IVAN DA SILVA

MODELAGEM E ACIONAMENTO DE UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO DE NOVE FASES BASEADO EM MODULAÇÃO ESPACIAL VETORIAL SVPWM

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE, da Universidade Federal da Paraíba - UFPB, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Isaac Soares de Freitas

JOÃO PESSOA

2015

FICHA CATALOGRÁFICA

Silva, Ivan

Modelagem e acionamento de uma máquina de indução de nove fases baseado em modulação espacial vetorial – João Pessoa, 2015.

Nº de páginas:

Área de concentração: Otimização de sistemas de energia.

Orientador: Prof. Dr. Isaac Soares de Freitas.

Dissertação(Mestrado) – Universidade federal da Paraíba - UFPB. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

1.Máquinas multifases; 2. Inversor fonte de tensão VSI; 3. Modulação SVPWM

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA – UFPB
CENTRO DE ENERGIAS ALTERNATIVAS E RENOVÁVEIS – CEAR
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA - PPGEE

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação

MODELAGEM E ACIONAMENTO DE UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO DE NOVE FASES BASEADO EM MODULAÇÃO ESPACIAL VETORIAL SVPWM

Elaborado por

IVAN DA SILVA

como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr Isaac Soares de Freitas (UFPB) - (Orientador)

Prof. Dr. Fabiano Salvadori (UFPB) – (examinador interno)

Prof. Dr. Cursino Brandão Jacobina (UFCG) – (examinador interno)

Prof. Dr. Ricardo Ferreira Pinheiro (UFRN) - (examinador externo)

João Pessoa/PB, ____ de _____ de _____.

DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado ao meu pai, Cícero Delfino por tudo que me proporcionou ao longo da vida e pelo exemplo de honestidade e de trabalho que o acompanham ao longo da vida. Dedico às minhas irmãs, cunhados e sobrinhos, pelo companheirismo sem limites que nos prende uns aos outros em qualquer ocasião. Aos meus amados e pacientes filhos, Izabel, Ivan Filho e Izadora, que têm sido pilares de sustentação na minha vida. Por fim, de forma muito especial, dedico este trabalho às três mulheres que são exemplo de vida, de luta, de companheirismo e de amor: Minha esposa, Márcia Cristina, minha avó, Amélia e aminha amada mãe, Francisca (in memoriam).

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me conduzido ao longo do curso.

Ao meu pai, Cícero, que nunca mediu esforços para educar todos os filhos.

À minha mãe, Francisca (in memoriam), cujos ensinamentos jamais serão esquecidos.

Às minhas irmãs que estão sempre por perto para apoiar no que for preciso, da melhor forma.

À minha esposa Márcia Cristina, pela paciência e amor sem limites.

Aos meus filhos que compreenderam desde o começo o motivo do meu ingresso no curso.

Ao Professor Isaac Freitas, pela orientação e confiança desde o começo e pela valiosa oportunidade concedida para desenvolvimento deste trabalho.

Ao Professor Fabiano Salvadori, pelo apoio que tem nos dado ao longo do curso, à frente da Coordenação de Pós-Graduação.

Aos professores Juan, Cícero, Ricardo Moreira e Yuri Molina, com os quais tive oportunidade de cursar as disciplinas.

A todos os demais professores do departamento, que de forma direta ou indireta colaboram diariamente com os trabalhos do Departamento de Engenharia Elétrica.

Aos técnicos dos laboratórios que estão sempre à nossa disposição para a realização dos trabalhos desenvolvidos no curso e a Rafael pelo apoio diário na secretaria.

Aos meus colegas de curso, que sempre estão compartilhando conhecimentos e são um apoio fundamental na caminhada ao longo do curso. Entre os vários colegas, um agradecimento especial a William e a Zariff pelo apoio concedido.

A CAPES pelo apoio financeiro concedido para a realização do trabalho.

“A leitura após certa idade distrai excessivamente o espírito humano das suas reflexões criadoras. Todo o homem que lê demais e usa o cérebro de menos adquire a preguiça de pensar.”

Albert Einstein.

RESUMO

MODELAGEM E ACIONAMENTO DE UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO DE NOVE FASES BASEADO EM MODULAÇÃO ESPACIAL VETORIAL SVPWM.

O interesse pelo estudo de máquinas de indução multifases (mais de três fases) e dos seus sistemas de acionamento cresceu substancialmente nas últimas duas décadas. As muitas vantagens apresentadas pelos sistemas multifases, em relação aos sistemas trifásicos convencionais, têm sido fatores motivadores para o aumento de pesquisas em todo o mundo. Redução das oscilações de torque, redução da corrente por fase, maior confiabilidade do acionamento, grande tolerância à faltas e redução no conteúdo harmônico da corrente no barramento CC são algumas destas vantagens. O maior grau de liberdade proporcionado pelas fases extras torna os sistemas multifases bastante flexíveis quanto às estratégias de modulação e de controle. Apesar da atual predominância da utilização das máquinas e acionamentos trifásicos na indústria, as máquinas multifases estão sendo cada vez mais utilizadas em áreas de aplicações específicas tais como tração de locomotivas, propulsão de navios elétricos de grande porte, indústria aeroespacial, tração de veículos híbridos e elétricos e sistemas industriais de alta potência. Devido ao alto grau de acoplamento entre as variáveis elétricas de um sistema multifases, a modelagem e análise desses sistemas tem representado uma tarefa desafiadora nos centros de pesquisa. No presente trabalho são apresentadas as modelagens analíticas de uma máquina de indução de nove fases simétrica e de uma máquina de nove fases assimétrica pelo método de variáveis naturais e pelo método de decomposição vetorial. Os princípios utilizados na modelagem são os mesmos utilizados nos sistemas trifásicos. No entanto, sistemas multifases são analisados em múltiplos planos d-q. Estratégias de modulação PWM baseadas na teoria de vetores espaciais (SVPWM) para um inversor de nove fases tipo VSI (Inversor Fonte de Tensão) são apresentadas para acionamento das máquinas. O sistema de acionamento apresentado trabalha na região linear de operação e gera tensão de saída senoidal. Dados de simulação obtidos a partir de programas desenvolvidos em linguagem C e Matlab são apresentados para ambas as máquinas de nove fases modeladas.

Palavras-chaves: Máquinas multifases, Inversor fonte de tensão (VSI), modulação SVPWM.

ABSTRACT

MODELING OF A NINE-PHASE INDUCTION MACHINE AND A DRIVE BASED ON SPACE VECTOR MODULATION – SVPWM

The interest for the study of multiphase (more than three phases) machines and variable speed drives has substantially increased in the last two decades. The advantages presented by the multiphase systems compared to their three-phase counterparts have being the the main effort to increase researches all over the world. Reduction in torque oscillation, lower current ratings, high drive reliability, better fault tolerance and harmonic content reduction in the DC bus are some of these advantages. The additional degrees of freedom due to extra phases make multiphase systems very flexible when it comes to control systems and modulation strategies. Although three-phase systems are predominant in industrial applications, the use of multiphase machines and drives has increased in very specific areas such as locomotive traction, electric ship propulsion, aerospace industry (more electric aircraft), electric and hybrid vehicles and industrial high power systems. Due to high coupling degree between electric variables in multiphase systems, modeling of multiphase machines has been and still is a challenge task in research centers. In this present work, analitic modeling of symmetric and asymmetric nine-phase machines using natural variables and space vector decomposition are presented. The principles used in the study are the same used for three-phase systems. However, multiphase systems are analised in multiple d-q planes. PWM modulation strategies based on space vectors theory (SVPWM) for a voltage source inverter (VSI) are presented. The multiphase drive system presented works in the linear operation region with sinusoidal voltage generation. Results for both machines and drive modeled are verified by simulation programs developed in C programming language an Matlab.

Key words: Multiphase machine, voltage-source inverter (VSI), SVPWM modulation.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO GERAL 17
1.1 Conceitos gerais 17
1.2 Revisão bibliográfica 20
1.2.1 Comentários preliminares 20
1.2.2 Características dos sistemas multifases 20
1.2.3 Estratégias de controle de sistemas multifases 23
1.3 Contribuições do trabalho 24
1.4 Organização do trabalho 24
2 MODELO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO ASSÍNCRONA DE NOVE FASES 27
2.1 Introdução 27
2.2 Representação da máquina em variáveis naturais 28
2.2.1 Convenções e hipóteses 28
2.2.2 Expressões dos fluxos, tensões e torque 30
2.3 Modelagem por decomposição vetorial 36
2.3.1 Matriz de transformação da máquina simétrica 39
2.3.2 Matriz de transformação da máquina assimétrica 41
2.3.3 Modelagem 46
3 ESTRATÉGIAS DE MODULAÇÃO PWM PARA A MÁQUINA DE NOVE FASES 57
3.1 Introdução 57
3.2 Modelo do conversor 58
3.2.1 Controle PWM baseado em vetores espaciais 60
3.2.2 Mapeamento vetorial 66
3.3 Estratégia de modulação 73
3.3.1 Seleção dos vetores ativos 75
3.3.2 Tempos de aplicação dos vetores 79
4 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES 85
4.1 Acionamento da máquina simétrica 86
4.1.1 Máquina simétrica na região linear – Topologia 1 86
4.1.2 Máquina simétrica fora da região linear – Topologia 1 91
4.1.3 Máquina simétrica na região linear – Topologia 2 96
4.1.4 Máquina simétrica fora da região linear – Topologia 2 99

4.2 Acionamento da máquina assimétrica 102
4.2.1 Máquina assimétrica na região linear – Topologia 1 102
4.2.2 Máquina assimétrica fora da região linear – Topologia 1 105
4.2.3 Máquina assimétrica na região linear – Topologia 2 108
4.2.4 Máquina assimétrica na região não linear – Topologia 2 111
5 CONCLUSÕES 115
5.1 Sugestões para trabalhos futuros 116
REFERÊNCIAS 118
APÊNDICE 1 - TABELAS PARCIAIS - VETORES 124

LISTA DE SÍMBOLOS

CC: Corrente contínua

e: Referencial do campo girante

E: Tensão do barramento CC

g: Referencial genérico

$\boldsymbol{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9}$: Base vetorial

$\boldsymbol{i_{r1}, i_{r2}, i_{r3}, i_{r4}, i_{r5}, i_{r6}, i_{r7}, i_{r8}, i_{r9}}$: Correntes de fase do rotor

$\boldsymbol{i^g_{rdqx1y1x2y2x3y30}}$: Vetor das correntes $\boldsymbol{dqx_1y_1x_2y_2x_3y_30}$ do rotor em um referencial genérico

$\boldsymbol{i_{s1}, i_{s2}, i_{s3}, i_{s4}, i_{s5}, i_{s6}, i_{s7}, i_{s8}, i_{s9}}$: Correntes de fase do estator

$\boldsymbol{i^g_{sdqx1y1x2y2x3y30}}$: Vetor das correntes $\boldsymbol{dqx_1y_1x_2y_2x_3y_30}$ do estator em um referencial genérico

$\boldsymbol{L_{lr}}$: Indutância de dispersão das bobinas de fase do rotor

$\boldsymbol{L_{ls}}$: Indutância de dispersão das bobinas de fase do estator

$\boldsymbol{L_r}$: Indutância própria das bobinas de fase do rotor

$\boldsymbol{L_{rp}}$: Indutância principal das bobinas de fase do rotor

$\boldsymbol{L_{rr}}$: Matriz das indutâncias de fase do rotor

$\boldsymbol{L_{rs}}$: Matriz das indutâncias mútuas das bobinas de fase do rotor com as do estator

$\boldsymbol{L_s}$: Indutância própria das bobinas de fase do estator

$\boldsymbol{L_{sp}}$: Indutância principal das bobinas de fase do estator

$\boldsymbol{L_{sr}}$: Matriz das indutâncias mútuas das bobinas de fase do estator com as do rotor

$\boldsymbol{L_{ss}}$: Matriz das indutâncias de fase do estator

$\boldsymbol{M_{sr}}$: Indutâncias mútua entre uma bobina do estator e uma do rotor

n: Número de fases

$\boldsymbol{P_r}$: Matriz transformação das variáveis rotóricas

$\boldsymbol{P^g_{r9}}$: Matriz de transformação das variáveis rotóricas da máquina de nove fases em um referencial genérico

$\boldsymbol{P_s}$: Matriz transformação das variáveis estatóricas

$\boldsymbol{P^g_{s9}}$: Matriz de transformação das variáveis estatóricas da máquina de nove fases em um referencial genérico

P: Matriz de transformação de variáveis

$\boldsymbol{p}$: Número de pares de pólos

$\boldsymbol{S_k(wt)}$: Vetor gerador de subespaços vetoriais do espaço vetorial original

$\boldsymbol{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9}$: Estado das chaves do inversor

$\boldsymbol{\overline{q}_1, \overline{q}_2, \overline{q}_3, \overline{q}_4, \overline{q}_5, \overline{q}_6, \overline{q}_7, \overline{q}_8, \overline{q}_9}$: Estado complementar das chaves do inversor

$\boldsymbol{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9}$: Bobinas do rotor

$\boldsymbol{r_r}$: Resistência das bobinas de fase fo rotor

$\boldsymbol{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9}$: Bobinas do estator

Te: Torque eletromagnético

Tm: Torque mecânico de carga

$\boldsymbol{v_{10}, v_{20}, v_{30}, v_{40}, v_{50}, v_{60}, v_{70}, v_{80}, v_{90}}$: Tensões de pólo dos braços 1, 2, ... 9

$\boldsymbol{v_{n10}}$: Tensão entre o neutro 1 e o ponto central dos capacitores

$\boldsymbol{v_{n20}}$: Tensão entre o neutro 2 e o ponto central dos capacitores

$\boldsymbol{v_{n30}}$: Tensão entre o neutro 3 e o ponto central dos capacitores

$\boldsymbol{v_{r1}, v_{r2}, v_{r3}, v_{r4}, v_{r5}, v_{r6}, v_{r7}, v_{r8}, v_{r9}}$: Tensões de fase do rotor

$\boldsymbol{v^g_{rdqx1y1x2y2x3y30}}$: Vetor das tensões $\boldsymbol{dqx_1y_1x_2y_2x_3y_30}$ do rotor em um referencial genérico

$\boldsymbol{v_{s1}, v_{s2}, v_{s3}, v_{s4}, v_{s5}, v_{s6}, v_{s7}, v_{s8}, v_{s9}}$: Tensões de fase do estator

$\boldsymbol{v^g_{sdqx1y1x2y2x3y30}}$: Vetor das tensões $\boldsymbol{dqx_1y_1x_2y_2x_3y_30}$ do estator em um referencial genérico

$\boldsymbol{w_m}$: Velocidade mecânica do rotor

$\boldsymbol{w_r}$: Velocidade elétrica do rotor

$\boldsymbol{x_{123456789}}$: Vetor de variáveis quaisquer

$\boldsymbol{x^r_{123456789}}$: Vetor das variáveis de fase (correntes, tensões ou fluxos) no referencial do rotor

$\boldsymbol{x^s_{123456789}}$: Vetor das variáveis de fase no referencial do estator

$\boldsymbol{x_{dqx1y1x2y2x3y30}}$: Vetor das variáveis $\boldsymbol{dqx_1y_1x_2y_2x_3y_30}$

$\boldsymbol{x^r_{r123456789}}$: Vetor das variáveis de fase do rotor (correntes, tensões ou fluxos) no referencial do rotor

$\boldsymbol{x^g_{rdqx1y1x2y2x3y30}}$: Vetor das variáveis $\boldsymbol{dqx_1y_1x_2y_2x_3y_30}$ rotóricas quaisquer no referencial genérico

$\boldsymbol{x^s_{s123456789}}$: Vetor das variáveis de fase do estator (correntes, tensões ou fluxos) no referencial do estator

$\boldsymbol{x^g_{sdqx1y1x2y2x3y30}}$: Vetor das variáveis $\boldsymbol{dqx_1y_1x_2y_2x_3y_30}$ estatóricas quaisquer no referencial genérico

$\boldsymbol{\delta_g}$: Posição elétrica do eixo-d em relação a fase $\boldsymbol{s_1}$

$\boldsymbol{\theta_{ij}}$: Ângulo entre as bobinas i e j

$\boldsymbol{\theta_m}$: Posição mecânica do rotor

$\boldsymbol{\theta_r}$: Posição elétrica do rotor

$\boldsymbol{\lambda^r_{147}}$: Fluxos das fases 1, 4, 7 do rotor

$\boldsymbol{\lambda^s_{147}}$: Fluxos das fases 1, 4, 7 do estator

$\boldsymbol{\lambda^r_{258}}$: Fluxos das fases 2, 5, 8 do rotor

$\boldsymbol{\lambda^s_{258}}$: Fluxos das fases 2, 5, 8 do estator

$\boldsymbol{\lambda^r_{369}}$: Fluxos das fases 3, 6, 9 do rotor

$\boldsymbol{\lambda^s_{369}}$: Fluxos das fases 3, 6, 9 do estator

$\boldsymbol{\lambda^g_{r0}}$: Fluxo 0 do rotor

$\boldsymbol{\lambda^r_{r147258369}}$: Vetor dos fluxos de fase do rotor

$\boldsymbol{\lambda^g_{rd}}$: Fluxo d do rotor

$\boldsymbol{\lambda^g_{rdqx1y1x2y2x3y3o}}$: Vetor dos fluxos $\boldsymbol{dqx_1y_1x_2y_2x_3y_30}$ do rotor

$\boldsymbol{\lambda^g_{rq}}$: Fluxo q do rotor

$\boldsymbol{\lambda^g_{rx}}$: Fluxo x do rotor

$\boldsymbol{\lambda^g_{ry}}$: Fluxo y do rotor

$\boldsymbol{\lambda^g_{s0}}$: Fluxo 0 do estator

$\boldsymbol{\lambda^s_{s147258369}}$: Vetor dos fluxos de fase do estator

$\boldsymbol{\lambda^g_{sd}}$: Fluxo d do estator

$\boldsymbol{\lambda^g_{sdqx1y1x2y2x3y30}}$: Vetor dos fluxos $\boldsymbol{dqx_1y_1x_2y_2x_3y_30}$ do estator

$\boldsymbol{\lambda^g_{sq}}$: Fluxo q do estator

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 - Máquinas de nove fases: (a)simétrica, (b)assimétrica 28
FIGURA 2 - (a) Máquinas assimétrica, (b)Convenções utilizadas 29
FIGURA 3 - Máquina de nove fases *dqx1y1x2y2x3y3o* 53
FIGURA 4 - Topologia 1 – máquina com neutros separados 59
FIGURA 5 - Topologia 2 - máquina com neutros interligados 59
FIGURA 6 - Mapeamento vetorial 67
FIGURA 7 - Vetores no plano *d-q* 68
FIGURA 8 - Máxima tensão de referência 72
FIGURA 9 - Limites de tensão na região linear 73
FIGURA 10 - Estratégia de modulação no plano *d-q* 74
FIGURA 11 - Vetores escolhidos para a máquina simétrica 76
FIGURA 12 - Vetores selecionados para máquina simétrica – setor 1 77
FIGURA 13 - Diagrama de chaveamento – setor 1 78
FIGURA 14 - Príncipio de aplicação dos tempos dos vetores 79
FIGURA 15 - Estratégia de modulação 81
FIGURA 16 - Tensão de fase (*ma*=1,0154) – Topologia 1 86
FIGURA 17 - Espectro de frequência da tensão de fase 87
FIGURA 18 - Tensões nos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ 88
FIGURA 19 - Trajetória dos vetores nos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ 88
FIGURA 20 - Tensões de fase e de referência 89
FIGURA 21 - Tensões de fase do grupo A 89
FIGURA 22 - Corrente e espectro de frequência da fase 1 90
FIGURA 23 - Correntes de saída do inversor 90
FIGURA 24 - Tensão de fase (*ma*=1,2) – Topologia 1 91
FIGURA 25 - Espectro de frequência da tensão de fase 92
FIGURA 26 - Tensões nos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ 92
FIGURA 27 - Espectros nos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ 93
FIGURA 28 - Tensão de fase e de referência 94
FIGURA 29 - Corrente da fase 1 para ($\mathrm{ma} = 1{,}2$) 94
FIGURA 30 - Corrente e espectro de frequência da fase 1 95
FIGURA 31 - Correntes de saída do inversor ($\mathrm{ma} = 1{,}2$) 95
FIGURA 32 - Tensão de fase – Topologia 2 96

FIGURA 33 - Tensão de referência e de fase 97
FIGURA 34 - Espectro da tensão de fase 97
FIGURA 35 - Tensões nos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ **..... 98**
FIGURA 36 - Corrente e espectro de frequência da fase 1 98
FIGURA 37 - Tensão de referência e da fase 1 99
FIGURA 38 - Espectro da tensão de fase 100
FIGURA 39 - Tensões nos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ **..... 100**
FIGURA 40 - Espectros dos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ **..... 101**
FIGURA 41 - Corrente e espectro de frequência da fase 1 101
FIGURA 42 - Correntes de saída do inversor ($\mathrm{ma} = 1{,}2$**) 102**
FIGURA 43 - Tensão e espectro da fase 1 103
FIGURA 44 - Tensões nos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ **..... 103**
FIGURA 45 - Tensões de fase assimétricas 104
FIGURA 46 - Corrente e espectro de frequência da fase 1 104
FIGURA 47 - Correntes de saída assimétricas 105
FIGURA 48 - Tensão de fase e espectro (*ma*=1,2) 106
FIGURA 49 - Tensão da fase 1 (*ma*=1,2) 106
FIGURA 50 - Tensões nos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ **..... 107**
FIGURA 51 - Espectros dos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ **..... 107**
FIGURA 52 - Corrente e espectro de frequência da fase 1 108
FIGURA 53 - Corrente de saída do inversor ($\mathrm{ma} = 1{,}2$**) 108**
FIGURA 54 - Tensão da fase 1 e espectro (*ma*=1,0154) 109
FIGURA 55 - Espectros dos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ **..... 110**
FIGURA 56 - Tensões nos planos $\mathrm{dq, x1y1, x2y2, x3y3}$ **..... 110**
FIGURA 57 - Corrente e espectro- topologia 2 – máq. assimétrica 111
FIGURA 58 - Tensão da fase 1 e espectro (*ma*=1,2) 112
FIGURA 59 - Tensão da fase 1 e espectro (*ma*=1,2) 112
FIGURA 60 - Tensão da fase 1 e espectro (*ma*=1,2) 113
FIGURA 61 - Tensão da fase 1 e espectro (*ma*=1,2) 113

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Ângulos – máquinas simétrica e assimétricas 43
TABELA 2 - Coeficientes harmônicos 43
TABELA 3 - Resumo do modelo – máquinas de nove fases 55
TABELA 4 - Codificação dos vetores 69
TABELA 5 - Vetores da estratégia de modulação da máquina simétrica 69
TABELA 6 - Vetores da estratégia de modulação da máquina assimétrica ... 70
TABELA 7 - Mapeamento de famílias harmônicas 71
TABELA 8 - Utilização do barramento dc 72
TABELA 9 - Sequências de comutações 77
TABELA 10 - Vetores selecionados 78
TABELA 11 - Módulos dos vetores selecionados 81
TABELA 12 - Distribuição de tempos de aplicação dos vetores 83

1 INTRODUÇÃO GERAL

1 INTRODUÇÃO GERAL

1.1 Conceitos gerais

As máquinas de indução trifásicas assíncronas, largamente utilizadas devido à sua robustez, confiabilidade e baixo custo de manutenção assumiram historicamente papel de destaque nos processos industriais pela simplicidade operacional e por terem o mesmo número de fases adotado pelos sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica.

Entre todos os tipos de máquinas elétricas, as máquinas de indução com rotor tipo gaiola de esquilo são as mais simples no aspecto construtivo por não terem comutador, anéis coletores nem quaisquer contatos móveis entre o rotor e o estator. Devido às características construtivas deste tipo de máquina, é recorrente a sua utilização em ambientes agressivos, localizações remotas e situações severas de trabalho, incluindo operações isentas de manutenção. Entretanto, apesar da simplicidade construtiva, a teoria de funcionamento deste tipo de máquina é bastante sofisticada por tratar-se de um sistema multivariável, não linear e com acoplamento magnético.

Com o advento dos conversores estáticos, a operação a velocidade variável com máquinas de indução trifásicas foi rapidamente difundida nos processos industriais. O desenvolvimento dos modernos sistemas de acionamento elétricos com inversores utilizando dispositivos semicondutores cada vez mais rápidos, técnicas de controle mais precisas e sistemas microprocessados avançados melhorou significativamente o desempenho dinâmico dos sistemas trifásicos. Aplicações com acionamento a velocidade variável, onde antes eram utilizados motores de corrente contínua, foram gradativamente sendo substituídas por acionamentos com motores de indução e inversores.

O inversor faz a interface direta entre o sistema de alimentação trifásico e a máquina elétrica. Portanto, o número de fases na saída do inversor pode ser teoricamente ilimitado e não necessariamente três. Na prática, no entanto, devido à produção em massa de motores e inversores trifásicos e ao seu baixo custo de aquisição e de manutenção, a grande maioria das aplicações industriais permanece sendo baseada em conjuntos trifásicos.

Apesar do conceito de acionamento à velocidade variável baseado na utilização de máquinas multifases (mais de três fases) ter sido introduzido no final dos anos de 1960, durante cerca de três décadas o desenvolvimento desses sistemas foi relativamente lento e limitado. Foi apenas na década de 1990 que cresceu consideravelmente o interesse por sistemas multifases após pesquisas comprovarem importantes vantagens inerentes a esses sistemas, em relação aos sistemas trifásicos convencionais. Áreas bastante específicas que incluem propulsão de navios elétricos de grande porte, tração de locomotivas, tração de carros elétricos e híbridos, indústria aeronáutica e sistemas industriais de alta potência foram as principais motivadoras para o desenvolvimento tecnológico e aplicação dos sistemas multifases.

Entre as importantes vantagens apresentadas pelos sistemas multifases em relação aos sistemas trifásicos convencionais algumas estão destacadas abaixo:

1. Redução da amplitude da pulsação de torque com o aumento do número de fases;
2. Redução das perdas no rotor devido ao cancelamento de algumas correntes harmônicas;
3. Redução das perdas no estator;
4. Redução do ruído acústico;
5. Operação com menor corrente por fase e consequente menor desgaste das chaves de potência, com possibilidade de aplicações de elevada potência, sem necessária associação de vários sistemas em série ou paralelo;
6. Maior tolerância à faltas, e consequentemente maior confiabilidade devido à possibilidade de operação contínua, com desempenho aceitável, após a perda de uma ou mais fases;
7. Possibilidade de incremento na produção de torque através de injeção de corrente harmônica em máquinas com enrolamentos concentrados;
8. Possibilidade de utilização de graus de liberdade adicionais em operações de tolerância à faltas ou de incremento na produção de torque;
9. Diminuição das correntes harmônicas no barramento CC.

Mesmo após o grande aumento do interesse dos centros de pesquisa pelo estudo dos sistemas multifases em todo o mundo, apenas alguns tipos de sistemas específicos têm sido estudados com mais profundidade, com destaque para as máquinas de cinco e seis fases que vêm sendo exploradas sob os mais diversos aspectos tais como: modelagem das máquinas, controle de acionamentos, estratégias de modulação PWM para os inversores, sistemas de tolerância a faltas, etc.

Neste trabalho são realizados estudos com máquinas de indução de nove fases simétricas e assimétricas, ainda pouco exploradas na literatura. No trabalho apresenta-se a modelagem detalhada da máquina de indução de nove fases pelo método de variáveis naturais e pelo método de decomposição vetorial, analisa-se a modulação por largura de pulsos baseada em vetores espaciais (SVPWM) para um inversor tipo fonte de tensão (VSI), realiza-se o mapeamento dos vetores espaciais dos planos ortogonais totalmente desacoplados, resultantes da transformação de variáveis aplicada na modelagem, propõe-se uma estratégia de modulação para operação do inversor na região linear de operação, com chaveamento mínimo para geração de tensão senoidal e realiza-se o mapeamento das famílias de harmônicas ímpares do sistema. Apresenta-se também simulações de acionamento das máquinas simétricas e assimétricas e do inversor VSI estudados considerando-se duas topologias de ligação. As simulações são obtidas a partir de um programa de simulação desenvolvido em linguagem C e Matlab.

1.2 Revisão bibliográfica

1.2.1 Comentários preliminares

Conforme citado seção 1.1, o conceito de acionamento de máquinas à velocidade variável com número de fases maior que três surgiu no final dos anos de 1960, mas somente na década de 1990 cresceu o interesse dos centros de pesquisa pelo uso de sistemas multifases após estudos terem apontado várias vantagens inerentes aos sistemas multifases frente aos sistemas trifásicos convencionais. Como consequência do aumento do interesse nesta área, houve um aumento substancial do número de publicações técnicas em todo o mundo.

Apesar do aumento do número de trabalhos na área, as publicações específicas para máquinas de nove fases ainda são pouco exploradas na literatura. Nesta revisão bibliográfica mostra-se o desenvolvimento e progresso na área de sistemas multifases destacando-se os aspectos mais relevantes dos sistemas de cinco, seis e nove fases que servem como base para entendimento dos sistemas multifases em geral.

1.2.2 Características dos sistemas multifases

Em 1969 foi publicado o primeiro artigo com a proposta de um inversor fonte de tensão para acionamento de um motor de cinco fases à velocidade variável (WARD; HÄRER, 1969). O estudo mostra que com o aumento do número de fases houve redução na amplitude das pulsações de torque e aumento da frequência de pulsação de torque. As oscilações de torque diminuíram cerca de um terço quando comparado com os sistemas trifásicos convencionais. Entretanto, observou-se que a corrente da máquina apresentava alto conteúdo harmônico de terceira ordem, que gerava perdas adicionais no sistema.

Em (NELSON; KRAUSE, 1974) foi apresentado um modelo de máquina assíncrona com seis fases formada por dois conjuntos trifásicos compartilhando o mesmo circuito magnético. A modelagem foi realizada utilizando o procedimento

generalizado para a modelagem matemática de uma máquina de indução com os enrolamentos do estator distribuídos senoidalmente apresentado em (WHITE; WOODSON, 1959). Nelson e Krause realizaram simulações com a máquina com os grupos de espiras deslocadas de 30º e 60º entre si, alimentadas por dois inversores convencionais e perceberam que na máquina com as espiras com deslocamento de 30º, a amplitude de pulsação do torque diminuiu substancialmente e a componente harmônica de pulsação de torque de sexta ordem, comum nos sistemas de acionamento trifásicos convencionais foi deslocada para a décima segunda ordem.

Estudos apresentados em (JAHNS, 1980) demonstram que um sistema de acionamento multifases apresenta maior confiabilidade que os sistemas trifásicos convencionais em função da possibilidade de uma máquina multifases poder continuar operando mesmo após uma falta onde uma fase esteja aberta ou em curto circuito.

As características dos motores de indução com mais de três fases, suas vantagens e terminologias foram apresentadas em (KLINGSHIRN, 1983a). Os resultados experimentais do estudo foram realizados com um motor de indução de seis e um de nove fases e foram apresentados em (KLINGSHIRN, 1983b). Verificou-se que a performance das máquinas multifases é similar à das máquinas trifásicas quando alimentadas por uma fonte senoidal balanceada e que o aumento do número de fases melhora a tolerância à faltas. Verificou-se ainda com esse estudo uma importante propriedade das máquinas multifases em que se os enrolamentos do estator forem concentrados, a produção de torque pode ser aumentada pela injeção controlada de correntes harmônicas de ordens específicas. Outros trabalhos que também destacaram as propriedades das máquinas multifases foram apresentados em (WEH; SCHRODER, 1985), (FERRARIS; LAZZARI, 1983), (ABBAS; CHRISTEN; JAHNS, 1984), (SINGH, 2002) e (WILLIAMSON; SMITH, 2003).

A performance de máquinas de indução multifases com a utilização de enrolamentos concentrados especialmente projetadas para operar com sistemas de acionamento à velocidade variável com inversor foi estudada em detalhes em (TOLIYAT; LIPO; WHITE, 1991a), (TOLIYAT; LIPO; WHITE, 1991b), (TOLIYAT; LIPO, 1994). Nas máquinas utilizadas nesses estudos, os enrolamentos foram distribuídos de forma intencionalmente retangulares de maneira a melhor acomodar

a forma de onda retangular dos inversores utilizados no acionamento. Mostrou-se que uma máquina de cinco fases com essas características de enrolamento e de acionamento apresenta um ganho de torque em comparação a uma máquina trifásica convencional.

O modelo *dq* para um sistema de acionamento de uma máquina hexafásica foi apresentado em (LIPO, 1980) e em (ABBAS; CHRISTEN; JAHNS, 1984). Os modelos apresentados nesses estudos foram largamente utilizados na literatura e formam a base para o desenvolvimento de outros métodos de modelagem. O princípio de decomposição vetorial foi abordada em (ZHAO; LIPO, 1995) para a modelagem de uma máquina de indução hexafásica. A abordagem utilizada transforma o espaço de dimensão seis da máquina em três subespaços ortogonais de dimensão dois. A metodologia desenvolvida nesse estudo foi utilizada em diversos outros trabalhos que se seguiram, com a utilização de máquinas com diferentes números de fases.

Um estudo detalhado com a modelagem matemática de uma máquina de indução de cinco fases incluindo os efeitos de harmônicos de alta ordem no campo do entreferro foi apresentado em (PEREIRA et al., 2004a) e (PEREIRA et al., 2004b). Nesse estudo mostra-se que é possível aumentar o torque no eixo do motor pentafásico quando a indução no entreferro da máquina possui uma forma de onda semelhante à retangular. Este efeito é obtido através de uma combinação apropriada dos componentes harmônicos do campo do entreferro.

Em (LEVI, 2008), uma breve revisão do estado da arte na área de sistemas multifases é apresentada. O estudo contempla tipos e vantagens das máquinas multifases em aplicações a velocidade variável, modelagem, controle de sistemas de acionamento, estratégias de modulação PWM para controle de inversores tipo fonte de tensão (VSI), sistemas tolerantes a faltas, máquinas multifases para geração de energia elétrica e algumas outras soluções envolvendo sistemas multifases.

1.2.3 Estratégias de controle de sistemas multifases

As técnicas de controle usadas no acionamento de máquinas de indução multifases são normalmente originárias das técnicas utilizadas nos sistemas trifásicos. Controle escalar utilizando inversores fonte de tensão ou de corrente foram utilizados com frequência dos anos 60 até os anos 90 do século passado como se observa em (WARD; HÄRER, 1969), (PAVITHRAN; PARIMELALAGAN;KRISHNAMURTHY, 1988), (GOPAKUMAR et al., 1984).

O controle vetorial de máquinas de indução multifases foi apresentado e detalhado em trabalhos como (BOJOI et al., 2003), (SINGH; NAM; LIM, 2005).

Uma revisão bibliográfica com vários trabalhos relevantes publicados nas áreas de motores multifases e seus acionamentos foi detalhada em (LEVI et al., 2007). Vários aspectos foram discutidos, incluindo vantagens apresentadas pelas máquinas multifases, modelagem de máquinas de indução, esquemas básicos de controle vetorial, controle direto de torque, estratégias de operação tolerantes à faltas e controle PWM de inversores tipo VSI. Os autores do trabalho dão o enfoque principal às máquinas de cinco e de seis fases.

Técnicas sofisticadas para controle dos inversores fonte de tensão para acionamento de máquinas de indução multifases através de modulação escalar e espacial vetorial PWM foram bastante detalhadas na literatura. Aplicações de controle direto de torque em máquinas multifases foram apresentadas em (TOLIYAT; XU, 2000a) e (TOLIYAT; XU, 2000b). Esquemas de modulação PWM foram apresentados em detalhes em (ZHAO; LIPO, 1995), (IQBAL; LEVI, 2006), (KELLY, STRANGAS; MILLER, 2003), (RADIOUCHE; BAGHKI; REZZOUG, 2003), (RYU; KIM; SUL, 2005), (DURAN; LEVI, 2006), (DUJIC; JONES; LEVI, 2007a). Técnicas de controle preditivo têm se mostrado bastante adequadas em aplicações de propulsão elétrica de veículos, conforme é detalhado em (PRIETO et al., 2010).

Estudos recentes como os apresentados em (SUBOTIC et al., 2013a) e (SUBOTIC et al. 2013b) analisam sistemas de recarga de baterias de veículos elétricos que utilizam uma fonte de alimentação trifásica integrada à máquina de indução de nove fases e ao inversor do veículo.

1.3 Contribuições do trabalho

O estudo de máquinas e sistemas de acionamento multifases teve avanços significativos nos últimos vinte anos. Entretanto, percebe-se que o grande volume de publicações científicas voltadas ao tema tem como objeto de estudo os sistemas de cinco e seis fases. A modelagem de máquinas de indução de nove fases, o estudo e desenvolvimento de técnicas de modulação para os inversores ainda são pouco explorados na literatura. Conforme afirma-se em (GRANDI; SERRA; TANI, 2007), até a data de publicação daquele artigo, não havia registro na literatura de um algoritmo explícito de modulação espacial vetorial para sistemas de nove fases.

As principais contribuições deste trabalho são a modelagem completa de uma máquina de indução de nove fases utilizando as abordagens de variáveis naturais e de decomposição vetorial, a modelagem e análise de um inversor tipo fonte de tensão de nove fases, com geração de tensão de saída senoidal, para acionamento de máquinas de indução de nove fases simétricas e assimétricas e o desenvolvimento de um programa em linguagem C e Matlab para simulação de sistemas de nove fases.

1.4 Organização do trabalho

1. No capítulo 2 é apresentada a modelagem de uma máquina de nove fases simétrica e uma assimétrica em variáveis naturais e pelo método de decomposição vetorial.
2. No capítulo 3 é apresentado o estudo do modelo de um inversor tipo VSI para acionamento das máquinas modeladas. O estudo de uma estratégia de modulação SVPWM é apresentado e detalhado. Duas topologias para acionamento tanto de máquinas simétricas quanto assimétricas são apresentadas e analisadas.
3. No capítulo 4 são apresentadas simulações de acionamento obtidas a partir de um programa desenvolvido em linguagem C e Matlab. As simulações apresentadas envolvem o acionamento de máquinas simétricas e

assimétricas ligadas segundo as topologias apresentadas no capítulo 3. A separação das componentes harmônicas em planos ortogonais distintos é verificada.

4. No capítulo 5 é feita a conclusão geral do trabalho e propostas de trabalhos futuros são apresentadas.

2 MODELO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO ASSÍNCRONA DE NOVE FASES

2 MODELO DA MÁQUINA DE INDUÇÃO ASSÍNCRONA DE NOVE FASES

2.1 Introdução

A teoria geral de máquinas elétricas, desenvolvida na primeira metade do século XX (WHITE; WOODSON, 1959), fornece os meios suficientes para a representação matemática de máquinas de indução com enrolamentos distribuídos senoidalmente ou concentrados, com qualquer número de fases no estator e no rotor.

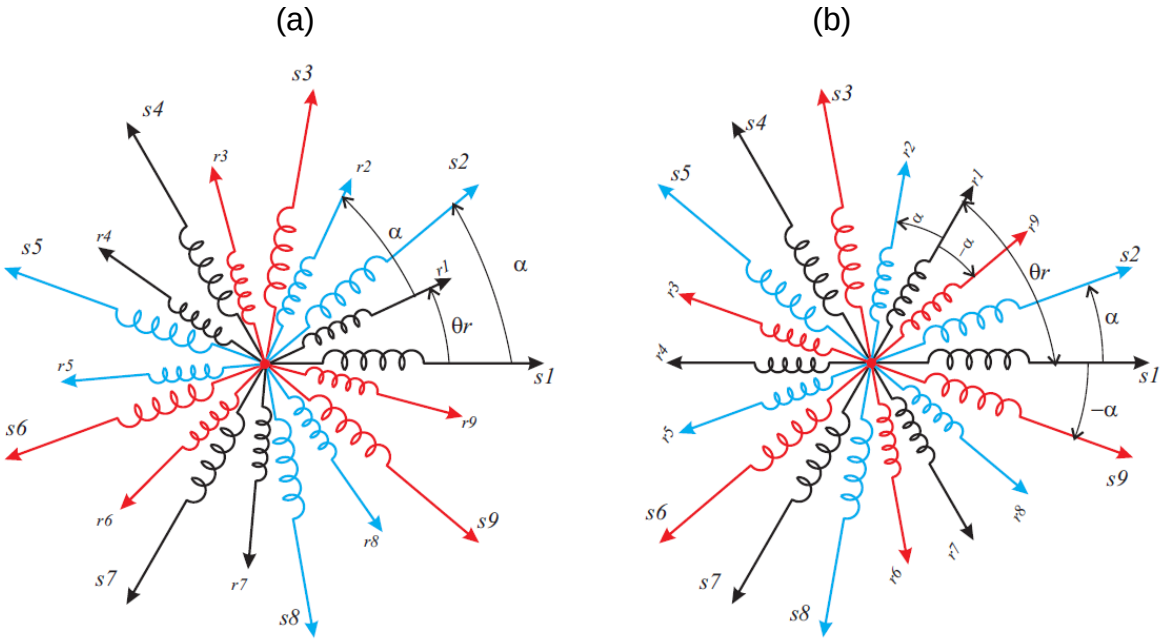
Os enrolamentos de uma máquina com número de fases n podem ser dispostos de forma tal que o deslocamento espacial entre duas fases consecutivas quaisquer seja $\alpha=2\pi/n$, e neste caso a máquina é classificada como uma máquina multifases simétrica, conforme mostrado na Figura 1(a). Este caso ocorre sempre que n é um número ímpar e primo. No entanto, se o número de fases da máquina é par ou um número ímpar que não é primo, os enrolamentos podem ter disposições diferentes, com k enrolamentos tendo a subfases cada (onde $n=a.k$). Tipicamente, $a=3$ (apesar de também existir 5) e k=2, 3, 4, 5, ... e neste caso, o deslocamento espacial entre as primeiras fases de duas subfases consecutivas é dado por $\alpha=\pi/n$, e neste caso a máquina é classificada como uma máquina multifases assimétrica, conforme mostrado na Figura 1(b).

No presente trabalho, são analisadas as máquinas de nove fases simétrica ($\alpha=2\pi/n = 40^o$) e a máquina assimétrica ($\alpha=\pi/n = 20^o$). O processo de modelagem utilizado neste trabalho segue a mesma metodologia empregada em (WHITE; WOODSON, 1959), (JACOBINA, 2005) e (FREITAS, 2005).

Neste estudo utiliza-se o princípio de circuitos elétricos acoplados magneticamente com suas resistências e indutâncias. O modelo em variáveis naturais para as máquinas é desenvolvido relacionando as variáveis elétricas por fase (corrente, tensão e fluxo) com as variáveis mecânicas (conjugado e velocidade).

A partir do modelo em variáveis naturais aplica-se uma transformação de coordenadas que resulta em um modelo dinâmico d-q-x_1-y_1-x_2-y_2-x_3-y_3-0, com as variáveis envolvidas totalmente desacopladas. O modelo assim obtido facilita a implementação de simulações digitais e de técnicas de controle.

FIGURA 1 - Máquinas de nove fases: (a)simétrica, (b)assimétrica



2.2 Representação da máquina em variáveis naturais

2.2.1 Convenções e hipóteses

O desenvolvimento do modelo da máquina de indução de nove fases considerada neste trabalho obedece às seguines hipóteses simplificadoras:

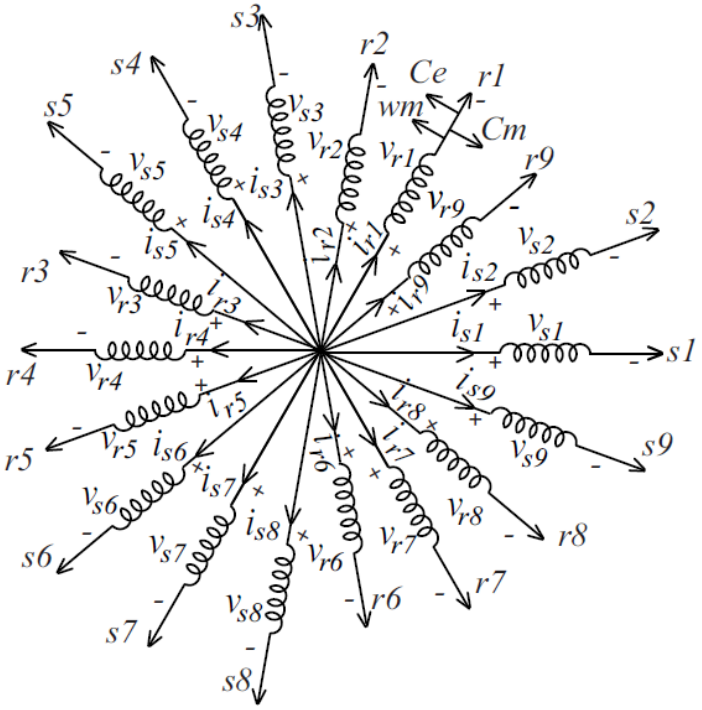
1. As máquinas são compostas por nove bobinas idênticas no estator nomeadas s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9 e nove bobinas idênticas no rotor nomeadas r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9, conforme mostrado na Figuras 1(a) e 1(b). As bobinas s_1, s_4, s_7, r_1, r_4, r_7 formam o grupo a, as bobinas s_2, s_5, s_8, r_2, r_5, r_8 formam o grupo b e as bobinas s_3, s_6, s_9, r_3, r_6, r_9 formam o grupo c.
2. Ângulos elétricos entre as bobinas de estator ou rotor igual a $\alpha = \frac{2\pi}{9}$ rad para a máquina simétrica e $\alpha = \frac{\pi}{9}$ rad para a máquina assimétrica.
3. Correntes “positivas” criam fluxos positivos no sentido do eixo, conforme Figura 2(b);

4. Convenção receptor, conforme Figura 2(b);
5. Máquina com número de pares de pólos, p tal que $\theta_r = p\theta_m$;
6. Distribuição senoidal do fluxo magnético ao longo do entreferro;
7. Entreferro uniforme (máquina de pólos lisos). As indutâncias próprias de qualquer bobina e as indutâncias mútuas entre bobinas de um mesmo enrolamento do estator ou do rotor não dependem do ângulo mecânico do rotor θ_m;
8. A máquina é não saturada (coenergia (W') igual a energia (W)). O fluxo magnético total (λ_t) é igual à soma dos fluxos parciais, ou seja, $\lambda_t = \sum\lambda_i$ e o torque eletromagnético (T_e) é dado por: $T_e = dW/d\theta_m$.

A partir da Figura 2(a), são obtidas as relações entre as variáveis elétricas por fase (fluxos, corrente e tensões) assim como as relações entre as variáveis mecânicas (torque e velocidade) da máquina. Na Figura. 2(b) são mostradas as convenções adotadas para o fluxo, tensão e correntes em uma bobina.

FIGURA 2 - (a) Máquinas assimétrica, (b)Convenções utilizadas

(a) (b)



2.2.2 Expressões dos fluxos, tensões e torque

As seguintes notações serão utilizadas ao longo da modelagem:

v_s^s, v_r^r; i_s^s, i_r^r *e* λ_s^s, λ_r^r: tensões, correntes e fluxos nas bobinas do estator e do rotor, respectivamente. Os expoentes s e r indicam o referencial utilizado, sendo s em relação ao estator e r em relação ao rotor.

L_s: Indutância própria de cada bobina do estator, composta pela indutância magnetizante somada à indutância de dispersão ($L_s = L_{sp} + L_{ls}$)

L_r: Indutância própria de cada bobina do rotor, composta pela indutância magnetizante somada à indutância de dispersão ($L_r = L_{rp} + L_{lr}$)

L_{ji}: Indutância mútua entre duas bobinas do estator (uma parcela de L_{sp}).

$L_{ji} = L_{sp}\cos(\theta_{ij})$, onde θ_{ij} é o ângulo entre as bobinas i e j $(i, j = 1,2, \dots 9)$

M_{sr}: Indutância mútua entre uma bobina do estator e do rotor quando o ângulo entre elas é zero.

$M_{sr}\cos(\theta_i)$: Indutância mútua entre uma bobina do estator e uma bobinado rotor separadas por um ângulo θ_i.

R_s, R_r: Resistências de uma bobina do estator e do rotor respectivamente:

($R_{s1} = R_{s2} = R_{s3} = R_{s4} = R_{s5} = R_{s6} = R_{s7} = R_{s8} = R_{s9} = R_s$);

($R_{r1} = R_{r2} = R_{r3} = R_{r4} = R_{r5} = R_{r6} = R_{r7} = R_{r8} = R_{r9} = R_r$)

Expressões dos fluxos

Grupo A:

$$\begin{aligned}\lambda_{s1} = {} & L_s i^s_{s1} + L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s4} + L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s7} + \\ & + L_{sp}\cos(\alpha) i^s_{s2} + L_{sp}\cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s5} + L_{sp}\cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s8} + \\ & + L_{sp}\cos(-\alpha) i^s_{s9} + L_{sp}\cos\left(-\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s3} + L_{sp}\cos\left(-\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s6} + \\ & + M_{sr}\cos(\theta_r) i^r_{r1} + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r4} + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r7} + \\ & + M_{sr}\cos(\theta_r + \alpha) i^r_{r2} + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r5} + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r8} + \\ & + M_{sr}\cos(\theta_r - \alpha) i^r_{r9} + M_{sr}\cos\left(\theta_r - \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r3} + M_{sr}\cos\left(\theta_r - \alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r6}\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{s4} = {} & L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s1} + L_s i^s_{s4} + L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s7} + \\ & + L_{sp}\cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s2} + L_{sp}\cos(\alpha) i^s_{s22} + L_{sp}\cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s8} + \\ & + L_{sp}\cos\left(-\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s9} + L_{sp}\cos(-\alpha) i^s_{s3} + L_{sp}\cos\left(-\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s6} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r1} + M_{sr}\cos(\theta_r) i^r_{r4} + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r7} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r2} + M_{sr}\cos(\theta_r + \alpha) i^r_{r5} + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r8} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r - \alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r9} + M_{sr}\cos(\theta_r - \alpha) i^r_{r3} + M_{sr}\cos\left(\theta_r - \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r6}\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{s7} = {} & L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s1} + \left(\frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s4} + L_s i^s_{s7} + \\ & + L_{sp}\cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s2} + L_{sp}\cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s5} + L_{sp}\cos(\alpha) i^s_{s8} + \\ & + L_{sp}\cos\left(-\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s9} + L_{sp}\cos\left(-\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s3} + L_{sp}\cos(-\alpha) i^s_{s6} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r1} + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r4} + M_{sr}\cos(\theta_r) i^r_{r7} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r2} + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r5} + M_{sr}\cos(\theta_r + \alpha) i^r_{r8} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r - \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r9} + M_{sr}\cos\left(\theta_r - \alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r3} + M_{sr}\cos(\theta_r - \alpha) i^r_{r6}\end{aligned} \tag{3}$$

Grupo B:

$$\begin{aligned}\lambda_{s2} = {} & L_{sp}\cos(-\alpha) i^s_{s1} + L_{sp}\cos\left(-\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s4} + L_{sp}\cos\left(-\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s7} + \\ & + L_s i^s_{s2} + L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s5} + L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s8} + \\ & + L_{sp}\cos(-2\alpha) i^s_{s9} + L_{sp}\cos\left(-2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^s_{s3} + L_{sp}\cos\left(-2\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^s_{s6} + \\ & + M_{sr}\cos(\theta_r - \alpha) i^r_{r1} + M_{sr}\cos\left(\theta_r - \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r4} + M_{sr}\cos\left(\theta_r - \alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r7} + \\ & + M_{sr}\cos(\theta_r) i^r_{r2} + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r5} + M_{sr}\cos\left(\theta_r + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r8} + \\ & + M_{sr}\cos(\theta_r - 2\alpha) i^r_{r9} + M_{sr}\cos\left(\theta_r - 2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) i^r_{r3} + M_{sr}\cos\left(\theta_r - 2\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) i^r_{r6}\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{s5} = {} & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s1} + L_{sp}\cos(-\alpha)i^s_{s4} + L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s7} + \\ & + L_s i^s_{s2}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + L_{sp}i^s_{s5} + L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s8} + \\ & + L_{sp}\cos\left(-2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s9} + L_{sp}\cos(-2\alpha)i^s_{s3} + L_{sp}\cos\left(-2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s6} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r1} + M_{sr}\cos(\theta_r-\alpha)i^r_{r4} + M_{sr}\cos\left(\theta_r-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r7} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r2} + M_{sr}\cos(\theta_r)i^r_{r5} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r8} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r-2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r9} + M_{sr}\cos(\theta_r-2\alpha)i^r_{r3} + M_{sr}\cos\left(\theta_r-2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r6}\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{s8} = {} & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s1} + L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s4} + L_{sp}\cos(-\alpha)i^s_{s7} + \\ & + L_s i^s_{s2}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s5} + L_{sp}i^s_{s8} + \\ & + L_{sp}\cos\left(-2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s9} + L_{sp}\cos\left(-2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s3} + L_{sp}\cos(-2\alpha)i^s_{s6} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r1} + M_{sr}\cos\left(\theta_r-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r4} + M_{sr}\cos(\theta_r-\alpha)i^r_{r7} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r2} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r5} + M_{sr}\cos(\theta_r)i^r_{r8} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r-2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r9} + M_{sr}\cos\left(\theta_r-2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r3} + M_{sr}\cos(\theta_r-2\alpha)i^r_{r6}\end{aligned} \tag{6}$$

Grupo C:

$$\begin{aligned}\lambda_{s3} = {} & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s1} + L_{sp}\cos(\alpha)i^s_{s4} + L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s7} + \\ & + L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s2} + L_{sp}i^s_{s5}\cos(2\alpha) + L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s8} + \\ & + L_s i^s_{s9}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + L_{sp}i^s_{s3} + L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s6} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r1} + M_{sr}\cos(\theta_r+2\alpha)i^r_{r4} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r7} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r+2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r2} + M_{sr}\cos(\theta_r+2\alpha)i^r_{r5} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r8} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r9} + M_{sr}\cos(\theta_r)i^r_{r3} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r6}\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{s6} = {} & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s1} + L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s4} + L_{sp}i^s_{s7}\cos(\alpha) + \\ & + L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s2} + L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s5} + L_{sp}\cos(2\alpha)i^s_{s8} + \\ & + L_s i^s_{s9}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s3} + L_{sp}i^s_{s6} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r1} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r4} + M_{sr}\cos(\theta_r+2\alpha)i^r_{r7} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r+2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r2} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r5} + M_{sr}\cos(\theta_r+2\alpha)i^r_{r8} + \\ & + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r9} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r3} + M_{sr}\cos(\theta_r)i^r_{r6}\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{s9} = {} & L_{sp}\cos(\alpha)i^s_{s1} + L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s4} + L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s7} + \\ & + L_{sp}\cos(2\alpha)i^s_{s2} + L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s5} + L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s8} + \\ & + L_s i^s_{s9} + L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)i^s_{s3} + L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)i^s_{s6} + \\ & + M_{sr}\cos(\theta_r+\alpha)i^r_{r1} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r4} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r7} + \\ & + M_{sr}\cos(\theta_r+2\alpha)i^r_{r2} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r5} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r8} + \\ & + M_{sr}\cos(\theta_r)i^r_{r9} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\frac{2\pi}{3}\right)i^r_{r3} + M_{sr}\cos\left(\theta_r+\frac{4\pi}{3}\right)i^r_{r6}\end{aligned} \tag{9}$$

$$\lambda^s_{s147258369} = L_{ss}i^s_{s147258369} + L_{sr}i^r_{r147258369} \tag{10}$$

$$\lambda^r_{r147258369} = L_{rr}i^r_{r147258369} + L_{rs}i^s_{s147258369} \tag{11}$$

Onde:

$$\lambda^s_{s147258369} = \begin{bmatrix} \lambda^s_{s1} \\ \lambda^s_{s4} \\ \lambda^s_{s7} \\ \lambda^s_{s2} \\ \lambda^s_{s5} \\ \lambda^s_{s8} \\ \lambda^s_{s3} \\ \lambda^s_{s6} \\ \lambda^s_{s9} \end{bmatrix}, \quad \lambda^r_{r147258369} = \begin{bmatrix} \lambda^s_{r1} \\ \lambda^s_{r4} \\ \lambda^s_{r7} \\ \lambda^s_{r2} \\ \lambda^s_{r5} \\ \lambda^s_{r8} \\ \lambda^s_{r3} \\ \lambda^s_{r6} \\ \lambda^s_{r9} \end{bmatrix}, \quad i^s_{s147258369} = \begin{bmatrix} i^s_{s1} \\ i^s_{s4} \\ i^s_{s7} \\ i^s_{s2} \\ i^s_{s5} \\ i^s_{s8} \\ i^s_{s3} \\ i^s_{s6} \\ i^s_{s9} \end{bmatrix}, \quad i^r_{r147258369} = \begin{bmatrix} i^s_{r1} \\ i^s_{r4} \\ i^s_{r7} \\ i^s_{r2} \\ i^s_{r5} \\ i^s_{r8} \\ i^s_{r3} \\ i^s_{r6} \\ i^s_{r9} \end{bmatrix} \tag{12}$$

As matrizes L_{ss} , L_{rr} , L_{sr} são apresentadas na próxima página e apresentam as seguintes características:

L_{ss} *e* L_{rr} são matrizes simétricas;

L_{sr} *e* L_{rs} são matrizes circulantes, ou seja, $x_{ij} = x_{i+1,j+1}$

$L_{rs} = L^T_{sr}$

$$
L_{ss} = \begin{bmatrix}
L_s & L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(\alpha) & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(-\alpha) & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) \\
L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_s & L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(\alpha) & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(-\alpha) & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) \\
L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_s & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(\alpha) & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(-\alpha) \\
L_{sp}\cos(-\alpha) & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_s & L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(-2\alpha) & L_{sp}\cos\left(-2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(-2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) \\
L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(-\alpha) & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_s & L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(-2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(-2\alpha) & L_{sp}\cos\left(-2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) \\
L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(-\alpha) & L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_s & L_{sp}\cos\left(-2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(-2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(-2\alpha) \\
L_{sp}\cos(\alpha) & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(2\alpha) & L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_s & L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\
L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(\alpha) & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(2\alpha) & L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_s & L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\
L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(\alpha) & L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos(2\alpha) & L_{sp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{sp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_s
\end{bmatrix}
$$

$$
L_{sr} = \begin{bmatrix}
M_{sr}\cos(\theta_r) & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[(\theta_r-\alpha)] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{4\pi}{3}] \\
M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos(\theta_r) & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[(\theta_r-\alpha)] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{2\pi}{3}] \\
M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos(\theta_r) & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha] \\
M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos(\theta_r) & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-2\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r-2\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-2\alpha+\frac{4\pi}{3}] \\
M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos(\theta_r) & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-2\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-2\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r-2\alpha+\frac{2\pi}{3}] \\
M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos(\theta_r) & M_{sr}\cos[\theta_r-2\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-2\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r-2\alpha] \\
M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+2\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r+2\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+2\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos(\theta_r) & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{4\pi}{3}] \\
M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+2\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+2\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r+2\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos(\theta_r) & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{2\pi}{3}] \\
M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r+2\alpha+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+2\alpha+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+2\alpha] & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{2\pi}{3}] & M_{sr}\cos[\theta_r+\frac{4\pi}{3}] & M_{sr}\cos(\theta_r)
\end{bmatrix}
$$

$$
L_{rr} = \begin{bmatrix}
L_r & L_{rp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(\alpha) & L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(-\alpha) & L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) \\
L_{rp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_r & L_{rp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(\alpha) & L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(-\alpha) & L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) \\
L_{rp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_r & L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(\alpha) & L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(-\alpha) \\
L_{rp}\cos(-\alpha) & L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_r & L_{rp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(-2\alpha) & L_{rp}\cos\left(-2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(-2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) \\
L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(-\alpha) & L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_r & L_{rp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(-2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(-2\alpha) & L_{rp}\cos\left(-2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) \\
L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(-\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(-\alpha) & L_{rp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_r & L_{rp}\cos\left(-2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(-2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(-2\alpha) \\
L_{rp}\cos(\alpha) & L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(2\alpha) & L_{rp}\cos\left(2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_r & L_{rp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\
L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(\alpha) & L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(2\alpha) & L_{rp}\cos\left(2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_r & L_{rp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\
L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(\alpha) & L_{rp}\cos\left(2\alpha+\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(2\alpha+\frac{4\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos(2\alpha) & L_{rp}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & L_{rp}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & L_r
\end{bmatrix}
$$

(13)

Expressões das tensões

A tensão induzida em uma bobina qualquer é dada por:

$$v_i = d\lambda_i/dt \tag{14}$$

Pela escolha da convenção receptor, a tensão nos terminais da bobina é dada por:

$$v_i = ri_i + d\lambda_i/dt \tag{15}$$

Logo, as tensões na máquina são dadas por:

$$v^s_{s147258369} = r_s i^s_{s147258369} + \frac{d}{dt}\lambda^s_{s147258369} \tag{16}$$

$$v^r_{r147258369} = r_r i^r_{r147258369} + \frac{d}{dt}\lambda^r_{r147258369} \tag{17}$$

Onde,

$$v^s_{s147258369} = \begin{bmatrix} v^s_{s1} & v^s_{s4} & v^s_{s7} & v^s_{s2} & v^s_{s5} & v^s_{s8} & v^s_{s3} & v^s_{s6} & v^s_{s9} \end{bmatrix}^T \tag{18}$$

$$v^r_{r147258369} = \begin{bmatrix} v^r_{r1} & v^r_{r4} & v^r_{r7} & v^r_{r2} & v^r_{r5} & v^r_{r8} & v^r_{r3} & v^r_{r6} & v^r_{r9} \end{bmatrix}^T \tag{19}$$

Substituindo (10) e (11) em (16) e (17):

$$v^s_{s147258369} = r_s i^s_{s147258369} + L_{ss}\frac{d}{dt} i^s_{s147258369} + L_{sr}\frac{d}{dt} i^r_{r147258369} + \omega_r \left[\frac{d}{d\theta_r} L_{sr}\right] i^r_{r147258369} \tag{20}$$

$$v^r_{r147258369} = r_r i^r_{r147258369} + L_{rr}\frac{d}{dt} i^r_{r147258369} + L_{rs}\frac{d}{dt} i^s_{s147258369} + \omega_r \left[\frac{d}{d\theta_r} L_{rs}\right] i^s_{s147258369} \tag{21}$$

Onde $\omega_r = d\theta_r/dt$ é a velocidade angular do rotor em radianos elétricos/s.

Expressão para o torque

A expressão geral para a energia é:

$$W = (1/2) i^T L i \tag{22}$$

O torque é obtido pela derivada da energia em relação ao ângulo mecânico θ_m:

$$T_e = dW/d\theta_m \tag{23}$$

$$T_e = \frac{p}{2} i^{rT}_{r147258369} \left[\frac{d}{d\theta_r} L_{rs}\right] i^s_{s147258369} + \frac{p}{2} i^{sT}_{s147258369} \left[\frac{d}{d\theta_r} L_{sr}\right] i^r_{r147258369} \tag{24}$$

$$T_e = pi^r_{r147258369}\left[\frac{d}{d\theta_r}L_{rs}\right]i^s_{s147258369} \quad (25)$$

$$T_e = pi^{sT}_{s147258369}\left[\frac{d}{d\theta_r}L_{sr}\right]i^r_{r147258369} \quad (26)$$

Onde,

p é a quantidade de pares de pólos da máquina.

O modelo obtido com variáveis naturais é inadequado para fins de simulação e controle em virtude da sua complexidade, por ser um modelo não linear, com coeficientes variáveis. O método de modelagem por decomposição vetorial apresenta-se mais adequado para estes fins.

2.3 Modelagem por decomposição vetorial

Na modelagem por decomposição vetorial, o sistema original de nove dimensões é transformado, usando-se uma transformação matemática, onde o número de variáveis antes e depois da transformação deve permanecer o mesmo. Ou seja, após a transformação a máquina de nove fases terá nove novas correntes, fluxos e tensões. O sistema original é transformado em quatro subespaços mutuamente ortogonais de dimensão dois e um subespaço unidimensional chamado de componente de sequência zero definidos como d-q, x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3, 0.

A aplicação da transformação provoca o desacoplamento das variáveis e tem a propriedade de separar as componentes harmônicas em diferentes grupos e projetá-los em diferentes subespaços.

Utilizando a mesma abordagem apresentada em (FREITAS, 2005), assume-se que se as variáveis na nova base forem chamadas por $\bar{x}_{dqx1y1x2y2x3y30}$ e as variáveis na base antiga forem chamadas por $\bar{x}_{123456789}$, então a transformação pode ser escrita como:

$$\bar{x}_{123456789} = \bar{P}\bar{x}_{dqx1y1x2y2x3y30} \quad (27)$$

A matriz de transformação $\bar{P}$ deve ser regular e ortogonal, isto é, a sua inversa $\bar{P}^{-1}$ deve existir de modo que a relação seja biunívoca e $\bar{P}^{-1} = \bar{P}^T$.

Considerar a matriz de transformação $\bar{P}_s$ para o estator e $\bar{P}_r$ para o rotor. As variáveis $\bar{x}$ do estator e do rotor, representando corrente, tensão ou fluxo se relacionam nas duas bases através das matrizes de transformação da seguinte forma:

$$\bar{x}^{s}_{s123456789} = \bar{P}_s \bar{x}^{g}_{sdqx1y1x2y2x3y30} \tag{28}$$

$$\bar{x}^{r}_{r123456789} = \bar{P}_r \bar{x}^{g}_{rdqx1y1x2y2x3y30} \tag{29}$$

Onde:

$$x^{s}_{s123456789} = \begin{bmatrix} x^{s}_{s1} & x^{s}_{s2} & x^{s}_{s3} & x^{s}_{s4} & x^{s}_{s5} & x^{s}_{s6} & x^{s}_{s7} & x^{s}_{s8} & x^{s}_{s9} \end{bmatrix}^T \tag{30}$$

$$x^{r}_{r123456789} = \begin{bmatrix} x^{r}_{r1} & x^{r}_{r2} & x^{r}_{r3} & x^{r}_{r4} & x^{r}_{r5} & x^{r}_{r6} & x^{r}_{r7} & x^{r}_{r8} & x^{r}_{r9} \end{bmatrix}^T \tag{31}$$

$$x^{g}_{sdqx1y1x2y2x3y30} = \begin{bmatrix} x^{s}_{sd} & x^{s}_{sq} & x^{s}_{sx1} & x^{s}_{sy1} & x^{s}_{sx2} & x^{s}_{sy2} & x^{s}_{sx3} & x^{s}_{sy3} & x^{s}_{s0} \end{bmatrix}^T \tag{32}$$

$$x^{g}_{rdqx1y1x2y2x3y30} = \begin{bmatrix} x^{r}_{rd} & x^{r}_{rq} & x^{r}_{rx1} & x^{r}_{ry1} & x^{r}_{rx2} & x^{r}_{ry2} & x^{r}_{rx3} & x^{r}_{ry3} & x^{r}_{r0} \end{bmatrix}^T \tag{33}$$

O expoente g indica o referencial genérico dos eixos dq e muda em função do referencial utilizado. Para o referencial no estator (eixo d coincidindo com a fase 1 do estator), $g \rightarrow s$, para o referencial no rotor (eixo q coincidindo com a fase 1 do rotor) $g \rightarrow r$, se o referencial é o campo girante, $g \rightarrow e$.

De acordo com a Figura 2(a), nove correntes independentes podem fluir no estator da máquina. Assim sendo, a máquina de indução ilustrada é considerada um sistema de nove dimensões. Um vetor $\bar{x}$ nesta base de dimensão nove é descrito como:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \end{bmatrix} \quad e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \dots \quad e_9 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{34}$$

Um conjunto de nove vetores devem ser escolhidos para formar a nova base de dimensão nove. De acordo com (ZHAO; LIPO, 1995), na abordagem de decomposição vetorial, os nove vetores deverão ser ortogonais entre si. Para a máquina simétrica, mostrada na Figura 1(a), os vetores de tensão e corrente são definidos pelo vetor geral em (35), enquanto para a máquina assimétrica, mostrada na Figura 1(b), os vetores de tensão e corrente são definidos em (36).

$$\begin{aligned} S_k(wt) = [&\cos k(wt), \cos k(wt-\alpha), \cos k(wt-2\alpha), \\ &\cos k(wt-3\alpha), \cos k(wt-4\alpha), \cos k(wt-5\alpha), \\ &\cos k(wt-6\alpha), \cos k(wt-7\alpha), \cos k(wt-8\alpha)]^T \end{aligned} \tag{35}$$

$$\begin{aligned} S_k(wt) = [&\cos k(wt), \cos k(wt-\alpha), \cos k(wt-5\alpha), \\ &\cos k(wt-6\alpha), \cos k(wt-7\alpha), \cos k(wt-11\alpha), \\ &\cos k(wt-12\alpha), \cos k(wt-13\alpha), \cos k(wt-17\alpha)]^T \end{aligned} \tag{36}$$

Onde $\alpha = 2\pi/9$ para a máquina simétrica e $\alpha = \pi/9$ para a máquina assimétrica. $k = 0, 1, 3, 5, 7, \ldots$ representa a ordem das componentes harmônicas de $S_k(wt)$. Como t é variável, pode-se provar que cada vetor definido por $S_k(wt)$ gera uma superfície bidimensional que é um subespaço do espaço de nove dimensões original (ZHAO; LIPO, 1995).

2.3.1 Matriz de transformação da máquina simétrica

Para $k = 1$ em (35) e $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$, dois vetores ortogonais chamados de d e q são obtidos como mostrado abaixo:

$$d = [1, \cos(\alpha), \cos(2\alpha), \cos(3\alpha), \cos(4\alpha), \cos(5\alpha), \cos(6\alpha), \cos(7\alpha), \cos(8\alpha)]^T \quad (37)$$

$$q = [0, sen(\alpha), sen(2\alpha), sen(3\alpha), sen(4\alpha), sen(5\alpha), sen(6\alpha), sen(7\alpha), sen(8\alpha)]^T \quad (38)$$

Para $k = 2$ em (35) e $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$ dois vetores ortogonais chamados de x_1 e y_1 são obtidos como mostrado abaixo:

$$x1 = [1, \cos(2\alpha), \cos(4\alpha), \cos(6\alpha), \cos(8\alpha), \cos(\alpha), \cos(3\alpha), \cos(5\alpha), \cos(7\alpha)]^T \quad (39)$$

$$y1 = [0, sen(2\alpha), sen(4\alpha), sen(6\alpha), sen(8\alpha), sen(\alpha), sen(3\alpha), sen(5\alpha), sen(7\alpha)]^T \quad (40)$$

Para $k = 4$ em (35) e $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$ obtém-se dois vetores ortogonais chamados x_2 e y_2, como mostrado abaixo:

$$x2 = [1, \cos(4\alpha), \cos(8\alpha), \cos(3\alpha), \cos(7\alpha), \cos(2\alpha), \cos(6\alpha), \cos(\alpha), \cos(5\alpha)]^T \quad (41)$$

$$y2 = [0, sen(4\alpha), sen(8\alpha), sen(3\alpha), sen(7\alpha), sen(2\alpha), sen(6\alpha), sen(\alpha), sen(5\alpha)]^T \quad (42)$$

Para $k = 3$ em (35) e $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$ obtém-se dois vetores ortogonais chamados x_3 e y_3, como mostrado abaixo:

$$x3 = [1, \cos(3\alpha), \cos(6\alpha), 1, \cos(3\alpha), \cos(6\alpha), 1, \cos(3\alpha), \cos(6\alpha)]^T \quad (43)$$

$$y3 = [0, sen(3\alpha), sen(6\alpha), 0, sen(3\alpha), sen(6\alpha), 0, sen(3\alpha), sen(6\alpha)]^T \quad (44)$$

Para $k = 9$ em (35) e $\omega t = 0$ obtém-se o vetor ortogonal 0, chamado de componente de sequência zero, como mostrado abaixo:

$$0 = [1,1,1,1,1,1,1,1,1]^T \tag{45}$$

Os vetores ortogonais entre si obtidos em (37)-(45) podem ser dispostos na forma matricial da seguinte forma:

$$P_s = \sqrt{\frac{2}{9}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\alpha) & \cos(2\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(4\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(8\alpha) \\ 0 & sen(\alpha) & sen(2\alpha) & sen(3\alpha) & sen(4\alpha) & sen(5\alpha) & sen(6\alpha) & sen(7\alpha) & sen(8\alpha) \\ 1 & \cos(2\alpha) & \cos(4\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(8\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(7\alpha) \\ 0 & sen(2\alpha) & sen(4\alpha) & sen(6\alpha) & sen(8\alpha) & sen(\alpha) & sen(3\alpha) & sen(5\alpha) & sen(7\alpha) \\ 1 & \cos(4\alpha) & \cos(8\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(2\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(5\alpha) \\ 0 & sen(4\alpha) & sen(8\alpha) & sen(3\alpha) & sen(7\alpha) & sen(2\alpha) & sen(6\alpha) & sen(\alpha) & sen(5\alpha) \\ 1 & \cos(3\alpha) & \cos(6\alpha) & 1 & \cos(3\alpha) & \cos(6\alpha) & 1 & \cos(3\alpha) & \cos(6\alpha) \\ 0 & sen(3\alpha) & sen(6\alpha) & 0 & sen(3\alpha) & sen(6\alpha) & 0 & sen(3\alpha) & sen(6\alpha) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \tag{46}$$

O fator de escala $\sqrt{2/9}$ multiplicando todos os coeficientes da matriz e a multiplicação do vetor de sequência zero por $1/\sqrt{2}$ torna matriz ortogonal ($P_s P_s^T = I$) e a transformação invariante em potência. É prática comum, nos artigos, o fator de escala ser mudado para $2/9$ e a última linha da matriz ser substituída toda por $1/2$. Essa mudança é mais conveniente em estratégias de modulação SVPWM pois torna a magnitude do vetor da tensão de referência igual ao valor de pico da tensão senoidal da saída do inversor (IQBAL, 2005). Logo, a matriz de transformação também pode ser escrita como:

$$P_s = \frac{2}{9} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\alpha) & \cos(2\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(4\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(8\alpha) \\ 0 & sen(\alpha) & sen(2\alpha) & sen(3\alpha) & sen(4\alpha) & sen(5\alpha) & sen(6\alpha) & sen(7\alpha) & sen(8\alpha) \\ 1 & \cos(2\alpha) & \cos(4\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(8\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(7\alpha) \\ 0 & sen(2\alpha) & sen(4\alpha) & sen(6\alpha) & sen(8\alpha) & sen(\alpha) & sen(3\alpha) & sen(5\alpha) & sen(7\alpha) \\ 1 & \cos(4\alpha) & \cos(8\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(2\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(5\alpha) \\ 0 & sen(4\alpha) & sen(8\alpha) & sen(3\alpha) & sen(7\alpha) & sen(2\alpha) & sen(6\alpha) & sen(\alpha) & sen(5\alpha) \\ 1 & \cos(3\alpha) & \cos(6\alpha) & 1 & \cos(3\alpha) & \cos(6\alpha) & 1 & \cos(3\alpha) & \cos(6\alpha) \\ 0 & sen(3\alpha) & sen(6\alpha) & 0 & sen(3\alpha) & sen(6\alpha) & 0 & sen(3\alpha) & sen(6\alpha) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{47}$$

2.3.2 Matriz de transformação da máquina assimétrica

O processo para a obtenção da matriz de transformação para a máquina assimétrica segue rigorosamente a mesma metodologia utilizada na obtenção da matriz da máquina simétrica.

Para $k = 1$ em (36) e $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$ dois vetores ortogonais chamados de d e q são obtidos como mostrado abaixo:

$$d = [1, \cos(\alpha), \cos(5\alpha), \cos(6\alpha), \cos(7\alpha), \cos(11\alpha), \cos(12\alpha), \cos(13\alpha), \cos(17\alpha)]^T \quad (48)$$

$$q = [0, sen(\alpha), sen(5\alpha), sen(6\alpha), sen(7\alpha), sen(11\alpha), sen(12\alpha), sen(13\alpha), sen(17\alpha)]^T \quad (49)$$

Para $k = 5$ em (36) e $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$ dois vetores ortogonais chamados de x_1 e y_1 são obtidos como mostrado abaixo:

$$x1 = [1, \cos(5\alpha), \cos(7\alpha), \cos(12\alpha), \cos(17\alpha), \cos(\alpha), \cos(6\alpha), \cos(11\alpha), \cos(13\alpha)]^T \quad (50)$$

$$y1 = [0, sen(5\alpha), sen(7\alpha), sen(12\alpha), sen(17\alpha), sen(\alpha), sen(6\alpha), sen(11\alpha), sen(13\alpha)]^T \quad (51)$$

Para $k = 7$ em (36) e $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$ obtém-se dois vetores ortogonais chamados x_2 e y_2, como mostrado abaixo:

$$x2 = [1, \cos(7\alpha), \cos(17\alpha), \cos(6\alpha), \cos(13\alpha), \cos(5\alpha), \cos(12\alpha), \cos(\alpha), \cos(11\alpha)]^T \quad (52)$$

$$y2 = [0, sen(7\alpha), sen(17\alpha), sen(6\alpha), sen(13\alpha), sen(5\alpha), sen(12\alpha), sen(\alpha), sen(11\alpha)]^T \quad (53)$$

Para $k = 6$ em (36) e $\omega t = 0$ e $\omega t = \pi/2$ obtém-se dois vetores ortogonais chamados x_3 e y_3, como mostrado abaixo:

$$x3 = [1, \cos(6\alpha), \cos(12\alpha), 1, \cos(6\alpha), \cos(12\alpha), 1, \cos(6\alpha), \cos(12\alpha)]^T \quad (54)$$

$$y3 = [0, sen(6\alpha), sen(12\alpha), 0, sen(6\alpha), sen(12\alpha), 0, sen(6\alpha), sen(12\alpha)]^T \quad (55)$$

Para $k = 9$ em (36) e $\omega t = 0$ obtém-se o vetor ortogonal 0, chamado de componente de sequência zero, como mostrado abaixo:

$$0 = [1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]^T \quad (56)$$

Os vetores ortogonais entre si obtidos em (48)-(56) podem ser dispostos na forma matricial da seguinte forma:

$$P_s = \sqrt{\frac{2}{9}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(11\alpha) & \cos(12\alpha) & \cos(13\alpha) & \cos(17\alpha) \\ 0 & sen(\alpha) & sen(5\alpha) & sen(6\alpha) & sen(7\alpha) & sen(11\alpha) & sen(12\alpha) & sen(13\alpha) & sen(17\alpha) \\ 1 & \cos(5\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(12\alpha) & \cos(17\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(11\alpha) & \cos(13\alpha) \\ 0 & sen(5\alpha) & sen(7\alpha) & sen(12\alpha) & sen(17\alpha) & sen(\alpha) & sen(6\alpha) & sen(11\alpha) & sen(13\alpha) \\ 1 & \cos(7\alpha) & \cos(17\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(13\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(12\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(11\alpha) \\ 0 & sen(7\alpha) & sen(17\alpha) & sen(6\alpha) & sen(13\alpha) & sen(5\alpha) & sen(12\alpha) & sen(\alpha) & sen(11\alpha) \\ 1 & \cos(6\alpha) & \cos(12\alpha) & 1 & \cos(6\alpha) & \cos(12\alpha) & 1 & \cos(6\alpha) & \cos(12\alpha) \\ 0 & sen(6\alpha) & sen(12\alpha) & 0 & sen(6\alpha) & sen(12\alpha) & 0 & sen(6\alpha) & sen(12\alpha) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (57)$$

Assim como para o caso da matriz obtida para a máquina simétrica, o coeficiente $\sqrt{2/9}$ torna a transformação invariante em potência. Outro coeficiente utilizado é 2/9, que é mais conveniente em estratégias de modulação SVPWM pois torna a magnitude do vetor da tensão de referência igual ao valor de pico da tensão senoidal da saída do inversor (IQBAL, 2005). Nesta condição o vetor de sequência zero também muda, conforme mostrado em (58).

$$0 = [1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/2, 1/2]^T \quad (58)$$

A Tabela 1 mostra a relação existente entre os ângulos das máquinas simétricas ($\alpha=2\pi/9$) e das máquinas assimétricas ($\alpha=\pi/9$) analisadas. Na tabela 2 mostra-se os valores dos coeficientes de harmônicos para os dois tipos de máquina.

TABELA 1 - Ângulos – máquinas simétrica e assimétricas

Máquina	*Ângulo*								
Assimétrica($\alpha = \pi/9$)	0	α	5α	6α	7α	11α	12α	13α	17α
Simétrica($\alpha = 2\pi/9$)	0	α	2α	3α	4α	5α	6α	7α	8α
Ângulo	0	α	$\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$	$\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	$\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$	$\left(\frac{4\pi}{3} - \alpha\right)$	$\left(\frac{4\pi}{3}\right)$	$\left(\frac{4\pi}{3} + \alpha\right)$	$-\alpha$

TABELA 2 - Coeficientes harmônicos

	Coeficientes		
Máquina	r_1	r_2	r_3
Assimétrica($\alpha = \pi/9$)	5	7	6
Simétrica($\alpha = 2\pi/9$)	2	4	3

Com o auxílio das Tabelas 1 e 2 é possível generalizar os vetores *d-q-x1-y1-x2-y2-x3-y3-0* e obter uma só matriz de transformação que sirva para a análise de ambas as máquinas, apenas com substituição dos coeficientes, conforme Tabela 2.

$$d = [1, \cos(\alpha), \cos(\alpha - 2\pi/3), \cos(2\pi/3), \cos(\alpha + 2\pi/3)), \cos(\alpha - 4\pi/3), \cos(4\pi/3), \cos(\alpha + 4\pi/3), \cos(\alpha)]^T \quad (59)$$

$$q = [0, sen(\alpha), -sen(\alpha - 2\pi/3), sen(2\pi/3), sen(\alpha + 2\pi/3)), -sen(\alpha - 4\pi/3), sen(4\pi/3), sen(\alpha + 4\pi/3), -sen(\alpha)]^T \quad (60)$$

$$x_1 = [1, \cos(r_1\alpha), \cos(r_1(\alpha - 2\pi/3)), \cos(r_1(2\pi/3)), \cos(r_1(\alpha + 2\pi/3)), \cos(r_1(\alpha - 4\pi/3)), \cos(r_1(4\pi/3)), \cos(r_1(\alpha + 4\pi/3)), \cos(r_1\alpha)]^T \quad (61)$$

$$y_1 = [0, sen(r_1\alpha), -sen(r_1(\alpha - 2\pi/3)), sen(r_1(2\pi/3)), sen(r_1(\alpha + 2\pi/3)), -sen(r_1(\alpha - 4\pi/3)),\ sen(r_1(4\pi/3)), sen(r_1(\alpha + 4\pi/3)), -sen(r_1\alpha)]^T \quad (62)$$

$$x_2 = [1, \cos(r_2\alpha), \cos(r_2(\alpha - 2\pi/3)), \cos(r_2(2\pi/3)), \cos(r_2(\alpha + 2\pi/3)), \cos(r_2(\alpha - 4\pi/3)), \cos(r_2(4\pi/3)), \cos(r_2(\alpha + 4\pi/3)), \cos(r_2\alpha)]^T \quad (63)$$

$$y_2 = [0, sen(r_2\alpha), -sen(r_2(\alpha - 2\pi/3)), sen(r_2(2\pi/3)), sen(r_2(\alpha + 2\pi/3)), -sen(r_2(\alpha - 4\pi/3)), sen(r_2(4\pi/3)), sen(r_2(\alpha + 4\pi/3)), -sen(r_2\alpha)]^T \quad (64)$$

$$x_3 = [1, \cos(r_3\alpha), \cos(r_3(\alpha - 2\pi/3)), \cos(r_3(2\pi/3)), \cos(r_3(\alpha + 2\pi/3)), \cos(r_3(\alpha - 4\pi/3)), \cos(r_3(4\pi/3)), \cos(r_3(\alpha + 4\pi/3)), \cos(r_3\alpha)]^T \quad (65)$$

$$y_3 = [0, sen(r_3\alpha), -sen(r_3(\alpha - 2\pi/3)), sen(r_3(2\pi/3)), sen(r_3(\alpha + 2\pi/3)), -sen(r_3(\alpha - 4\pi/3)), sen(r_3(4\pi/3)), sen(r_3(\alpha + 4\pi/3)), -sen(r_3\alpha)]^T \quad (66)$$

De forma semelhante, é possível encontrar uma matriz de transformação única para o rotor.

As duas primeiras linhas da matriz mapeiam a componente fundamental *(dq)*, as duas segundas linhas mapeiam a componente $r_1(x_1y_1)$, as duas terceiras linhas mapeiam a componente $r_2(x_2y_2)$ e as duas quartas linhas mapeiam a componente $r_3(x_3y_3)$, onde r_1, r_2, r_3 são mostrados na Tabela 2.

A matriz de transformação generalizada apresentada em (67). Em (68) é apresentada a matriz de transformação quando considera-se uma máquina de nove fases simétrica. De forma semelhante é possível determinar a matriz de transformação para a máquina assimétrica.

$$P_s^T = \sqrt{\frac{2}{9}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\alpha) & \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) & \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & -\sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) & \sin\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin(\alpha) \\ 1 & \cos(r_1\alpha) & \cos[r_1\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)] & \cos[r_1\left(\frac{2\pi}{3}\right)] & \cos[r_1\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)] & \cos[r_1\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right)] & \cos[r_1\left(\frac{4\pi}{3}\right)] & \cos[r_1\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right)] & \cos(r_1\alpha) \\ 0 & \sin(r_1\alpha) & -\sin[r_1\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)] & \sin[r_1\left(\frac{2\pi}{3}\right)] & \sin[r_1\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)] & -\sin[r_1\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right)] & \sin[r_1\left(\frac{4\pi}{3}\right)] & \sin[r_1\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right)] & -\sin(r_1\alpha) \\ 1 & \cos(r_2\alpha) & \cos[r_2\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)] & \cos[r_2\left(\frac{2\pi}{3}\right)] & \cos[r_2\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)] & \cos[r_2\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right)] & \cos[r_2\left(\frac{4\pi}{3}\right)] & \cos[r_2\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right)] & \cos(r_2\alpha) \\ 0 & \sin(r_2\alpha) & -\sin[r_2\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)] & \sin[r_2\left(\frac{2\pi}{3}\right)] & \sin[r_2\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)] & -\sin[r_2\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right)] & \sin[r_2\left(\frac{4\pi}{3}\right)] & \sin[r_2\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right)] & -\sin(r_2\alpha) \\ 1 & \cos(r_3\alpha) & \cos[r_3\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)] & \cos[r_3\left(\frac{2\pi}{3}\right)] & \cos[r_3\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)] & \cos[r_3\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right)] & \cos[r_3\left(\frac{4\pi}{3}\right)] & \cos[r_3\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right)] & \cos(r_3\alpha) \\ 0 & \sin(r_3\alpha) & -\sin[r_3\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)] & \sin[r_3\left(\frac{2\pi}{3}\right)] & \sin[r_3\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)] & -\sin[r_3\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right)] & \sin[r_3\left(\frac{4\pi}{3}\right)] & \sin[r_3\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right)] & -\sin(r_3\alpha) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \tag{67}$$

$$P_s^T = \sqrt{\frac{2}{9}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\alpha) & \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2} & \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2} & \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & -\sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \sin\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin(\alpha) \\ 1 & \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2} & \cos\alpha & \cos(\alpha) & -\frac{1}{2} & \cos\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \\ 0 & -\sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\sin\alpha & \sin(\alpha) & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\sin\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) & \sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \\ 1 & \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\alpha) & -\frac{1}{2} & \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2} & \cos(\alpha) & \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 0 & \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin(\alpha) & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \sin\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & \sin(\alpha) & -\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \tag{68}$$

2.3.3 Modelagem

Expressões para os fluxos do estator

As equações dos fluxos nas novas variáveis são obtidas substituindo as Eqs. (28) e (29) nas Eqs. (10) e (11). O referencial adotado é o genérico.

$$\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_s^{gT}\lambda^{g}_{s123456789}$$

$$\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_s^{gT}(L_{ss}i^{g}_{s123456789} + L_{sr}i^{g}_{r123456789})$$

$$\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_s^{gT}(L_{ss}P_s^{g}i^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + L_{sr}P_r^{g}i^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o})$$

$$\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_s^{gT}L_{ss}P_s^{g}i^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + P_s^{gT}L_{sr}P_r^{g}i^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}$$

$$P_s^{gT}L_{ss}P_s^{g} = \begin{bmatrix} \frac{7}{2}L_{sp}+L_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{2}L_{sp}+L_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_s-L_{sp} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_s-L_{sp} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_s-L_{sp} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_s-L_{sp} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_s-L_{sp} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_s-L_{sp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_s-L_{sp} \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$P_s^{gT}L_{sr}P_r^{g} = \begin{bmatrix} \frac{9}{2}M_{sr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{2}M_{sr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

$$l_s = L_s + \frac{7}{2}L_{sp},\ l_{ls} = L_s - L_{sp} \text{ e } l_m = \frac{9}{2}M_{sr} \tag{71}$$

Expressões para os fluxos do rotor

$$\lambda^g_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_r^{gT}\lambda^g_{r123456789}$$

$$\lambda^g_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_r^{gT}(L_{rr}i^g_{r123456789} + L_{rs}i^g_{s123456789})$$

$$\lambda^g_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_r^{gT}(L_{rr}P_r^g i^g_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + L_{rs}P_s^g i^g_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o})$$

$$\lambda^g_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_r^{gT}L_{rr}P_r^g i^g_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + P_r^{gT}L_{sr}P_s^g i^g_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}$$

$$P_r^{gT}L_{rr}P_r^g = \begin{bmatrix} \frac{7}{2}L_{rp}+L_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{2}L_{rp}+L_r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_r - L_{rp} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_r - L_{rp} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_r - L_{rp} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_r - L_{rp} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_r - L_{rp} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_r - L_{rp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_r - L_{rp} \end{bmatrix} \tag{72}$$

$$P_r^{gT}L_{sr}P_s^g = \begin{bmatrix} \frac{9}{2}M_{sr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{2}M_{sr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{73}$$

$$l_r = L_r + \frac{7}{2}L_{rp},\ l_{lr} = L_r - L_{rp} \tag{74}$$

Expressões para as tensões no estator

As equações das tensões nas novas variáveis são obtidas substituindo (28)-(29) em (16)-(17). O referencial adotado é o genérico.

$$v^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_s^{gT} v^{g}_{s123456789}$$

$$v^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_s^{gT}(r_s i^{g}_{s123456789} + \frac{d}{dt}\lambda^{g}_{s123456789})$$

$$v^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_s P_s^{gT} P_s^{g} i^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + P_s^{gT}\frac{d}{dt}P_s^{g}\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}$$

$$v^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_s P_s^{gT} P_s^{g} i^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + P_s^{gT}\frac{dP_s^{g}}{dt}\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + P_s^{gT} P_s^{g}\frac{d\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}}{dt}$$

$$v^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_s i^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + \frac{d\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}}{dt} + P_s^{gT}\frac{dP_s^{g}}{dt}\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}$$

$$u = \delta_g$$

$$v^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_s i^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + \frac{d\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}}{dt} + \frac{du}{dt}P_s^{gT}\frac{dP_s^{g}}{du}\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}$$

$$v^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_s i^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + \frac{d\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}}{dt} + \omega_g P_s^{gT}\frac{dP_s^{g}}{d\delta}\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}$$

$$\omega_g = \frac{d\delta}{dt}$$

$$P_s^{gT}\left[\frac{dP_s}{d\delta}\right] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$v^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_s i^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + \frac{d}{dt}(\lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}) + \\ +\omega_g \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \lambda^{g}_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} \tag{75}$$

Onde, $\omega_g = \frac{d\delta_g}{dt}$ é a velocidade dos eixos dq.

Expressões para as tensões do rotor

$$v^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_r^{gT} v^{g}_{r123456789}$$

$$v^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_r^{gT}(r_r i^{g}_{r123456789} + \frac{d}{dt}\lambda^{g}_{r123456789})$$

$$v^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_r^{gT} r_r i^{g}_{r123456789} + P_r^{gT}\frac{d}{dt}\lambda^{g}_{r123456789})$$

$$v^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_r P_r^{gT} P_r^{g} i^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + P_r^{gT}\frac{d}{dt}P_r^{g}\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}$$

$$v^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_r P_r^{gT} P_r^{g} i^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + \frac{dP_9^{g}}{dt}\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + P_r^{g}\frac{d\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}}{dt}$$

$$v^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_r P_r^{gT} P_r^{g} i^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + P_r^{gT}\frac{dP_r^{g}}{dt}\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + P_r^{gT} P_s^{g}\frac{d\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}}{dt}$$

$$v^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_r i^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + \frac{d\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}}{dt} + P_r^{gT}\frac{dP_r^{g}}{dt}\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}$$

$$u = \delta_g - \theta_r$$

$$v^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_r i^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + \frac{d\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}}{dt} + \frac{du}{dt}P_r^{gT}\frac{dP_r^{g}}{du}\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}$$

$$v^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_r i^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + \frac{d\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}}{dt} + (\omega_g - \omega_r)P_r^{gT}\frac{dP_r^{g}}{d\delta}\lambda^{g}_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}$$

$$P_r^{gT}\frac{dP_r^g}{d\delta} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$v^g_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = r_r i^g_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} + \frac{d}{dt}(\lambda^g_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}) + $$

$$+(\omega_g - \omega_r)\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\lambda^g_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} \quad (76)$$

Onde, $\omega_g = \frac{d\delta_g}{dt}$ é a velocidade dos eixos dq e $\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt}$ é a velocidade elétrica do rotor.

Expressões para o torque eletromagnético

Utilizando as expressões do torque eletromagnético (25)-(26) e as equações de transformação (28)-(29), o cálculo do torque eletromagnético da máquina com p pares de pólos é dado por:

$$T_e = p i^{rT}_{r123456789}\left[\frac{dL_{rs}}{d\theta_r}\right] i^s_{s123456789}$$

$$T_e = p i_{s123456789}^{sT} \left[\frac{dL_{sr}}{d\theta_r} \right] i_{r123456789}^{s}$$

$$T_e = p \left(P_{s9}^{g} i_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}^{g} \right)^T \left[\frac{dL_{sr}}{d\theta_r} \right] \left(P_{r9}^{g} i_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}^{g} \right)$$

$$T_e = p i_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}^{gT} P_{s9}^{gT} \left[\frac{dL_{sr}}{d\theta_r} \right] \left(P_{r9}^{g} i_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}^{g} \right)$$

$$T_e = p i_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}^{gT} \left[P_{s9}^{gT} \left[\frac{dL_{sr}}{d\theta_r} \right] P_{r9}^{g} \right] i_{rdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o}^{g}$$

$$\left[P_{s9}^{gT} \left[\frac{dL_{sr}}{d\theta_r} \right] P_{r9}^{g} \right] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{9}{2}M_{sr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{9}{2}M_{sr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_e = p \begin{bmatrix} i_{sd}^{g} & i_{sq}^{g} & i_{sx_1}^{g} & i_{sy_1}^{g} & i_{sx_2}^{g} & i_{sy_2}^{g} & i_{sx_3}^{g} & i_{sy_3}^{g} & i_{so}^{g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{9}{2}M_{sr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{9}{2}M_{sr} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd}^{g} \\ i_{rq}^{g} \\ i_{rx_1}^{g} \\ i_{ry_1}^{g} \\ i_{rx_2}^{g} \\ i_{ry_2}^{g} \\ i_{rx_3}^{g} \\ i_{ry_3}^{g} \\ i_{ro}^{g} \end{bmatrix}$$

$$T_e = \frac{9}{2} p i_{sq}^{g} M_{sr} i_{rd}^{g} - \frac{9}{2} p i_{sd}^{g} M_{sr} i_{rq}^{g}$$

$$T_e = p \frac{9M_{sr}}{2} (i_{sq}^{g} i_{rd}^{g} - i_{sd}^{g} i_{rq}^{g})$$

$$T_e = p l_m (i_{sq}^{g} i_{rd}^{g} - i_{sd}^{g} i_{rq}^{g}) \tag{77}$$

Na expressão (77), observa-se que o torque da máquina é completamente dependente das componentes ativas *d*-*q* das correntes do estator e do rotor, que

são as únicas que contribuem com o fluxo no entreferro da máquina e, portanto, as componentes *x1-y1-x2-y2-x3-y3-0* não interferem na produção de torque da máquina.

Expressões mecânicas da máquina

O torque eletromagnético (T_e) no eixo da máquina é igual à soma dos torques em oposição. Assim, pode-se escrever:

$$T_e = J_m \frac{d\omega_m}{dt} + K_m \omega_m + T_m \tag{78}$$

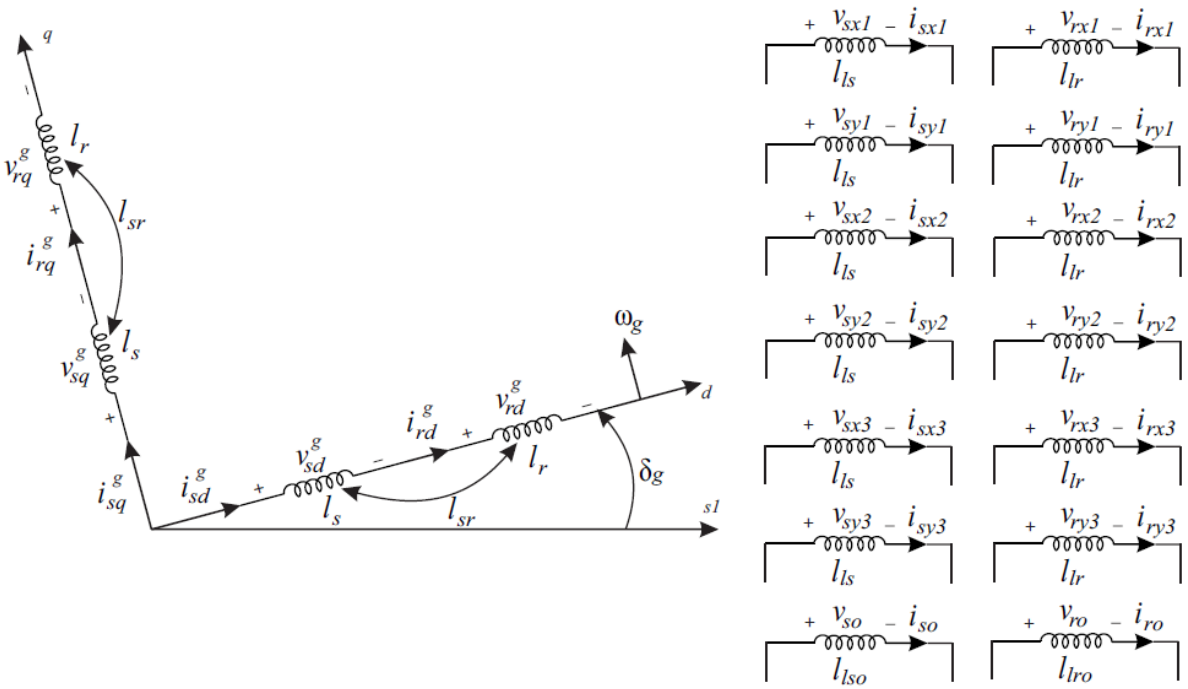
$$T_e - T_m - K_m \omega_m = J_m \frac{d\omega_m}{dt} \tag{79}$$

$$\omega_r = p\frac{d\theta_m}{dt} = p\omega_m \tag{80}$$

Onde T_m representa o torque mecânico ou resistente da carga, J_m o momento de inércia, K_m o coeficiente de atrito, ω_r velocidade elétrica do rotor, p o número de par de pólos, θ_m posição mecânica do rotor e ω_m velocidade mecânica do rotor.

O modelo estudado mostra que as componentes *d-q* são acopladas, enquanto as componentes *x1-y1-x2-y2-x3-y3-0* não apresentam nenhum acoplamento com *d-q* nem com elas próprias. As componentes *x1-y1-x2-y2-x3-y3-0* são variáveis de bobinas isoladas e, portanto, o modelo da máquina de indução de nove fases pode ser representado pelos diagramas mostrados na Figura 3.

FIGURA 3 - Máquina de nove fases *dqx1y1x2y2x3y3o*



As expressões do modelo da máquina das bobinas isoladas são resumidas abaixo e mostradas na Tabela 3.

Fluxos do estator

$$\lambda_{sd}^{g} = l_s i_{sd}^{g} + l_m i_{rd}^{g} \quad (81)$$

$$\lambda_{sq}^{g} = l_s i_{sq}^{g} + l_m i_{rq}^{g} \quad (82)$$

$$\lambda_{sx_k} = l_{ls} i_{sx_k}, k = 1,2,3 \quad (83)$$

$$\lambda_{sy_k} = l_{ls} i_{sy_k}, k = 1,2,3 \quad (84)$$

$$\lambda_{so} = l_{ls} i_{so} \quad (85)$$

Fluxos do rotor

$$\lambda_{rd}^{g} = l_m i_{sd}^{g} + l_r i_{rd}^{g} \quad (86)$$

$$\lambda_{rq}^{g} = l_m i_{sq}^{g} + l_r i_{rq}^{g} \quad (87)$$

$$\lambda_{rx_k} = l_{lr} i_{rx_k}, k = 1,2,3 \quad (88)$$

$$\lambda_{ry_k} = l_{lr} i_{ry_k}, k = 1,2,3 \quad (89)$$

$$\lambda_{ro} = l_{lr} i_{ro} \quad (90)$$

Tensões do estator

$$v_{sd}^g = r_s i_{sd}^g + \frac{d\lambda_{sd}^g}{dt} - \omega_g \lambda_{sq}^g \quad (91)$$

$$v_{sq}^g = r_s i_{sq}^g + \frac{d\lambda_{sq}^g}{dt} + \omega_g \lambda_{sd}^g \quad (92)$$

$$v_{sx_k}^g = r_s i_{sx_k}^g + \frac{d\lambda_{sx_k}^g}{dt}, k = 1,2,3 \quad (93)$$

$$v_{sy_k}^g = r_s i_{sy_k}^g + \frac{d\lambda_{sy_k}^g}{dt}, k = 1,2,3 \quad (94)$$

$$v_{so}^g = r_s i_{so}^g + \frac{d\lambda_{so}^g}{dt} \quad (95)$$

Tensões do rotor

$$v_{rd}^g = r_r i_{rd}^g + \frac{d\lambda_{rd}^g}{dt} - (\omega_g - \omega_r)\lambda_{rq}^g \quad (96)$$

$$v_{rq}^g = r_r i_{rq}^g + \frac{d\lambda_{rq}^g}{dt} + (\omega_g - \omega_r)\lambda_{rd}^g \quad (97)$$

$$v_{rx_k}^g = r_r i_{rx_k}^g + \frac{d\lambda_{rx_k}^g}{dt}, k = 1,2,3 \quad (98)$$

$$v_{ry_k}^g = r_r i_{ry_k}^g + \frac{d\lambda_{ry_k}^g}{dt}, k = 1,2,3 \quad (99)$$

$$v_{ro}^g = r_r i_{ro}^g + \frac{d\lambda_{ro}^g}{dt} \quad (100)$$

Torque eletromagnético

$$T_e = p l_m (i_{sq}^g i_{rd}^g - i_{sd}^g i_{rq}^g) \quad (101)$$

TABELA 3 - Resumo do modelo – máquinas de nove fases

FLUXOS		TENSÕES	
ESTATOR	ROTOR	ESTATOR	ROTOR
$\lambda_{sd}^{g} = l_s i_{sd}^{g} + l_m i_{rd}^{g}$	$\lambda_{rd}^{g} = l_m i_{sd}^{g} + l_r i_{rd}^{g}$	$v_{sd}^{g} = r_s i_{sd}^{g} + \frac{d\lambda_{sd}^{g}}{dt} - \omega_g \lambda_{sq}^{g}$	$v_{rd}^{g} = r_r i_{rd}^{g} + \frac{d\lambda_{rd}^{g}}{dt} - (\omega_g - \omega_r)\lambda_{rq}^{g}$
$\lambda_{sq}^{g} = l_s i_{sq}^{g} + l_m i_{rq}^{g}$	$\lambda_{rq}^{g} = l_m i_{sq}^{g} + l_r i_{rq}^{g}$	$v_{sq}^{g} = r_s i_{sq}^{g} + \frac{d\lambda_{sq}^{g}}{dt} + \omega_g \lambda_{sd}^{g}$	$v_{rq}^{g} = r_r i_{rq}^{g} + \frac{d\lambda_{rq}^{g}}{dt} + (\omega_g - \omega_r)\lambda_{rd}^{g}$
$\lambda_{sx_k}^{g} = l_{ls} i_{sx_k}, k = 1,2,3$	$\lambda_{rx_k}^{g} = l_{lr} i_{rx_k}, k = 1,2,3$	$v_{sx_k}^{g} = r_s i_{sx_k}^{g} + \frac{d\lambda_{sx_k}^{g}}{dt}, k = 1,2,3$	$v_{rx_k}^{g} = r_r i_{rx_k}^{g} + \frac{d\lambda_{rx_k}^{g}}{dt}, k = 1,2,3$
$\lambda_{sy_k}^{g} = l_{ls} i_{sy_k}, k = 1,2,3$	$\lambda_{ry_k}^{g} = l_{lr} i_{ry_k}, k = 1,2,3$	$v_{sy_k}^{g} = r_s i_{sy_k}^{g} + \frac{d\lambda_{sy_k}^{g}}{dt}, k = 1,2,3$	$v_{ry_k}^{g} = r_r i_{ry_k}^{g} + \frac{d\lambda_{ry_k}^{g}}{dt}, k = 1,2,3$
$\lambda_{so}^{g} = l_{ls} i_{so}$	$\lambda_{ro}^{g} = l_{lr} i_{ro}$	$v_{so}^{g} = r_s i_{so}^{g} + \frac{d\lambda_{so}^{g}}{dt}$	$v_{ro}^{g} = r_r i_{ro}^{g} + \frac{d\lambda_{ro}^{g}}{dt}$
TORQUE ELETROMAGNÉTICO		MODELO MECÂNICO	
$T_e = p l_m (i_{sq}^{g} i_{rd}^{g} - i_{sd}^{g} i_{rq}^{g})$		$T_e - T_m - K_m \omega_m = J_m \frac{d\omega_m}{dt}$	$\omega_r = p\frac{d\theta_m}{dt} = p\omega_m$

3 ESTRATÉGIAS DE MODULAÇÃO PWM PARA A MÁQUINA DE NOVE FASES

3 ESTRATÉGIAS DE MODULAÇÃO PWM PARA A MÁQUINA DE NOVE FASES

3.1 Introdução

A modulação PWM é utilizada frequentemente para a síntese das tensões de referência em inversores tipo fonte de tensão. As duas abordagens mais utilizadas são a escalar e a vetorial. Na modulação escalar (JACOBINA; LIMA; SILVA, 1997), as tensões de referência são sintetizadas baseadas no tempo de condução das chaves dos braços do inversor. O valor médio das tensões de referência é igual ao valor médio das tensões de pólo no período de chaveamento. Na modulação vetorial (BROECK; SKUDELNY; STANKE, 1988; JACOBINA, 1999), as tensões de referência são sintetizadas com base na soma ponderada dos vetores de tensão gerados pelo inversor, de tal forma que esta média seja igual ao vetor de referência.

A abordagem vetorial é atualmente a mais utilizada em sistemas trifásicos, (LEVI, 2008). No entanto, com o aumento do número de fases, a quantidade de vetores de tensão na saída do inversor aumenta de acordo com a regra 2^n possibilitando-se a escolha de diferentes estratégias de controle e modulação. Nos inversores de nove fases, mostrados nas Figuras 4 e 5, as 2^9 configurações de chaveamento definem 512 vetores espaciais que são mapeados em $(n-1)/2$ planos, que correspondem às componentes d-q, x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3.

As harmônicas de ordem $2jn \pm 1$ $(n = 9;\ j = 0,1,2,\ldots)$ são mapeadas no plano d-q, enquanto todas as outras harmônicas são mapeadas nos outros $(n-3)/2$ planos. As componentes harmônicas em x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3 não geram torque em máquinas de indução com distribuição senoidal de fluxo e apenas representam perdas em função de altas correntes harmônicas que circulam no estator, limitadas somente pela baixa impedância de dispersão dos enrolamentos da máquina (ZHAO; LIPO, 1995; LEVI, 2008; DURÁN et al., 2013). O objetivo do inversor é, portanto, gerar tensão de saída puramente senoidal, de forma que o vetor de referência seja sintetizado apenas no plano d-q, enquanto nos planos x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3 as tensões sejam nulas.

Para que um inversor tipo VSI gere tensão de saída senoidal usando a modulação SVPWM, é necessário o uso de $(n-1)$ vetores ativos e dois vetores

nulos em um período de operação para sintetizar a tensão de referência (KELLY; STRANGAS; MILLER, 2003; IQBAL; LEVI, 2006; DUJIC; JONES; LEVI, 2007).

3.2 Modelo do conversor

Diferente da topologia de outros inversores multifases (cinco e sete fases, por exemplo), existe mais de uma topologia para alimentação de uma máquina de nove fases, já que nove não é um número primo. As duas topologias de acionamento estudadas neste trabalho, apresentadas nas Figuras 4 e 5, são aqui chamadas de topologia 1 e topologia 2, respectivamente. Na topologia 1, a máquina de indução é ligada com três neutros separados e isolados, enquanto na topologia 2, a máquina é ligada com os neutros interconectados. Em ambos os casos estudados, os neutros das máquinas são flutuantes, ou seja, não são conectados em nenhum outro ponto do sistema. A análise da influência das configurações dos neutros no cálculo das tensões dos planos $dqx_1y_1x_2y_2x_3y_30$ é feita nesta seção.

O inversor considerado neste trabalho é composto pelo conjunto de chaves ideais $q_1, \bar{q}_1, q_2, \bar{q}_2, q_3, \bar{q}_3, q_4, \bar{q}_4, q_5, \bar{q}_5, q_6, \bar{q}_6, q_7, \bar{q}_7, q_8, \bar{q}_8, q_9, \bar{q}_9$. Assume-se que o estado de condução das chaves é representado pelas variáveis binárias q_i e $\bar{q}_i$ ($i = 1\ a\ 9$). O funcionamento do inversor é baseado na atribuição de valores binários assumidos pelas chaves de potência do sistema. Quando $q_i = 1$ ou $\bar{q}_i = 1$ significa chave fechada, enquanto $q_i = 0$ ou $\bar{q}_i = 0$ indica chave aberta. As chaves q_i e $\bar{q}_i$ funcionam de forma complementar.

FIGURA 4 - Topologia 1 – máquina com neutros separados

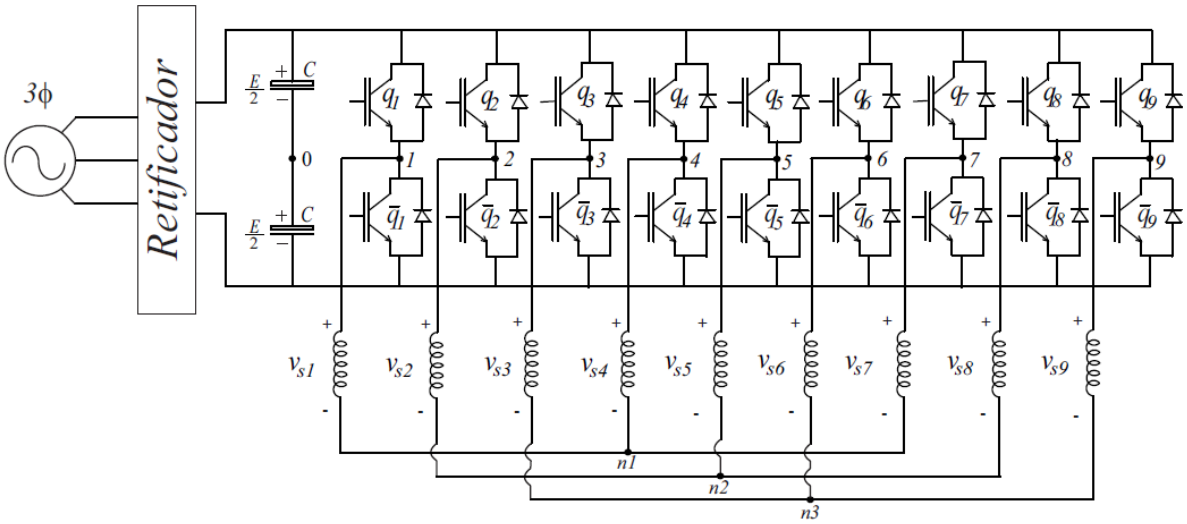
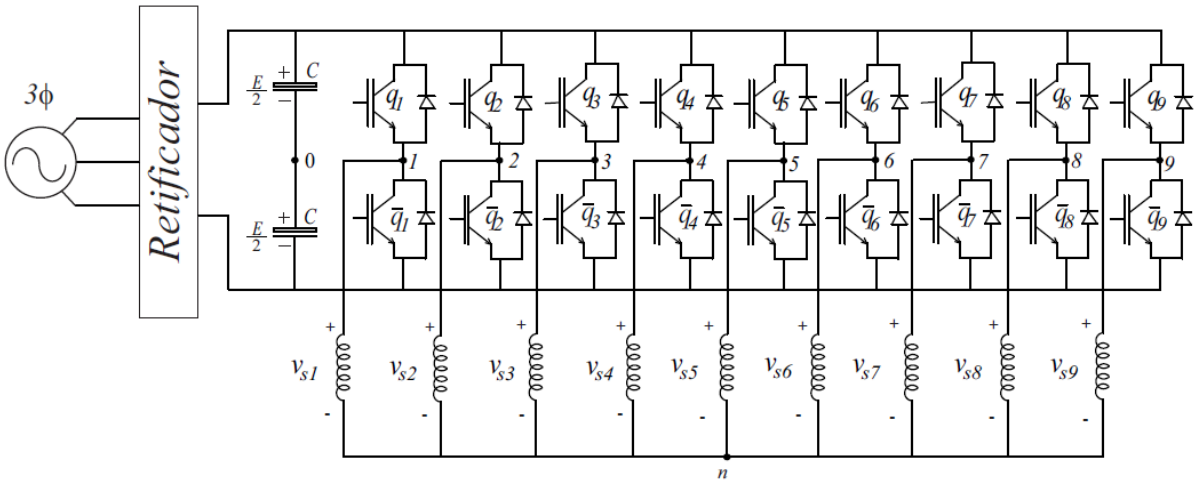


FIGURA 5 - Topologia 2 - máquina com neutros interligados



O número de possíveis combinações dos estados das chaves define a quantidade de vetores de tensão gerados pelo inversor. Assim, em cada um dos quatro planos ortogonais, d-q, x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3, existem $2^9 = 512$ vetores de tensão mapeados no espaço. Na modulação SVPWM, a relação tensão tempo é realizada controlando-se o tempo de aplicação de vetores de tensão.

As tensões de pólo para os inversores das Figuras 4 e 5 são dadas por:

$$v_{i0} = \begin{cases} E/2 \;\; para\; q_i = 1 \\ -E/2 \;\; para\; q_i = 0 \end{cases} \quad i = 1,2,3,4,5,6,7,8,9 \tag{102}$$

Para a topologia 1 as tensões de fase são dadas por:

$$v_{si} = v_{i0} - v_{n10} = (2q_i - 1)\frac{E}{2} - v_{n10} \qquad i = 1,4,7 \tag{103}$$

$$v_{sj} = v_{j0} - v_{n20} = (2q_j - 1)\frac{E}{2} - v_{n20} \qquad j = 2,5,8 \tag{104}$$

$$v_{sk} = v_{k0} - v_{n30} = (2q_k - 1)\frac{E}{2} - v_{n30} \qquad k = 3,6,9 \tag{105}$$

Para a topologia 2, as tensões de fase são dadas por:

$$v_{si} = v_{i0} - v_{n0} = (2q_i - 1)\frac{E}{2} - v_{n0} \qquad i = 1,2,3,4,5,6,7,8,9 \tag{106}$$

Onde,

E é a tensão do barramento CC;

$v_{si}, v_{sj}\; e\; v_{sk}$ $(i = 1,4,7;\;\; j = 2,5,8;\;\; k = 3,6,9)$ são as tensões de fase da topologia 1;

$v_{n10}, v_{n20}\; e\; v_{n30}$ são as tensões de neutro relacionadas ao ponto central “0” do barramento CC, dos grupos A, B e C da topologia 1;

v_{si} $(i = 1,2,3,4,5,6,7,8,9)$ são as tensões de fase da topologia 2;

v_{n0} é a tensão de neutro em relação ao ponto central “0” do barramento CC do inversor da topologia 2.

Nas duas topologias apresentadas, a máquina de indução utilizada pode ser simétrica ou assimétrica.

3.2.1 Controle PWM baseado em vetores espaciais

A análise a seguir é feita para a máquina de indução acionada segundo a topologia 1, com três neutros separados $(n_1 \neq n_2 \neq n_3)$. Em seguida a análise é extendida para a topologia 2 fazendo-se $(n_1 = n_2 = n_3 = n)$.

Na forma matricial, as tensões de fase podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} v_{s1}^{s} \\ v_{s2}^{s} \\ v_{s3}^{s} \\ v_{s4}^{s} \\ v_{s5}^{s} \\ v_{s6}^{s} \\ v_{s7}^{s} \\ v_{s8}^{s} \\ v_{s9}^{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{10} \\ v_{20} \\ v_{30} \\ v_{40} \\ v_{50} \\ v_{60} \\ v_{70} \\ v_{80} \\ v_{90} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \\ v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \\ v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{E}{2} - \begin{bmatrix} v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \\ v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \\ v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \end{bmatrix} \tag{107}$$

Em operação normal, as tensões v_{s1}^{s} a v_{s9}^{s} devem seguir as tensões de referência em *d-q* (v_{sd}^{s*} *e* v_{sq}^{s*}), enquanto as tensões das componentes *x-y* devem ser nulas $(v_{sx1}^{s} = 0, v_{sy1}^{s} = 0, v_{sx2}^{s} = 0, v_{sy2}^{s} = 0, v_{sx3}^{s} = 0, v_{sy3}^{s} = 0)$. Com os neutros separados e isolado, a componente de sequência *0* é nula.

Utilizando-se a equação (107) e as equações de transformação (28)-(29), é possível encontrar as tensões do estator nos planos *d-q*, x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3 em função dos estados das chaves de potência do inversor.

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{sx1} \\ v_{sy1} \\ v_{sx2} \\ v_{sy2} \\ v_{sx3} \\ v_{sy3} \\ v_{s0} \end{bmatrix} = P_s^T \begin{bmatrix} v_{s1}^{s} \\ v_{s2}^{s} \\ v_{s3}^{s} \\ v_{s4}^{s} \\ v_{s5}^{s} \\ v_{s6}^{s} \\ v_{s7}^{s} \\ v_{s8}^{s} \\ v_{s9}^{s} \end{bmatrix} = P_s^T \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E - P_s^T \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{E}{2} - P_s^T \begin{bmatrix} v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \\ v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \\ v_{n_1} \\ v_{n_2} \\ v_{n_3} \end{bmatrix} \tag{108}$$

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{sx1} \\ v_{sy1} \\ v_{sx2} \\ v_{sy2} \\ v_{sx3} \\ v_{sy3} \\ v_{s0} \end{bmatrix} = P_s^T \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{E}{2} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sqrt{2}\left(v_{n_1} - \frac{1}{2}v_{n_2} - \frac{1}{2}v_{n_3}\right) \\ \frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt{3}(v_{n_2} - v_{n_3}) \\ (v_{n_1} + v_{n_2} + v_{n_3}) \end{bmatrix} \quad (109)$$

Na equação (109) observa-se que as tensões v_{sx3}, v_{sy3}, v_{s0} dependem das tensões dos neutros $v_{n1}, v_{n2}\ e\ v_{n3}$. Desta forma, pode-se concluir que estas componentes assumirão comportamentos diferentes de acordo com a topologia do inversor.

TOPOLOGIA 1: Três neutros separados e isolados ($v_{n1} \neq v_{n2} \neq v_{n3}$)

$$v_{s1}^s + v_{s4}^s + v_{s7}^s = (v_{10} + v_{40} + v_{70}) - 3v_{n1} \quad (110)$$

$$v_{s2}^s + v_{s5}^s + v_{s8}^s = (v_{20} + v_{50} + v_{80}) - 3v_{n2} \quad (111)$$

$$v_{s3}^s + v_{s6}^s + v_{s9}^s = (v_{30} + v_{60} + v_{90}) - 3v_{n3} \quad (112)$$

$$v_{n1} = \frac{1}{3}\left(-\frac{3}{2} + q_1 + q_4 + q_7\right)E \quad (113)$$

$$v_{n2} = \frac{1}{3}\left(-\frac{3}{2} + q_2 + q_5 + q_8\right)E \quad (114)$$

$$v_{n3} = \frac{1}{3}(v_{30} + v_{60} + v_{90}) = \frac{1}{3}\left(-\frac{3}{2} + q_3 + q_6 + q_9\right)E \quad (115)$$

Substituindo as equações (113)-(115) em (109) pode-se escrever:

$$\sqrt{2}(v_{n_1} - \tfrac{1}{2}v_{n_2} - \tfrac{1}{2}v_{n_3}) = -\tfrac{E}{3}\sqrt{2}[-q_1 + \tfrac{1}{2}q_2 + \tfrac{1}{2}q_3 - q_4 + \tfrac{1}{2}q_5 + \tfrac{1}{2}q_6 - q_7 + \tfrac{1}{2}q_8 + \tfrac{1}{2}q_9] \quad (116)$$

$$\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt{3}(v_{n_2} - v_{n_3}) = -\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt{3}\tfrac{1}{3}E(-q_2 + q_3 - q_5 + q_6 - q_8 + q_9) \quad (117)$$

$$v_{n_1} + v_{n_2} + v_{n_3} = -\tfrac{1}{3}E[\tfrac{9}{2} - q_1 - q_2 - q_3 - q_4 - q_5 - q_6 - q_7 - q_8 - q_9] \quad (118)$$

Assim,

$$\begin{bmatrix} v_{sx3} \\ v_{sy3} \\ v_{s0} \end{bmatrix} = P_s^T \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{E}{2} -$$

$$-\begin{bmatrix} -\sqrt{2}\,\frac{1}{3}E[-q_1 + \frac{1}{2}q_2 + \frac{1}{2}q_3 - q_4 + \frac{1}{2}q_5 + \frac{1}{2}q_6 - q_7 + \frac{1}{2}q_8 + \frac{1}{2}q_9] \\ -\frac{1}{2}\sqrt{2}\,\sqrt{3}\,\frac{1}{3}E[-q_2 + q_3 - q_5 + q_6 - q_8 + q_9] \\ -\frac{1}{3}E[\frac{9}{2} - q_1 - q_2 - q_3 - q_4 - q_5 - q_6 - q_7 - q_8 - q_9] \end{bmatrix} \quad (119)$$

Substituindo-se a matriz de transformação, equação (68), em (119) obtém-se:

$$v_{sx3y3o} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (120)$$

Portanto, conclui-se que para a topologia com os três neutros separados e isolados, as componentes x_3y_30 são nulas e o sistema, que originalmente era de nove dimensões, passa a ser um sistema de seis dimensões.

Se a máquina utilizada nesta topologia for simétrica, as tensões em $dqx_1y_1x_2y_2$ são calculadas por:

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{sx1} \\ v_{sy1} \\ v_{sx2} \\ v_{sy2} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{9}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\alpha) & \cos(2\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(4\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(8\alpha) \\ 0 & sen(\alpha) & sen(2\alpha) & sen(3\alpha) & sen(4\alpha) & sen(5\alpha) & sen(6\alpha) & sen(7\alpha) & sen(8\alpha) \\ 1 & \cos(2\alpha) & \cos(4\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(8\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(7\alpha) \\ 0 & sen(2\alpha) & sen(4\alpha) & sen(6\alpha) & sen(8\alpha) & sen(\alpha) & sen(3\alpha) & sen(5\alpha) & sen(7\alpha) \\ 1 & \cos(4\alpha) & \cos(8\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(2\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(5\alpha) \\ 0 & sen(4\alpha) & sen(8\alpha) & sen(3\alpha) & sen(7\alpha) & sen(2\alpha) & sen(6\alpha) & sen(\alpha) & sen(5\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E \quad (121)$$

Se a máquina utilizada nesta topologia for assimétrica, as tensões em $dqx_1y_1x_2y_2$ são calculadas por:

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{sx1} \\ v_{sy1} \\ v_{sx2} \\ v_{sy2} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{9}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(11\alpha) & \cos(12\alpha) & \cos(13\alpha) & \cos(17\alpha) \\ 0 & sen(\alpha) & sen(5\alpha) & sen(6\alpha) & sen(7\alpha) & sen(11\alpha) & sen(12\alpha) & sen(13\alpha) & sen(17\alpha) \\ 1 & \cos(5\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(12\alpha) & \cos(17\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(11\alpha) & \cos(13\alpha) \\ 0 & sen(5\alpha) & sen(7\alpha) & sen(12\alpha) & sen(17\alpha) & sen(\alpha) & sen(6\alpha) & sen(11\alpha) & sen(13\alpha) \\ 1 & \cos(7\alpha) & \cos(17\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(13\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(12\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(11\alpha) \\ 0 & sen(7\alpha) & sen(17\alpha) & sen(6\alpha) & sen(13\alpha) & sen(5\alpha) & sen(12\alpha) & sen(\alpha) & sen(11\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E \quad (122)$$

TOPOLOGIA 2: Neutros interligados ($v_{n1} = v_{n2} = v_{n3} = v_n$).

Nesta topologia usa-se a equação (109) com $v_{n1} = v_{n2} = v_{n3} = v_n$ obtendo-se o resultado abaixo.

$$v_{sdqx_1y_1x_2y_2x_3y_3o} = P_{s9}^T \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{E}{2} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3v_n \end{bmatrix} \quad (123)$$

Devido a conexão dos neutros e considerando que as tensões de fase são balanceadas pode-se escrever:

$$\sum_{i=1}^{9} v_{si}^{s} = 0 \tag{124}$$

$$\sum_{i=1}^{9} v_{si}^{s} = \sum_{i=1}^{9} v_{i0} - 9v_n \Rightarrow v_n = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} v_{i0}$$

$$v_{i0} = q_i E - \frac{E}{2} \Rightarrow v_n = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9}\left(q_i E - \frac{E}{2}\right) \Rightarrow v_n = \frac{1}{9}E\left(\sum_{i=1}^{9} q_i - \sum_{i=1}^{9}\frac{1}{2}\right)$$

$$v_n = \left[\frac{1}{9}(q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7 + q_8 + q_9) - \frac{1}{2}\right]E \tag{125}$$

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{sx1} \\ v_{sy1} \\ v_{sx2} \\ v_{sy2} \\ v_{sx3} \\ v_{sy3} \\ v_{s0} \end{bmatrix} = P_{s9}^{T} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{E}{2} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3(\frac{1}{9}(q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7 + q_8 + q_9) - \frac{1}{2}) \end{bmatrix} E \tag{126}$$

Substituindo-se a matriz de transformação da equação (68), na equação (126) obtém-se:

$$v_{so} = \sqrt{\frac{2}{9}}\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E -$$

$$-\begin{bmatrix} 3 \end{bmatrix}\frac{E}{2} - \begin{bmatrix} 3\left(\frac{1}{9}(q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7 + q_8 + q_9) - \frac{1}{2}\right) \end{bmatrix} E \tag{127}$$

Resolvendo-se a equação (127) verifica-se que a tensão da componente homopolar $v_{s0} = 0$, logo, o sistema que originalmente era de dimensão nove, passa a ser um sistema de oito dimensões.

Se a máquina utilizada nesta topologia for simétrica, as tensões em $dqx_1y_1x_2y_2x_3y_3$ são calculadas por:

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{sx1} \\ v_{sy1} \\ v_{sx2} \\ v_{sy2} \\ v_{sx3} \\ v_{sy3} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{9}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\alpha) & \cos(2\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(4\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(8\alpha) \\ 0 & sen(\alpha) & sen(2\alpha) & sen(3\alpha) & sen(4\alpha) & sen(5\alpha) & sen(6\alpha) & sen(7\alpha) & sen(8\alpha) \\ 1 & \cos(2\alpha) & \cos(4\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(8\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(7\alpha) \\ 0 & sen(2\alpha) & sen(4\alpha) & sen(6\alpha) & sen(8\alpha) & sen(\alpha) & sen(3\alpha) & sen(5\alpha) & sen(7\alpha) \\ 1 & \cos(4\alpha) & \cos(8\alpha) & \cos(3\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(2\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(5\alpha) \\ 0 & sen(4\alpha) & sen(8\alpha) & sen(3\alpha) & sen(7\alpha) & sen(2\alpha) & sen(6\alpha) & sen(\alpha) & sen(5\alpha) \\ 1 & \cos(3\alpha) & \cos(6\alpha) & 1 & \cos(3\alpha) & \cos(6\alpha) & 1 & \cos(3\alpha) & \cos(6\alpha) \\ 0 & sen(3\alpha) & sen(6\alpha) & 0 & sen(3\alpha) & sen(6\alpha) & 0 & sen(3\alpha) & sen(6\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E \quad (128)$$

Se a máquina utilizada for assimétrica, as tensões em $dqx_1y_1x_2y_2x_3y_3$ são dadas por:

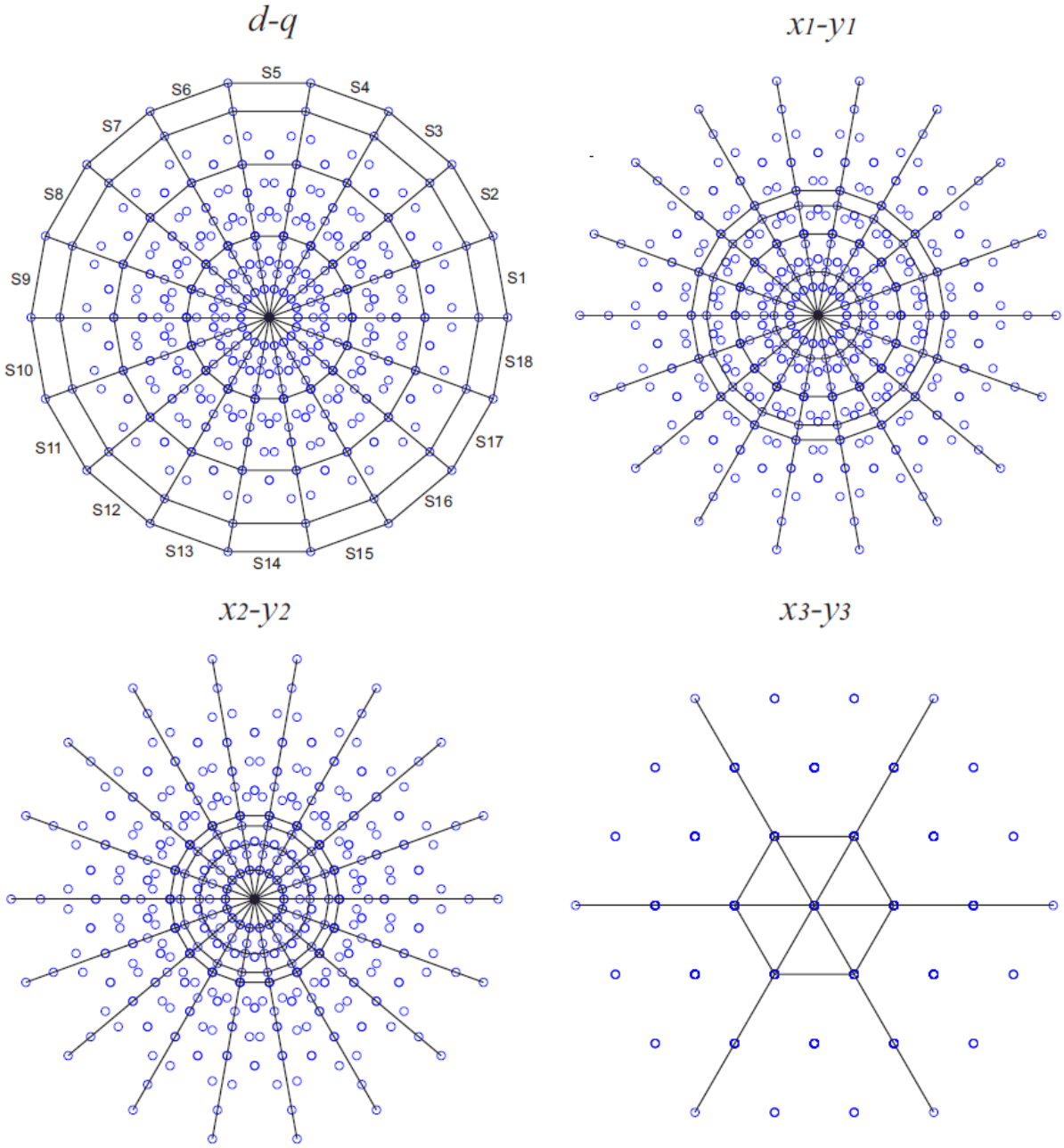
$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{sx1} \\ v_{sy1} \\ v_{sx2} \\ v_{sy2} \\ v_{sx3} \\ v_{sy3} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{9}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(11\alpha) & \cos(12\alpha) & \cos(13\alpha) & \cos(17\alpha) \\ 0 & sen(\alpha) & sen(5\alpha) & sen(6\alpha) & sen(7\alpha) & sen(11\alpha) & sen(12\alpha) & sen(13\alpha) & sen(17\alpha) \\ 1 & \cos(5\alpha) & \cos(7\alpha) & \cos(12\alpha) & \cos(17\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(11\alpha) & \cos(13\alpha) \\ 0 & sen(5\alpha) & sen(7\alpha) & sen(12\alpha) & sen(17\alpha) & sen(\alpha) & sen(6\alpha) & sen(11\alpha) & sen(13\alpha) \\ 1 & \cos(7\alpha) & \cos(17\alpha) & \cos(6\alpha) & \cos(13\alpha) & \cos(5\alpha) & \cos(12\alpha) & \cos(\alpha) & \cos(11\alpha) \\ 0 & sen(7\alpha) & sen(17\alpha) & sen(6\alpha) & sen(13\alpha) & sen(5\alpha) & sen(12\alpha) & sen(\alpha) & sen(11\alpha) \\ 1 & \cos(6\alpha) & \cos(12\alpha) & 1 & \cos(6\alpha) & \cos(12\alpha) & 1 & \cos(6\alpha) & \cos(12\alpha) \\ 0 & sen(6\alpha) & sen(12\alpha) & 0 & sen(6\alpha) & sen(12\alpha) & 0 & sen(6\alpha) & sen(12\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \\ q_7 \\ q_8 \\ q_9 \end{bmatrix} E \quad (129)$$

3.2.2 Mapeamento vetorial

De acordo com o estado de cada chave nas equações (121)-(122), (128)-(129), um vetor de tensão é gerado em cada plano. Na Figura 6 são apresentados os mapeamentos vetoriais nos plano $d-q, x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3$ para o sistema de nove fases. No Apêndice A são apresentadas duas tabelas parciais (A1 e A2) com

as magnitudes, localizações e codificações dos vetores mapeados nos planos d-q para as máquinas simétrica e assimétrica ligadas na topologia 1.

FIGURA 6 - Mapeamento vetorial



Verifica-se um alto grau de redundância em todos os planos mapeados, no entanto, a maior redundância ocorre no plano x_3-y_3 , onde os 512 vetores são mapeados em apenas 37 localizações.

Na Figura 7 mostra-se detalhes da distribuição dos 512 vetores nos 18 distintos setores de 20° do plano d-q. Os vetores numerados são codificados de acordo com o estado lógico das chaves de potência superiores do inversor, conforme a regra definida na Tabela 4. Estes vetores, cujas magnitudes são apresentadas nas Tabelas 5 e 6, serão utilizados na estratégia de modulação desenvolvida na próxima seção.

FIGURA 7 - Vetores no plano d-q

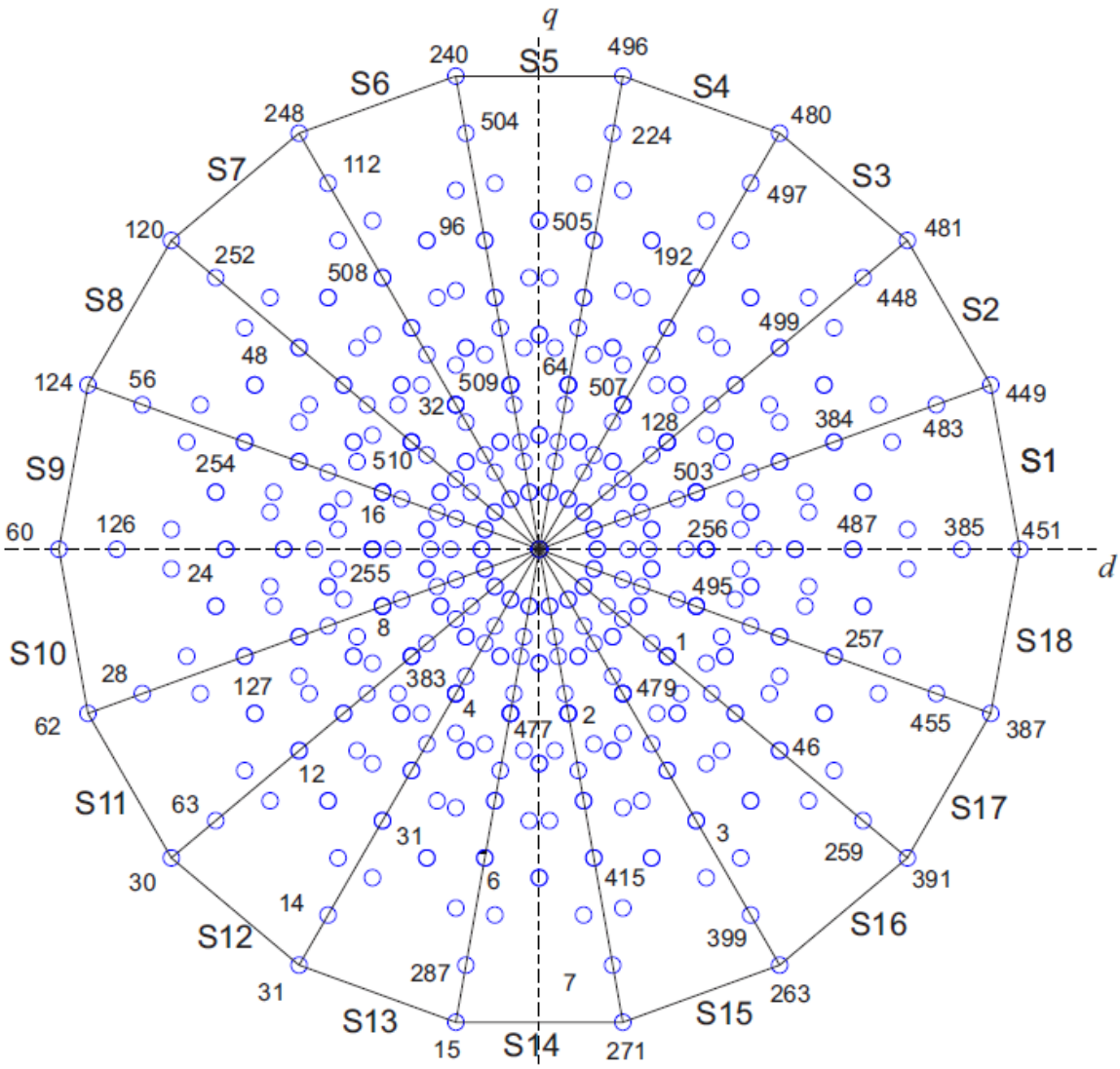


TABELA 4 - Codificação dos vetores

Chave	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	q_8	q_9
Peso	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Vetor	$2^8q_1 + 2^7q_2 + 2^6q_3 + 2^5q_4 + 2^4q_5 + 2^3q_6 + 2^2q_7 + 2^1q_8 + 2^0q_9$								

TABELA 5 - Vetores da estratégia de modulação da máquina simétrica

Magnitude	0,2222E	0,4176E	0,5627E	0,6399E
Setor 1	V256	V487	V385	V451
Setor 2	V503	V384	V483	V449
Setor 3	V128	V499	V448	V481
Setor 4	V507	V192	V497	V480
Setor 5	V64	V505	V224	V496
Setor 6	V509	V96	V504	V240
Setor 7	V32	V508	V112	V248
Setor 8	V510	V48	V252	V120
Setor 9	V16	V254	V56	V124
Setor 10	V255	V24	V126	V60
Setor 11	V8	V127	V28	V62
Setor 12	V383	V12	V63	V30
Setor 13	V4	V31	V14	V31
Setor 14	V477	V6	V287	V15
Setor 15	V2	V415	V7	V271
Setor 16	V479	V3	V399	V263
Setor 17	V1	V46	V259	V391
Setor 18	V495	V257	V455	V387

TABELA 6 - Vetores da estratégia de modulação da máquina assimétrica

Magnitude	0,2222E	0,4176E	0,5627E	0,6399E
Setor 1	V256	V485	V450	V449
Setor 2	V493	V320	V481	V448
Setor 3	V64	V489	V464	V480
Setor 4	V507	V208	V488	V496
Setor 5	V144	V506	V240	V504
Setor 6	V510	V176	V376	V248
Setor 7	V32	V380	V184	V120
Setor 8	V381	V40	V124	V56
Setor 9	V8	V125	V58	V60
Setor 10	V255	V26	V61	V62
Setor 11	V18	V191	V30	V63
Setor 12	V447	V22	V47	V31
Setor 13	V4	V303	V23	V15
Setor 14	V367	V5	V271	V7
Setor 15	V1	V335	V135	V263
Setor 16	V479	V131	V327	V391
Setor 17	V130	V471	V387	V455
Setor 18	V503	V386	V453	V451

Uma das importantes características apresentadas pela transformação de variáveis mostrada no Capítulo 2, com a decomposição do sistema de nove fases em quatro planos vetoriais ortogonais, é a separação das famílias harmônicas ímpares entre os diferentes planos. Na Tabela 7 são apresentadas as regras do mapeamento das famílias de harmônicas ímpares em cada plano.

TABELA 7 - Mapeamento de famílias harmônicas

Família	k	Plano vetorial	Harmônicas
$9k \pm 1$	par	$d-q$	1, 17, 19, ...
$9k \pm 2$	ímpar	$x_1 - y_1$	7, 11, 25, ...
$9k \pm 3$	par	$x_3 - y_3$	3, 15, 21, ...
$9k \pm 4$	ímpar	$x_2 - y_2$	5, 13, 23, ...
$9k$	ímpar	0	9, 27, 45, ...

Baseado no mapeamento das famílias de harmônicas da Tabela 7, considerando-se que o objetivo do presente trabalho é gerar tensão senoidal (livre de harmônicas) na saída do inversor, a estratégia de modulação adotada deverá sintetizar a tensão fundamental desejada no plano d-q, enquanto deverá manter nula as tensões nos planos x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3,0.

3.2.3 Índice de modulação em amplitude

Neste trabalho, a análise será relacionada apenas à região linear de modulação do sistema. O índice de modulação em amplitude (m_a) é definido como a relação entre a amplitude da tensão de fase da componente fundamental na saída do inversor e metade da tensão do barramento DC (amplitude máxima que se pode atingir) (MOMOH, 2014; DUJIC et al., 2007).

$$m_a = V_{s1}/0.5E \tag{130}$$

A expressão geral para o máximo índice de modulação atingido por um sistema de n fases operando na região linear é dado por (IQBAL et al., 2006):

$$M_a = 1/\cos(\pi/2n) \tag{131}$$

Assim, chega-se ao valor máximo do índice de modulação $M_a = 1{,}0154$, ou seja, o sistema de nove fases proporciona um aumento de apenas 1,54% na utilização de barramento DC quando trabalha com modulação SVPWM na região linear (DUJIC; JONES; LEVI, 2007). Uma das características dos sistemas

multifases é a diminuição do percentual de aproveitamento de uso do barramento DC com o aumento do número de fases, conforme mostrado na tabela 8.

TABELA 8 - Utilização do barramento dc

Número de fases	Índice de modulação máximo (M_a)	Ganho percentual na fundamental
3	1,1547	15,47
5	1,0515	5,15
7	1,0257	2,57
9	1,0154	1,54

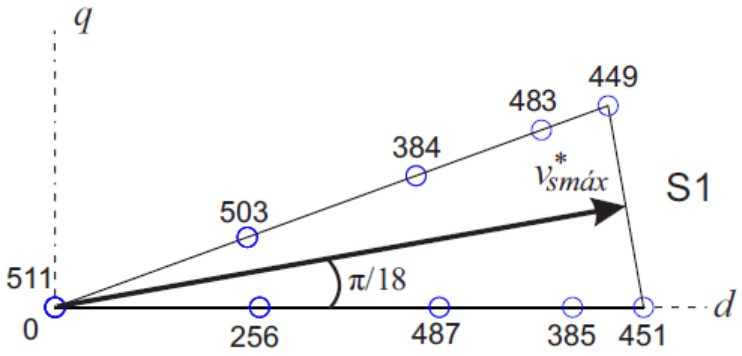
O valor máximo da tensão de fase, na região linear de operação, considerando-se o índice de modulação máximo calculado acima, corresponde a:

$$V_{s1máx} = 0{,}5M_aE = 0{,}5077E. \quad (132)$$

Na Figura 8 é apresentado o vetor da tensão de referência máximo para a região linear de operação para a máquina simétrica, cujo valor é dado por:

$$v^*_{smáx} = |V451|\cos(\pi/18) = 0{,}6301\mathrm{E} \quad (133)$$

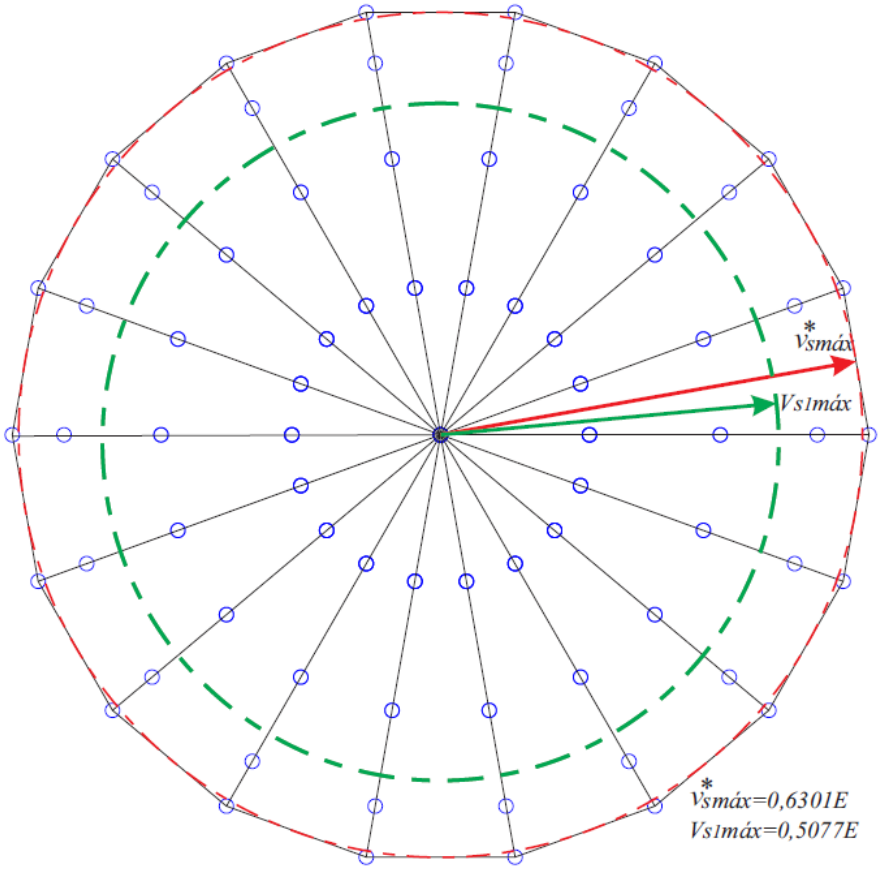
FIGURA 8 - Máxima tensão de referência



Os resultados obtidos para $V_{s1máx}$ e $v^*_{smáx}$ são ilustrados na Figura 9. Os círculos de raios $0{,}6301E$ e $0{,}5077E$ representam os limites das tensões de referência e de fase, respectivamente, na região linear de operação. O valor da

tensão de fase é de apenas 80,57% do valor da tensão de referência. Para que a tensão da fundamental na saída do inversor seja igual à tensão de referência, um fator de escala de $1/0{,}8057 = 1{,}24$ deve ser aplicado ao valor de referência, conforme será detalhado no cálculo dos tempos de aplicação dos vetores na próxima seção.

FIGURA 9 - Limites de tensão na região linear



3.3 Estratégia de modulação

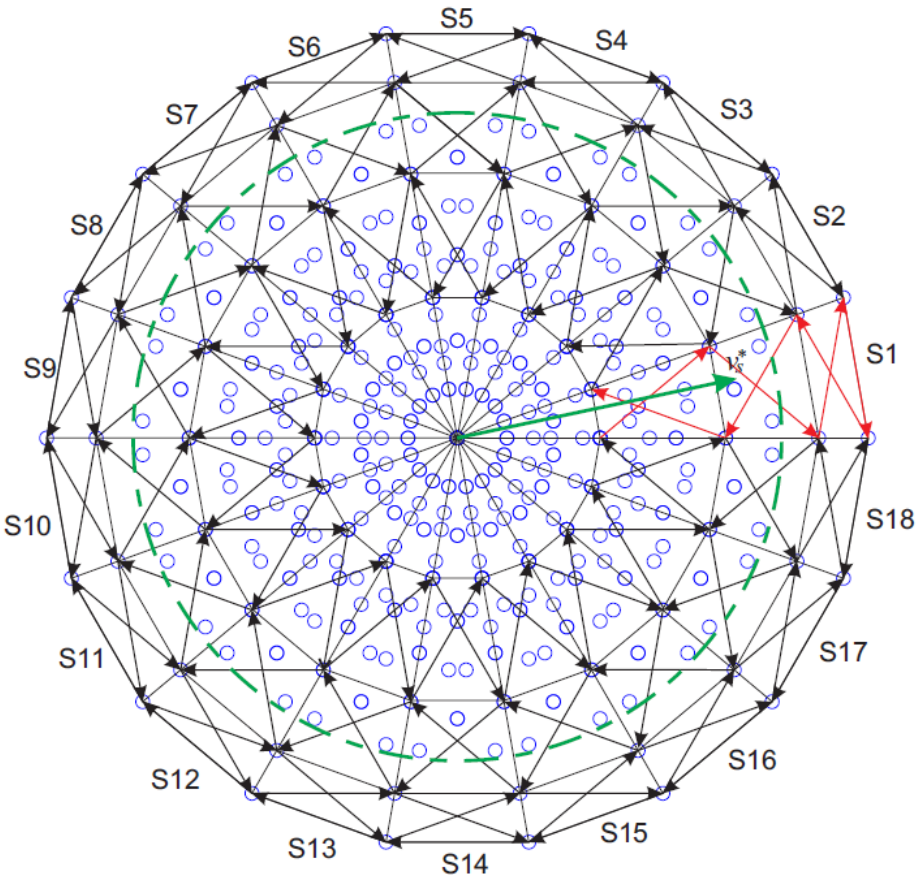
Um problema específico encontrado em sistemas de acionamento multifases é a geração de componentes harmônicas de baixa ordem na saída do inversor VSI que podem levar ao surgimento de correntes harmônicas muito altas no estator, limitadas apenas pela impedância de dispersão da máquina (ZHAO; LIPO, 1995).

Máquinas de indução de nove fases com enrolamentos distribuídos senoidalmente alimentadas com inversor operando fora da região linear, podem apresentar harmônicas de ordens três, cinco e sete, além de outras, com circulação livre de correntes harmônicas de mesmas ordens, com amplitudes limitadas apenas pela impedância de dispersão da máquina.

Conforme já citado em 3.2.2, é importante que a estratégia de modulação adotada permita que a tensão de saída do inversor VSI seja o mais próximo possível de uma senóide, como forma de evitar as componentes harmônicas de baixa ordem.

Na Figura 10 mostra-se a estratégia de modulação adotada neste trabalho para as máquinas de indução de nove fases simétricas e assimétricas. A análise seguinte será feita para o setor 1 e extendida para os demais setores.

FIGURA 10 - Estratégia de modulação no plano d-q



Neste ponto é importante destacar que apesar do lugar geométrico dos vetores ser o mesmo nas máquinas simétricas e assimétricas, as suas localizações

são diferentes nas duas máquinas. Isto implica que um vetor localizado no setor 1, por exemplo, na máquina simétrica poderá estar em outro setor na máquina assimétrica. Portanto, os mapeamentos das duas máquinas, apesar de apresentarem a mesma forma, são distintos.

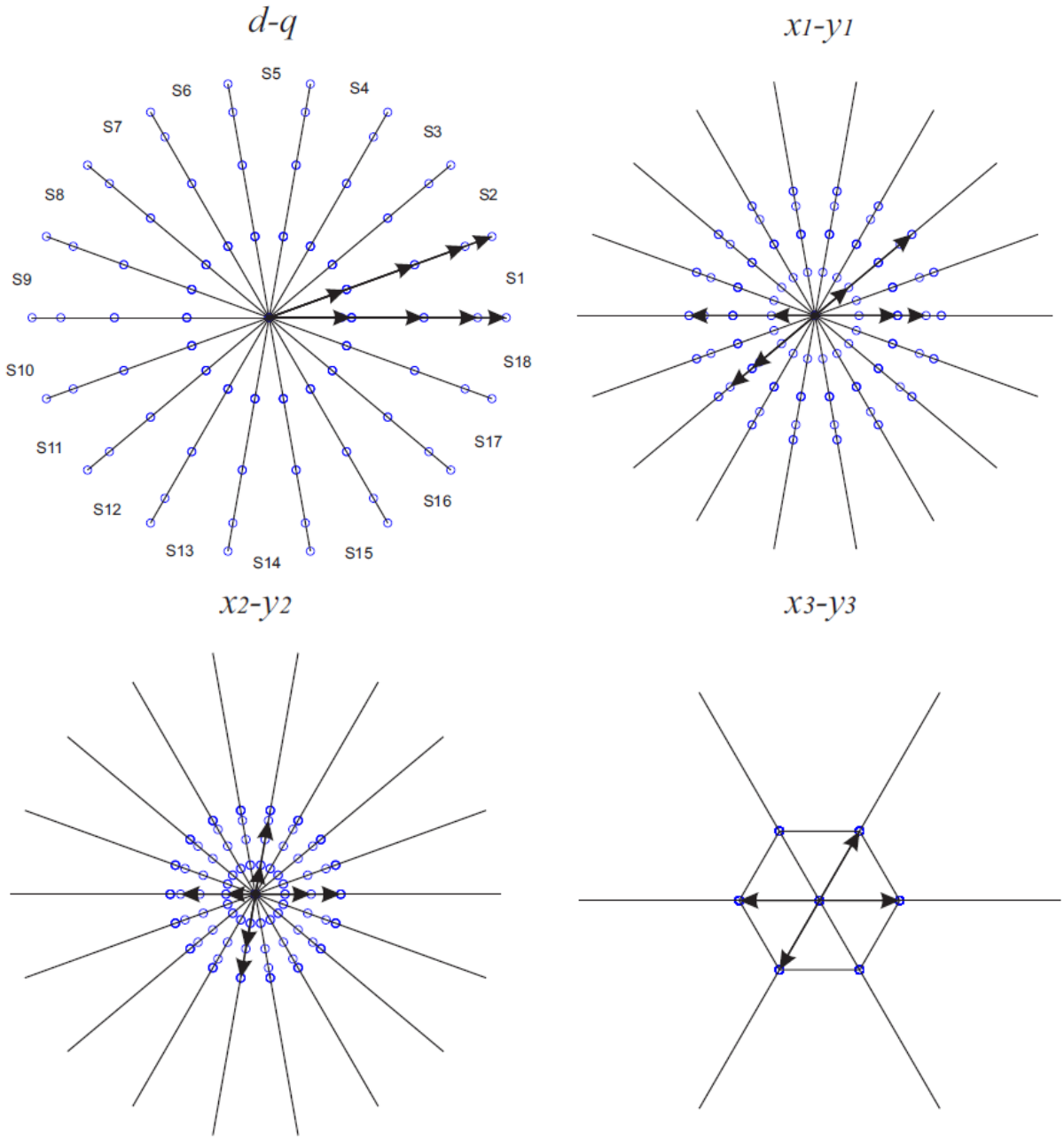
3.3.1 Seleção dos vetores ativos

Conforme mostrado em (KELLY; STRANGAS; MILLER, 2003), o número de vetores ativos aplicados em uma estratégia de modulação SVPWM para geração de tensão senoidal na saída do inversor SVI é *(n-1)*, onde n é o número de fases. A combinação apropriada de oito vetores ativos de magnitudes diferentes e dois vetores nulos permite a geração de tensão de saída senoidal até o limite de tensão de 0,5077E, conforme discutido em 3.2.3 e mostrado na Figura 9.

Na Figura 11 são apresentadas as localizações dos oito vetores ativos escolhidos nos quatro planos ortogonais para a estratégia de modulação adotada neste trabalho. Verifica-se com clareza a possibilidade de cancelamento das componentes nos planos $x_1 - y_1, x_2 - y_2 \; e \; x_3 - y_3$.

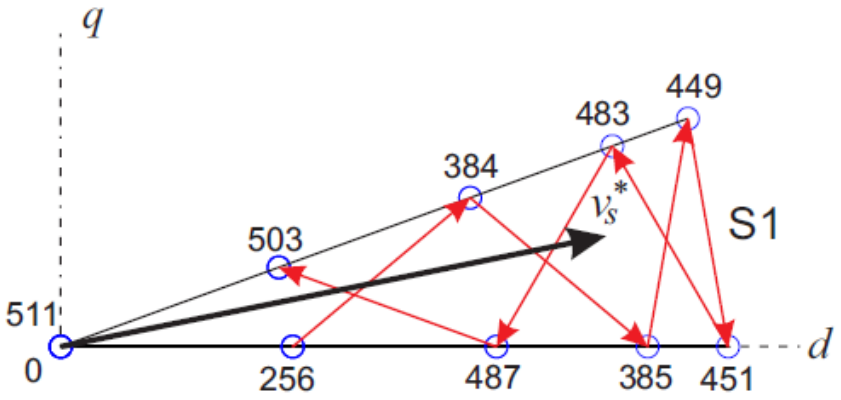
Os vetores apresentados na Figura 11 referem-se à máquina simétrica. Conforme discutido na subseção anterior a disposição dos vetores na máquina assimétrica é outra. Portanto, uma análise diferente é necessária para cada máquina.

FIGURA 11 - Vetores escolhidos para a máquina simétrica



Na Figura 12 é mostrada a sequência de aplicação dos vetores escolhidos no setor 1 do plano d-q. Como forma de minimizar a frequência de operação do inversor, os vetores escolhidos na estratégia de modulação adotada são adjacentes ao vetor de referência. Este método de escolha dos vetores é conhecido como método natural do mínimo chaveamento (FREITAS, 2005).

FIGURA 12 - Vetores selecionados para máquina simétrica – setor 1



Na Tabela 9 são apresentados os vetores usados no setor 1, com os respectivos estados das chaves de potência do inversor para acionamento das máquinas simétrica e assimétrica. Verifica-se que cada chave comuta apenas uma vez por período de amostragem para a máquina simétrica. Para a máquina assimétrica há uma comutação adicional em apenas uma chave. Na Tabela 10 são apresentados os vetores utilizados nos demais setores para acionamento de ambas as máquinas.

TABELA 9 - Sequências de comutações

Setor 1 - Sequência de chaveamento									
Vetor	q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
256	1	0	0	0	0	0	0	0	0
384	1	1	0	0	0	0	0	0	0
385	1	1	0	0	0	0	0	0	1
449	1	1	1	0	0	0	0	0	1
451	1	1	1	0	0	0	0	1	1
483	1	1	1	1	0	0	0	1	1
487	1	1	1	1	0	0	1	1	1
503	1	1	1	1	1	0	1	1	1
511	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Setor 1 - Sequência de chaveamento									
Vetor	q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
256	1	0	0	0	0	0	0	0	0
320	1	0	1	0	0	0	0	0	0
450	1	1	1	0	0	0	0	1	0
448	1	1	1	0	0	0	0	0	0
449	1	1	1	0	0	0	0	0	1
481	1	1	1	1	0	0	0	0	1
485	1	1	1	1	0	0	1	0	1
493	1	1	1	1	0	1	1	0	1
511	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Na Figura 13 é mostrada a sequência de chaveamento do setor 1 da máquina simétrica, baseada na sequência mostrada na Figura 12 e na Tabela 9.

FIGURA 13 - Diagrama de chaveamento – setor 1

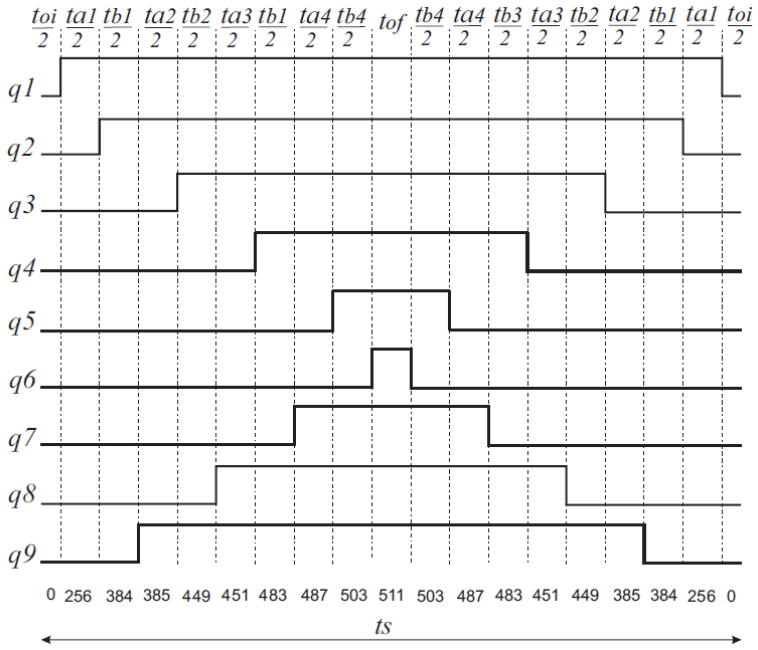


TABELA 10 - Vetores selecionados

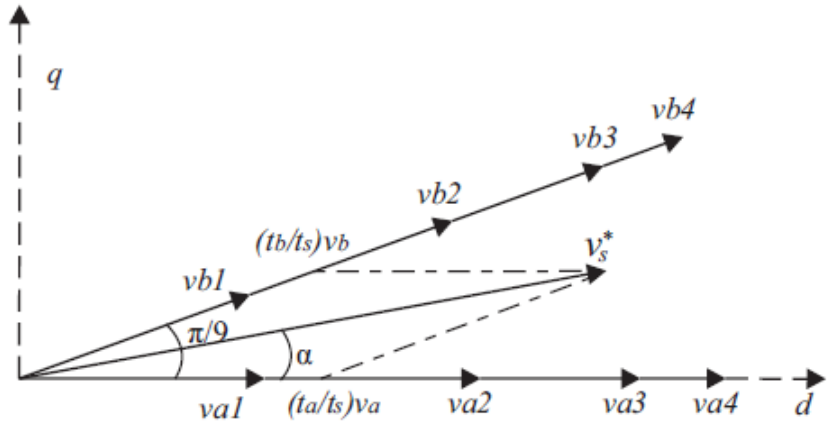
Setor	Vetores selecionados - Máquina simétrica										Vetores selecionados - Máquina assimétrica									
1	0	256	384	385	449	451	483	487	503	511	0	256	320	450	448	449	481	485	493	511
2	0	128	384	448	449	481	483	499	503	511	0	493	489	481	480	448	464	320	64	511
3	0	128	192	448	480	481	497	499	507	511	0	64	208	464	496	480	488	489	507	511
4	0	64	192	224	480	496	497	505	507	511	0	507	506	488	504	496	240	208	144	511
5	0	64	96	224	240	496	504	505	509	511	0	144	176	240	248	504	376	506	510	511
6	0	32	96	112	240	248	504	508	509	511	0	510	380	376	120	248	184	176	32	511
7	0	32	48	112	120	248	252	508	510	511	0	32	40	184	56	120	124	380	381	511
8	0	16	48	56	120	124	252	254	510	511	0	381	125	124	60	56	58	40	8	511
9	0	16	24	56	60	124	126	254	255	511	0	8	26	58	62	60	61	125	255	511
10	0	8	24	28	60	62	126	127	255	511	0	255	191	61	63	62	30	26	18	511
11	0	8	12	28	30	62	63	127	383	511	0	18	22	30	31	63	47	191	447	511
12	0	4	12	14	30	31	63	319	383	511	0	447	303	47	15	31	23	22	4	511
13	0	4	6	14	15	31	287	319	447	511	0	4	5	23	7	15	271	303	367	511
14	0	2	6	7	15	271	287	415	447	511	0	367	335	271	263	7	135	5	1	511
15	0	2	3	7	263	271	399	415	479	511	0	1	131	135	391	263	327	335	479	511
16	0	1	3	259	263	391	399	463	479	511	0	479	471	327	455	391	387	131	130	511
17	0	1	257	259	387	391	455	463	495	511	0	130	386	387	451	455	453	471	503	511
18	0	256	257	385	387	451	455	487	495	511	0	503	485	453	449	451	485	386	256	511

3.3.2 Tempos de aplicação dos vetores

Um vetor de tensão de referência no plano d-q é obtido em termos médios em um período de amostragem (t_s) utilizando-se oito vetores ativos e dois vetores nulos, aplicados durante determinado intervalo de tempo.

Dado um vetor de referência v_s^*, constante no intervalo de tempo t_s, e os oito vetores adjacentes $v_{a1}, v_{a2}, v_{a3}, v_{a4}, v_{b1}, v_{b2}, v_{b3}, v_{b4}$, conforme mostrado na Figura 14, pode-se escrever:

FIGURA 14 - Príncipio de aplicação dos tempos dos vetores



$$\frac{1}{ts}\int_0^{ts} v_s^* = \frac{1}{ts}\int_0^{ta1} v_{a1}dt + \frac{1}{ts}\int_0^{ta2} v_{a2}dt + \frac{1}{ts}\int_0^{ta3} v_{a3}dt + \frac{1}{ts}\int_0^{ta4} v_{a4}dt + \\ + \frac{1}{ts}\int_0^{tb1} v_{b1}dt + \frac{1}{ts}\int_0^{tb2} v_{b2}dt + \frac{1}{ts}\int_0^{tb3} v_{b3}dt + \frac{1}{ts}\int_0^{tb4} v_{b4}dt \quad (134)$$

$$v_s^* = \frac{ta1}{ts}v_{a1} + \frac{ta2}{ts}v_{a2} + \frac{ta3}{ts}v_{a3} + \frac{ta4}{ts}v_{a4} + \\ + \frac{tb1}{ts}v_{b1} + \frac{tb2}{ts}v_{b2} + \frac{tb3}{ts}v_{b3} + \frac{tb4}{ts}v_{b4} \quad (135)$$

Para que o inversor opere com frequência constante, é necessário que a soma dos tempos dos vetores aplicados seja igual a t_s. Assim, vetores nulos (que não geram tensão média) são aplicados durante um intervalo de tempo t_o, para complementar o tempo de amostragem, mantendo a condição de frequência

constante (JACOBINA, 2005). Nesta condição, o tempo de aplicação dos vetores nulos pode ser escrito como:

$$t_o = t_{oi} + t_{of} = t_s - t_{a1} - t_{a2} - t_{a3} - t_{a4} - t_{b1} - t_{b2} - t_{b3} - t_{b4} \quad (136)$$

O intervalo de tempo t_o pode ser distribuído no começo (t_{oi}) e no fim (t_{of}) do intervalo de amostragem t_s. O fator de distribuição dos vetores nulos (μ) é dado por:

$$\mu = t_{oi}/(t_{oi} + t_{of}) \quad (137)$$

$$t_{oi} = \mu t_o \quad (138)$$

$$t_{of} = (1 - \mu)t_o \quad (139)$$

Na Figura 14, os oito vetores ativos selecionados formam dois grupos colineares a e b. Os vetores ativos $v_{a1} = 256, v_{a2} = 487, v_{a3} = 385, v_{a4} = 451$ pertencem ao grupo *"a"* e os vetores $v_{b1} = 503, v_{b2} = 384, v_{b3} = 483, v_{b4} = 449$ pertencem ao grupo *"b"*. Utilizando a abordagem apresentada em (IQBAL; LEVI, 2006; IQBAL et al.,2006; DUJIC; JONES; LEVI, 2007) a seguinte relação pode ser utilizada para determinar os tempos de aplicação dos vetores ativos de cada setor:

$$t_a = k\frac{|v_s^*|sen(s\pi/9 - \theta)}{|v_l|sen(\pi/9)}t_s \quad (140)$$

$$t_b = k\frac{|v_s^*|sen(\theta - (s-1)\pi/9)}{|v_l|sen(\pi/9)}t_s \quad (141)$$

Onde,

$|v_l| = |v_{a4}| = |v_{b4}| = 0.6399E$ representa o módulo do maior vetor de cada grupo.

t_s é o período de amostragem.

$k = v_{s\acute{m}ax}^*/V_{s1m\acute{a}x} = 0{,}6301/0{,}5077 = 1{,}24$ é o fator de escala aplicado ao vetor de referência (v_s^*) para que a tensão de saída do inversor seja igual à tensão de referência.

Os tempos de aplicação totais t_a e t_b calculados em (140)-(141) para os vetores ativos devem ser distribuídos adequadamente entre os oito vetores, de tal forma que:

$$t_a = t_{a1} + t_{a2} + t_{a3} + t_{a4} \quad (142)$$

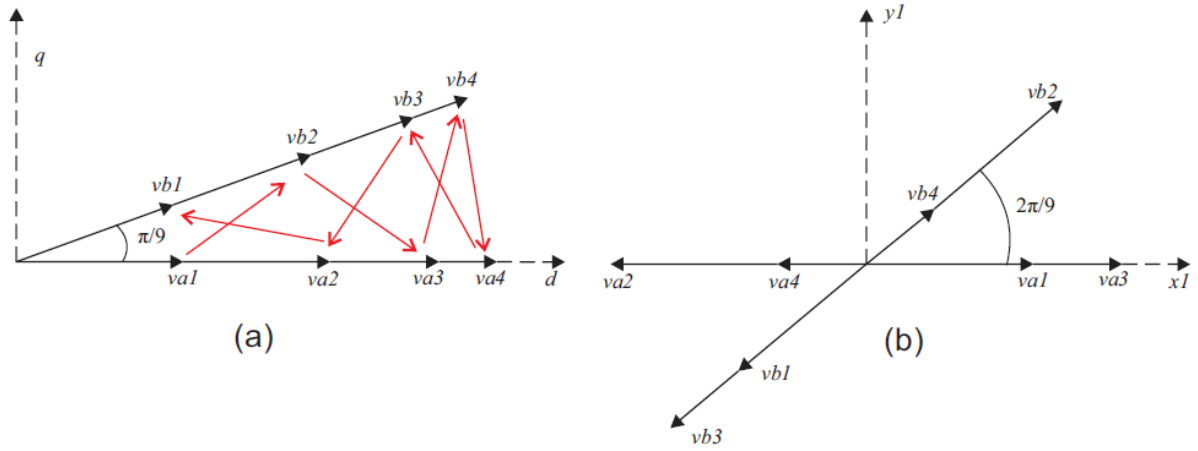
$$t_b = t_{b1} + t_{b2} + t_{b3} + t_{b4} \quad (143)$$

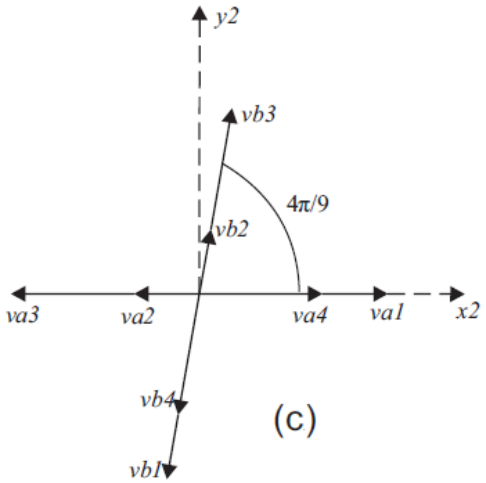
Na Figura 15 são apresentadas as localizações dos vetores escolhidos na estratégia de modulação, nos quatro planos ortogonais. Com auxílio da Tabela 11, é possível calcular os tempos de aplicação de todos os vetores.

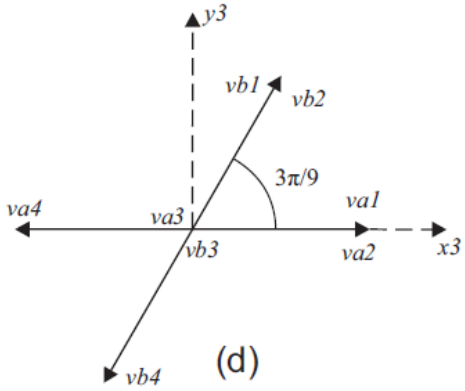
TABELA 11 - Módulos dos vetores selecionados

	Módulo dos vetores							
Plano	$\|v_{a1}\|$	$\|v_{a2}\|$	$\|v_{a3}\|$	$\|v_{a4}\|$	$\|v_{b1}\|$	$\|v_{b2}\|$	$\|v_{b3}\|$	$\|v_{b4}\|$
$d-q$	0,2222E	0,4176E	0,5627E	0,6339E	0,2222E	0,4176E	0,5627E	0,6339E
x_1-y_1	0,2222E	0,3405E	0,2994E	0,1182E	0,2222E	0,3405E	0,2994E	0,1182E
x_2-y_2	0,2222E	0,077E	0,1954E	0,1450E	0,2222E	0,077E	0,1954E	0,1450E
x_3-y_3	0,2222E	0,2222E	0	0,2222E	0,2222E	0,2222E	0	0,2222E

FIGURA 15 - Estratégia de modulação







Conforme já discutido anteriormente, para eliminar a presença das componentes harmônicas de baixa ordem nas tensões de saída do inversor, é necessário que os as tensões nos planos $x_1 - y_1, x_2 - y_2$ *e* $x_3 - y_3$ sejam nulas. Assim, as relações abaixo devem ser obedecidas.

No plano $x_1 - y_1$:

$$t_{a1}|v_{a1}| + t_{a3}|v_{a3}| = t_{a2}|v_{a2}| + t_{a4}|v_{a4}| \quad (144)$$

$$t_{b1}|v_{b1}| + t_{b3}|v_{b3}| = t_{b2}|v_{b2}| + t_{b4}|v_{b4}| \quad (145)$$

No plano $x_2 - y_2$:

$$t_{a1}|v_{a1}| + t_{a4}|v_{a4}| = t_{a2}|v_{a2}| + t_{a3}|v_{a3}| \quad (146)$$

$$t_{b1}|v_{b1}| + t_{b4}|v_{b4}| = t_{b2}|v_{b2}| + t_{b3}|v_{b3}| \quad (147)$$

No plano $x_3 - y_3$:

$$t_{a1}|v_{a1}| + t_{a2}|v_{a2}| = t_{a4}|v_{a4}| \quad (148)$$

$$t_{b1}|v_{b1}| + t_{b2}|v_{b2}| = t_{b4}|v_{b4}| \quad (149)$$

$$\begin{bmatrix} t_{a1} \\ t_{a2} \\ t_{a3} \\ t_{a4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.2222 & -0.3405 & 0.2994 & -0.1182 \\ 0.2222 & -0.0772 & -0.1954 & 0.1450 \\ 0.2222 & 0.2222 & 0 & -0.2222 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} t_a \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.12064t_a \\ 0.22667t_a \\ 0.30537t_a \\ 0.34732t_a \end{bmatrix} \quad (150)$$

$$\begin{bmatrix} t_{b1} \\ t_{b2} \\ t_{b3} \\ t_{b4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.2222 & -0.3405 & 0.2994 & -0.1182 \\ 0.2222 & -0.0772 & -0.1954 & 0.1450 \\ 0.2222 & 0.2222 & 0 & -0.2222 \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} t_b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.12064 t_b \\ 0.22667 t_b \\ 0.30537 t_b \\ 0.34732 t_b \end{bmatrix} \quad (151)$$

Desta forma, após o cálculo dos tempos t_a *e* t_b que são baseados na magnitude e localização do vetor de referência, o tempo de aplicação dos oito vetores escolhidos em cada setor segue a distribuição calculada em (150)-(151). Na Tabela 12 é mostrada a distribuição de tempos dos vetores dos grupos a e b.

TABELA 12 - Distribuição de tempos de aplicação dos vetores

Vetor	a_1	a_2	a_3	a_4
Tempo de aplicação	$0,1206t_a$	$0,2267t_a$	$0,3054t_a$	$0,3473t_a$
Vetor	b_1	b_2	b_3	b_4
Tempo de aplicação	$0,1206t_b$	$0,2267t_b$	$0,3054t_b$	$0,3473t_b$

4 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

4 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Neste capítulo são apresentadas as simulações realizadas a partir dos programas de simulação desenvolvidos em linguagem C e Matlab. O algoritmo utilizado para a implementação do programa em linguagem C é baseado no algoritmo apresentado em (JACOBINA, 2005) e na metodologia para cálculo do tempo de aplicação dos vetores apresentada em (IQBAL; LEVI, 2006; IQBAL et al.,2006; DUJIC; JONES; LEVI, 2007), conforme discutido em 2.2.3.

1. Dadas as componentes $v_{sd}^{*}\ e\ v_{sq}^{*}$, do vetor tensão de referência, determina-se por meio de teste de sinal, o setor de 20° em que o vetor v_{s}^{*} se localiza.
2. Calcula-se t_a e t_b por meio de (140)-(141).
3. Calcula-se $t_{a1}, t_{a2}, t_{a3}, t_{a4}, t_{b1}, t_{b2}, t_{b3}, t_{b4}$ por meio de (150)-(151) e t_o por meio de (136).
4. Dado o μ escolhido, calcula-se $t_{oi}\ e\ t_{of}$.
5. Os vetores são aplicados conforme a sequência definida no capítulo 3.

Simulações para as duas topologias de acionamento apresentadas no capítulo 3 são realizadas e os resultados apresentados. As tensões geradas pelos inversores nas duas topologias estudadas são analisadas quanto ao conteúdo harmônico com o intuito de avaliar o funcionamento da estratégia de modulação adotada. Resultados de simulação com um motor de nove fases em malha aberta são apresentados e analisados.

Os parâmetros do motor são apresentados abaixo:

$P = 1CV;\ r_s = 7{,}911\Omega;\ r_r = 4{,}019\Omega;\ l_s = 0{,}337H;\ l_r = 0{,}337H;\ m_{sr} = 0{,}323H;\ l_{so} = 0{,}15H;\ l_{ro} = 0{,}15H;\ p = 2;\ J_m = 0.041Nms;\ K_f = 0.0041kgm^2;$

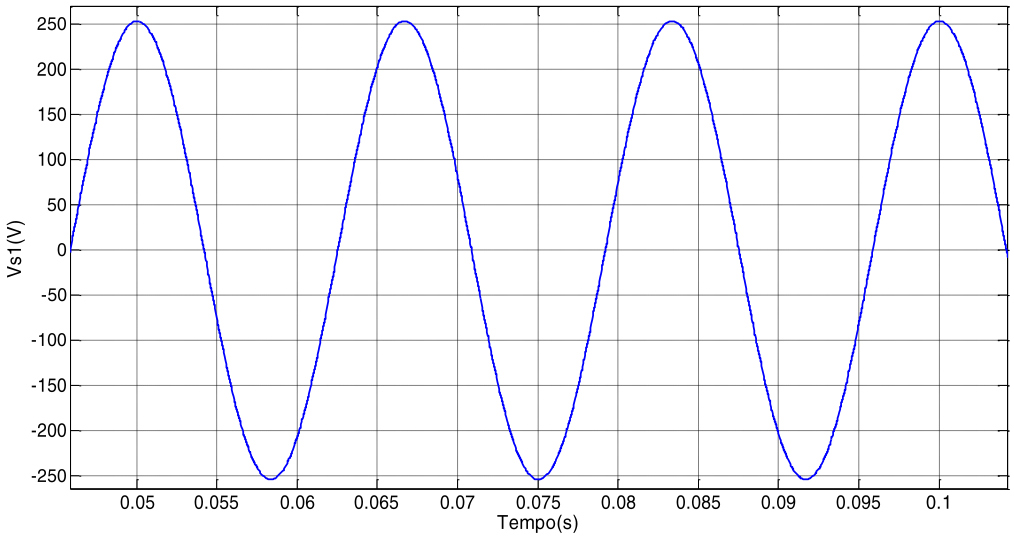
4.1 Acionamento da máquina simétrica

Nesta seção, são mostrados os resultados de simulação obtidos para a máquina simétrica para as topologias 1 e 2. Inicialmente são mostrados os resultados obtidos na região linear de operação. Em seguida são apresentados os resultados fora desta região para que se observe a distribuição das harmônicas nos diferentes planos. Nas simulações apresentadas, a tensão do barramento CC é de 500V.

4.1.1 Máquina simétrica na região linear – Topologia 1

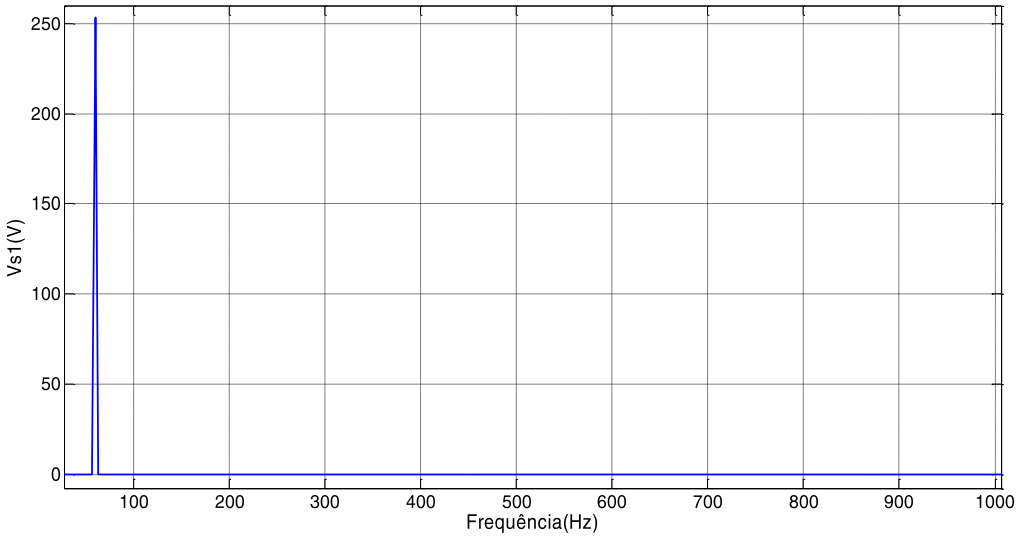
Na Figura 16 é mostrada a simulação da tensão de saída do inversor considerando-se o índice máximo de modulação de 1,0154 calculado na seção 3.3.2. A tensão de fase máxima calculada para este índice de modulação é de 253,85V.

FIGURA 16 - Tensão de fase (m_a=1,0154) – Topologia 1



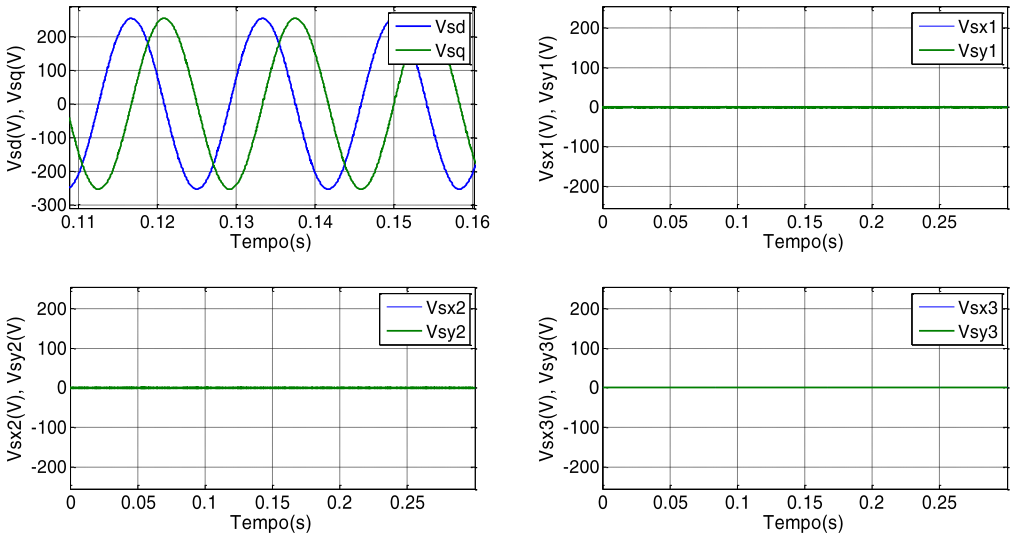
Na Figura 17 é mostrado o espectro da tensão da fase 1. Percebe-se que apenas a fundamental está presente e que, portanto, a forma de onda gerada pelo inversor é perfeitamente senoidal, conforme é esperado na região linear de operação.

FIGURA 17 - Espectro de frequência da tensão de fase



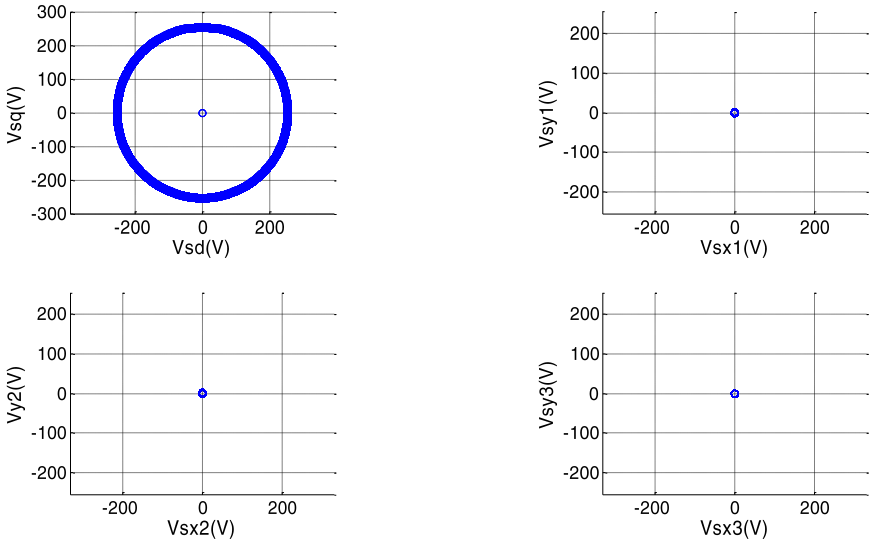
Na Figura 18, mostram-se as tensões nos planos $d-q, x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3$. Conforme esperado, na região linear de operação as tensões das componentes no plano $d-q$ são senoidais, enquanto as componentes dos demais planos são nulas.

FIGURA 18 - Tensões nos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$



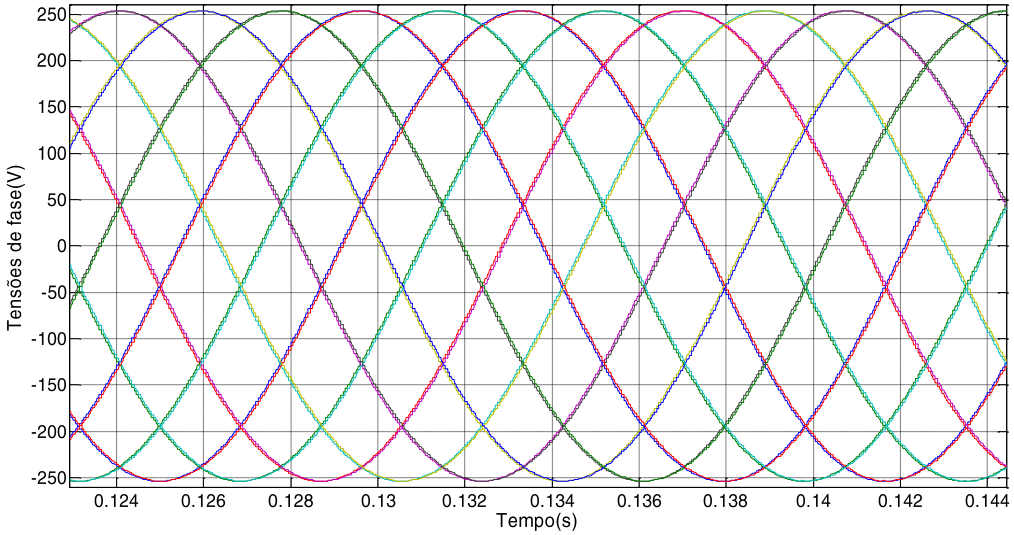
Na Figura 19 é mostrada a trajetória dos vetores nos quatro planos vetoriais e percebe-se que no plano $d-q$ a trajetória é perfeitamente circular enquanto nos demais planos os vetores se anulam.

FIGURA 19 - Trajetória dos vetores nos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$



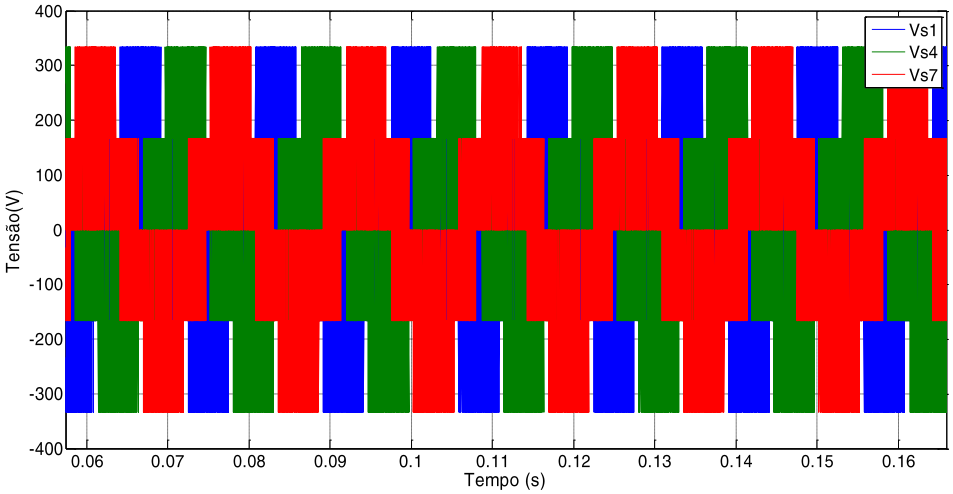
Na Figura 20 são mostradas as tensões de fase geradas pelo inversor e as tensões de referência. Como era esperado, a estratégia de modulação adotada segue a referência com grande precisão.

FIGURA 20 - Tensões de fase e de referência



As tensões de fase do grupo A de bobinas são apresentadas na Figura 21. Considerando-se que os três neutros são separados, cada grupo de bobinas tem comportamento semelhante ao de três máquinas trifásicas separadas.

FIGURA 21 - Tensões de fase do grupo A



Na Figura 22 mostra-se a corrente da fase 1 e o espectro de frequência. Conforme esperado, a corrente é senoidal sem presença de harmônicas de baixa ordem. Na Figura 23 são mostradas as nove correntes de saída do inversor.

FIGURA 22 - Corrente e espectro de frequência da fase 1

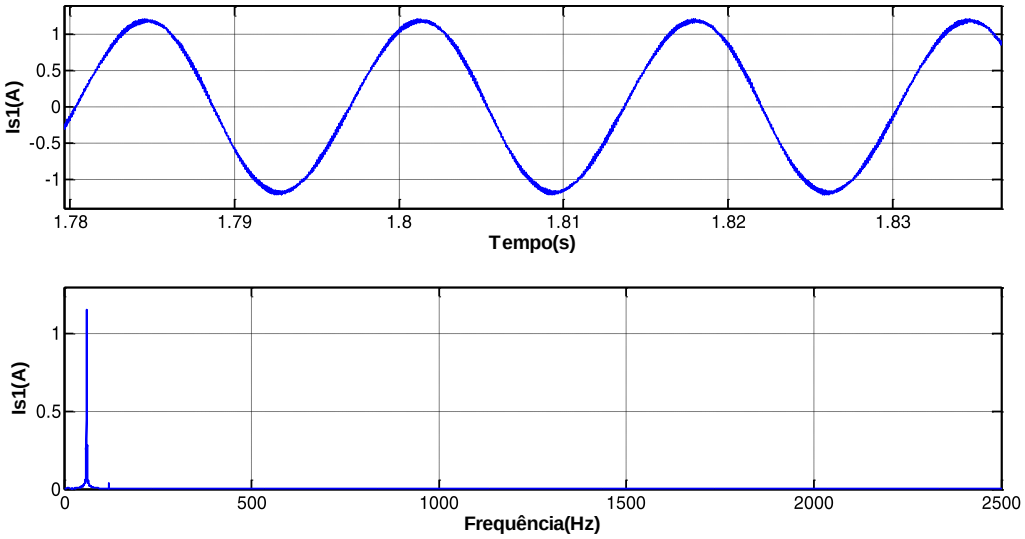
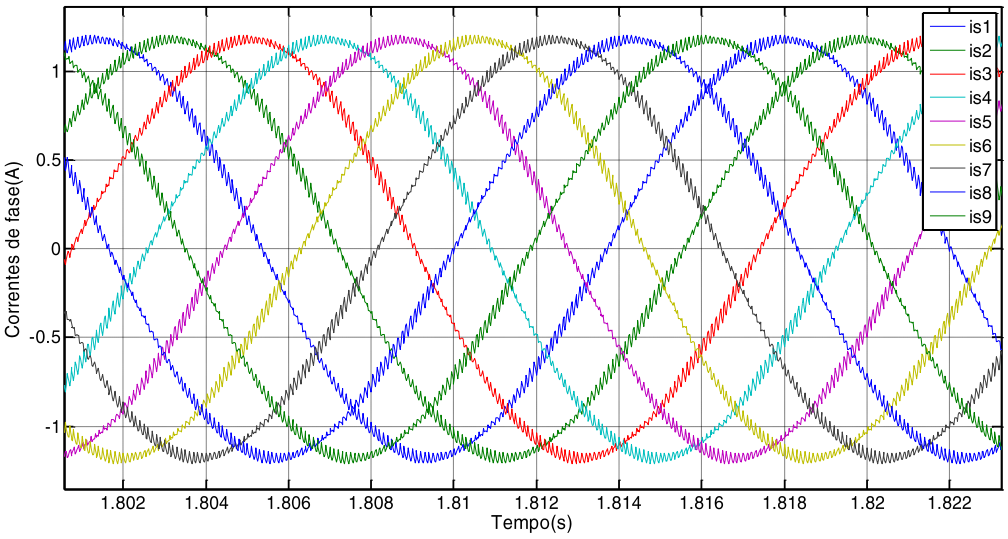


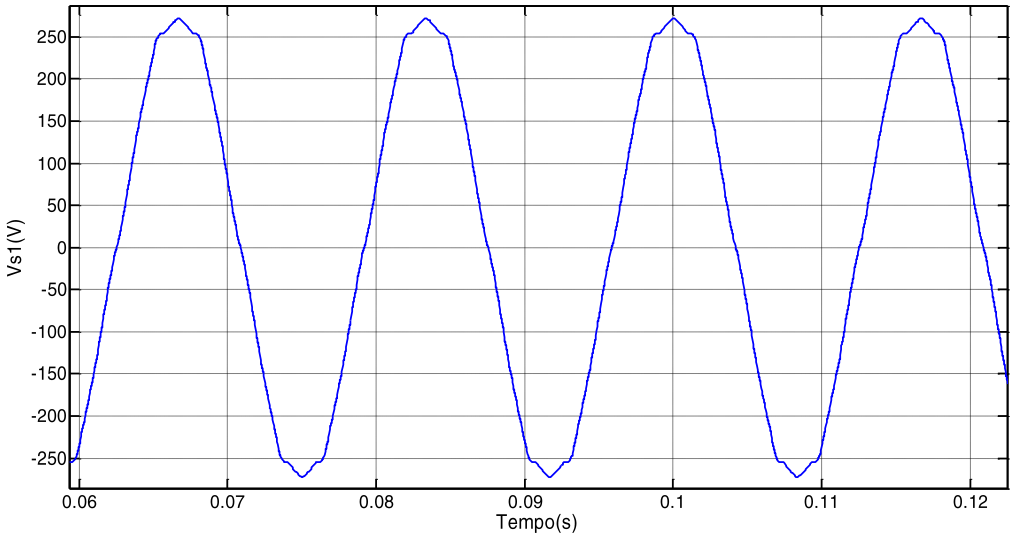
FIGURA 23 - Correntes de saída do inversor



4.1.2 Máquina simétrica fora da região linear – Topologia 1

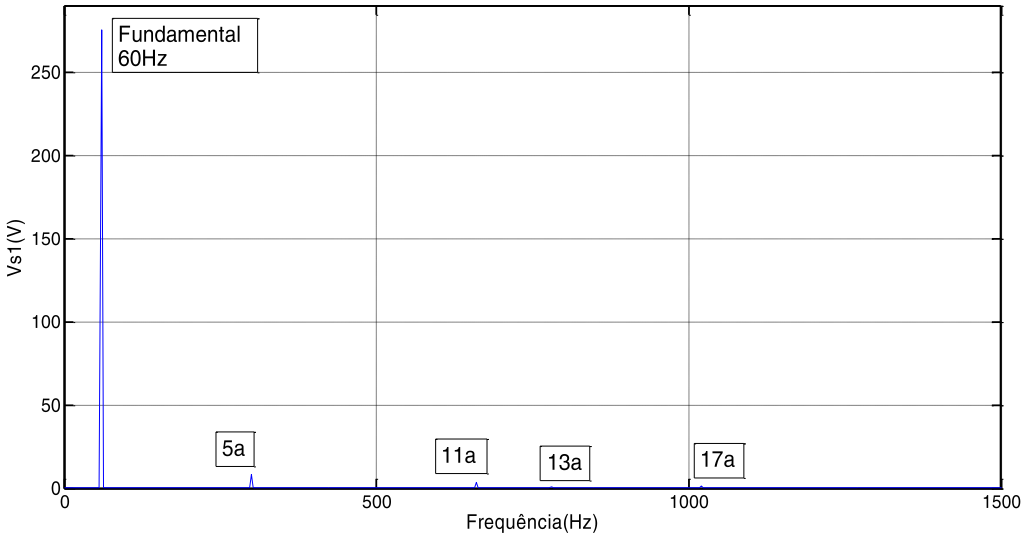
Nesta subseção, a tensão do barramento CC é de 500V. Conforme discutido no capítulo 3, o índice de modulação máximo atingido pelo sistema de nove fases é de 1,0154, com máxima tensão de saída de 253,85V. Na simulação que segue, tensão de referência solicitada é de 300V, resultando em um índice de modulação de 1,2. O comportamento do sistema é analisado nesta nova condição. Conforme mostrado na Figura 24, estando o sistema fora da região linear de operação, percebe-se que há distorção na crista da onda da tensão de fase da saída do inversor.

FIGURA 24 - Tensão de fase (ma=1,2) – Topologia 1



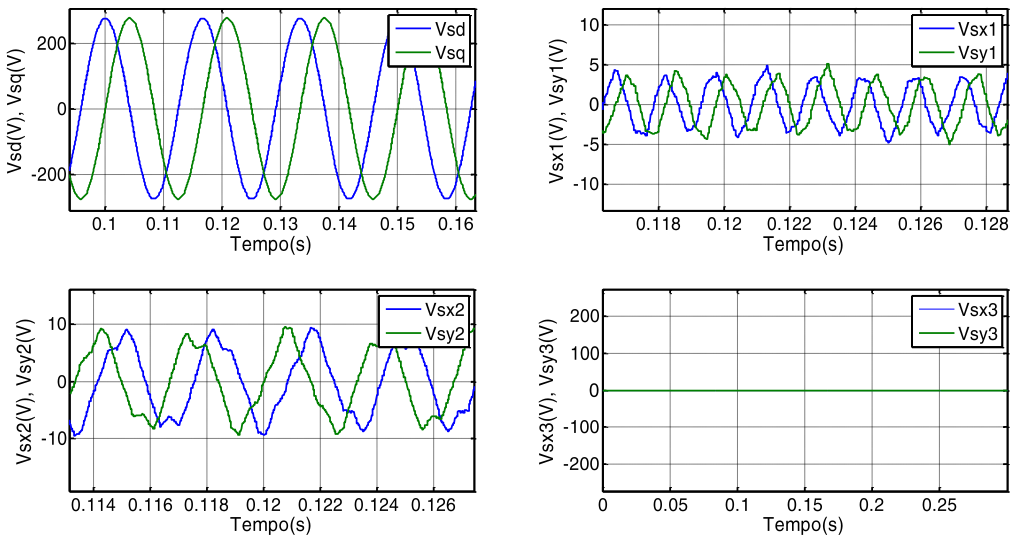
No espectro da tensão de fase apresentado na Figura 25 observa-se a presença das harmônicas de 5ª, 11ª, 13ª, 17ª ordem, confirmando que o sistema está fora da região linear de operação.

FIGURA 25 - Espectro de frequência da tensão de fase



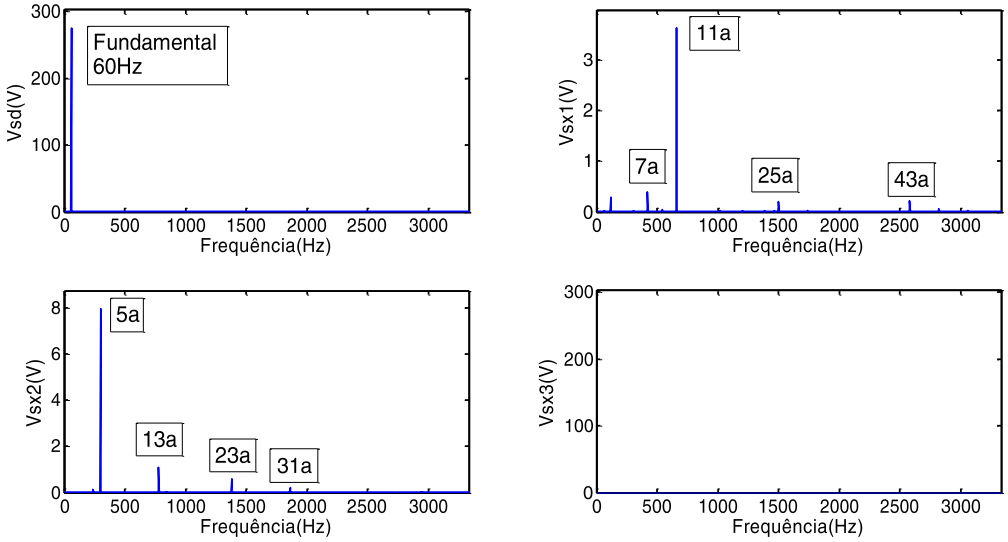
A presença das harmônicas na tensão de fase mostradas na Figura 25 sinaliza que as tensões nos planos $x_1 - y_1$, $x_2 - y_2$ são não nulas. Isto é confirmado na Figura 26. Apenas o plano $x_3 - y_3$ apresenta tensão nula em função dos três neutros estarem separados.

FIGURA 26 - Tensões nos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$



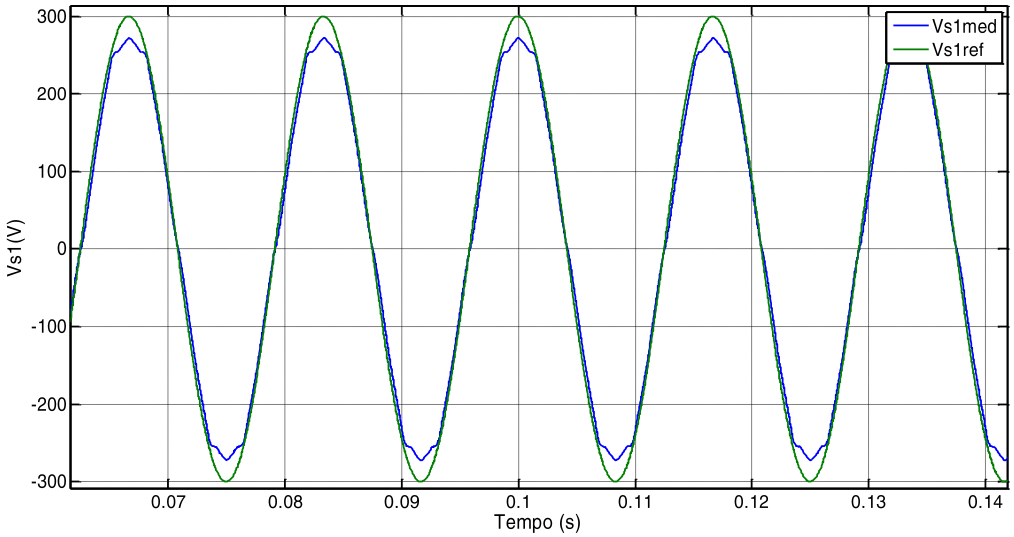
Na Figura 27 mostra-se o espectro de frequência dos quatro planos considerados. Conforme era esperado, baseado na Tabela 7, a fundamental é mapeada no plano $d-q$, as componentes de 7ª, 11ª, 25ª, 43ª, ordens são mapeadas no plano $x_1 - y_1$ e as componentes de 5ª, 13ª, 23ª, 31ª ordens são mapeadas no plano $x_2 - y_2$. No plano $x_3 - y_3$ as componentes são nulas em função da configuração com neutros separados.

FIGURA 27 - Espectros nos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$



Na Figura 28 mostra-se a comparação entre a tensão de referência e a tensão da fase 1. Após o limite de tensão correspondente à região linear de operação (253,85V), há deformação da tensão de saída do inversor.

FIGURA 28 - Tensão de fase e de referência



Na Figura 29 mostra-se a forma de onda da corrente da fase 1 considerando-se o índice de modulação de 1,2. Percebe-se que a corrente apresenta forte deformação em função da presença das componentes harmônicas mostradas na Figura 27. Na Figura 30 é mostrado o espectro de frequência da corrente da fase 1, onde são destacadas as harmônicas presentes. Na Figura 31 são mostradas as nove correntes de saída do inversor.

FIGURA 29 - Corrente da fase 1 para ($m_a = 1{,}2$)

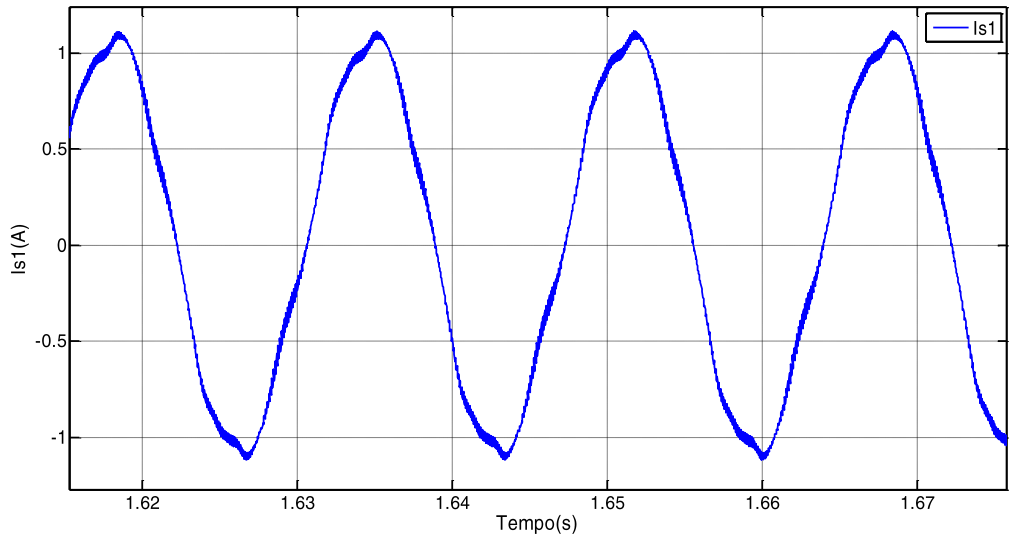


FIGURA 30 - Corrente e espectro de frequência da fase 1

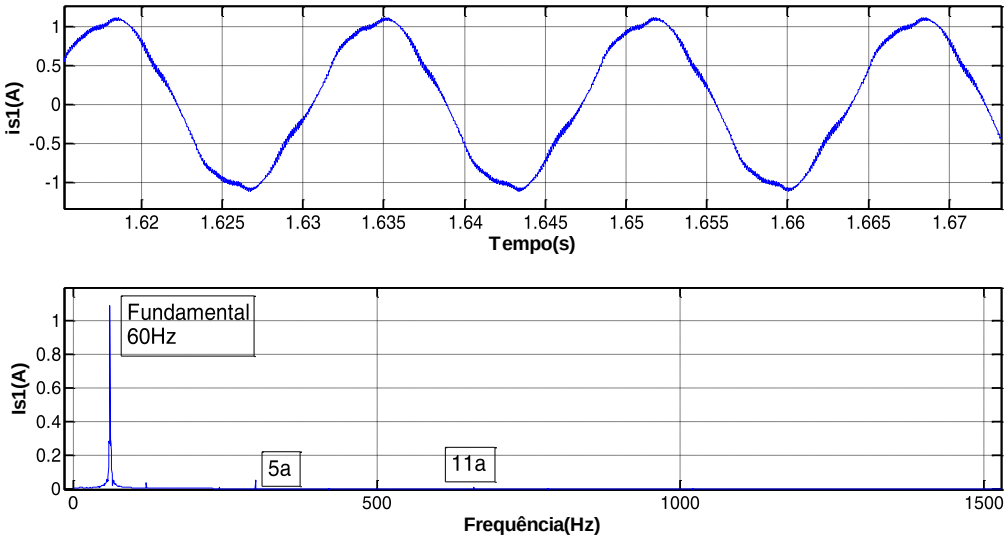
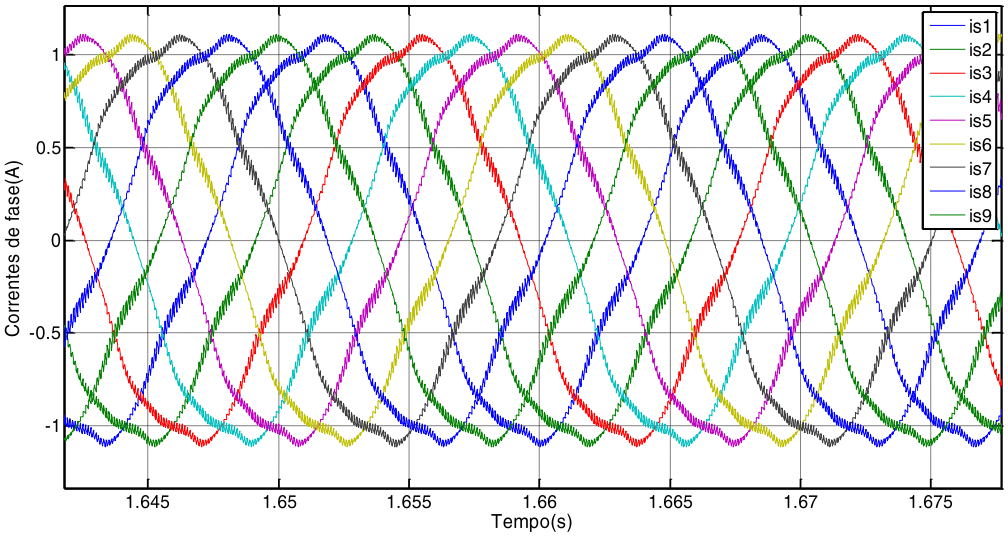


FIGURA 31 - Correntes de saída do inversor ($m_a = 1{,}2$)



4.1.3 Máquina simétrica na região linear – Topologia 2

Nesta subseção, a tensão do barramento CC permanece sendo de 500V. Para as simulações na região linear de operação, o índice de modulação adotado foi o máximo (m_a=1,0154). A tensão máxima atingida é, portanto, 253,8V.

Na Figura 32 é mostrada a tensão de fase do inversor sem filtragem. Considerando que os neutros são interligados, percebe-se os nove níveis de tensão na forma de onda. Na Figura 33 é apresentada a forma de onda da tensão de referência e a da fase 1 após filtragem. Percebe-se que a tensão de fase segue a tensão de referência, conforme esperado. O espectro da tensão de fase mostrado na Figura 34 mostra que apenas a fundamental está presente, validando a estratégia de modulação apresentada para a máquina simétrica com os neutros interligados.

FIGURA 32 - Tensão de fase – Topologia 2

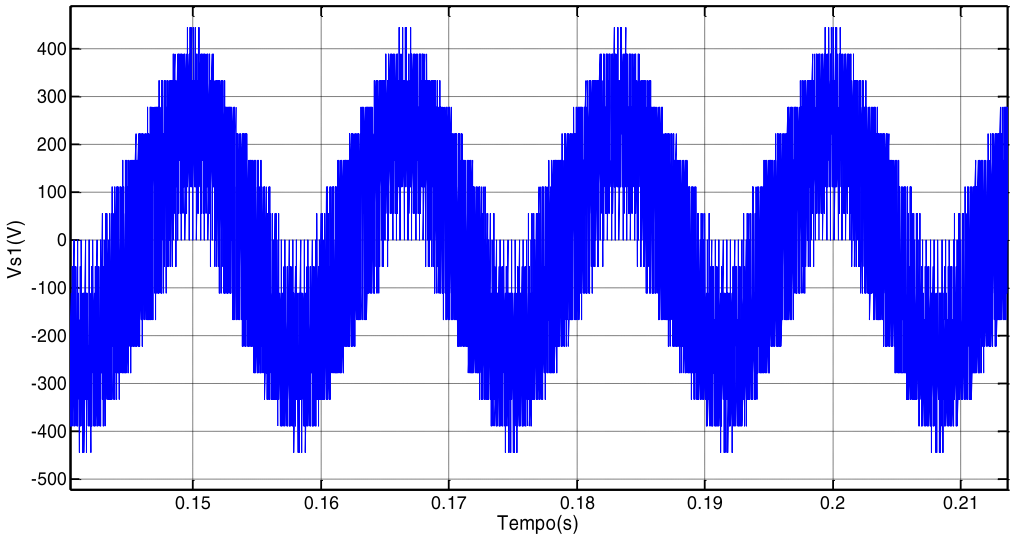


FIGURA 33 - Tensão de referência e de fase

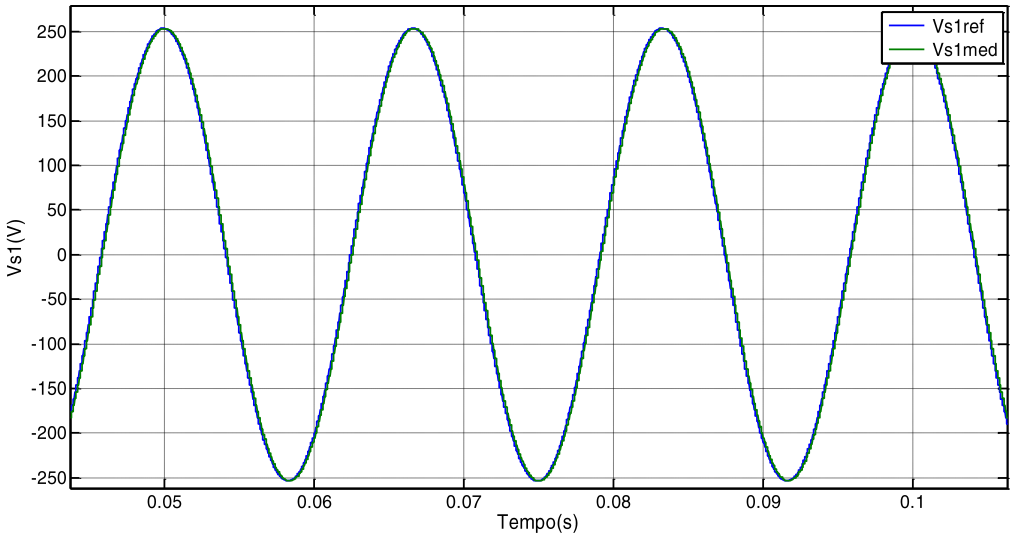
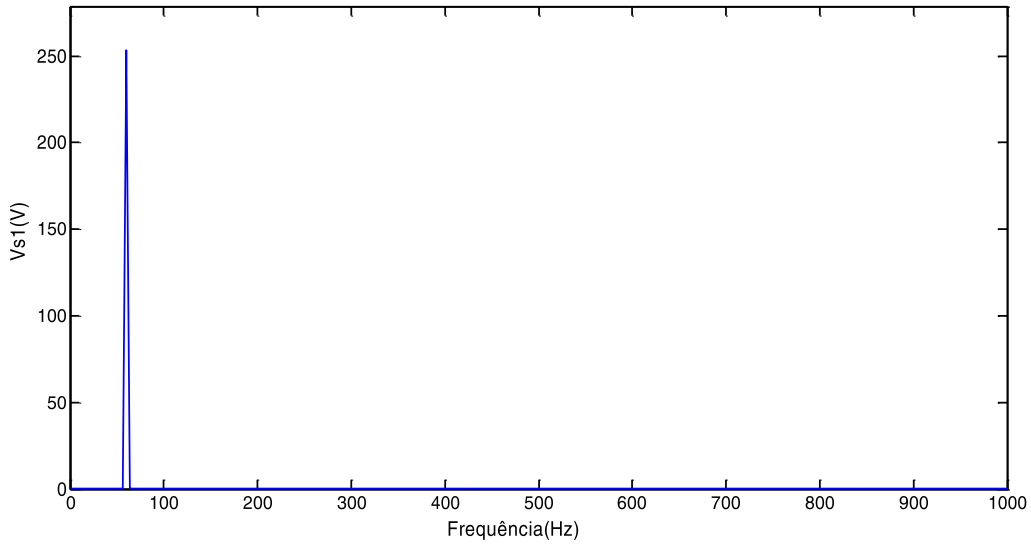
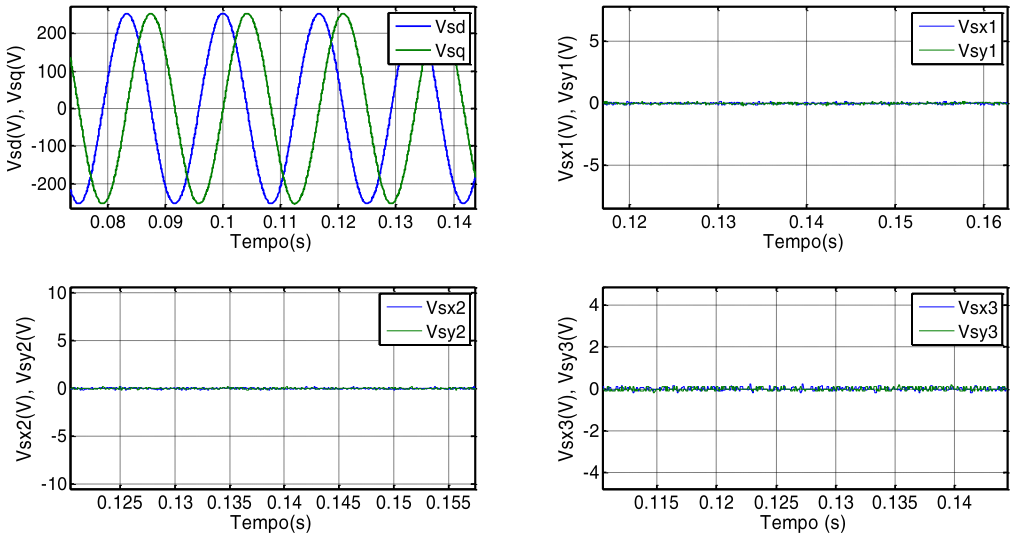


FIGURA 34 - Espectro da tensão de fase



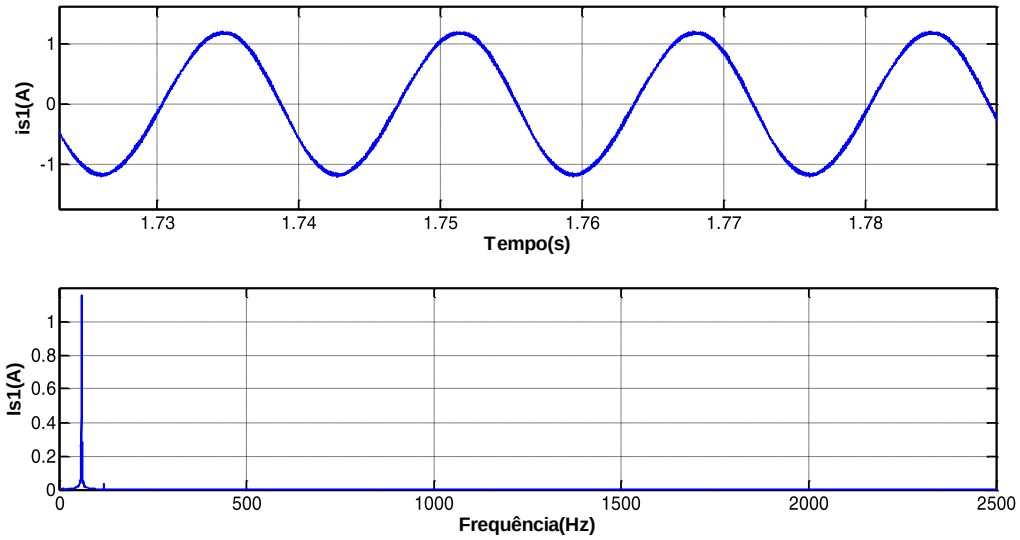
Na Figura 35 são apresentadas as tensões geradas nos quatro planos e verifica-se que apenas o plano $d-q$ é excitado, permanecendo os demais com tensão nula, conforme esperado na região linear de operação.

FIGURA 35 - Tensões nos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$



Na Figura 36 mostra-se a corrente da fase 1 e o espectro de frequência. Conforme esperado, a corrente é senoidal sem presença de harmônicas de baixa ordem.

FIGURA 36 - Corrente e espectro de frequência da fase 1



4.1.4 Máquina simétrica fora da região linear – Topologia 2

O funcionamento da máquina simétrica fora da região linear de operação quando utiliza-se a topologia 2 é semelhante ao funcionamento apresentado pela mesma máquina fora da região linear de operação ligada segundo a topologia 1. Na Figura 37 é mostrada a tensão de saída da fase 1 para o índice de modulação de 1,2. Percebe-se a deformação na forma de onda após o limite da tensão da região linear de operação (253,85V).

Na Figura 38 é mostrado o espectro de frequência da tensão da fase 1. Diferentemente da operação desta mesma máquina fora da região linear de operação na topologia 1, percebe-se que na topologia 2, há presença da terceira harmônica no espectro.

FIGURA 37 - Tensão de referência e da fase 1

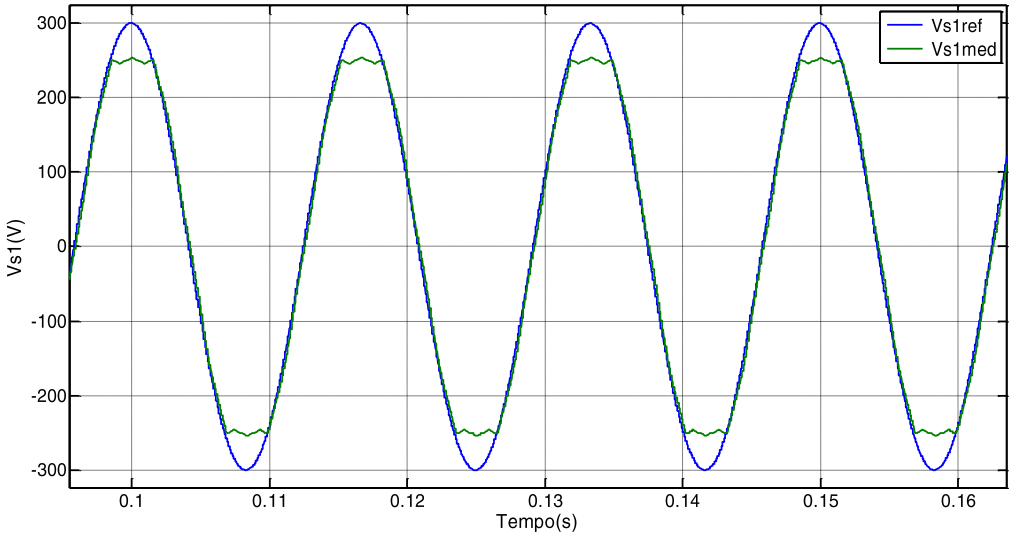
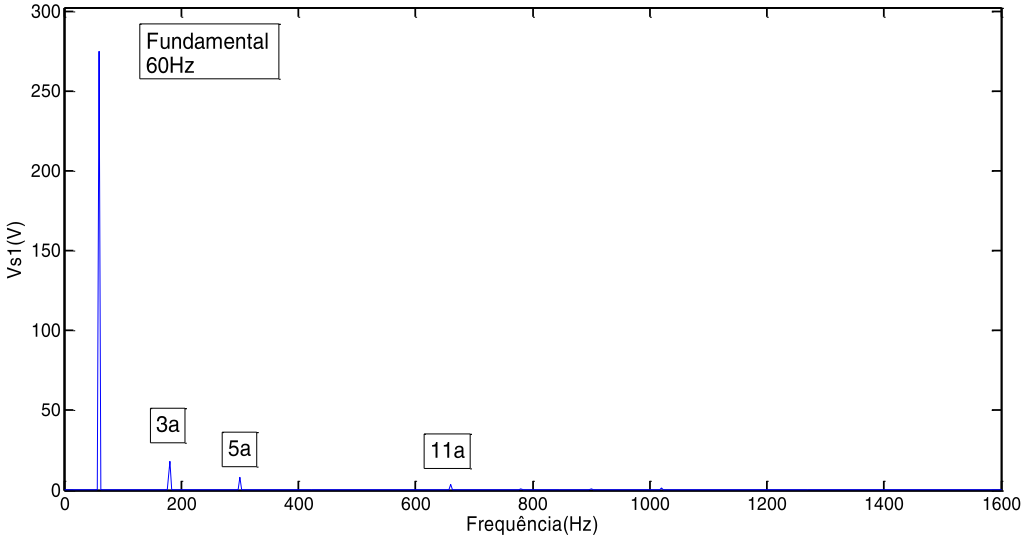


FIGURA 38 - Espectro da tensão de fase



Nas Figuras 39 e 40 são apresentadas as tensões nos quatro planos e seus respectivos espectros. Ao contrário do que acontece na região linear de operação, percebe-se que fora desta região, há excitação dos planos x_1y_1, x_2y_2 *e* x_3y_3. As harmônicas presentes nestes planos provocarão circulação de correntes harmônicas no estator da máquina, com consequente aumento das perdas.

FIGURA 39 - Tensões nos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$

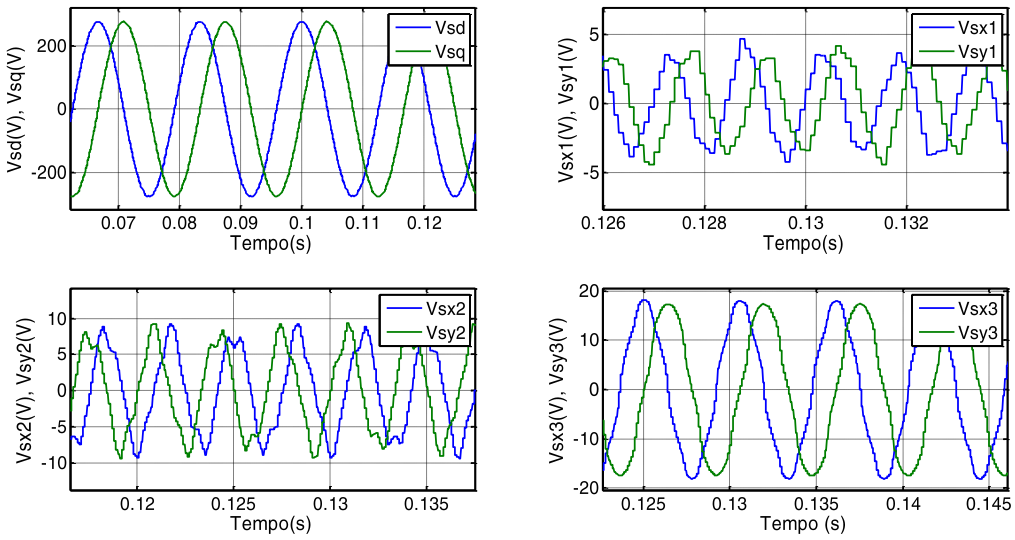
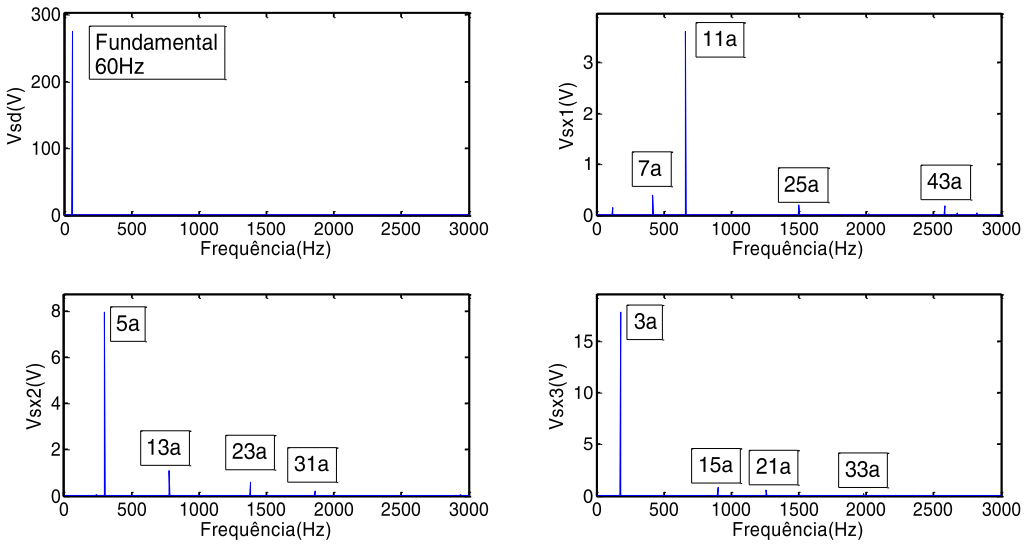


FIGURA 40 - Espectros dos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$



Na Figura 41 mostra-se a corrente da fase 1, onde percebe-se a distorção decorrente da presença das componentes harmônicas de baixa ordem apresentadas na Figura 40. No espectro apresentado, mostra-se a contribuição das componentes de 3ª e de 5ª ordem na corrente de saída.

Na Figura 42 são mostradas as nove correntes de saída do inversor com forte presença harmônica.

FIGURA 41 - Corrente e espectro de frequência da fase 1

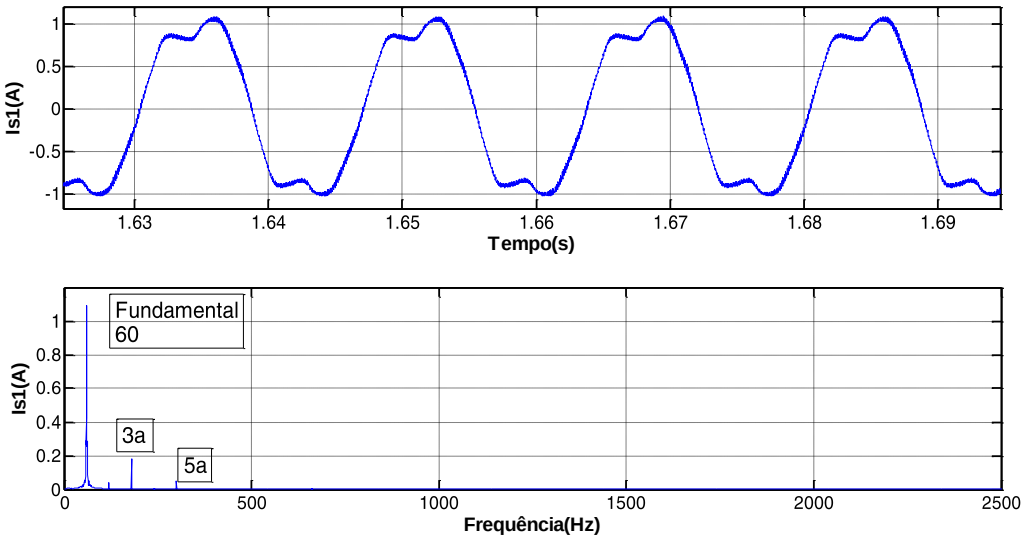
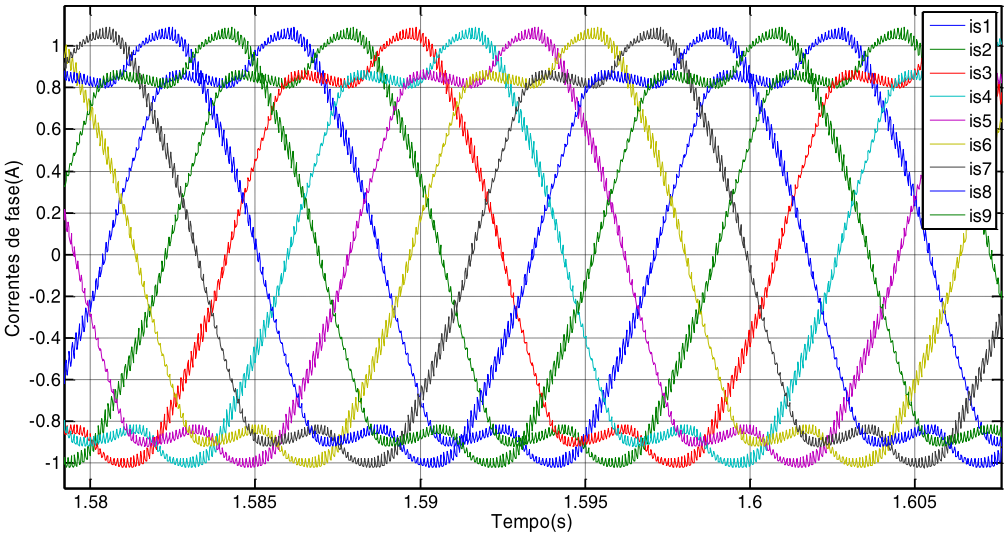


FIGURA 42 - Correntes de saída do inversor ($m_a = 1{,}2$)



4.2 Acionamento da máquina assimétrica

Nesta seção, são mostrados os resultados de simulação obtidos para a máquina assimétrica para as topologias 1 e 2. Inicialmente são mostrados os resultados obtidos na região linear de operação. Em seguida são apresentados os resultados fora desta região. Nas simulações apresentadas, a tensão do barramento CC é de 500V.

4.2.1 Máquina assimétrica na região linear – Topologia 1

Na Figura 43 mostra-se qua a estratégia de modulação apresentada para a máquina assimétrica produz tensão de fase completamente senoidal na saída do inversor. Na Figura 44 confirma-se a presença de tensão apenas no plano $d-q$, enquanto nos outros planos a tensão permanece nula. Na Figura 45 são mostradas

as nove tensões de fase assimétricas (20°) geradas pelo inversor e as nove tensões de referência. Percebe-se que o inversor segue a referência com boa precisão.

FIGURA 43 - Tensão e espectro da fase 1

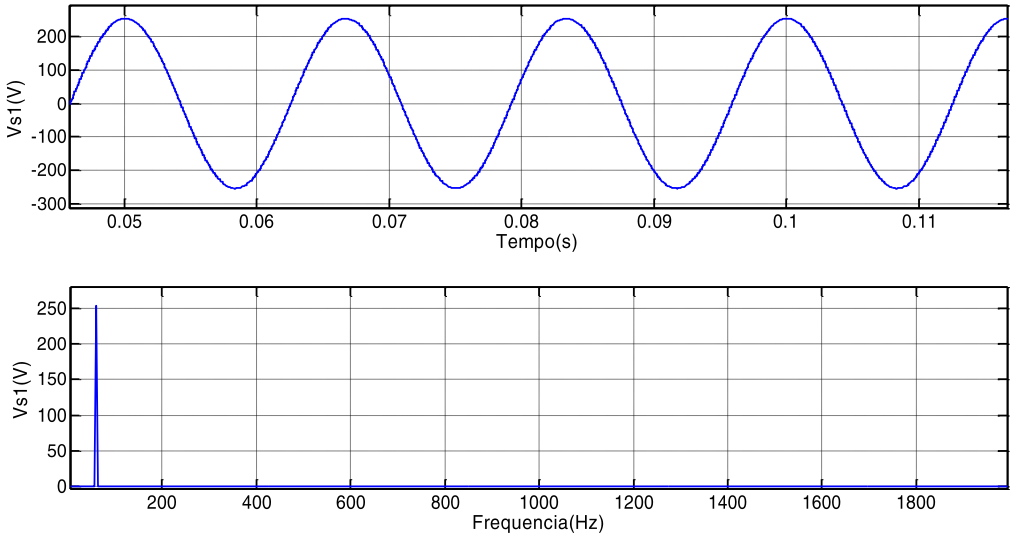


FIGURA 44 - Tensões nos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$

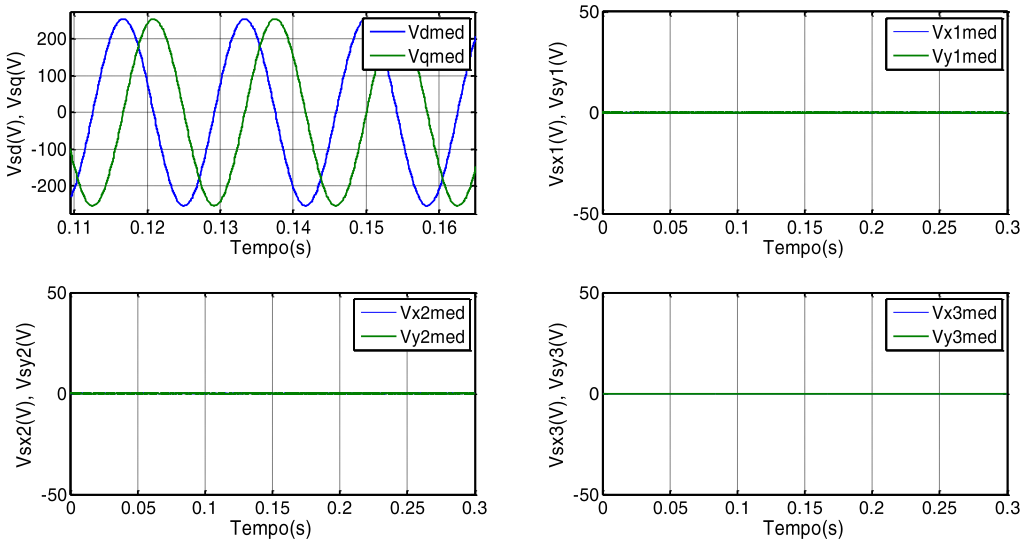
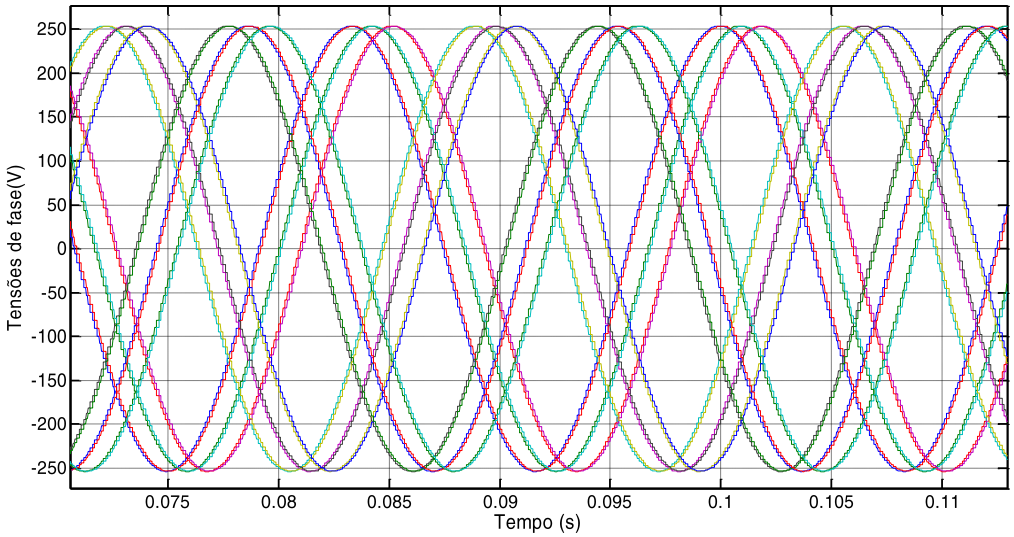


FIGURA 45 - Tensões de fase assimétricas



Na Figura 46 mostra-se a corrente da fase 1 para a máquina assimétrica operando na região linear de operação ligada conforme a topologia 1. Percebe-se que a corrente é senoidal, com presença apenas da componente fundamental de 60Hz. Na Figura 47 mostram-se as nove correntes de saída do inversor.

FIGURA 46 - Corrente e espectro de frequência da fase 1

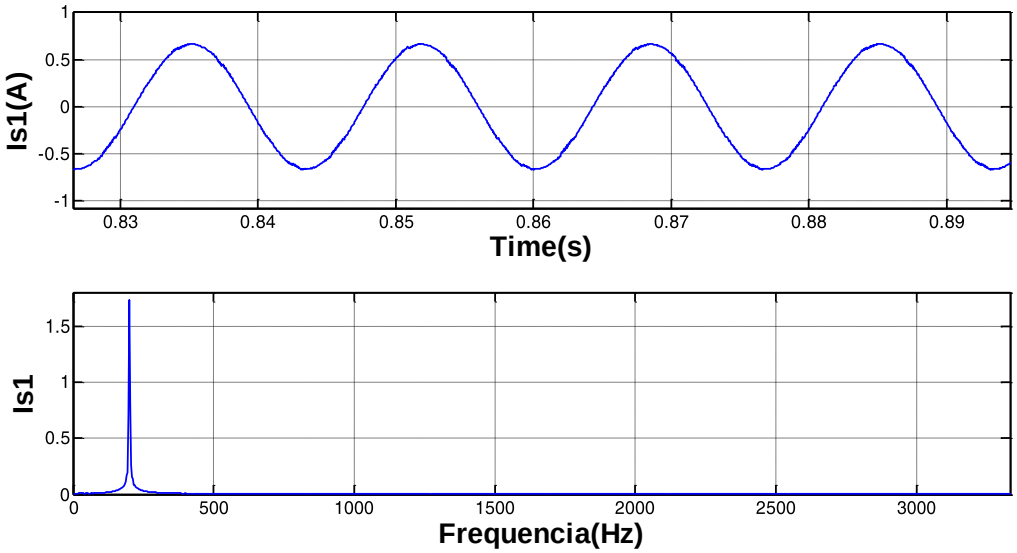
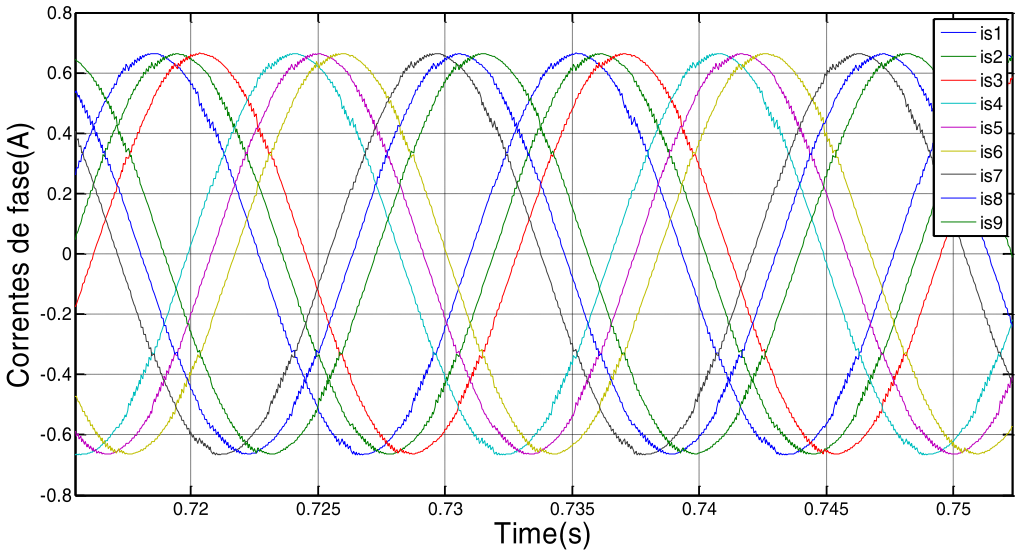


FIGURA 47 - Correntes de saída assimétricas



4.2.2 Máquina assimétrica fora da região linear – Topologia 1

Na Figura 48 é mostrada a tensão de saída da fase 1 para o índice de modulação de 1,2. Percebe-se a deformação na forma de onda após o limite da tensão da região linear de operação (253,85). O espectro apresentado mostra a presença de harmônicas de quinta e décima primeira ordens na tensão. Na Figura 49 apresenta-se a tensão de saída da fase 1 comparada com a tensão de referência.

FIGURA 48 - Tensão de fase e espectro (*ma*=1,2)

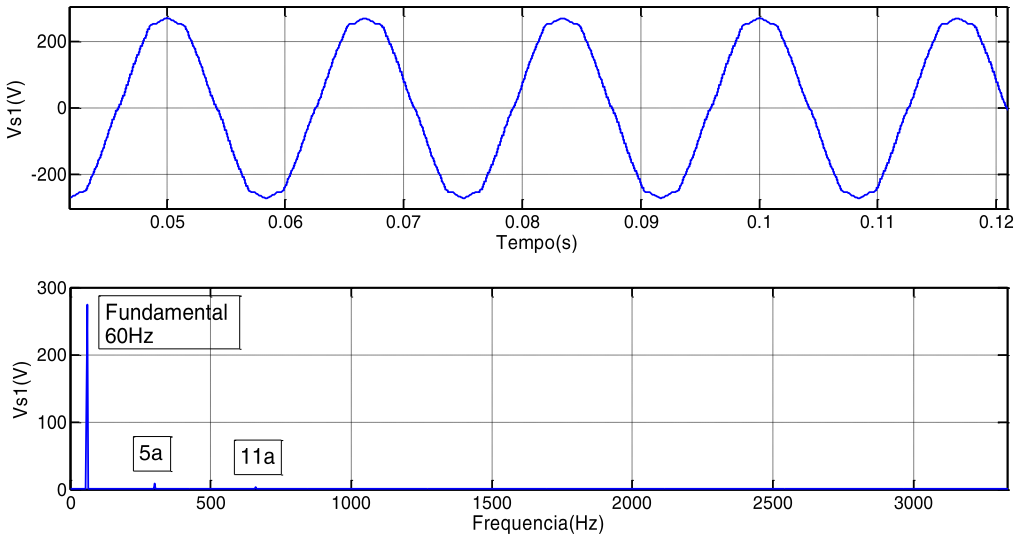
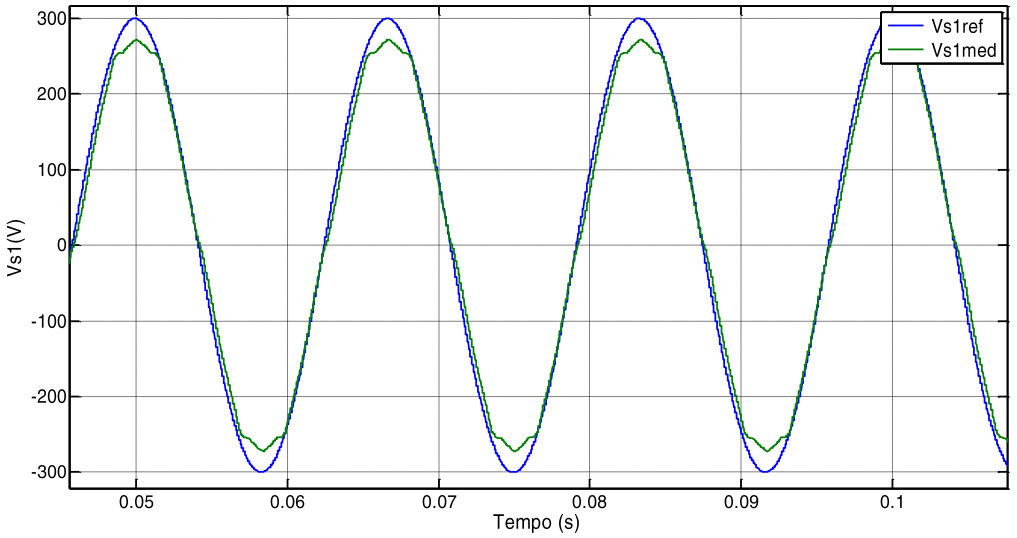


FIGURA 49 - Tensão da fase 1 (*ma*=1,2)



Nas Figuras 50 e 51 são apresentadas as formas de onda nos quatro planos, assim como os seus espectros, onde destaca-se a presença das componentes harmônicas, em acordo com a Tabela 7.

FIGURA 50 - Tensões nos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$

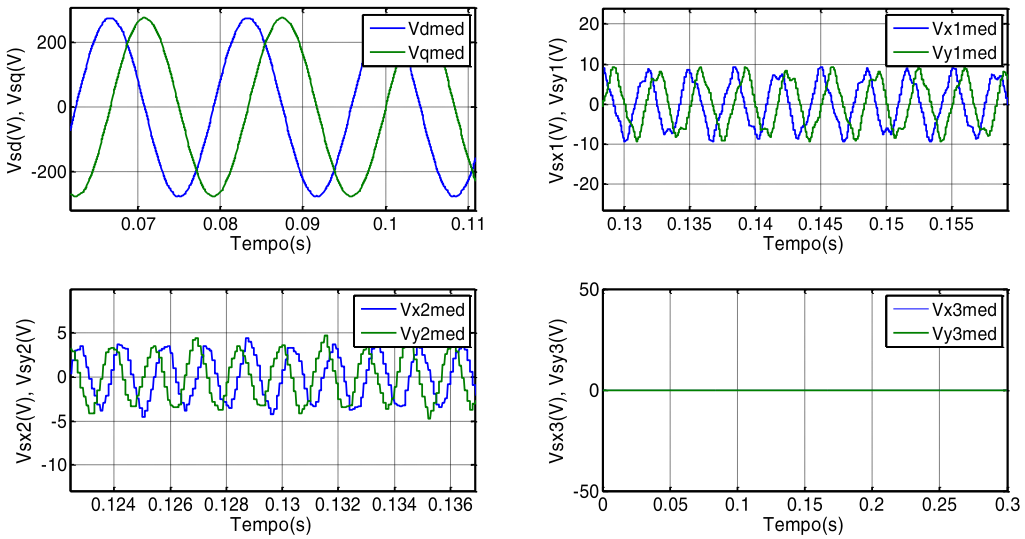
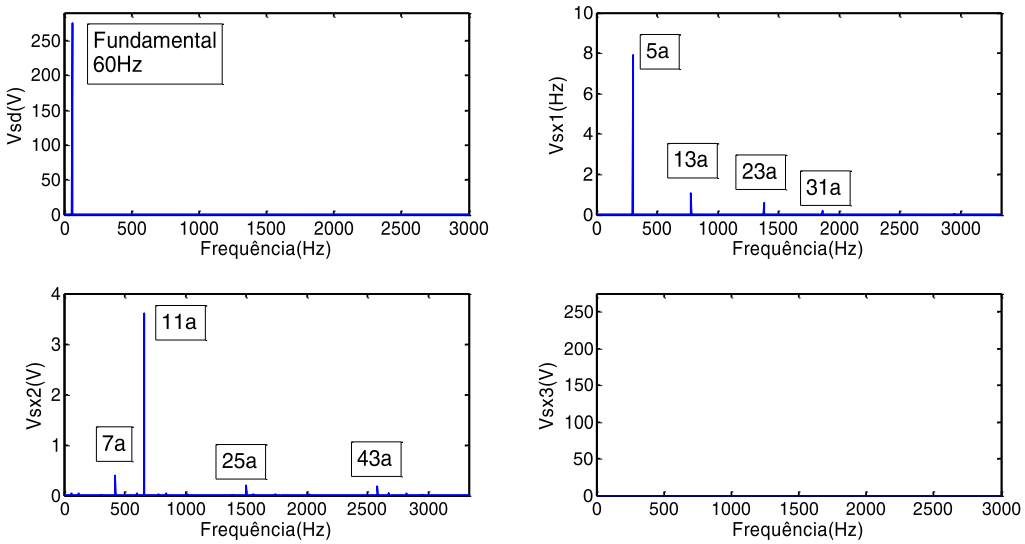


FIGURA 51 - Espectros dos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$



Na Figura 52 é mostrada a corrente da fase 1 e o espectro de frequência. Percebe-se as distorções da corrente em função das harmônicas dos planos $x_1 - y_1, x_2 - y_2$. Na Figura 53 mostra-se as nove corrente de saída do inversor.

FIGURA 52 - Corrente e espectro de frequência da fase 1

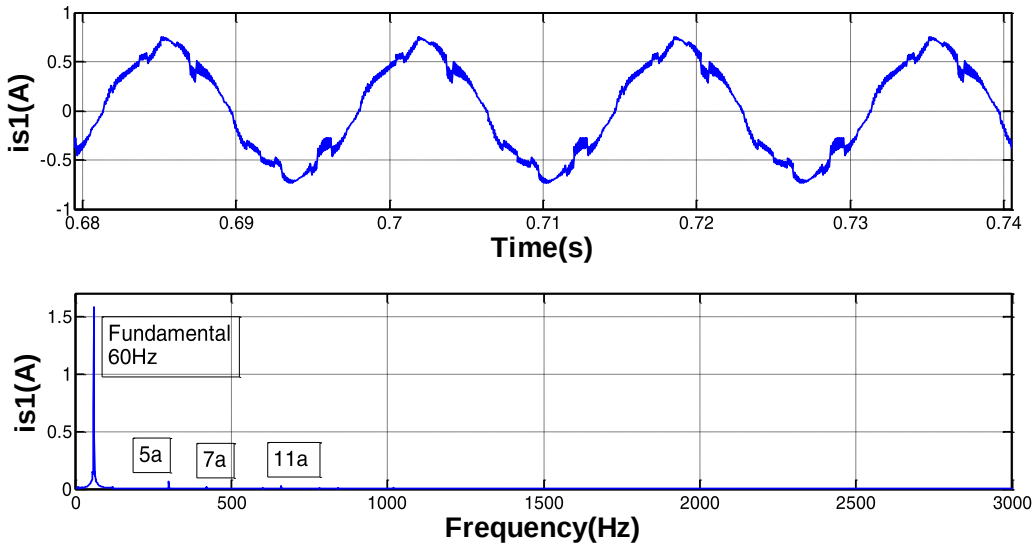
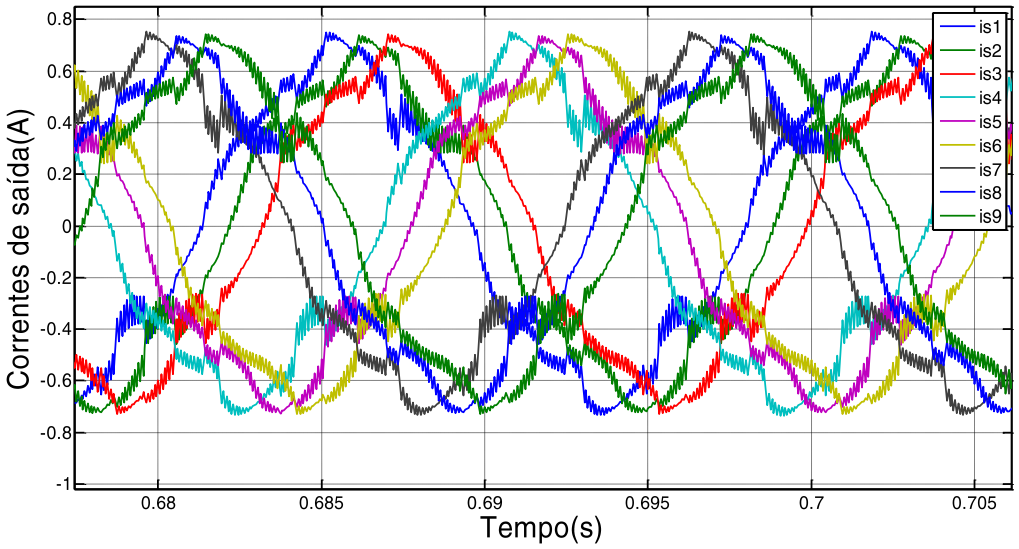


FIGURA 53 - Corrente de saída do inversor ($m_a = 1{,}2$)

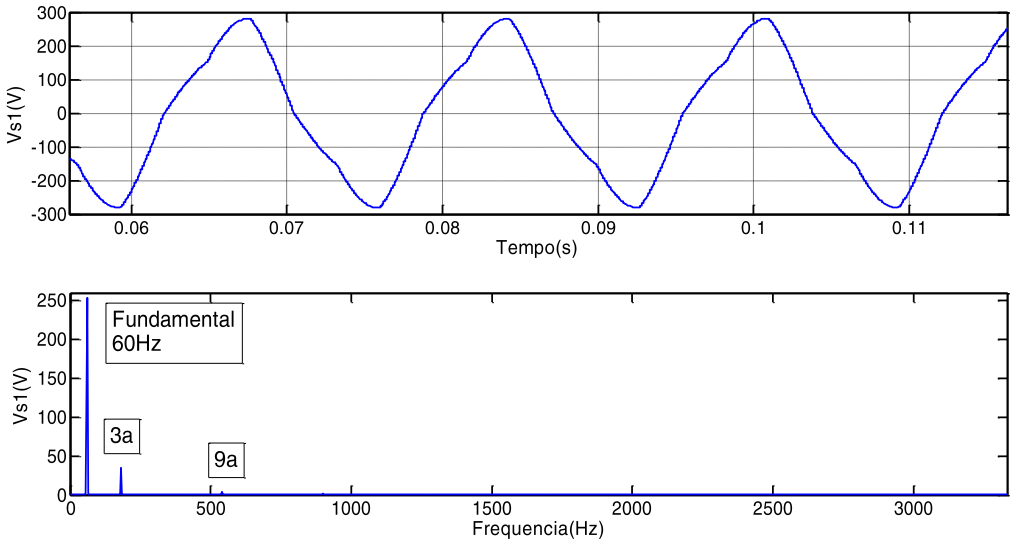


4.2.3 Máquina assimétrica na região linear – Topologia 2

O estudo da máquina assimétrica ligada segundo a topologia 2 necessita de investigações mais aprofundadas. Os resultados obtidos através das simulações

mostram um comportamento bastante distinto do apresentado pelas outras configurações. Com a matriz de transformação utilizada e a estratégia de modulação adotada para os outros casos, não foi possível obter tensão senoidal na saída do inversor. Isto indica que os vetores utilizados na estratégia de modulação não se anulam nos planos $x_1 - y_1, x_2 - y_2, x_3 - y_3$ simultaneamente. Na Figura 54 mostra-se a forma de onda da tensão de fase não senoidal.

FIGURA 54 - Tensão da fase 1 e espectro (ma=1,0154)



Nas Figuras 55 e 56 é possível verificar que nos planos $x_1 - y_1$ e $x_2 - y_2$ há cancelamento dos vetores. No entanto, o mesmo não acontece no plano $x_3 - y_3$. Isto explica a distorção na forma de onda da tensão de fase mesmo na região linear de operação. Na Figura 57 mostra-se a corrente de fase para esta condição de funcionamento.

FIGURA 55 - Espectros dos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$

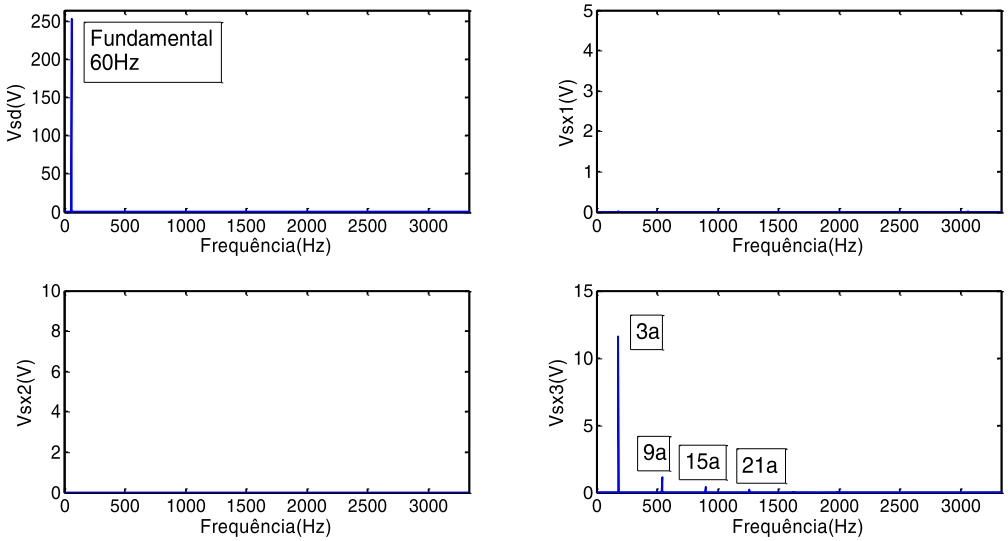


FIGURA 56 - Tensões nos planos $dq, x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3$

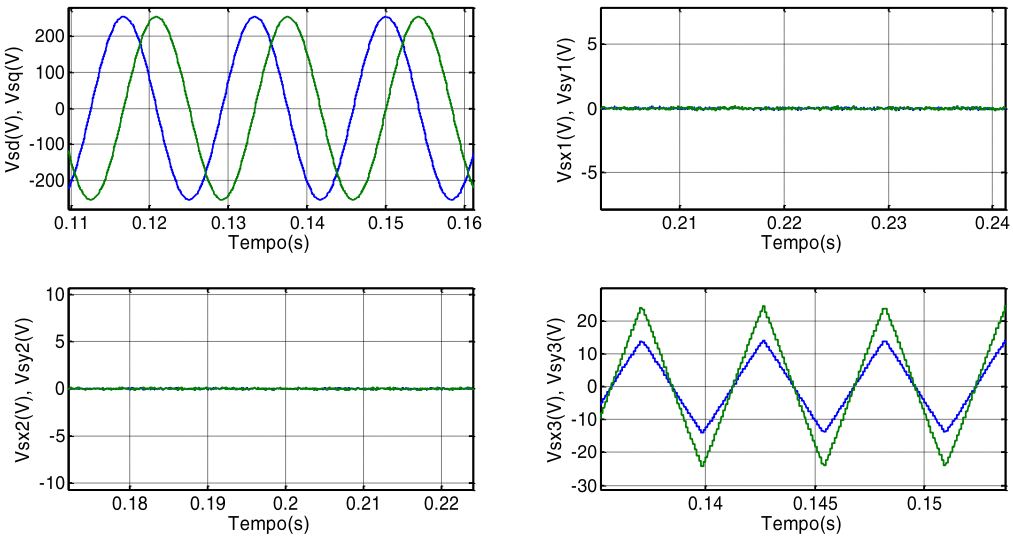
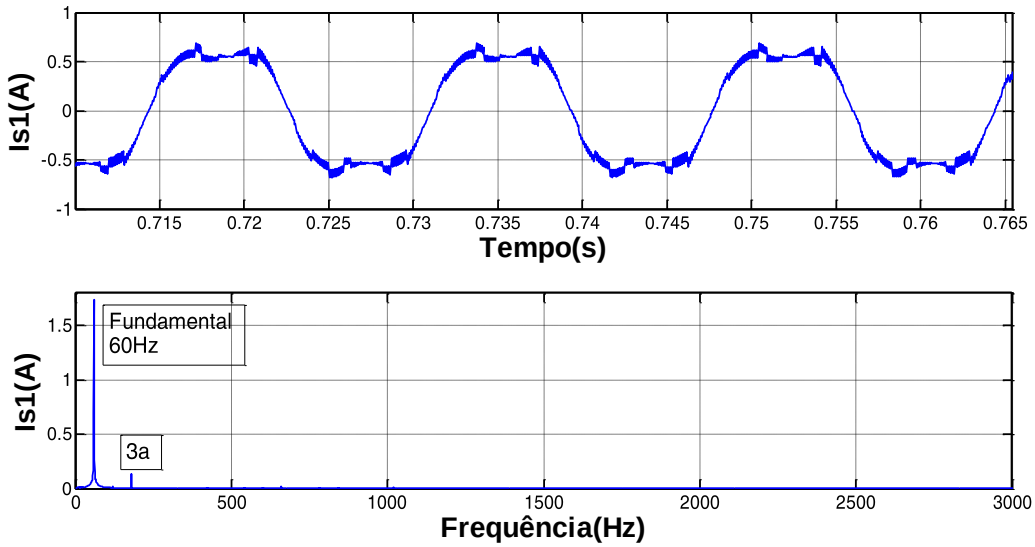


FIGURA 57 - Corrente e espectro- topologia 2 – máq. assimétrica



4.2.4 Máquina assimétrica na região não linear – Topologia 2

Assim como para o caso anterior, o estudo da máquina assimétrica ligada segundo a topologia 2 necessita de investigações mais profundas também na região não linear de operação. Os resultados obtidos através das simulações mostram grande distorção nas formas de onda da tensão da fase 1, conforme mostrado na Figura 58. As Figuras 59 e 60 mostram o comportamente das tensões dos quatro planos ortogonais e respectivos espectros de frequência.

Na Figura 61 mostra-se a corrente da fase 1 e o espectro de frequência correspondente.

FIGURA 58 - Tensão da fase 1 e espectro (ma=1,2)

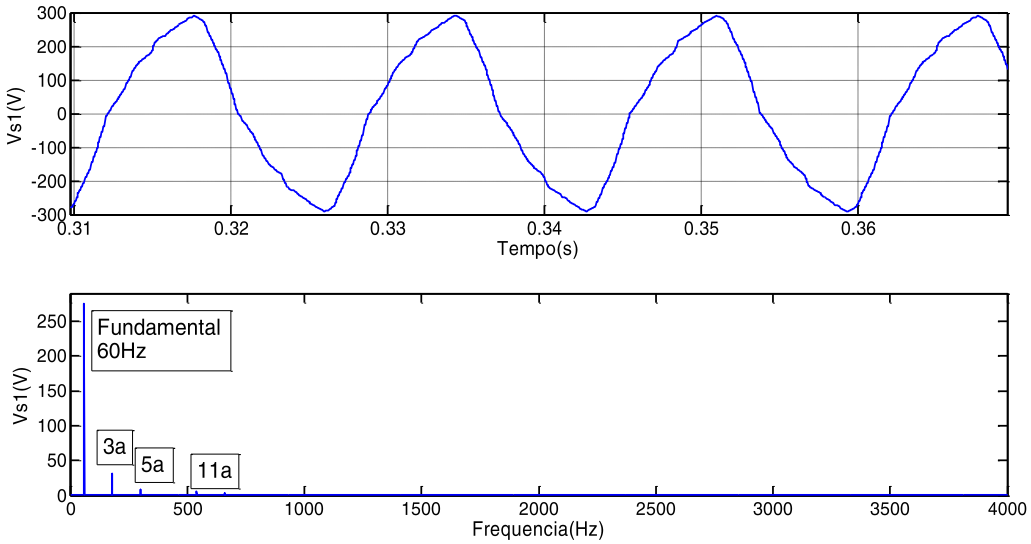


FIGURA 59 - Tensão da fase 1 e espectro (ma=1,2)

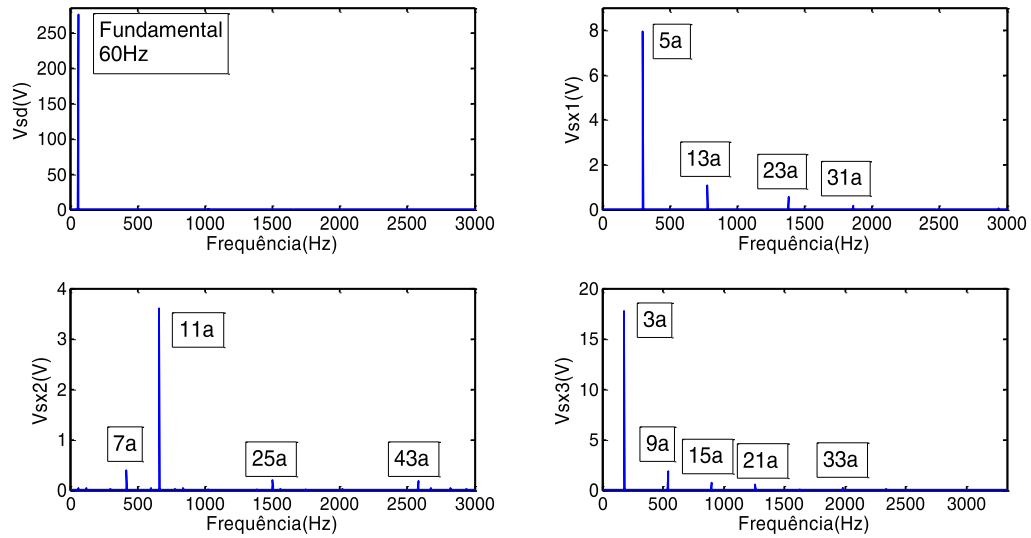


FIGURA 60 - Tensão da fase 1 e espectro (ma=1,2)

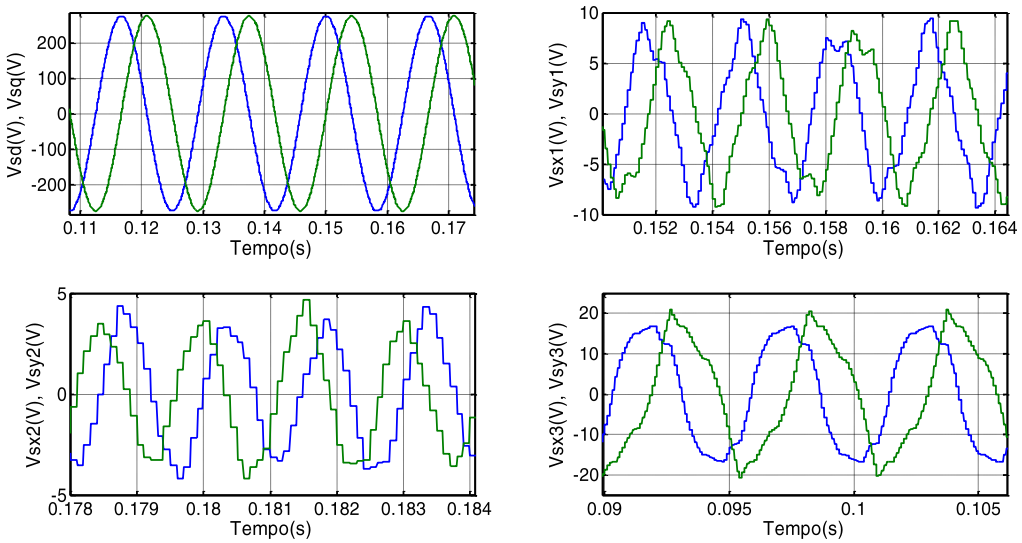
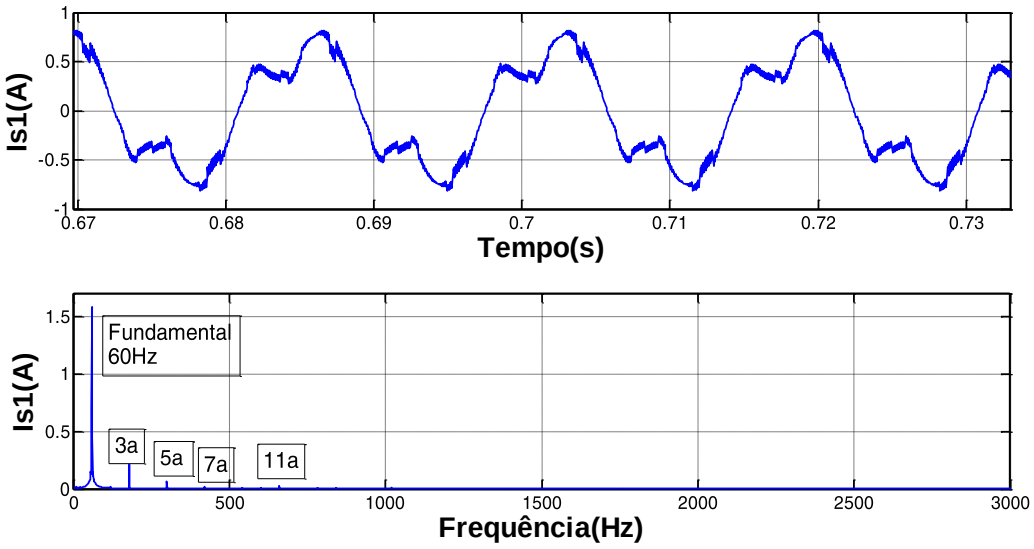


FIGURA 61 - Tensão da fase 1 e espectro (ma=1,2)



Vários outros resultados de simulação foram coletados com o programa desenvolvido, no entanto, para fins de teste de modelagem e acionamento da máquina, os dados apresentados neste trabalho podem ser representativos.

5 CONCLUSÕES

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram realizados estudos com máquinas de indução de nove fases simétricas e assimétricas, ainda pouco exploradas na literatura técnica. Um estudo bibliográfico sobre o conceito, modelagem e acionamento de máquinas multifases foi inicialmente feito, de modo a permitir o melhor entendimento dos sistemas de nove fases. Pelo levantamento bibliográfico realizado, verifica-se que a maior parte das publicações científicas acerca de sistemas multifases refere-se à máquinas e acionamentos de cinco e seis fases. O presente trabalho teve seu início com o estudo do trabalho apresentado em (ZHAO; LIPO, 1995), que trata de um sistema de seis fases.

Neste trabalho, primeiramente foi feita a modelagem da máquina de indução de nove fases pelo método de variáveis naturais e em seguida a modelagem pelo método de decomposição vetorial. O modelo da máquina obtido pelo método de variáveis naturais é inadequado para fins de simulação e controle em função da sua complexidade, por se tratar de um modelo não linear com coeficientes variáveis. O método de modelagem por decomposição vetorial, no entanto, é mais adequado para fins de simulação e de controle pois as variáveis envolvidas na modelagem são completamente desacopladas através da utilização de uma matriz de transformação adequada. A análise do sistema é facilitada pela decomposição de um sistema de nove dimensões em um sistema com quatro planos bidimensionais denominados $d-q, x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3$ e uma variável de sequência zero denominada 0.

A Tabela 3, no capítulo 2, mostra o resumo das equações dos modelos elétrico e mecânico da máquina de nove fases desenvolvidos neste trabalho.

O inversor tipo fonte de tensão (VSI) é bastante utilizado na literatura e foi o escolhido neste trabalho para o estudo do acionamento da máquina de nove fases. O modelo do inversor foi estudado em detalhes no capítulo 3. Os vetores de tensão gerados pelo inversor foram totalmente mapeados nos quatro planos ortogonais $d-q, x_1-y_1, x_2-y_2, x_3-y_3$ e apresentados neste trabalho.

Uma estratégia de modulação baseada na teoria de vetores espaciais foi considerada e apresentada para acionamento de máquinas de nove fases simétricas e assimétricas. A estratégia adotada prevê a utilização do inversor na região linear de operação para geração de tensão de saída puramente senoidal.

O presente estudo mostra que fora da região linear de operação, harmônicas de baixa ordem são geradas nos planos ortogonais, conforme a Tabela 7 apresentada no capítulo 3.

A presença de componentes harmônicas no sistema permite a circulação livre de correntes harmônicas de baixa ordem no estator da máquina em questão, sem geração de torque e com aumento de perdas. As simulações apresentadas comprovam o efeito destas componentes harmônicas nas correntes de fase da máquina, se o limite da região linear de operação for ultrapassado.

A estratégia de modulação adotada neste trabalho apresentou resultados conforme esperados para a topologia 1 (três neutros separados) tanto para máquinas simétricas quanto assimétricas. No entanto para a topologia 2 (neutros interligados), a estratégia funcionou bem apenas para a máquina simétrica. Para a máquina assimétrica é preciso fazer uma avaliação detalhada e aprofundada da técnica utilizada e da escolha dos vetores apropriados. Este ponto é sugerido como trabalho futuro.

As simulações foram realizadas a partir de um programa desenvolvido em linguagem C e Matlab que pode ser utilizado para outras máquinas multifases com adaptação da matriz de transformação.

O estudo presente neste trabalho é bastante inicial, dado que pouco tem sido explorado na literatura técnica acerca das máquinas de nove fases.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Conforme já dito neste trabalho, muito se tem ainda para explorar nos sistemas de nove fases. A lista abaixo elenca alguns dos temas que podem ser explorados em trabalhos futuros:

1. Verificação de uma estratégia de modulação para a máquina de nove fases assimétrica com cancelamento total das componentes xy. O cancelamento total destas componentes contribui na diminuição das perdas da máquina.
2. Estudar a viabilidade da utilização de estratégias de modulação que utilizem apenas os vetores grandes como forma de melhorar a utilização do

barramento DC. Em casos assim, é preciso verificar se é mais viável aproveitar melhor o barramento DC, mesmo com a introdução inevitável de harmônicas de baixa ordem devido a não possibilidade de cancelamento de todas as componentes xy com apenas dois vetores. Avaliação de WTHD é necessária em estudos futuros.

3. As máquinas de nove fases simétricas e assimétricas e inversores de nove fases vêm sendo utilizado em sistemas de recarga de baterias de veículos elétricos, conforme apresentado em (SUBOTIC et al., 2013; SUBOTIC et al., 2014). Os estudos consideram a integração da máquina assimétrica e do inversor do veículo elétrico no sistema de recarga das baterias sem necessidade de reconfiguração do sistema. Com isto, o conjunto motor/inversor funciona no modo de propulsão (com geração de torque) e no modo de recarga (sem geração de torque). São estudos ainda preliminares.
4. No levantamento bibliográfico realizado foram encontrados estudos relativos à tolerância à faltas apenas para sistemas de cinco e seis fases. Estudos acerca deste tema podem ser desenvolvidos para os sitemas de nove fases, tanto simétricos quanto assimétricos.
5. A região de sobremodulação também é pouco explorada na literatura para sistemas de nove fases, podendo ser um tema a ser estudado em detalhes.
6. Máquinas de nove fases com bobinas concentradas também são pouco exploradas na literatura. Os trabalhos encontrados e apresentados na seção de Revisão bibliográfica deste trabalho referem-se apenas à máquinas com distribuição senoidal de enrolamentos.

REFERÊNCIAS

ABBAS, M. A.; CHRISTEN, R.; JAHNS, T. M. Six-phase voltage source inverter driven induction motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 20, n. 5, p. 1251-1259, 1984.

BOJOI, R.; LAZZARI, M.; PROFUMO, F.; TENCONI, A. Digital field oriented control for dual three-phase induction motor drives. *Transactions on Industry Applications*, v. 39, n. 3, p. 752-760, 2003.

BROECK. H. W. V. D; SKUDELNY, H. W; STANKE, G. V. Analysis and realization of a pulsewidth modulator based on voltage space vectors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 24, n. 1, p. 142-150, 1988.

DUJIC, D.; LEVI, E.; JONES, M.; GRANDI, G.; SERRA, G.; TANI, A. Continuos PWM techniques for sinusoidal voltage generation with seven-phase voltage source inverters. *Proc. IEEE Power Electronics Specialist Conference PESC*, p. 47-52, 2007.

DUJIC, D.; JONES, M.; LEVI, E. Space vector PWM for nine-phase vsi with sinusoidal output voltage generation: Analysis and implementation. *33rd Annual conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON*, p. 1524-1529, 2007.

DURÁN, M. J.; LEVI, E. Multi-dimensional approach to multi-phase space vector pulse width modulation. *Proceedings IEEE IECON*, Paris, France, p. 2103-2108, 2006.

DURÁN, M. J.; PRIETO, J.; BARRERO, F. Space vector PWM with reduced commom-mode voltage for five-phase induction motor drives operating in overmodulation zone. *IEEE Transactions on Power electronics*, v. 28, n. 8, p. 4030-4040, 2013.

FERRARIS, P.; LAZZARI, M. Phase number and their related effects on the characteristics of inverter fed induction motor drives. *Proceedings IEEE Industry Applications Society Annual Meeting IAS*, p. 494-502, 1983.

FREITAS, I. S. Sistema de acionamento estático usando máquinas de indução polifásicas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal da Campina Grande – Campus I, Campina Grande, 2005.

GOPAKUMAR, K.; SATHIAKUMAR, S.; BISWAS, S. K.; VITHAYATHI, J. Modified current source inverter fed induction motor drive with reduced torque pulsations. *IEE Proceedings Electric on Electric Power Applications* – Part B, v. 131, n. 4, p. 159-164, 1984.

GRANDI, G., SERRA, G.; TANI, A. Space vector Modulation of a nine-phase voltage source inverter. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics, IEEE-ISIE*, Vigo (Spain), p. 431-435, 2007.

IQBAL, A. Modelling and control of series-connected five-phase and six-phase two-motor drives. Doctorate (PhD Thesis), Liverpool John Moores University, Aug. 2005.

IQBAL, A.; LEVI, E. Space vector PWM techniques for sinusoidal output voltage generation with five-phase voltage source inverter. *Electric Power Components and Systems*, **34**, p. 119-140, 2006.

IQBAL, A.; LEVI, E.; JONES, M.; VUKOSAVIC, S. N. Generalised sinusoidal PWM with harmonic injection for multi-phase VSIs. *Proc. IEEE Power Elec. Spec. Conf. PESC*, p. 2871-2877, 2006.

JACOBINA, C. B., Sistemas de acionamento estático de máquina elétrica. Campina Grande, PB, 2005.

JACOBINA, C. B.; LIMA, A. M. N.; SILVA, E. R. C.; ALVES, R. N. C.; SEIXAS, P. F. Digital scalar pulse-width modulation: a simple approach to introduce non-sinusoidal modulating waveforms. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 16, n. 3, p. 351-359, 2001.

JACOBINA, C. B.; LIMA, A. M. N.; SILVA, E. R. C. PWM space vector based in digital scalar modulation. In Proceedings of PESC, p. 606-611, 1997.

JACOBINA, C. B. et al. Analisys and realization of a pulsewidth modulator based on voltage space vectors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 35, n. 1, p. 52-61, 1999.

JAHNS, T. M. Improved reliability in solid-state AC drives by means of multiple independent phase-drive units. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 16, n. 3, p. 321-331, 1980.

KELLY, J. W.; STRANGAS, E. G.; MILLER, J. M. Multiphase space vector pulse width modulation, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 18, n. 2, p. 259-264, 2003.

KLINGSHIRN, E. A. High phase order induction motors, part I – description and theoretical considerations. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 102, n. 1, p. 47-53, 1983.

KLINGSHIRN, E. A. High phase order induction motors, part II – experimental results. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 102, n. 1, p. 54-59, 1983.

LEVI, E.; JONES, M; VUKOSAVIC, S. N.; TOLIYAT, H. A. A five-phase two machine controlled induction motor drive supplied from a single inverter. EPE Journal, v. 14, n. 3, p. 38-48, 2004

LEVI, E.; BOJOI, R.; PROFUMO, F.; TOLIYAT, H. A.; WILLIAMSON, S. Multiphase induction motor drives – A technology status review. *IET Electric Power Applications*, v. 1, n. 4, p. 489-516, 2007.

LEVI, E. Multiphase electric machines for variable-speed applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 55, n. 5, p. 1893-1909, 2008

LIPO, T. A. A d-q model for six-phase induction machine. *Proceedings on International Electric Machines Conference*, p. 860-867, 1980.

MOMOH, O. D. Modeling and simulation of a carrier-based PWM voltage source inverter for a nine phase induction machine drive. International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS), v. 5, n. 1, p. 1-14, 2014.

NELSON, R., H.;KRAUSE, P.C. Induction machine analysis for arbitrary displacement between multiple winding sets. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 93, n. 3, p. 841-848, 1974.

PAVITHRAN, K. N.; PARIMELALAGAN, R.; KRISHNAMURTHY, M. R. Studies on inverter-fed five phase induction motor drive. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 3, n. 2, p. 224-235, 1988.

PEREIRA, L. A.; SCHARLAU, C. C.; PEREIRA, L. F. A.; HAFFNER, J. F. Model of a five-phase induction machine allowing for harmonics in the air-gap field, part 1: Parameter determination and general equations. *Proceedings IEEE Industrial Electronics Society Annual Meeting IECON*. Busan, Korea, p. 98-103, 2004.

PEREIRA, L. A.; SCHARLAU, C. C.; PEREIRA, L. F. A.; HAFFNER, J. F. Model of a five-phase induction machine allowing for harmonics in the air-gap field, part 2: Transformation of co-ordinates and d-q models. *Proceedings IEEE Industrial Electronics Society Annual Meeting IECON*. Busan, Korea, p. 1682-1687-, 2004.

PRIETO, J.; RIVEROS, J. A.; BOGADO, B.; BARRERO, F.; TORAL, S.; CORTÉS, P. Eletric propulsion technology based in predictive direct torque control and asymmetrical dual three-phase drives. *13th International IEEE Annual Conference on intelligent transportation Systems.* Madeira Island, Portugal, p. 397-402, 2010.

RADIOUCHE, D.; BAGHLI, L.; REZZOUGH, A. Space vector PWM techniques for dual three-phase AC machine: Analysis, performance evaluation and DSP implementation. *Proceedings IEEE Industry Society Annual Meeting IAS*, Salt Lake City, Utah, p. 649-655, 2003.

RYU, H. M.; KIM, J. H.; SUL, S. K. Analysis of multiphase space vector pulse-width modulation based on multiple d-q spaces concept. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 20, n. 6, p. 1364-1371, 2005.

SILVA, C. R. Contribuição ao estudo dos Sistemas de Acionamento de máquinas assíncronas hexafásicas. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande – Campus I, Campina Grande, 2007.

SINGH, G. K. Multi-phase induction machine drive research – a survey. Electric Power Systems Research, v. 61, p. 139-147, 2002.

SINGH, G. K.; NAM, K.; LIM, S. K. A simple indirect field-oriented control scheme for multiphase induction machine. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 52, n. 4, p. 1177-1184, 2005.

SUBOTIC, I.; LEVI, E.; JONES, M.; GRAOVAC, D. On-board integrated battery chargers for electric vehicles using nine-phase machines. *Proceedings IEEE Int. Electric Machines and Drives Conf. IEMDC*, Chicago, IL, pp. 239-246, 2013.

SUBOTIC, I.; BODO, N.; LEVI, E.; JONES, M. On-board integrated battery charger for EVs using an asymmetrical nine-phase machine. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. PP, ISSN: 0278-0046, Issue: 99, Aug. 2014.

TOLIYAT, H. A.; LIPO, T. A. Analysis of concentrated winding induction machines for adjustable speed drive applications - experimental results. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 9, n. 4, p. 695-700, 1994.

TOLIYAT, H. A.; LIPO, T. A.; WHITE, J. C. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications part 1. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 6, n. 4, p. 679-683, 1991.

TOLIYAT, H. A.; LIPO, T. A.; WHITE, J. C. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications part 2. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 6, n. 4, p. 684-692, 1991.

TOLIYAT, H. A.; XU, H. A novel direct torque control (DTC) method for five-phase induction machines. *Proceedings IEEE Applied Power Electronics Conference APEC*, New Orleans, LA, p. 162-168, 2000.

TOLIYAT, H. A.; XU, H. DSP-based direct torque control (DTC) for five-phase induction machines. *Proceedings IEEE Industrial Power Electronics Conference IPEC*, Tokyo, Japan, p. 1195-1200, 2000.

WARD, E. E.; HÄRER, H. Preliminary investigation of an inverter-fed 5-phase induction motor. *IEE Proceedings*, v. 116, n. 6, p. 980-984, 1969.

WEH, H.; SCHRODER, U. Static inverter concepts for multiphase machines with square-wave current field distribution. *Proceedings European Power Electronics and Applications Conference EPE*, p. 1147-1152, 1985.

WHITE, D. C.; WOODSON, H. H. Electromechanical energy conversion. New York: New York John Wiley Sons, 1959.

WILLIAMSON, S.; SMITH, A. C. Pulsating torque and losses in multiphase induction machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 39, n. 4, p. 986-993, 2003.

ZHAO, Y.; LIPO, T. A. Space vector PWM controlo of dual three-phase induction machine using vector space decomposition. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 31, n. 5, p. 1100-1109, 1995.

APÊNDICE A

APÊNDICE 1 - TABELAS PARCIAIS - VETORES

TABELA A1 – Vetores de tensão no plano dq – máquina simétrica

MAPEAMENTO - MÁQUINA DE NOVE FASES SIMÉTRICA (α = 40°)-(TABELA PARCIAL)

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor	vsd	vsq	Âng(d_q)	Módulo	Setor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**	0,00000	0,00000	NULO	0,00000	NULO
0	0	0	0	0	0	0	0	1	**1**	0,36112	-0,30301	320,00	0,47140	setor 16
0	0	0	0	0	0	0	1	0	**2**	0,08186	-0,46424	280,00	0,47140	setor 14
0	0	0	0	0	0	0	1	1	**3**	0,44298	-0,76726	300,00	0,88595	setor 15
0	0	0	0	0	0	1	0	0	**4**	-0,23570	-0,40825	240,00	0,47140	setor 12
0	0	0	0	0	0	1	0	1	**5**	0,12541	-0,71126	280,00	0,72223	setor 14
0	0	0	0	0	0	1	1	0	**6**	-0,15384	-0,87249	260,00	0,88595	setor 13
0	0	0	0	0	0	1	1	1	**7**	0,20727	-1,17550	280,00	1,19364	setor 14
0	0	0	0	0	1	0	0	0	**8**	-0,44298	-0,16123	200,00	0,47140	setor 10
0	0	0	0	0	1	0	0	1	**9**	-0,08186	-0,46424	260,00	0,47140	setor 13
0	0	0	0	0	1	0	1	0	**10**	-0,36112	-0,62547	240,00	0,72223	setor 12
0	0	0	0	0	1	0	1	1	**11**	0,00000	-0,92849	270,00	0,92849	setor 14
0	0	0	0	0	1	1	0	0	**12**	-0,67868	-0,56948	220,00	0,88595	setor 11
0	0	0	0	0	1	1	0	1	**13**	-0,31756	-0,87249	250,00	0,92849	setor 13
0	0	0	0	0	1	1	1	0	**14**	-0,59682	-1,03372	240,00	1,19364	setor 12
0	0	0	0	0	1	1	1	1	**15**	-0,23570	-1,33673	260,00	1,35736	setor 13
0	0	0	0	1	0	0	0	0	**16**	-0,44298	0,16123	160,00	0,47140	setor 8
0	0	0	0	1	0	0	0	1	**17**	-0,08186	-0,14178	240,00	0,16372	setor 12
0	0	0	0	1	0	0	1	0	**18**	-0,36112	-0,30301	220,00	0,47140	setor 11
0	0	0	0	1	0	0	1	1	**19**	0,00000	-0,60603	270,00	0,60603	setor 14
0	0	0	0	1	0	1	0	0	**20**	-0,67868	-0,24702	200,00	0,72223	setor 10
0	0	0	0	1	0	1	0	1	**21**	-0,31756	-0,55003	240,00	0,63512	setor 12
0	0	0	0	1	0	1	1	0	**22**	-0,59682	-0,71126	230,00	0,92849	setor 12
0	0	0	0	1	0	1	1	1	**23**	-0,23570	-1,01427	256,92	1,04130	setor 13
0	0	0	0	1	1	0	0	0	**24**	-0,88595	0,00000	180,00	0,88595	setor 9
0	0	0	0	1	1	0	0	1	**25**	-0,52483	-0,30301	210,00	0,60603	setor 11
0	0	0	0	1	1	0	1	0	**26**	-0,80409	-0,46424	210,00	0,92849	setor 11
0	0	0	0	1	1	0	1	1	**27**	-0,44298	-0,76726	240,00	0,88595	setor 12
0	0	0	0	1	1	1	0	0	**28**	-1,12165	-0,40825	200,00	1,19364	setor 10
0	0	0	0	1	1	1	0	1	**29**	-0,76054	-0,71126	223,08	1,04130	setor 12
0	0	0	0	1	1	1	1	0	**30**	-1,03979	-0,87249	220,00	1,35736	setor 11
0	0	0	0	1	1	1	1	1	**31**	-0,67868	-1,17550	240,00	1,35736	setor 12
0	0	0	1	0	0	0	0	0	**32**	-0,23570	0,40825	120,00	0,47140	setor 6
0	0	0	1	0	0	0	0	1	**33**	0,12541	0,10524	40,00	0,16372	setor 2
0	0	0	1	0	0	0	1	0	**34**	-0,15384	-0,05599	200,00	0,16372	setor 10
0	0	0	1	0	0	0	1	1	**35**	0,20727	-0,35901	300,00	0,41455	setor 15
0	0	0	1	0	0	1	0	0	**36**	-0,47140	0,00000	180,00	0,47140	setor 9
0	0	0	1	0	0	1	0	1	**37**	-0,11029	-0,30301	250,00	0,32246	setor 13
0	0	0	1	0	0	1	1	0	**38**	-0,38955	-0,46424	230,00	0,60603	setor 12
0	0	0	1	0	0	1	1	1	**39**	-0,02843	-0,76726	267,88	0,76778	setor 14
0	0	0	1	0	1	0	0	0	**40**	-0,67868	0,24702	160,00	0,72223	setor 8

TABELA A2 – Vetores de tensão no plano dq – máquina assimétrica

MAPEAMENTO - MÁQUINA DE NOVE FASES ASSIMÉTRICA (α=20°) - TABELA PARCIAL

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor	vsd	vsq	Âng(d_q)	Módulo	Setor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**	0,00000	0,00000	NULO	0,00000	NULO
0	0	0	0	0	0	0	0	1	**1**	0,44298	-0,16123	340,00	0,47140	setor 17
0	0	0	0	0	0	0	1	0	**2**	-0,08186	-0,46424	260,00	0,47140	setor 13
0	0	0	0	0	0	0	1	1	**3**	0,36112	-0,62547	300,00	0,72223	setor 15
0	0	0	0	0	0	1	0	0	**4**	-0,23570	-0,40825	240,00	0,47140	setor 12
0	0	0	0	0	0	1	0	1	**5**	0,20727	-0,56948	290,00	0,60603	setor 15
0	0	0	0	0	0	1	1	0	**6**	-0,31756	-0,87249	250,00	0,92849	setor 13
0	0	0	0	0	0	1	1	1	**7**	0,12541	-1,03372	276,92	1,04130	setor 14
0	0	0	0	0	1	0	0	0	**8**	-0,36112	-0,30301	220,00	0,47140	setor 11
0	0	0	0	0	1	0	0	1	**9**	0,08186	-0,46424	280,00	0,47140	setor 14
0	0	0	0	0	1	0	1	0	**10**	-0,44298	-0,76726	240,00	0,88595	setor 12
0	0	0	0	0	1	0	1	1	**11**	0,00000	-0,92849	270,00	0,92849	setor 14
0	0	0	0	0	1	1	0	0	**12**	-0,59682	-0,71126	230,00	0,92849	setor 12
0	0	0	0	0	1	1	0	1	**13**	-0,15384	-0,87249	260,00	0,88595	setor 13
0	0	0	0	0	1	1	1	0	**14**	-0,67868	-1,17550	240,00	1,35736	setor 12
0	0	0	0	0	1	1	1	1	**15**	-0,23570	-1,33673	260,00	1,35736	setor 13
0	0	0	0	1	0	0	0	0	**16**	-0,36112	0,30301	140,00	0,47140	setor 7
0	0	0	0	1	0	0	0	1	**17**	0,08186	0,14178	60,00	0,16372	setor 3
0	0	0	0	1	0	0	1	0	**18**	-0,44298	-0,16123	200,00	0,47140	setor 10
0	0	0	0	1	0	0	1	1	**19**	0,00000	-0,32246	270,00	0,32246	setor 14
0	0	0	0	1	0	1	0	0	**20**	-0,59682	-0,10524	190,00	0,60603	setor 10
0	0	0	0	1	0	1	0	1	**21**	-0,15384	-0,26647	240,00	0,30769	setor 12
0	0	0	0	1	0	1	1	0	**22**	-0,67868	-0,56948	220,00	0,88595	setor 11
0	0	0	0	1	0	1	1	1	**23**	-0,23570	-0,73071	252,12	0,76778	setor 13
0	0	0	0	1	1	0	0	0	**24**	-0,72223	0,00000	180,00	0,72223	setor 9
0	0	0	0	1	1	0	0	1	**25**	-0,27926	-0,16123	210,00	0,32246	setor 11
0	0	0	0	1	1	0	1	0	**26**	-0,80409	-0,46424	210,00	0,92849	setor 11
0	0	0	0	1	1	0	1	1	**27**	-0,36112	-0,62547	240,00	0,72223	setor 12
0	0	0	0	1	1	1	0	0	**28**	-0,95794	-0,40825	203,08	1,04130	setor 11
0	0	0	0	1	1	1	0	1	**29**	-0,51496	-0,56948	227,88	0,76778	setor 12
0	0	0	0	1	1	1	1	0	**30**	-1,03979	-0,87249	220,00	1,35736	setor 11
0	0	0	0	1	1	1	1	1	**31**	-0,59682	-1,03372	240,00	1,19364	setor 12
0	0	0	1	0	0	0	0	0	**32**	-0,23570	0,40825	120,00	0,47140	setor 6
0	0	0	1	0	0	0	0	1	**33**	0,20727	0,24702	50,00	0,32246	setor 3
0	0	0	1	0	0	0	1	0	**34**	-0,31756	-0,05599	190,00	0,32246	setor 10
0	0	0	1	0	0	0	1	1	**35**	0,12541	-0,21722	300,00	0,25083	setor 15
0	0	0	1	0	0	1	0	0	**36**	-0,47140	0,00000	180,00	0,47140	setor 9
0	0	0	1	0	0	1	0	1	**37**	-0,02843	-0,16123	260,00	0,16372	setor 13
0	0	0	1	0	0	1	1	0	**38**	-0,55326	-0,46424	220,00	0,72223	setor 11
0	0	0	1	0	0	1	1	1	**39**	-0,11029	-0,62547	260,00	0,63512	setor 13
0	0	0	1	0	1	0	0	0	**40**	-0,59682	0,10524	170,00	0,60603	setor 9

TABELA A3 – Sequência de comutação do inversor – máquina simétrica

SEQUÊNCIA DE COMUTAÇÃO - INVERSOR VSI - MÁQUINA DE NOVE FASES SIMÉTRICA (40 graus)

SETOR 1

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
1	0	0	0	0	0	0	0	0	**256**
1	1	0	0	0	0	0	0	0	**384**
1	1	0	0	0	0	0	0	1	**385**
1	1	1	0	0	0	0	0	1	**449**
1	1	1	0	0	0	0	1	1	**451**
1	1	1	1	0	0	0	1	1	**483**
1	1	1	1	0	0	1	1	1	**487**
1	1	1	1	1	0	1	1	1	**503**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 2

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	1	0	0	0	0	0	0	0	**128**
1	1	0	0	0	0	0	0	0	**384**
1	1	1	0	0	0	0	0	0	**448**
1	1	1	0	0	0	0	0	1	**449**
1	1	1	1	0	0	0	0	1	**481**
1	1	1	1	0	0	0	1	1	**483**
1	1	1	1	1	0	0	1	1	**499**
1	1	1	1	1	0	1	1	1	**503**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 3

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	1	0	0	0	0	0	0	0	**128**
0	1	1	0	0	0	0	0	0	**192**
1	1	1	0	0	0	0	0	0	**448**
1	1	1	1	0	0	0	0	0	**480**
1	1	1	1	0	0	0	0	1	**481**
1	1	1	1	1	0	0	0	1	**497**
1	1	1	1	1	0	0	1	1	**499**
1	1	1	1	1	1	0	1	1	**507**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 4

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	1	0	0	0	0	0	0	**64**
0	1	1	0	0	0	0	0	0	**192**
0	1	1	1	0	0	0	0	0	**224**
1	1	1	1	0	0	0	0	0	**480**
1	1	1	1	1	0	0	0	0	**496**
1	1	1	1	1	0	0	0	1	**497**
1	1	1	1	1	1	0	0	1	**505**
1	1	1	1	1	1	0	1	1	**507**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 5

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	1	0	0	0	0	0	0	**64**
0	0	1	1	0	0	0	0	0	**96**
0	1	1	1	0	0	0	0	0	**224**
0	1	1	1	1	0	0	0	0	**240**
1	1	1	1	1	0	0	0	0	**496**
1	1	1	1	1	1	0	0	0	**504**
1	1	1	1	1	1	0	0	1	**505**
1	1	1	1	1	1	1	0	1	**509**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 6

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	1	0	0	0	0	0	**32**
0	0	1	1	0	0	0	0	0	**96**
0	0	1	1	1	0	0	0	0	**112**
0	1	1	1	1	0	0	0	0	**240**
0	1	1	1	1	1	0	0	0	**248**
1	1	1	1	1	1	0	0	0	**504**
1	1	1	1	1	1	1	0	0	**508**
1	1	1	1	1	1	1	0	1	**509**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 7

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	1	0	0	0	0	0	**32**
0	0	0	1	1	0	0	0	0	**48**
0	0	1	1	1	0	0	0	0	**112**
0	0	1	1	1	1	0	0	0	**120**
0	1	1	1	1	1	0	0	0	**248**
0	1	1	1	1	1	1	0	0	**252**
1	1	1	1	1	1	1	0	0	**508**
1	1	1	1	1	1	1	1	0	**510**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 8

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	1	0	0	0	0	**16**
0	0	0	1	1	0	0	0	0	**48**
0	0	0	1	1	1	0	0	0	**56**
0	0	1	1	1	1	0	0	0	**120**
0	0	1	1	1	1	1	0	0	**124**
0	1	1	1	1	1	1	0	0	**252**
0	1	1	1	1	1	1	1	0	**254**
1	1	1	1	1	1	1	1	0	**510**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 9

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	1	0	0	0	0	**16**
0	0	0	0	1	1	0	0	0	**24**
0	0	0	1	1	1	0	0	0	**56**
0	0	0	1	1	1	1	0	0	**60**
0	0	1	1	1	1	1	0	0	**124**
0	0	1	1	1	1	1	1	0	**126**
0	1	1	1	1	1	1	1	0	**254**
0	1	1	1	1	1	1	1	1	**255**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

TABELA A3 - continuação

SEQUÊNCIA DE COMUTAÇÃO - INVERSOR VSI - MÁQUINA DE NOVE FASES SIMÉTRICA (40 graus)

SETOR 10

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	0	1	0	0	0	**8**
0	0	0	0	1	1	0	0	0	**24**
0	0	0	0	1	1	1	0	0	**28**
0	0	0	1	1	1	1	0	0	**60**
0	0	0	1	1	1	1	1	0	**62**
0	0	1	1	1	1	1	1	0	**126**
0	0	1	1	1	1	1	1	1	**127**
0	1	1	1	1	1	1	1	1	**255**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 11

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	0	1	0	0	0	**8**
0	0	0	0	0	1	1	0	0	**12**
0	0	0	0	1	1	1	0	0	**28**
0	0	0	0	1	1	1	1	0	**30**
0	0	0	1	1	1	1	1	0	**62**
0	0	0	1	1	1	1	1	1	**63**
0	0	1	1	1	1	1	1	1	**127**
1	0	1	1	1	1	1	1	1	**383**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 12

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	0	0	1	0	0	**4**
0	0	0	0	0	1	1	0	0	**12**
0	0	0	0	0	1	1	1	0	**14**
0	0	0	0	1	1	1	1	0	**30**
0	0	0	0	1	1	1	1	1	**31**
0	0	0	1	1	1	1	1	1	**63**
1	0	0	1	1	1	1	1	1	**319**
1	0	1	1	1	1	1	1	1	**383**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 13

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	0	0	1	0	0	**4**
0	0	0	0	0	0	1	1	0	**6**
0	0	0	0	0	1	1	1	0	**14**
0	0	0	0	0	1	1	1	1	**15**
0	0	0	0	1	1	1	1	1	**31**
1	0	0	0	1	1	1	1	1	**287**
1	0	0	1	1	1	1	1	1	**319**
1	1	0	1	1	1	1	1	1	**447**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 14

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	0	0	0	1	0	**2**
0	0	0	0	0	0	1	1	0	**6**
0	0	0	0	0	0	1	1	1	**7**
0	0	0	0	0	1	1	1	1	**15**
1	0	0	0	0	1	1	1	1	**271**
1	0	0	0	1	1	1	1	1	**287**
1	1	0	0	1	1	1	1	1	**415**
1	1	0	1	1	1	1	1	1	**447**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 15

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	0	0	0	1	0	**2**
0	0	0	0	0	0	0	1	1	**3**
0	0	0	0	0	0	1	1	1	**7**
1	0	0	0	0	0	1	1	1	**263**
1	0	0	0	0	1	1	1	1	**271**
1	1	0	0	0	1	1	1	1	**399**
1	1	0	0	1	1	1	1	1	**415**
1	1	1	0	1	1	1	1	1	**479**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 16

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	0	0	0	0	1	**1**
0	0	0	0	0	0	0	1	1	**3**
1	0	0	0	0	0	0	1	1	**259**
1	0	0	0	0	0	1	1	1	**263**
1	1	0	0	0	0	1	1	1	**391**
1	1	0	0	0	1	1	1	1	**399**
1	1	1	0	0	1	1	1	1	**463**
1	1	1	0	1	1	1	1	1	**479**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 17

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
0	0	0	0	0	0	0	0	1	**1**
1	0	0	0	0	0	0	0	1	**257**
1	0	0	0	0	0	0	1	1	**259**
1	1	0	0	0	0	0	1	1	**387**
1	1	0	0	0	0	1	1	1	**391**
1	1	1	0	0	0	1	1	1	**455**
1	1	1	0	0	1	1	1	1	**463**
1	1	1	1	0	1	1	1	1	**495**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações

SETOR 18

q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8	q9	Vetor
0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
1	0	0	0	0	0	0	0	0	**256**
1	0	0	0	0	0	0	0	1	**257**
1	1	0	0	0	0	0	0	1	**385**
1	1	0	0	0	0	0	1	1	**387**
1	1	1	0	0	0	0	1	1	**451**
1	1	1	0	0	0	1	1	1	**455**
1	1	1	1	0	0	1	1	1	**487**
1	1	1	1	0	1	1	1	1	**495**
1	1	1	1	1	1	1	1	1	**511**

9 comutações