópticos da amostra, tais como a difusividade térmica ( $D$ ), a condutividade térmica ( $k$ ), a absorção óptica ( $A_e$ ) e coeficiente da temperatura do comprimento do caminho óptico ( $ds/dT$ )

O desenvolvimento teórico do modelo aberrante segue os seguintes passos básicos:

- a) A determinação da variação de temperatura na amostra  $\Delta T(r, t)$ , induzida pelo laser de excitação através da equação de difusão do calor em um meio isotrópico.
- b) A determinação da mudança na variação do índice de refração e a diferença de fase devido à variação de temperatura.
- c) A determinação da intensidade do campo resultante que atinge o fotodetector em função do tempo de formação da LT.

Entretanto, antes de seguirmos os passos básicos citados, faremos uma análise criteriosa nas equações para obtermos a distância focal da LT, pois, ela depende do tempo de absorção do calor gerado, que por sua vez influencia na variação de temperatura da amostra.

### 1.3.1- A Distância Focal da LT

A focalização e desfocalização dos raios luminosos podem ser obtidas por meio de uma lente. Deste modo, quando ondas luminosas incidem sobre uma lente, supondo que suas frentes de onda estão em fase, porém, ao atravessar a lente, considerada convergente, os raios que estão mais próximos do seu eixo óptico serão retardados em relação aos que passam próximos das bordas. Assim, na saída, obtém-se uma frente de onda esférica com raio de curvatura coincidente com a distância focal da lente.

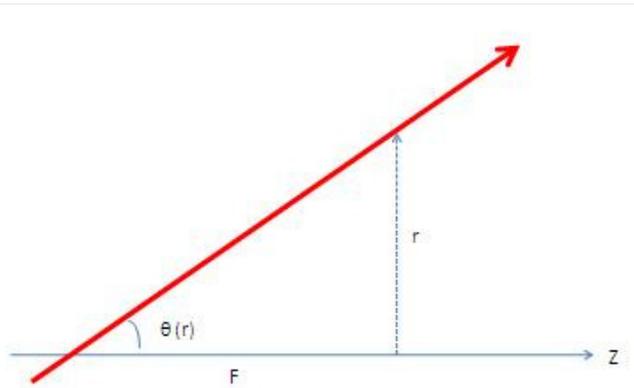
No caso da LT, a focalização e a desfocalização dependem da variação do índice de refração da amostra, responsável por gerar a lente. Um feixe gaussiano no modo TEM<sub>00</sub>, ao atravessar a amostra, sofre um desvio angular  $\theta(r)$ , dado por: [1]

$$\theta(r) = \frac{1}{n_0} \int_0^L \frac{dn(r)}{dr} dS, \quad (1.18)$$

onde  $n(r)$  é o índice de refração que possui uma dependência radial e  $r$  é a distância axial.

A aproximação  $\text{tg } \theta \approx \theta$  é possível, supondo que os raios responsáveis pela excitação na amostra, são considerados, aproximadamente, paralelos ao eixo óptico da LT. Desta forma, o desvio angular  $\theta(r)$  se relaciona com a distância focal ( $f$ ) da lente, conforme esquema da figura 1.5, através da equação:

$$\text{tg } \theta(r) = \frac{r}{f}, \text{ ou seja, } \theta(r) \approx \frac{r}{f} \quad (1.19)$$



**Figura 1.5** – Esquema representativo de um raio propagante, numa direção  $\theta(r)$ , próximo ao eixo óptico z da LT.

Ao atingir a amostra, o raio luminoso provoca a absorção de calor na mesma, originando uma distribuição radial de temperatura  $\Delta T(r,t)$ . Esta variação radial de temperatura nos leva, também, a uma variação de índice de refração da amostra. Ambos, distribuição de temperatura e índice de refração, apresentam perfil gaussiano. De acordo com a teoria de aproximação da curva do índice de refração na forma parabólica, temos [11] [30]:

$$n(r, t) = n_0 + \delta n \frac{r^2}{W^2} \quad (1.20)$$

sendo:

$n_0$  → índice de refração na temperatura inicial

$\delta n$  → pequena variação do índice de refração

Fazendo a derivada da equação (1.20), em relação à r, temos:

$$\frac{dn(r,t)}{dr} = 2 \delta n \frac{r}{\omega^2} \quad (1.21)$$

Substituindo a equação (1.21) na equação (1.18), teremos:

$$\theta(r) = \frac{1}{n_0} \int_0^L \frac{2(\delta n)r}{\omega^2} dS$$

$$\theta(r) = \frac{1}{n_0} \frac{2(\delta n)r}{\omega^2} \int_0^L dS \quad \Leftrightarrow \quad \theta(r) = \frac{1}{n_0} \frac{2(\delta n)r}{\omega^2} L$$

$$\theta(r) = \frac{1}{n_0} \frac{2rL(\delta n)}{\omega^2} \quad (1.22)$$

Fazendo comparação entre as equações (1.22) e (1.19), temos:

$$\frac{r}{f} = \frac{1}{n_0} \frac{2rL(\delta n)}{\omega^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{n_0} \frac{2L(\delta n)}{\omega^2} \quad \text{ou}$$

$$\frac{1}{f(t)} = \frac{2L(\delta n)}{n_0 \omega^2} \quad (1.23)$$

A equação (1.23) representa a distância focal F da LT, consequente da ação do laser sobre a amostra.

### 1.3.2 - Distribuição de Temperatura: $\Delta T(r, t)$

O fluxo de calor, numa dada amostra, pode ser expresso por [31]:

$$\vec{\Phi}(r, t) = -k \nabla T(\vec{r}, t), \quad (1.24)$$

sendo k a condutividade térmica e T a temperatura.

A variação da quantidade de calor Q com o tempo dentro de um volume unitário é definido pela soma entre o fluxo de calor que o atravessa, e a taxa de calor gerada (ou absorvida) por fontes também chamadas de sumidouros, dentro desse volume. Então:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\oint_S d\vec{S} \vec{\Phi}(r, t) + \int_V dV q(\vec{r}, t), \quad (1.25)$$

onde  $q(\vec{r}, t)$  representa as fontes de calor ou sumidouros.

Substituindo a equação (1.24) na equação (1.25), temos:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\oint_S d\vec{S} [-k \nabla T(\vec{r}, t)] + \int_V dV q(\vec{r}, t)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = k \oint_S d\vec{S} [\nabla T(\vec{r}, t)] + \int_V dV q(\vec{r}, t) \quad (1.26)$$

Pelo teorema da divergência de Gauss, temos:

$$\oint_S d\vec{S} \cdot \vec{A} = \int_V dV \nabla \cdot \vec{A} \quad (1.27)$$

Aplicando a equação (1.27) na equação (1.26), temos:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = k \int_V dV \nabla \cdot [\nabla T(\vec{r}, t)] + \int_V dV q(\vec{r}, t)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \int_V k \nabla^2 T(\vec{r}, t) dV + \int_V q(\vec{r}, t) dV$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \int_V [k \nabla^2 T(\vec{r}, t) + q(\vec{r}, t)] dV \quad (1.28)$$

O princípio fundamental da calorimetria, que indica a quantidade de calor que produz uma variação de temperatura em dado material, é definido como:

$$Q = m c \Delta T \quad (1.29)$$

Sendo  $m$  a massa e  $c$  o calor específico, pode-se concluir que a taxa de variação em função do tempo é:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = m c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.30)$$

E o conceito de densidade é:

$$\rho = \frac{dm}{dV} \Rightarrow dm = \rho dV \Rightarrow m = \rho \int_V dV \quad (1.31)$$

Substituindo (1.31) em (1.30), temos:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = c \rho \int_V dV \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (1.32)$$

Fazendo comparação entre as equações (1.32) e (1.28), obtemos:

$$c \rho \int_V dV \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \int_V [k \nabla^2 T(\vec{r}, t) + q(\vec{r}, t)] dV$$

Então:

$$c \rho \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T(\vec{r}, t) + q(\vec{r}, t) \quad (1.33)$$

A equação (1.33) é formalmente chamada de equação da difusão, a qual também pode ser reescrita na forma:

$$\frac{c \rho}{k} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T(\vec{r}, t) + \frac{q(\vec{r}, t)}{k} \quad (1.34)$$

Definindo  $D = \frac{k}{\rho c}$ , como sendo a difusividade térmica e substituindo em (1.34),

temos:

$$\frac{c \rho}{k} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T(\vec{r}, t) + \frac{q(\vec{r}, t)}{k} \quad (1.35)$$

A equação (1.35) que representa a difusão do calor tem como solução, num meio isotrópico, uma dependência com o aumento local de temperatura  $\Delta T(r, t)$ . Portanto, ao resolver a equação (1.35), podemos obter o correspondente aumento de temperatura na amostra, conseqüente do calor absorvido pela mesma, após incidência dos raios luminosos.

Analisando algumas condições iniciais do tipo, a amostra tem baixo coeficiente de absorção e dimensões infinitas, tanto na direção radial com na direção axial. Logo, usando a simetria cilíndrica, a equação da difusão (1.35), adotará uma solução para o aumento de temperatura apenas na direção radial. Logo podemos afirmar que:

$$\Delta T(\vec{r}, t) = \Delta T(r, t) \quad (1.36)$$

Então, a equação (1.35) pode ser reescrita na forma:

$$\frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T(r, t) + \frac{q(r, t)}{k} \quad (1.37)$$

Por outro lado, o calor gerado pela absorção óptica da amostra por unidade de comprimento e unidade de tempo, para o caso da geometria cilíndrica, é dada pela equação [10] [19]:

$$Q(r, t) = 2\pi r A I(r, t) \quad (1.38)$$

onde, A é o coeficiente de absorção óptica do material e  $I(r, t)$  é a intensidade do feixe incidente. Para valores de  $t < 0$ , temos que  $Q(r, t) = 0$ . O campo elétrico de um feixe de laser, no modo  $TEM_{00}$  com o perfil gaussiano, é dado por:

$$E(r) = E_0 \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_e^2}\right] \quad (1.39)$$

com  $E_0 = \frac{1}{\omega_e} \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ , sendo  $\omega_e$  o raio do feixe e  $r$  a distância ao eixo principal.

Desse modo, a intensidade luminosa  $I(r)$  do feixe ao sair da amostra é:

$$I(r) = |E(r)|^2 = I_0(r) \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_e^2}\right] \quad (1.40)$$

sendo  $I_0(r)$  a intensidade do feixe na entrada da amostra em  $r$ .

Mas a potência  $P$ , no campo distante, é definida por:

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I \, dA \quad (1.41)$$

Com  $dA = 2\pi r dr$ , e substituindo (1.40) em (1.41) temos:

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} I_0 \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_e^2}\right] 2\pi r dr$$

$$P = \frac{\pi\omega_e^2}{2} I_0 \quad \text{ou} \quad I_0 = \frac{2P}{\pi\omega_e^2} \quad (1.42)$$

Portanto, reescrevendo a equação (1.40), obteremos:

$$I(r) = I_0 \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_e^2}\right]$$

$$I(r) = \frac{2P}{\pi\omega_e^2} \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_e^2}\right] \quad (1.43)$$

Sendo  $\omega_e$  o raio do feixe de excitação na amostra, nota-se que, quando  $r = \omega_e$ , a intensidade cai  $1/e^2$  do valor inicial.

Na equação da difusão (1.38), o valor do calor gerado (absorvido) pela fonte ou sumidouros  $q(r, t)$  é dada por:

$$|q(r, t) = A I(r, t) \quad (1.44)$$

sendo  $A$  o coeficiente de Absorção óptica do material.

No caso de LT, é válida a seguinte relação, para  $I(r, t)$ :

$$I(r, t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ I(r) & \text{se } t > 0 \end{cases} \quad (1.45)$$

Então, podemos escrever a equação (1.44), substituindo as equações (1.45) e (1.43), portanto:

$$q(r) = A I(r)$$

$$q(r) = \frac{2PA}{\pi\omega_e^2} \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_e^2}\right] \quad (1.46)$$

A equação (1.46) descreve o calor gerado pelo termo de fonte ou sumidouros da equação da difusão (1.37).

Tomando a equação (1.46), substituindo na equação (1.37), com as seguintes condições de contorno no modelo considerado:

$$\Delta T(r, t) = \begin{cases} 0, & \text{quando } r \rightarrow \infty \\ 0, & \text{quando } t = 0 \end{cases} \quad (1.47)$$

a solução da equação de difusão será: [24]

$$\Delta T(r, t) = \int_0^\infty \int_0^t dr' dt' Q(r) G(r, r', t) \quad (1.48)$$

sendo a função de Green  $G(r, r', t)$  dada por:

$$G(r, r', t) = \frac{1}{4\pi kt'} \exp\left(\frac{-r^2 + r'^2}{4Dt'}\right) J_0\left(\frac{rr'}{2Dt'}\right)$$

onde  $J_0$  é a função modificada de Bessel de ordem zero e  $D$  é a difusividade térmica, já definida na equação da difusão (1.35).

Substituindo as expressões de  $Q(r)$  e a função de Green, a distribuição de temperatura será:

$$\Delta T(r, t) = \int_0^\infty \int_0^t dr' dt' 2\pi r' \frac{2PA}{\pi\omega_e^2} \exp\left[-\frac{2r^2}{\omega_1^2}\right] \frac{1}{4\pi kt'} \exp\left(\frac{-r^2 + r'^2}{4Dt'}\right) J_0\left(\frac{rr'}{2Dt'}\right)$$

$$\Delta T(r, t) = \frac{2PA}{\pi k \omega_1^2} \int_0^t dt' \frac{1}{t'} \exp\left(\frac{-r^2 + r'^2}{4Dt'}\right) \int_0^\infty dr' r' \exp\left[-r'^2 \left(\frac{2}{\omega_1^2} + \frac{1}{4Dt'}\right)\right] J_0\left(\frac{rr'}{2Dt'}\right)$$

Usando a fórmula de recorrência:

$$\int_0^t dt' J_0(ar') \exp(-p^2 r'^2) r' = \frac{1}{2p^2} \exp\left(\frac{-a^2}{4p^2}\right)$$

onde realizamos as mudanças de variáveis, definindo:

$$a = \frac{r}{2Dt'} \quad \text{e} \quad p^2 = \left(\frac{2}{\omega_1^2} + \frac{1}{4Dt'}\right)$$

neste caso, a distribuição de temperatura será:

$$\Delta T(r, t) = \frac{2PAD}{\pi k} \int_0^t \exp\left(\frac{-2r^2}{8Dt' + \omega^2}\right) \frac{dt'}{8Dt' + \omega^2} \quad (1.49)$$

Fazendo a mudança de variável e substituindo na equação (1.49), teremos:

$$u = \frac{1}{8Dt' + \omega^2}, \quad \text{então}$$

$$\Delta T(r, t) = \frac{-PA}{4\pi k} \int_{\omega^{-2}}^{(8Dt' + \omega^2)^{-1}} \exp(-2r^2 u) \frac{du}{u} \quad (1.50)$$

$$\text{como:} \quad Ei(a) = - \int_a^{\infty} \frac{\exp(-x)}{x} dx \quad (1.51)$$

sendo Ei a função integral exponencial [32-34].

Então, a distribuição de temperatura será definida como:

$$\Delta T(r, t) = \frac{PA}{4\pi k} \left[ Ei\left(\frac{-2r^2}{\omega^2}\right) - Ei\left(\frac{-2r^2}{8Dt + \omega^2}\right) \right] \quad (1.52)$$

Como a lente térmica leva um tempo  $t_c$ , para sua formação, e chamando

$$t_c = \frac{\omega^2}{4D} \quad (1.53)$$

logo, substituindo (1.53) em (1.52), temos:

$$\Delta T(r, t) = \frac{PA}{4\pi k} \left[ Ei\left(\frac{-2r^2}{\omega^2}\right) - Ei\left(\frac{-2r^2}{\omega^2} \frac{1}{1 + \frac{2t}{t_c}}\right) \right] \quad (1.54)$$

Porém, a função integral exponencial (Ei) pode ser escrita na forma de uma série:

$$Ei(-x) = C + \ln(-x) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{x^m}{m m!} \quad (1.55)$$

Neste caso, podemos reescrever a equação (1.54), com a definição da equação (1.55). Então:

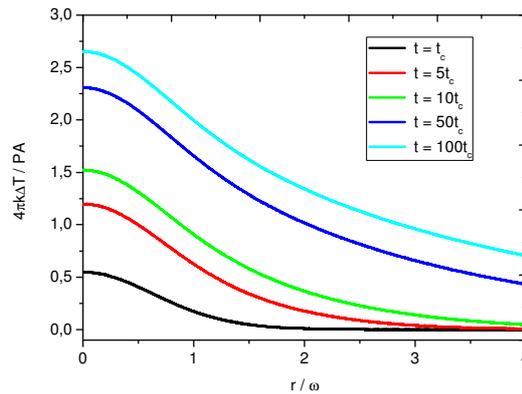
$$\Delta T(r, t) = \frac{PA}{4\pi k} \left\{ \ln\left(1 + \frac{2t}{t_c}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m m!} \left(\frac{-2r^2}{\omega^2}\right)^m \left[ 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{2t}{t_c}\right)^m} \right] \right\} \quad (1.55)$$

após expandir a equação (1.55) até a segunda potência, teremos:

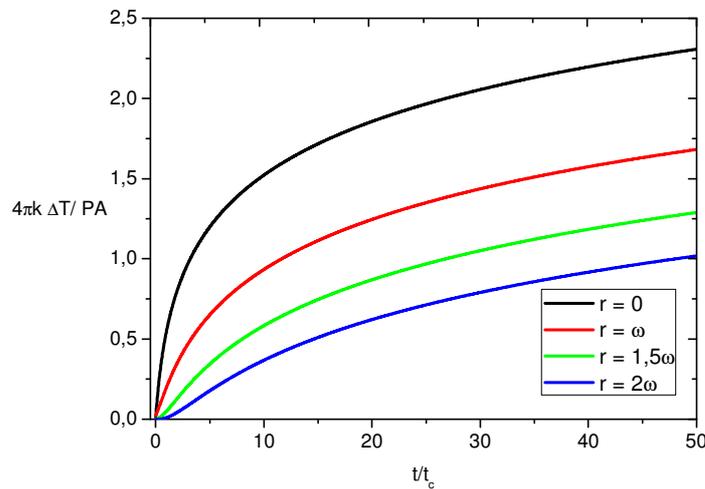
$$\Delta T(r, t) = \frac{PA}{4\pi k} \left\{ \ln\left(1 + \frac{2t}{t_c}\right) - \frac{2r^2}{\omega^2} \left(\frac{1}{1 + \frac{2t}{t_c}}\right) \right\} \quad (1.56)$$

A equação (1.56) representa o gradiente de temperatura na direção radial, na amostra, após a incidência do laser na mesma.

As figuras 1.6 e 1.7 mostram como varia a equação (1.54) em função de  $r/\omega$  e em função de  $t/t_c$ , respectivamente. Os diagramas foram obtidos com valores atribuídos, com o uso do programa computacional de simulações.



**Figura 1.6** – Diagrama especial da variação de temperatura em função de  $r/\omega$ , para valores específicos de  $t/t_c$ . Verifica-se que quando aumenta a razão  $t/t_c$ , a variação de temperatura  $\Delta T$  também aumenta.



**Figura 1.7** - Diagrama especial da variação de temperatura em função de  $t/t_c$ , para valores específicos de  $r/\omega$ . Aumentando o valor da razão  $r/\omega$ , a variação de temperatura  $\Delta T$  diminui.

### 1.3.3 - O Índice de Refração e a distância focal da LT

O índice de refração total, para pequenas perturbações é dado por:

$$n(r, t) = n_0 + \delta n = n_0 + \frac{dn}{dT} \delta(T, r) \quad (1.57)$$

Aplicando a expansão de Maclaurin de  $\delta(T, r)$ , na qual a primeira derivada representa o gradiente de temperatura, que será nulo no centro e a distribuição de temperatura apresenta um perfil parabólico, para pequenas variações temos:

$$\delta T(r, t) = \delta T_0 + \frac{r^2}{2} \frac{d^2 \delta T(r, t)}{dr^2} \quad (1.58)$$

Efetuando a segunda derivada na equação (1.56) e substituindo na equação (1.57), temos:

$$n(r, t) = n_0 + \left( \frac{dn}{dT} \right) \frac{PA}{2\pi k} \frac{r^2}{\omega^2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{t_c}{2t}} \right] \quad (1.59)$$

Comparando a equação (1.59) com a equação (1.20), obteremos:

$$n(r, t) = n_0 + \delta n \frac{r^2}{\omega^2} \Rightarrow n_0 + \left( \frac{dn}{dT} \right) \frac{PA}{2\pi k} \frac{r^2}{\omega^2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{t_c}{2t}} \right]$$

$$\delta n = \left( \frac{dn}{dT} \right) \frac{PA}{2\pi k} \left[ \frac{1}{1 + \frac{t_c}{2t}} \right] \quad (1.60)$$

Substituindo a equação (1.60) na equação (1.23), determinaremos a distância focal da LT:

$$\frac{1}{f(t)} = \frac{2L(\delta n)}{n_0 \omega^2} \Rightarrow \frac{1}{f(t)} = \frac{2L}{n_0 \omega^2} \left( \frac{dn}{dT} \right) \frac{PA}{2\pi k} \left[ \frac{1}{1 + \frac{t_c}{2t}} \right] \Rightarrow \frac{1}{f(t)} = \frac{LPA}{\pi k n_0 \omega^2} \left( \frac{dn}{dT} \right) \left[ \frac{1}{1 + \frac{t_c}{2t}} \right] \quad (1.61)$$

Definindo a potência da LT como:

$$\theta = \frac{PAL}{\lambda k} \left( \frac{dn}{dT} \right) \quad (1.62)$$

Substituindo (1.62) em (1.61) e sendo  $n_0 = 1$  (índice de refração no vácuo), então a equação (1.61), ficará:

$$\frac{1}{f(t)} = \frac{\theta \lambda}{\pi \omega^2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{t_c}{2t}} \right]$$

Logo:

$$f(t) = \frac{\pi\omega^2}{\theta\lambda} \left[ 1 + \frac{t_c}{2t} \right] \quad (1.63)$$

A equação (1.63) representa a distância focal de uma LT, com dependência temporal. Se  $t \Rightarrow \infty$ , então:

$$f(\infty) = \frac{\pi\omega^2}{\theta\lambda} \quad (1.64)$$

que representa a distância focal da LT no estado estacionário. Portanto, a equação (1.63) pode ser escrita:

$$f(t) = f(\infty) \left[ 1 + \frac{t_c}{2t} \right] \quad (1.65)$$

A importância desta equação (1.65) é devido à relação entre a distância focal da LT dependente do tempo.

### 1.3.4 - *Gradiente do índice de Refração e a Diferença de fase*

Da equação (1.48), reescrevendo a mesma, teremos:

$$\Delta T(r, t) = \frac{2PAD}{\pi k} \int_0^t \exp\left(\frac{-2r^2}{8Dt' + \omega^2}\right) \frac{dt'}{8Dt' + \omega^2}$$

$$\text{Como: } t_c = \frac{\omega^2}{4D} \rightarrow D = \frac{\omega^2}{4t_c} \text{ e } D = \frac{k}{\rho c} \quad (1.66)$$

substituindo na equação (1.48), temos:

$$\Delta T(r, t) = \frac{2PA}{\pi c \rho \omega^2} \int_0^t \frac{1}{1 + \frac{2t'}{t_c}} \exp\left(\frac{-2r^2/\omega^2}{1 + \frac{2t'}{t_c}}\right) dt' \quad (1.67)$$

Como o índice de refração foi definido na equação (1.57), podemos reescrevê-la da seguinte maneira:

$$n(r, t) = n_0 + \delta n \quad (1.68)$$

$$n(r, t) = n_0 + \frac{dn}{dT} \Delta(T, r) \quad (1.69)$$

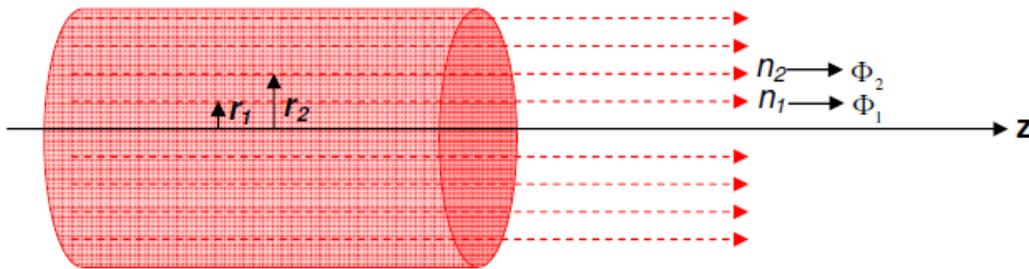
Substituindo a equação (1.67) em (1.69), temos:

$$n(r, t) = n_0 + \left(\frac{dn}{dT}\right) \frac{2PA}{\pi c \rho \omega^2} \int_0^t \frac{1}{1 + \frac{2t'}{t_c}} \exp\left(\frac{-2r^2/\omega^2}{1 + \frac{2t'}{t_c}}\right) dt' \quad (1.70)$$

então, o índice de refração terá uma equação específica, dependente de  $r/\omega$  e  $t/t_c$ . Organizando a equação (1.70), teremos:

$$n(r, t) = n_0 + \frac{2PA}{\pi c \rho \omega^2} \left(\frac{dn}{dT}\right) \int_0^t \frac{1}{1 + \frac{2t'}{t_c}} \exp\left(\frac{-2r^2/\omega^2}{1 + \frac{2t'}{t_c}}\right) dt' \quad (1.71)$$

Num modelo aberrante, a variação do caminho óptico sofrido pelo feixe de prova é conseqüência da variação do índice de refração com a variação de temperatura ocorrida na amostra. Com isso, as frentes de onda caminham por diferentes percursos ópticos, caracterizando uma defasagem entre os feixes. Na figura 1.8, temos a representação esquemática da propagação das frentes de onda ao longo da direção Z e seus respectivos índices de refração nas posições indicadas.



**Figura 1.8** – Esquema representativo da propagação das frentes de onda, destacando as defasagens  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$  para os respectivos índices de refração  $n_1$  e  $n_2$ , nas posições  $r_1$  e  $r_2$ . (Figura extraída da referência [36]).

Em relação ao eixo óptico, os feixes da posição radial  $r_1$  e  $r_2$  indicam índices de refração  $n_1$  e  $n_2$  e, conseqüentemente, fases  $\Phi_1$  e  $\Phi_2$ . A diferença de

fase entre as frentes de onda do feixe de prova pode ser definida pela equação [8]:

$$\Phi(r, t) = \frac{2\pi}{\lambda_p} \int_0^t \Delta n(r, z, t) dz \quad (1.72)$$

ou

$$\Phi(r, t) = \frac{2\pi}{\lambda_p} \int_0^t [n(r_1, z, t) - n(0, z, t)] dz \quad (1.73)$$

Substituindo a equação (1.71) em (1.73), teremos:

$$\Phi(r, t) = \frac{4P_e AL}{c\rho\omega^2\lambda_p} \left( \frac{dn}{dT} \right) \left\{ \int_0^t \frac{1}{1 + \frac{2t'}{t_c}} \left[ 1 - \exp\left( \frac{-2r^2/\omega^2}{1 + \frac{2t'}{t_c}} \right) \right] dt' \right\} \quad (1.74)$$

sendo  $\lambda_p$  o comprimento de onda do feixe de prova e  $P_e$  a potência do laser de excitação na posição  $z_1$ .

Podemos simplificar a equação (1.74) com a substituição do valor de  $\theta$ , definido na equação (1.62), logo:

$$\Phi(r, t) = \frac{\theta}{t_c} \left\{ \int_0^t \frac{1}{1 + \frac{2t'}{t_c}} \left[ 1 - \exp\left( \frac{-2r^2/\omega^2}{1 + \frac{2t'}{t_c}} \right) \right] dt' \right\} \quad (1.75)$$

Chamando  $m = \left( \frac{\omega_{1p}}{\omega_1} \right)^2$  e  $g = \left( \frac{r}{\omega_{1p}} \right)^2$ , como parâmetros, sendo que  $\omega_{1p}$  a cintura do feixe de prova na posição  $z_1$  e  $\omega_1$  a cintura mínima do feixe de excitação, efetuando-se as operações pré-estabelecidas com estes parâmetros, teremos:

$$m \cdot g = \left( \frac{\omega_{1p}}{\omega_1} \right)^2 \cdot \left( \frac{r}{\omega_{1p}} \right)^2 \quad \text{ou} \quad m \cdot g = \left( \frac{r}{\omega_1} \right)^2 \quad (1.76)$$

Então, podemos dizer que a equação (1.75), com a substituição dos parâmetros  $m$  e  $g$ , e a equação (1.76), ficará da seguinte maneira:

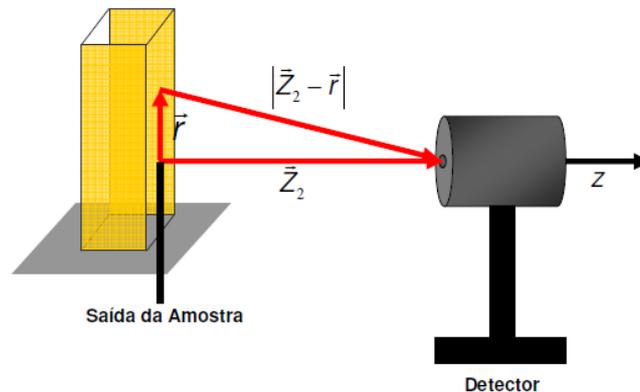
$$\Phi(g, t) = \frac{\theta}{t_c} \left\{ \int_0^t \frac{1}{1 + \frac{2t'}{t_c}} \left[ 1 - \exp\left( \frac{-2mg}{1 + \frac{2t'}{t_c}} \right) \right] dt' \right\} \quad (1.77)$$

De acordo com a equação (1.77), verifica-se que a diferença de fase  $\Phi(g, t)$  depende exclusivamente do parâmetro  $m$  e do tempo  $t$ . Assim, podemos afirmar que, quando  $m$  aumenta, a diferença de fase aumenta também, tornando maior a sensibilidade da LT.

É importante frisar, também, que, com o aumento de  $m$ , teremos um aumento do diâmetro do feixe de monitoramento ou prova, o que implica, ainda, num aumento do tempo característico ( $t_c$ ) de formação da LT.

### 1.3.5 - Intensidade do Laser de Prova no Detector

A figura 1.9 mostra o percurso das frentes de onda emergindo da amostra e que atingem o detector por dois caminhos  $\vec{z}_2$  e  $\vec{z}_2 - \vec{r}$ .



**Figura 1.9** - O esquema mostra o feixe de laser saindo da amostra e atingindo o detector (figura localizada na referência [31]).

Antes de incidir na amostra a amplitude complexa do campo elétrico do laser é definida por [19]:

$$U_p(r, z_1) = \sqrt{\frac{2P_p}{\pi}} \frac{1}{\omega_p} \exp \left[ -i \frac{\pi}{\lambda_p} \left( 2z_1 + \frac{r^2}{R_p} \right) - \frac{r^2}{\omega_p^2} \right] \quad (1.78)$$

sendo

$P_p \rightarrow$  a potência do laser de monitoramento ou prova

$R_p \rightarrow$  raio da curvatura da frente de onda

$\omega_p \rightarrow$  raio do feixe do laser de prova na posição  $z_1$

O efeito de LT, formado na amostra, altera a fase das frentes de onda do laser de monitoramento. Portanto, a amplitude complexa do campo elétrico no plano de saída da amostra pode ser dada por [13]:

$$U_p(r, z_1) = \sqrt{\frac{2P_p}{\pi}} \frac{1}{\omega_p} \exp \left[ -i \frac{\pi z_1}{\lambda_p} \right] \cdot \exp \left[ -i \left( \frac{\pi r^2}{\lambda_p R_p} + \Phi \right) - \frac{r^2}{\omega_p^2} \right] \quad (1.79)$$

sendo  $\Phi$  a diferença de fase, devido à formação da LT.

Por outro ponto de vista, a amplitude complexa do campo elétrico da onda, no plano de saída da amostra, é dada por [35]:

$$U_p(t) = \frac{1}{\lambda_p} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r \, dr \, d\theta \, U_p(r, z_1) \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) \frac{\exp \left[ -i \left( \frac{2\pi}{\lambda_p} \right) |\vec{z}_2 - \vec{r}| \right]}{|\vec{z}_2 - \vec{r}|} \quad (1.80)$$

a qual representa a integral de Fresnel-Kirchoff. [12]

O fator  $U_p(r, z_1)$  é a amplitude complexa do campo elétrico da onda, no plano de saída da amostra. O termo  $[\cos \beta / 2]$  representa o fator de inclinação da onda e o último termo da equação (1.80) representa a atenuação da amplitude e a variação de fase após a onda percorrer a distância  $|\vec{z}_2 - \vec{r}|$ . Desde que  $z_2 \gg r$ , podemos fazer as seguintes aproximações.

$$|\vec{z}_2 - \vec{r}| \approx z_2 \left( 1 + \frac{r^2}{2z_2^2} \right) \approx z_2 \quad (1.81)$$

e

$$\left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) \approx 1 \quad (1.82)$$

Então podemos reescrever a parte exponencial da equação (1.80), como:

$$\left( \frac{2\pi}{\lambda_p} \right) |\vec{z}_2 - \vec{r}| = \frac{2\pi}{\lambda_p} z_2 \left( 1 + \frac{r^2}{2z_2^2} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_p} \left( z_2 + \frac{r^2}{2z_2} \right) \quad (1.83)$$

Substituindo as equações (1.81), (1.82) e (1.83) na equação (1.80), teremos:

$$U_p(z_1 + z_2, t) = \frac{1}{z_2 \lambda_p} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r dr d\theta U_p(r, z_1) \exp \left[ -i \frac{2\pi}{\lambda_p} \left( z_2 + \frac{r^2}{2z_2} \right) \right] \quad (1.84)$$

Resolvendo a equação (1.84) em  $\theta$ , teremos:

$$U_p(z_1 + z_2, t) = \frac{2\pi i}{z_2 \lambda_p} \exp \left[ -\frac{2\pi i z_2}{\lambda_p} \right] \int_0^\infty r dr U_p(r, z_1) \exp \left[ -i \frac{\pi}{\lambda_p} \left( \frac{r^2}{z_2} \right) \right] \quad (1.85)$$

Substituindo  $U_p(r, z_1)$  da equação (1.79) em (1.85), obteremos a amplitude complexa do campo elétrico resultante, que incide no centro do detector, dada por:

$$U_p(z_1 + z_2, t) = B_0 \int_0^\infty r dr \exp \left[ -i \left( \frac{\pi}{\lambda_p} \frac{r^2}{z_2} + \frac{\pi r^2}{\lambda_p R_p} + \phi \right) - \frac{r^2}{\omega_p^2} \right] \quad (1.86)$$

sendo

$$B_0 = i \sqrt{\frac{2P_p}{\pi}} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \exp \left( -i \frac{2\pi}{\lambda_p} z_1 \right) \cdot \frac{2\pi}{\lambda_p z_2} \cdot \exp \left( -i \frac{2\pi}{\lambda_p} z_2 \right) \quad (1.87)$$

Sugerimos fazer a seguinte mudança de variável:

$$g = \left( \frac{r}{\omega_p} \right)^2 \Rightarrow dg = \frac{2r}{\omega_p^2} dr \quad (1.88)$$

Então, a equação (1.86) ganhará novo formato, sendo reescrita como:

$$U_p(z_1 + z_2, t) = B \int_0^\infty \exp[-g - i(Vg + \phi)] \quad (1.89)$$

$$\text{com } V = \frac{\pi}{\lambda_p} \left[ \frac{\omega_p^2}{R_p} + \frac{\omega_p^2}{z_2} \right] \quad \text{e} \quad B = \frac{1}{2} \omega_p^2 B_0 \quad (1.90)$$

Tomando as equações (1.5), (1.6) e (1.7), reescritas como:

$$Z_c = \frac{\pi \omega_{0p}^2}{\lambda_p}, \quad R_p = \frac{Z_c^2 + Z_1^2}{z_1} \quad \text{e} \quad \omega_p^2 = \omega_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z_1}{Z_c} \right)^2 \right] \quad (1.91)$$

substituindo o grupo de equações (1.91), na definição de V, dada pela equação (1.90), temos:

$$V = \frac{\pi \omega_p^2}{\lambda_p} \left[ \frac{1}{R_p} + \frac{1}{z_2} \right] = \frac{z_1}{Z_c} + \frac{Z_c}{z_2} \left[ 1 + \left( \frac{z_1}{Z_c} \right)^2 \right] = \frac{z_1}{Z_c} + \frac{z_1}{z_2} \left[ \frac{Z_c}{z_1} + \frac{z_1}{Z_c} \right] \quad (1.92)$$

A expressão de  $V$  definida na equação (1.92) pode ser modificada, fazendo  $z_2 \gg z_c$ , justamente quando consideramos o detector posicionado numa distância  $z_2$ , muito grande comparada com  $z_c$ . Neste caso, temos:

$$V \approx \frac{z_1}{z_c} \quad (1.93)$$

Desta forma, a equação (1.89) terá um novo formato, dada por:

$$U_p(z_1 + z_2, t) = B \int_0^\infty \exp[-(1 + iV)g] \exp[-i\phi] dg \quad (1.94)$$

A solução da equação (1.94) não é trivial. No entanto, podemos fazer, analiticamente, com a aproximação na parte exponencial da fase. Se  $\Phi \ll 1$ , pode-se fazer a seguinte expansão:

$$\exp(-i\Phi) \approx 1 - i\Phi \quad (1.95)$$

Substituindo as equações (1.95) e (1.77) em (1.94), teremos:

$$U_p(z_1 + z_2, t) = B \int_0^\infty \left\{ -\frac{i\theta}{t_c} \int_0^t \frac{1}{1 + \frac{2t'}{t_c}} \left[ -\exp\left(\frac{-mg}{1 + \frac{2t'}{t_c}}\right) \right] \right\} \cdot \exp[-(1 + iV)g] dg dt' \quad (1.96)$$

Efetuada as respectivas integrais em  $g$  e  $t'$ , a expressão (1.96) tomará a seguinte forma:

$$U_p(z_1 + z_2, t) = \frac{B}{1 + iV} \left\{ 1 - \frac{\theta}{2} t g^{-1} \left[ \frac{2mV}{[(1+2m)^2 + V^2] \frac{t_c}{2t} + 1 + 2m + V^2} \right] + i \frac{\theta}{4} \ln \left[ \frac{[1 + 2m/(1 + 2t/t_c)]^2 + V^2}{(1 + 2m)^2 + V^2} \right] \right\} \quad (1.97)$$

No centro do detector, a intensidade total é definida por:

$$I(t) = |U_p(z_1 + z_2, t)|^2 \quad (1.98)$$

Substituindo a equação (1.97) em (1.98), teremos:

$$I(t) = \left| \frac{B}{1 + iV} \right|^2 \cdot \left\{ \left[ 1 - \frac{\theta}{2} t g^{-1} \left[ \frac{2mV}{[(1+2m)^2 + V^2] \frac{t_c}{2t} + 1 + 2m + V^2} \right] \right]^2 + \left[ \frac{\theta}{4} \ln \left[ \frac{[1 + 2m/(1 + 2t/t_c)]^2 + V^2}{(1 + 2m)^2 + V^2} \right] \right]^2 \right\} \quad (1.99)$$

$$\text{Chamando } I(0) = \left| \frac{B}{1 + iV} \right|^2 \quad (1.100)$$

onde  $I(0)$  é a intensidade do laser de prova no detector antes da formação da LT na amostra.

Portanto, a equação (1.99) ficará:

$$I(t) = I(0) \cdot \left\{ \left[ 1 - \frac{\theta}{2} t g^{-1} \left[ \frac{2mV}{[(1+2m)^2 + V^2] \frac{t_c}{2t} + 1 + 2m + V^2} \right] \right]^2 + \left[ \frac{\theta}{4} \ln \left[ \frac{[1+2m/(1+2t/t_c)]^2 + V^2}{(1+2m)^2 + V^2} \right] \right]^2 \right\} \quad (1.101)$$

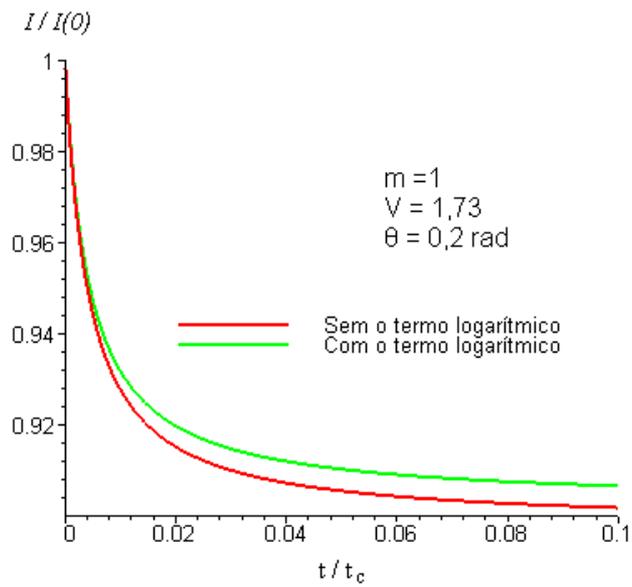
A expressão (1.101) ganhará um novo formato quando separarmos as partes, chamando de:

$$\begin{cases} I_A(t) = I(0) \left[ 1 - \frac{\theta}{2} t g^{-1} \left( \frac{2mV}{[(1+2m)^2 + V^2] \frac{t_c}{2t} + 1 + 2m + V^2} \right) \right]^2 \\ I_B(t) = I(0) \left[ \frac{\theta}{4} \ln \left( \frac{[1+2m/(1+2t/t_c)]^2 + V^2}{(1+2m)^2 + V^2} \right) \right]^2 \end{cases} \quad (1.102)$$

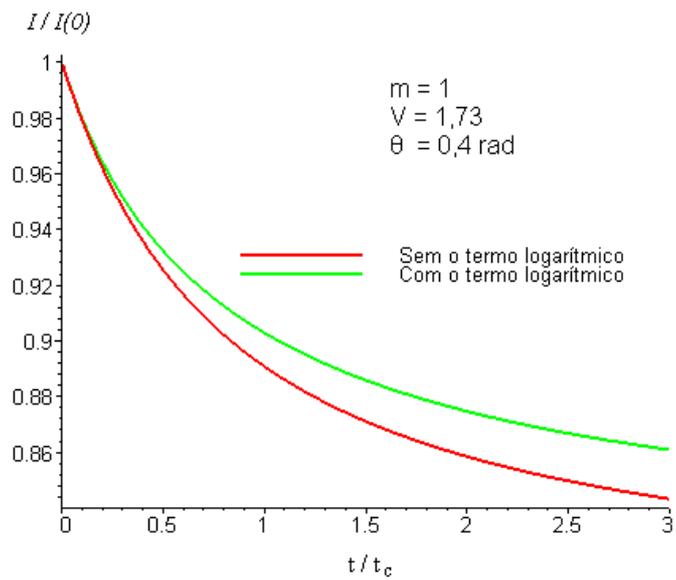
sendo  $I_A(t)$  e  $I_B(t)$ , respectivamente, as parcelas da intensidade total. Então:

$$I(t) = I_A(t) + I_B(t) \quad (1.103)$$

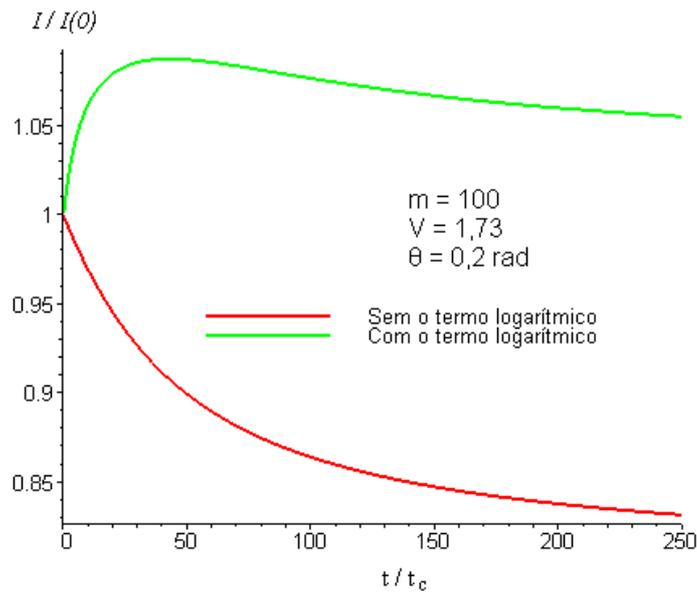
Com a ajuda do programa computacional MAPLE, foram feitas simulações gráficas dos valores de  $I(t)$  em função do tempo. As figuras 1.10, 1.11, 1.12 e 1.13 mostram essa simulação para valores arbitrários de  $m$ ,  $V$  e  $\theta$ , em duas situações para  $I(t)$ , uma com e outra sem o termo logarítmico, ou seja, com ou sem a parcela  $I_B(t)$ .



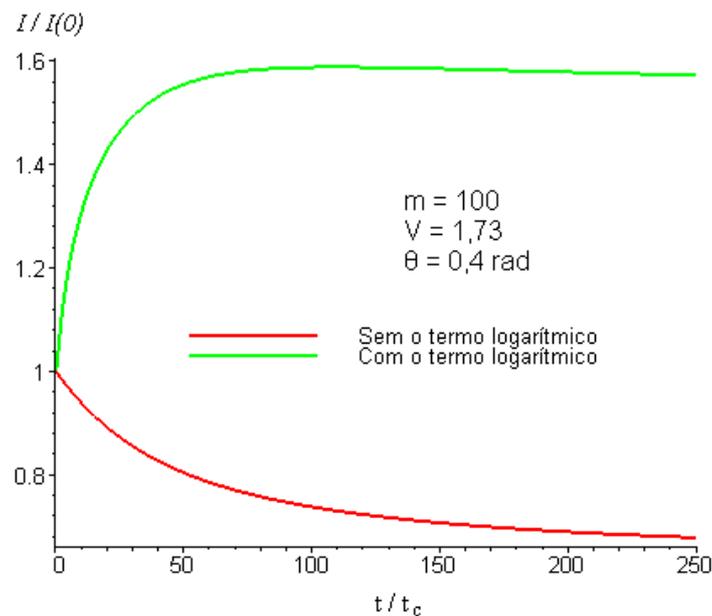
**Figura 1.10** – Diagrama representa a intensidade do feixe de prova, com e sem o termo  $I_B(t)$  para  $\theta = 0,2$ ,  $m = 1$  e  $V = 1,73$ .



**Figura 1.11** - Diagrama representativo da intensidade do feixe de prova com e sem o termo  $I_B(t)$  para  $\theta = 0,4$ ,  $m = 1$  e  $V = 1,73$ .



**Figura 1.12** – Diagrama representativo da intensidade do feixe de prova com e sem a parcela  $I_B(t)$  para  $m = 100$ ,  $\theta = 0,2$  e  $V = 1,73$ .



**Figura 1.13** – Diagrama representativo da intensidade do feixe de prova com e sem a parcela  $I_B(t)$  para  $m = 100$ ,  $\theta = 0,4$  e  $V = 1,73$ .

Nas figuras citadas, pode-se notar, claramente, que o comportamento dos gráficos de  $I(t)$ , com a parcela  $I_B(t)$ , e sem a parcela  $I_B(t)$ , mudam significativamente para valores de  $m$  e  $\theta$ , com  $V$  fixo, observando que, para valores de  $m$  pequeno ( $\approx 1$ ), os gráficos com  $I_B(t)$  e sem  $I_B(t)$  têm uma

característica de curvas quase coincidentes, de modo que podemos afirmar, seguramente, até 20% da variação de  $I / I_0$ , elas são praticamente iguais.

Desta forma, na expressão geral  $I(t)$ , consideramos apenas a parcela  $I_A(t)$ . Assim, a equação (1.102), pode ser escrita da seguinte maneira:

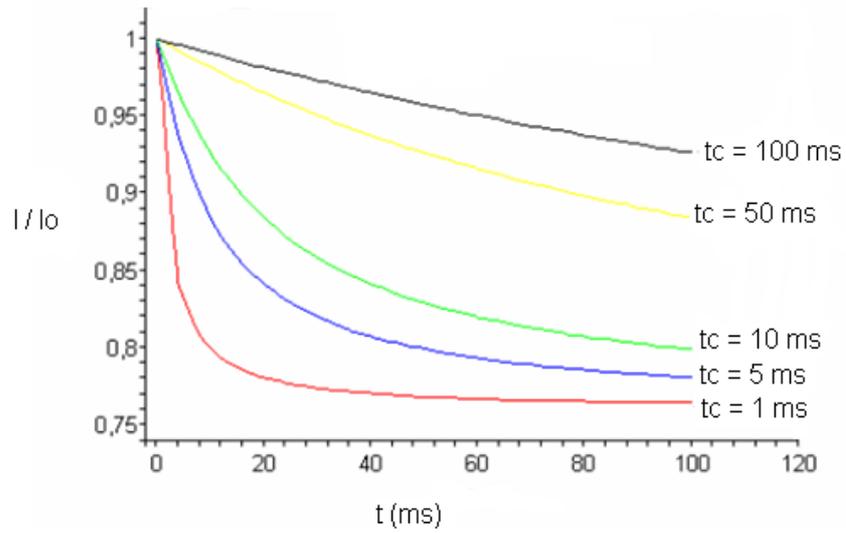
$$I_A(t) = I(0) \left[ 1 - \frac{\theta}{2} t g^{-1} \left( \frac{2mV}{[(1+2m)^2 + V^2] \frac{t_c}{2t} + 1 + 2m + V^2} \right) \right]^2 \quad (1.104)$$

A equação (1.104) foi usada nos dados experimentais expostos nesse trabalho.

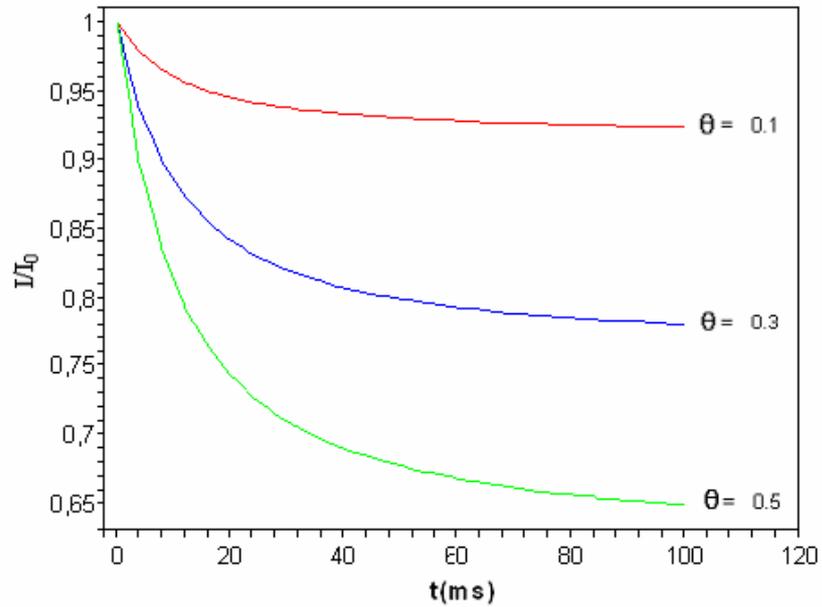
Nas figuras 1.12 e 1.13, nota-se que, para valores de  $m$  relativamente grande, as curvas passam a ter comportamentos diferentes e sem coincidências, o que está de acordo com os resultados experimentais obtidos em diversos trabalhos, na formação de LT, discordando, assim, das fontes teóricas já conhecidas.

Fazendo uma análise do sinal de LT em função de  $t_c$ , obtemos as figuras 1.14 e 1.15, que representam respectivamente as medidas do sinal em função do tempo  $t$ , para valores atribuídos a  $t_c$  e  $\theta$ . Da figura 1.14, pode-se notar que, quanto menor for o valor de  $t_c$ , a formação da LT ou nível estacionário é atingido mais rapidamente.

Na figura 1.15, notamos que, quanto maior for o valor de  $\theta$ , maior será a absorção óptica, para um valor fixo da potência do laser de excitação, de modo que podemos notar o aumento sofrido na diferença de fase nas frentes de onda do laser de prova e conseqüente acréscimo na intensidade luminosa no centro do mesmo [36].



**Figura 1.14** – Diagrama representa o sinal da LT para diversos valores de  $t_c$



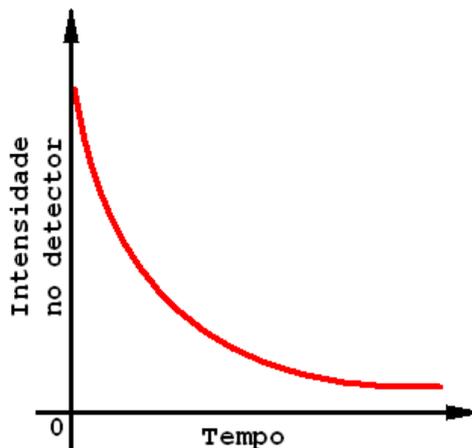
**Figura 1.15** - Diagrama representa o sinal da LT para diversos valores de  $\theta$ .

Precisamos observar que, em todas as simulações, adotamos  $V = 1,73$  e que, para valores grandes de  $m$ , as equações da intensidade com e sem a

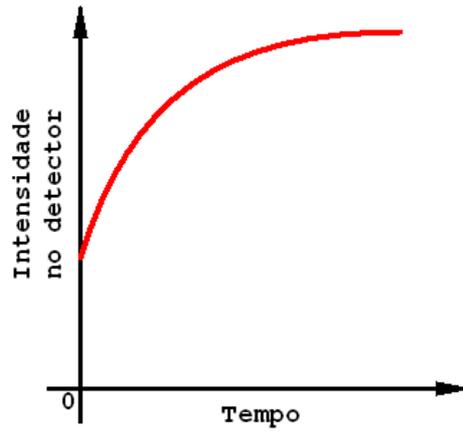
função logarítmica apresentam o comportamento bem diferente, o que significa afirmar que se torna inviável a aplicação da equação em determinadas medidas sem alterar o valor de outros parâmetros.

A curva característica da LT está relacionada, principalmente, com a variação da taxa do índice de refração ( $dn/dT$ ), conforme mostra as figuras 1.16 e 1.17, pois, dependendo do sinal de ( $dn/dT$ ), a LT pode ser convergente ou divergente.

Desta forma, a curva característica tem comportamento distinto. Caso ( $dn/dT$ ) seja negativo, a LT será côncava e conseqüentemente provocará divergência do feixe de laser e, neste caso, a curva terá uma concavidade positiva (Figura 1.16). No entanto, se ( $dn/dT$ ) for positivo, a LT formada será do tipo convexa e provocará uma convergência do feixe de laser. Assim, a curva terá uma concavidade negativa (Figura 1.17). É observado experimentalmente que os líquidos apresentam ( $dn/dT$ ) negativos, enquanto que os sólidos apresentam ( $dn/dT$ ) positivos.



**Figura 1.18** – Curva característica da LT em função do tempo para um material com ( $dn/dt$ ) negativo.



**Figura 1.19** - Curva característica da LT em função do tempo para um material com  $(dn/dt)$  positivo.

# **CAPÍTULO 2**

## **Descrição do Material Utilizado**

### ***2.1- INTRODUÇÃO***

Neste capítulo, descreveremos, sucintamente, os materiais usados como amostras em nosso trabalho, assim como algumas propriedades e características dos mesmos. Nossa observação mais importante fica por conta dos óleos vegetais amazônicos e seus componentes constituintes, pois deles muitas informações de caráter termo ópticos podem ser extraídas e estudadas detalhadamente. Muitos deles apresentam-se na forma transparente e límpida, que faz buscar outros materiais, tais como o uso de corantes para podermos observar algumas de suas propriedades óticas, objetivo crucial deste trabalho.

Para conhecer melhor estas propriedades e características, faremos uma abordagem sobre os conceitos e aplicações mais importantes dos ácidos graxos, focalizando o Ácido Oleico (AO), o Oleina de Palma, o Azeite de Oliva, Castanha do Brasil, além do Etanol e da Água Deionizada, os quais, apesar de não fazerem parte da família de óleos mencionados, auxiliaram-nos na elaboração deste trabalho, como ponto principal de partida deste estudo, pois

muitas informações tanto da Água, como do Etanol podem ser vastamente encontrados e que servem para nosso estudo principal.

O caso específico da Água Deionizada, do Etanol e do Ácido Oleico (AO), já estudados amplamente, serão usados neste trabalho, contribuindo na otimização e aferição dos equipamentos de medição. Assim, podemos garantir a confiabilidade nas medidas aqui apresentadas.

Por conseguinte, faremos, nesse trabalho, uma breve descrição do que é, por definição, um óleo, em termos de suas composições, em especial, os óleos aqui mencionados. E os corantes Amarelo Crepúsculo (CAC) e a Rodamina B (Rh B) são aqui usados para aumentar a absorção da luz pela amostra, durante o processo de formação da LT, quando diluídos em materiais transparentes, tais como: Água Deionizada, Ácido Oleico, Etanol, etc.

Na Enciclopédia Barsa [37], volume 11, encontramos a seguinte definição de óleos: “Substância gordurosa líquida que se obtém de certas frutas (Azeitona, Côco, Bacaba, Dendê); de certas sementes (Castanha do Brasil, Andiroba, Buriti, Babaçu, Linhaça e Mamona); de certas madeiras (Pau- Rosa e Copaíba); de certos animais (Baleia, Tubarão e Focas) e da Terra (Petróleo). Os óleos têm duas características principais: são viscosos e insolúveis em água”.

Óleos e gorduras encontram-se largamente distribuídos na natureza, principalmente nos reinos animal e vegetal. Por esse motivo, vários centros de pesquisas especializados têm interesse em estudar e conhecer, detalhadamente, suas composições e suas propriedades. Na atualidade, podemos destacar o uso abundante de óleos nas indústrias de: lubrificantes,

cosméticos (sabonete, xampus, cremes de beleza, etc.), fármacos, alimentos, etc. [38].

## **2.2 - O Ácido Oleico (AO)**

O Ácido Oleico (AO) é uma substância orgânica encontrada em diferentes seres vivos, como animais e plantas. Sabe-se que os óleos vegetais são uma das mais importantes fontes de AO. Segundo o Dr. Enrique V. Zappi [39], em seu livro publicado em 1952, para se obter o AO, saponifica-se (transforma gordura em sabão) o azeite de oliva, com a potassa alcólica (reagente químico), tratando logo a solução aquosa do sabão com o acetado de chumbo. Precipita-se, assim, um sabão de chumbo que, secado e pulverizado, é extraído com éter, que dissolve o oleato de chumbo e abandona como resíduo insolúvel os sais púmbeos dos demais ácidos graxos. Decompondo o oleato de chumbo com ácido mineral, é liberado o AO, o qual pode ser extraído com éter e pulverizado por uma destilação fracionada a vácuo.

O AO é um dos mais importantes de todos os ácidos graxos. É mono insaturado naturalmente, porque seu Glicério, chamado oleina, constitui a maior proporção de quase todos os azeites animais e vegetais. A tabela 2.1 mostra alguns elementos com seus respectivos percentuais de AO, já conhecidos e estudados [36].

TIPOS DE ALIMENTOS	Quantidades de AO ( g/100 da porção comestível)
Ovo de galinha	6
Manteiga	20
Azeite de oliva	72
Sebo bovino	36
Azeite de dendê	38
Gordura de cacau	38
Óleo de soja	23
Leite humano	1
Leite de vaca	0,9
Óleo de milho	25
Castanha de caju	26

**Tabela 2.1** - Alguns alimentos com as quantidades específicas de AO em sua composição.

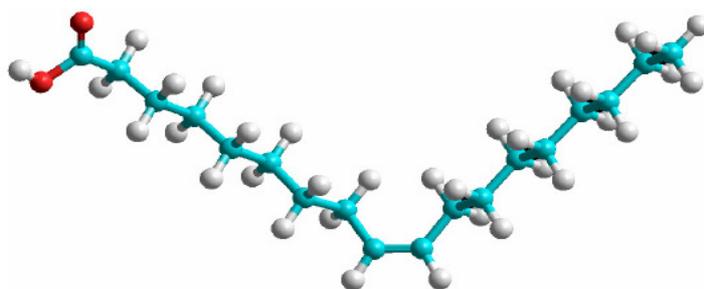
O AO foi descoberto por Chevereul Michel Eugene Angers, em 1913, logo no início de suas investigações sobre substâncias gordurosas. Industrialmente, o AO é obtido em grandes quantidades durante a fabricação de ácido estereático por hidrólise de gordura. O AO puro, objeto de nosso estudo nesse trabalho, é uma substância incolor, inodora e insípida (sem sabor), cuja solução alcoólica não tem reação ácida sobre o papel de tornossol. É menos densa que a água ( $d = 0,89$ ), insolúvel em solventes polares, dissolve-se bem éter, benzol ou clorofórmio. Resfriado congela-se em forma de agulhas brancas ( $PF \approx 14^{\circ}C$ ). Exposta ao ar oxida-se, adquirindo cor

amarelada, odor rançoso e reação ácida. A tabela 2.2 mostra os dados químicos do AO, em maiores detalhes.

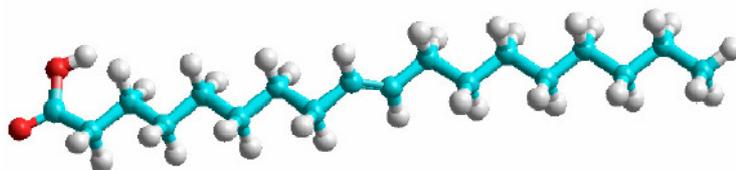
Fórmula molecular	<b>C<sub>18</sub>H<sub>34</sub>O<sub>2</sub></b>
Massa molar	<b>282,47 g/mol</b>
Densidade	<b>0,891 g/cm<sup>3</sup></b>
Índice de refração	<b>1,4595</b>
Ponto de fusão	<b>16 – 17 °C</b>
Ponto de ebulição	<b>286 ° C</b>

**Tabela 2.2** – Propriedades físicas e químicas do AO (Fonte : MERCK, Laboratório e Revenda).

O AO é um ácido graxo de cadeia longa ( 18 carbonos), com uma dupla ligação entre os carbonos 9 e 10. As figuras 2.1 e 2.2 mostram as fórmulas estruturais do AO, na forma CIS e TRANS, respectivamente:



**Figura 2.1** – Fórmula estrutural do AO, na forma CIS.



**Figura 2.2** – Fórmula estrutural do AO, na forma TRANS.

Destacamos, agora, alguns artigos relevantes ao nosso conhecimento específico: Holman R. T. e colaboradores [40] fizeram os primeiros trabalhos em espectroscopia sobre oxidação de ácidos graxos, incluindo o AO. Cedeno, F. O. e colaboradores [41], usando a técnica Differential Scanning Calorimetry (DSC), estudaram o ponto de fusão do AO. Kobayashi, M. e colaboradores [42] fizeram o estudo da transição de fase do tipo ordem – desordem e polimorfismo sofrido pelo AO. Lomnitski, L. e colaboradores [43] estudaram as interações entre beta-caroteno e vários ácidos graxos incluindo o AO.

Em nosso trabalho, o AO foi usado de duas maneiras: a primeira foi na obtenção da LT, com ele puro, verificando-se que o sinal apresenta ruídos, pois temos que aumentar, significativamente, a potência do laser; a segunda foi com o uso de corante, fazendo com que o sinal da LT tivesse os ruídos atenuados e conseqüentemente, obtido com baixa potência.

### **2.3 - A Oleína de Palma**

Alguns óleos e gorduras vegetais têm suas propriedades físicas estudadas com bastante frequência, face ao novo cenário mundial de suas aplicabilidades nos ramos tecnológicos e industriais. Grande parte desses óleos podem ser extraídos da flora amazônica, como, por exemplo, o óleo de palma (*Elaeis guineensis*), extraído do fruto da palmeira conhecida popularmente como dendazeiro. A figura 2.3 mostra a fotografia de um fruto de palma aberto de onde pode-se extrair o óleo bruto natural.



**Figura 2.3** - Fruto da palma oleaginosa, com corte transversal

Segundos dados históricos, há quase 5 mil anos, os faraós egípcios já usavam a palma oleaginosa como importante fonte de alimentação. Partindo da África Oriental, chegou ao Egito. Muito provavelmente, entrou no Brasil com a vinda dos escravos, no século XVI. Já no século XX, a palma oleaginosa, chega à Malásia, onde, em 1917, neste país, dá-se origem à indústria de óleo de Palma, uma das maiores do mundo.

O óleo de palma destaca-se, no Brasil, na região norte, Estado do Pará, onde é conhecida pelos nativos como Azeite de Dendê, comercialmente usado como fonte alimentícia em diversos pratos regionais.

A Oleína de Palma é um produto obtido através do fracionamento natural do óleo de palma refinado, que apesar de sua origem, possui propriedades físicas bem diferentes do azeite refinado [31]

Na temperatura ambiente, a oleína apresenta-se na fase líquida, que é o objeto de nosso estudo neste trabalho. Porém, se armazenada em ambientes frios, pode favorecer a precipitação dos triglicerídios de maior ponto de fusão. A oleína de palma pode misturar-se facilmente com qualquer outro azeite oriundo da palma oleaginosa [44]. A tabela 2.3 apresenta algumas características físico-químicas da oleína de palma.

Acidez ( % Palmítico)	≤ 0,05
Índice de Peróxidos (mEq/kg)	< 1,0
Ponto de Fusão (°C)	14 ± 2
Índice de Refração a 25°C	1,465
Índice de Iodo (Wijjs)	≥ 60
Fósforo (ppm)	≤ 3
Sabor / Odor	Neutro

**Tabela 2.3** - Algumas características importantes da oleína de palma

## **2.4 – Azeite de Oliva**

A cultura do uso do Azeite é milenar, mas não se sabe com exatidão sua origem. A palavra azeite provém do vocábulo árabe “Az-zait”, que significa sumo de azeitona, extraído da árvore chamada Oliveira cultivada há mais de 5000 anos no Mediterrâneo Oriental e Ásia Menor. No século XVI, os espanhóis introduziram o azeite no Peru, Chile e México e no século XVII nos EUA. Sua importância, ao longo dos tempos, resultou das múltiplas utilizações que lhe foram dadas na alimentação, medicina, higiene e beleza.

Azeite de oliva é um tipo de óleo produzido única e exclusivamente a partir de azeitonas, fruto da oliveira. O nome "Azeite de Oliva" não pode ser utilizado nas misturas de azeite com outros óleos (esses são chamados de óleos compostos)[45]. A figura 2.4 mostra o fruto azeitona, do qual se extrai o azeite de oliva e os frascos contendo o produto lançados no mercado.



**Figura 2.4** – À esquerda, o fruto azeitona extraído da oliveira; à direita, o azeite de oliva já extraído e industrializado.

Há uma classificação específica para os tipos de azeite. Podemos ter o Azeite Virgem e o Azeite Extra Virgem. Ambos são obtidos do fruto da oliveira unicamente por processos mecânicos ou por processos físicos em condições definidas termicamente, que não alterem a qualidade do azeite e que não tenham sofrido outros tratamentos além da lavagem, da decantação, da centrifugação e da filtração. A tabela 2.4 mostra a diferença básica entre estes tipos de azeites, bem como seu grau de acidez livre, ou percentual de ácido oleico contido nas suas composições para cada 100 g da mesma.

Tipos de Azeite	Pontuação Organoléptica	Acidez livre (% de Acido Oleico)	Aplicação
Virgem	$\geq 6,5$	$\leq 1$	<b>Consumo</b>
Extra virgem	$\geq 5,5$	$\leq 2$	<b>Consumo</b>

**Tabela 2.4** - A tabela mostra a pontuação organoléptica, a acidez livre e a aplicação do produto para os tipos de Azeite Virgem e Extra Virgem

O grau de acidez não é perceptível no sabor. A acidez se refere, apenas, ao percentual de ácidos graxos livres, contidos no azeite, em relação ao ácido oleico, que é a graxa monoinsaturada majoritária contida no Azeite de Oliva (entre 55% e 83%). Exemplo: 0,5º de acidez máxima significa 0,5% de ácidos graxos livres em relação ao ácido oleico.

Em nosso trabalho, os Azeites de Oliva, Virgem e Extra Virgem possuem uma resposta do sinal de LT com baixa potência, pois sua coloração amarelada mostra que os mesmos possuem componentes absorvedores, como beta caroteno, por exemplo, possibilitando, assim, a obtenção de sua difusividade térmica sem precisar diluir com outras substâncias. Com estudos preliminares

já reportados em outros trabalhos, podemos afirmar que o mesmo tem sua importância para garantia da aferição dos equipamentos aqui usados para nossas medidas.

## **2.5 - Castanha do Brasil**

A castanha do Brasil, comumente chamada de Castanha do Pará, tem sua origem como espécie nativa dos bosques altos nas zonas alagadas da Amazônia Brasileira, Boliviana e Peruana. As populações mais numerosas, com formação mais compacta da espécie, são encontradas no Brasil, principalmente nas regiões do Vale do Papagaio (Mato Grosso), rios Madeira, Maués, Purús, Negro e alto Amazonas (no Amazonas) e nos estados do Acre, Amapá, Rondônia e Roraima.

Os castanhais mais densos e importantes do Brasil encontram-se no município de Marabá, Estado do Pará. É uma árvore da família botânica *Lecythidaceae*, mostrada na figura 2.5, com tronco de grande diâmetro e altura de 30-45 metros. O fruto é esférico, duro, de 11 a 14 cm de diâmetro, os quais denominaram de “ouriço”, conforme ilustra a figura 2.6, com peso variando entre 700 g e 1500 g e contendo no seu interior de 15 a 24 castanhas, frutos menores, expostos na figura 2.7, do qual se extrai o óleo da castanha (ver figura 2.8), objeto de nosso estudo.



**Figura 2.5** – Árvore da família botânica Lecythidaceae, denominada popularmente de castanheira e ao lado o fruto esférico, duro, de 11 a 14 cm de diâmetro, denominado de “ouricho”



**Figura 2.6** – Castanhas, frutos menores, contidas no interior do “ouricho” e ao lado o frasco contendo óleo da castanha, produzido em escala industrial para fins diversos.

A Castanha do Brasil possui alto valor protéico e calórico além de ser rica em selênio, substância que reduz o risco de cânceres como o de pulmão e de próstata e combate os radicais livres, agindo contra o envelhecimento, fortalece o sistema imunológico, atua no equilíbrio da tireóide. Pode ser consumida *in natura*, torrada, na forma de farinhas, doces e sorvetes. É também usada na fabricação de produtos de beleza para o cabelo. A castanha tem uma casca fina, marrom e brilhante. A polpa é branca, farinhenta e saborosa [46].

Em nosso trabalho, a formação de LT, na Castanha do Brasil, só é possível com um aumento na potência do laser. Isto faz o sinal de resposta conter ruídos, face à sua forma límpida e transparente.

## **2.6 - Corantes**

Neste trabalho, a importância do uso de corantes está associado à sua propriedade óptica característica de absorção. Os corantes usados apresentam resultados satisfatórios, quando inseridos no material transparente de estudo, em porções muito pequenas de concentração, facilitando, assim, uma pequena absorção do composto e permitindo a visualização dos efeitos térmicos notados no processo experimental.

Desta forma, a LT, no material transparente, diluído com um determinado corante específico, torna-se visível e apresenta propriedades termo-óptica bem definidas. É importante frisar que, para não afetar diretamente as medidas obtidas e desejadas do composto, a concentração de material transparente e corante, deve ser muito pequena.

Com isso, nota-se que o comportamento das amostras *versus* medidas obtidas seguem um padrão de relação coerente, que será discutida qualitativamente e quantitativamente nos capítulos seguintes. Os corantes usados neste trabalho foram: CAC (*Corante Amarelo Crepúsculo*) e Rh B (*Rodamina B*). O CAC é conhecido popularmente devido ao uso na coloração de determinados alimentos, já que o mesmo pode ser comestível, enquanto que com a Rh B deve-se ter um cuidado especial de manipulação, pois a mesma tem características rotuladas de produzir efeitos cancerígenos.

De modo sucinto, faremos um breve estudo de cada corante usado neste trabalho, para melhores informações dos mesmos.

### **2.6.1 - Corante Amarelo Crepúsculo(CAC)**

Segundo o Laboratório Plury Química Ltda [47], um dos produtores deste corante, afirma que o CAC tem fórmula molecular  $C_{16}H_{10}N_2O_7S_2Na_2$ , e peso molecular de 452,37g/mol. O CAC é um produto na forma de pó fino homogêneo de cor vermelho tijolo, inodoro, muito higroscópico, uma vez que possui uma capacidade elevada de absorver umidade do meio, de modo que, em solução a 10 ppm ( $\mu\text{g/mL}$ ), apresenta tonalidade laranja, estando livre de materiais estranhos.

A obtenção destes compostos é proveniente do carbono, através de síntese química e suas aplicabilidades podem ser notadas nas colorações de alimentos em geral, produtos de perfumaria e de beleza.

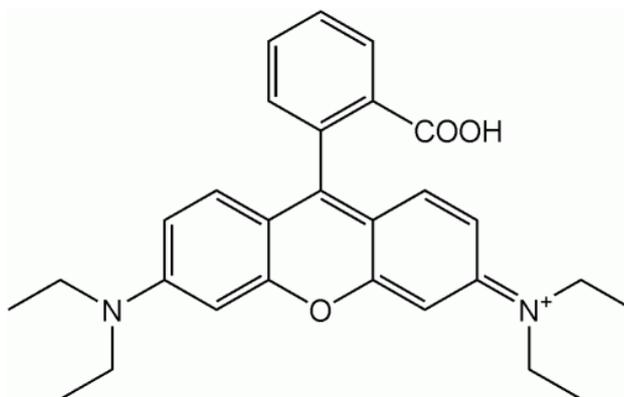
### **2.6.2 – Rodamina B (Rh B)**

Rodamina é um nome genérico para uma família de compostos orgânicos de corantes chamados fluoronas. Como exemplo, podemos citar a Rodamina 6G e Rodamina B ou Rosa Rodamina B. A Rodamina B pode ser usada como simples corantes ou como corante laser para se obter um meio amplificador. O corante de rodamina fluorescem e podem ser medidos facilmente a baixo custo com instrumentos chamados fluorímetros e são usados extensivamente em aplicações biotecnológicas, tais como: a microscopia de fluorescência, citometria de fluxo e os testes do tipo **ELISA (Enzyme Linked Immuno Sorbent Assay)** [48], o qual é um teste

imunoenzimático que permite a detecção de anticorpos específicos no plasma sanguíneo. Este teste é usado no diagnóstico de várias doenças que induzem a produção de imunoglobulinas. Também é usada como corante básico no tingimento de papel, madeira e derivados de celulose, sendo o corante habitual dos conhecidos "compensados rosas" usados em construção civil [ 49].

Rodamina B é detectável em torno de 610 nm quando usada como um corante laser. É ainda chamada Rodamina 610 ou sulforodamina, que é o material usado em nosso trabalho.

Corantes do tipo Rodamina são geralmente tóxicos, e são solúveis em Água, Metanol e Etanol e Ácido Oleico (AO). A figura 2.9 mostra a fórmula estrutural da rodamina B, cuja Fórmula molecular é  $C_{28}H_{31}N_2O_3Cl$  e o peso molecular é de 479,02 g/mol [50].



**Figura 2.7** – Fórmula estrutural da Rodamina B

Neste trabalho a Rodamina B foi o diluente do Ácido Oleico. A partir desta composição foram obtidas concentrações pequeníssimas de AO + Rh B, que serão exibidas nos capítulos 5 e 6, dentro do procedimento experimental e das análises de resultados, nos quais foram observadas as características de formação de LT.

# **CAPÍTULO 3**

## ***Caracterização dos Feixes Ópticos Utilizando a Técnica da Lâmina.***

### ***3.1- Introdução.***

Neste Capítulo, faremos uma abordagem, não tão simples, porém interessante do ponto de vista científico, mostrando por efeitos comparativos, uma nova proposta para determinação das cinturas dos feixes luminosos, comparando a outras formas utilizadas, em vários trabalhos, explorando métodos qualitativos e quantitativos.

Embora recursos tecnológicos mais recentes, viabilizados pela era digital, possibilitem a determinação das cinturas dos feixes por intermédio de um aparelho digitalizado que informa, instantaneamente, o valor da cintura do feixe com precisão, optamos pelo método tradicional, focalizando mudanças consistentes que servirão de apoio para trabalhos futuros.

Como a caracterização fundamental dos feixes de laser tornou-se um procedimento importante em muitas aplicações dessa natureza, a determinação das cinturas dos feixes representa valores imprescindíveis para a obtenção dos parâmetros das equações envolvidas.

A medição exata da cintura de um feixe de laser próximo ao foco de uma lente é muito importante em muitas aplicações, como, por exemplo, em experimentos de Varredura Z e Espectrometria de Lente Térmica, etc. Muitas técnicas têm sido desenvolvidas com essa finalidade, entre as quais se pode citar a técnica de Varredura de Fenda e a técnica do “Pinhole”, no entanto a mais utilizada é a “Técnica da Lâmina” [50,56].

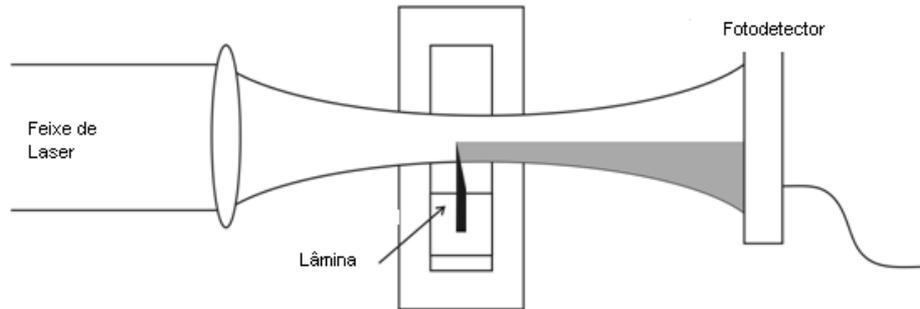
Para tal, o uso constante desta técnica em diversos trabalhos, é justificado pelo fato de podermos determinar a cintura do perfil gaussiano de um feixe laser de forma simples e de baixo custo. Estudaremos um pouco a teoria deste método e, a seguir, apresentaremos uma mudança no mesmo, levando em conta uma teoria mais atualizada e consistente, que respalda os resultados experimentais obtidos em nosso trabalho.

### **3.2 – A “Técnica da Lâmina”**

A Técnica da Lâmina é um método que permite a determinação rápida, barata e precisa de parâmetros do feixe. Tem sido amplamente utilizada, há décadas, e é considerada uma técnica padrão para a caracterização do feixe de laser Gaussiano.

Nesta técnica, uma lâmina desloca-se transversalmente à direção de propagação do feixe de laser e a potência total de transmissão é medida como função da posição desta lâmina. Uma configuração típica experimental é mostrada na figura 3.1.

Esta técnica exige uma borda afiada (normalmente uma lâmina de barbear), adaptada a um micrômetro e um medidor de potência ou medidor de energia para medir o sinal dos pulsos transmitidos.



**Figura 3.1** – Esquema simplificado para a medida do raio de um feixe de laser, usando a Técnica da Lâmina. A área escura representa o bloqueio do feixe causado pela lâmina

Em 1971, J. A. Arnoud e Colaboradores [57] desenvolveram uma teoria fundamentada em equações matemáticas para determinação de diversos parâmetros de um feixe de laser gaussiano, entre eles o valor da cintura do feixe em uma determinada posição, num espaço cartesiano. A medição pode ser realizada por meio de apenas um foto detector e uma lâmina acoplada a um micrômetro. Com movimentos nos eixos  $x$  e  $y$  definidos num plano cartesiano, a lâmina vai cortando o feixe transversalmente, alterando, assim, a intensidade do sinal luminoso que atinge o fotodetector [58]. Para um feixe de simetria Gaussiana, a intensidade  $I(x, y)$  é dada por:

$$I(x, y) = I_0 \exp \left[ -2 \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{\omega^2} \right] \quad (3.1)$$

onde  $\omega$  é o raio do feixe. A potência total é obtida pela integração de  $I(x, y)$ , portanto:

$$P_T = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy I(x, y) = \frac{\pi \omega^2}{2} I_0 \quad (3.2)$$

A figura (3.1) representa o perfil transversal de um feixe gaussiano, no plano  $x$  e  $y$ , reproduzido numa seção de corte efetivado pela lâmina. Neste caso, durante o processo, a potência transmitida ao foto detector é definida por:

$$P(x, y) = \int_x^{+\infty} dx \int_y^{+\infty} dy I(x, y) \quad (3.3)$$

Apesar da equação (3.3) não apresentar uma solução analítica conhecida, Khosrofian e Garetz [59] propuseram uma solução simplificada desta equação, assim definida:

$$P_N = \frac{1}{1 + \exp[-(a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3)]} \quad (3.4)$$

Os valores definidos para os coeficientes da equação (3.4) são:  $a_0 = -6,71387 \times 10^{-3}$ ,  $a_1 = -1,55115$ ,  $a_2 = -5,13306 \times 10^{-2}$ ,  $a_3 = -5,49164 \times 10^{-2}$ ,  $t = (2/\omega_x)(x - x_0)$  e  $P_N(x) = P(x)/P_T$  é a potência normalizada. O erro na determinação da cintura  $\omega$ , usando esta expressão alternativa, na maioria dos casos, é suposto como sendo de apenas 0,05%.

Para um feixe fundamental de Gauss, sua propagação é completamente caracterizada pela cintura  $w$  do feixe e pela posição  $z$  da cintura. Então  $\omega(z)$  é definido pela expressão:

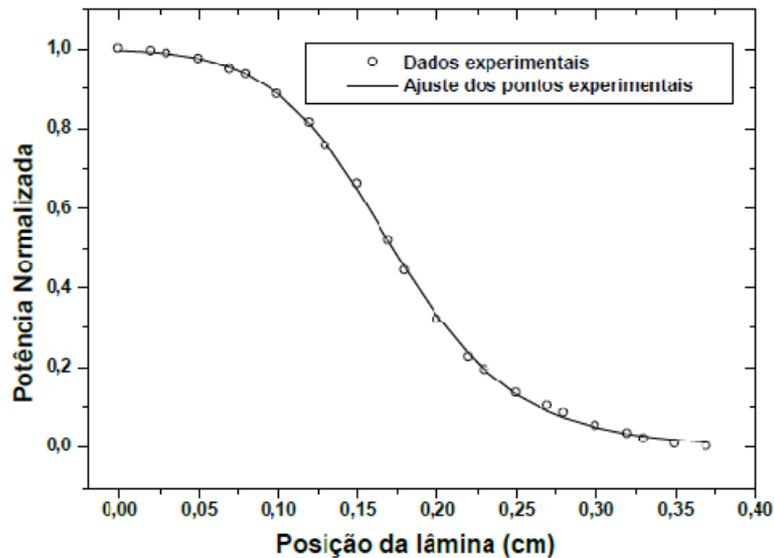
$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left[ \frac{\lambda(z - z_0)}{\pi w_0^2} \right]^2} \quad (3.5)$$

Onde,  $\lambda$  é o comprimento de onda do laser.

Entretanto, caso o feixe não seja do tipo modo fundamental Gaussiano, a equação (3.5) tem a inserção de um fator  $M$ , que ajustará a mesma, de modo que  $M$  poderá ser determinado pela expressão:

$$M^2 = \frac{\pi \omega_0^2}{2\lambda(z - z_0)} \left( \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (3.6)$$

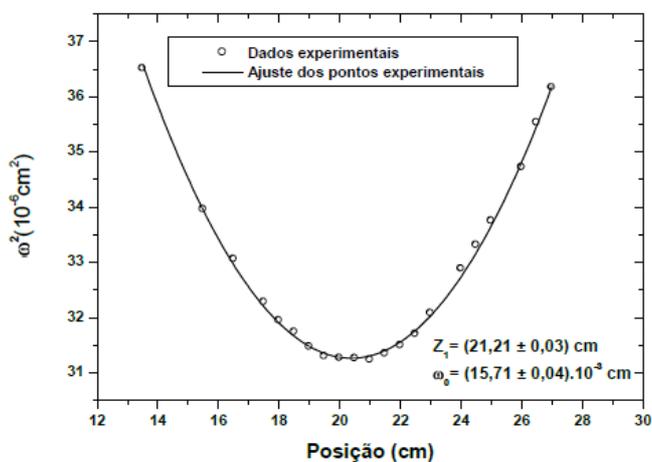
A figura (3.2) representa o diagrama da potência normalizada  $P_N$  em função da posição  $z$ , de acordo com a equação (3.4).



**Figura 3.2** – Curva característica da potência normalizada em função da posição de deslocamento da lâmina durante o corte do feixe laser.

A partir do ajuste dessa equação é possível obter a medida da cintura  $\omega(z)$  do feixe na posição  $z$  do corte transversal. Desta forma, notamos que o diagrama de  $\omega(z)$ , em função da posição  $z$ , é dado pela equação (3.5) e está representado na figura (3.3).

Com esse novo ajuste, é possível obter o valor da cintura mínima do feixe, bem como sua posição ao longo do eixo  $z$ . [60]



**Figura 3.3** – Diagrama que representa o valor da cintura quadrática em função da posição da secção do corte do laser. Tal esquema é importante para visualização e determinação da cintura mínima do feixe e sua respectiva posição.

### **3.3 – Um Melhor Ajuste na “Técnica da Lâmina”**

Como vimos na secção anterior, a determinação das cinturas dos feixes implica em uma série de detalhes que devem ser levados em consideração, principalmente no que concerne às aproximações matemáticas envolvidas, a fim de que possamos garantir o resultado das medidas.

Para aprimorar estes resultados e torná-los mais confiáveis, com redução principalmente nas margens de erros, a partir do recurso de programas computacionais mais recentes, propusemos uma alteração significativa nos coeficientes da equação (3.4), de modo que possamos obter os melhores resultados, dentro de uma aproximação mais simples e com equações mais resumidas.

Em 1993, Rufino D. Uribe e colaboradores [61] já propunham uma mudança nas aproximações da “Técnica da Lâmina”, atribuindo uma solução para a equação (3.3) definida pela função erro gaussiana. Tal expressão inicial pode ser esquematizada da seguinte maneira:

$$P(x) = \frac{1}{2} P_T \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{2}}{r_0} x \right) \right] \quad (3.7)$$

onde 
$$P_T = \frac{\pi}{2} r_0^2 I_0 \quad (3.8)$$

sendo a função erro gaussiana dada por:

$$\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp(-t^2) dt \quad (3.9)$$

A expressão (3.7) pode ser escrita na forma da função erro gaussiana inversa. Neste caso, podemos dizer que:

$$x = \frac{r_0}{\sqrt{2}} \operatorname{erf}^{-1} \left[ \frac{2P}{P_T} - 1 \right] \quad (3.10)$$

Com estas modificações, a solução para a expressão (3.3) apresenta resultados satisfatórios, dentro da margem de erros esperada.

Em 2009, a equipe de trabalho do Laboratório de Óptica Não Linear da Universidade Federal da Paraíba, sob coordenação de Prof. Dr. P.C. de Oliveira, procurou, de forma inovadora, fazer uma relação mais consistente dos trabalhos citados anteriormente. Para isso propôs uma alteração na equação da potência normalizada inicialmente proposta em (3.4), de modo a torná-la mais simples com a redução de coeficientes, a fim de que o processo operacional mais bem ajustado ofereça um resultado com o menor percentual de erro. Em nossa discussão, consideramos um feixe de laser radial simétrico Gaussiano com intensidade descrita por:

$$I(x, y) = I_0 \exp \left[ -2 \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{\omega^2} \right] \quad (3.11)$$

onde  $I_0$  é a intensidade inicial e o centro do feixe está localizado na posição  $(x_0, y_0)$  e  $x$  e  $y$  são as coordenadas cartesianas transversais de qualquer ponto em relação a uma origem, convenientemente escolhido no início de um experimento, e  $w$  é o raio do feixe, medido a uma posição onde a intensidade diminui de  $1/e$  vezes o seu valor máximo  $I_0$ .

No entanto, a equação (3.11) não é a única maneira de expressar a intensidade do feixe de laser Gaussiano. Alguns autores preferem definir o raio do feixe em uma posição onde a amplitude do campo elétrico cai para  $1/e$ , enquanto a intensidade cai para  $1/e^2$  vezes o valor máximo. Nossa escolha na definição da intensidade segue a mesma feita por Khosrofian e Garetz.

Com a lâmina provocando, inicialmente, o bloqueio do feixe de laser, o micrômetro pode ser ajustado. Neste caso, a potência normalizada transmitida é obtida pela integral:

$$P_N = \frac{\int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} I(x',y) dy dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x',y)} \quad (3.12)$$

que nós dá:

$$P_N(x) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{x-x_0}{\omega} \right) \right] \quad (3.13)$$

onde erf é a função erro.

A área operacional do fotodiodo é considerada maior que a área operacional do feixe laser da seção transversal em posição de detecção e, portanto, os efeitos de difração podem ser desprezados.

A função erro na equação (3.13) não é uma função analítica e sua utilização no ajuste dos dados experimentais não é um procedimento prático. Uma abordagem na análise de dados pode ser feita com a derivada da equação (3.13), que é analítica, e é dada por [62,63]:

$$\frac{dP_N(x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{\pi}\omega} \exp \left[ -\frac{(x-x_0)^2}{\omega^2} \right] \quad (3.14)$$

Mas o processo de tomada de derivadas, dos dados experimentais com flutuações, resulta na amplificação destas flutuações e, conseqüentemente, um aumento nos erros. Para superar esse problema, Khosrofian e Garetz sugeriram a substituição da  $P_N(x)$  de uma função analítica por uma que represente, aproximadamente, a  $P_N(x)$  ajustada aos dados experimentais. Esta função de adaptação é dada

$$f(s) = \frac{1}{1+\exp[p(s)]} \quad (3.15)$$

onde:

$$p(s) = \sum_{i=0}^m a_i s^i \quad (3.16)$$

$$e^{-s} = \frac{\sqrt{2(x-x_0)}}{\omega} \quad (3.17)$$

Por razões práticas, estes cientistas limitaram o polinômio  $p(s)$  ao termo de terceira ordem, de modo que:

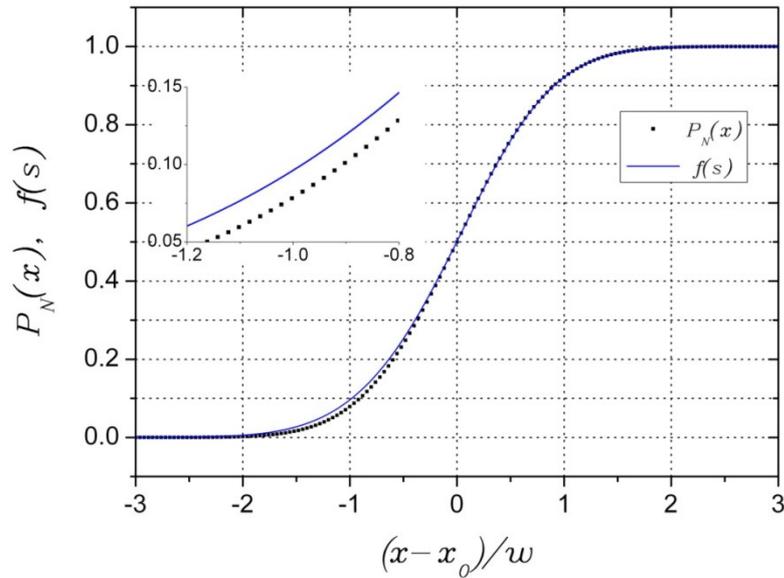
$$f(s) = \frac{1}{1+\exp(a_0+a_1s+a_2s^2+a_3s^3)} \quad (3.18)$$

Usando dados da função distribuição normais tabulados e análise de mínimos quadrados, os coeficientes polinomiais foram determinados como:

$$a_0=-6,71387 \times 10^{-3}, a_1=-1,55115, a_2=-5,13306 \times 10^{-2} \text{ e } a_3=-5,49164 \times 10^{-2}$$

Embora essa função montada tenha sido usada por décadas e referenciada por vários autores, decidimos comparar com a função exata, dada pela equação 3.13 [64].

O primeiro passo, no processo de comparação, foi colocar as parcelas das equações em um único gráfico. O resultado é mostrado na figura 3.4. Verificou-se que a função de ajuste apresenta uma adaptação muito boa para  $f(s) > -0,5$ , mas não se ajusta bem para  $f(s) < -0,5$ . Esse resultado é consequência do processo que tem sido empregado para se adequar  $f(s)$  aos pontos de dados, isto porque os parâmetros que definem  $f(s)$  foram determinados a partir de dados tabulados normalmente com argumentos positivos somente.



**Figura 3.4** – A linha colorida representa a equação (3.18) e a linha pontilhada, a equação(3.13). Em destaque, a diferença visualizada nas duas curvas, para essas equações

Para estender o procedimento, a fim de incluir argumentos negativos de  $f(s)$ , Khosrofian e Garetz sugeriram definir que  $f(-s) = 1 - f(s)$ . Mas como o  $f(s)$  contém  $p(s)$ , que é um polinômio com termos de potência ímpar em  $s$ , este pressuposto não é válido.

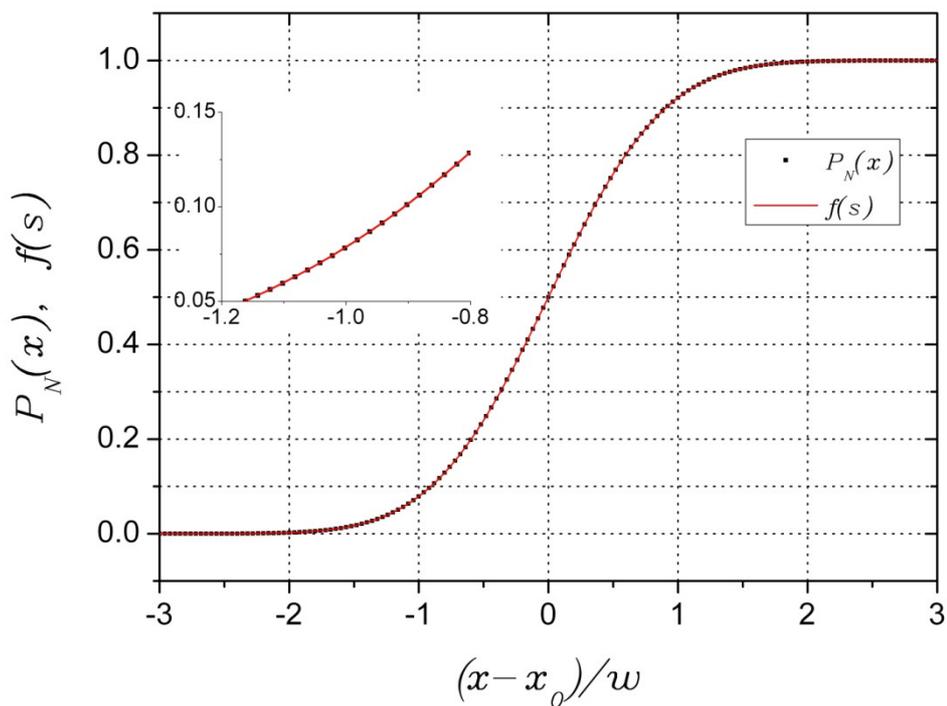
Considerando a simetria da função erro, a função de ajuste  $f(s)$  deve conter apenas termos de potência ímpar de  $s$ . Na verdade, uma montagem de  $f(s)$  para os dados exatos, dado pela equação (3.13), mostra que  $a_0$  e  $a_2$ , numericamente, convergem para zero e os novos coeficientes não nulos ajustados, até a terceira ordem, são dadas por:

$$a_1 = -1,597106847 \quad \text{e} \quad a_3 = -7.0924013 \times 10^{-2}$$

Portanto, podemos escrever a equação (3.18) da seguinte maneira:

$$f(s) = \frac{1}{1 + \exp(a_1 + a_3 s^3)} \quad (3.19)$$

Para chegar a esses novos coeficientes, foi gerado um conjunto de pontos diretamente na equação (3.13) com  $x_0 = 0$  e  $\omega = 1$ , usando os programas computacionais Maple e Origen 7.5, podemos ajustar o conjunto de dados com a equação (3.18). No processo de ajuste, mantivemos fixos os valores de  $x_0$  e  $\omega$ , permitindo que os coeficientes pudessem variar. O resultado é mostrado na figura 3.5



**Figura 3.5** – Comparação entre a equação (3.13) (linha pontilhada) e a equação (3.19) (linha colorida).

Do ajuste dos dados simulados com o mesmo conjunto de  $f(s)$  dada pela equação (3.18), os coeficientes são mantidos. Neste caso, os valores obtidos para  $x_0$  e  $\omega$  foram 0,0132 e 0,9612, respectivamente. Isso corresponde a uma diferença de, aproximadamente, 3,9% do feixe laser, sendo que o erro na posição central, em relação ao raio do feixe, é cerca de 1,3%.

Essas diferenças podem representar um sério problema em experimentos de alta precisão. Por exemplo, uma vez que a intensidade do laser é inversamente proporcional ao quadrado do raio resulta uma superestimação de aproximadamente 7,6% da intensidade do laser se a equação (3.18) é usada, como a função de ajuste. Por outro lado, uma estimativa do erro em  $\omega$  e  $x_0$ , nos valores na faixa de  $10^{-7} - 10^{-8}$  surge quando se usa a equação (3.19), que assume, exatamente, os mesmos valores caso usemos a equação (3.13).

Com estes resultados, podemos dizer que equação (3.19) não é apenas uma aproximação boa para o nosso problema em particular, mas também pode ser útil em muitos problemas numéricos em diferentes campos da ciência que envolve a função erro. Como um exemplo do uso de expressões analíticas para a função erro, outro problema físico, que se faz referência ao trabalho de Van Halen [65], foi utilizado para calcular o campo elétrico e distribuição de potencial na junção de semicondutores com perfil gaussiano.

A inclusão do termo de quinta ordem no polinômio  $p(s)$  continuará a melhorar a precisão, mas não vale a pena fazer a partir de uma análise da Técnica Lâmina, na qual as flutuações experimentais dominam os erros na configuração dos dados. No entanto, uma vez que o foco da nossa discussão é contribuir para a melhoria da análise de dados e possibilitar a utilização desta função em diferentes tipos de problemas, estendeu a nossa discussão para analisar o comportamento de  $f(s)$  quando o termo de quinta ordem é incluído.

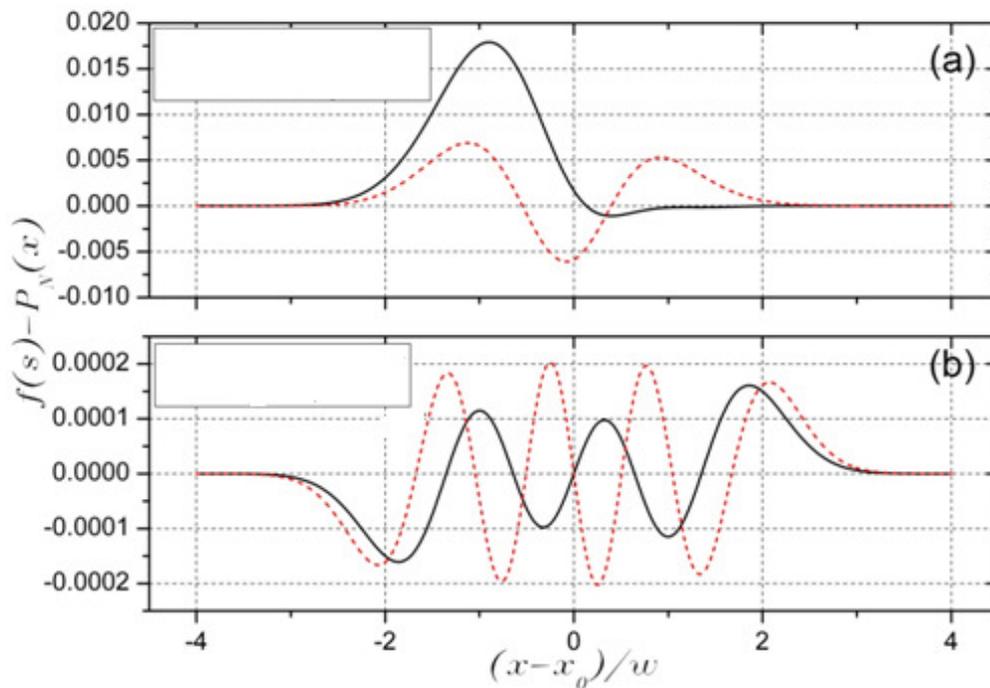
A primeira anotação sobre a inclusão do termo de quinta ordem  $a_5$  no polinômio  $p(s)$  é que ele vai exigir um novo cálculo de todos os coeficientes e, portanto,  $a_1$  e  $a_3$  vão mudar seus valores. O novo cálculo dos coeficientes é:

$$a_1 = -1,5954086, \quad a_3 = -7,3638857 \times 10^{-2} \quad \text{e} \quad a_5 = +6,4121343 \times 10^{-4}$$

Para verificar o quão perto as funções de aproximação são exatamente iguais à função  $P_N(x)$ , temos traçado diferenças encontradas entre  $f(s)$  e  $P_N(x)$  para  $(x-x_0)/\omega$ , variando de -4,0 a 4,0, cobrindo toda a região de interesse.

Na figura 3.6(a),  $f(s)$ , dada pela equação (3.18), foram utilizadas duas formas diferentes: com os parâmetros  $\omega = 1$  e  $x_0 = 0$  (linha sólida) e  $\omega = 0,9612$  e  $x_0 = 0,0132$  (linha tracejada), obtidos quando se tenta encaixar  $P_N(x)$  com  $f(s)$ . Na figura 3.7(b), as diferenças são calculadas com  $f(s)$  dada pela equação (3.19) de duas maneiras: a primeira, em que apenas os coeficientes  $a_1$  e  $a_3$  são considerados (linha sólida); a segunda, quando os novos coeficientes do conjunto, que inclui  $a_5$ , é considerado (linha tracejada).

Ao analisar as curvas mostradas figura 3.6, podemos concluir que, na aproximação, a função  $f(s)$  definida pela equação (3.19) é, em média, duas ordens de magnitude maior para a função exata  $P_N(x)$ , que é definida pela equação (3.18). Quando o termo de quinta ordem está incluída no polinômio  $p(s)$ , a aproximação é ainda melhor, fazendo surgir uma maior diferença, que é cerca de  $2 \times 10^{-5}$  em toda a região de interesses.



**Figura 3.6**– Diferenças entre  $f(s)$  e  $P_N(x)$ : em (a),  $f(s)$  é dada pela equação (3.18) com os parâmetros  $\omega = 1,0$  e  $x_0 = 0,0$  (linha cheia) e  $\omega = 0,9612$  e  $x_0 = 0,132$  (linha tracejada); em (b),  $f(s)$  é dada pela equação (3.19), considerando, apenas, os coeficientes  $a_1$  e  $a_3$  (linha cheia) e quando os novos coeficientes são obtidos com a inclusão do coeficiente  $a_5$  (linha tracejada)

Para se verificar como a escolha da função de ajuste interfere na análise dos dados experimentais verdadeiro, foi realizado um experimento simples, usando a configuração mostrada na figura 3.1.

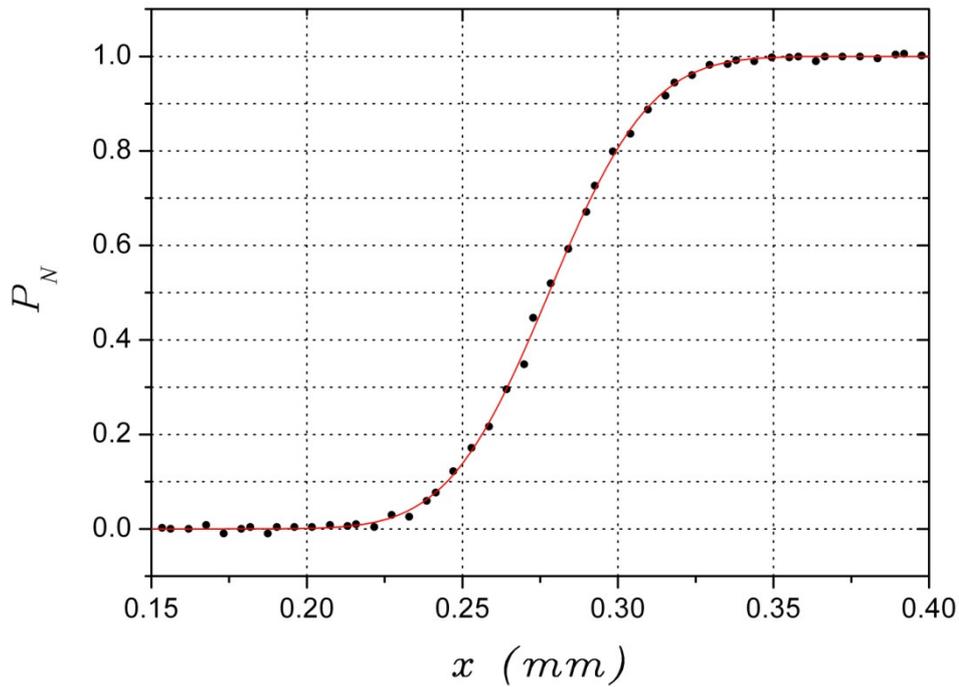
Em nossas experiências, usamos um laser de He-Ne com potência de saída de 10 mW que foi focalizado por uma lente de distancia focal 25 cm. A lâmina foi montada no topo de um carrinho motorizado (modelo M-UTM150PP.1), que sofre translação com uma resolução de 0.1  $\mu\text{m}$ . A posição da translação da lâmina foi controlada por um computador, enquanto a potência total de transmissão do laser foi adquirida por um medidor de potência do tipo OPHIR NOVA. O sinal de saída analógica do medidor de energia foi

enviado para o computador através de uma placa de aquisição da National Instruments USB-6000.

Para tal, nós estabelecemos a velocidade de translação da lâmina a 0,5 mm/s, e a taxa de aquisição de 100 amostras/s. Os dados experimentais, tomados em uma posição perto do foco da lente, são mostrados na figura 3.7, onde também exibe uma montagem dos dados experimentais obtidos com equação (3.19). A montagem mesmo foi feita com a equação (3.18) e, embora ambas as equações dêem origem a curvas que, aparentemente, são representativas dos dados experimentais, resultam em valores diferentes para o feixe laser.

Depois de analisar 10 varreduras e aplicar o conjunto de dados na equação (3.19), chegamos ao valor médio  $\omega = (36,60 \pm 0,06) \mu\text{m}$ . Um resultado 3,8% inferior a este é obtido quando se tenta encaixar os mesmos dados experimentais com a equação (3.18). Isto confirma a necessidade de utilizar a função correta na montagem para analisar os dados experimentais.

Destarte, se agora comparar a posição do centro do feixe, dada por duas funções na montagem, encontramos uma diferença, em relação ao raio, de 1,2% entre os resultados. Como o tipo de erros introduzidos pelo uso da equação (3.18) é sistemático, os resultados anteriores de medidas dos raios de feixes de laser podem ser corrigidos utilizando um fator multiplicador de 1,04. Se definir o raio do feixe de laser em uma posição onde a intensidade cai para  $1/e^2$  vezes o valor máximo é necessário multiplicar  $w$  por  $\sqrt{2}$  para chegar ao valor desejado.



**Figura 3.7** - Registros dos dados experimentais usando a equação (3.19). Uma curva semelhante é obtida por meio da equação (3.18), mas com o feixe de laser ajustado com raio 3,8% menor.

Portanto, podemos mostrar com isso que, numa função sigmoideal, com base na função de Khosrofian e Garatz, há necessidade de novos coeficientes para a correta caracterização do feixe laser na Técnica da Lâmina. Encontramos esses novos coeficientes e mostramos que a nova função se ajusta perfeitamente aos dados experimentais e melhora ainda a precisão dos resultados.