

Zariff Meira Gomes

# **Filtro Ativo Trifásico Shunt com Número Reduzido de Indutores**

João Pessoa, Brasil

30 de julho de 2015

Zariff Meira Gomes

## **Filtro Ativo Trifásico Shunt com Número Reduzido de Indutores**

Dissertação de Mestrado submetido à Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba - Campus I de João Pessoa como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Universidade Federal da Paraíba – UFPB  
Centro de Energias Alternativas e Renováveis  
Departamento de Engenharia Elétrica

Orientador: Professor Isaac Soares de Freitas, Dr. Ing.

João Pessoa, Brasil  
30 de julho de 2015

---

Zariff Meira Gomes

Filtro Ativo Trifásico Shunt com Número Reduzido de Indutores/ Zariff Meira  
Gomes. – João Pessoa, Brasil, 30 de julho de 2015-  
55 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: Professor Isaac Soares de Freitas, Dr. Ing.

Dissertação de Mestrado – Universidade Federal da Paraíba – UFPB  
Centro de Energias Alternativas e Renováveis  
Departamento de Engenharia Elétrica , 30 de julho de 2015.

---

Zariff Meira Gomes

## **Filtro Ativo Trifásico Shunt com Número Reduzido de Indutores**

Dissertação de Mestrado submetido à Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Paraíba - Campus I de João Pessoa como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Trabalho aprovado. João Pessoa, Brasil, 17 de Julho de 2015:

---

**Professor Isaac Soares de Freitas, Dr.**  
**Ing.**  
Orientador

---

**Professor Fabiano Salvadori**  
Avaliador Interno

---

**Professor Ricardo Ferreira Pinheiro**  
Avaliador Externo

João Pessoa, Brasil  
30 de julho de 2015

*Este trabalho é dedicado a Deus, a minha mãe, meus irmãos,  
minha noiva, orientador e aos meus amigos.*

# Agradecimentos

Agradeço a Deus por me proporcionar de forma privilegiada todo o acesso e recursos que não mereço. Agradeço a toda minha família que me suporta e me dá ânimo para seguir aprendendo e avançando em minha carreira profissional. A pessoas como Nadja e sua família que me deram inestimável suporte nesta caminhada, amigos como Mariana que me proporcionaram os melhores momentos em toda minha convivência acadêmica, 3D, Ranieri, Victor, Michell, PPG, Filipe, Jean, Ivan, Marcos Meira, Edson dentre vários outros que não caberiam nesta página. Ao meu orientador que me passou grande conhecimento e suporte, aos professores que me apoiaram como Fabiano Salvadori, Lucas Hartmann, Darlan, Nady, Juan, dentre outros. Gostaria de agradecer também à banca examinadora pelas grandes contribuições ao trabalho e ao CNPQ que proporcionou suporte financeiro através do processo 404961/2013-4.

*"É possível encontrar a felicidade mesmo nas horas mais sombrias, se lembrar de  
acender a luz."  
(Alvo Dumbledore)*

# Resumo

Neste trabalho é apresentado um filtro ativo de potência trifásico para sistemas trifásicos a três fios com um indutor a menos em comparação com a estrutura usual de um filtro ativo shunt. Para a determinação das referências e controle foi utilizada a transformada de Park, ou seja, todo o controle foi feito em eixos síncronos. O filtro ativo deste trabalho está na configuração paralela funcionando, portanto, como uma fonte de corrente e deverá corrigir o fator de potência e harmônicos de corrente da rede elétrica, estes últimos de forma seletiva. Foram apresentados resultados de simulação validando a estratégia de controle.

**Key-words:** Filtro ativo de potência, Transformada de Park, Controle Seletivo Harmônicas.

# Abstract

This work presents an active power filter for three-phase three-wire systems without an inductor when compared to the usual structure of a shunt active power filter. For the determination and control of the references it was used the Park's transformation, it means that all control was done in synchronous axes. The active filter of this work is in parallel configuration acting therefore as a current source and should correct the power factor and current harmonics selectively of the power grid. Simulation results were presented validating the control strategy.

**Key-words:** Active Power Filter, Park transform, Selective Harmonic Elimination.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Filtros ativos série e paralelo. . . . .	3
Figura 2 – Filtro ativo série com filtro passivo paralelo. . . . .	4
Figura 3 – Filtro ativo shunt com filtro passivo paralelo. . . . .	4
Figura 4 – Filtros ativos em série com filtro passivo. . . . .	4
Figura 5 – Sistema trifásico a três fios com inversor shunt . . . . .	8
Figura 6 – Sistema a ser modelado. . . . .	9
Figura 7 – Correntes a serem injetadas no sistema para correção do fator de potência. . . . .	11
Figura 8 – Grandezas nos eixos genéricos. . . . .	12
Figura 9 – Dedução das correntes $i_{Q1}$ e $i_{Q3}$ . . . . .	13
Figura 10 – Diagrama do controlador de tensão do barramento capacitivo. . . . .	15
Figura 11 – Geração dos eixos genéricos $d$ e $q$ na frequência $k$ . . . . .	16
Figura 12 – Transformação para eixos genéricos de frequência $k$ . . . . .	16
Figura 13 – Diagrama de controle para correção do fator de potência. . . . .	17
Figura 14 – Soma das tensões de referência dos controladores. . . . .	18
Figura 15 – Diagrama fasorial do sistema em regime permanente com fator de potência corrigido. . . . .	19
Figura 16 – Sistema trifásico a três fios com inversor shunt. . . . .	22
Figura 17 – Sistema trifásico a três fios com inversor shunt com um indutor a menos. . . . .	24
Figura 18 – Ripples de corrente do braço central dos FAP com três e dois indutores com mesmo valor de indutância. . . . .	25
Figura 19 – Ripples de corrente do braço central do FAP com três indutores e do FAP com dois indutores duas vezes maiores. . . . .	26
Figura 20 – Efeito do entreferro na saturação do núcleo. . . . .	27
Figura 21 – Tensões e correntes de fase defasadas. . . . .	32
Figura 22 – Tensões e correntes de fase com fator de potência próximo da unidade. . . . .	33
Figura 23 – Circuito com reativos na fundamental, quinta e sétima harmônicas. . . . .	33
Figura 24 – Corrente no espectro de frequências. . . . .	34
Figura 25 – Circuito com correção da quinta harmônica e fator de potência. . . . .	34
Figura 26 – Corrente do espectro de frequências. . . . .	35
Figura 27 – (Circuito com correção da quinta e sétima harmônicas e fator de potência. . . . .	35
Figura 28 – Corrente no espectro de frequências. . . . .	36
Figura 29 – Bancada de experimental. . . . .	36
Figura 30 – Sistema montado em bancada experimental - apenas um dos filtros em funcionamento. . . . .	37
Figura 31 – Tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando apenas os reativos da fundamental. . . . .	37

Figura 32 – Tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando os reativos da fundamental e a quinta harmônica. . .	38
Figura 33 – Tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando os reativos da fundamental, a quinta e a sétima harmônicas. . . . .	38
Figura 34 – Tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando os reativos da fundamental, a quinta, a sétima e a décima primeira harmônicas. . . . .	39
Figura 35 – Transformada para Seleção de Harmônicas. . . . .	53
Figura 36 – Convolução entre os sinais $X[\Omega]$ e $D[\Omega]$ . . . . .	55

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Métodos de Detecção de Harmônicas. . . . .	5
---	---

# Lista de abreviaturas e siglas

FAP	Filtro Ativo de Potência.
PWM	Pulse Width Modulation.
DSP	Digital Signal Processor.
THD	Distorção Harmônica Total ( <i>Total Harmonic Distortion</i> ).
CC	Corrente Contínua.
PLL	Phased Locked Loop.

# Lista de símbolos

$L_g$	Indutância equivalente de rede.
$r_g$	Resistência equivalente de rede.
$L_f$	Indutância equivalente de filtro.
$r_f$	Resistência equivalente de filtro.
$i_{g1}$	Corrente da linha 1 da rede elétrica.
$i_{g2}$	Corrente da linha 2 da rede elétrica.
$i_{g3}$	Corrente da linha 3 da rede elétrica.
$i_{l1}$	Corrente da linha 1 da carga.
$i_{l2}$	Corrente da linha 2 da carga.
$i_{l3}$	Corrente da linha 3 da carga.
$i_{f1}$	Corrente do filtro da conexão 1.
$i_{f2}$	Corrente do filtro da conexão 2.
$i_{f3}$	Corrente do filtro da conexão 3.
$v_1$	Tensão de fase 1 da rede.
$v_2$	Tensão de fase 2 da rede.
$v_3$	Tensão de fase 3 da rede.
$e_{g1}$	Tensão de fase 1 da rede.
$e_{g2}$	Tensão de fase 2 da rede.
$e_{g3}$	Tensão de fase 3 da rede.
$v_{12}$	Tensão de linha 12 da rede.
$v_{32}$	Tensão de linha 32 da rede.
$v_{f1}$	Tensão gerada pelo filtro 1.
$v_{f2}$	Tensão gerada pelo filtro 2.

$v_l$	Tensão de linha da rede.
$\theta_{il1}$	Ângulo da corrente de carga 1 em relação ao eixo genérico $d$ da transformada de Park.
$\theta_{il3}$	Ângulo da corrente de carga 3 em relação ao eixo genérico $d$ da transformada de Park.
$\theta_{v12}$	Ângulo da tensão de linha 12 em relação ao eixo genérico $d$ da transformada de Park.
$\theta_{v32}$	Ângulo da tensão de linha 32 em relação ao eixo genérico $d$ da transformada de Park.
$i_{l1d}^{g1}$	Corrente de linha da carga 1 no eixo $d$ dos eixos genéricos 1 da transformada de Park.
$i_{l1q}^{g1}$	Corrente de linha da carga 1 no eixo $q$ dos eixos genéricos 1 da transformada de Park.
$i_{l3d}^{g3}$	Corrente de linha da carga 3 no eixo $d$ dos eixos genéricos 3 da transformada de Park.
$i_{l3q}^{g3}$	Corrente de linha da carga 3 no eixo $q$ dos eixos genéricos 3 da transformada de Park.
$v_{12d}^{g1}$	Tensão de linha 12 no eixo $d$ dos eixos genéricos 1 da transformada de Park.
$v_{12q}^{g1}$	Tensão de linha 12 no eixo $q$ dos eixos genéricos 1 da transformada de Park.
$v_{32d}^{g3}$	Tensão de linha 32 no eixo $d$ dos eixos genéricos 3 da transformada de Park.
$v_{32q}^{g3}$	Tensão de linha 32 no eixo $q$ dos eixos genéricos 3 da transformada de Park.
$i_{l1d}^{v1}$	Corrente de linha da carga 1 no eixo $d$ dos eixos da transformada de Park no referencial da tensão de fase $v1$ .
$i_{l1q}^{v1}$	Corrente de linha da carga 1 no eixo $q$ dos eixos da transformada de Park no referencial da tensão de fase $v1$ .
$i_{l3d}^{v3}$	Corrente de linha da carga 3 no eixo $d$ dos eixos da transformada de Park no referencial da tensão de fase $v3$ .

$i_{l3q}^{v3}$	Corrente de linha da carga 3 no eixo $q$ dos eixos da transformada de Park no referencial da tensão de fase $v3$ .
$i_{Q1}$	Corrente em quadratura com a tensão de fase 1.
$i_{Q3}$	Corrente em quadratura com a tensão de fase 3.
$i_{Qd}^{g1}$	Corrente em quadratura com a tensão de fase 1 decomposta no eixo $d$ dos eixos genéricos 1 da transformada de Park.
$i_{Qq}^{g1}$	Corrente em quadratura com a tensão de fase 1 decomposta no eixo $q$ dos eixos genéricos 1 da transformada de Park.
$i_{Qd}^{g3}$	Corrente em quadratura com a tensão de fase 3 decomposta no eixo $d$ dos eixos genéricos 3 da transformada de Park.
$i_{Qq}^{g3}$	Corrente em quadratura com a tensão de fase 3 decomposta no eixo $q$ dos eixos genéricos 3 da transformada de Park.
$I_f$	Corrente de referência a ser absorvida pelo filtro para controle de tensão do barramento.
$i_{f1d1}^{*g1}$	Corrente de referência do filtro ativo 1 no eixo $d$ dos referenciais genéricos 1 da transformada de Park.
$i_{f1q1}^{*g1}$	Corrente de referência do filtro ativo 1 no eixo $q$ dos referenciais genéricos 1 da transformada de Park.

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Contexto</b>	<b>1</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>2</b>
1.2.1	Objetivos Gerais	2
1.2.2	Objetivos Específicos	2
<b>1.3</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>MODELO DO SISTEMA</b>	<b>8</b>
<b>2.1</b>	<b>Equacionamento do Sistema</b>	<b>8</b>
<b>2.2</b>	<b>Variáveis e Controle do Sistema</b>	<b>10</b>
2.2.1	Definição das correntes de referência para correção do fator de potência	11
2.2.2	Definição das correntes de referência para controle do barramento capacitivo	15
2.2.3	Definição das correntes de referência para mitigação das harmônicas	15
2.2.4	Sistema de Controle Geral	16
2.2.5	Análise PWM	18
<b>3</b>	<b>DIMENSIONAMENTO DO FAP</b>	<b>21</b>
<b>3.1</b>	<b>Considerações</b>	<b>21</b>
<b>3.2</b>	<b>Análise em regime permanente</b>	<b>21</b>
<b>3.3</b>	<b>Análise do ripple de corrente</b>	<b>24</b>
<b>3.4</b>	<b>Análise do barramento do inversor</b>	<b>27</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>32</b>
<b>4.1</b>	<b>Simulação do filtro ativo</b>	<b>32</b>
4.1.1	Simulação do filtro ativo corrigindo apenas reativos da fundamental	32
4.1.2	Simulação do filtro ativo corrigindo reativos da fundamental e harmônicos	33
<b>4.2</b>	<b>Resultados experimentais.</b>	<b>35</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>40</b>
<b>5.1</b>	<b>Sugestões para trabalhos futuros</b>	<b>40</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>41</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>46</b>
	<b>APÊNDICE A – PLL (PHASED LOCKED LOOP)</b>	<b>47</b>

APÊNDICE B – TRANSFORMADA PARA SELEÇÃO DE HARMÔ- NICAS . . . . .	53
---	----

# 1 Introdução

## 1.1 Contexto

Os Filtros Ativos de Potência (FAP) surgiram na década de 70 como alternativa aos usuais filtros passivos na correção de distorções da rede elétrica (1, 2). Os FAP têm a capacidade de suprimir harmônicos e/ou reativos de forma dinâmica ao poder trabalhar em malha fechada e se adaptando às variações que possam ocorrer no circuito. Com o aumento das cargas não lineares como conversores a diodos e cicloinversores, os FAP surgiram como uma alternativa viável para compensar os reativos, as componentes harmônicas, dentre outros problemas da rede (3, 4).

Harmônicos são causa de diversos problemas na rede elétrica, tanto para o próprio consumidor, como para a concessionária de energia elétrica. Dentre esses problemas, pode-se citar: baixo fator de potência; aumento das correntes de neutro; sobreaquecimento de motores e transformadores; atuação indesejada de dispositivos de proteção; estresse de elementos da rede como banco de capacitores e filtros; aumento de tensões neutro-terra; aumento das perdas Joule; aumento de vibrações em equipamentos; mau funcionamento de equipamentos sensíveis; e interferência em sistemas telefônicos e de comunicação inclusive com perda de dados (5, 6).

Os FAP são geralmente classificados conforme sua topologia de circuito de potência, definição das grandezas de referência e conforme as variáveis do sistema compensadas.

Baseado na topologia, encontram-se os filtros ativos paralelos, os filtros ativos série e as combinações de ambos com filtros passivos (Ativo Paralelo/Passivo Série, Ativo Paralelo/Passivo Paralelo, Passivo Paralelo/Ativo Série, etc.). Como variáveis do sistema compensadas encontram-se os Compensadores de Reativos, Compensadores Harmônicos e os de Balanceamento de Fases, sendo comum a combinação dessas características (7, 8).

Os FAPs na configuração Série produzem uma tensão que é somada instantaneamente à tensão da rede para manter a forma de onda da tensão senoidal pura sobre a carga crítica, funcionando assim, como uma fonte de tensão em série com a rede. Sendo assim, os FAPs série devem ser projetados para suportar a corrente nominal do circuito e se proteger das correntes de curto-circuito, característica essa que limita sua utilização em aplicações de alta potência. As principais vantagens da configuração Série sobre a paralela é que ela é ideal para o balanceamento de fases e compensar reativos na forma de onda da tensão.

Já os FAP na configuração paralela funcionam como uma fonte de corrente em paralelo com a rede, assim sendo, o controle das chaves de potência se baseia na injeção de

uma corrente de referência para corrigir harmônicos de corrente. Portanto, o FAP paralelo funciona como um dual do filtro série e não possui grandes problemas relacionados à potência do circuito a ser corrigido, para tanto, o FAP paralelo deve poder fornecer a potência reativa consumida pela carga. Como vantagens do filtro paralelo em relação ao série está na possibilidade de implantação em qualquer sistema independentemente da potência pois ele é conectado em paralelo, não precisa abrir o circuito para sua instalação, em caso de defeito ele é de melhor manutenção e corrige os principais problemas rede, pois estes são, em sua maioria, no sinal de corrente do sistema e não no de tensão.

As combinações entre filtros série e paralelo é alvo atualmente de diversos estudos (9). É possível encontrar hoje no mercado os chamados Condicionadores Unificados de Energia (UPQC - Unified Power Quality Conditioner) que unem um filtro ativo série (DVR) com um paralelo (Compensador Estático de Distribuição).

Em se tratando de filtros paralelos, existem diversas formas de sincronização para obtenção das correntes de referência a serem controladas. Usualmente são utilizadas métodos integrativos resultando em um bom comportamento em regime transitório mas com moderada resposta às variações de corrente da carga. Outra forma de sincronização é a utilização da teoria das potências instantâneas o que possibilita uma acomodação mais rápida e precisa ao FAP (3).

Neste trabalho será abordada a configuração paralela e serão corrigidos o fator de potência e harmônicos de um sistema trifásico a três fios, esses últimos, de forma seletiva. Para isso, será utilizada uma estratégia de controle baseada em eixos síncronos utilizando a transformada de Park. A modelagem e o controle foram validados via simulação em software (Matlab) e bancada experimental.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivos Gerais

Neste trabalho será modelado um Filtro Ativo de Potência Shunt Trifásico a três fios com um indutor a menos em comparação à estrutura usual de filtros ativos. Será utilizada a topologia paralela e serão corrigidos o fator de potência e mitigados harmônicos seletivamente. A estratégia de controle será baseada na transformação de Park objetivando tornar o FAP versátil e dedicado a problemas específicos.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

Modelagem do sistema

- Transformada de Park;

- Modelagem com um indutor a menos;
- Dimensionamento dos indutores de filtro;
- Definição das referências de controle;
- Comparação com a topologia com três indutores;
- Definição dos controladores;
- Simulação do sistema;
- Resultados Experimentais.

### 1.3 Revisão Bibliográfica

Filtros passivos têm sido largamente utilizados nos últimos anos devido ao seu baixo custo e simplicidade em comparação aos filtros ativos (10, 11). Entretanto, eles apresentam diversas desvantagens: a impedância da rede influencia fortemente na filtragem, aparecimento de ressonância paralela entre o filtro e a rede pode acarretar no aumento das componentes harmônicas do sistema e o filtro pode entrar em ressonância série com a fonte distorcendo a forma de onda de tensão (11, 12).

Existem dois grandes grupos de classificação de filtros ativos: os filtros shunt ou paralelo e os filtros série. Como mostrado em (13), os filtros ativos paralelos são os mais indicados na correção das distorções de corrente quando cargas não-lineares injetam componentes harmônicas de corrente no sistema. Enquanto que os filtros ativos série são mais efetivos na correção de distorções nos sinais de tensão elétrica. Seguem ilustrados os filtros ativos shunt e série na Figura 1.

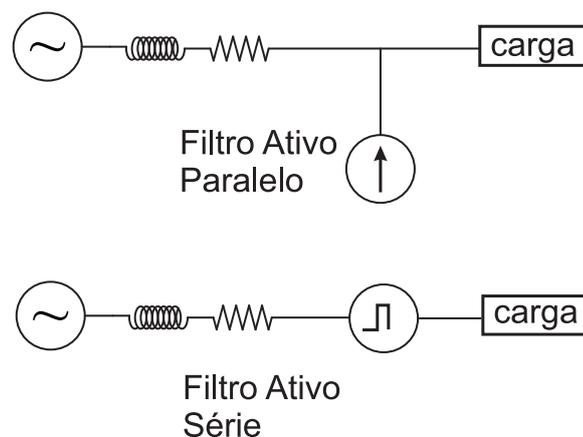


Figura 1: Filtros ativos série e paralelo.

Os filtros ativos possuem custo elevado e se tornam mais caros na medida em que aumenta a potência do sistema (11, 12). Uma solução para reduzir este alto custo está na utilização da combinação de filtros ativos e passivos na compensação dos problemas da

rede, os Filtros Ativos de Potência Híbridos (HAPF - Hybrid Active Power Filter). Desta forma, pode-se reduzir a potência total que o filtro ativo necessitaria compensar, reduzindo seu tamanho e especificações (14, 12). Em (10) são citadas as três principais topologias de HAPF: Filtro ativo série com filtro passivo paralelo, filtro ativo shunt com filtro passivo paralelo e filtros ativos conectados em série com filtros passivos como observado nas Figuras 2, 3 e 4. A associação com filtros passivos série é amplamente desmotivada pela complexidade na proteção do sistema, maior dificuldade na instalação e em caso de defeito no filtro passivo, ocorrerá a interrupção da alimentação (15).

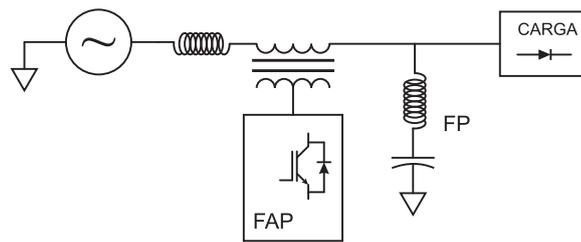


Figura 2: Filtro ativo série com filtro passivo paralelo.

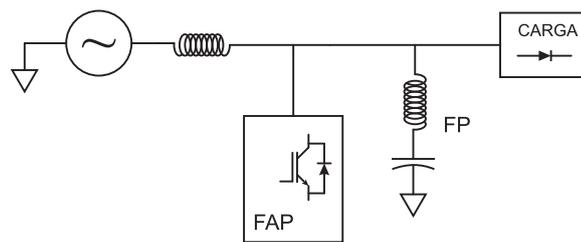


Figura 3: Filtro ativo shunt com filtro passivo paralelo.

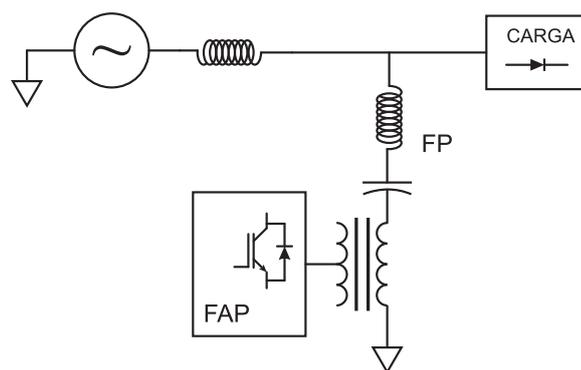


Figura 4: Filtros ativos em série com filtro passivo.

A topologia filtros ativos série/filtros passivos possui as limitações e perda de eficiência dos filtros ativos série mas possuem vantagens em comparação à estrutura de filtros ativos conectados em série com filtros passivos shunt (16). Já os filtros ativos shunt/filtros passivos paralelos são os mais explorados nos trabalhos. A associação possibilita que filtros passivos possam se dedicar a eliminar as componentes harmônicas de

corrente predominantes e os reativos da fundamental, diminuindo a necessidade de um filtro de maior capacidade (17). As principais vantagens da associação shunt-shunt são: a instalação da parte ativa será simples mesmo se filtros passivos já tiverem sido instalados; a parte reativa relativa ao filtro passivo não fluirá através da parte ativa do sistema; e a atenuação e a defasagem causadas pelos filtros passivos não existirão mais (15);

A terceira configuração é a mais utilizada (10) como feito em (18). Esta topologia elimina a possibilidade de ressonância no sistema e permite a correção de diversos problemas no sinal de tensão e corrente da rede (19).

Em se tratando de filtros ativos, há diversas formas de identificar e caracterizar os problema da rede. Para isso, diversas técnicas são utilizadas para detectar os atributos das componentes de frequência das harmônicas como a amplitude, fase, frequência, tempo de duração, energia, etc. De acordo com (20) os métodos de detecção de harmônicas podem ser genericamente classificados como segue na Tabela 1.

Domínio	Método
Frequência	Transformada Discreta de Fourier; Fast Fourier Transform; Transformada de Fourier Recursiva Wavelets
Tempo	Eixos d e q sincronizados com a fundamental; Integradores genéricos e variações; Eixos d e q sincronizados com cada harmônica; Teoria das potências instantâneas pq;

Tabela 1: Métodos de Detecção de Harmônicas.

Nas técnicas que utilizam a transformada de Fourier o sinal que se deseja obter (componente fundamental ou harmônicas) é subtraído ainda no domínio da frequência e é utilizada a transformada inversa para obter o sinal desejado no tempo. O atraso devido a amostragem do sinal é, geralmente, o demérito desta técnica (21, 22). Este problema é corrigido com métodos modificados da transformada de Fourier em que a componente fundamental do sinal é priorizada como em (23).

Nas técnicas no domínio do tempo, diversos trabalhos utilizam-se da teoria das potências instantâneas (teoria  $pq$ ) originalmente proposta por (24) para a determinação das correntes de referências a serem injetadas no sistema (6, 25, 26). Neles a transformada de Clarke é utilizada ("abc" para  $\alpha\beta 0$ ). Neste trabalho, as grandezas medidas serão decompostas utilizando-se da transformada de Park para a determinação das correntes de referência como feito em (3, 27, 28, 29, 30, 31). A utilização de eixos síncronos possibilita a utilização de estratégias de controle simples e estáveis em regime permanente e a detecção de componentes harmônicas seletivamente. Em diversos casos a transformada de Park é utilizada para detectar a parte ativa da corrente que está sendo consumida

pelo circuito e subtrair essa parte da corrente total obtendo a corrente de referência que ajustará o sistema como feito em (27). Neste trabalho, todo o controle será feito ainda nas componentes síncronas em cada frequência múltipla da fundamental obtendo tensões síncronas a serem aplicadas pelo circuito inversor. Portanto, a transformada de Park não será utilizada apenas para destacar as correntes de referência, mas sim, para o controle de todo o sistema.

Associada à técnica de detecção, em (32) as estratégias de controle são classificadas em esquemas de compensação no domínio do tempo e no domínio da frequência. Nelas se destacam as baseadas na transformada de Fourier (domínio da frequência) e as estratégias utilizando as transformadas de Clarke, Park, Teoria  $pq$  e por balanceamento de energia (33). Diversos tipos de controladores são utilizados para comandar as chaves de potência do conversor e a modulação por largura de pulso é basicamente a utilizada (32). De acordo com (21) pode-se classificar as estratégias de controle de forma ampla em estratégias de malha aberta e estratégias de malha fechada. As estratégias de malha aberta se caracterizam pela injeção de uma quantidade fixa de energia reativa para corrigir o fator de potência e/ou harmônicas. Já os filtros ativos de malha fechada possuem diversas sub-classificações. Dentre elas, a técnica de capacitor a tensão constante (34, 35, 36) em que um barramento a tensão fixa proverá a energia reativa que fluirá entre o filtro, carga e rede. Um das outras técnicas é de indutor a corrente constante (37). Já em (38) é citado o controle em histerese que apresenta rápida resposta dinâmica e boa robustez (39, 40). Outros controladores utilizados em FAP são os Fuzzy e Controles Adaptativos, como visto em (41) e (42).

Neste trabalho serão utilizados controladores Proporcionais Integrais (PI) utilizando os eixos síncronos como feito em (3).

Ainda em (38) os filtros ativos podem ser classificados de acordo com a escolha de mitigação escolhida. Dentre os principais problemas que podem ser corrigidos com filtros ativos estão: distorção harmônica, correção de reativos da componente fundamental, desbalanceamento, correção da corrente de neutro e abaixamentos ou elevações nos níveis de tensão da rede. O principal foco dos filtros ativos é a correção de distorções harmônicas seguida da compensação dos reativos da fundamental. Adicionalmente são incluídas as correções do desbalanceamento e afundamentos da tensão. Estes últimos são foco dos Restauradores Dinâmicos de Tensão (DVR - Dynamic Voltage Restorer) que possuem o foco na correção dos problemas da rede para que não afetem uma carga sensível (43, 44, 32).

Neste trabalho as componentes harmônicas são detectadas e eliminadas seletivamente como feito em (45, 46, 47). Desta forma, o filtro ativo de potência ganha flexibilidade (48) em compensar reativos ou harmônicos ao poder distribuir sua potência máxima na compensação dos problemas da rede elétrica como, por exemplo, ser dedicado a eliminar

o conteúdo harmônico típico de retificadores. Ainda como vantagem de compensar seletivamente está na frequência de chaveamento poder ser menor o que possibilita utilizar um maior número de chaves de potência, isto é possível pois ao se dedicar um FAP para mitigar harmônicos de baixa frequência, não se faz necessário ter altas frequências de amostragem e de chaveamento. Por exemplo, ao se desejar mitigar harmônicas de alta frequência, como a de ordem 50, se faz necessário que as chaves possam chavear em altas frequência, pois esta harmônica é de 3kHz, ao se utilizar técnicas PWM para a solução do problema, as chaves devem comutar a, pelo menos, 30kHz . Assim sendo, filtros ativos menores, mais versáteis e de menor custo podem ser fabricados para solucionar desde problemas localizados com cargas relativamente pequenas a problemas envolvendo cargas maiores.

Por fim, são apresentados neste trabalho a modelagem do circuito, controle, comparação com a estrutura usual com três indutores e as partes de simulação e experimentação.

## 2 Modelo do Sistema

### 2.1 Equacionamento do Sistema

O sistema é composto por um circuito inversor de três braços conectado em shunt com um sistema trifásico a três fios que alimenta uma carga conforme Figura 5. É possível observar que há um braço do inversor sem indutância de conexão e que será compartilhado entre dois filtros ativos conforme modelo que segue.

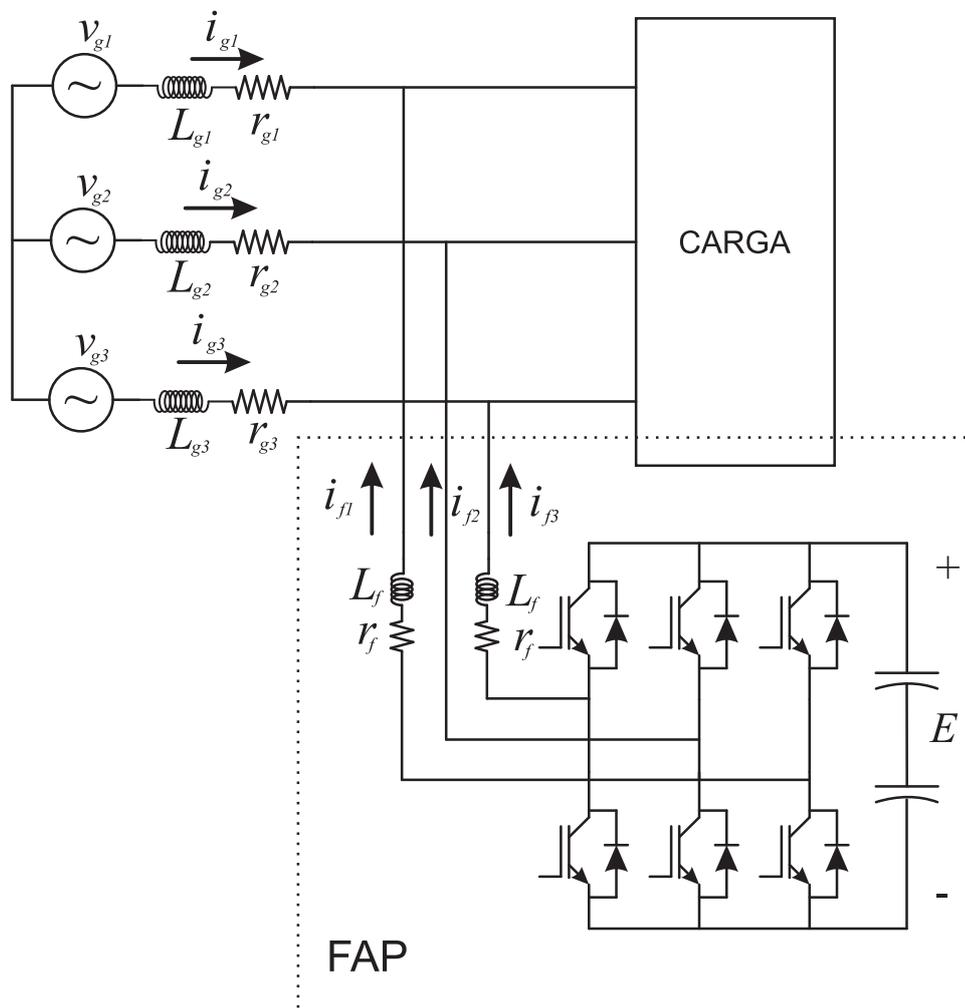


Figura 5: Sistema trifásico a três fios com inversor shunt

O sistema é modelado como dois filtros ativos monofásicos compartilhando um braço como pode ser observado através da Figura 6. Onde  $v_{f1}$  e  $v_{f2}$  são as tensões geradas pelo circuito inversor trifásico e  $L_f$  e  $r_f$  são, respectivamente, a indutância e a resistência de saída do filtro.

Modelando o circuito pelo método das malhas, chega-se às seguintes equações:

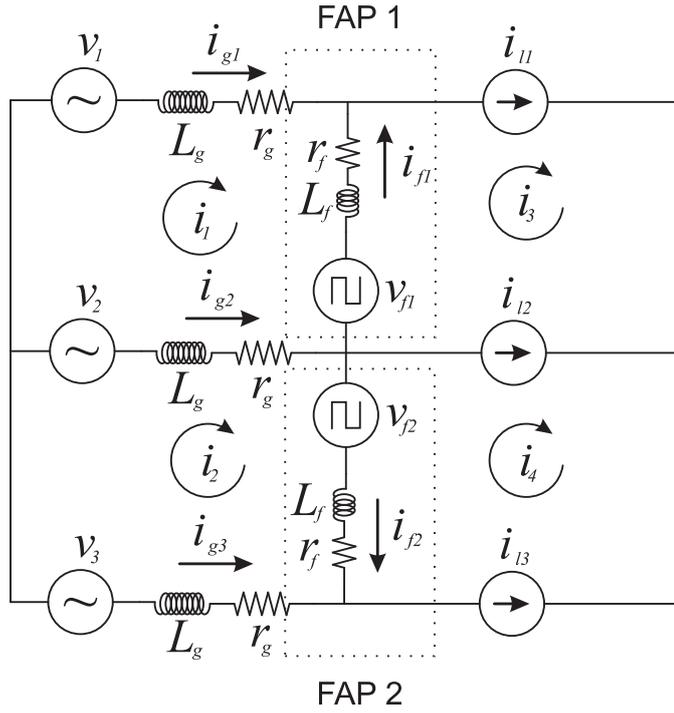


Figura 6: Sistema a ser modelado.

Malha 1:

$$v_{g1} - L_{g1} \frac{di_1}{dt} - r_{g1} i_1 - L_f \frac{d(i_1 - i_3)}{dt} - r_f (i_1 - i_3) - v_{f1} - r_{g1} (i_1 - i_2) - L_{g1} \frac{d(i_1 - i_2)}{dt} - e_{g2} = 0 \quad (2.1)$$

Malha 2:

$$v_{g2} - L_{g1} \frac{d(i_2 - i_1)}{dt} - r_{g1} (i_2 - i_1) + v_{f2} - r_f (i_2 - i_4) - L_f \frac{d(i_2 - i_4)}{dt} - r_{g1} i_2 - L_{g1} \frac{di_2}{dt} - e_{g3} = 0 \quad (2.2)$$

Malha 3:

$$i_3 = i_{l1} \quad (2.3)$$

Malha 4:

$$i_4 = -i_{l3} \quad (2.4)$$

Substituindo as Equações 2.3 e 2.4 nas Equações 2.1 e 2.2, chega-se a:

$$(-2L_{g1} - L_f) \frac{di_1}{dt} + L_f \frac{di_{l1}}{dt} + L_{g1} \frac{di_2}{dt} = r_{g1} i_1 + r_f i_1 - r_f i_{l1} + v_{f1} + r_{g1} i_1 - r_{g1} i_2 + e_{g2} - e_{g1} \quad (2.5)$$

$$(-2L_{g1} - L_f) \frac{di_2}{dt} - L_f \frac{di_{l3}}{dt} + L_{g1} \frac{di_1}{dt} = -e_{g2} + r_{g1} i_2 - r_{g1} i_1 - v_{f2} + r_f i_2 + r_f i_{l3} + r_{g1} i_2 + e_{g3} \quad (2.6)$$

Sendo:

$$L_{gf} = (-2L_{g1} - L_f) \quad (2.7)$$

$$r_{gf} = 2r_{g1} + r_f \quad (2.8)$$

Separando os termos, pode-se chegar à equação matricial 2.9:

$$\frac{dY}{dt} - AY = B_1 \frac{dU}{dt} + B_2 U \quad (2.9)$$

Onde:

$$A = \begin{bmatrix} L_{gf} & L_{g1} \\ L_{g1} & L_{gf} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} r_{gf} & -r_{g1} \\ -r_{g1} & r_{gf} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} L_{gf} & L_{g1} \\ L_{g1} & L_{gf} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -L_f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} L_{gf} & L_{g1} \\ L_{g1} & L_{gf} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -r_f & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & r_f & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$U = \begin{bmatrix} -i_{l1} \\ i_{l3} \\ v_{f1} \\ v_{f2} \\ e_{g1} \\ e_{g2} \\ e_{g3} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$Y = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

## 2.2 Variáveis e Controle do Sistema

Cada filtro ativo do sistema será tratado como um filtro ativo monofásico e, assim, controlado um independentemente do outro. Com a correção de duas fases do sistema, a terceira será corrigida automaticamente visto que o sistema é trifásico balanceado a três fios.

Pelo modelo da Equação 2.9 podem ser obtidas as variáveis de entrada e saída do sistema de controle. Para implementar a técnica de controle proposta, com controle seletivo de harmônicas, serão sensoriadas e transformadas para os eixos síncronos as tensões de fase  $[v_{12}, v_{32}]$ , as correntes da carga  $[i_{l1}, i_{l3}]$  e as correntes dos filtros  $[i_{f1}, i_{f2}]$ .

O objetivo da estratégia de controle deste trabalho é utilizar a transformada de Park para tornar as grandezas contínuas e implementar controladores Proporcional-Integrais (PI) para impor as referências ao sistema. Há três controladores principais: os que tratam das referências de corrente para corrigir fator de potência da fundamental,

o que controla a tensão do barramento e os controladores que mitigam as componentes harmônicas seletivamente.

### 2.2.1 Definição das correntes de referência para correção do fator de potência

Para a correção do fator de potência da primeira fase do sistema é preciso eliminar a componente da corrente da rede  $i_{Q1}$  que está em quadratura com a tensão de fase  $v_1$  como pode ser observada na Figura 7.a. Da mesma forma, para a correção do fator de potência da fase 3, deve-se injetar a corrente  $i_{Q3}$  no sistema para que a rede apenas envie a parte ativa da corrente de carga como pode ser observado ainda na Figura 7.b.

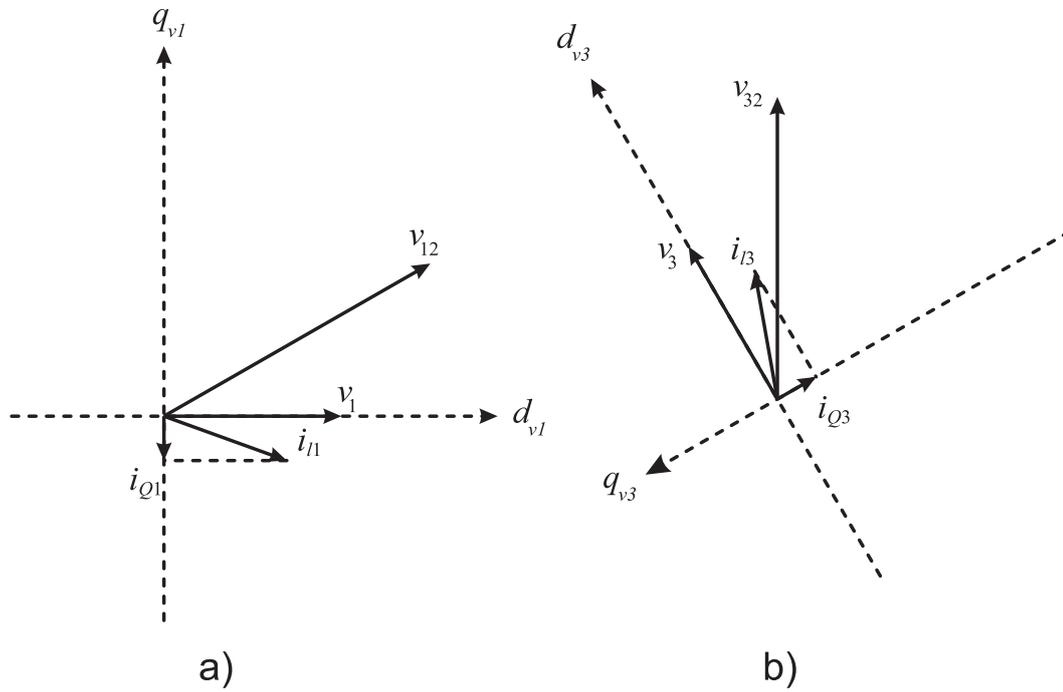


Figura 7: Correntes a serem injetadas no sistema para correção do fator de potência.

Das Figuras 8.a e 8.c pode-se escrever:

$$\sin(\theta_{i11}) = \frac{i_{i11q}^{g1}}{i_{i11}} \quad (2.15)$$

$$\sin(\theta_{v12}) = \frac{v_{v12q}^{g1}}{v_{v12}} \quad (2.16)$$

$$\cos(\theta_{i11}) = \frac{i_{i11d}^{g1}}{i_{i11}} \quad (2.17)$$

$$\cos(\theta_{v12}) = \frac{v_{v12d}^{g1}}{v_{v12}} \quad (2.18)$$

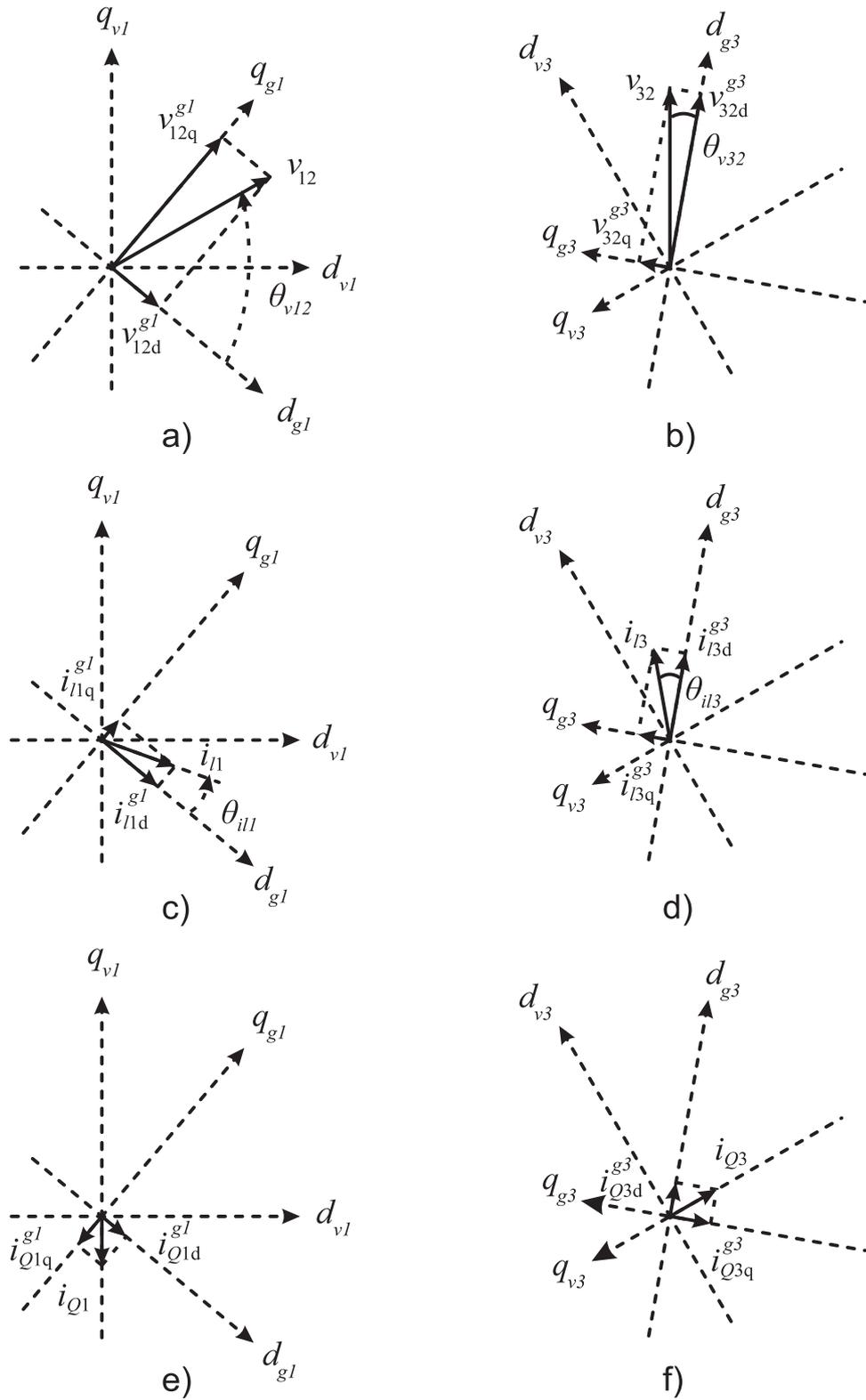


Figura 8: Grandezas nos eixos genéricos.

E para o caso da fase 3, das Figuras 8.b e 8.d :

$$\cos(\theta_{v32}) = \frac{v_{32d}^{g3}}{v_{32}} \quad (2.19)$$

$$\sin(\theta_{v32}) = \frac{v_{32q}^{g3}}{v_{32}} \quad (2.20)$$

$$\cos(\theta_{il3}) = \frac{i_{l3d}^{g3}}{i_{l3}} \quad (2.21)$$

$$\sin(\theta_{il3}) = \frac{i_{l3q}^{g3}}{i_{l3}} \quad (2.22)$$

Para encontrar a expressão de  $i_{Q1}$  e  $i_{Q3}$  em função das outras grandezas do sistema, deduz-se a Equação 2.23 e a Equação 2.24 da corrente de linha na carga no eixo da tensão de fase  $q_{v1}$  e  $q_{v3}$  tomando como referência de ângulos o eixo  $d_{v1}$  e  $d_{v3}$  respectivamente como pode ser observado nas Figuras 9.a e 9.b respectivamente.

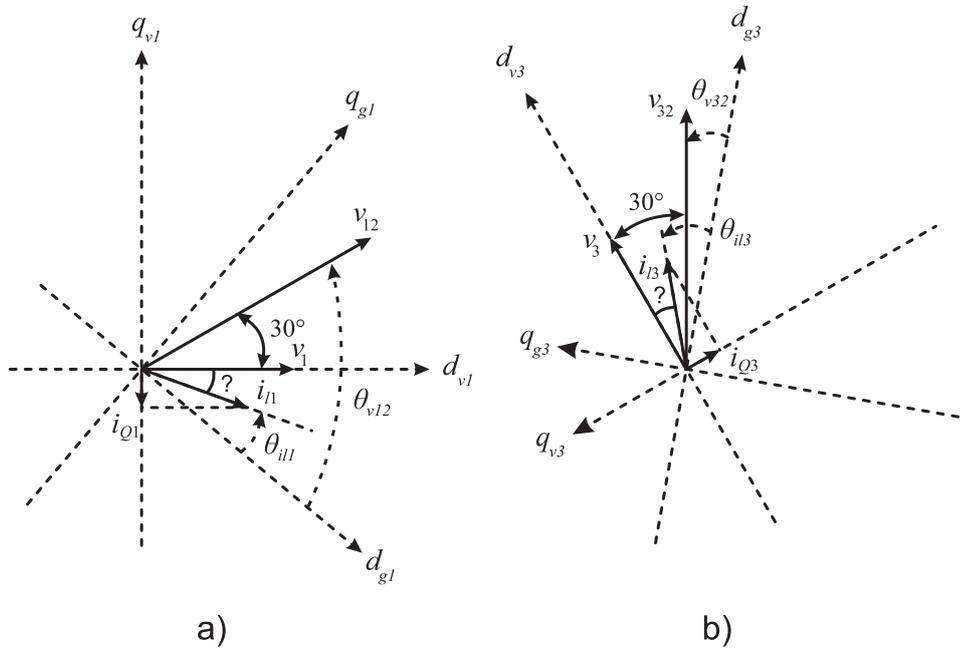


Figura 9: Dedução das correntes  $i_{Q1}$  e  $i_{Q3}$

$$i_{l1q}^{v1} = -i_{l1} \sin((\theta_{v12} - \theta_{il1} - 30)) \quad (2.23)$$

$$i_{l3q}^{v3} = -i_{l3} \sin((\theta_{v23} + 30 - \theta_{il3})) \quad (2.24)$$

Desenvolvendo as Equações 2.23 e 2.24 e substituindo nela as Equações 2.15, 2.16, 2.17 e 2.18 e 2.19, 2.20, 2.21 e 2.22, respectivamente, chega-se as Equações 2.25 e 2.26

que são as correntes de carga  $i_l$  nos eixos  $q$  que estão em sincronismo com as tensões de fase  $v_1$  e  $v_3$  respectivamente.

$$i_{Q1} = i_{l1q}^v = i_{l1} \left[ \frac{1}{2} \left[ \frac{v_{12d}^{g1} i_{l1d}^{g1}}{v_{12} i_{l1}} + \frac{v_{12q}^{g1} i_{l1q}^{g1}}{v_{12} i_{l1}} \right] + \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ \frac{i_{l1q}^{g1} v_{12d}^{g1}}{i_{l1} v_{12}} - \frac{v_{12q}^{g1} i_{l1d}^{g1}}{v_{12} i_{l1}} \right] \right] \quad (2.25)$$

$$i_{Q3} = i_{l3q}^v = i_{l3} \left[ -\frac{1}{2} \left[ \frac{v_{32d}^{g3} i_{l3d}^{g3}}{v_{32} i_{l3}} + \frac{v_{32q}^{g3} i_{l3q}^{g3}}{v_{32} i_{l3}} \right] + \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ \frac{i_{l3q}^{g3} v_{32d}^{g3}}{i_{l3} v_{32}} - \frac{v_{32q}^{g3} i_{l3d}^{g3}}{v_{32} i_{l3}} \right] \right] \quad (2.26)$$

De posse das Equações 2.25 e 2.26 é preciso decompô-las nos eixos genéricos  $g_1$  e  $g_3$  para termos todas as grandezas nesses eixos e aplicar o controlador. Para isso fazem-se as seguintes decomposições das Equações 2.27, 2.28, 2.29 e 2.30 e chega-se às Equações 2.31, 2.32, 2.33 e 2.34 nos eixos genéricos e deverão ser injetadas no sistema para a correção da fase 1 e 3 do sistema trifásico.

$$i_{Qd}^{g1} = -i_{Q1} \sin(\theta_{v12} - 30) \quad (2.27)$$

$$i_{Qq}^{g1} = i_{Q1} \cos(30 - \theta_{v12}) \quad (2.28)$$

$$i_{Qd}^{g3} = -i_{Q3} \sin(\theta_{v32} + 30) \quad (2.29)$$

$$i_{Qq}^{g3} = i_{Q3} \cos(\theta_{v32} + 30) \quad (2.30)$$

$$i_{Qd}^{g1} = i_{Q1} \left[ \frac{1}{2} \frac{v_{12d}^{g1}}{v_{12}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{v_{12q}^{g1}}{v_{12}} \right] \quad (2.31)$$

$$i_{Qq}^{g1} = i_{Q1} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{v_{12d}^{g1}}{v_{12}} + \frac{1}{2} \frac{v_{12q}^{g1}}{v_{12}} \right] \quad (2.32)$$

$$i_{Qd}^{g3} = -i_{Q3} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{v_{32q}^{g3}}{v_{32}} + \frac{1}{2} \frac{v_{32d}^{g3}}{v_{32}} \right] \quad (2.33)$$

$$i_{Qq}^{g3} = i_{Q3} \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{v_{32d}^{g3}}{v_{32}} - \frac{1}{2} \frac{v_{32q}^{g3}}{v_{32}} \right] \quad (2.34)$$

## 2.2.2 Definição das correntes de referência para controle do barramento capacitivo

Apesar do sistema possuir dois filtros ativos independentes, do ponto de vista de controle, deverá ser escolhido um dos filtros para o controle do barramento, visto que o mesmo é compartilhado. No caso estudado foi escolhido o filtro 1 para absorver energia ativa da fonte de forma a manter fixa a tensão do barramento do circuito inversor. Para isso, é acrescentado um termo nas correntes de referência de correção do fator de potência das Equações 2.31 e 2.32. Esse termo representa a decomposição de uma corrente  $I_f$  em fase com a tensão de linha  $v_{12}$ . O valor da corrente  $I_f$  é obtido através do controle de tensão do barramento conforme Figura 10.

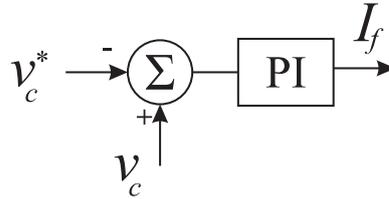


Figura 10: Diagrama do controlador de tensão do barramento capacitivo.

Portanto, as correntes de referência a serem injetadas na frequência fundamental ficam:

$$i_{f1d1}^{*g1} = i_{Qd1}^{g1} + I_{fd}^{g1} = \frac{v_{12q1}^{g1}}{(v_{12d1}^{g1})^2 + (v_{12q1}^{g1})^2} (v_{12d1}^{g1} i_{l1q1}^{g1} - v_{12q1}^{g1} i_{l1d1}^{g1}) + \frac{v_{12d1}^{g1}}{v_{12}} I_f \quad (2.35)$$

$$i_{f1q1}^{*g1} = i_{Qq1}^{g1} + I_{fq}^{g1} = -\frac{v_{12d1}^{g1}}{(v_{12d1}^{g1})^2 + (v_{12q1}^{g1})^2} (v_{12d1}^{g1} i_{l1q1}^{g1} - v_{12q1}^{g1} i_{l1d1}^{g1}) + \frac{v_{12q1}^{g1}}{V_{12}} I_f \quad (2.36)$$

## 2.2.3 Definição das correntes de referência para mitigação das harmônicas

O controle seletivo de harmônicas exige a identificação de cada uma delas e a injeção das mesmas pelo filtro ativo. Assim, a rede apenas fornecerá a energia ativa necessária para alimentar o sistema cabendo ao filtro injetar reativos para a correção do fator de potência da fundamental e injetar as correntes harmônicas inerentes à carga.

Para a identificação das harmônicas de forma seletiva, foi utilizada a transformação observada através da Figura 12 em que:  $d_{gk}$  e  $q_{gk}$  são eixos genéricos em quadratura, na frequência  $k > 1$  e gerados através da frequência fundamental (ver Figura 11);  $x(t)$  é o sinal de entrada a ser transformado, LPF são filtros passa-baixa; e  $x_{dk}^{gk}$  e  $x_{qk}^{gk}$  são as componentes  $d$  e  $q$  do sinal nos eixos genéricos de frequência  $k$ . Na Figura 11 é possível observar que a frequência da rede  $f_1$  detectada através de um PLL com rastreamento em frequência é utilizada para gerar ângulos genéricos nas frequências harmônicas. Estes

ângulos, por sua vez, são utilizados para gerar os eixos  $d$  e  $q$  genéricos naquela frequência harmônica. De posse destes eixos, são feitas as decomposições do sinal  $x(t)$  nestes eixos para obtenção das componentes harmônicas do sinal  $x(t)$  através da transformada da Figura 12 Para criar os eixos genéricos foi necessário que um PLL (Phased Locked Loop) com rastreamento de frequência fosse utilizado para identificar a frequência exata da rede, pois a frequência da rede varia em décimos de unidade o que causa oscilação nos eixos  $d$  e  $q$  e, conseqüentemente, as grandezas que fossem decompostas nesses eixos não seriam contínuas, mas apresentariam oscilações mesmo que de baixa frequência. As deduções do PLL digital implementado estão no Apêndice A.

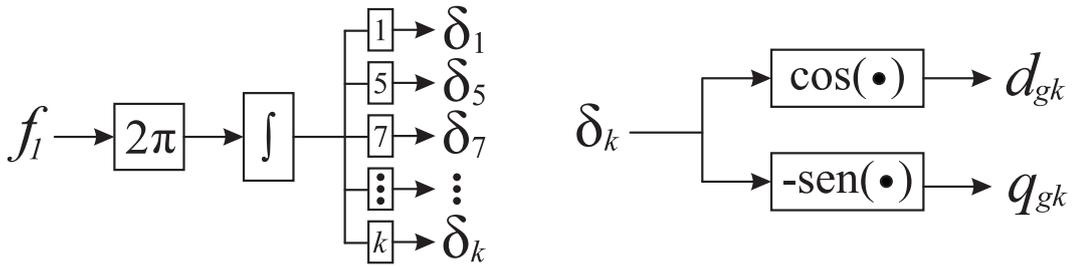


Figura 11: Geração dos eixos genéricos  $d$  e  $q$  na frequência  $k$ .

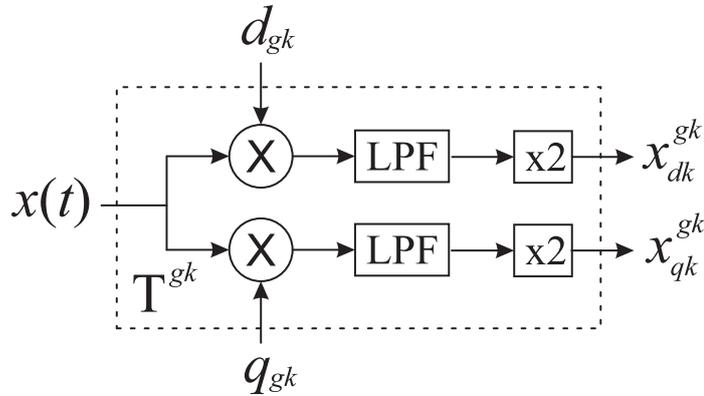


Figura 12: Transformação para eixos genéricos de frequência  $k$ .

Portanto, para a mitigação das componentes harmônicas, basta fornecer como referência as próprias correntes de linha (encontradas através da transformada da Figura 12) ao sistema de controle. Mais detalhes sobre a transformação no Apêndice B.

### 2.2.4 Sistema de Controle Geral

Os controladores atuarão corrigindo o erro da comparação entre as correntes de saída do filtro com as correntes de referência deduzidas. Um controlador PI atua em cada erro, fornecendo em sua saída o incremento de tensão necessário para induzir a corrente de referência, ou seja, o circuito inversor deverá impor a tensão de linha à qual o filtro é

submetido acrescida da tensão necessária para gerar a corrente de saída desejada como pode ser observado no esquema genérico da Figura 13.

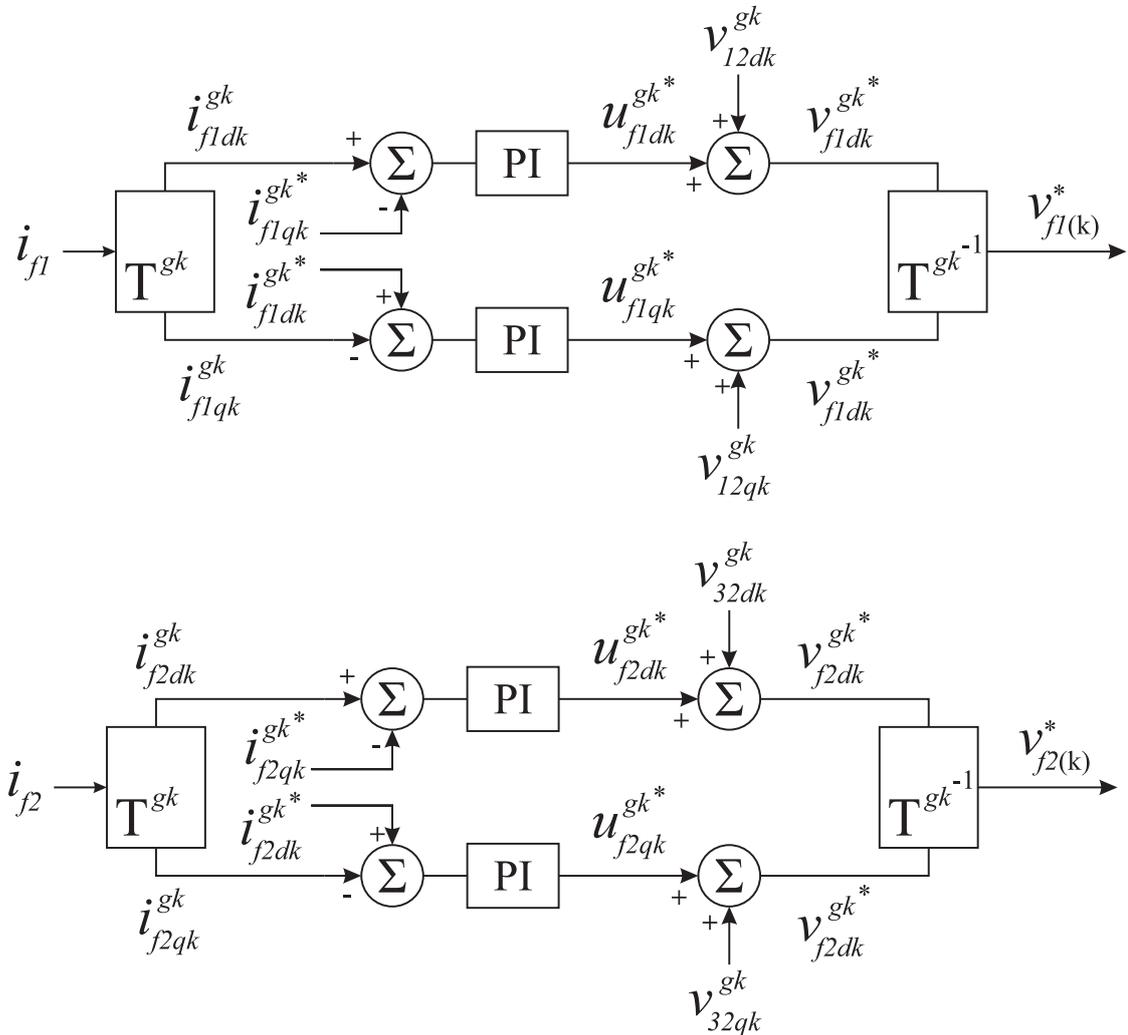


Figura 13: Diagrama de controle para correção do fator de potência.

Na Figura 13 pode-se observar que o erro da corrente no eixo  $d$  gera a tensão de referência para o eixo  $q$ , assim como o erro da corrente no eixo  $q$  gera a tensão de referência para o eixo  $d$ . Isso acontece pois a tensão e a corrente na indutância do filtro estão defasadas de  $90^\circ$ , o que torna as tensões do eixo  $d$  bem mais sensíveis às variações de corrente do eixo  $q$ , da mesma forma para as tensões do eixo  $q$ . Além disso, devido à forma pela qual foram gerados os eixos  $d$  e  $q$ , um erro positivo das correntes do eixo  $q$  gera uma tensão negativa no eixo  $d$ , sendo assim, foram invertidos os sinais da comparação entre as correntes do eixo  $q$  como pode ser observado ainda na Figura 13.

Ao final, todas as tensões são somadas e passadas como referência para o circuito inversor conforme Figura 14.

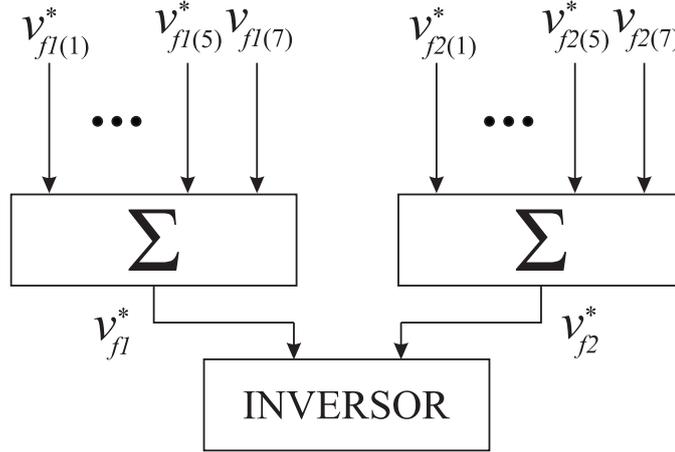


Figura 14: Soma das tensões de referência dos controladores.

### 2.2.5 Análise PWM

Quando a carga for linear, o FAP estará fornecendo apenas reativos para compensar o fator de potência. Desta forma, a corrente  $i_{gk}$  deverá possuir a mesma fase da tensão  $v_{gk}$ . Na Figura 15 está representado o sistema em sua forma fasorial no regime permanente quando o fator de potência é unitário. Neste instante é possível verificar os valores das tensões do filtro cujo valor RMS pode ser encontrado pela Equação 2.37. Em que  $V_{LL}$  é o valor RMS da tensão de linha,  $X_f$  é a reatância do filtro na frequência fundamental e  $I_f$  é o valor RMS da corrente do filtro que pode ser escrito conforme Equação 2.38 onde  $I_l$  é o valor RMS da corrente de carga e  $\phi_{l1}$  é o ângulo entre a corrente de carga e o ponto de acoplamento comum (PCC).

$$V_f = V_{LL} + X_f I_f \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad (2.37)$$

$$I_f = I_l \|\sin \phi_{l1}\| \quad (2.38)$$

Através dessas equações chega-se ao valor da energia reativa que a carga necessita em função do ângulo  $\phi_l$  como pode ser verificado na Equação 2.39.

$$\|Q_l\| = \sqrt{3} V_{LL} I_l \|\sin \phi_l\| \quad (2.39)$$

Portanto, segue na Equação 2.40 o valor de  $V_f$  em função da energia reativa que a carga exige.

$$\frac{V_f}{V_{LL}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{X_f Q_l}{V_{LL}^2} \quad (2.40)$$

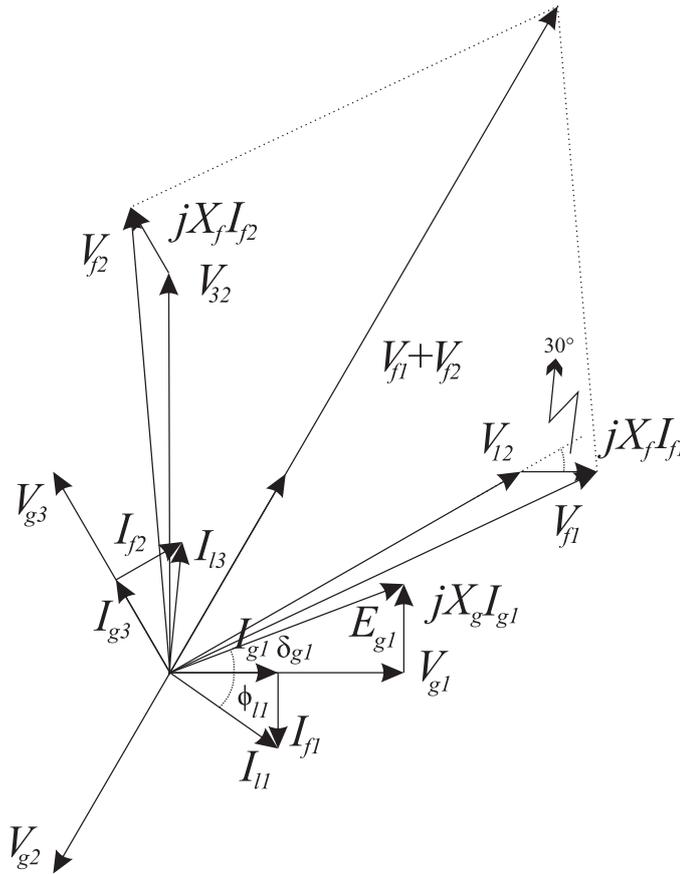


Figura 15: Diagrama fasorial do sistema em regime permanente com fator de potência corrigido.

Da Figura 15 tiram-se as tensões desejadas no filtro  $v_{f1}^*$  e  $v_{f2}^*$  para determinar as tensões de pólo conforme Equações 2.41 e 2.42.

$$v_{f10}^* - v_{f20}^* = v_{f1}^* \quad (2.41)$$

$$v_{f20}^* - v_{f20}^* = -v_{f2}^* \quad (2.42)$$

Para que o PWM opere na região linear, as seguintes condições devem ser satisfeitas, em que as tensões de pólo devem ser menores do que metade da tensão  $E$  do barramento do inversor:

$$\|v_{f10}^*\| \leq \frac{E}{2} \quad (2.43)$$

$$\|v_{f20}^*\| \leq \frac{E}{2} \quad (2.44)$$

$$\|v_{g20}^*\| \leq \frac{E}{2} \quad (2.45)$$

$$\|v_{f1}^* + v_{f2}^*\| \leq E \quad (2.46)$$

Por meio da Figura 15 é possível observar que o ângulo entre  $V_{f1}$  e  $V_{f2}$  é, no mínimo 120 graus, conseqüentemente o máximo valor de  $\|V_{f1} + V_{f2}\|$  será  $\|V_f\|$  e, por meio das Equações 2.43, 2.44, 2.45 e 2.46 chega-se à equação da tensão do barramento necessária para que o PWM opere na região linear (ver Equação 2.47).

$$\frac{v_c}{V_{LL}} \geq \left(1 + \frac{1}{2} \frac{X_f Q_l}{V_{LL}^2}\right) \quad (2.47)$$

## 3 Dimensionamento do FAP

### 3.1 Considerações

Neste trabalho é apresentada uma topologia de FAP com número reduzido de indutores (dois indutores) em comparação à estrutura convencional de filtros ativos shunt trifásicos nos quais um indutor é utilizado na saída de cada um dos três braços do circuito inversor. Neste capítulo será mostrada uma comparação entre os dois modelos de filtros ativos tomando como base as seguintes considerações e pontos de análise:

- a) Ambos os modelos serão dimensionados para uma mesma carga (potência);
- b) Serão analisados os ripples de corrente em ambos os casos;
- c) Será analisado o ganho ou perda em volume, quantidade componentes e quantidade de cobre utilizada;
- d) Serão analisadas as tensões de barramento necessárias para os modelos.

### 3.2 Análise em regime permanente

Em um sistema trifásico a três fios desconsiderando as impedâncias de linha conforme Figura 16, pode-se escrever a potência ativa e reativa por fase como nas Equações 3.1 e 3.2.

$$P_l = \text{real}(V_{g1}I_{l1}^*) \quad (3.1)$$

$$Q_l = \text{Im}(V_{g1}I_{l1}^*) \quad (3.2)$$

Em se tendo um filtro ativo shunt corrigindo os reativos da fundamental daquele sistema, as correntes da rede ficam conforme Equações 3.3 a 3.6:

$$P = \text{real}(V_{g1}I_{g1}^*) = V_{g1}I_{g1}^* = P_l \quad (3.3)$$

$$Q = \text{Im}(V_{g1}I_{g1}^*) = 0 \quad (3.4)$$

$$I_{g1}^* = \frac{P_l}{V_{g1}} \quad (3.5)$$

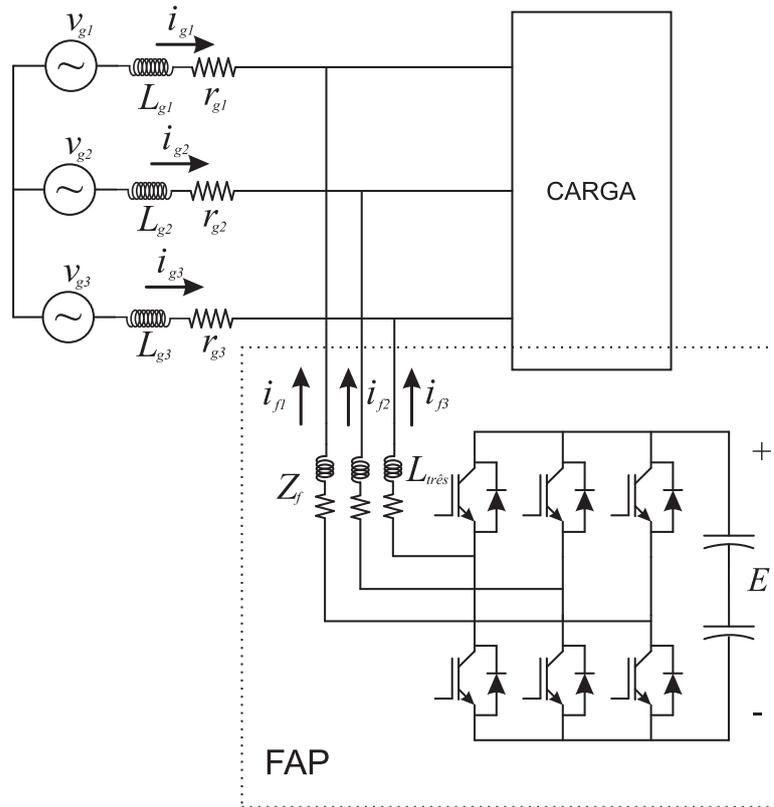


Figura 16: Sistema trifásico a três fios com inversor shunt.

$$I_{g1} = \left[ \frac{P_l}{V_{g1}} \right]^* \quad (3.6)$$

Da mesma forma:

$$I_{g2} = \left[ \frac{P_l}{V_{g2}} \right]^* \quad (3.7)$$

$$I_{g3} = \left[ \frac{P_l}{V_{g3}} \right]^* \quad (3.8)$$

Sabendo que:

$$I_{f1} = I_{l1} - I_{g1} \quad (3.9)$$

$$I_{f2} = I_{l2} - I_{g2} \quad (3.10)$$

$$I_{f3} = I_{l3} - I_{g3} \quad (3.11)$$

E as equações de malha:

$$V_{g1} + Z_f I_{f1} - V_{inv1} = 0 \quad (3.12)$$

$$V_{g2} + Z_f I_{f2} - V_{inv2} = 0 \quad (3.13)$$

$$V_{g3} + Z_f I_{f3} - V_{inv3} = 0 \quad (3.14)$$

Assim:

$$V_{inv1} = V_{g1} + Z_f I_{f1} \quad (3.15)$$

$$V_{inv2} = V_{g2} + Z_f I_{f2} \quad (3.16)$$

$$V_{inv3} = V_{g3} + Z_f I_{f3} \quad (3.17)$$

$$V_{inv1} = V_{g1} + Z_f (I_{l1} - I_{g1}) \quad (3.18)$$

$$V_{inv2} = V_{g2} + Z_f (I_{l2} - I_{g2}) \quad (3.19)$$

$$V_{inv3} = V_{g3} + Z_f (I_{l3} - I_{g3}) \quad (3.20)$$

$$V_{inv1} = V_{g1} + Z_f \left[ I_{l1} - \left[ \frac{P_l}{V_{g1}} \right]^* \right] \quad (3.21)$$

$$V_{inv2} = V_{g2} + Z_f \left[ I_{l2} - \left[ \frac{P_l}{V_{g2}} \right]^* \right] \quad (3.22)$$

$$V_{inv3} = V_{g3} + Z_f \left[ I_{l3} - \left[ \frac{P_l}{V_{g3}} \right]^* \right] \quad (3.23)$$

Em um sistema com um filtro ativo com um indutor a menos, as equações ficam:

$$V_{inva} = V_{ga} + Z_f \left[ I_{la} - \left[ \frac{P_l}{V_{ga}} \right]^* \right] \quad (3.24)$$

$$V_{invb} = V_{gb} \tag{3.25}$$

$$V_{invc} = V_{ga} + Z_f \left[ I_{lc} - \left[ \frac{P_l}{V_{gc}} \right]^* \right] \tag{3.26}$$

### 3.3 Análise do ripple de corrente

Pelas Figuras 16 e 17 é possível determinar a tensão sobre as indutâncias em ambos os modelos de filtros aqui tratados. No caso de serem empregados três indutores a maior tensão possível sobre as indutâncias, esta tensão é a tensão  $E$  do barramento mais o pico de tensão de linha  $V_l$  que pode ser  $V_{32}$  ou  $V_{12}$  e esta sobre duas indutâncias de filtro. No caso do circuito com um indutor a menos, a maior tensão possível está sobre apenas uma única indutância como pode ser observado na malha em destaque da Figura 17

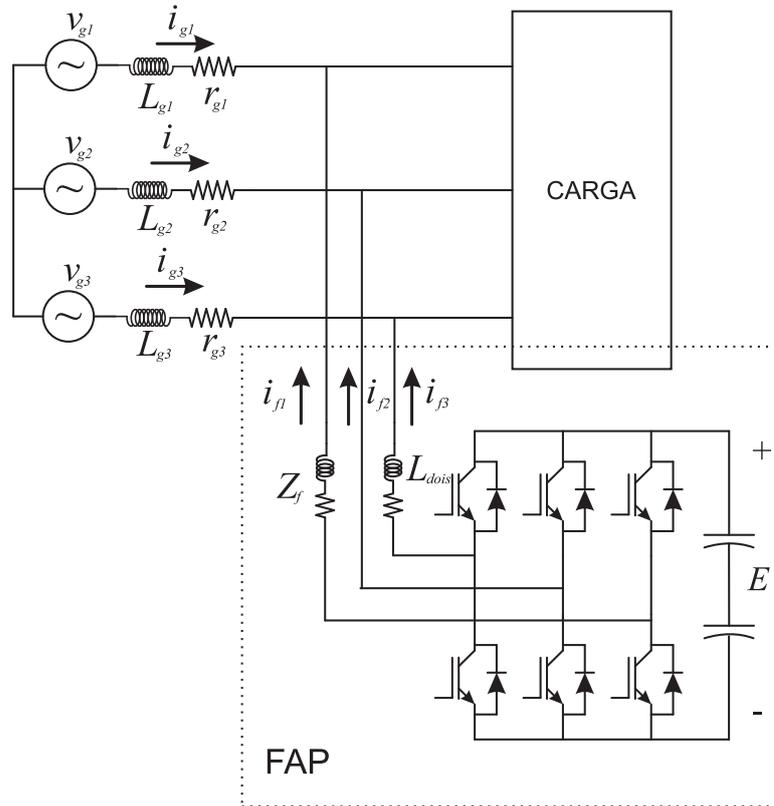


Figura 17: Sistema trifásico a três fios com inversor shunt com um indutor a menos.

O maior ripple ocorre quando essa tensão máxima é aplicada durante um ciclo completo de chaveamento. Assim:

$$v_{ind} = L \frac{di}{dt} \tag{3.27}$$

$$\Delta i_{três} = \frac{1}{2L_{três}} \int_{T_c} (E + |v_L|) dt \tag{3.28}$$

$$\Delta i_{três} = \frac{(E + |v_L|)T_c}{2L_{três}} \quad (3.29)$$

E,

$$\Delta i_{dois} = \frac{(E + |v_L|)T_c}{L_{dois}} \quad (3.30)$$

Como pode-se observar, no caso de um indutor a menos (Eq. 3.30) o ripple de corrente é duas vezes maior do que no caso do circuito com três indutores (Eq. 3.29). Com isso, medidas devem ser tomadas para que o ripple seja o mesmo do caso convencional. Para isso, a medida mais simples é duplicar a indutância. Pode-se também dobrar a frequência de chaveamento. Na Figura 18 é mostrada a forma de onda de corrente do braço central de um FAP com três indutores e a forma de onda da corrente do braço central do FAP com dois indutores sem duplicar a indutância. Neste caso, o valor médio dos ripples do circuito com três indutores é de 0.93 e o com dois indutores é de 2.82. Na Figura 19 é plotada a forma de onda da corrente do braço central do FAP com dois indutores de indutância duplicada, assim, o valor médio dos ripples foi de 1.41. Portanto, a duplicação do valor da indutância é satisfatória e torna o ripple duas vezes menor. As diferenças entre os valores ainda persiste devido à diferença entre as tensões de referência e o valor do barramento necessário como será visto nos tópicos seguintes.

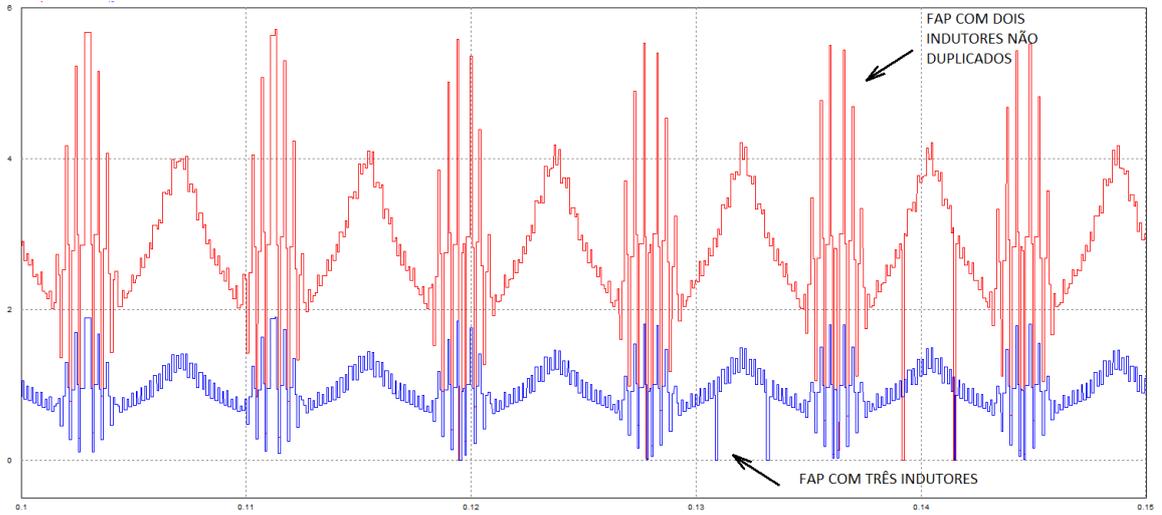


Figura 18: Ripples de corrente do braço central dos FAP com três e dois indutores com mesmo valor de indutância.

Assim, faz-se:

$$L_{dois} = 2L_{três} \quad (3.31)$$

$$\Delta i_{três} = \frac{(E + |v_L|)T_c}{2L_{três}} = \Delta i_{dois} = \frac{(E + |v_L|)T_c}{L_{dois}} \quad (3.32)$$

Há um artifício que pode ser utilizado para aumentar o valor da indutância sem comprometer a saturação do núcleo, a área  $A$ , o comprimento  $l$  e, conseqüentemente,

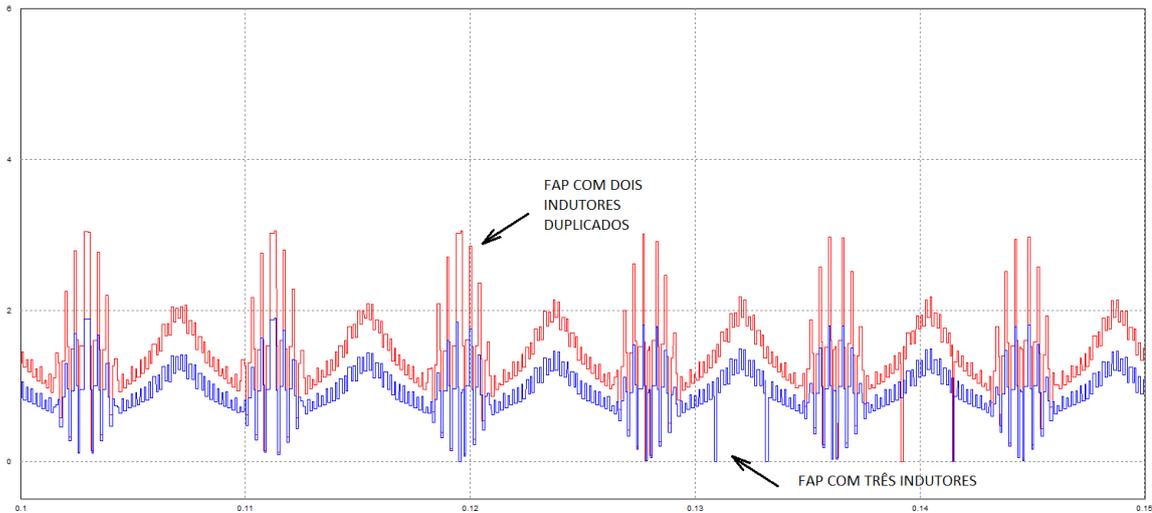


Figura 19: Ripples de corrente do braço central do FAP com três indutores e do FAP com dois indutores duas vezes maiores.

o volume. Este artifício é a utilização de entreferros de ar ou outro material com baixa permeabilidade magnética. Com isso, pode-se aumentar o valor da indutância  $L$  sem aumentar a área  $A$  e o comprimento  $l$  de forma significativa.

$$\mathfrak{R}_T = \frac{l_{\text{núcleo}}}{\mu_{\text{núcleo}} A_{\text{núcleo}}} + \frac{l_{\text{entreferro}}}{\mu_{\text{entreferro}} A_{\text{entreferro}}} \quad (3.33)$$

Com o aumento da relutância  $\mathfrak{R}$  é possível dificultar a passagem de fluxo magnético conforme Equação 3.34, consequentemente diminuindo o campo induzido. Assim, o indutor poderá operar com correntes maiores em seus enrolamentos sem que ocorra a saturação do núcleo como pode ser observado no gráfico da na Figura 20.

$$\Phi = \frac{NI}{\mathfrak{R}} \quad (3.34)$$

Para alterar o valor da indutância  $L$ , basta aumentar ou diminuir seu entreferro. Para isso, a relutância do núcleo é desprezada e considera-se apenas a relutância do entreferro que é, geralmente, muito maior.

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \quad (3.35)$$

Ao aumentar a relutância  $\mathfrak{R}$  do circuito magnético, o valor da indutância irá diminuir como pode ser observado na Equação 3.35, para compensar essa diminuição é preciso aumentar o número de espiras do indutor. O aumento do número de espiras irá influenciar de forma quadrática do valor da indutância  $L$ .

Já a diminuição do valor da relutância (ao diminuir o entreferro) deverá ser seguido de uma diminuição proporcional do número de espiras para não saturar o núcleo

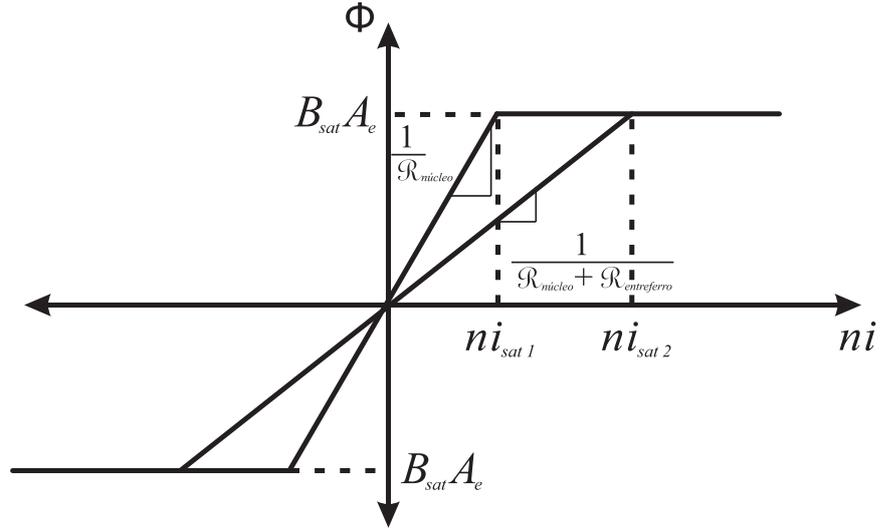


Figura 20: Efeito do entreferro na saturação do núcleo.

conforme observado através da Equação 3.36. Entretanto, de acordo com a Equação 3.35, a diminuição quadrática do número de espiras não permite que se obtenha valores maiores de indutância.

Portanto, o aumento da quantidade de cobre influencia de forma quadrática o valor da indutância, sendo assim, ao aumentar em duas vezes o número de espiras, pode-se duplicar o valor da relutância  $\mathfrak{R}$  e será obtido um indutor com o dobro do valor de indutância e ainda assim o núcleo não irá saturar conforme Equação 3.36.

$$B = \frac{NI}{\mathfrak{R}A} \quad (3.36)$$

Apesar do aumento da quantidade de cobre utilizada, é possível reduzir um indutor conforme proposto e ainda assim manter o mesmo ripple de corrente que o caso convencional. Portanto, tem-se um filtro ativo com um componente a menos e volume a ser reduzido.

### 3.4 Análise do barramento do inversor

Ao aumentar o valor das indutâncias, será necessário aumentar o valor da tensão do barramento  $cc$  que compõe o circuito inversor. Das equações de malha:

$$V_{inv1} = V_{g1} + Z_f \left[ I_{l1} - \left[ \frac{P_l}{V_{g1}} \right]^* \right] \quad (3.37)$$

$$V_{inva} = V_{ga} + 2Z_f \left[ I_{la} - \left[ \frac{P_l}{V_{ga}} \right]^* \right] \quad (3.38)$$

Sabe-se que as tensões máximas por fase do inversor trifásico são  $\pm \frac{E}{\sqrt{3}}$ .

$$\frac{E_{três}}{\sqrt{3}} = V_{g1} + Z_f \left[ I_{l1} - \left[ \frac{P_l}{V_{g1}} \right]^* \right] \quad (3.39)$$

$$\frac{E_{dois}}{\sqrt{3}} = V_{ga} + 2Z_f \left[ I_{la} - \left[ \frac{P_l}{V_{ga}} \right]^* \right] \quad (3.40)$$

Para o mesmo sistema,  $V_{ga} = V_{g1} = V_g$  e  $I_{la} = I_{l1} = I_l$

$$V_g = \frac{E_{três}}{\sqrt{3}} - Z_f \left[ I_l - \left[ \frac{P_l}{V_g} \right]^* \right] \quad (3.41)$$

$$V_g = \frac{E_{dois}}{\sqrt{3}} - 2Z_f \left[ I_l - \left[ \frac{P_l}{V_g} \right]^* \right] \quad (3.42)$$

Igualando as Equações, obtém-se:

$$E_{dois} = E_{três} + \sqrt{3}Z_f \left[ I_l - \left[ \frac{P_l}{V_g} \right]^* \right] \quad (3.43)$$

Para o caso das componentes harmônicas, faz-se a mesma análise. Para a eliminação das componentes harmônicas, a rede não fornecerá nenhuma corrente, ou seja, no circuito em regime permanente, a fonte da rede é um aberto pois toda a corrente harmônica, tanto sua componente  $p$ , quanto sua componente  $q$ , será fornecida pelo filtro, portanto:

$$P_g^k = \text{real}(V_{g1}^k I_{g1}^{k*}) = 0 \quad (3.44)$$

$$Q_g^k = \text{Im}(V_{g1}^k I_{g1}^{k*}) = 0 \quad (3.45)$$

E,

$$I_{g1}^k = 0 \quad (3.46)$$

$$I_{g2}^k = 0 \quad (3.47)$$

$$I_{g3}^k = 0 \quad (3.48)$$

Sabendo que:

$$I_{f1}^k = I_{l1}^k - I_{g1}^k \quad (3.49)$$

$$I_{f2}^k = I_{l2}^k - I_{g2}^k \quad (3.50)$$

$$I_{f3}^k = I_{l3}^k - I_{g3}^k \quad (3.51)$$

Tem-se que:

$$I_{f1}^k = I_{l1}^k \quad (3.52)$$

$$I_{f2}^k = I_{l2}^k \quad (3.53)$$

$$I_{f3}^k = I_{l3}^k \quad (3.54)$$

E as equações de malha:

$$V_{g1}^k + Z_f^k I_{f1}^k - V_{inv1}^k = 0 \quad (3.55)$$

$$V_{g2}^k + Z_f^k I_{f2}^k - V_{inv2}^k = 0 \quad (3.56)$$

$$V_{g3}^k + Z_f^k I_{f3}^k - V_{inv3}^k = 0 \quad (3.57)$$

—

$$Z_f^k I_{f1}^k - V_{inv1}^k = 0 \quad (3.58)$$

$$Z_f^k I_{f2}^k - V_{inv2}^k = 0 \quad (3.59)$$

$$Z_f^k I_{f3}^k - V_{inv3}^k = 0 \quad (3.60)$$

—

$$V_{inv1}^k = Z_f^k I_{f1}^k \quad (3.61)$$

$$V_{inv2}^k = Z_f^k I_{f2}^k \quad (3.62)$$

$$V_{inv3}^k = Z_f^k I_{f3}^k \quad (3.63)$$

Como  $I_{fx}^k = I_{lx}^k$

$$V_{inv1}^k = Z_f^k I_{l1}^k \quad (3.64)$$

$$V_{inv2}^k = Z_f^k I_{l2}^k \quad (3.65)$$

$$V_{inv3}^k = Z_f^k I_{l3}^k \quad (3.66)$$

Em um sistema com 1 indutor a menos, as equações seguem:

$$V_{inva}^k = Z_f^k I_{la}^k \quad (3.67)$$

$$V_{invb}^k = 0 \quad (3.68)$$

$$V_{invc}^k = Z_f^k I_{lc}^k \quad (3.69)$$

A análise do ripple já foi realizada e foi encontrada a relação do ripple e sabe-se que ela depende apenas da tensão do barramento e da tensão da rede. O valor  $L$  da indutância não varia com a frequência.

Façamos agora a análise da necessidade de aumento da tensão do barramento  $E$ .

$$V_{inva}^k = Z_f^k I_{la}^k \quad (3.70)$$

$$V_{inv1}^k = Z_f^k I_{l1}^k \quad (3.71)$$

Sabe-se que as tensões máximas por fase do inversor trifásico são  $\pm \frac{E}{\sqrt{3}}$ .

$$\frac{E_{dois}}{\sqrt{3}} = Z_f^k I_{la}^k \quad (3.72)$$

$$\frac{E_{três}}{\sqrt{3}} = Z_f^k I_{l1}^k \quad (3.73)$$

$$E_{dois} = \sqrt{3} Z_f^k I_{la}^k \quad (3.74)$$

$$E_{três} = \sqrt{3} Z_f^k I_{l1}^k \quad (3.75)$$

Assim, a tensão do barramento total necessária para que o PWM opere em região linear é:

$$E_{dois} = \sqrt{3} \left[ V_g + 2Z_f \left[ - \left[ \frac{P_l}{V_g} \right]^* + \sum_{k=1}^H k I_l^k \right] \right] \quad (3.76)$$

$$E_{três} = \sqrt{3} \left[ V_g + Z_f \left[ - \left[ \frac{P_l}{V_g} \right]^* + \sum_{k=1}^H k I_l^k \right] \right] \quad (3.77)$$

## 4 Resultados

### 4.1 Simulação do filtro ativo

O modelo apresentado em 2.9 foi discretizado e simulado juntamente com o sistema de controle apresentado. Foram utilizadas diversas cargas com diferentes valores de reativos. Além disso, foram introduzidas a quinta e sétima harmônicas para eliminação seletiva. Foi utilizado o software Matlab e, no programa, os seguintes parâmetros:

- Passo de simulação =  $10^{-6}$
- Passo de cálculo =  $10^{-4}$
- Tensão da rede =  $110V(rms)$
- Indutância da rede =  $50010^{-6}$
- Indutância di filtro =  $7.27510^{-3}$
- Resistência da rede =  $0.1ohm$
- Resistência do filtro =  $0.47ohm$
- FP = 0.86

#### 4.1.1 Simulação do filtro ativo corrigindo apenas reativos da fundamental

Utilizando uma carga balanceada linear (sem a presença de harmônicos), foi simulado o funcionamento do FAP para diversos valores de defasagem. Na Figura 21 é ilustrado o funcionamento do sistema com 0,87 de fator de potência. E, em seguida, na Figura 22 é ilustrado o sistema corrigido com fator de potência próximo da unidade.

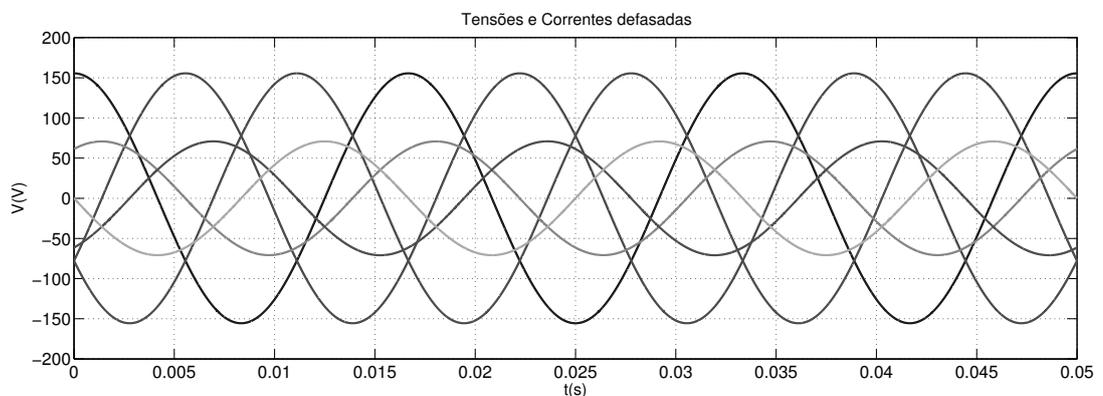


Figura 21: Tensões e correntes de fase defasadas.

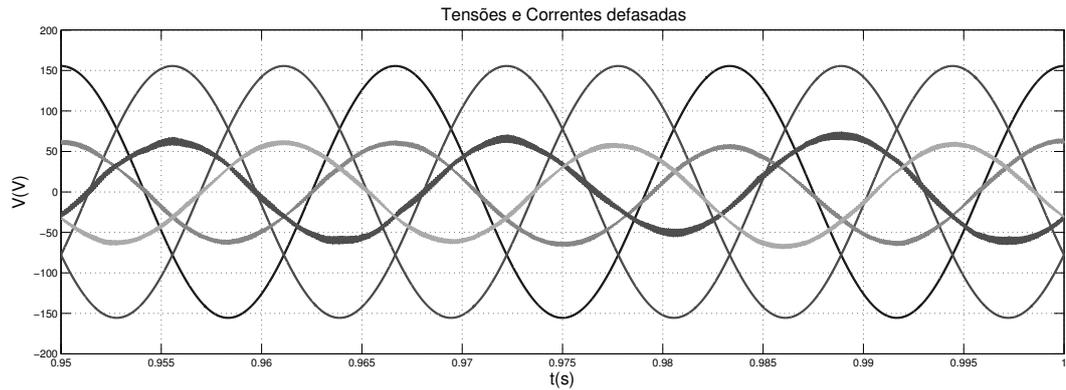


Figura 22: Tensões e correntes de fase com fator de potência próximo da unidade.

Pela Figura 22 pode-se perceber que as correntes de fase/linha entram em fase com as tensões após a intervenção dos controladores.

#### 4.1.2 Simulação do filtro ativo corrigindo reativos da fundamental e harmônicos

Neste trabalho foram simuladas a quinta e a sétima harmônicas e corrigidas ambas seletivamente. Na Figura 23 é ilustrado o circuito com fator de potência de 0,87, quinta e sétima harmônicas sem nenhuma intervenção do FAP. Já na Figura 24 é ilustrado espectro em frequências de uma das correntes de rede do circuito contendo as harmônicas de carga.

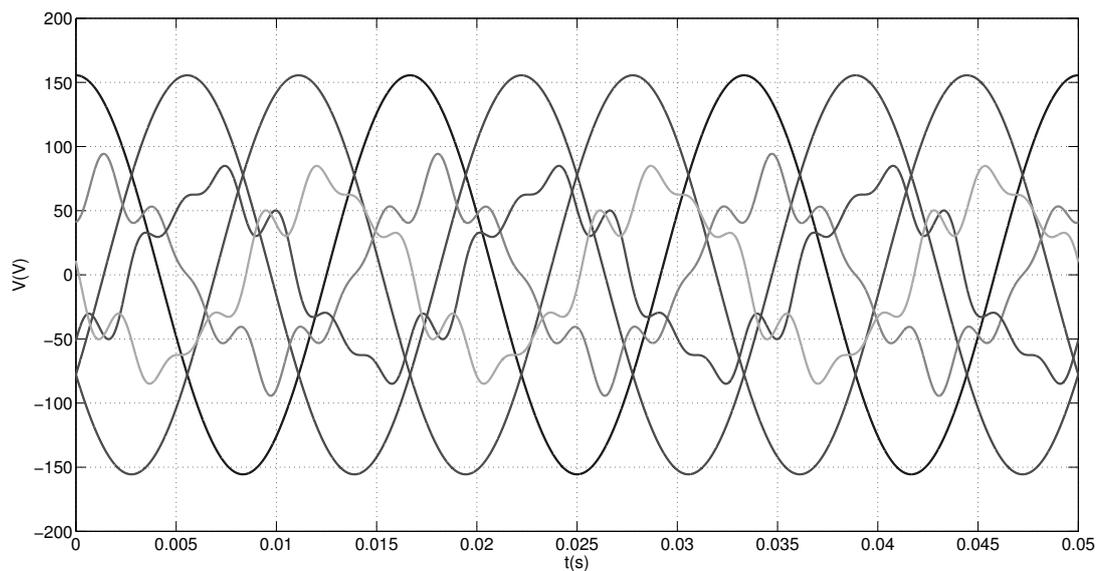


Figura 23: Circuito com reativos na fundamental, quinta e sétima harmônicas.

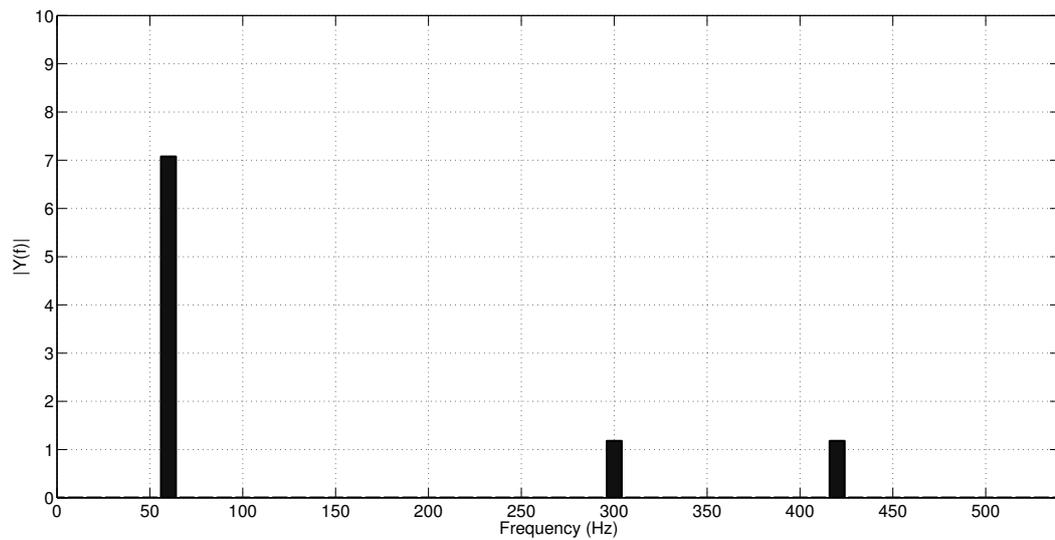


Figura 24: Corrente no espectro de frequências.

Na Figura 25 são ilustradas as formas de onda do circuito com a correção do fator de potência da fundamental e a mitigação da quinta harmônica. Pode-se observar uma melhora na forma de onda quase senoidal da corrente e a redução da componente de quinta harmônica (300Hz) no gráfico do espectro em frequências da Figura 26.

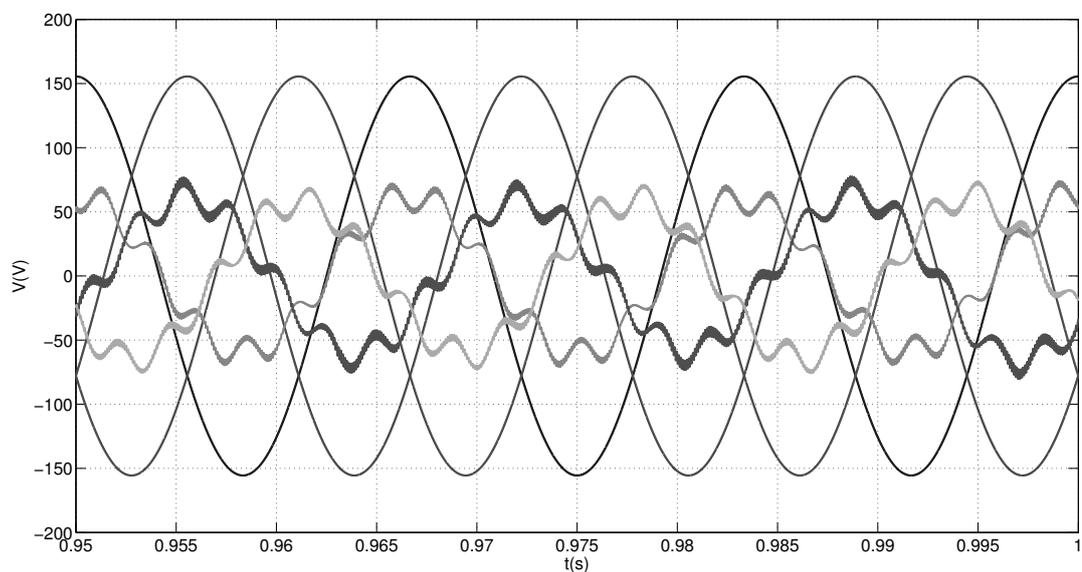


Figura 25: Circuito com correção da quinta harmônica e fator de potência.

Na Figura 27 é ilustrado o circuito com o filtro ativo corrigindo tanto o fator de potência da fundamental quanto ambas as harmônicas. No gráfico do espectro da Figura 28 em frequências é possível observar a mitigação das harmônicas.

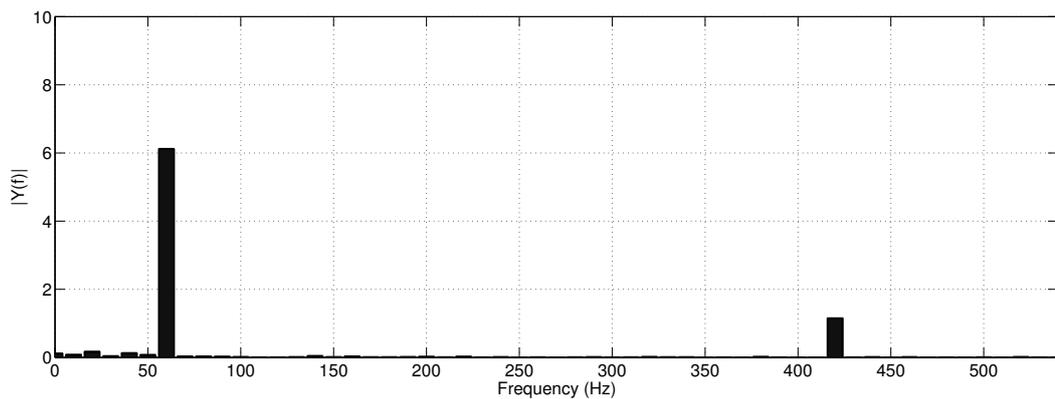


Figura 26: Corrente do espectro de frequências.

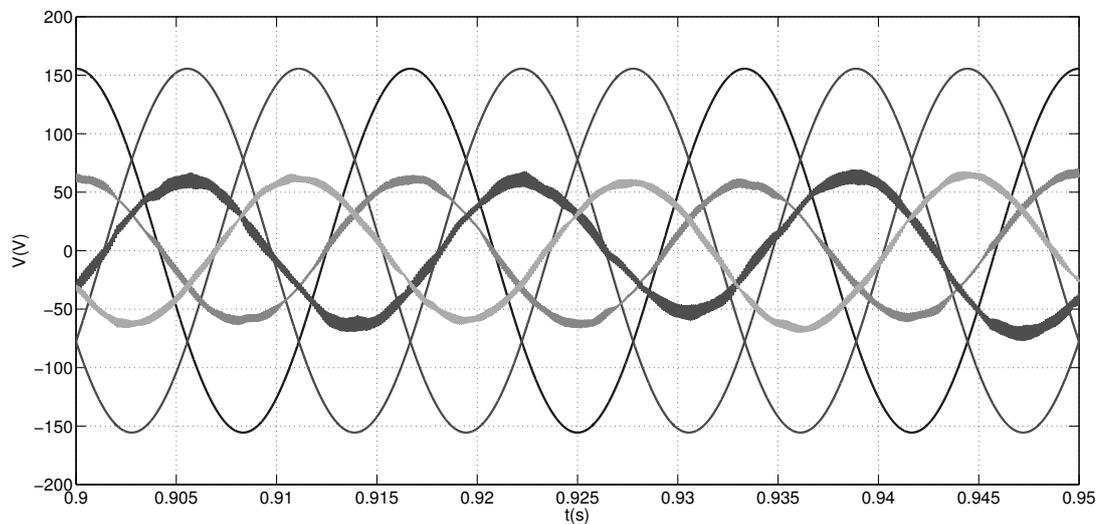


Figura 27: (Circuito com correção da quinta e sétima harmônicas e fator de potência.

## 4.2 Resultados experimentais.

Para validar o desenvolvimento do circuito, foi testado o sistema discretizado na bancada de experimentos da Figura 29. Ela possui dois módulos da Semikron SKS 25F B6U + B6CI 09 V12, drivers para acionamento das chaves, um DSP da Texas Instruments TMS320F28335 e sensores LEM de tensão e corrente (LV20 e LA25).

A esta bancada foi conectado um retificador trifásico para servir de carga. Devido a limitações da bancada, foi testado apenas um filtro ativo dos dois que foram modelados conforme em destaque na Figura 30.

Como o sistema montado é trifásico a três fios, não há a presença da terceira componente harmônica, portanto, foram eliminadas a quinta, sétima, décima primeira e décima terceira harmônicas e os reativos da componente fundamental.

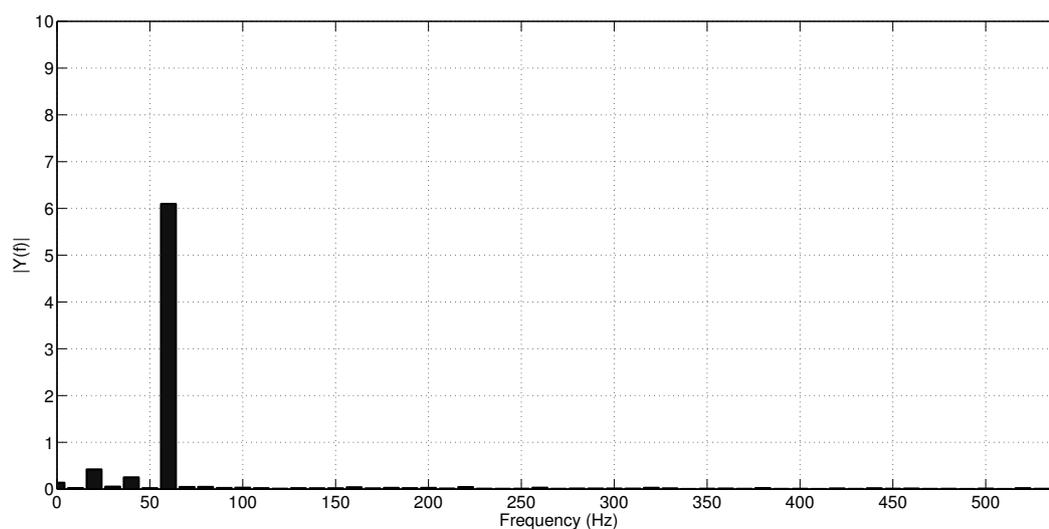


Figura 28: Corrente no espectro de frequências.

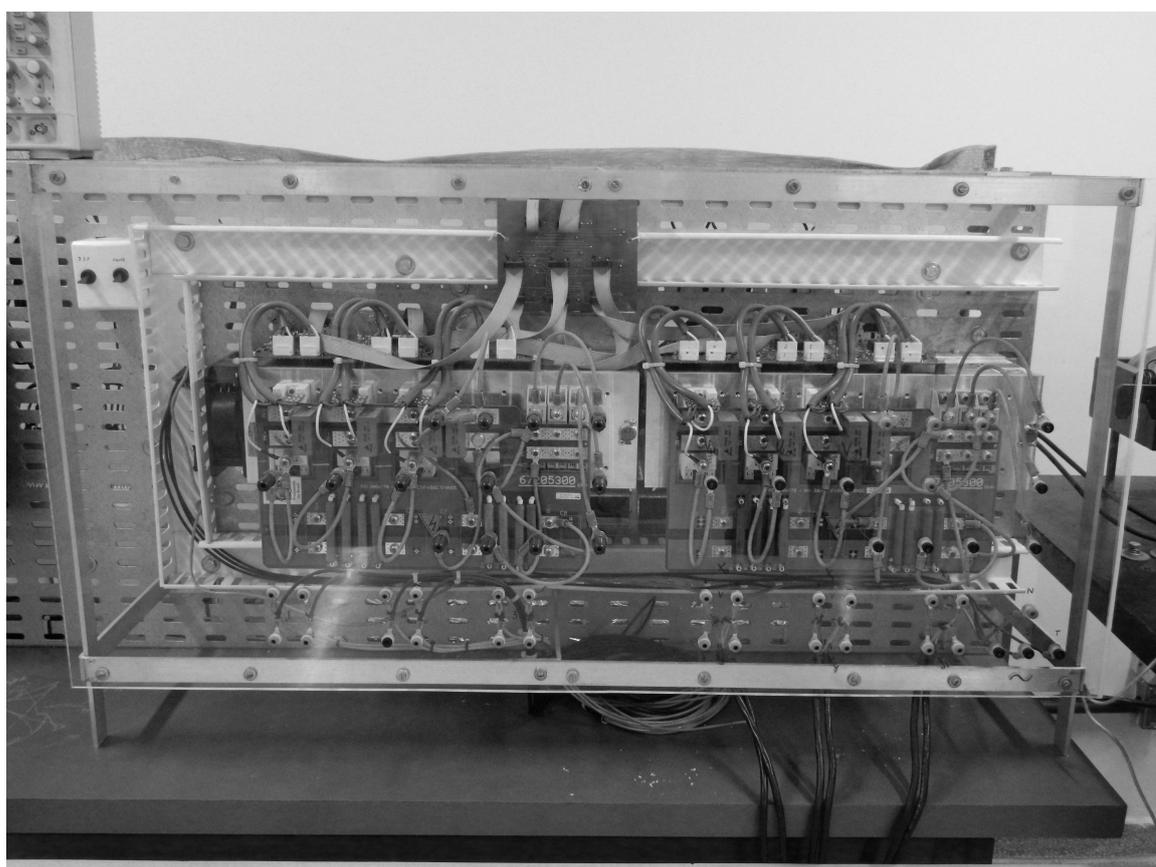


Figura 29: Bancada de experimental.

Na Figura 31 são mostradas a tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando apenas os reativos da fundamental, com isso, pode-se perceber uma diferença entre as correntes de rede e de carga.

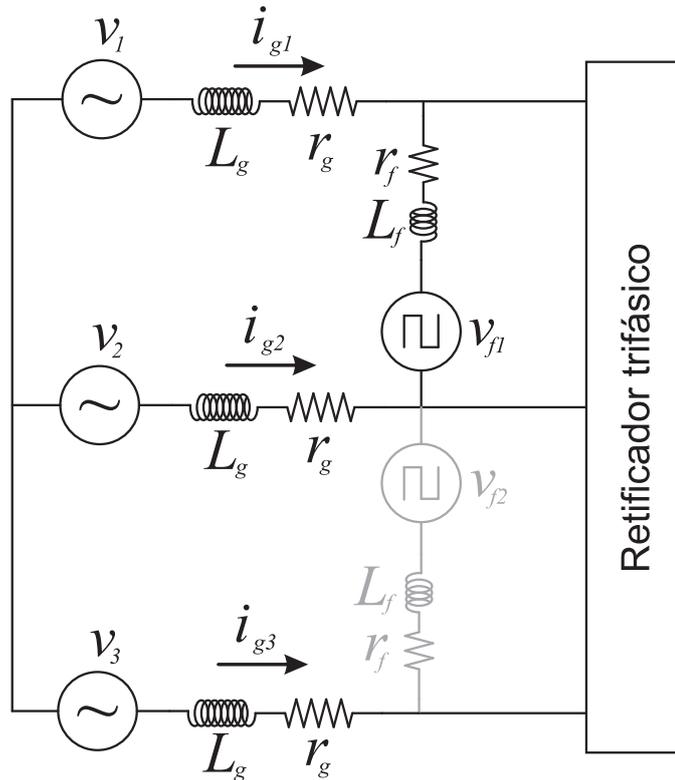


Figura 30: Sistema montado em bancada experimental - apenas um dos filtros em funcionamento.

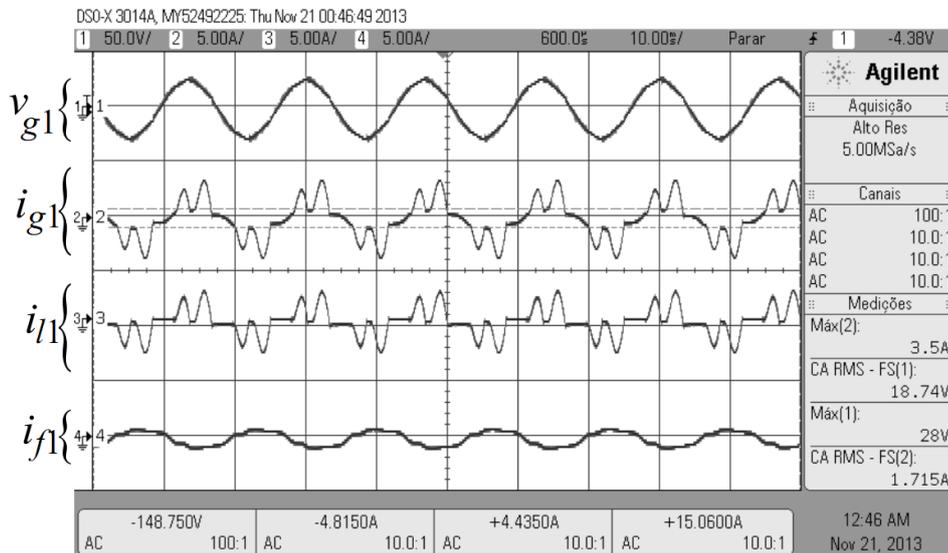


Figura 31: Tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando apenas os reativos da fundamental.

Já na Figura 32 são mostradas a tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando os reativos da fundamental e = a quinta harmônica do sistema. Com isso, pode-se observar que a corrente da rede torna-se cada vez mais senoidal.

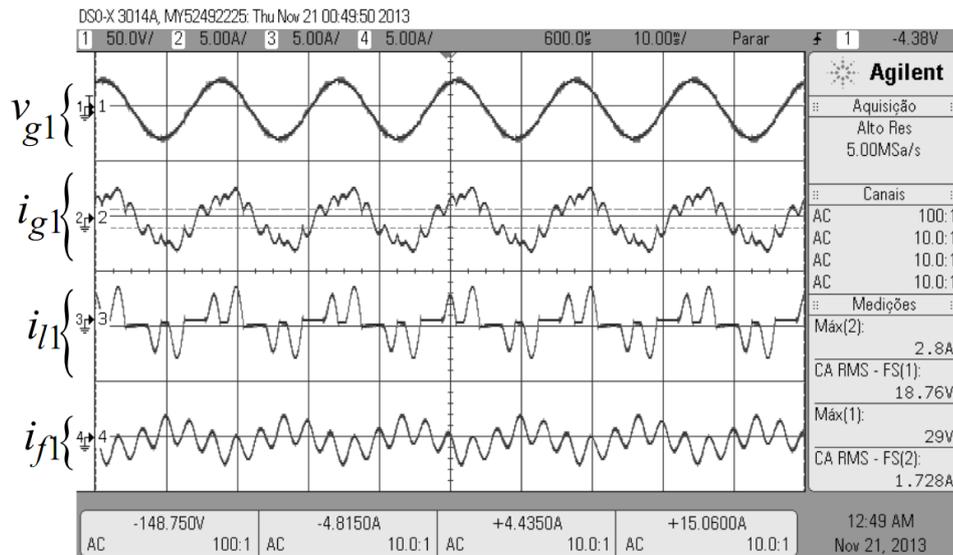


Figura 32: Tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando os reativos da fundamental e a quinta harmônica.

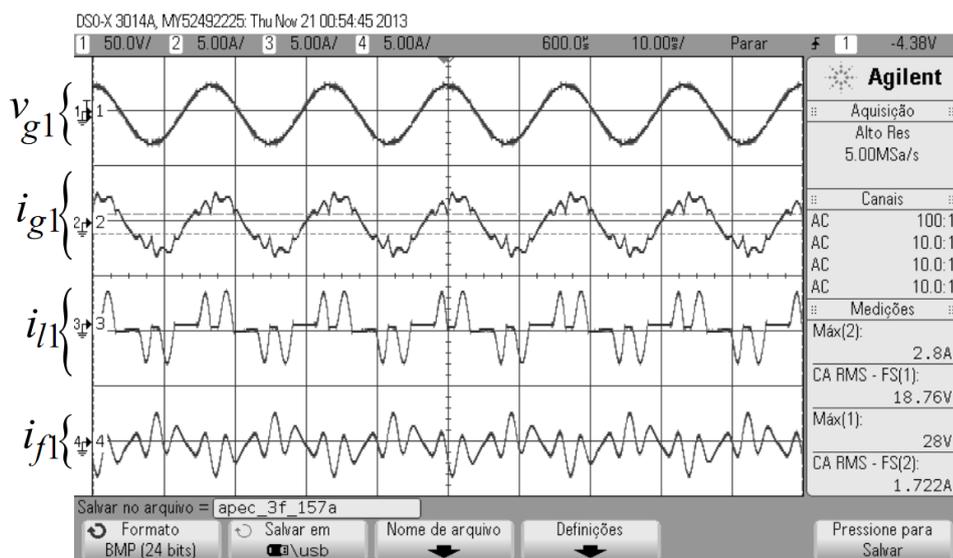


Figura 33: Tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando os reativos da fundamental, a quinta e a sétima harmônicas.

Na Figura 33 são mostradas a tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando os reativos da fundamental, a quinta, sétima harmônicas da corrente da rede.

Na Figura 34 são mostradas a tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando os reativos da fundamental, a quinta, sétima e décima primeira harmônicas da corrente da rede.

Com o objetivo de modularizar a bancada experimental e torná-la mais simples, barata e replicável, blocos da bancada apresentada foram projetados para menor potência.

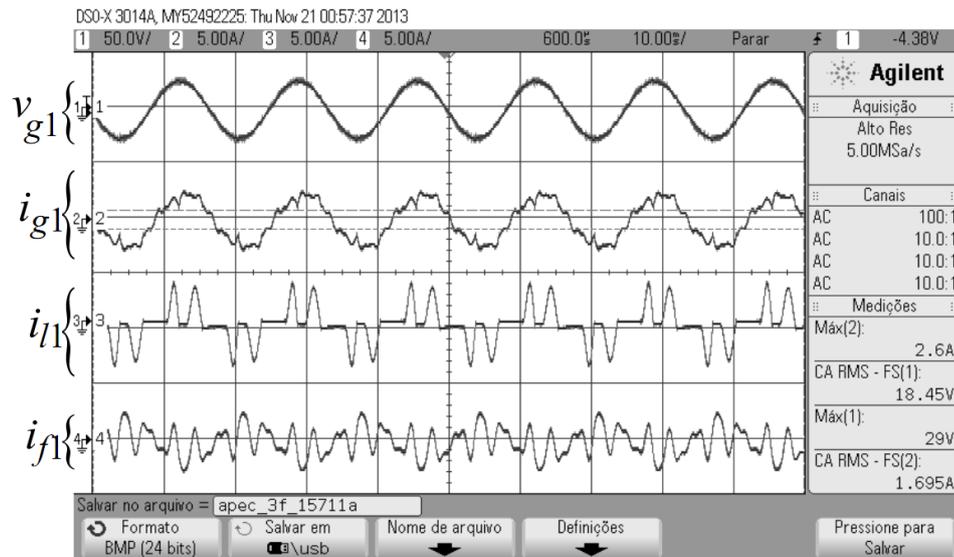


Figura 34: Tensão da rede, corrente da rede, corrente da carga e corrente do filtro ativo eliminando os reativos da fundamental, a quinta, a sétima e a décima primeira harmônicas.

Para isso foram utilizados o módulo inversor IIRAM10UP60A, sensores LEM LV20 e LA25, acopladores ópticos 6N137 além de um banco de capacitores de menor capacidade.

## 5 Conclusões

Neste trabalho foi apresentado um Filtro Ativo Shunt para sistemas trifásicos a três fios para correção do fator de potência e eliminação seletiva de harmônicas com um indutor a menos em comparação à estrutura convencional de filtros ativos trifásicos shunt. O sistema com uma impedância a menos foi modelado e foi elaborada uma estratégia de controle baseada em eixos síncronos. Ambos os modelos foram validados via simulação. Com a análise em regime permanente foram comparados os circuitos com dois e três indutores. Desta comparação conclui-se que o ripple de corrente no caso do circuito com dois indutores é maior e, portanto, necessita que seus indutores possuam valor de indutância duas vezes maior para que haja uma equivalência entre os modelos. Além da diferença nos ripples de corrente, faz-se necessário que o barramento dc do circuito inversor possua valor maior de tensão em comparação ao circuito com três indutores. Com essa modificação pode-se chegar a configurações com um componente a menos e menor volume muito embora ainda se faz necessário que uma análise de perdas seja realizada. Finalmente, foram realizados experimentos para validação dos estudos que mostraram a eficácia da técnica aplicada. Na tentativa de superar as limitações instrumentais foi projetada e, em parte, realizada uma bancada experimental de menor porte e fácil replicação para implementar este sistema e quaisquer outros que utilizem os mesmos blocos funcionais.

### 5.1 Sugestões para trabalhos futuros

- Estudo de perdas;
- Utilização conjunta de filtros passivos;
- Correção de desbalanceamento da rede;

# Referências

- 1 SASAKI, H.; MACHIDA, T. A new method to eliminate ac harmonic currents by magnetic flux compensation-considerations on basic design. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-90, n. 5, p. 2009–2019, Sept 1971. ISSN 0018-9510. Citado na página 1.
- 2 GYUGYI, L.; STRYCUDA, E. Active ac power filters. *IEEE Ind. Appl. Soc. Ann*, p. 529–535, 1976. Citado na página 1.
- 3 JEONG, G.; PARK, T.; KWON, B. Line-voltage-sensorless active power filter for reactive power compensation. *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, v. 147, n. 5, p. 385–390, Sep 2000. ISSN 1350-2352. Citado 4 vezes nas páginas 1, 2, 5 e 6.
- 4 DUKE, R. M.; ROUND, S. The steady-state performance of a controlled current active filter. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 8, n. 2, p. 140–146, Apr 1993. ISSN 0885-8993. Citado na página 1.
- 5 RUTH, L. a.; RAUMUNDO, S.; ANTUNES, F. *Harmônicos em Sistemas Elétricos*. São Paulo-SP, Brasil: Elsevier Editora Ltda., 2014. ISBN 9788535274394. Citado na página 1.
- 6 KABIR, M.; MAHBUB, U. Synchronous detection and digital control of shunt active power filter in power quality improvement. In: *Power and Energy Conference at Illinois (PECI), 2011 IEEE*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–5. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 5.
- 7 JOU, H.-L. et al. A novel active power filter for harmonic suppression. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 20, n. 2, p. 1507–1513, April 2005. ISSN 0885-8977. Citado na página 1.
- 8 VAZ, A. *Filtro Ativo de Potência Trifásico Paralelo Comandado para Várias Funções - Aspectos teóricos e práticos e reator eletrônico alto FP: Contribuições a otimização da qualidade de energia*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, April 2006. Citado na página 1.
- 9 JAIN, T.; JAIN, S.; AGNIHOTRI, G. Comparison of topologies of hybrid active power filter. In: *Information and Communication Technology in Electrical Sciences (ICTES 2007), 2007. ICTES. IET-UK International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 503–509. ISSN 0537-9989. Citado na página 2.
- 10 DEMIRDELEN, T. et al. Review of hybrid active power filter topologies and controllers. In: *Power Engineering, Energy and Electrical Drives (POWERENG), 2013 Fourth International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 587–592. ISSN 2155-5516. Citado 3 vezes nas páginas 3, 4 e 5.
- 11 FUJITA, H.; AKAGI, H. A practical approach to harmonic compensation in power systems-series connection of passive and active filters. In: *Industry Applications Society Annual Meeting, 1990., Conference Record of the 1990 IEEE*. [S.l.: s.n.], 1990. p. 1107–1112 vol.2. Citado na página 3.

- 12 LUO, A. et al. Design and application of a hybrid active power filter with injection circuit. *Power Electronics, IET*, v. 3, n. 1, p. 54–64, January 2010. ISSN 1755-4535. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 4.
- 13 PENG, F. Z. Application issues of active power filters. *Industry Applications Magazine, IEEE*, v. 4, n. 5, p. 21–30, Sep 1998. ISSN 1077-2618. Citado na página 3.
- 14 SHUAI, Z. et al. Study on a novel hybrid active power filter applied to a high-voltage grid. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 24, n. 4, p. 2344–2352, Oct 2009. ISSN 0885-8977. Citado na página 4.
- 15 WANG, K.; ZHOU, F.; CHEN, J. A novel control strategy of parallel hybrid active power filter. In: *Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2011 6th IEEE Conference on*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 2157–2161. ISSN pending. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 5.
- 16 SALMERÓN, P.; LITRÁN, S. A control strategy for hybrid power filter to compensate four-wires three-phase systems. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 25, n. 7, p. 1923–1931, 2010. Citado na página 4.
- 17 SINGH, B. et al. Hybrid filters for power quality improvement. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-*, v. 152, n. 3, p. 365–378, May 2005. ISSN 1350-2360. Citado na página 5.
- 18 LIN, B.-R.; HUNG, T.-L.; YANG, B.-R. Analysis and operation of hybrid active filter for harmonic elimination. In: *Power Conversion Conference, 2002. PCC-Osaka 2002. Proceedings of the*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2, p. 800–805 vol.2. Citado na página 5.
- 19 SINGH, B.; VERMA, V. An indirect current control of hybrid power filter for varying loads. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 21, n. 1, p. 178–184, Jan 2006. ISSN 0885-8977. Citado na página 5.
- 20 ASIMINOAEI, L.; BLAABJERG, F.; HANSEN, S. Detection is key - harmonic detection methods for active power filter applications. *Industry Applications Magazine, IEEE*, v. 13, n. 4, p. 22–33, July 2007. ISSN 1077-2618. Citado na página 5.
- 21 EL-HABROUK, M.; DARWISH, M.; MEHTA, P. Active power filters: a review. *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, v. 147, n. 5, p. 403–413, Sep 2000. ISSN 1350-2352. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 6.
- 22 GRADY, W.; SAMOTYJ, M.; NOYOLA, A. Survey of active power line conditioning methodologies. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, v. 5, n. 3, p. 1536–1542, Jul 1990. ISSN 0885-8977. Citado na página 5.
- 23 EL-HABROUK, M.; DARWISH, M. Design and implementation of a modified fourier analysis harmonic current computation technique for power active filters using dsps. *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, v. 148, n. 1, p. 21–28, Jan 2001. ISSN 1350-2352. Citado na página 5.
- 24 AKAGI, H.; KANAZAWA, Y.; NABAE, A. Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, IA-20, n. 3, p. 625–630, May 1984. ISSN 0093-9994. Citado na página 5.

- 25 HONGDA, L.; CAO, K. Active power filter simulation based on instantaneous reactive power theory and the pwm hysteresis control mode. In: *Electronic Measurement Instruments (ICEMI), 2011 10th International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2011. v. 4, p. 95–100. Citado na página 5.
- 26 MOULAHOU, S.; HOUASSINE, H.; KABACHE, N. Shunt active power filter to mitigate harmonics generated by compact fluorescent lights. In: *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2013 18th International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 496–501. Citado na página 5.
- 27 CAI, C.; WANG, L.; YIN, G. A three-phase active power filter based on park transformation. In: *Computer Science Education, 2009. ICCSE '09. 4th International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1221–1224. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 6.
- 28 KHADKIKAR, V. et al. Implementation of single-phase synchronous d-q reference frame controller for shunt active filter under distorted voltage condition. In: *Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES) 2010 Power India, 2010 Joint International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–6. Citado na página 5.
- 29 FREITAS, I. de et al. Applied control strategy in a micro system interconnected between a renewable energy source and a single-phase electric power. In: *Power Electronics Conference (COBEP), 2013 Brazilian*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1029–1033. ISSN 2175-8603. Citado na página 5.
- 30 FREITAS, I. et al. Single-phase active power filter for selective harmonic elimination based on synchronous frame control system. In: *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2014 Twenty-Ninth Annual IEEE*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 7002–1007. Citado na página 5.
- 31 FREITAS, I. et al. Shunt active power filter with reduced number of inductors. In: *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2014 Twenty-Ninth Annual IEEE*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 321–325. Citado na página 5.
- 32 STEELA, K.; RAJPUROHIT, B. S. A survey on active power filters control strategies. In: *Power Electronics (IICPE), 2014 IEEE 6th India International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6. Citado na página 6.
- 33 CHANG, G. A new method for determining reference compensating currents of the three-phase shunt active power filter. *Power Engineering Review, IEEE*, v. 21, n. 3, p. 63–65, Mar 2001. ISSN 0272-1724. Citado na página 6.
- 34 AREDES, M.; HAFNER, J.; HEUMANN, K. Three-phase four-wire shunt active filter control strategies. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 12, n. 2, p. 311–318, Mar 1997. ISSN 0885-8993. Citado na página 6.
- 35 HSU, C.-Y.; WU, H.-Y. A new single-phase active power filter with reduced energy storage capacitor. In: *Power Electronics Specialists Conference, 1995. PESC '95 Record., 26th Annual IEEE*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 1, p. 202–208 vol.1. Citado na página 6.
- 36 NASTRAN, J. et al. Active power filter for nonlinear ac loads. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, v. 9, n. 1, p. 92–96, Jan 1994. ISSN 0885-8993. Citado na página 6.

- 37 FUKUDA, S.; ENDOH, T. Control method for a combined active filter system employing a current source converter and a high pass filter. In: *Power Conversion Conference, 1993. Yokohama 1993., Conference Record of the.* [S.l.: s.n.], 1993. p. 621–628. Citado na página 6.
- 38 ZHANG, S.; LI, D.; WANG, X. Control techniques for active power filters. In: *Electrical and Control Engineering (ICECE), 2010 International Conference on.* [S.l.: s.n.], 2010. p. 3493–3498. Citado na página 6.
- 39 GURGUIATU, G. et al. Advanced active power filter to improve power quality. In: *Electrical Machines and Power Electronics and 2011 Electromotion Joint Conference (ACEMP), 2011 International Aegean Conference on.* [S.l.: s.n.], 2011. p. 484–489. Citado na página 6.
- 40 BHATTACHARJEE, K. Harmonic mitigation by srf theory based active power filter using adaptive hysteresis control. In: *Power and Energy Systems Conference: Towards Sustainable Energy, 2014.* [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6. Citado na página 6.
- 41 WEN-XU, Y.; ZHI-CHENG, J.; JIN, H. Shunt active power filter line current control based on t-s fuzzy model. In: *Industrial Electronics and Applications, 2009. ICIEA 2009. 4th IEEE Conference on.* [S.l.: s.n.], 2009. p. 2241–2246. Citado na página 6.
- 42 YANFENG, W. et al. Shunt active power filter synthesizing resistive loads by means of adaptive inverse control. In: *Power Electronics and Motion Control Conference, 2006. IPEMC 2006. CES/IEEE 5th International.* [S.l.: s.n.], 2006. v. 2, p. 1–5. Citado na página 6.
- 43 BARCENAS, E.; CÁRDENAS, V.; ROFFIEL, J. Shunt active power filters and pwm rectifiers in three-phase three wire systems: a survey. In: *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2006. APEC '06. Twenty-First Annual IEEE.* [S.l.: s.n.], 2006. p. 7 pp.–. Citado na página 6.
- 44 EL-HABROUK, M.; DARWISH, M.; MEHTA, P. A survey of active filters and reactive power compensation techniques. In: *Power Electronics and Variable Speed Drives, 2000. Eighth International Conference on (IEE Conf. Publ. No. 475).* [S.l.: s.n.], 2000. p. 7–12. Citado na página 6.
- 45 HAO, W. et al. Detecting and close-loop control methods for selective-harmonic-compensation active power filter. In: *Power Electronics and Motion Control Conference, 2004. IPEMC 2004. The 4th International.* [S.l.: s.n.], 2004. v. 1, p. 206–209 Vol.1. Citado na página 6.
- 46 CLEARY-BALDERAS, L.; MEDINA-RIOS, A. Selective harmonic current mitigation with a shunt active power filter. In: *North American Power Symposium (NAPS), 2012.* [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–5. Citado na página 6.
- 47 ASIMINOAEI, L. et al. Selective harmonic current mitigation with shunt active power filter. In: *Power Electronics and Applications, 2007 European Conference on.* [S.l.: s.n.], 2007. p. 1–10. Citado na página 6.
- 48 SINGH, B.; VERMA, V.; SOLANKI, J. Neural network-based selective compensation of current quality problems in distribution system. *Industrial Electronics,*

*IEEE Transactions on*, v. 54, n. 1, p. 53–60, Feb 2007. ISSN 0278-0046. Citado na página 6.

# Apêndices

# APÊNDICE A – PLL (Phased Locked Loop)

Um PLL ou Malha de Captura de Fase é um sistema com realimentação utilizado para sincronizar sinais afim de se obter as características de fase e frequência de um sinal específico. No sistema deste trabalho foi utilizado uma PLL para obtermos as características das tensões rede elétrica, no caso, as características da tensão de linha  $v_{12}$  e  $v_{32}$ . Através da frequência obtida, foram gerados eixos síncronos nesta frequência e em suas harmônicas. Estes eixos síncronos foram utilizados pela transformada descrita no Apêndice B.

Em especial para este PLL foi implementado também um algoritmo de rastreamento em frequência para que a todo instante ele busque a frequência atual e para que, dado uma frequência inicial, ele busque as componentes mais próximas a essa frequência para sincronizar. Segue abaixo a descrição do PLL.

Dado um sinal  $x(t)$  periódico com período  $T_0$  e frequência fundamental  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ , sua transformada de Fourier é dada pela Equação A.1:

$$X(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - k\omega_0) \quad (\text{A.1})$$

Para o sistema estudado, este seria o sinal de tensão de linha  $v_{12}$  e o sinal  $v_{32}$ . Agora, sejam os sinais  $p_x(t)$  e  $q_x(t)$  das Equações A.2 e A.3.

$$p_x(t) = \cos(\omega_x t) \quad (\text{A.2})$$

$$q_x(t) = \sin(\omega_x t) \quad (\text{A.3})$$

A transformação de Fourier deles é dada pelas Equações A.4 e A.5.

$$P_x(\omega) = \pi\delta(\omega + \omega_x) + \pi\delta(\omega - \omega_x) \quad (\text{A.4})$$

$$Q_x(\omega) = -\frac{\pi}{i}\delta(\omega + \omega_x) + \frac{\pi}{i}\delta(\omega - \omega_x) \quad (\text{A.5})$$

A multiplicação de  $x(t)$  por  $p_x(t)$  e  $q_x(t)$  é, no domínio da frequência, representada pela convolução das Equações A.6 e A.7. Resultando nos sinais  $C_x(\omega)$  e  $S_x(\omega)$ .

$$C_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} [X(\omega) * P_x(\omega)] \quad (\text{A.6})$$

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} [X(\omega) * Q_x(\omega)] \quad (\text{A.7})$$

Substituindo as Equações A.4 e A.5 nas Equações A.6 e A.7, chega-se às Equações A.8 e A.9.

$$C_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \{ \pi X(\omega) * \delta(\omega + \omega_x) + \pi X(\omega) * \delta(\omega - \omega_x) \} \quad (\text{A.8})$$

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ -\frac{\pi}{i} X(\omega) * \delta(\omega + \omega_x) + \frac{\pi}{i} X(\omega) * \delta(\omega - \omega_x) \right\} \quad (\text{A.9})$$

Já que  $X(\omega) * \delta(\omega - \omega_1) = X(\omega - \omega_1)$ , chega-se às Equações A.10 e A.11.

$$C_x(\omega) = \frac{1}{2} X(\omega + \omega_x) + \frac{1}{2} X(\omega - \omega_x) \quad (\text{A.10})$$

$$S_x(\omega) = -\frac{1}{2i} X(\omega + \omega_x) + \frac{1}{2i} X(\omega - \omega_x) \quad (\text{A.11})$$

De posse da Equação A.1, pode-se escrever:

$$X(\omega + \omega_x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega + \omega_x - k\omega_0) \quad (\text{A.12})$$

$$X(\omega - \omega_x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - \omega_x - k\omega_0) \quad (\text{A.13})$$

A frequência  $\omega_x$  dos termos  $p_x(t)$  e  $q_x(t)$  é escolhida de forma que seja igual a frequência do sinal  $x(t)$ , entretanto, como a frequência da rede varia em alguns décimos de unidade, deve-se assumir que

$$\omega_x = \omega_0 + \Delta\omega \Rightarrow \omega_x - \omega_0 = \Delta\omega \quad (\text{A.14})$$

Substituindo a Equação A.14 nas Equações A.15 e A.16, chega-se às Equações A.17 e A.18.

$$X(\omega + \omega_x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega + (1 - k)\omega_0 + \Delta\omega) \quad (\text{A.15})$$

$$X(\omega - \omega_x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - (1 + k)\omega_0 - \Delta\omega) \quad (\text{A.16})$$

Substituindo as Equações A.15 e A.16 nas Equações A.10 e A.11, encontra-se as Equações A.17 e A.18.

$$2\pi C_x(\omega) = \pi \left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega + (1-k)\omega_0 + \Delta\omega) \right] + \pi \left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - (1+k)\omega_0 - \Delta\omega) \right] \quad (\text{A.17})$$

$$2\pi S_x(\omega) = -\frac{\pi}{i} \left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega + (1-k)\omega_0 + \Delta\omega) \right] + \frac{\pi}{i} \left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - (1+k)\omega_0 - \Delta\omega) \right] \quad (\text{A.18})$$

Após manipulações matemáticas e as substituições de  $v = -r$ ,  $k$  por  $r = 1 - k \Rightarrow k = 1 - r$  e depois, no segundo somatório,  $r = -r$  encontra-se as Equações A.19 e A.20.

$$C_x(\omega) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \pi a_{-(r-1)} \delta(\omega + r\omega_0 + \Delta\omega) + \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \pi a_{-r-1} \delta(\omega + r\omega_0 - \Delta\omega) \quad (\text{A.19})$$

$$S_x(\omega) = -\sum_{r=-\infty}^{+\infty} \frac{\pi}{i} a_{-(r-1)} \delta(\omega + r\omega_0 + \Delta\omega) + \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \frac{\pi}{i} a_{-r-1} \delta(\omega + r\omega_0 - \Delta\omega) \quad (\text{A.20})$$

Para analisar as equações será suposto que  $\Delta\omega = 0$ , ou seja,  $\omega_0 = \omega_x$ . Assim:

$$C_x(\omega) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [\pi a_{-(r-1)} + \pi a_{-(r+1)}] \delta(\omega + r\omega_0) \quad (\text{A.21})$$

$$S_x(\omega) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \left[ -\frac{\pi}{i} a_{-(r-1)} + \frac{\pi}{i} a_{-(r+1)} \right] \delta(\omega + r\omega_0) \quad (\text{A.22})$$

Expandindo alguns termos, chega-se as Equações A.23 e A.24.

$$C_x(\omega) = \dots + [\pi a_3 + \pi a_1] \delta(\omega - 2\omega_0) + [\pi a_2 + \pi a_0] \delta(\omega - \omega_0) + \quad (\text{A.23})$$

$$[\pi a_1 + \pi a_{-1}] \delta(\omega) + [\pi a_0 + \pi a_{-2}] \delta(\omega + \omega_0) \\ + [\pi a_{-1} + \pi a_{-3}] \delta(\omega + 2\omega_0) + [\pi a_{-2} + \pi a_{-4}] \delta(\omega + 3\omega_0) + \dots$$

$$S_x(\omega) = \dots + \left[ -\frac{\pi}{i} a_3 + \frac{\pi}{i} a_1 \right] \delta(\omega - 2\omega_0) + \left[ -\frac{\pi}{i} a_2 + \frac{\pi}{i} a_0 \right] \delta(\omega - \omega_0) + \quad (\text{A.24})$$

$$\left[ -\frac{\pi}{i} a_1 + \frac{\pi}{i} a_{-1} \right] \delta(\omega) + \left[ -\frac{\pi}{i} a_0 + \frac{\pi}{i} a_{-2} \right] \delta(\omega + \omega_0) \\ + \left[ -\frac{\pi}{i} a_{-1} + \frac{\pi}{i} a_{-3} \right] \delta(\omega + 2\omega_0) + \left[ -\frac{\pi}{i} a_{-2} + \frac{\pi}{i} a_{-4} \right] \delta(\omega + 3\omega_0)$$

Nas Equações A.23 e A.24 pode-se perceber termos  $cc$  não nulos, esses termos surgiram da multiplicação dos sinais  $c_x$  e  $s_x$  pela componente do sinal  $x(t)$  cuja frequência é  $\omega_x$ , ou seja, a mesma frequência dos sinais  $p_x(t)$  e  $q_x(t)$ . Portanto, partindo do princípio de que  $x(t)$  possui diversas componentes harmônicas e a depender da frequência  $\omega_x$  escolhida para os sinais  $p_x(t)$  e  $q_x(t)$  teremos, na componente  $cc$  do sinal resultante da multiplicação entre  $p_x(t)$  e  $x(t)$  e  $q_x(t)$  e  $x(t)$ , as informações da componente do sinal  $x(t)$  na frequência  $\omega_x$ . Esta componente  $cc$  pode ser recuperada com um filtro passa-baixas com frequência de corte inferior a  $\omega_0$

Em casos reais, a frequência do sinal  $x(t)$  varia com o tempo, ou seja,  $\Delta\omega \neq 0$ . Portanto, precisa-se considerar um algoritmo de rastreamento de frequência para alterar o valor de  $\Delta\omega$  de forma a igualar  $\omega_0$  e  $\omega_x$ .

Tomando os sinais das Equações A.19 e A.20 e rearranjando os termos-se:

$$C_x(\omega) = \pi \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [a_{-(r-1)}\delta(\omega + (\Delta\omega + r\omega_0)) + a_{r-1}\delta(\omega - (\Delta\omega + r\omega_0))] \quad (\text{A.25})$$

$$S_x(\omega) = \frac{\pi}{i} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [-a_{-(r-1)}\delta(\omega + (\Delta\omega + r\omega_0)) + a_{r-1}\delta(\omega - (\Delta\omega + r\omega_0))] \quad (\text{A.26})$$

Para representar os sinais das Equações A.25 e A.26 no tempo, considera-se as seguintes transformadas inversas:

$$F^{-1} \{ \delta(\omega + r\omega_0 + \Delta\omega) \} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\omega + r\omega_0 + \Delta\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} e^{-i(r\omega_0 + \Delta\omega)t} \quad (\text{A.27})$$

$$F^{-1} \{ \delta(\omega - (r\omega_0 + \Delta\omega)) \} = \frac{1}{2\pi} e^{i(r\omega_0 + \Delta\omega)t} \quad (\text{A.28})$$

Chega-se, portanto às Equações:

$$c_x(t) = \frac{1}{2} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [a_{r-1}e^{i(r\omega_0 + \Delta\omega)t} + a_{-(r-1)}e^{-i(r\omega_0 + \Delta\omega)t}] \quad (\text{A.29})$$

$$s_x(t) = \frac{1}{2i} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [a_{r-1}e^{i(r\omega_0 + \Delta\omega)t} - a_{-(r-1)}e^{-i(r\omega_0 + \Delta\omega)t}] \quad (\text{A.30})$$

Mas, sendo um sinal real,  $a_k = a_{-k}^* \Rightarrow a_{r-1} = a_{-(r-1)}^* \Rightarrow a_{r-1}^* = a_{-(r-1)}$ :

$$c_x(t) = \frac{1}{2} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [(a_{r-1}e^{i(r\omega_0 + \Delta\omega)t}) + (a_{r-1}e^{i(r\omega_0 + \Delta\omega)t})^*] \quad (\text{A.31})$$

$$s_x(t) = \frac{1}{2i} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} [(a_{r-1}e^{i(r\omega_0 + \Delta\omega)t}) - (a_{r-1}e^{i(r\omega_0 + \Delta\omega)t})^*] \quad (\text{A.32})$$

Mas  $a + a^* = 2\text{Re}(a)$  e  $a - a^* = 2i\text{Im}(a)$ , assim:

$$c_x(t) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \operatorname{Re}(a_{r-1} e^{i(r\omega_0 + \Delta\omega)t})$$

$$s_x(t) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \operatorname{Im}(a_{r-1} e^{i(r\omega_0 + \Delta\omega)t})$$

Manipulando as Equações acima e considerando que  $a_k = a_{-k}^* \Rightarrow a_{-k} = a_k^* \Rightarrow |a_{-k}| e^{i\theta_{-k}} = |a_k| e^{-i\theta_k}$  e então  $A_k = A_{-k}$  e  $\theta_{-k} = -\theta_k$ , tem-se:

$$c_x(t) = A_1 \cos(\Delta\omega t - \theta_1) + \sum_{r=1}^{+\infty} \{A_{r+1} \cos[(r\omega_0 - \Delta\omega)t + \theta_{r+1}] + A_{r-1} \cos[(r\omega_0 + \Delta\omega)t + \theta_{r-1}]\} \quad (\text{A.33})$$

$$s_x(t) = A_1 \sin(\Delta\omega t - \theta_1) + \sum_{r=1}^{+\infty} \{-A_{r+1} \sin[(r\omega_0 - \Delta\omega)t + \theta_{r+1}] + A_{r-1} \sin[(r\omega_0 + \Delta\omega)t + \theta_{r-1}]\} \quad (\text{A.34})$$

Considerando um filtro passa-baixas de segunda ordem conforme Equação A.35.

$$G(s) = \frac{\omega_c^2}{(s + \omega_c)^2} = \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2s\omega_c + \omega_c^2} \quad (\text{A.35})$$

Tem-se que sua resposta em frequência pode ser escrita como  $G(i\omega) = |G_\omega| e^{i\alpha_\omega}$  para cada frequência  $\omega$ . Assim, os sinais  $c_x(t)$  e  $s_x(t)$ , ficam:

$$c_{Fx}(t) = |G_{\Delta\omega}| A_1 \cos(\Delta\omega t - \theta_1 + \alpha_{\Delta\omega}) + \quad (\text{A.36})$$

$$\sum_{r=1}^{+\infty} |G_{(r\omega_0 - \Delta\omega)}| A_{r+1} \cos[(r\omega_0 - \Delta\omega)t + \theta_{r+1} + \alpha_{(r\omega_0 - \Delta\omega)}] +$$

$$\sum_{r=1}^{+\infty} |G_{(r\omega_0 + \Delta\omega)}| A_{r-1} \cos[(r\omega_0 + \Delta\omega)t + \theta_{r-1} + \alpha_{(r\omega_0 + \Delta\omega)}].$$

$$s_{Fx}(t) = |G_{\Delta\omega}| A_1 \sin(\Delta\omega t - \theta_1 + \alpha_{\Delta\omega}) + \quad (\text{A.37})$$

$$\sum_{r=1}^{+\infty} \{-|G_{(r\omega_0 - \Delta\omega)}| A_{r+1} \sin[(r\omega_0 - \Delta\omega)t + \theta_{r+1} + \alpha_{(r\omega_0 - \Delta\omega)}]\} +$$

$$\sum_{r=1}^{+\infty} \{|G_{(r\omega_0 + \Delta\omega)}| A_{r-1} \sin[(r\omega_0 + \Delta\omega)t + \theta_{r-1} + \alpha_{(r\omega_0 + \Delta\omega)}]\}$$

Considerando um filtro com frequência de corte suficiente para eliminar as altas frequências restando apenas a componente  $cc$  do sinal, pode-se escrever:

$$c_{Fx}(t) = |G_{\Delta\omega}| A_1 \cos(\Delta\omega t - \theta_1 + \alpha_{\Delta\omega}) \quad (\text{A.38})$$

$$s_{Fx}(t) = |G_{\Delta\omega}| A_1 \sin(\Delta\omega t - \theta_1 + \alpha_{\Delta\omega}) \quad (\text{A.39})$$

$$\text{Seja } \eta = \arctan\left(\frac{s_{Fx}(t)}{c_{Fx}(t)}\right) = \arctan\left[\frac{|G_{\Delta\omega}|A_1 \sin(\Delta\omega t - \theta_1 + \alpha_{\Delta\omega})}{|G_{\Delta\omega}|A_1 \cos(\Delta\omega t - \theta_1 + \alpha_{\Delta\omega})}\right] = \arctan[\tan(\Delta\omega t - \theta_1 + \alpha_{\Delta\omega})]$$

Então  $\eta = \Delta\omega t - \theta_1 + \alpha_{\Delta\omega}$ .

Ou seja, dados  $s_{Fx}(t)$  e  $c_{Fx}(t)$  podemos obter o  $\Delta\omega$  fazendo:

$$\eta = \arctan\left(\frac{s_{Fx}(t)}{c_{Fx}(t)}\right), \Delta\omega = \frac{d\eta}{dt} \quad (\text{A.40})$$

É o equivalente a

$$\Delta\omega = \frac{d\eta}{dt} = \frac{c_{Fx}(t) \frac{ds_{Fx}(t)}{dt} - s_{Fx}(t) \frac{dc_{Fx}(t)}{dt}}{c_{Fx}^2 + s_{Fx}^2} \quad (\text{A.41})$$

Portanto, diante da Equação A.41, pode-se conhecer o valor de  $\Delta\omega$  e se determinar com exatidão a frequência atual do sinal  $x(t)$ .

Assim, seja  $\omega_{xi}$  o valor inicial de  $\omega_x$ , foi feito seu ajuste com um termo proporcional a integral de  $\Delta\omega$ . Ou seja:

$$\omega_x = \omega_{xi} - \left(k_p \Delta\omega + k_i \int \Delta\omega\right) \quad (\text{A.42})$$

## APÊNDICE B – Transformada para Seleção de Harmônicas

Sejam os sinais contínuos no tempo  $d(t) = \sin(\omega t)$  e  $q(t) = \cos(\omega t)$  da transformação da Figura 35 ao amostrá-los com uma frequência de amostragem  $f_s$ , chega-se a:

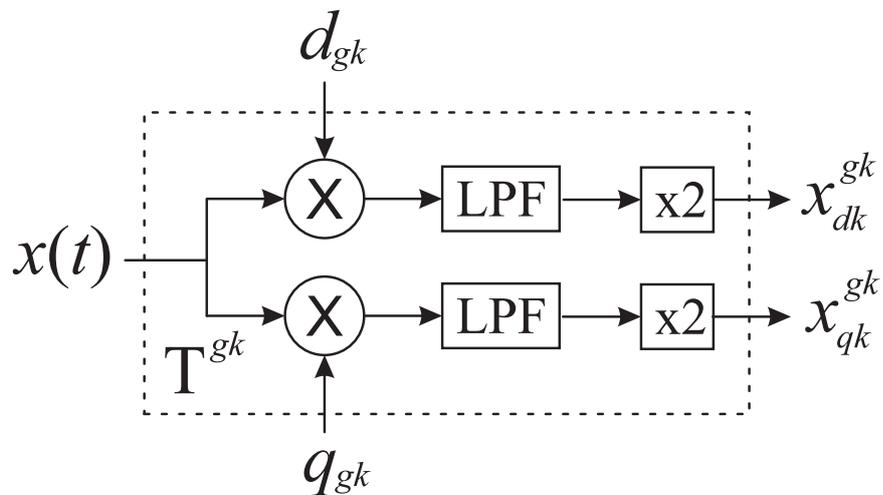


Figura 35: Transformada para Seleção de Harmônicas.

$$q[n] = \sin(\Omega_0 n) \quad (\text{B.1})$$

$$d[n] = \cos(\Omega_0 n) \quad (\text{B.2})$$

Onde  $\omega = 2\pi f_0$  e  $\Omega = 2\pi \frac{f_0}{f_s}$

Os sinais  $q[n] = \sin(\Omega_0 n)$  e  $d[n] = \cos(\Omega_0 n)$  discretos, no domínio da frequência são dados por:

$$D[\Omega] = \pi[\delta(\Omega - \Omega_0) + \delta(\Omega + \Omega_0)] \quad (\text{B.3})$$

$$Q[\Omega] = \frac{\pi}{i}[\delta(\Omega - \Omega_0) - \delta(\Omega + \Omega_0)] \quad (\text{B.4})$$

Usando a propriedade da linearidade da transformada de Fourier, podemos escrever:

$$x(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) + \cos(\omega_3 t) + \dots + \cos(\omega_k t) \quad (\text{B.5})$$

$$x[n] = \cos(\Omega_1 n) + \cos(\Omega_2 n) + \cos(\Omega_3 n) + \dots + \cos(\Omega_k n) \quad (\text{B.6})$$

$$X[\Omega] = \pi[\delta(\Omega - \Omega_1) + \delta(\Omega + \Omega_1)] + \pi[\delta(\Omega - \Omega_2) + \delta(\Omega + \Omega_2)] + \dots + \pi[\delta(\Omega - \Omega_k) + \delta(\Omega + \Omega_k)] \quad (\text{B.7})$$

Onde,  $\Omega_0$  é a frequência fundamental do sinal e  $\Omega_k$  é a componente harmônica de ordem  $k$  do sinal.

Deseja-se saber o resultado da multiplicação no tempo entre os sinais  $x(t)$  e  $d(t)$  e  $x(t)$  e  $q(t)$ . Entretanto, ao trabalharmos com sistemas digitais, o que se tem disponível são os sinais discretizados.

Uma multiplicação no tempo corresponde a uma convolução na frequência. No tempo discreto é de forma análoga, assim:

$$x(t)d(t) = X[\Omega] * D[\Omega] \quad (\text{B.8})$$

$$x(t)q(t) = X[\Omega] * Q[\Omega] \quad (\text{B.9})$$

No caso da transformada estudada, a frequência  $\Omega_0$  é a frequência harmônica de interesse. Ou seja, quando for preciso calcular as componentes  $d$  e  $q$  da quinta harmônica do sinal  $x(t)$ , basta atribuir  $\Omega_0 = \Omega_5$  e realizar a transformada. Isso porque o resultado das convoluções dará uma componente na frequência 0 (ver Figura 36) correspondente à quinta harmônica que, após o filtro passa-baixas (que servirá para cortar todo o restante do conteúdo harmônico do sinal), dará os sinais contínuos correspondentes às componentes  $d$  e  $q$  do sinal.

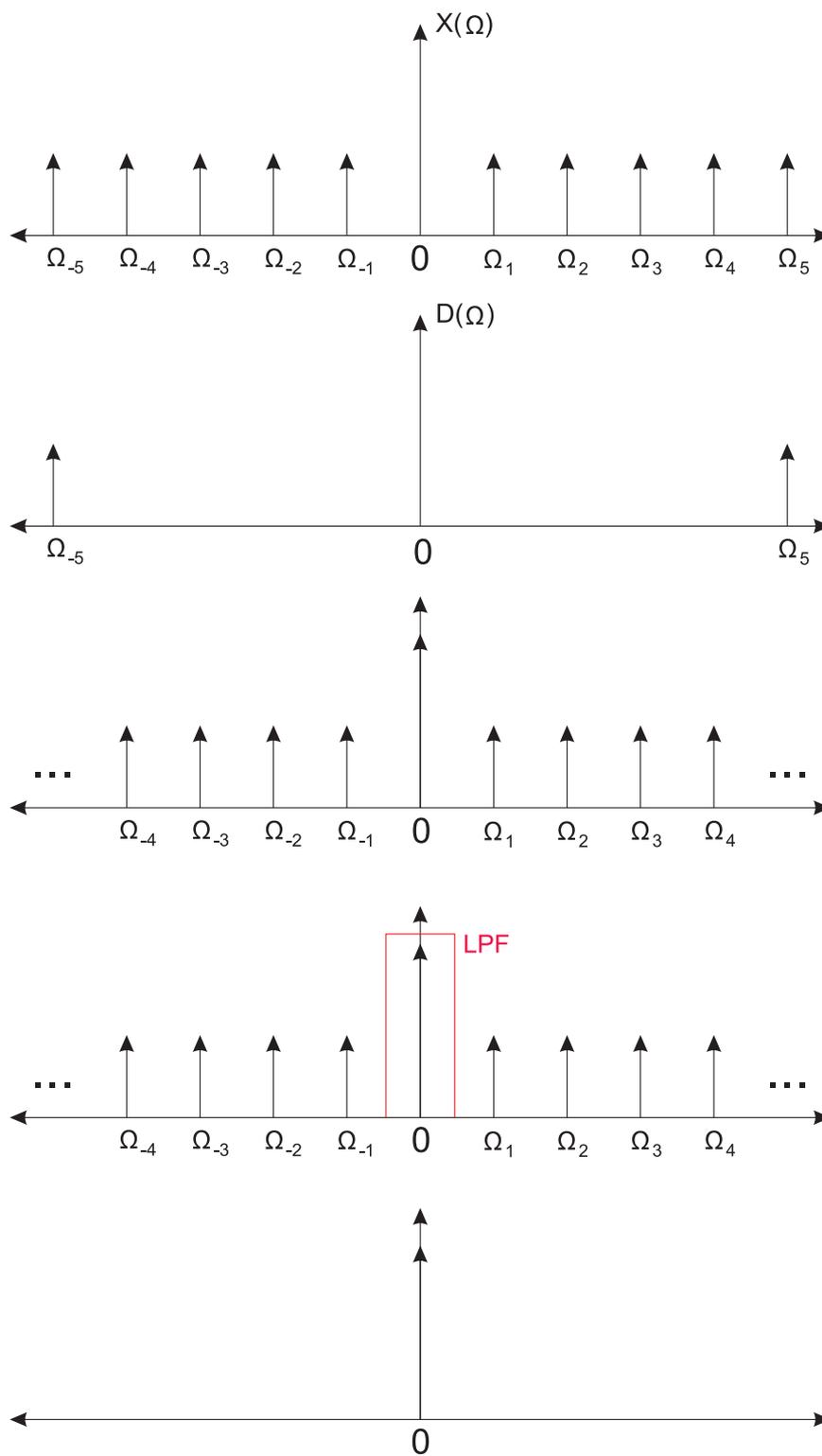


Figura 36: Convolução entre os sinais  $X[\Omega]$  e  $D[\Omega]$ .