

# Universidade Federal da Paraíba Centro de Tecnologia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica Doutorado

# MODELAGEM DO COMPORTAMENTO VIBRATÓRIO DE ARQUIBANCADAS TEMPORÁRIAS METÁLICAS DEVIDO À PRESENÇA DE ESPECTADORES

por

#### Terezinha de Jesus Carvalho de Oliveira Vieira

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba para obtenção do Grau de Doutor

João Pessoa – Paraíba

Outubro de 2014

#### Terezinha de Jesus Carvalho de Oliveira Vieira

## MODELAGEM DO COMPORTAMENTO VIBRATÓRIO DE ARQUIBANCADAS TEMPORÁRIAS METÁLICAS DEVIDO À PRESENÇA DE ESPECTADORES

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Doutor.

Orientador: Prof. Roberto Leal Pimentel, PhD.

Área de concentração: Dinâmica e Controle de Sistemas

V658m Vieira, Terezinha de Jesus Carvalho de Oliveira.

Modelagem do comportamento vibratório de arquibancadas temporárias metálicas devido à presença de espectadores / Terezinha de Jesus Carvalho de Oliveira Vieira.- João Pessoa, 2014.

156f.: il.

Orientador: Roberto Leal Pimentel Tese (Doutorado) - UFPB/CT

1. Engenharia mecânica. 2. Arquibancada temporária. 3. Modelo biodinâmico. 5. Vibração lateral.

UFPB/BC CDU: 621(043)

## MODELAGEM DO COMPORTAMENTO VIBRATÓRIO DE ARQUIBANCADAS TEMPORÁRIAS METÁLICAS DEVIDO À PRESENÇA DE ESPECTADORES

por

## Terezinha de Jesus Carvalho de Oliveira Vieira

Tese aprovada em 31 de outubro de 2014

Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel
Orientador – UFPB

Prof. Dr. Ângelo Vieira Mendonça Examinador Interno - UFPB

Prof. Dr. Simplicio Arnaud da Silva Examinador Interno – UFPB

Prof. Dr. Cicero da Rocha Souto Examinador Externo – UFPB

Prof. Dr. José Luis Vital de Brito Examinador Externo - UnB

Dedico aos meus amores: meu esposo Fernando e meus filhos, Fernanda e Matheus.

#### **AGRADECIMENTOS**

Ao meu bom Deus, pelas maravilhas que Ele tem realizado na minha vida.

Ao meu orientador Professor Roberto Leal Pimentel, pelo exemplo de profissional que é desde a minha graduação. Sou muito grata pelas orientações e pela paciência.

Ao meu esposo, Fernando, pelo apoio e incentivo e por acreditar que eu seria capaz de mais esta realização.

Aos meus filhos, Matheus e Fernanda, por compreenderem a minha ausência.

À minha Mãe, Maria do Carmo, e meus irmãos, Gilvandro, Maria de Lourdes e Sandra, pela compreensão da falta de encontros e convivência com eles.

Aos meus colegas de curso, especialmente Jayann e Hamilton, e aos meus colegas de laboratório, Márcio e Gabriel, pelo companherismo.

Ao coordenador do curso de PPGEM e aos técnicos-administrativos desta coordenação, em especial a Mônica, pelo esforço empregado para a melhoria do curso e pela atenção e coordialidade.

À UFPB, instituição que sempre foi minha fonte de conhecimento desde a graduação.

Aos meus mestres, pela dedicação e pela colaboração para que o presente trabalho se tornasse realidade.

Ao IFCE e meus colegas professores, pelo esforço dispensado para que fosse possível meu afastamento das atividades.

## MODELAGEM DO COMPORTAMENTO VIBRATÓRIO DE ARQUIBANCADAS TEMPORÁRIAS METÁLICAS DEVIDO À PRESENÇA DE ESPECTADORES

#### **RESUMO**

Estudos têm demonstrado que a presença de pessoas gera modificações no comportamento dinâmico das estruturas em virtude do acréscimo de massa e da capacidade que o corpo humano possui de absorver energia, justificando a representação do corpo humano por modelos tipo massa-mola-amortecedor. Nas situações em que a massa das pessoas é significativa em relação à massa da estrutura, como é o caso das arquibancadas temporárias, o efeito torna-se mais acentuado. Essas estruturas têm menor rigidez na direção lateral, justificando o objetivo da presente pesquisa de investigar para esta direção o efeito que a presença de pessoas provoca em uma arquibancada temporária. Para o desenvolvimento da pesquisa, um protótipo de arquibancada com capacidade aproximada para 100 pessoas foi montada em laboratório e testes modais foram realizados com a estrutura vazia e parcialmente ocupada por pessoas. Modelos em elementos finitos (EF) foram desenvolvidos no software Ansys. Dados experimentais e resultados do modelo em EF da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas sentadas e em pé foram correlacionados para ajustar um modelo biodinâmico representando espectadores sentados e m pé. Um modelo biodinâmico de um grau de liberdade (1GDL) foi proposto em pesquisa já realizada, sendo adaptado para as condições das pessoas na arquibancada. Análises transientes utilizando o Ansys também foram realizadas para ajustar o coeficiente de amortecimento dos modelos biodinâmicos. Definidos os modelos biodinâmicos, investigações sobre as propriedades de vibração da estrutura quando foi gradualmente ocupada por estes modelos, foram realizadas. Os resultados demonstram mudanças significativas nas frequências naturais da estrutura quando ocupada por pessoas sentadas e em pé, quando comparadas com as frequências naturais da arquibancada vazia. Estas situações demonstram a importância de se considerar o efeito da presença de pessoas sentadas e em pé em arquibancadas temporárias e sua representação através de modelos biodinâmicos.

Palavras-chave: Arquibancada temporária, modelo biodinâmico, vibração lateral.

## MODELING OF THE VIBRATION BEHAVIOR OF STEEL TEMPORARY GRANDSTANDS DUE TO THE PRESENCE OF SPECTATORS

#### **ABSTRACT**

Studies have shown that the presence of people generates changes in the dynamic behavior of structures due to the increase of mass and the ability of the human body to absorb energy, justifying the representation of the human body by mass-spring-damper models. In situations where the mass of people are significant in relation to the mass of the structure, as in the case of temporary stands, the effect becomes more pronounced. These structures have less stiffness in the lateral direction, justifying the purpose of the present study to investigate the effect in this direction that causes the presence of people in a temporary grandstand. For the development, a prototype grandstand with a capacity of approximately 100 people was assembled in the laboratory and modal tests were performed with the empty structure and also partially occupied by people. Models in finite element (FE) were developed using the software Ansys. Experimental data and FE model results with 5, 8 and 12 people seated were correlated to adjust a biodynamic model representing seated and standing spectators. The biodynamic model, conceived as a single degree of freedom (SDOF), was proposed in a survey undertaken, being adapted to the conditions of the people in the stands. Transient analysis using ANSYS were also performed to adjust the damping coefficient of biodynamic models. Once the biodynamic models were defined, investigations on the vibration properties of the structure when it was gradually occupied by these models were performed. The results show significant changes in natural frequencies of stucture when occupied by seated and standing people when compared with the natural frequencies of the empty stand. These situations demonstrate the importance of considering the effect of people in temporary grandstand and its representation through biodynamic models.

KEY WORDS: Temporary grandstand; Biodynamic model; Transverse vibration.

## SUMÁRIO

| 1  | INT | RODUÇÃO   |
|----|-----|---|
|    | 1.1 | Objetivos   |
|    |     | 1.1.1 Objetivo geral  |
|    |     | 1.1.1 Objetivos específicos   |
|    | 1.2 | Estrutura do trabalho   |
| 2  | FUN | IDAMENTAÇÃO TEÓRICA   |
|    | 2.1 | O efeito das pessoas sobre estruturas                                 |
|    | 2.2 | Modelos biodinâmicos  |
|    | 2.3 | Modelagem de multidão   |
| 3. | EST | UDOS PRÉVIOS DO OBJETO DE ESTUDO2                                     |
|    | 3.1 | Testes modais realizados com o modelo experimental da                 |
|    |     | arquibancada2   |
|    | 3.2 | Modelo numérico da arquibancada vazia                                 |
| 4. | ME  | TODOLOGIA4  |
|    | 4.1 | Determinação da frequência natural e da razão de amortecimento dos    |
|    |     | modelos experimentais da arquibancada parcialmente                    |
|    |     | ocupada   |
|    | 4.2 | Modelagem numérica da arquibancada parcialmente ocupada 4             |
|    | 4.3 | Ajuste do modelo biodinâmico para pessoas sentadas                    |
|    | 4.4 | Testes experimentais para determinação da transmissibilidade do corpo |
|    |     | humano  |
|    | 4.5 | Ajuste do modelo biodinâmico para pessoas em pé e do conjunto         |
|    |     | massa-mola-amortecedor do modelo biodinâmico para postura             |
|    |     | sentada5  |
|    | 4.6 | Ajuste final do coeficiente de amortecimento dos modelos              |

|    |      | biodinâmicos   | 56  |
|----|------|--|-----|
|    | 4.7  | Modelagem numérica da arquibancada lotada                            | 58  |
| 5. | RES  | ULTADOS EXPERIMENTAIS DA ARQUIBANCADA                                |     |
|    | PAR  | CIALMENTE OCUPADA  | 61  |
|    | 5.1  | Determinação das frequências naturais através da identificação dos   |     |
|    |      | picos de resposta  | 62  |
|    | 5.2  | Determinação das frequências naturais e das razões de amortecimento  |     |
|    |      | por ajuste de curva  | 65  |
|    | 5.3  | Determinação das frequências naturais pelo decaimento do sinal e das |     |
|    |      | razões de amortecimento pelo decremento logarítmico                  | 68  |
|    | 5.4  | Resumo das frequências naturais e das razões de amortecimento do     |     |
|    |      | modelo experimental da arquibancada parcialmente ocupada             | 74  |
| 6  | RES  | ULTADOS EXPERIMENTAIS DA TRANSMISSIBILIDADE                          | 79  |
| 7  | MOI  | DELO BIODINÂMICO PARA PESSOAS SENTADAS                               | 86  |
| 8  | MOI  | DELO BIODINÂMICO PARA PESSOAS EM PÉ                                  | 105 |
| 9  | COM  | MPORTAMENTO DINÂMICO DO MODELO NUMÉRICO DA                           |     |
|    | ARÇ  | QUIBANCADA LOTADA  | 116 |
| 10 | CON  | ICLUSÕES   | 120 |
|    | 10.1 | Contribuições da pesquisa  | 124 |
|    | 10.2 | Sugestões para futuros trabalhos                                     | 125 |
| 11 | REF. | ERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS  | 126 |
| 12 | APÊ. | NDICE.   | 134 |

## LISTA DE FIGURAS

| Figura 2.1  | Modelo biodinâmico proposto por Stein et al (2007)              | 14 |
|-------------|---|----|
| Figura 2.2  | Postura assumida durante testes realizados por Stein et al      |    |
|             | (2007)  | 15 |
| Figura 2.3  | Modelo biodinâmico para pessoas em pé proposto por Matsumoto e  |    |
|             | Griffin (2003)  | 16 |
| Figura 2.4  | Modelo biodinâmico para pessoas em pé proposto por Ji           |    |
|             | (1995)  | 18 |
| Figura 2.5  | Modelo biodinâmico proposto por Rosen e Arcan                   |    |
|             | (2003)  | 20 |
| Figura 2.6  | Modelo biomecânico do corpo humano sentado (à esquerda) e de pé |    |
|             | (à direita) por Sim et al (2006)                                | 23 |
| Figura 2.7  | Modelo do conjunto estrutura-multidão proposto por Sim et al    |    |
|             | (2006)  | 23 |
| Figura 2.8  | Modelo de multidão proposto por Sachse et al (2002)             | 24 |
| Figura 2.9  | Modelo estrutura-pessoas proposto por Sachse et al (2002)       | 24 |
| Figura 2.10 | Modelo estrutura-pessoas proposto por Agu e Kaspersky           |    |
|             | (2010)  | 25 |
| Figura 2.11 | Modelo estrutura-pessoas proposto Jones et al (2011)            | 26 |
| Figura 3.1  | Arquibancada  | 28 |
| Figura 3.2  | Alambrado   | 29 |
| Figura 3.3  | Escada  | 29 |
| Figura 3.4  | Arquibancada com 12 pessoas sentadas                            | 30 |
| Figura 3.5  | Arquibancada com 8 pessoas em pé                                | 30 |
| Figura 3.6  | Arquibancada com corpos de prova equivalente a 8 pessoas        | 31 |
| Figura 3.7  | Martelo de impacto  | 31 |
| Figura 3.8  | Acelerômetro na arquibancada                                    | 32 |
| Figura 3.9  | Detalhes do modelo do tablado utilizado                         | 34 |

| Figura 3.10 | Pequeno protótipo de arquibancada                                 |
|-------------|---|
| Figura 3.11 | Modelo da arquibancada vazia                                      |
| Figura 4.1  | Modelo biodinâmico adotado para a direção lateral                 |
| Figura 4.2  | Postura em pé   |
| Figura 4.3  | Postura sentada   |
| Figura 4.4  | Acelerômetro na (a) passarela, (b) no assento e (c) na pessoa     |
| Figura 4.5  | Vista lateral da passarela (Fernandes. 2007)                      |
| Figura 4.6  | Régua potenciométrica, cilindro pneumático e passarela            |
| Figura 5.1  | Sinais de resposta no domínio da frequência do modelo             |
|             | experimental da arquibancada vazia                                |
| Figura 5.2  | Sinais de resposta no domínio da frequência do modelo             |
|             | experimental da arquibancada com pessoas sentadas através dos     |
|             | picos de resposta   |
| Figura 5.3  | Sinais de resposta no domínio da frequência do modelo             |
|             | experimental da arquibancada com pessoas em pé através dos picos  |
|             | de resposta   |
| Figura 5.4  | Sinais de resposta no domínio da frequência do modelo             |
|             | experimental da arquibancada com massas inertes através dos picos |
|             | de resposta   |
| Figura 5.5  | Indicação dos pontos de medição na direção lateral                |
| Figura 5.6  | Ajuste de curva para a arquibancada com 12 pessoas sentadas       |
| Figura 5.7  | Ajuste de curva para a arquibancada com 12 pessoas em pé          |
| Figura 5.8  | Ajuste de curva para a arquibancada com massas equivalentes a 12  |
|             | pessoas   |
| Figura 5.9  | Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 8       |
|             | pessoas em pé   |
| Figura 5.10 | Sinal de resposta no domínio da frequência da arquibancada com 8  |
|             | pessoas em pé   |
| Figura 5.11 | Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 8       |
|             | pessoas em pé após filtragem                                      |
| Figura 5.12 | Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 5       |
|             | pessoas sentadas após filtragem                                   |
| Figura 5.13 | Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 8       |

|             | pessoas sentadas após filtragem                                    | 71 |
|-------------|--|----|
| Figura 5.14 | Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 5        |    |
|             | pessoas em pé após filtragem                                       | 72 |
| Figura 5.15 | Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 8        |    |
|             | pessoas em pé após filtragem                                       | 72 |
| Figura 5.16 | Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com massas   |    |
|             | equivalentes a 5 pessoas após filtragem                            | 73 |
| Figura 5.17 | Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com massas   |    |
|             | equivalentes a 8 pessoas após filtragem                            | 73 |
| Figura 5.18 | Frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com    |    |
|             | pessoas sentadas   | 75 |
| Figura 5.19 | Frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com    |    |
|             | pessoas em pé  | 75 |
| Figura 5.20 | Frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com    |    |
|             | massas equivalentes as pessoas                                     | 76 |
| Figura 5.21 | Razões de amortecimento do modelo experimental da arquibancada     |    |
|             | com pessoas sentadas   | 77 |
| Figura 5.22 | Razões de amortecimento do modelo experimental da arquibancada     |    |
|             | com pessoas em pé  | 77 |
| Figura 5.23 | Razões de amortecimento do modelo experimental da arquibancada     |    |
|             | com massas equivalentes as pessoas                                 | 78 |
| Figura 6.1  | Sinais de entrada no domínio do tempo do indivíduo 5 na postura    |    |
|             | em pé a uma frequência de 0,5 Hz                                   | 80 |
| Figura 6.2  | Sinais de saída no domínio do tempo do indivíduo 5 na postura em   |    |
|             | pé a uma frequência de 0,5 Hz.                                     | 80 |
| Figura 6.3  | Espectro do sinal de entrada do indivíduo 5 na postura em pé a uma |    |
|             | frequência de 0,5 Hz   | 81 |
| Figura 6.4  | Espectro do sinal de saída do indivíduo 5 na postura em pé a uma   |    |
|             | frequência de 0,5 Hz   | 81 |
| Figura 6.5  | Sinais de entrada filtrados no domínio do tempo do indivíduo 5 na  |    |
|             | postura em pé a uma frequência de 0,5 Hz                           | 82 |
| Figura 6.6  | Sinais de saída filtrados no domínio do tempo do indivíduo 5 na    |    |
|             | postura em pé a uma frequência de 0,5 Hz                           | 82 |
|             |  |    |

| Figura 7.1 | Frequências naturais do modelo experimental e do modelo numérico  |     |
|------------|---|-----|
|            | da arquibancada com o modelo biodinâmico de Rosen e Arcan         |     |
|            | (2003)  | 87  |
| Figura 7.2 | Estudo da sensibilidade da frequência em relação à m <sub>1</sub> | 88  |
| Figura 7.3 | Estudo da sensibilidade da frequência em relação à m2             | 88  |
| Figura 7.4 | Estudo da sensibilidade da frequência em relação à k <sub>b</sub> | 89  |
| Figura 7.5 | Frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com   |     |
|            | pessoas sentadas e do modelo numérico da arquibancada com o       |     |
|            | modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003) e modelo               |     |
|            | biomecânico ajustado  | 91  |
| Figura 7.6 | Frequências naturais do modelo experimental e do modelo numérico  |     |
|            | do sistema arquibancada pessoas sentadas após análise             |     |
|            | transiente  | 97  |
| Figura 7.7 | Razões de amortecimento do modelo experimental e dos modelos      |     |
|            | numéricos do sistema arquibancada-pessoas sentadas                | 104 |
| Figura 8.1 | Modelo bidinâmico para pessoas em pé                              | 106 |
| Figura 8.2 | Frequências naturais do modelo experimental e do modelo numérico  |     |
|            | da arquibancada com modelos biodinâmicos                          |     |
|            | ajustados   | 107 |
| Figura 8.3 | Estudo do valor da massa inerte para o modelo biodinâmico em pé   | 109 |
| Figura 8.4 | Razão de amortecimento do modelo experimental e dos modelos       |     |
|            | numéricos da arquibancada parcialmente ocupada por pessoas em     |     |
|            | pé  | 115 |
| Figura 9.1 | Frequências naturais do modelo numérico da arquibancada lotada    |     |
|            | por pessoas sentadas e em pé                                      | 118 |
| Figura A.1 | Modelo massa-mola-amortecedor de 1GDL com excitação senoidal      |     |
|            | na base   | 134 |

## LISTA DE TABELAS

| Tabela 2.1 | Parâmetros propostos por Rosen e Arcan (2003)                      | 21 |
|------------|--|----|
| Tabela 3.1 | Propriedades mecânicas e geométricas dos tubos                     | 32 |
| Tabela 3.2 | Constantes de mola das braçadeiras                                 | 33 |
| Tabela 3.3 | Constantes de mola do tablado                                      | 34 |
| Tabela 3.4 | Constantes de mola da fixação e solda do tablado no pórtico        | 35 |
| Tabela 3.5 | Constantes de mola das conexões tipo anel, tipo pino e tipo        | 37 |
|            | excêntrica   |    |
| Tabela 3.6 | Frequências naturais do modelo experimental, do modelo numérico    | 37 |
|            | III e refinado da arquibancada vazia                               |    |
| Tabela 3.7 | Comparação das frequências naturais e dos índices MAC e FER        | 39 |
|            | para arquibancada vazia pós-atualização manual                     |    |
| Tabela 3.8 | Parâmetro antes e após a atualização automática da arquibancada    | 40 |
|            | vazia  |    |
| Tabela 3.9 | Frequências e índices MAC e FER para o modelo atualizado da        | 41 |
|            | arquibancada vazia   |    |
| Tabela 4.1 | Massa corporal média e limites para m <sub>2</sub>                 | 50 |
| Tabela 4.2 | Valores de m2 utilizados na atualização do modelo biodinâmico      | 50 |
| Tabela 5.1 | Frequências naturais e amortecimentos obtidos pelo ajuste de       |    |
|            | curva  | 67 |
| Tabela 5.2 | Frequência natural da arquibancada com 8 pessoas em pé             | 70 |
| Tabela 5.3 | Frequências naturais pelo decaimento em vibração livre e razões de |    |
|            | amortecimento pelo decremento logarítmico após filtragem dos       |    |
|            | sinais   | 74 |
| Tabela 6.1 | Dados antropométricos dos indivíduos                               | 79 |
| Tabela 6.2 | Amplitudes máximas e transmissibilidade do indivíduo 5 -           |    |
|            | Frequência de excitação 0,5 Hz                                     | 83 |
| Tabela 6.3 | Amplitudes médias de entrada e de saída (em m/s²) e                |    |

|             | transmissibilidades dos indivíduos na postura em pé              |
|-------------|--|
| Tabela 6.4  | Amplitudes médias de entrada e de saída (em m/s²) e              |
|             | transmissibilidades dos indivíduos na postura em sentada         |
| Tabela 7.1  | Frequências naturais dos modelos experimentais da arquibancada   |
|             | com pessoas sentadas e dos modelos numéricos com modelo          |
|             | biodinâmico de Rosen e Arcan (2003)                              |
| Tabela 7.2  | Frequências naturais do modelo numérico da arquibancada com      |
|             | pessoas representadas por modelos biodinâmicos e por massas      |
|             | estáticas m <sub>2</sub>   |
| Tabela 7.3  | Frequências naturais do modelo numérico da arquibancada com      |
|             | pessoas sentadas representadas apenas por massa inerte m2 e com  |
|             | modelo biodinâmico e estrutura com frequências naturais          |
|             | iguais   |
| Tabela 7.4  | Variação das frequências naturais em relação a m2                |
| Tabela 7.5  | Modelo biodinâmico ajustado                                      |
| Tabela 7.6  | Frequências naturais do modelo numérico da arquibancada com as   |
|             | pessoas representadas pelo modelo biodinâmico ajustado e pela    |
|             | massa corporal média   |
| Tabela 7.7  | Modelo biodinâmico para pessoas sentadas                         |
| Tabela 7.8  | Razão de amortecimento do modelo experimental e do modelo        |
|             | numérico da arquibancada para C=136,3 Ns/m                       |
| Tabela 7.9  | Ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico     |
|             | para pessoas sentadas em relação à razão de amortecimento        |
| Tabela 7.10 | Distribuição da massa corporal para os segmentos dos membros     |
|             | inferiores   |
| Tabela 7.11 | Ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico     |
|             | para indivíduos sentados em relação à frequência natural         |
| Tabela 7.12 | Ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico     |
|             | para pessoas sentadas em relação ao coeficiente de amortecimento |
| Tabela 7.13 | Modelo biodinâmico para pessoas sentadas após análise transiente |
| Tabela 7.14 | Ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico     |
|             | para pessoas sentadas desconsiderando resultados dos testes de   |
|             | transmissilidade   |

| Tabela 7.15 | Ajuste final do coeficiente de amortecimento do modelo            |     |
|-------------|---|-----|
|             | biodinâmico para pessoas sentadas em relação ao coeficiente de    |     |
|             | amortecimento   | 102 |
| Tabela 7.16 | Ajuste final do coeficiente de amortecimento do modelo            |     |
|             | biodinâmico para pessoas sentadas em relação à frequência natural | 103 |
| Tabela 7.17 | Modelo biodinâmico final para pessoas sentadas                    | 104 |
| Tabela 8.1  | Modelo biodinâmico para postura em pé                             | 106 |
| Tabela 8.2  | Distribuição da massa corporal para pés e pernas                  | 108 |
| Tabela 8.3  | Modelo biodinâmico para postura em pé com massa inerte            | 109 |
| Tabela 8.4  | Razão de amortecimento do modelo experimental e do modelo         |     |
|             | numérico da arquibancada com pessoas em pé para C=190,8 Ns/m      | 110 |
| Tabela 8.5  | Ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico      |     |
|             | para pessoas em pé em relação a razão de amortecimento            | 111 |
| Tabela 8.6  | Modelo biodinâmico para postura em pé após análise transiente     | 111 |
| Tabela 8.7  | Ajuste final do coeficiente de amortecimento do modelo            |     |
|             | biodinâmico para pessoas em pé em relação à razão de              |     |
|             | amortecimento   | 113 |
| Tabela 8.8  | Ajuste final do coeficiente de amortecimento do modelo            |     |
|             | biodinâmico para pessoas em pé em relação a frequência natural    | 114 |
| Tabela 8.9  | Modelo biodinâmico final para postura em pé                       | 114 |
| Tabela 9.1  | Parâmetros dos modelos biodinâmicos para pessoas em pé e para     |     |
|             | pessoas sentadas considerando a massa corpórea de 81,63 kg        | 117 |
| Tabela 9.2  | Variação da frequência natural do modelo numérico da              |     |
|             | arquibancada em relação a ocupação gradual dos                    |     |
|             | tablados  | 119 |

### LISTA DE SÍMBOLOS

T(f)Transmissibilidade  $G_{io}$ Densidade espectral cruzada  $G_{ii}$ Densidade espectral de potência M(f) Massa aparente F(f) Força Aceleração a (f)  $G_{iF}$ Densidade espectral cruzada entre a força e a aceleração Densidade espectral de potência da aceleração  $G_{aa}$ Z(f) Impedância mecânica v(f) Velocidade  $G_{vF}$ Densidade espectral cruzada entre a força e a velocidade  $G_{vv}$ Densidade espectral de potência da velocidade Ângulo de fase entre a força e a velocidade  $\phi_{Fv}$ Potência absorvida P<sub>abs</sub>(f) k Constante elástica Coeficiente de amortecimento c deslocamento X massa m f frequência  $G_{xx}$ Densidade espectral de potência da resposta ξ Razão de amortecimento Frequência natural  $f_n$  $\varphi(f)$ Ângulo de fase

### LISTA DE SIGLAS

BRE Building Research Establishment

BSI British Standard Institution

BS British Standard

GDL Grau de liberdade

LABEME Laboratório de ensaios de materiais e estruturas

NBR Norma Brasileira

NM Norma Mercosul

RMS Root Mean Square

UFPB Universidade Federal da Paraíba

## CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

As arquibancadas são estruturas utilizadas para organizar o público que assiste a determinados eventos bem como para proporcionar boa visibilidade a estes espectadores, se atendidos determinados cuidados com a inclinação.

Compostas por apoio para os pés, assentos, degraus e guarda-corpos e com dimensões de acordo com o número de pessoas que se deseja ou se espera atender, quando considerado o período de sua utilização, as arquibancadas podem ser classificadas como permanentes ou temporárias. Enquanto as arquibancadas permanentes, geralmente confeccionadas em concreto armado, são fixadas em um mesmo local durante toda sua vida útil, as arquibancadas temporárias, que também são montadas "in loco", permanecem armadas apenas até o fim do evento a que se destina, sendo instaladas em eventos de curta duração como torneios esportivos, eventos religiosos, cívicos e de lazer, etc.

As arquibancadas temporárias são comumente constituídas por elementos metálicos (barras e conectores) em virtude da facilidade de montagem e remontagem, capacidade de múltipla reutilização e razoável facilidade de transporte que estes componentes proporcionam. Suas barras são geralmente de seções tubulares de aço, onde são fixados os tablados ou cadeiras dispostos em fileiras com níveis em forma de degrau que servirão de assento para o público.

Nessas estruturas, o número de componentes ligados por conexões ou simplesmente apoiados é elevado, fazendo-as apresentar um comportamento estrutural complexo. Outra situação que chama a atenção para este tipo de estrutura é a possibilidade de mudança de comportamento de seus componentes ao longo de sua vida útil em virtude do desgaste acarretado pelo alto grau de reutilização destas estruturas em lugares diferentes. Além disso, em visitas técnicas as empresas montadoras deste tipo de estrutura, Brito (2005)

detectou grande variabilidade de sistemas estruturais, materiais, tipos de conexões e apoios empregados.

Durante o levantamento de casos de colapsos de arquibancadas temporárias realizado por Brito e Pimentel (2009) foram identificados, entre os anos de 1889 e 2008, 93 casos de colapso, levando ao óbito 85 pessoas e ferindo outras 6.350. Entre as possíveis causas identificadas nos acidentes, destaca-se o excesso de carga, associado à excitação dinâmica, uma vez que foi observado o movimento de pessoas sobre as estruturas antes de seus colapsos com a percepção de vibração.

Conforme Brito (2011), o número elevado de acidentes envolvendo arquibancadas temporárias tem levado ao questionamento de vários aspectos relativos à segurança e ao conforto que estas estruturas proporcionam. A diversidade de comportamento do público que ocupa estas estruturas e a multiplicidade de eventos que estas estruturas atendem, tornam seu estudo mais complexo, pois geram carregamentos diferentes. Littler (2005), em estudo realizado sobre as características dinâmicas das arquibancadas vazias como também as respostas das arquibancadas ocupadas por pessoas durante eventos esportivos e culturais, além de abordar as questões relacionadas à estimativa de carga e de manutenção, identificou que eventos esportivos e musicais produzem carregamentos diferentes em relação ao comportamento dinâmico da arquibancada.

A principal preocupação do estudo destas estruturas é o efeito externo da vibração do corpo humano na resposta dinâmica da estrutura (SIM *et al*, 2006). Vários estudos têm demonstrado que a presença das pessoas modifica o comportamento dinâmico das estruturas, fazendo-as apresentar características diferentes de quando se encontra vazia, principalmente quando a massa das pessoas é razoavelmente superior a da estrutura, como é o caso das arquibancadas temporárias metálicas. Por exemplo, Littler (1996) observou a redução das frequências naturais e aumento do amortecimento destas estruturas quando ocupadas por pessoas.

Desta forma, as pessoas agem sobre a estrutura como um sistema dinâmico do tipo massa-mola-amortecedor, sendo o uso de modelos biodinâmicos a melhor forma de representá-las.

Conforme Brito (2011), devido ao número expressivo de apoios as arquibancadas temporárias praticamente não apresentam problemas na direção vertical enquanto que na direção horizontal estas estruturas apresentam menor rigidez, favorecendo o surgimento de

problemas nesta direção. Littler (1996), durante o acompanhamento da montagem de 14 arquibancadas, verificou que havia uma tendência de diminuição das frequências naturais referentes aos modos de vibração das direções lateral e frente-ré à medida que as alturas das arquibancadas eram aumentadas, sendo mais acentuado para a direção lateral. Neste mesmo estudo, o autor apresenta a lateral como a direção de maior interesse para o estudo do comportamento das arquibancadas temporárias, visto que estas estruturas apresentam maior sensibilidade para esta direção quando há movimentação de pessoas sobre elas.

Visando estabelecer que as frequências naturais das arquibancadas temporárias vazias na direção horizontal possuam valores superiores à faixa de frequência apresentada por pessoas dançando, Littler (1996) recomendou que estas estruturas apresentem, para a direção horizontal, frequências naturais acima de 4 Hz. O mesmo valor limite é apresentado pela BS 6399 (BSI 1996) a fim de evitar efeitos significativos de ressonância.

Apesar da lateral se apresentar como a direção de maior interesse para o estudo das arquibancadas temporárias, a maior parte das pesquisas sobre a dinâmica do corpo humano vem sendo desenvolvida para a direção vertical, e, portanto, a maioria dos modelos biodinâmicos é gerada para essa direção. Entre os modelos biodinâmicos individuais encontrados na literatura, o apresentado por Rosen e Arcan (2003) é bastante completo. Este modelo representa a dinâmica do corpo humano para as três direções, vertical, frenteré e lateral, sendo esta última direção objeto de estudo da presente pesquisa.

As propriedades dinâmicas do corpo humano dependem principalmente da magnitude de vibração a que ele está sujeito. Como, segundo Griffin (1990), os níveis de vibração encontrados nas estruturas são consideravelmente inferiores àqueles impostos pela biomecânica para obter os modelos biomecânicos, é imprescindível refinar os modelos representativos das pessoas na estrutura.

De acordo com Sim *et al* (2006), teoricamente os modelos biodinâmicos individuais poderiam simplesmente ser somados para produzir um modelo da multidão. Entretanto, isto leva a um modelo com um número de graus de liberdade elevado. Pesquisas têm apresentado que uma multidão passiva pode ser representada por único modelo, entretanto, os modelos encontrados na literatura ainda se destinam apenas para a direção vertical.

Visando estudar o comportamento dinâmico na direção lateral de uma arquibancada temporária quando preenchida por pessoas, ora de pé, ora sentadas, o presente estudo

utiliza dados experimentais da arquibancada ocupada por 5, 8 e 12 pessoas sentadas e por 5, 8 e 12 pessoas em pé, bem como o modelo numérico representativo da arquibancada vazia para desenvolver um modelo biodinâmico para pessoas sentadas e para verificar o grau de representação do modelo biodinâmico para pessoas em pé com o suporte de medições complementares a partir de estudos sobre a transmissibilidade do corpo humano.

Assim como os dados experimentais referentes à arquibancada, aqueles obtidos a partir de novos experimentos e que levaram a elaboração do modelo biodinâmico para pessoas em pé foram levantados em testes realizados no Laboratório de Ensaios de Materiais e Estruturas (LABEME) da Universidade Federal da Paraíba (UFPB), Campus I. Em relação ao modelo numérico da arquibancada vazia, este foi desenvolvido por Brito (2011) e ajustado por Peña et al (2013).

#### 1.1 OBJETIVOS

#### 1.1.1 Objetivo geral

Estudar para a direção lateral o comportamento dinâmico de uma arquibancada temporária metálica, quando ocupadas por pessoas sentadas e em pé.

#### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Determinar e analisar os parâmetros dinâmicos (amortecimento, modos de vibração e frequências naturais), a partir de dados experimentais fornecidos por estudo anterior de um protótipo de arquibancada temporária;
- Desenvolver modelos numéricos para representação dos espectadores sentados e em pé através de modelos biodinâmicos.
- Simular a ocupação da arquibancada por pessoas sentada e em pé.

#### 1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Após este capítulo de introdução no qual é definido e caracterizado de forma geral o objeto de estudo, justificada a pesquisa e apresentados os objetivos, o capítulo seguinte se destina a apresentar estudos que identificaram alterações nas propriedades dinâmicas de estruturas em virtude da ocupação por pessoas, discursões sobre a representação das pessoas por modelos biodinâmicos e a disponibilidade de modelos biomecânicos na literatura.

No terceiro capítulo são apresentados estudos anteriores cujos resultados foram utilizados na presente pesquisa, citando-se os testes que foram realizados e equipamentos usados, as condições em que se encontrava a arquibancada quanto a sua ocupação, como foi construído o modelo numérico da arquibancada vazia e como foi melhor ajustado. Também são apresentadas as características físicas da arquibancada e onde foram usadas as informações anteriormente levantadas.

O quarto capítulo destina-se a apresentação dos procedimentos e equipamentos utilizados para desenvolver a pesquisa. Nele estão presentes os procedimentos utilizados para mensurar as frequências naturais e as razões de amortecimento dos modelos experimentais da arquibancada com pessoas, e para ajustar o modelo biodinâmico para pessoas sentadas. São descritos também os testes experimentais e o processo empregado para o desenvolvimento do modelo biodinâmico para pessoas em pé assim como a modelagem numérica da arquibancada lotada.

Os resultados alcançados a partir dos procedimentos realizados do capítulo anterior são apresentados a partir do quinto até o nono capítulo.

As conclusões e contribuições da pesquisa, assim como sugestões para continuidade do estudo, são vistas no décimo capítulo e no último capítulo, tem-se as referências bibliográficas.

### **CAPÍTULO II**

## **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

O público que assiste eventos esportivos, culturais ou religiosos pode apresentar diferentes comportamentos. Podem ser encontrados grupos de pessoas passivas, em pé ou sentadas, e ativas, desempenhando atividades como saltar, correr, dançar, etc. Quando as pessoas assistem os eventos em estruturas de arquibancadas, estes diferentes comportamentos podem interferir na resposta dinâmica das estruturas visto que as características dinâmicas de um indivíduo passivo podem ser diferentes das características dinâmicas de um indivíduo ativo.

De acordo com Jones *et al* (2011) os indivíduos passivos tendem a ter mais amortecimento e rigidez do que os ativos. Assim, as pessoas passivas podem causar interferência na resposta da estrutura quando parte das pessoas sobre a estrutura se movimentam e parte se encontra parado. Harrison e Wright (2005), estudando o efeito que um indivíduo passivo pode causar numa plataforma enquanto outro salta, observou que a presença da pessoa passiva causou redução significativa sobre os níveis de resposta da estrutura.

Conforme Ellis *et al* (2000), apenas a parte da multidão parada é que interage com a estrutura enquanto que a parte que salta atua como carga. Estas cargas, segundo Jones *et al* (2011), quando geradas por multidões, diferem de simples múltiplos de cargas dinâmicas individuais principalmente devido à falta de sincronia entre os membros da multidão provocar defasagens entre as cargas aplicadas por cada indivíduo. Para grandes multidões isto é uma questão importante, pois além de reduzir a amplitude de carga máxima, membros da multidão descoordenados ou passivos também podem absorver um pouco da energia posta na estrutura por membros da multidão coordenados (HARRISON E WRIGHT, 2005).

Tratando-se de arquibancadas temporárias, a intensidade e características das cargas aplicadas variam conforme a conduta dos espectadores e do tipo de evento (BRITO e PIMENTEL, 2009). Assim, dependendo do tipo de evento, a estrutura pode apresentar respostas diferentes. Conforme Jones *et al* (2011), os eventos musicais tendem a induzir maior resposta de aceleração à estrutura do que os eventos esportivos e, segundo Caprioli et al (2006), tendem a sincronizar os movimentos das pessoas que os assistem dando origem a frequências de excitação bem definidas. Essa sincronização pode elevar o nível da vibração a limites inaceitáveis (CATBAS E GUL, 2009).

Diante do que foi exposto, tem-se duas situações para as estruturas sujeitas a ação das pessoas e que segundo Mazzoleni e Zappa (2012), devem ser analisadas durante a fase de projeto das estruturas: as modificações dos parâmetros devido à presença das pessoas estáticas, e as cargas dinâmicas induzidas pelo movimento das pessoas. A presente pesquisa se deterá a analisar as modificações do comportamento dinâmico de uma arquibancada quando sujeita a ocupação por pessoas sentadas e por pessoas em pé.

#### 2.1 O EFEITO DAS PESSOAS SOBRE AS ESTRUTURAS

A vibração de arquibancadas sujeitas à ocupação e a ações dinâmicas das pessoas é um problema de importância crescente e a previsão de respostas a estas solicitações e a garantia de conforto de seus ocupantes é um campo complexo que está sujeito a interpretações muito diferentes e a grandes incertezas. Desenvolvido na última década em virtude da presença de pessoas sobre estruturas alterar suas propriedades dinâmicas, o fenômeno da interação estrutura-pessoas tem sido reconhecido recetemente como um grande desenvolvimento na previsão de respostas das estruturas à ação dinâmica.

Conforme Silva (2011), uma das formas do corpo humano interagir com as estruturas dar-se através da modificação do comportamento dinâmico do sistema em virtude da adição de massa referente à presença de pessoas, bem como pelo aumento do amortecimento do sistema, devido à capacidade que o corpo humano possui de absorver energia vibratória. Isto pode ser observado em várias pesquisas como a desenvolvida por Sim *et al* (2006), sobre os efeitos da presença de pessoas paradas em uma arquibancada e por Littler (1996), na qual é apresentada uma visão geral sobre as medições realizadas pelo

Building Research Establishment (BRE) em 40 (quarenta) arquibancadas temporárias vazias e em 18 (dezoito) destas quando ocupadas durante eventos esportivos e musicais. Nestes dois estudos foram observadas diminuições nas frequências naturais e elevações nos amortecimentos quando as estruturas eram ocupadas por pessoas. Mais tarde, em um levantamento mais amplo sobre o estudo desenvolvido desde 1991 pela BRE em mais de 100 (cem) arquibancadas temporárias, retráteis e permanentes, entre as quais mais de 50 (cinquenta) eram temporárias, Littler (2005) também identificou mudanças significativas nas frequências horizontais de algumas arquibancadas temporárias.

Citado anteriormente, o estudo desenvolvido por Sim *et al* (2006) também demonstrou que multidões em repouso sobre estruturas que apresentam frequências naturais baixas acrescentam massa significativa para o sistema multidão-estrutura, enquanto que em estruturas de frequências naturais elevadas, a presença de multidão na estrutura adiciona amortecimento significativo. Ambos os casos ocasionaram redução da frequência natural da estrutura.

A pesquisa realizada por Barker e Mackenzie (2008) chama a atenção para publicações que identificaram um aumento do amortecimento do sistema estrutura-pessoa e, consequentemente, uma redução da resposta estrutural, nos casos de ocupação de estruturas por um grande número de indivíduos.

Outro estudo que também identificou o aumento de amortecimento em estrutura devido à presença de pessoas foi o desenvolvido por Salyards e Brennan (2014). Além de também observar uma diminuição na frequência natural para a maior parte dos casos estudados, os pesquisadores ressaltaram que o nível de aumento do amortecimento dependeu do tipo de postura sentada assumida pelos ocupantes (ereto, relaxado e com tronco para frente e cotovelo apoiado). A estrutura estudada tratava-se de uma estrutura de aço em balanço cujos apoios eram ajustáveis. O experimento foi realizado para diferentes tamanhos de grupo de pessoas e cinco faixas de frequência natural da estrutura vazia (4,21; 5,41; 6,27; 7,30 e 8,05Hz), atingidas através do ajuste dos apoios.

Butz *et al* (2008), em seu projeto de desenvolvimento de modelos de carga avançados para a excitação de pedestre, afirmaram que a ocupação da estrutura por uma multidão pode provocar mudanças nas frequências naturais do sistema, condição que já tinha sido identificada por Ellis e Ji (1997), para pessoas paradas.

Agu e Kasperski (2010) monitorando uma laje de um estádio observaram que suas frequências naturais diminuíam de forma aproximadamente constante até a laje ser completamente ocupada. Neste mesmo estudo, os autores verificaram que a presença de pessoas pode alterar consideravelmente o comportamento dinâmico das estruturas.

Alguns estudos também chamam a atenção para as estruturas delgadas. O desenvolvido por Ellis e Ji (1997), mostrou que nas situações em que a massa das pessoas é razoavelmente grande em relação à massa da estrutura, a interação entre homemestrutura pode efetivamente alterar as características do sistema, devendo-se, portanto avaliar-se a sua inclusão na modelagem. A pesquisa realizada por Sachse *et al* (2002) identificou que a presença de indivíduos pode aumentar significativamente o amortecimento das estruturas delgadas.

Diante do que foi expresso anteriormente, verifica-se que projetos de estruturas não podem ser concebidos considerando as pessoas sobre a estrutura simplesmente como massa. Sachse *et al* (2003) também afirmam que o aumento observado no amortecimento das estruturas devido à ocupação por pessoas não pode ser explicado pela modelagem desses ocupantes humanos apenas por massa adicional, assim como o estudo desenvolvido em 2002 por estes mesmos pesquisadores, em que 5 pessoas sentadas em uma laje foram substituídas por massas estáticas equivalentes, mostraram que o uso deste tipo de representação pode provocar influências diferentes no amortecimento e frequência natural da estrutura.

Desta forma, as pessoas devem ser representadas nas estruturas como um sistema dinâmico do tipo massa-mola-amortecedor. Visando a concepção de projetos estruturais seguros e econômicos, Sachse *et al* (2003) chamam a atenção para a necessidade de antecipadamente identificar-se com precisão as modificações que a ocupação humana acarreta no comportamento dinâmico das estruturas. O uso de modelos biodinâmicos acoplados aos modelos numéricos das estruturas geralmente conseguem simular este efeito. Porém, é indispensável refinar tais modelos, principalmente em virtude das propriedades do corpo humano dependerem fortemente da magnitude de vibração e, conforme Griffin (1990), os modelos que se encontram na literatura são originados de estudos da biomecânica em que o nível de vibração utilizado para desenvolvê-los é superior aos níveis de vibração das estruturas.

Outra restrição a ser considerada na modelagem das pessoas é quanto ao uso de valores médios das características dinâmicas do corpo humano. Agu e Kasperski (2010) julgam não ser adequado seu uso em todos os casos, pois ao simularem a presença de pessoas em uma laje de estádio, observaram que quanto menor o grupo de pessoas na estrutura, maior a dispersão das características dinâmicas do sistema e, dependendo da razão entre a massa da estrutura vazia e das pessoas, mesmo para grandes grupos a dispersão das características dinâmicas pode ser grande.

#### 2.2 MODELOS BIODINÂMICOS

A descrição quantitativa do comportamento dinâmico do corpo humano concentrase na identificação e levantamento de parâmetros que apresentam dados significativos sobre a movimentação do corpo e que possam ser utilizados no desenvolvimento de modelos que descrevam o comportamento do corpo submetido à vibração (BECKER, 2006).

Pode-se citar como parâmetros descritores do comportamento humano à vibração, a transmissibilidade, a massa aparente, a impedância mecânica e a potência absorvida. Cada um destes parâmetros é obtido conforme as variáveis mensuradas durante a realização do experimento.

De acordo com Sachse *et al* (2003), os experimentos geralmente são realizados expondo-se as pessoas a vibração e mensurando-se a força aplicada e a aceleração ou a velocidade de resposta. Conforme Griffin (1990), as variáveis podem ser medidas em diferentes pontos ou no mesmo ponto. A transmissibilidade normalmente é definida pela relação entre a aceleração medida no ponto de saída e no ponto de entrada. De acordo com Becker (2006), a transmissibilidade é diferente dos demais parâmetros, pois não está associada a um local específico do corpo humano. Segundo o mesmo autor um dos pontos de entrada da vibração para pessoa sentada é o assento e, para pessoas de pé, é o chão. Conforme Griffin (1990), a maior parte dos estudos investigou a relação entre a aceleração na direção vertical medida no assento e na cabeça, mas também é possível encontrar pesquisas, como a de Matsumoto e Griffin (2000), que mediram a transmissibilidade vertical entre o assento e a região torácica, lombar e a pélvis.

Quando a excitação é senoidal, a sua determinação é feita a partir da razão entre os valores RMS. (*Root Mean Square*) do sinal de saída e do sinal de entrada. Nos casos em que a excitação é transiente, aleatória ou obtida de um experimento real, a transmissibilidade, T(f), é definida pela razão entre a densidade espectral cruzada  $G_{io}$  entre o sinal de entrada  $G_i$  e o sinal de saída  $G_o$ , e a densidade espectral de potência  $G_{ii}$  do sinal de entrada:

$$T(f) = \frac{G_{io}(f)}{G_{ii}(f)} \tag{2.1}$$

Da função complexa T(f), pode-se determinar o módulo T(f) e a fase  $\varphi(f)$ :

$$|T(f)| = \sqrt{[Re(T(f))]^2 + [Im(T(f))]^2}$$
 (2.2)

$$\varphi(f) = arctg \left\{ \frac{Im[T(f)]}{Re[T(f)]} \right\}$$
(2.3)

A massa aparente M(f) é descrita pela relação entre força F(f) aplicada ao sistema e a aceleração atingida a(f), ambas as medidas no ponto de entrada da vibração:

$$M(f) = \frac{F(f)}{a(f)} \tag{2.4}$$

De forma similar a transmissibilidade, quando a excitação é senoidal, a função de massa aparente é definida pela razão entre os valores RMS da força e da aceleração para cada frequência de interesse e, para os demais casos de excitação, a massa aparente é dada pela razão entre a densidade espectral cruzada entre a força e a aceleração,  $G_{Fa}(f)$ , e a densidade espectral de potência da aceleração,  $G_{aa}(f)$ :

$$M(f) = \frac{G_{aF}(f)}{G_{aa}(f)} \tag{2.5}$$

Por ser a massa aparente também uma função complexa, o seu módulo e fase são determinados, respectivamente, por equações semelhantes às equações (2.2) e (2.3).

Conforme Griffin (1990), para objetos rígidos, a força e a aceleração estarão sempre em fase e assim a massa aparente resulta na massa estática do objeto. Porém, elevando-se a frequência, os objetos reais deixam de se comportar como uma massa rígida e, consequentemente, força e aceleração não ficam mais em fase. Assim, a massa aparente não resulta mais na massa estática do objeto, justificando o emprego deste termo e a importância de seu estudo no comportamento dinâmico do corpo humano.

Conforme citado anteriormente, outro parâmetro que pode ser determinado para caracterizar a resposta do corpo humano à vibração é a impedância mecânica Z(f). Definida pela razão entre força aplicada F(f) e a velocidade resultante v(f) medida no ponto de aplicação da força, conforme mostra a equação (2.6), quando a excitação for senoidal a impedância mecânica pode ser calculada pela razão dos valores de RMS da força e da velocidade para cada frequência de excitação.

$$Z(f) = \frac{F(f)}{\nu(f)} \tag{2.6}$$

Analogamente, à transmissibilidade e à massa aparente, para casos mais gerais de movimento (transiente, aleatório, etc.), a impedância mecânica deve ser determinada através das funções de densidade espectrais, dividindo-se a densidade espectral cruzada  $(G_{Fv})$  entre a força e a velocidade, e a densidade espectral de potência  $(G_{vv})$  da velocidade.

$$Z(f) = \frac{G_{vF}(f)}{G_{vv}(f)} \tag{2.7}$$

A massa aparente e a impedância mecânica são especialmente dependentes da massa estática do corpo, dificultando comparações com experimentos que envolvem pessoas de massas muito diferentes (BECKER, 2006).

Considerada por Mansfield e Griffin (1998) como o único parâmetro capaz de avaliar além dos efeitos da frequência, a magnitude de vibração e a duração da exposição humana a vibração, a potência absorvida é outro parâmetro que pode ser determinado para

medir a resposta humana à vibração. Definida pela expressão (2.8), onde  $\varphi_{Fv}$  é o ângulo de fase entre a força e a velocidade, a potência absorvida também é determinada a partir de dados experimentais através de funções de densidade espectral, como pode ser visto na expressão (2.9), onde  $|G_{Fv}(f)|$  é o módulo da densidade espectral cruzada entre a força e a velocidade.

$$P_{abs}(f) = F(f).v(f).\cos(\varphi_{Fv})$$
(2.8)

$$P_{abs}(f) = |G_{vF}(f)| \cdot \cos(\varphi_{Fv}) \tag{2.9}$$

A maior parte dos estudos sobre a dinâmica do corpo humano vem sendo realizado para a postura sentada. Segundo Matsumoto e Griffin (2000) isto se deve a postura sentada ser a posição mais comum do corpo humano quando exposto à vibração. Dentre estas pesquisas podem-se citar as desenvolvidas por Muksian e Nash (1974 e 1976), Fairley e Griffin (1989), Boileau e Rakheja (1998), Wei e Griffin (1998), Cho e Yoon (2001), Boileau e Rakheja (2002), Becker (2006), Gao *et al* (2011), que resultaram em modelos biodinâmicos. Em relação à postura de pé, mencionam-se Matsumoto e Griffin e (2000, 2003).

Os modelos biodinâmicos podem representar o corpo humano inteiro ou apenas uma ou mais partes do corpo. Entretanto, os modelos biodinâmicos completos geralmente são utilizados para prever as propriedades dinâmicas do corpo humano.

Na maioria das vezes, os modelos biodinâmicos são desenvolvidos para representar valores médios de um grupo de pessoas, mas não obrigatoriamente deve se assemelhar ao comportamento individual de qualquer um dos indivíduos que pertence ao grupo (GRIFFIN, 2001).

Da mesma forma que a maioria das pesquisas destina-se a estudar a dinâmica do corpo humano para a postura sentada, a direção de vibração vertical também é a mais investigada. Entre os poucos estudos desenvolvidos em relação à direção horizontal encontram-se os realizados por Fairley e Griffin (1990), Holmlund e Lundstrom (1998), Mansfield e Lundstrom (1999), Mandapuram et al (2005). Entretanto, estas pesquisas não

chegaram a representar as pessoas por modelos biodinâmicos e também se destinaram a postura sentada.

Por exemplo, Fairley e Griffin (1990) investigaram a massa aparente de 8 (oito) indivíduos nas direções lateral e frente-ré para uma faixa de frequência de 0,25 Hz a 20 Hz. As medições foram realizadas com os indivíduos sentados com e sem encosto. Para a situação em que não era utilizado apoio para as costas, as medições sugeriram dois modos de vibração. O primeiro para uma frequência de ressonância de aproximadamente 0,7 Hz para ambas as direções. O segundo modo de vibração não era tão claramente definido como o primeiro, particularmente para a direção lateral. Ao compararem as frequências de ressonância do estudo com as determinadas para a direção vertical na pesquisa realizada em 1989 pelos mesmos autores, verificam-se valores bem inferiores para a direção horizontal, exceto para direção frente-ré quando os indivíduos utilizavam apoio para as costas. Apesar desta pesquisa não apresentar um modelo biodinâmico, seus resultados apontam para provável faixa de frequência a ser explorada em futuros estudos para identificar modelos representativos das pessoas.

Um estudo que identificou um modelo biodinâmico para direção horizontal foi o de Stein *et al* (2007). O modelo, visto na Figura 2.1, foi desenvolvido para representar as pessoas sentadas e para a direção de vibração frente-ré.

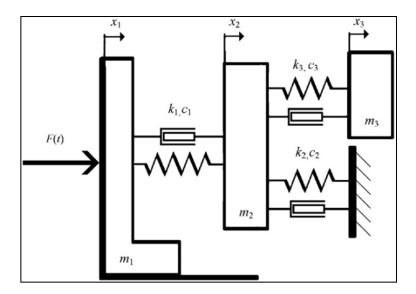


Figura 2.1 - Modelo biodinâmico proposto por Stein *et al* (2007).

O modelo representa a parte superior do corpo humano para postura sentada considerando a interação das mãos com um suporte rígido e das costas com um encosto almofadado, conforme mostra na Figura 2.2 um dos indivíduos que participaram do experimento.



Figura 2.2 - Postura assumida durante testes realizados por Stein *et al* (2007).

No modelo proposto por Stein *et al* (2007), as variáveis m<sub>1</sub>, m<sub>2</sub> e m<sub>3</sub> correspondem, respectivamente, a massa equivalente da poltrona, inclusive a parte estofada; massa equivalente a parte superior do corpo em contato com o encosto da poltrona; e massa equivalente a parte do corpo que não está em contato com o encosto, como por exemplo, cabeça e parte superior do tronco. Os parâmetros k e c do modelo são descritos por Stein *et al* (2007) como: k<sub>1</sub> e c<sub>1</sub>, rigidez e coeficiente de amortecimento da parte superior do corpo em contato com o encosto; k<sub>2</sub> e c<sub>2</sub>, rigidez e coeficiente de amortecimento da reação do corpo humano ao volante, exercida pelas mãos; e k<sub>3</sub> e c<sub>3</sub> rigidez e coeficiente de amortecimento da parte do corpo que não está em contato com o suporte das costas. As variáveis, x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub> e x<sub>3</sub>, correspondem, respectivamente, aos deslocamentos da poltrona, das partes do corpo com e sem contato com o encosto.

Assim como para postura sentada, a maior parte das pesquisas sobre a dinâmica do corpo humano na postura em pé são para direção de vibração vertical, como por exemplo, a pesquisa realizada por Matsumoto e Griffin (2003). Seis modelos biodinâmicos, vistos na Figura 2.3, foram investigados neste estudo. Destes modelos, dois apresentavam 1GDL,

sendo um sem massa apoiada na base (Figura 2.3, modelo 1a) e outro com uma massa  $m_0$  apoiada na base (Figura 2.3, modelo 1b). Quanto aos demais modelos, apresentavam 2GDL: sendo dois modelos com dois sistemas massa-mola-amortecedor em série (Figura 2.3, modelos 2a e 2b) e dois modelos com dois sistemas massa-mola-amortecedor em paralelo (Figura 2.3, modelos 2c e 2d). Dos quatro modelos de 2GDL, dois apresentavam uma massa  $m_0$  na base (Figura 2.3, modelos 2b e 2d) e os outros dois não a apresentavam (Figura 2.3, 2a e 2c).

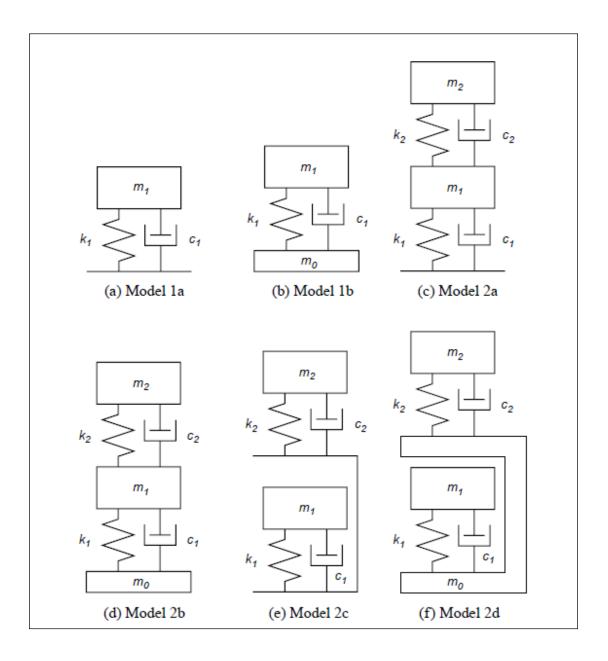


Figura 2.3 – Modelo biodinâmico para pessoas em pé proposto por Matsumoto e

Griffin (2003)

Durante o estudo, Matsumoto e Griffin (2003) observaram que os modelos de 2GDL representaram melhor as massas aparentes dos indivíduos do que de 1GDL e que 2GDL é suficiente para representar as massas aparentes dos indivíduos, conclusão semelhante a de Wei e Griffin (1998) para postura sentada.

Em relação ao uso de modelos que apresentam massa apoiada na base, as respostas dos modelos sem massa de apoio apresentaram melhor concordância com os dados experimentais, condição diferente para os modelos que representam pessoas sentadas, conforme Matsumoto e Griffin (2003).

Os efeitos da magnitude de vibração a que ficaram expostos os doze (12) indivíduos do sexo masculino que participaram do experimento e da postura das pernas assumidas pelos indivíduos foram mais bem representadas nos modelos de 2GDL quando otimizados seus parâmetros (massa, amortecimento e rigidez), porém estes efeitos também foram bem representados apenas pelas alterações da rigidez e do amortecimento dos modelos.

Outro estudo a respeito da modelagem do corpo humano na postura de pé quando exposto a vibração vertical foi realizado por Ji (1995). No estudo o corpo humano é tratado como um sistema contínuo e não como na maioria dos estudos que o representam através de sistema discreto. A cabeça, o tronco e os braços são agrupados como a parte superior do corpo enquanto que os pés e as pernas como partes inferiores e apenas as diferenças nas propriedades mecânicas entre as duas partes foram modeladas, conforme mostra a Figura 2.4. Na pesquisa, as duas partes foram consideradas de comprimento iguais, entretanto quanto ao peso, a parte inferior corresponde a 1/3 do peso total do corpo enquanto a superior a 2/3.

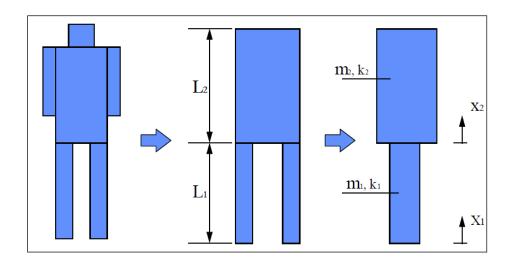


Figura 2.4 - Modelo biodinâmico para pessoas em pé proposto por Ji (1995)

Conforme Ji (1995) a vibração a que os indivíduos estão submetidos durante os experimentos tendem a desequilibrar estas pessoas e para estabilizarem-se as pessoas enrijecem os músculos, aumentando a rigidez do corpo resultando em um corpo de frequência superior, ou dobram os joelhos, diminuindo a rigidez do corpo e, consequentemente, a sua frequência.

Outro estudo para postura de pé, porém para a vibração na direção horizontal e não rendeu a análise de modelos biodinâmicos, é o desenvolvido por Matsumoto e Griffin (2011). Nesta pesquisa, doze (12) indivíduos do sexo masculino foram expostos a vibração aleatória nas direções lateral e frente – ré sobre uma faixa de frequência de 0,1 à 5,0 Hz por 180 s em quatro magnitudes de vibração: 0,0315; 0,016; 0,063 e 0,125 ms<sup>-2</sup> rms. Também foi estudada a influência da separação dos pés para a excitação lateral de magnitude igual a 0.063 ms<sup>-2</sup> rms, orientando os indivíduos a assumir três espaçamentos diferentes entre os pés 0,15; 0,3 e 0,45 m.

O estudo identificou que um pico principal na massa aparente lateral de cerca de 0,5 Hz tendeu a diminuir em frequência com o aumento da magnitude de vibração e elevou-se à medida que o espaçamento entre as pernas aumentava. Em relação à direção frente-ré, o pico de frequência apresentou menor valor do que a menor freqüência utilizada no estudo.

Uma pesquisa em que foram investigadas as respostas biodinâmicas do corpo humano sentado e de pé a vibração vertical, mas que não foram desenvolvidos modelos

biodinâmicos, foi a realizada por Matsumoto e Griffin (2000). O estudo identifica as pernas como as partes do corpo que podem ter contribuido para as diferenças de massa aparente entre as posturas de pé e sentada e cita-as como a responsável pela transmissão da vibração para as demais partes do corpo quando o indivíduo se encontra na postura de pé e pela adição de massa para a postura sentada. O estudo também identificou maior amortecimento para o corpo em pé do que para corpo sentado, provavelmente causado pela diferença das características dinâmicas do tecido em contato com a superfície vibratória e a resposta dinâmica das pernas nas duas posturas. A propriedade de amortecimento dos tecidos sob a pélvis e as coxas pode ser diferente da propriedade de amortecimento dos tecidos dos pés. Além disso, quando de pé, pode haver um efeito de amortecimento das articulações nas pernas, tais como um efeito viscoelástico do fluido das articulações e do atrito entre os ossos. Pode-se supor que o amortecimento do tecido abaixo da pélvis e as coxas pode ser menor do que o amortecimento causado pelo tecido dos pés e das pernas, trabalhando como um caminho de transmissão de vibração.

Na literatura também é possível encontrar pesquisas que estudaram a dinâmica do corpo humano para as direções horizontal e vertical, como as desenvolvidas por Griffin e Whitham (1977), Nawayseh e Griffin (2005 - 1 e 2), Kubo *et al* (2001), e Rosen e Arcan (2003). Porém, apenas as duas últimas apresentam modelos biodinâmicos, sendo o modelo apresentado por Kubo *et al* para as direções verticais e frente-ré e o de Rosen e Arcan para as direções verticais, frente-ré e lateral.

De parâmetros discretos, por representar o corpo humano através de um sistema mecânico composto por corpos rígidos interligados por meio de molas e amortecedores, conforme define Cho e Yoon (2001), o modelo proposto por Rosen e Arcan (2003), o qual representa o corpo humano assumindo postura sentada, sintetiza a dinâmica global humana através da massa aparente em que cada eixo de massa aparente é definido por um modelo de dois graus de liberdade independente dos outros dois eixos ortogonais.

No modelo (Figura 2.5), as massas  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$  representam, respectivamente, a parte superior do corpo, a parte inferior do corpo que não se movimentou em relação ao assento e os pés que se movimentaram em relação ao assento.

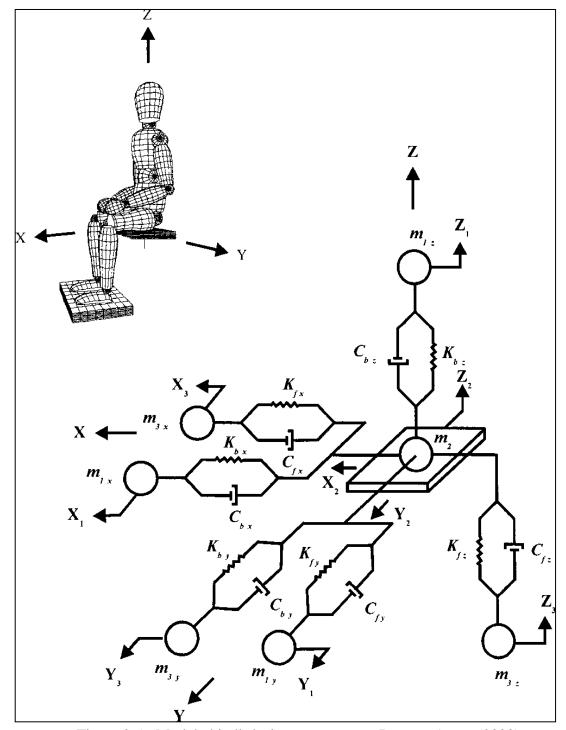


Figura 2.5 - Modelo biodinâmico proposto por Rosen e Arcan (2003).

Em relação aos elementos viscoelásticos,  $K_b$  e  $C_b$  representam, respectivamente, os coeficientes de rigidez e de amortecimento da parte superior do corpo, e  $K_f$  e  $C_f$  os coeficientes de rigidez e amortecimento dos pés que se moveram em relação ao assento.

Nos casos em que o apoio para os pés foi utilizado e movia-se com a placa do assento, Rosen e Arcan (2003) reduziram a massa  $m_3$  e os elementos viscoelásticos  $K_f$  e  $C_f$  a zero, já que não havia movimento relativo entre o apoio para os pés e o assento.

Rosen e Arcan (2003) estudaram ainda a influência dos apoios para as costas e para os pés, da magnitude de vibração e da tensão muscular, na massa aparente da pessoa, gerando um conjunto de valores de parâmetros vistos na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Parâmetros propostos por Rosen e Arcan (2003)

| Efeito     | Parâmetro             | Eixos | m <sub>1</sub> (kg) | m <sub>2</sub> (kg) | m <sub>3</sub> (kg) | K <sub>b</sub> (N/m) | C <sub>b</sub> (Ns/m) | K <sub>f</sub> (kN/m) | C <sub>f</sub> (Ns/m) |
|------------|-----------------------|-------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
|            | $1 \text{m/s}^2$      | X     | 22,8                | 6,0                 | 22,8                | 506,3                | 51,3                  | 5625,6                | 508,5                 |
| Referência | $1 \text{m/s}^2$      | Y     | 22,8                | 6,0                 | 22,8                | 506,3                | 75,2                  | 3600,4                | 567,2                 |
|            | $1 \text{m/s}^2$      | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 45005,3              | 1360                  | /                     | /                     |
|            | $1 \text{m/s}^2$      | X     | 22,8                | 6,0                 | 22,8                | 11723,7              | 447,8                 | 15606,2               | 516,6                 |
| Encosto    | $1 \text{m/s}^2$      | Y     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 3271,1               | 289,6                 | /                     | /                     |
|            | $1 \text{m/s}^2$      | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 49789,4              | 1779,6                | /                     | /                     |
|            | 0cm(sem suporte)      | Z     | 45,6                | 6,0                 | 11,5                | 44947,0              | 506,0                 | 2000,0                | 151,6                 |
|            | 0cm (apoiado)         | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 44947,0              | 800,0                 | 2000,0                | 151,6                 |
| Altura do  | 4cm                   | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 44947,0              | 800,0                 | 1285.0                | 121,5                 |
| apoio para | 8cm                   | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 44947,0              | 800,0                 | 752,0                 | 92,9                  |
| os pés     | 12cm                  | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 44947,0              | 800,0                 | 472,0                 | 73,6                  |
|            | 16cm                  | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 44947,0              | 800,0                 | 150,0                 | 41,5                  |
|            | 20cm                  | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 44947,0              | 800,0                 | 0,0                   | 0,0                   |
|            | $0.5 \text{m/s}^2$    | X     | 22,8                | 6,0                 | 22,8                | 506,0                | 51,0                  | 11026,0               | 771,0                 |
|            | $2m/s^2$              | X     | 22,8                | 6,0                 | 22,8                | 506,0                | 51,0                  | 2025,0                | 305,0                 |
| Magnitude  | $0.5 \text{m/s}^2$    | Y     | 22,8                | 6,0                 | 22,8                | 506,0                | 75,0                  | 9507,0                | 89886,0               |
| de         | $2m/s^2$              | Y     | 22,8                | 6,0                 | 22,8                | 506,0                | 75,0                  | 1406,0                | 13296,0               |
| vibração   | $0.25 \mathrm{m/s^2}$ | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 75521,0              | 1762,0                | /                     | /                     |
|            | 0.5m/s <sup>2</sup>   | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 56959,0              | 1532,0                | /                     | /                     |
|            | $2m/s^2$              | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 37894,0              | 1248,0                | /                     | /                     |
|            | Relaxado              | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 40960,0              | 1325,0                | /                     | /                     |
| Т ~        | Normal                | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 45005,0              | 1360,0                | /                     | /                     |
| Tensão     | Levemente ereto       | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 53470,0              | 1436,0                | /                     | /                     |
| muscular   | Ereto                 | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 62665,0              | 1453,0                | /                     | /                     |
|            | Muito ereto           | Z     | 45,6                | 6,0                 | /                   | 66328,0              | 1443,0                | /                     | /                     |

Adaptado de Rosen e Arcan (2003)

A fim de obter uma melhor representação dos resultados experimentais, Rosen e Arcan (2003) estabeleceram várias diretrizes básicas. O número de graus de liberdade do modelo foi selecionado conforme o número de modos de vibração que surgiram nos dados experimentais. Os componentes de massa do modelo foram definidos como invariáveis enquanto que os elementos viscoelásticos foram considerados parâmetros variáveis, conforme indicado por Fairley e Griffin (1989, 1990). Os valores numéricos dos coeficientes de rigidez ( $K_b$  e  $K_f$ ) e de amortecimento ( $C_b$  e  $C_f$ ) foram avaliados para cada configuração do modelo, utilizando a técnica de otimização com restrições limitadas sobre os parâmetros, estabelecendo valores positivos ( $K_b$ ,  $K_f$ ,  $C_b$  e  $C_f > 0$ ).

O modelo e seus parâmetros, de acordo com Rosen e Arcan (2003), descreveram com sucesso os principais efeitos da massa aparente, comparando-os com dados experimentais encontrados na literatura.

#### 2.3 MODELAGAM DE MULTIDÃO

Alguns tipos de estruturas estão propícios à ocupação por grandes quantidades de pessoas. Conforme Sim *et al* (2006), ao analisar a resposta dinâmica de uma estrutura ocupada por uma multidão, é necessário considerar a multidão como um sistema dinâmico adicionado ao sistema estrutural. Teoricamente, segundo os mesmos pesquisadores, cada componente da multidão poderia ser representado individualmente. Isto, no entanto, produz um sistema dinâmico com um número muito elevado de graus de liberdade, excessivamente complicado, criando assim a necessidade de um modelo representativo de um grupo de pessoas.

Desta forma, visando investigar o efeito da multidão passiva sobre a resposta de uma estrutura, Sim *et al* (2006), sabendo que um sistema dinâmico pode ser representado por uma função de transferência no domínio da frequência ou na forma de equações diferenciais no domínio de tempo, representaram o grupo de pessoas através de uma função de transferência fundamentada nas respostas de massa aparente. O modelo matemático, visto na Figura 2.6, foi determinado para pessoas de pé e/ou sentadas com base nos estudos desenvolvidos por Fairley e Griffin (1989), Wei e Griffin (1998) e

Matsumoto e Griffin (1998, 2003), que estudavam a dinâmica do corpo isoladamente para cada pessoa para a direção vertical.

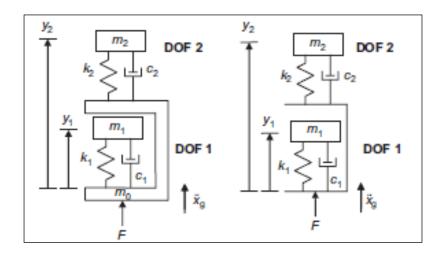


Figura 2.6 – Modelo biomecânico do corpo humano sentado (à esquerda) e de pé (à direita) proposto por Sim *et al* (2006)

No estudo, Sim *et al* (2006) observaram que vários sistemas, em paralelo, de dois graus de liberdade e representativos de diversas pessoas isoladamente, podem ser aproximados para um único sistema de também dois graus de liberdade. Quanto ao conjunto estrutura – multidão, este foi representado por um modelo conjugado de um grau de liberdade (Figura 2.7).

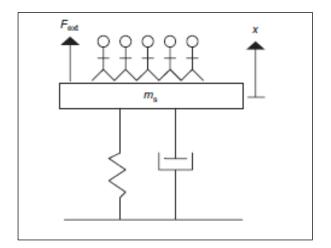


Figura 2.7 - Modelo do conjunto estrutura-multidão proposto por Sim *et al* (2006)

Outro estudo em que um conjunto de pessoas foi representado em um único modelo de sistema foi o realizado por Sachse *et al* em 2002. Nesta pesquisa, cinco ocupantes de uma estrutura foram modelados em um sistema de um grau de liberdade para a direção vertical, o qual pode ser visto na Figura 2.8.

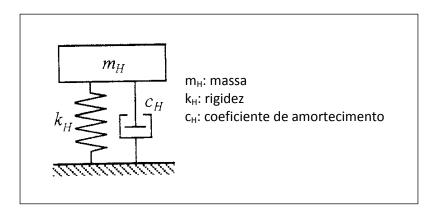


Figura 2.8 - Modelo de multidão proposto por Sachse et al (2002)

Em relação à estrutura, um modelo de um grau de liberdade a representou no estudo. Assim o modelo da estrutura ocupada foi apresentado por um sistema de dois graus de liberdade, visto na Figura 2.9.

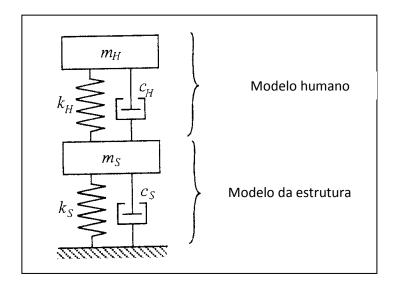


Figura 2.9 - Modelo estrutura -pessoas proposto por Sachse et al (2002)

Outro modelo de conjunto estrutura-pessoas divulgado na literatura encontra-se na Figura 2.10. O modelo é o proposto por Agu e Kaspersky (2010) em sua pesquisa sobre o efeito do corpo humano nas características dinâmicas do sistema estrutura – multidão. Os modelos biodinâmicos representam as características dinâmicas das pessoas paradas para a postura sentada e de pé.

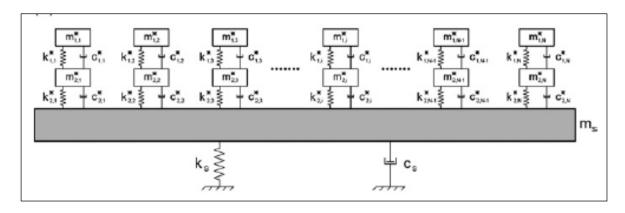


Figura 2.10 - Modelo estrutura - pessoas proposto por Agu e Kaspersky (2010)

Os modelos estrutura-pessoas apresentados anteriormente destinam-se a representação de pessoas passivas. Porém, sobre uma estrutura é possível encontrar também pessoas ativas. Assim, conforme Jones *et al* (2011), pode ser útil dividir a multidão em componentes ativos e passivos, onde os indivíduos passivos tendem a ter mais amortecimento e rigidez do que os ativos. A representação da multidão pode então ser feita através de sistemas discreto composto por massa-mola-amortecedor em elementos finitos ou através de um modelo aglomerado composto também por massa-mola-amortecedor, vistos na Figura 2.11, sendo o último, de acordo com mesmos pesquisadores, mais simples de implementar e analisar, apresentando a vantagem de ser mais adequado para estudo de sensibilidade em virtude do número limitado de parâmetros envolvidos e por não gerar numerosas pessoas. Entretanto, para que o modelo seja válido, as pessoas devem permanecer em contato com a estrutura em todos os momentos, ou seja, o modelo só é válido para representar as pessoas sem pular.

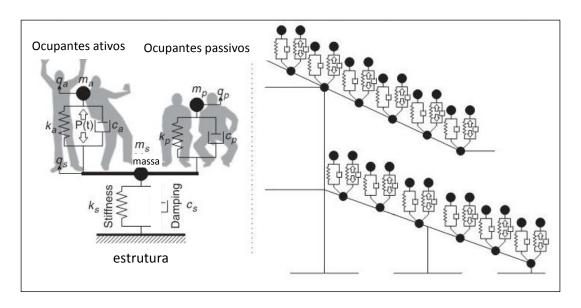


Figura 2.11 - Modelo estrutura - pessoas proposto Jones *et al* (2011)

## **CAPÍTULO III**

### ESTUDOS PRÉVIOS DO OBJETO DE ESTUDO

A presente pesquisa utiliza informações levantadas previamente por Brito (2011) em seu estudo de Tese. Durante o período do seu Doutorado, o pesquisador realizou testes modais com uma arquibancada vazia, com a estrutura parcialmente ocupada por pessoas sentadas, por pessoas em pé e por massas equivalentes a massa corporal das pessoas. As respostas da arquibancada ocupada por pessoas sentadas, obtidas no domínio do tempo e no domínio da frequência, foram utilizadas pela pesquisa atual para ajustar o modelo biodinâmico para postura sentada. Já as resposta da arquibancada com pessoas em pé serviram para analisar o modelo biodinâmico para pessoas em pé proposto na presente pesquisa. Quanto às respostas da arquibancada com massas inertes, foram úteis para compará-las com a resposta da arquibancada quando ocupadas por pessoas.

No mesmo estudo, Brito (2011) também modelou, em elementos finitos (EF), a arquibancada vazia. Mais tarde, o modelo foi melhor ajustado por Peña *et al* (2013), sendo então utilizado na presente pesquisa para modelar a arquibancada ocupada através da adição de modelos biodinâmicos e de massas equivalentes à massa das pessoas.

Os itens seguintes deste capítulo são dedicados a descreverem os estudos desenvolvidos anteriormente por Brito (2005, 2011) e por Peña *et al* (2013).

# 3.1 TESTES MODAIS REALIZADOS COM O MODELO EXPERIMENTAL DA ARQUIBANCADA

Os testes modais foram inicialmente realizados com a arquibancada vazia. Esta estrutura foi cedida por uma empresa que presta serviços de locação de equipamentos para a construção, indústria e eventos. Sua montagem foi feita no laboratório de Ensaios de Materiais e Estruturas da Universidade Federal da Paraíba sendo a responsável pela montagem a própria empresa.

Constituída por três módulos de aproximadamente 1,20 m de largura, espaçados por dois vãos de 2,35 m, após ser erguida, a arquibancada (Figura 3.1) apresentou dimensões aproximadas de 8,2m de comprimento e 6,0m de largura em planta. Seu perímetro era protegido por alambrado composto por três tubos horizontais fixados à estrutura através de braçadeiras metálicas acopladas as barras verticais (Figura 3.2).



Figura 3.1 – Arquibancada



Figura 3.2 – Alambrado

A estrutura contava com oito tablados que serviam de assento para o público, mais um tablado extra utilizado para circulação na parte inferior (Figura 3.1). A fim de facilitar o acesso a arquibancada, foi instalada uma escada metálica (Figura 3.3) por meio de duas braçadeiras. O uso de barras transversais e de contraventamento como elementos estruturais na arquibancada foram feitos para proporcionar a estrutura maior rigidez e distribuição de esforços.



Figura 3.3 - Escada

Testes modais, com a estrutura parcialmente ocupada, também foram realizados por Brito (2011). Estes testes envolveram 5, 8 e 12 pessoas assumindo dois tipos de postura: sentada e em pé. Durante os experimentos os voluntários se acomodavam

aproximadamente equidistantes um dos outros no tablado de nível mais elevado, conforme apresentado nas Figuras 3.4 e 3.5, e permanecendo imóveis. A orientação para os indivíduos ocuparem a parte superior da arquibancada se deveu a região ser mais propícia a deslocamentos perceptíveis no modo de vibração transversal, proporcionando maior variação no comportamento dinâmico da estrutura.



Figura 3.4 – Arquibancada com 12 pessoas sentadas.



Figura 3.5 – Arquibancada com 8 pessoas em pé.

Outro conjunto de teste foi realizado substituindo-se 8 e 12 pessoas por corpos de prova de concreto (consideradas como massas inertes) de massas equivalentes as das

pessoas. Na Figura 3.6 é apresentada a distribuição dos corpos de prova de concreto equivalentes a 8 pessoas.



Figura 3.6 – Arquibancada com corpos de prova equivalente a 8 pessoas

Os testes modais foram realizados submetendo-se a estrutura a excitações de impacto provocadas por martelo de impacto B&K, modelo 8210, acoplado a uma célula de carga (Figura 3.7). Os sinais de resposta da estrutura foram captados por acelerômetro Endevco modelo 7754A com sensibilidade de 1 V/g, (Figura 3.8) fixado na estrutura e conectado por meio de cabo coaxial a um condicionador de sinais também da marca Endevco modelo 4416B. Após os sinais serem condicionados, os mesmos foram transmitidos através de cabos até o analisador de espectro Data Physics Quattro.



Figura 3.7 - Martelo de impacto

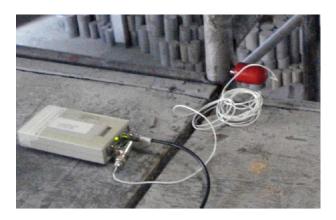


Figura 3.8 – Acelerômetro na arquibancada

### 3.2 MODELO NUMÉRICO DA ARQUIBANCADA VAZIA

O modelo numérico da arquibancada vazia utilizada no presente estudo foi inicialmente desenvolvido por Brito (2011). Na sua construção foram usadas informações sobre as propriedades mecânicas dos materiais e propriedades geométricas dos elementos do modelo real da arquibancada, estudadas previamente por Brito (2005). Nesse estudo, tubos, braçadeiras e tablados foram estudados individualmente e suas propriedades foram obtidas correlacionando-se resultados de testes modais experimentais com os respectivos resultados dos modelos numéricos em elementos finitos construídos no Ansys. As massas dos apoios, conexões e tablados foram representadas pelo elemento massa MASS 21 que possui apenas um nó com seis graus de liberdade, sendo três rotações e três translações nas direções x, y e z. Quanto aos tubos, foram representados no modelo pelo elemento de barra BEAM 4. Em relação às conexões, escolheu-se o elemento de mola COMBIN 14 para representá-las. Os elementos BEAM 4 e COMBIN 14 apresentam dois nós com seis graus de liberdade por nó: três rotações e três translações nas direções x, y e z.

As propriedades mecânicas e geométricas dos tubos obtidos do estudo desenvolvido por Brito (2011) encontram-se na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Propriedades mecânicas e geométricas dos tubos

| Propriedades                        | Valor                            |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| Diâmetro externo                    | 48,5 mm                          |
| Espessura                           | 3,2 mm                           |
| Área                                | $4,6x10^{-4}$ m <sup>2</sup>     |
| Momento de inércia                  | $1.2 \times 10^{-7} \text{ m}^4$ |
| Massa específica                    | $7283 \text{ kg/m}^3$            |
| Módulo de elasticidade longitudinal | 188,8 GPa                        |

Adaptado de Brito (2011)

Quanto às braçadeiras, foram investigados dois tipos: braçadeira fixa e braçadeira móvel. Suas constantes de mola encontram-se na Tabela 3.2, onde KUX, KUY e KUZ referem-se às constantes de mola de deslocamento na direção dos respectivos eixos x, y e z, e ROTX, ROTY e ROTZ às constantes de mola de rotação.

Tabela 3.2 – Constantes de mola das braçadeiras

| Constantes de mola | Braçadeira fixa                   | Braçadeira móvel            |
|--------------------|-----------------------------------|-----------------------------|
| KUX                | $6,50x10^6  \text{N/m}$           | $5,00x10^6  \text{N/m}$     |
| KUY                | $6,50x10^6  \text{N/m}$           | $5,00x10^6  \text{N/m}$     |
| KUZ                | $3,50x10^6  \text{N/m}$           | $1,16x10^6  \text{N/m}$     |
| ROTX               | $1,00 \times 10^8  \text{Nm/rad}$ | 1,00x10 <sup>8</sup> Nm/rad |
| ROTY               | $1,00 \times 10^8  \text{Nm/rad}$ | 1,00x10 <sup>8</sup> Nm/rad |
| ROTZ               | 1,00x10 <sup>5</sup> Nm/rad       | 1,20x10 <sup>4</sup> Nm/rad |

Adaptado de Brito (2011)

Outro elemento investigado foi o tablado (Figura 3.9). Formado por dois perfis enrijecidos do tipo U interligados por cantoneiras de abas iguais do tipo L, onde é apoiado o tablado em madeira fixado aos perfis por meio de pregos retorcidos, vários modelos foram testados. O modelo numérico que melhor representou seu comportamento foi o constituído por barras transversais que unem os perfis, com massa concentrada nos seus pontos centrais. A partir destas investigações, as constantes de mola para a união das barras transversais foram determinadas e seus valores encontram-se na Tabela 3.3.

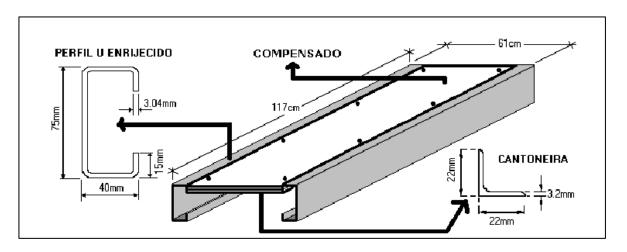


Figura 3.9 – Detalhes do modelo do tablado utilizado

Fonte: Brito (2005)

Tabela 3.3 – Constantes de mola do tablado

| Constantes de mola | Valor                       |  |
|--------------------|-----------------------------|--|
| KUX                | 1x10 <sup>8</sup> N/m       |  |
| KUY                | $1 \times 10^8  \text{N/m}$ |  |
| KUZ                | $1 \times 10^8  \text{N/m}$ |  |
| ROTX               | $5x10^2$ Nm/rad             |  |
| ROTY               | $5x10^2$ Nm/rad             |  |
| ROTZ               | 5x10 <sup>2</sup> Nm/rad    |  |

Adaptado de Brito (2011)

Estudado individualmente cada elemento, tendo em vista modelar o encaixe do tablado na estrutura, um módulo de arquibancada foi montado (Figura 3.10) e resultados de testes modais desse modelo foram correlacionados com os do modelo em elementos finitos atingindo-se os valores vistos na Tabela 3.4 para as constantes de mola que representam a fixação dos tablados nos pórticos em degraus e soldas existentes destes pórticos.



Figura 3.10 – Pequeno protótipo de arquibancada Adaptado de Brito (2005)

Tabela 3.4 – Constantes de mola da fixação e solda do tablado no pórtico

| Constantes de mola | Fixação do tablado          | Soldas                      |
|--------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| KUX                | 1,00x10 <sup>7</sup> Nm/rad | 1,00x10 <sup>8</sup> Nm/rad |
| KUY                | 1,00x10 <sup>8</sup> Nm/rad | 1,00x10 <sup>8</sup> Nm/rad |
| KUZ                | 1,00x10 <sup>7</sup> Nm/rad | 1,00x10 <sup>8</sup> Nm/rad |
| ROTX               | 4,70x10 <sup>4</sup> Nm/rad | 2,30x10 <sup>4</sup> Nm/rad |
| ROTY               | 1,00x10 <sup>8</sup> Nm/rad | 2,30x10 <sup>4</sup> Nm/rad |
| ROTZ               | 4,70x10 <sup>4</sup> Nm/rad | 2,30x10 <sup>4</sup> Nm/rad |

Adaptado de Brito (2011)

A partir das informações descritas anteriormente, um modelo numérico completo da arquibancada, ilustrado na Figura 3.11, foi desenvolvido por Brito (2011) no ANSYS. O modelo apresentou 2.897 nós e 11.030 elementos, distribuídos entre elementos de massa concentrada, de barra e de mola.

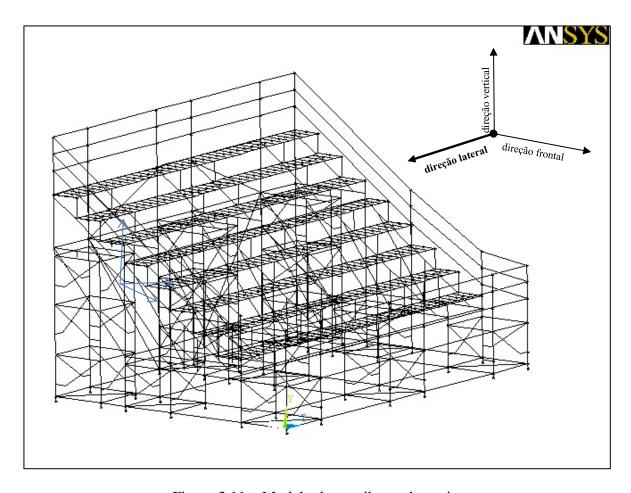


Figura 3.11 – Modelo da arquibancada vazia

Inicialmente, a modelagem envolveu três modelos simplificados de arquibancada. As diferentes modelagens serviram para identificar no valor das frequências naturais e nos modos de vibração, o efeito das alterações feitas de uma modelagem para outra.

Nos modelos, os apoios da arquibancada foram representados como simplesmente apoiados, ou seja, com restrição aos deslocamentos e livres às rotações. As braçadeiras móveis foram modeladas como fixas em relação aos valores de constantes de mola utilizados nos modelos. Já as conexões de encaixe entre torres de ligação e os pórticos em degraus foram consideradas rígidas. Quanto ao comportamento da estrutura foi considerado como linear. Foram utilizados diâmetros de 48,5 mm e de 33,5 mm para os tubos e mesma espessura, 3,2 mm. Em relação ao módulo de elasticidade e a densidade do material, foram utilizados valores iguais a 188,8 GPa e 7.283 kg/m³, respectivamente. Para efeito de modelagem numérica, adotou-se um valor de 0,15 para o coeficiente de Poisson.

Para o desenvolvimento do modelo numérico da arquibancada, Brito (2011) utilizou o modelo simplificado mais completo, incluindo elementos de barras e molas para

representar o tablado. Constantes de molas das conexões tipos pino, anel e excêntrica, as quais não tinham sido objeto de estudo nas modelagens preliminares e de testes experimentais, foram acrescentadas. Após estudar cada conjunto de valores e sua variação, identificando quais constantes de mola proporcionava maior influência nos resultados das frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração da estrutura, considerando uma margem de erro de 5%, Brito (2011) obteve um conjunto de valores de constante de mola (Tabela 3.5) que levou a uma melhor correlação entre as frequências naturais numéricas e experimentais. A Tabela 3.6 apresenta os valores das frequências naturais dos cinco primeiros modos de vibração do terceiro modelo numérico preliminar da arquibancada e após o refinamento deste mesmo modelo.

Tabela 3.5 – Constantes de mola das conexões tipo anel, tipo pino e tipo excêntrica

| Constantes de mola | Conexão tipo anel             | Conexão tipo pino             | Conexão tipo excêntrica       |
|--------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| KUX                | $3.0 \times 10^4  \text{N/m}$ | $1.0 \times 10^7  \text{N/m}$ | 2,3x10 <sup>6</sup> N/m       |
| KUY                | $3.0x10^4  \text{N/m}$        | $4,6x10^6  \text{N/m}$        | $3.0 \times 10^6  \text{N/m}$ |
| KUZ                | $3.0x10^4  \text{N/m}$        | $1.0 \times 10^7  \text{N/m}$ | $2,3x10^6  \text{N/m}$        |
| ROTX               | 1,0x10 <sup>1</sup> Nm/rad    | $1,1x10^2$ Nm/rad             | 1,1x10 <sup>1</sup> Nm/rad    |
| ROTY               | 1,0x10 <sup>1</sup> Nm/rad    | 4,0x10 <sup>1</sup> Nm/rad    | 2,0x10 <sup>1</sup> Nm/rad    |
| ROTZ               | 1,0x10 <sup>1</sup> Nm/rad    | $1,1x10^2$ Nm/rad             | 1,1x10 <sup>1</sup> Nm/rad    |

Adaptado de Brito (2011)

Tabela 3.6 – Frequências naturais do modelo experimental, do modelo numérico III e refinado da arquibancada vazia

| Modos de<br>vibração | Frequência do modelo<br>experimental<br>(Hz) | Frequência do modelo<br>numérico III<br>(Hz) | Frequência do modelo<br>refinado<br>(Hz) |
|----------------------|--|--|--|
| 1°                   | 5,78   | 8,24   | 5,96                                     |
| 2°                   | 6,80   | 9,22   | 6,48                                     |
| 3°                   | 7,13   | 9,38   | 7,26                                     |
| 4°                   | 7,48   | 10,18  | 7,88                                     |
| 5°                   | 8,54   | 10,76  | 8,45                                     |

Adaptado de Brito (2011)

Na avaliação do modelo numérico da arquibancada, Brito (2011) utilizou duas técnicas de correlação: o índice MAC (*Modal Assurance Criteria*) e o parâmetro COMAC (*Coordinate Modal Assurance Criterion*). O índice MAC é uma quantidade escalar que avalia a diferença entre dois vetores modais, onde, segundo Ewins (1984), valores entre 0,9 e 1 indicam uma alta correlação. Já o parâmetro COMAC é uma medida local de comparação e correlação entre modos de vibração de uma estrutura onde valores próximos a 1 representam concordância entre os modos de vibração. Conforme Brito (2011), para o seu estudo desenvolvido os resultados do MAC e COMAC mostraram-se satisfatórios apenas para o primeiro modo de vibração e para os pontos próximos ao local de excitação.

Mais tarde, o modelo numérico da arquibancada vazia sofreu uma nova ajustagem realizada por Peña et al (2013). Neste novo estudo a atualização foi feita em duas fases, sendo a primeira fase manual e a segunda automática.

Na primeira fase, o modelo em elementos finitos foi refinado a fim de obter um modelo inicial razoável para a atualização automática e sua seleção foi definida como a melhor correlação entre o modelo numérico e o experimental através dos índices MAC e a porcentagem de variação das frequências (FER). Nessa etapa, Peña (2013) analisou o efeito do alambrado, removendo-o do modelo, e das propriedades geométricas das conexões nas frequências naturais e nos modos de vibração do modelo numérico da estrutura. O estudo apontou para a necessidade da presença do alambrado e do ajuste do momento de inércia do perfil enrijecido U de 4,118x10<sup>-7</sup> m<sup>4</sup> para 10,38x10<sup>-8</sup> m<sup>4</sup>. Ao término desta etapa, as porcentagens de variação de frequência (FER) mostraram-se satisfatórias para os cinco primeiros modos de vibração enquanto que os índices MAC ficaram com valores baixos, principalmente para o quinto modo, conforme apresentado na Tabela 3.7, indicando a necessidade da atualização automática.

Tabela 3.7 – Comparação das frequências naturais e dos índices MAC e FER para arquibancada vazia pós-atualização manual

| Modos<br>de<br>vibração | Frequências do modelo<br>experimental<br>(Hz) | Frequência do modelo numérico<br>pós-atualização manual<br>(Hz) | FER<br>(%) | MAC  |
|-------------------------|---|---|------------|------|
| 1°                      | 5,78  | 5,96  | 1,4        | 0,91 |
| 2°                      | 6,80  | 6,46  | 4,9        | 0,37 |
| 3°                      | 7,13  | 7,21  | 1,1        | 0,24 |
| 4°                      | 7,48  | 7,86  | 5,1        | 0,60 |
| 5°                      | 8,54  | 8,07  | 5,5        | 0,10 |

Adaptado de Peña (2013)

Na segunda fase, a atualização foi realizada utilizando as ferramentas de otimização do Software ANSYS e o algoritmo de otimização de Enxame de Partículas (Particle Swarm Optimization, PSO) programando no Software MATLAB. Inicialmente, foram selecionados os parâmetros para atualização, através da análise de sensibilidade, e, em seguida, foi realizada a otimização, onde a própria rotina computacional modificava interativamente os parâmetros de modo a determinar o modelo atualizado.

Na fase de seleção dos parâmetros para atualização, Peña (2013) inicialmente identificou as variáveis de estado (frequências naturais e os índices MAC e FER), a função objetivo, definida em termos da diferença entre os modos de vibração e as frequências do modelo numérico e experimental, e os parâmetros candidatos à atualização.

A identificação dos parâmetros a serem ajustados foi feita através da análise da sensibilidade dos candidatos a atualização realizada via ANSYS através da ferramenta de avaliação de gradiente (Gradient Evaluation Tool). Para as avaliações de variação global da função objetivo e das variáveis de estado foi empregada a ferramenta de geração de varredura (Sweep Generation).

Definidos os parâmetros de maior influência, visando avaliar a variação da função objetivo e das variáveis de projeto durante o processo de otimização, partiu-se então para as atualizações automáticas, feitas através do algoritmo de PSO no MATLAB contendo interface com o ANSYS. Diversas análises foram realizadas eliminando ou incluindo os parâmetros de atualização a fim de identificar a necessidade de ajustar seus valores. Após a definição dos parâmetros a serem ajustados e a sua atualização, chegou-se ao projeto ótimo

da arquibancada. Os valores iniciais dos parâmetros assim como os valores atualizados se encontram na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Parâmetro antes e após a atualização automática da arquibancada vazia

| Elementos da arquibancada           | Parâmetros             | Unidade  | Valor do<br>modelo<br>inicial | Valor do<br>modelo<br>atualizado |
|-------------------------------------|------------------------|----------|-------------------------------|----------------------------------|
| T. 1                                | Módulo de elasticidade | Pa       | 188,80x10 <sup>9</sup>        | 186,729x10 <sup>9</sup>          |
| Tubos                               | Massa específica       | $Kg/m^3$ | 7283                          | 7632,6                           |
|                                     | KUXY                   | N/m      | $6,5x10^6$                    | $3,72x10^6$                      |
| Braçadeira fixa                     | KUZ                    | N/m      | $3,5x10^6$                    | $1,77x10^6$                      |
|                                     | ROTZ                   | Nm/rad   | $1,0x10^5$                    | $1,36 \times 10^5$               |
| D 1: / 1                            | KUXY                   | N/m      | $5,0x10^6$                    | $7,40x10^6$                      |
| Braçadeira móvel                    | ROTZ                   | Nm/rad   | $1,2x10^4$                    | $1,25 \times 10^4$               |
| Fixação de perfis L em perfis U     | ROTXYZ                 | Nm/rad   | $5,0x10^2$                    | $3,67x10^2$                      |
| E' ~ 1 . 11 1                       | KUXZ                   | N/m      | $1,0x10^7$                    | $5,23x10^6$                      |
| Fixação do tablado                  | ROTXZ                  | Nm/rad   | $4,7x10^4$                    | $3,67x10^4$                      |
| Pontos de solda –pórtico em degraus | ROTXYZ                 | Nm/rad   | $2,3x10^4$                    | $2,32x10^4$                      |
| D.                                  | KUXZ                   | N/m      | $1,0x10^{7}$                  | $2,00x10^7$                      |
| Pino                                | KUY                    | N/m      | $4.0x10^6$                    | $1,33x10^7$                      |
| T                                   | KUXZ                   | N/m      | $2,3x10^6$                    | 1,89x10 <sup>6</sup>             |
| Encaixe excêntrico                  | KUY                    | N/m      | $3.0x10^6$                    | $8,01x10^6$                      |

Adaptado de Peña (2013)

Após o estudo desenvolvido por Peña (2013), o modelo numérico da arquibancada mostrou-se melhor calibrado sendo, portanto utilizado na presente pesquisa para estudar o comportamento vibratório da arquibancada real na direção lateral. A Tabela 3.9 apresenta as frequências naturais e os índices FER e MAC do modelo numérico da arquibancada, após sua atualização automática.

Tabela 3.9 – Frequências e Índices MAC e FER para o modelo atualizado da arquibancada vazia

| Modos<br>de<br>vibração | Frequências do modelo<br>experimental<br>(Hz) | Frequência do modelo numérico<br>pós-atualização automática<br>(Hz) | FER<br>(%) | MAC  |
|-------------------------|---|---|------------|------|
| 1°                      | 5,78  | 5,74  | 0,6        | 0,92 |
| 2°                      | 6,80  | 6,85  | 0,7        | 0,66 |
| 3°                      | 7,13  | 7,51  | 5,3        | 0,84 |
| 4°                      | 7,48  | 7,89  | 5,4        | 0,68 |
| 5°                      | 8,54  | 7,95  | 6,9        | 0,54 |

Adaptado de Peña (2013)

A razão de amortecimento do primeiro modo de vibração da arquibancada vazia foi obtida a partir do sinal de resposta da arquibancada aos testes modais. Inicialmente, o sinal foi filtrado através do Matlab com filtro passa-faixa ideal a fim de eliminar componentes de frequências afastados do primeiro modo de vibração. Em seguida, foram identificadas as amplitudes dos picos, calculado o decremento logarítmico e, em seguida, a razão de amortecimento cujo valor foi 2,52%.

## **CAPÍTULO IV**

#### **METODOLOGIA**

Visando estudar o comportamento da arquibancada na direção lateral quando ocupada por pessoas passivas sentadas e por pessoas passivas em pé, inicialmente verificou-se a necessidade de identificar um modelo biodinâmico representativo para cada postura e para direção de vibração lateral, investigando-se assim a disponibilidade dos modelos na literatura.

Uma vez encontrado na literatura um modelo para a postura sentada, o de Rosen e Arcan (2003), foi verificado a necessidade de ajuste deste modelo. Para isto, resultados de frequências naturais e razão de amortecimento para a direção lateral da arquibancada real com pessoas sentadas e do modelo numérico da arquibancada utilizando o modelo biodinâmico, foram correlacionados.

Quanto ao modelo biodinâmico que representa a resposta dinâmica do corpo para a direção lateral na postura em pé, foi inicialmente desenvolvido na presente pesquisa, já que não foi possível encontrá-lo na literatura. Assim, testes de vibração na direção lateral foram realizados com pessoas em pé em uma passarela excitada lateralmente. Estes testes também foram realizados para pessoas na postura sentada, para ajustar alguns parâmetros do modelo biodinâmico sentado.

Tendo em vista estudar o grau de representação do modelo biodinâmico desenvolvido para a postura em pé, foram correlacionados resultados de frequência natural e razão de amortecimento para a direção lateral da arquibancada real com pessoas em pé e do modelo numérico do conjunto arquibancada-pessoas em pé utilizando o modelo biodinâmico inicialmente desenvolvido.

Os métodos empregados na extração das frequências naturais dos modelos experimentais da arquibancada ocupada por pessoas e por massas inertes são descritos posteriormente, assim como o ajuste e desenvolvimento dos modelos biodinâmicos e a modelagem numérica do conjunto arquibancada-pessoas. A seguir são apresentados de forma sucinta os procedimentos utilizados para o ajuste do modelo biodinâmico que representa a dinâmica do corpo humano na direção lateral para a postura sentada:

- Obtenção das frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com 5, 8 e
   pessoas;
- 2. Investigação, na literatura, da existência de modelos biodinâmicos que representem a dinâmica do corpo humano sentado para a direção lateral;
- 3. Adaptação do modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003) às condições dos espectadores;
- 4. Estudo da sensibilidade das frequências naturais em relação à variação dos parâmetros do modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003);
- 5. Ajuste do parâmetro m<sub>2</sub> do modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003) através do estudo de correlação entre as frequências naturais do modelo experimental e as frequências naturais do modelo numérico da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas;
- Realização de testes de transmissibilidade de vibração do corpo humano em uma passarela de concreto armado;
- Ajuste dos parâmetros m<sub>1</sub>, k<sub>b</sub> e c<sub>b</sub> do modelo biodinâmico através do estudo de otimização entre a transmissibilidade de vibração experimental e teórica do corpo humano;
- 8. Obtenção das razões de amortecimento ( $\xi$ ) do modelo experimental da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas;
- 9. Ajuste das massas m<sub>1</sub> e m<sub>2</sub> do modelo biodinâmico;
- 10. Ajuste do coeficiente de amortecimento (c<sub>b</sub>) do modelo biodinâmico correlacionandose razões de amortecimento numéricas e experimental do modelo da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas;
- 11. Avaliação do modelo biodinâmico através do estudo de otimização entre a transmissibilidade de vibração experimental e teórica do corpo humano;
- 12. Como durante o processo de otimização, realizado no item anterior, a solução convergiu para parâmetros de valores diferentes, os valores dos parâmetros do modelo biodinâmico até então foram desconsiderados assumindo-se os seguintes valores: m<sub>1</sub> e

m<sub>2</sub> ajustado no item 9; k<sub>b</sub> e c<sub>b</sub> do modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003). Em seguida, foi realizado o ajuste do coeficiente de amortecimento (c<sub>b</sub>) do novo modelo biodinâmico correlacionando-se razões de amortecimento numéricas e experimentais do modelo da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas.

Quanto ao ajuste do modelo biodinâmico que representa a dinâmica do corpo humano na direção lateral para a postura em pé, foram repetidos os procedimentos 1, 2 e de 6 a 12.

# 4.1 DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA NATURAL E DA RAZÃO DE AMORTECIMENTO DOS MODELOS EXPERIMENTAIS DA ARQUIBANCADA PARCIALMENTE OCUPADA

A frequência natural do primeiro modo de vibração dos testes da arquibancada com pessoas e com massas inertes foram extraídas a partir das respostas da arquibancada aos testes modais realizados por Brito (2011). O procedimento foi realizado apenas para o primeiro modo de vibração da estrutura, pois neste modo a arquibancada vibra na direção lateral.

As frequências naturais foram determinadas através de três métodos. No primeiro método, identificando-se os picos de resposta no domínio da frequência. No segundo, através de ajuste de curvas. Neste método, a curva da expressão teórica (Equação 4.1) foi ajustada para os pontos ao redor do valor máximo de pico das densidades espectrais de potência experimentais. O ajuste de curvas foi realizado pelo método dos mínimos quadrados através do suplemento *Solver* da planilha *Excel*. Com o uso desta ferramenta de análise foi possível determinar qual o valor da frequência natural (f), razão de amortecimento ( $\xi$ ) e da constante ( $F_j$ ), presente na expressão teórica da densidade espectral de potência ( $G_{xx}$ ), que minimizam o erro entre as duas curvas.

$$G_{xx}(f)_{j} = \frac{(2\pi f)^{4} F_{j}}{\left(\left(2\pi \overline{f_{r}}\right)^{2} - (2\pi f)^{2}\right)^{2} + \left(2\xi 2\pi f 2\pi \overline{f_{r}}\right)^{2}}$$
(4.1)

onde:

 $G_{xx}(f)_j$ : densidade espectral de potência da resposta, avaliado em um ponto j da medição;

 $F_i$ : constante;

*f* : frequência;

 $\overline{f_r}$ : frequência natural do *r*-ésimo modo;

 $\xi$ : razão de amortecimento.

No terceiro método aplicado, a frequência natural do modelo experimental da arquibancada foi mensurada através do período de oscilação. Inicialmente os sinais de resposta da arquibancada com pessoas foram filtrados através do Matlab com filtro passafaixa. Para isto, o programa desenvolvido por Silva (2011) foi utilizado. O programa transformava os sinais no domínio do tempo para o domínio da frequência, fornecendo o espectro de resposta em frequência do sinal, o qual era confrontado com espectro construído com os dados da análise modal a fim de verificar a fidelidade da transformada. Em seguida, o programa solicitava as frequências de corte inicial e final. Uma vez fornecidas as frequências de corte, as quais correspondiam as frequências limites do primeiro modo de vibração da arquibancada, o programa processava a transformada inversa do sinal filtrado, fornecendo-o no domínio do tempo.

A partir do sinal filtrado no domínio do tempo, foram determinados os períodos de oscilação e suas respectivas frequências, chegando-se à frequência natural calculando-se a média das frequências.

Para a determinação da razão de amortecimento dos modelos experimentais da arquibancada ocupada por pessoas, por massas inertes e também da arquibancada vazia, foram empregados dois métodos: o ajuste de curvas e o decremento logarítmico.

No ajuste de curvas, a razão de amortecimento  $(\xi)$  era uma das variáveis envolvidas na Equação 4.1 e sua mensuração foi descrita anteriormente.

No método do decremento logarítmico, o qual representa a taxa de redução da amplitude de uma vibração livremente amortecida (RAO, 2008), foram utilizados os mesmos sinais filtrados usados na determinação das frequências naturais do modelo experimental da arquibancada ocupada por pessoas. Na determinação da razão de amortecimento por este método, inicialmente foram identificadas as amplitudes dos picos.

Em seguida, foi calculado o decaimento ou decremento logarítmico (δ) das amplitudes, para assim chegar-se ao valor da razão de amortecimento através da equação 4.2.

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(2\pi/\delta\right)^2}}\tag{4.2}$$

# 4.2 MODELAGEM NUMÉRICA DA ARQUIBANCADA PARCIALMENTE OCUPADA

As modelagens numéricas das arquibancadas parcialmente ocupadas foram para simular três situações: quando a arquibancada é ocupada por pessoas sentadas, por pessoas em pé e quando as pessoas são representadas apenas por massas. Nas três situações os modelos foram elaborados por meio do método dos elementos finitos utilizando o software ANSYS.

Os modelos numéricos da arquibancada ocupada por pessoas sentadas foram construídos para representar a arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas, adicionando-se ao modelo numérico da arquibancada vazia e na direção lateral, o modelo biodinâmico inicialmente desenvolvido por Rosen e Arcan (2003). Os modelos numéricos da arquibancada ocupada por pessoas em pé foram também desenvolvidos para simular a arquibancada com as mesmas quantidades de pessoas da situação anterior, porém o modelo biodinâmico adicionado ao modelo em EF da arquibancada vazia para representar estas pessoas em pé foi inicialmente desenvolvido na presente pesquisa.

Em relação aos modelos numéricos da arquibancada ocupada por pessoas representadas apenas por massas inertes, sua construção foi feita através da adição das massas médias dos ocupantes ao modelo numérico da arquibancada vazia, na mesma direção dos casos anteriores.

Para os modelos em EF da arquibancada com pessoas sentadas, os valores iniciais adotados para os parâmetros do modelo biodinâmico foram idênticos aos propostos inicialmente por Rosen e Arcan (2003), exceto os valores de  $k_f$  e  $c_f$ , que tiveram seus

valores reduzidos a zero, e o de  $m_3$ , o qual foi acrescentado a  $m_2$ . Assim, o modelo passou a apresentar apenas 1GDL conservando ainda a massa inerte, conforme apresenta a Figura 4.1. As modificações deveram-se à arquibancada não apresentar movimento relativo entre o assento e o apoio para os pés, condição existente no modelo biodinâmico.

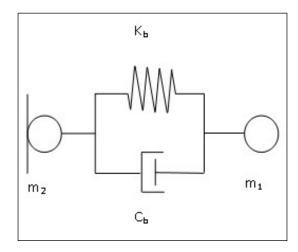


Figura 4.1 – Modelo biodinâmico adotado para a direção lateral

No que diz respeito ao modelo biodinâmico utilizado nos modelos em EF da arquibancada com pessoas em pé, foi desenvolvido a partir de testes com pessoas em pé em uma passarela excitada lateralmente e, assim como o modelo biodinâmico para pessoas sentadas, também apresentou 1GDL, porém sem a presença de massa inerte. Os testes são descritos no item 4.4 deste capítulo.

No ANSYS, as massas dos modelos foram representadas pelo elemento de massa concentrada MASS 21, o qual possui apenas um nó com seis graus de liberdade, sendo três rotações e três translações nas direções x, y e z. Quanto aos coeficientes de rigidez e de amortecimento foram representados pelo elemento COMBIN 14, que apresentam dois nós com seis graus de liberdade por nó: três rotações e três translações também nas direções x, y e z.

Para que a distribuição dos modelos biodinâmicos no modelo numérico da arquibancada vazia correspondesse ao posicionamento das pessoas na arquibancada real, foram identificados os nós existentes no modelo numérico da arquibancada vazia que melhor configuravam a distribuição das pessoas na arquibancada real, identificando também suas coordenadas. Os elementos Mass 21 que correspondiam a massa inerte

presentes nos modelos em EF da arquibancada com indivíduos sentados e com indivíduos representados por massas, foram inseridos nestes nós. Já os que representavam a massa do sistema de 1GDL, foram inseridos em novos nós adicionados com mesmas coordenadas dos nós relativos à massa inerte. Os deslocamentos dos novos nós foram restringidos a direção lateral. Em relação aos elementos Combin 14, foram inseridos entre nós relativos às massas inertes e os nós adicionados.

#### 4.3 AJUSTE DO MODELO BIODINÂMICO PARA PESSOAS SENTADAS

As análises modais do modelo numérico do conjunto estrutura-pessoas realizadas pelo software ANSYS possibilitaram extrair seus modos de vibração e as respectivas frequências naturais de vibração. Em seguida, estas informações referentes ao primeiro modo de vibração, foram comparadas as dos modelos experimentais, verificando a necessidade de ajustar os parâmetros do modelo biodinâmico. Cabe lembrar que o estudo foi feito apenas para o primeiro modo de vibração, pois é neste que a arquibancada vibra na direção lateral.

Visando identificar o(s) parâmetro(s) do modelo biodinâmico que deveria(m) ser ajustado(s), foi feito um estudo de análise de sensibilidade. O estudo foi desenvolvido variando-se isoladamente os parâmetros do modelo biodinâmico,  $m_1$ ,  $m_2$  e  $K_b$ , nos modelos numéricos da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas e verificando o efeito na frequência natural do 1º modo de vibração, após realizar-se no Ansys a análise modal do modelo numérico do conjunto. O estudo foi realizado ora dobrando-se o valor inicial de cada parâmetro, ora reduzindo-o à metade. Como as frequências naturais e os modos de vibração são obtidos através da resolução de um problema de vibração livre não amortecida, não foi necessário estudar o efeito da variação do coeficiente de amortecimento ( $c_b$ ) na frequência natural do conjunto estrutura-pessoas.

Como apenas a massa inerte, no caso a massa  $m_2$ , provocou alterações significativas nas frequências naturais do modelo numérico do conjunto, foi verificado se para o projeto da arquibancada seria possível representar as pessoas apenas por massa, ou seja, desconsiderando os parâmetros  $m_1$  e  $K_b$  do modelo. Assim, novas análises modais

foram realizadas representando-se as pessoas apenas pela massa m<sub>2</sub>, investigando-se em seguida o efeito desta representação na frequência natural do conjunto pessoas-estrutura.

Também foram comparadas as frequências naturais do conjunto pessoas-estrutura, quando os indivíduos são representados apenas por massa, com as frequências naturais do conjunto, quando as frequências da estrutura e das pessoas se aproximam. Esta condição foi simulada assumindo-se para a frequência natural do modelo biodinâmico, o valor da frequência natural da arquibancada vazia (5,74 Hz), e calculando-se uma nova rigidez para o modelo biodinâmico através da seguinte equação:

$$k_r = \omega^2 . m_1 \tag{4.3}$$

Onde  $k_r$  é a rigidez em N/m do modelo biodinâmico quando as frequências da estrutura e das pessoas são aproximadamente iguais;  $\omega = 2\pi f_s$  sendo  $f_s$  a frequência natural da estrutura em Hz; e  $m_1$  a massa modal em kg do modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003).

Assim, análises modais foram realizadas para o novo valor de rigidez do modelo para obter as frequências naturais do conjunto na condição de coincidência das frequências naturais.

Identificada que a massa m<sub>2</sub> era o único parâmetro a ajustar para atualizar o modelo e que as frequências naturais do modelo numérico apresentaram valores superiores ao do modelo experimental, foi necessário elevar a massa m<sub>2</sub>. Considerando a massa corpórea média como a massa corporal representativa dos voluntários que se dispuseram a participar dos testes experimentais e que, portanto, a soma dos valores das massas do modelo biodinâmico, m<sub>1</sub> e m<sub>2</sub>, não deveria ultrapassá-la, o limite de variação da massa m<sub>2</sub> foi determinado através da diferença entre massa corpórea média dos voluntários e a massa m<sub>1</sub>. Como os testes experimentais foram realizados para três taxas de ocupação diferentes da arquibancada (5, 8 e 12 pessoas), para cada uma foi gerado um limite de valor para m<sub>2</sub>. Na Tabela 4.1 apresenta-se a massa corpórea média das pessoas que participaram dos testes experimentais para cada nível de ocupação com os respectivos valores limites de m<sub>2</sub>.

Tabela 4.1 - Massa corporal média e limites para m<sub>2</sub>.

| Nível de ocupação | Massa corporal média (kg) | m <sub>1</sub> (kg) | Limites de m <sub>2</sub> (kg) |
|-------------------|---------------------------|---------------------|--------------------------------|
| 5 pessoas         | 79,70                     |                     | 56,90                          |
| 8 pessoas         | 75,36                     | 22,8                | 52,56                          |
| 12 pessoas        | 70,62                     |                     | 47,82                          |

Definidos os limites de variação para m<sub>2</sub>, iniciou-se a atualização do modelo biodinâmico ajustando-se o valor deste parâmetro para estes limites, conforme cada taxa de ocupação. Ou seja, para o modelo numérico da estrutura com 5 pessoas, m<sub>2</sub> teve seu valor ajustado para 56,90 kg. Para o modelo com 8 pessoas utilizou-se para m<sub>2</sub> o valor limite de 52,56 kg e com 12 pessoas atribui-se para m<sub>2</sub> o valor de 47,82 kg.

Visando uma melhor aproximação entre as frequências naturais numéricas e experimentais, novos ajustes de valor foram realizados para  $m_2$ . Todos foram determinados em relação a massa corporal média dos ocupantes da arquibancada, conforme apresentado na Tabela 4.2. Inicialmente, o valor de  $m_2$  foi ajustado para a diferença entre 90% da massa corpórea média e a massa  $m_1$ , obtendo-se 48,93 kg, 45,02 kg e 40,76 kg, para 5, 8 e 12 pessoas , respectivamente. Para os ajustes seguintes foram aplicados percentuais de 94% a 97%.

Tabela 4.2. Valores de m<sub>2</sub> utilizados na atualização do modelo biodinâmico.

| Percentuais da massa |           | $m_2$ (kg) |            |
|----------------------|-----------|------------|------------|
| corporal média       | 5 pessoas | 8 pessoas  | 12 pessoas |
| 100%                 | 56,90     | 52,56      | 47,82      |
| 90%                  | 48,93     | 45,02      | 40,76      |
| 94%                  | 52,19     | 48,04      | 43,58      |
| 95%                  | 52,91     | 48,79      | 44,29      |
| 96%                  | 53,71     | 49,55      | 45,00      |
| 97%                  | 54,51     | 50,30      | 45,70      |

A identificação do melhor valor para m<sub>2</sub> foi realizada através do método dos mínimos quadrados. A aplicação desta técnica consistiu em identificar o valor para m<sub>2</sub> que minimizava a soma dos quadrados das diferenças entre o valor das frequências do modelo numérico e do modelo experimental para 5, 8 e 12 pessoas.

Como os parâmetros m<sub>1</sub>, K<sub>b</sub> e C<sub>b</sub> poderiam assumir quaisquer valores no modelo, sem afetar significativamente as frequências naturais do sistema estrutura-pessoas, experimentos envolvendo pessoas foram realizados para mensurá-los. Os procedimentos experimentais serão descritos mais adiante, no próximo item.

# 4.4 TESTES EXPERIMENTAIS PARA DETERMINAÇÃO DA TRANSMISSIBILIDADE DO CORPO HUMANO

Como não foi possível encontrar na literatura um modelo que representasse o comportamento dinâmico de pessoas em pé para a direção de vibração lateral, e, diante da necessidade de ajustar-se os valores dos parâmetros do conjunto massa-mola-amortecedor do modelo biodinâmico sentado, experimentos envolvendo pessoas foram realizados a fim de determiná-los. Os testes foram realizados para medir a transmissibilidade do corpo de 6 (seis) indivíduos (5 do sexo masculino e 1 do sexo feminino) e limitaram-se a excitar, na direção lateral, uma passarela com um indivíduo de cada vez localizado no seu centro, medindo-se a aceleração na direção lateral no ponto de entrada da excitação, na passarela para indivíduos em pé (Figura 4.2) e no assento para indivíduos sentados (Figura 4.3), e a aceleração de saída na altura do tórax dos indivíduos.







Figura 4.3 - Postura sentado

Os acelerômetros utilizados na captação dos sinais de aceleração foram da marca Endevco, modelo 7754 e de sensibilidade igual a 1V/g. Aquele utilizado para captar a aceleração de entrada para a postura em pé foi fixado através de uma base magnética em uma placa de aço localizada no centro da passarela (Figura 4.4(a)). Enquanto que para postura sentada, o acelerômetro foi fixado através de parafuso no assento da cadeira (Figura 4.4 (b)). Já o acelerômetro utilizado na captação do sinal de aceleração de saída foi fixado no tórax do indivíduo através de um cinto com suporte apropriado para fixar o instrumento (Figura 4.4 (c)).

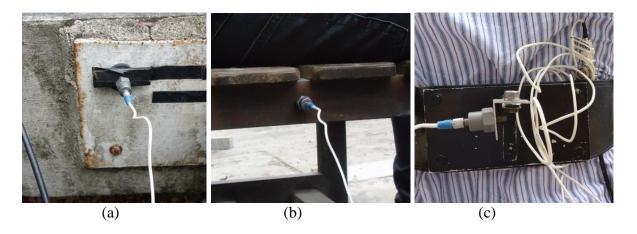


Figura 4.4 - Acelerômetro na (a) passarela, (b) no assento e (c) na pessoa

Cada instrumento foi ligado por meio de cabo coaxial a um condicionador de sinais modelo 4416 da mesma marca dos acelerômetros. Após serem condicionados, os sinais foram transmitidos por meio de cabo para o analisador de espectro Data Physics Quattro, onde foram processados e apresentados na forma de sinal digital de onda no domínio do tempo e no domínio da frequência, através da transformada de Fourier.

Como foi dito anteriormente, o experimento com pessoas foi realizado movimentando uma passarela na direção lateral. Esta estrutura foi construída anteriormente durante o estudo desenvolvido por Fernandes (2007).

Confeccionada em concreto armado no LABEME, a passarela é constituída por uma laje com 11,60 m de comprimento e 1,80 m de largura que se apoia em duas vigas de seção transversal igual a 17x30 cm. Cada viga se apoia em 3 (três) cilindros (Figura 4.5) de concreto revestido por tubos de aço a fim de evitar desgaste em virtude do movimento de rolagem e prevenir rupturas devido a concentração de tensões em suas extremidades.

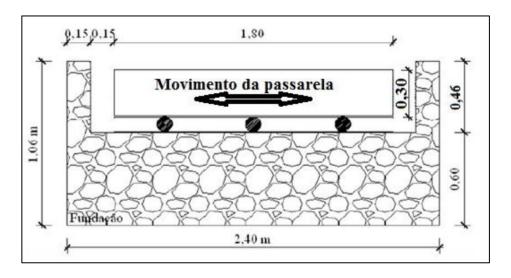


Figura 4.5 - Vista lateral da passarela (Fernandes, 2007)

Durante o experimento a passarela foi movimentada na direção lateral através de um excitador pneumático, sendo este sistema desenvolvido por Andrade (2011) durante sua investigação sobre o efeito da sincronização lateral entre o caminhar dos pedestres e o movimento da passarela. Faz parte do excitador: um cilindro pneumático modelo DFM-32-200-P-A-GF que pode aplicar uma força no sentido de avanço de aproximadamente 482 N e no sentido de retorno de cerca de 415 N; uma válvula pneumática MPYE-5-1/4-010-B para controlar a vazão de ar que entra ou sai das câmaras do cilindro pneumático; e uma régua potenciométrica MLO-POT-100-LWG para indicar a posição através da relação voltagem e posição do curso de sua haste (Figura 4.6). Estes equipamentos são todos do fabricante FESTO.

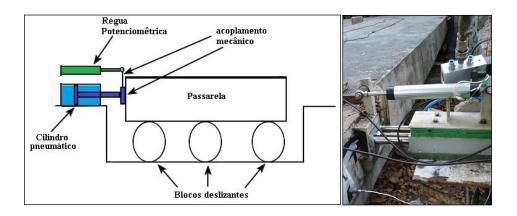


Figura 4.6 – Régua potenciométrica, cilindro pneumático e passarela

A excitação da passarela foi realizada em 5 (cinco) valores de frequências: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 e 0,9 Hz. O sistema de controle, utilizado para o sistema pneumático movimentar a passarela nestas frequências, foi desenvolvido no mesmo estudo citado anteriormente feito por Andrade (2011). Este sistema controla a vazão do fluxo de ar da válvula pneumática através do software LABVIEW<sup>TM</sup>, fazendo o cilindro pneumático mover-se em uma frequência e amplitude pré-determinadas.

O período de aquisição dos sinais (T) foi de aproximadamente 16 s com um intervalo ( $\Delta t$ ) entre duas aquisições consecutivas de aproximação 0,0019 s sendo obtidos 8.192 pontos. Quanto a resolução da frequência ( $\Delta f$ ), foi de 0,0625 Hz

As pessoas que se submeteram aos experimentos foram orientadas para permanecerem paradas e na postura ereta, durante a medição. Para a postura sentada, os indivíduos foram orientados para acomodar as mãos sobre as pernas sem apoiar as costas no encosto da cadeira, já que o modelo experimental da arquibancada não apresentava apoio para as costas. Em relação a postura em pé, os braços deveriam ficar relaxados.

## 4.5 AJUSTE DO MODELO BIODINÂMICO PARA PESSOAS EM PÉ E DO CONJUNTO MASSA-MOLA-AMORTECEDOR DO MODELO BIODINÂMICO PARA POSTURA SENTADA

Um modelo biomecânico de 1GDL tipo massa-mola-amortecedor foi utilizado para representar o comportamento mecânico do corpo das pessoas em pé. Os parâmetros deste modelo assim como do conjunto massa-mola-amortecedor do modelo biodinâmico para postura sentada foram ajustados através de processo de otimização comparando-se valores da transmissibilidade teórica e experimental.

Os experimentos que permitiram a determinação da transmissibilidade do corpo foram realizados com 6 (seis) indivíduos submetidos a excitação nos valores de frequências de 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 e 0,9 Hz, gerando um conjunto de sinais de resposta.

Da mesma forma que os sinais de resposta da arquibancada com pessoas quando submetidas a impacto, os sinais de resposta do novo experimento também foram filtrados no software Matlab. Após o processamento inicial, plotava-se o espectro do sinal, o qual

era confrontado visualmente com o espectro construído com os sinais de resposta do experimento. Uma vez identificada similaridade entre os dois espectros, as frequências de corte inicial e final eram definidas, o qual, após processamento, apresentava os sinais filtrados no domínio do tempo. Estes procedimentos foram realizados separadamente com os sinais de resposta de entrada e de saída de cada faixa de frequência, indivíduo e postura (em pé e sentado).

De posse dos sinais filtrados, partiu-se para a identificação das amplitudes máximas, calculando-se em seguida a média das amplitudes máximas para cada sinal filtrado. Através da razão entre a amplitude média de saída e de entrada foi determinado a transmissibilidade do corpo de cada indivíduo para cada faixa de frequência e postura assumida.

Em seguida, os valores dos parâmetros massa, rigidez e amortecimento presentes na expressão teórica da transmissibilidade foram ajustados pelo método dos mínimos quadrados para minimizar a diferença de valores entre as transmissibilidades teóricas e experimentais. O ajuste foi realizado com o uso do algoritmo de otimização a disposição no suplemento *Solver* presente na planilha *Excel*.

### 4.6 AJUSTE FINAL DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO DOS MODELOS BIODINÂMICOS

O ajuste do coeficiente de amortecimento (c) dos modelos biodinâmicos para pessoas sentadas e para pessoas em pé foi realizado correlacionando-se a razão de amortecimento (ξ) do modelo numérico e do modelo experimental da arquibancada parcialmente ocupada. Para cada modelo experimental, a razão de amortecimento foi obtida pelo método do decremento logarítmico após a filtragem dos sinais experimentais e também pelo ajuste de curva. Estes processos foram descritos anteriormente no item 4.1. Já a razão de amortecimento de cada modelo em elementos finitos foi obtida através do método do decremento logarítmico realizado após a filtragem dos sinais adquiridos pela análise transiente feita no software ANSYS.

Na análise transiente via ANSYS, a equação do movimento (Expressão 4.4) é resolvida em intervalos de tempo discretos pelo método de integração numérica de Newmark.

$$[M]{\ddot{u}}+[C]{\dot{u}}+[K]{u}=\{F(t)\}$$
(4.4)

onde, [M], [C] e [K] são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez;  $\ddot{u}$ ,  $\dot{u}$  e u são, respectivamente, os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos nodais; e F(t) o vetor de forças nodais.

A precisão da resposta da análise depende do intervalo de tempo. Quanto menor seu valor maior a precisão. Intervalo de tempo elevado interfere na resposta dos modos mais elevados enquanto que valores muito pequenos levam a um tempo elevado de processamento. Assim, visando atender estas considerações o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) foi definido pela expressão 4.5 que, conforme Bathe (1996), leva a uma porcentagem de período de elongação de aproximadamente 0,2%.

$$\frac{\Delta t}{T} = 0,002\tag{4.5}$$

Outros parâmetros necessários para a realização da análise foram os coeficientes de Rayleigh  $\alpha$  e  $\beta$ . Estes coeficientes são usados para calcular a matriz de amortecimento [C], vista na expressão 4.6, onde  $\alpha$  é utilizado para multiplicar a matriz de massa [M] e  $\beta$  a matriz de rigidez [K].

$$[C] = \alpha.[M] + \beta.[K] + \sum_{k=1}^{n} [C_k]$$
 (4.6)

Estes parâmetros foram determinados através da solução do sistema de duas equações lineares formadas a partir das frequências naturais ( $\omega_1 \omega_2$ ) e respectivas razões de amortecimento ( $\xi_1$  e  $\xi_2$ ) de dois primeiros modos de vibração da estrutura.

$$\begin{cases} \alpha + \beta \omega_1^2 = 2\xi_1 \omega_1 \\ \alpha + \beta \omega_2^2 = 2\xi_2 \omega_2 \end{cases} \tag{4.7}$$

Na expressão 4.6 é possível identificar a contribuição dos coeficientes de amortecimento dos modelos biodinâmicos, representada pela matriz de amortecimento dos elementos  $[C_k]$ , na matriz de amortecimento do conjunto estrutura-pessoas .

#### 4.7 MODELAGEM NUMÉRICA DA ARQUIBANCADA LOTADA

Definido o modelo biodinâmico representativo do comportamento dinâmico do corpo humano sentado e do corpo humano em pé foi identificado que as massas  $m_1$  e  $m_2$  do modelo do corpo humano sentado e a massa  $m_1$  do modelo do corpo humano em pé dependiam da massa corpórea das pessoas. Havia ainda a necessidade de estimar um valor representativo da massa corpórea média do público que se acomoda em arquibancadas temporárias, para assim definir valores das massas  $m_1$  e  $m_2$  para os modelos biodinâmicos que serão inseridos no modelo numérico da arquibancada lotada.

Conforme Marinho (2002), Gomes *et al* (2007), Barros e Rios (2010) e Campuzano *et al* (2013), o peso próprio de uma pessoa geralmente é considerado igual a 800 N. Assim, devido à falta de disponibilidade na literatura de um valor de massa corpórea representativa de espectadores, considerou-se um valor de 81,63 kg.

Determinada a massa corpórea representativa do público, verificou-se a necessidade de estimar a capacidade de acomodar o público da arquibancada em estudo. De acordo com Brito (2011), a capacidade estimada de público para a arquibancada era de 96 a 120 pessoas. Como a arquibancada possuía 8 tablados de comprimento igual a 8,19 m, cada

tablado seria ocupado por 12 a 15 espectadores, onde cada pessoa ocuparia entre 0,55 m e 0,68 m.

O Guide to Safety at Sports Grounds (2008) do Department for Culture, Media and Sport do Reino Unido orienta que a largura mínima do assento para espectadores de recintos esportivos deve ser de 0,46 m acrescido de 0,04 m quando equipado com apoio para os braços. Já a Instrução Técnica nº12 do Corpo de Bombeiros do estado de São Paulo (2011) recomenda 0,42 m e que cada assento deve ser instalado, no mínimo, a cada 0,50m de seu eixo. É importante expor que estas dimensões destinam-se a arquibancadas com cadeiras fixadas no tablado e que a arquibancada objeto de estudo da presente pesquisa não as possuem, sendo disponibilizado apenas o tablado como local para o público sentar-se.

Considerando excessiva a largura ocupada por pessoa apresentado por Brito (2011), quando comparado com as dimensões apresentadas pelo Guide to Safety at Sports Grounds (2008) e pela Instrução Técnica nº12/2011 e, conforme Brito (2005), considerando que pode não haver controle na entrada para que a capacidade da arquibancada seja respeitada, destinou-se para cada pessoa 0,50 m de comprimento do tablado. Assim, a capacidade da arquibancada por tablado foi determinada através da razão entre o comprimento do tablado e a largura ocupada por cada pessoa.

Definidos os valores dos parâmetros dos modelos biodinâmicos para pessoas sentadas e para pessoas em pé e a capacidade da arquibancada, procedeu-se no ANSYS a simulação da lotação da arquibancada com pessoas sentadas e com pessoas em pé a partir do tablado de maior altura. A cada lotação de degrau extraia-se os modos de vibração e as frequências naturais do modelo numérico da arquibancada.

Dezesseis modelos biodinâmicos foram inseridos a cada degrau de arquibancada. As massas dos modelos biodinâmicos continuaram a ser representadas pelo elemento de massa concentrada Mass 2I e os coeficientes viscoelásticos pelo elemento Combin 14. Para o modelo numérico da arquibancada lotada por pessoas sentadas, os elementos Mass 21 que correspondiam a massa  $m_2$  foram inseridos nos nós do modelo numérico da arquibancada vazia. Os elementos Mass 21 que representavam a massa  $m_1$  foram inseridos em novos nós adicionados com mesmas coordenadas dos nós relativos a massa  $m_2$ . Já os elementos Combin 14, foram inseridos entre nós relativos às massas  $m_1$  e  $m_2$ .

Quanto ao modelo numérico da arquibancada lotada por pessoas em pé, os elementos Mass 21 correspondentes a massa  $m_1$  foram inseridos no modelo numérico da

arquibancada vazia nos nós criados com mesmas coordenadas dos nós já existentes na estrutura. Já os elementos Combin 14 foram adicionados ao modelo numérico da arquibancada vazia entre os nós criados e os nós que representavam a melhor distribuição.

### CAPÍTULO V

## RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA ARQUIBANCADA PARCIALMENTE OCUPADA

Neste capítulo são apresentadas as frequências naturais e as razões de amortecimento do modelo experimental da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas sentadas e com 5, 8 e 12 pessoas em pé. Também são exibidas as frequências naturais da arquibancada quando as pessoas foram substituídas por corpos de provas representando as situações de ocupação por 8 e 12 pessoas. Em todos os casos foi extraída apenas a frequência natural do 1º modo de vibração da estrutura, referente a direção lateral.

Estas frequências são utilizadas nos próximos capítulos nos ajustes dos modelos biodinâmicos que representam o comportamento do corpo humano sentado e em pé. Também servirão para identificar o efeito da representação das pessoas por massas inertes.

A extração das frequências naturais dos modelos experimentais da arquibancada parcialmente ocupada foi realizada a partir dos sinais de resposta da arquibancada aos testes modais realizados por Brito (2011). Foram empregados três métodos para chegar-se aos valores: identificação dos picos de resposta, ajuste de curvas e pelo sinal de decaimento. Já as razões de amortecimento foram determinadas pelo ajuste de curvas e pelo sinal de decaimento.

## 5.1 DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS ATRAVÉS DA IDENTIFICAÇÃO DOS PICOS DE RESPOSTA

No primeiro método, as frequências naturais dos modelos experimentais da arquibancada parcialmente ocupada foram extraídas através da identificação dos picos de resposta do sinal no domínio da frequência. Antes da apresentação dos sinais de resposta no domínio da frequência do modelo experimental da arquibancada parcialmente ocupada, será exposto na Figura 5.1 o sinal de resposta da arquibancada vazia, apresentando-se também a frequência natural (5,75 Hz) referente ao primeiro modo de vibração da estrutura.

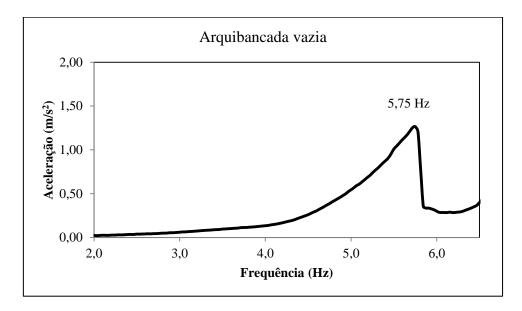


Figura 5.1 – Sinais de resposta no domínio da frequência do modelo experimental da arquibancada vazia

Nas Figuras 5.2, 5.3 e 5.4 apresentam-se, respectivamente, os sinais de resposta do modelo experimental da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas sentadas, com 5, 8 e 12 pessoas em pé e com 8 e 12 pessoas representadas por massas inertes. Nestas figuras foi identificado, para cada caso de ocupação, o pico de resposta do 1º modo de vibração com sua respectiva frequência natural.

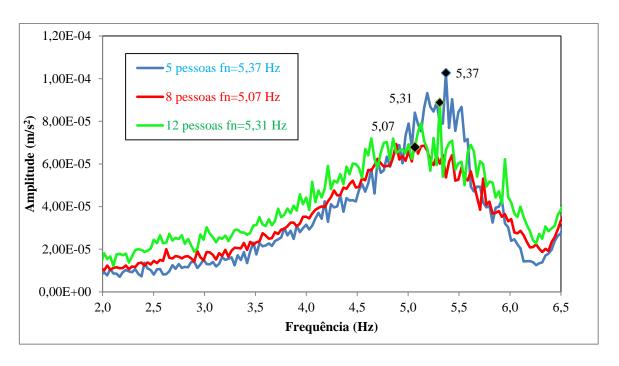


Figura 5.2 – Sinais de resposta no domínio da frequência do modelo experimental da arquibancada com pessoas sentadas através dos picos de resposta

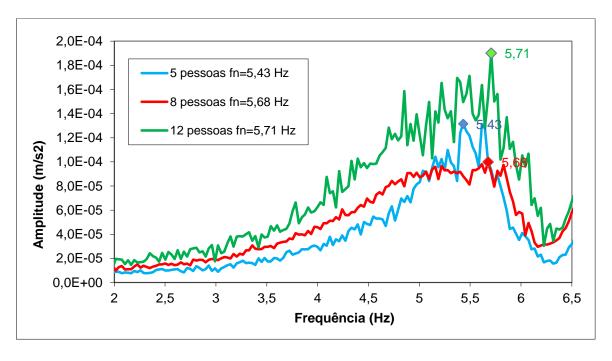


Figura 5.3 - Sinais de resposta no domínio da frequência do modelo experimental da arquibancada com pessoas em pé através dos picos de resposta

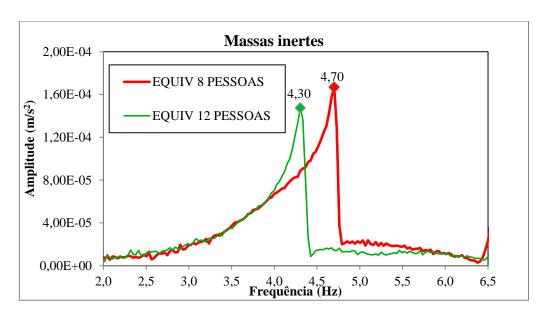


Figura 5.4 - Sinais de resposta no domínio da frequência do modelo experimental da arquibancada com massas inertes através dos picos de resposta

O período de aquisição (T) dos sinais de resposta no domínio da frequência da arquibancada parcialmente ocupada foi de 32,768 s. Quanto a resolução (Δf) foi 30,518 mHz. Os sinais foram captados no ponto de referência (excitação e resposta no ponto 1) visto na Figura 5.5.

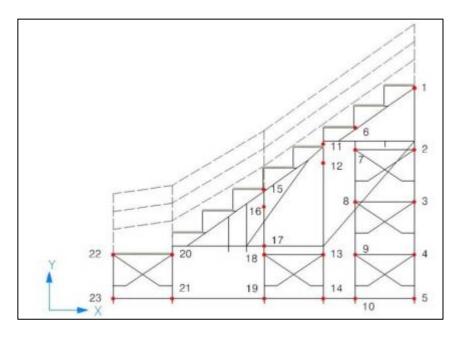


Figura 5.5 – Indicação dos pontos de medição na direção lateral Adaptado de Peña (2013)

Observando os sinais de resposta no domínio da frequência da arquibancada ocupada por indivíduos sentados (Figura 5.2) e em pé (Figura 5.3), verificou-se um nível de ruído significativo tornando difícil a identificação dos picos de frequência, podendo os picos identificados não corresponderem as frequências naturais dos conjuntos estrutura-indivíduos. Por isso, novos métodos de extração da frequência natural foram empregados nos próximos itens. Porém, considerando os valores das frequências naturais obtidos pelos picos, vistos nas Figuras 5.2 e 5.3, ver-se que os conjuntos arquibancada-pessoas sentadas apresentam valores de frequência natural inferiores quando comparadas aos conjuntos arquibancada-pessoas em pé.

Os sinais de resposta no domínio da frequência da arquibancada com massas inertes apresentaram um nível de ruído menor quando comparados aos da arquibancada com pessoas. Apesar das perturbações presentes nos sinais da arquibancada com massas inertes, foi possível identificar com certa segurança as frequências naturais por este método (Figura 5.4). Mesmo assim, é utilizado mais adiante um novo método para identificá-las e confirmar estas informações. Ver-se também na Figura 5.4 que a arquibancada quando ocupada por massas apresenta menores frequências naturais quando comparadas as frequências naturais da arquibancada com pessoas (Figuras 5.2 e 5.3).

### 5.2 DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E DAS RAZÕES DE AMORTECIMENTO POR AJUSTE DE CURVA

O segundo método empregado para determinar a frequência natural do 1º modo de vibração dos modelos experimentais da arquibancada parcialmente ocupada e agora também a razão de amortecimento, foi o ajuste de curva. Este método tende a reduzir possíveis erros de picos de resposta no domínio da frequência devidos ao ruído apresentado nos sinais. Nas Figuras 5.6 e 5.7 e 5.8 apresentam-se o ajuste para os casos em que a arquibancada se encontrava com 12 pessoas sentadas e 12 pessoas em pé e com massas equivalentes a 12 pessoas, respectivamente.

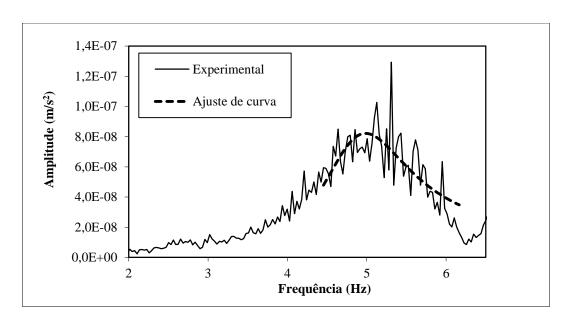


Figura 5.6 - Ajuste de curva para a arquibancada com 12 pessoas sentadas.

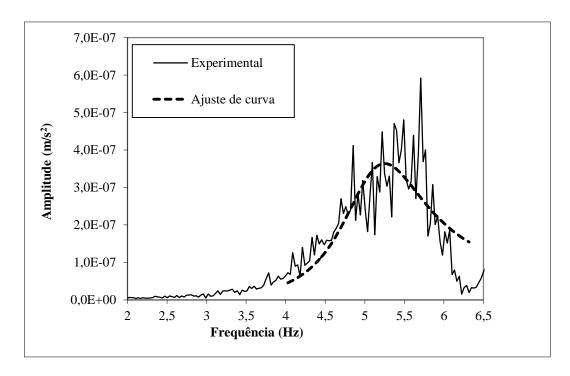


Figura 5.7 - Ajuste de curva para a arquibancada com 12 pessoas em pé.

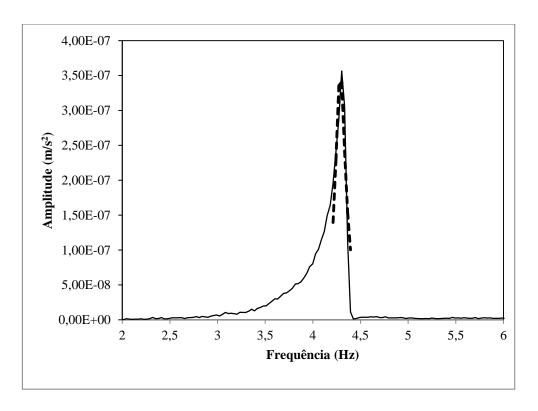


Figura 5.8 - Ajuste de curva para a arquibancada com massas equivalentes a 12 pessoas.

Os valores das frequências naturais e das razões de amortecimento da arquibancada parcialmente ocupada por pessoas, obtidos pelo método de ajuste de curva, são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Frequências naturais e razões de amortecimento obtidas pelo ajuste de curva

| Ocupação da  | Fr                     | Frequência (Hz) |         |          | Razão de amortecimento (%) |         |  |  |
|--------------|------------------------|-----------------|---------|----------|----------------------------|---------|--|--|
| arquibancada | Pessoas Pessoas Massas |                 | Pessoas | Pessoas  | Massas                     |         |  |  |
| arquiouneada | •                      | em pé           | inertes | sentadas | em pé                      | inertes |  |  |
| 5            | 5,19                   | 5,38            |         | 6,62     | 6,41                       |         |  |  |
| 8            | 4,92                   | 5,07            | 4,66    | 14,11    | 12,88                      | 1,55    |  |  |
| 12           | 4,88                   | 5,16            | 4,29    | 14,38    | 12,92                      | 1,48    |  |  |

A partir dos resultados vistos na Tabela 5.1, verifica-se, e isto também foi visto pelo método de identificação pelo pico de resposta, que as frequências naturais do conjunto arquibancada-pessoas sentadas apresentam frequências naturais inferiores ao do conjunto

arquibancada-pessoas em pé, porém as frequências naturais da arquibancada com massas inertes são as de menor valor. Ver-se também que há uma tendência dos conjuntos estrutura-pessoas sentadas apresentarem maiores razões de amortecimento em relação aos conjuntos estrutura-pessoas em pé e aos conjuntos estrutura-massa equivalente a pessoas.

# 5.3 DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS PELO DECAIMENTO DO SINAL E DAS RAZÕES DE AMORTECIMENTO PELO DECREMENTO LOGARÍTMICO

Para extrair as frequências naturais dos modelos experimentais da arquibancada, parcialmente ocupada através do decaimento em vibração livre, seus sinais de resposta passaram inicialmente pelo processo de filtragem no *Software Matlab* através do filtro passa-faixa ideal. Como exemplo, nas Figuras 5.9 e 5.10 apresentam-se o sinal de resposta no domínio do tempo e no domínio da frequência da arquibancada com 8 pessoas em pé, respectivamente.

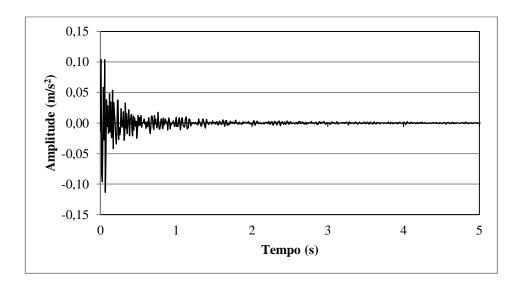


Figura 5.9 - Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 8 pessoas em pé

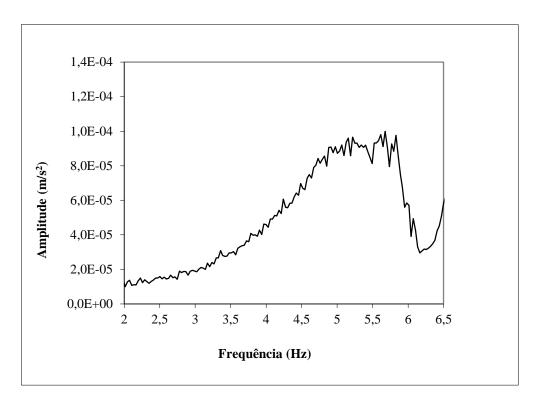


Figura 5.10 - Sinal de resposta no domínio da frequência da arquibancada com 8 pessoas em pé

A filtragem do sinal, neste caso, foi feita para uma frequência de corte inicial e final iguais, respectivamente, a 2,6245 Hz e 6,134 Hz conforme espectro da Figura 5.10 a fim de preservar a totalidade do sinal em torno do primeiro pico. Assim como para os demais casos, após a filtragem do sinal (Figura 5.11) e a partir dos valores numéricos do sinal filtrado, os instantes de início e fim dos ciclos foram determinados e, em seguida, os períodos e as frequências de oscilação, chegando-se a frequência natural do modo através da média das frequências dos ciclos de oscilação (Tabela 5.2). Os ciclos considerados nesta operação foram aqueles que se aproximaram da forma de um decaimento logaritmo.

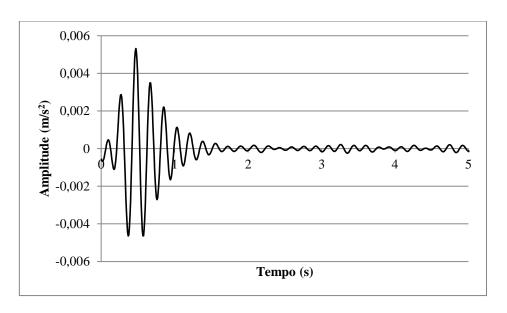


Figura 5.11 - Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 8 pessoas em pé após filtragem

Tabela 5.2 – Frequência natural da arquibancada com 8 pessoas em pé

| Instante | Período | Frequência |  |
|----------|---------|------------|--|
| (s)      | (s)     | (Hz)       |  |
| 0,5238   |         |            |  |
| 0,7169   | 0,1932  | 5,1762     |  |
| 0,9000   | 0,1831  | 5,4616     |  |
| 1,0757   | 0,1756  | 5,6944     |  |
| 1,2532   | 0,1776  | 5,6322     |  |
| 1,4250   | 0,1718  | 5,8214     |  |
| 1,6047   | 0,1797  | 5,5645     |  |
| Mé       | Média:  |            |  |

Através dos sinais filtrados foi possível observar que a medida que o número de pessoas na estrutura elevava-se, o sistema arquibancada-pessoas tendia a sofrer uma redução mais rápida do movimento, como pode ser visto ao comparar os sinais filtrados da arquibancada com 5 e 8 pessoas sentadas (Figuras 5.12 e 5.13) e os sinais filtrados da arquibancada com 5 e 8 pessoas em pé (Figuras 5.14 e 5.15). Isto provavelmente se deve

ao acréscimo de amortecimento que a estrutura sofre ao ser ocupada pelas pessoas sentadas.

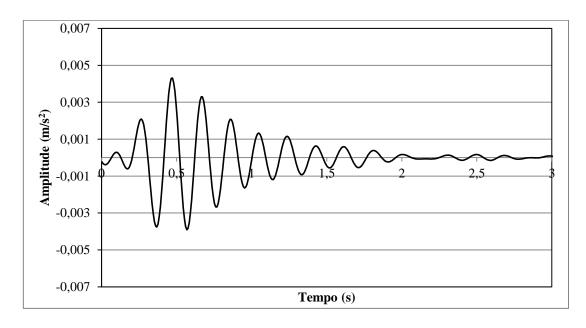


Figura 5.12 - Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 5 pessoas sentadas após filtragem

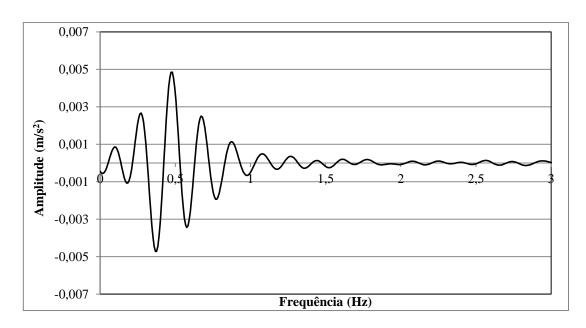


Figura 5.13 - Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 8 pessoas sentadas após filtragem

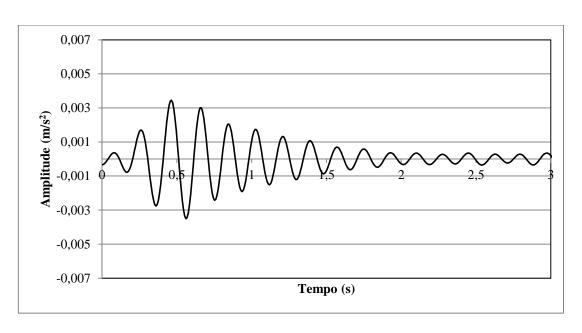


Figura 5.14 - Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 5 pessoas em pé após filtragem

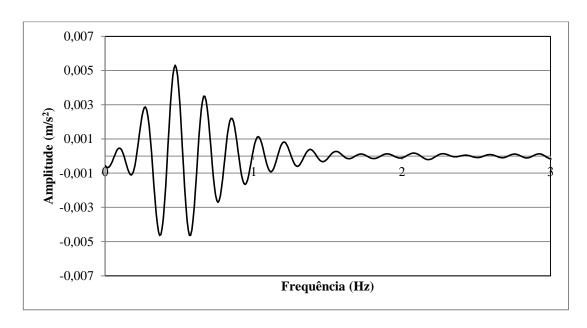


Figura 5.15 - Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com 8 pessoas em pé após filtragem

Nas Figuras 5.16 e 5.17 apresentam-se os sinais de resposta da arquibancada com massas equivalentes a 5 pessoas e a 8 pessoas. Observando estas figuras não é possível

identificar variação de amortecimento visível à medida que a estrutura vai sendo ocupada por massas inertes.

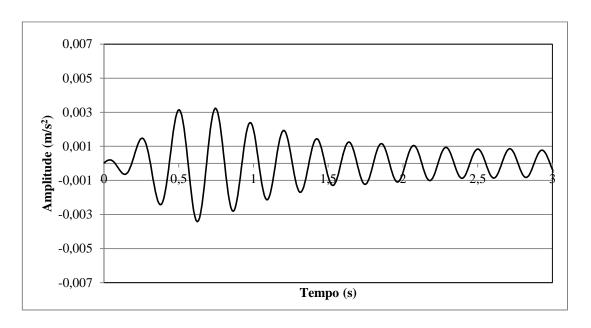


Figura 5.16 - Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com massas equivalentes a 5 pessoas após filtragem

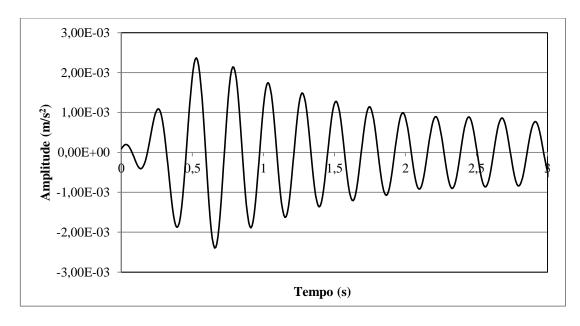


Figura 5.17 - Sinal de resposta no domínio do tempo da arquibancada com massas equivalentes a 8 pessoas após filtragem

As observações feitas anteriormente sobre a tendência de acréscimo de amortecimento que a arquibancada sofria à medida que mais pessoas se faziam presentes nela foi confirmada a partir dos valores das razões de amortecimento calculados (Tabela 5.3).

Tabela 5.3 - Frequências naturais pelo decaimento em vibração livre e razões de amortecimento pelo decremento logarítmico após filtragem dos sinais

| Ocupação da  | Frequência (Hz)           |          |                    | Razão de amortecimento (%) |          |      |  |
|--------------|---------------------------|----------|--------------------|----------------------------|----------|------|--|
| arquibancada | Pessoas Pessoas em Massas |          | Pessoas Pessoas es |                            | n Massas |      |  |
|              | sentadas pé inertes       | sentadas | pé                 | inertes                    |          |      |  |
| 5            | 5,20                      | 5,45     |                    | 5,53                       | 4,15     |      |  |
| 8            | 5,10                      | 5,56     | 4,61               | 10,92                      | 8,14     | 2.85 |  |
| 12           | 5,13                      | 4,90     | 4,28               | 11,50                      | 12,03    | 3,37 |  |

Quanto ao comportamento das frequências naturais da arquibancada com pessoas sentadas e em pé, vistas nos métodos anteriores (identificação de pico e ajuste de curva), também foi verificado que as frequências naturais da estrutura com pessoas sentadas também apresentam valores inferiores à estrutura ocupada por indivíduos em pé exceto para o caso em que a arquibancada foi ocupada por 12 pessoas (Tabela 5.3).

As arquibancadas com massas inertes foram os conjuntos que apresentaram menores frequências naturais quando comparadas aos conjuntos arquibancada-pessoas. Este mesmo comportamento foi identificado quando foram extraídos os fatores de amortecimento pelo método do ajuste de curva.

# 5.4 RESUMO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E DAS RAZÕES DE AMORTECIMENTO DO MODELO EXPERIMENTAL DA ARQUIBANCADA PARCIALMENTE OCUPADA

As frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com pessoas foram determinadas através de três métodos: pela identificação dos picos de resposta, por

ajuste de curvas e pelo decaimento em vibração livre. Nas Figuras 5.18, 5.19 e 5.20 são apresentadas na forma de gráfico as frequências naturais da arquibancada com pessoas e com massas equivalentes às pessoas.

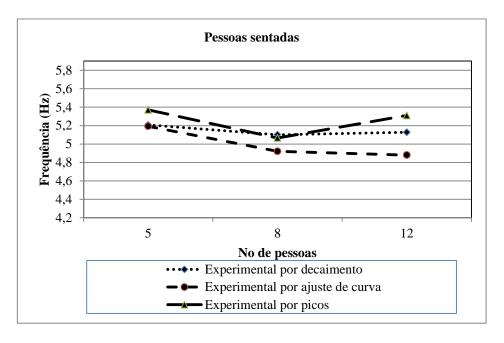


Figura 5.18- Frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com pessoas sentadas

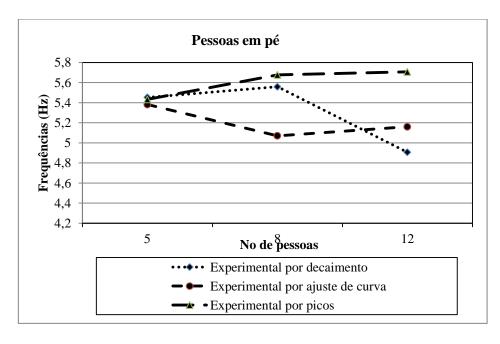


Figura 5.19 - Frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com pessoas em pé

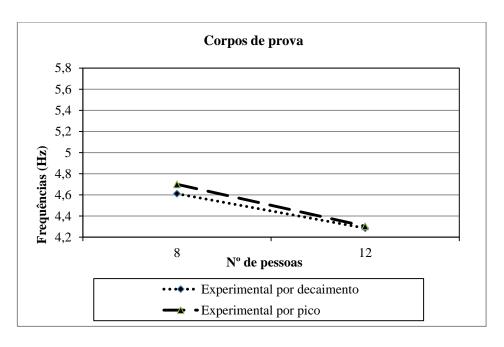


Figura 5.20 - Frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com massas equivalentes as pessoas

É possível observar que os modelos experimentais da arquibancada com massas apresentaram os menores níveis de frequências naturais da arquibancada. Isto se deve a apenas uma pequena parcela de sua massa total contribuir para a massa modal. Quanto aos modelos com pessoas em pé, demonstram uma tendência de apresentar maiores níveis de frequência natural. Esta situação será analisada posteriormente.

Como foi visto anteriormente, as frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com pessoas sentadas foram determinadas por três métodos: através da identificação do pico de resposta, pelo ajuste de curva e pelo decaimento em vibração livre. Como os sinais de resposta da arquibancada apresentaram um nível de ruído significativo em relação aos possíveis picos de resposta e o método do ajuste de curva tende a reduzir estes possíveis erros, assumiu-se como os melhores valores para representar o modelo experimental da arquibancada com pessoas sentadas, as frequências naturais extraídas pelo ajuste de curva, pois apesar dos sinais de resposta serem filtrados antes da determinação da frequência natural pelo método do decaimento, o ruído continua contido no sinal.

Quanto às razões de amortecimento dos conjuntos arquibancadas-pessoas (Figuras 5.21 e 5.22) e arquibancada-massas equivalentes (5.23), verifica-se que a última situação de ocupação levou a menores níveis de razão de amortecimento.

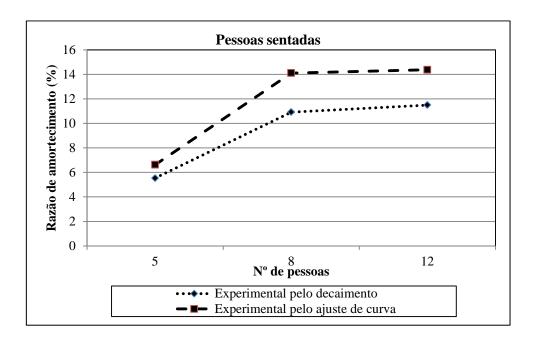


Figura 5.21- Razões de amortecimento do modelo experimental da arquibancada com pessoas sentadas

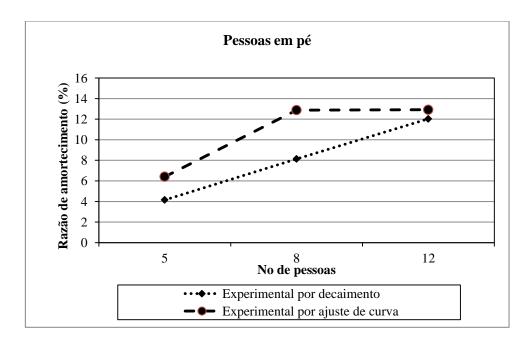


Figura 5.22 – Razões de amortecimento do modelo experimental da arquibancada com pessoas em pé

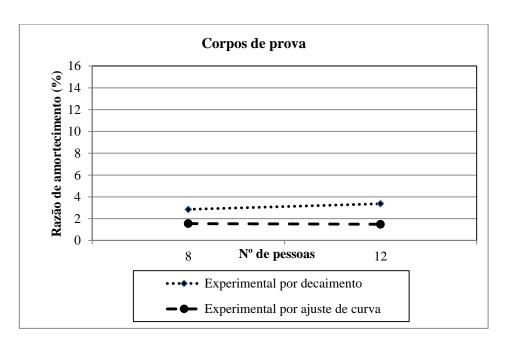


Figura 5.23 – Razões de amortecimento do modelo experimental da arquibancada com massas equivalentes as pessoas

Foi verificada também uma tendência da arquibancada quando ocupada por pessoas sentadas apresentar maior razão de amortecimento em relação à ocupação da estrutura por pessoas em pé. Observa-se também que o aumento do número de pessoas na estrutura tende a elevar sua razão de amortecimento enquanto que a variação das massas inertes na estrutura provoca quase nenhuma variação de razão de amortecimento

### CAPÍTULO VI

#### RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA TRANSMISSIBILIDADE

Devido a falta de disponibilidade de um modelo biodinâmico que representasse o comportamento dinâmico do corpo humano em pé e na direção lateral, e a necessidade de ajustar-se os parâmetros  $m_1$ ,  $K_b$  e  $C_b$  do modelo biodinâmico sentado, experimentos com 6 (seis) indivíduos foram realizados para medir a transmissibilidade de vibração do corpo. A média da massa corporal destes indivíduos assim como o sexo encontram-se na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Dados antropométricos dos indivíduos

| Indivíduos | Sexo      | Massa corporal (kg) |
|------------|-----------|---------------------|
| 1          | masculino | 75,00               |
| 2          | masculino | 86,80               |
| 3          | masculino | 83,20               |
| 4          | masculino | 69,10               |
| 5          | masculino | 64,10               |
| 6          | feminino  | 43,55               |
| MÉDIA:     |           | 70,29               |

Os experimentos foram realizados excitando-se uma passarela de concreto, na direção lateral, nos valores de frequência 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 e 0,9 Hz, nas situações em que cada indivíduo encontrava-se sobre a estrutura. Durante o desenvolvimento dos experimentos, as acelerações de entrada e de saída do corpo de cada indivíduo, na direção lateral, foram medidas para que assim fosse possível determinar a transmissibilidade de aceleração do corpo humano. As medições foram realizadas para as posturas em pé e sentada. As acelerações de entrada do corpo dos indivíduos em pé e dos indivíduos

sentados foram medidas, respectivamente, na estrutura e no assento da cadeira. Já as acelerações de saída do corpo foram medidas na altura do tórax.

Como exemplo dos sinais de resposta à excitação medidos, são apresentados nas Figuras 6.1 e 6.2, respectivamente, os sinais de aceleração de entrada e de saída no domínio do tempo do indivíduo 5 na postura em pé para frequência de excitação de 0,5 Hz. Nas Figuras 6.3 e 6.4 é possível observar os correspondentes espectros de resposta dos sinais.

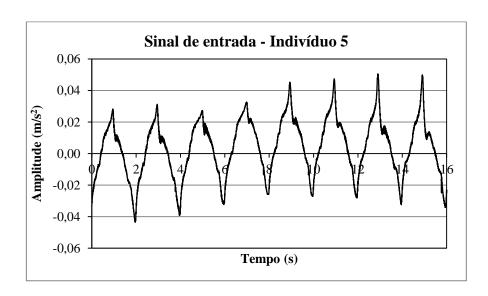


Figura 6.1 – Sinal de entrada no domínio do tempo do indivíduo 5 na postura em pé a uma frequência de 0,5 Hz.

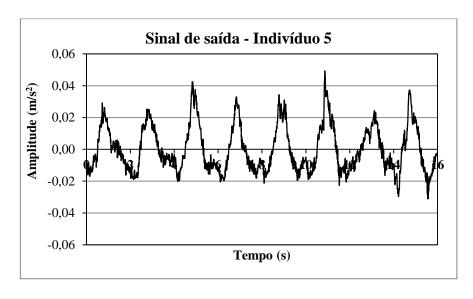


Figura 6.2 – Sinal de saída no domínio do tempo do indivíduo 5 na postura em pé a uma frequência de 0,5 Hz.

A flutuação dos picos (Figura 6.1) deve-se aos componentes de alta frequência estarem contidos no sinal, mas que serão eliminados após a filtragem (Figura 6.5).

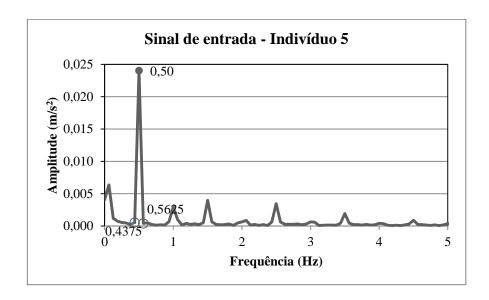


Figura 6.3 – Espectro do sinal de entrada do indivíduo 5 na postura em pé a uma frequência de 0,5 Hz.

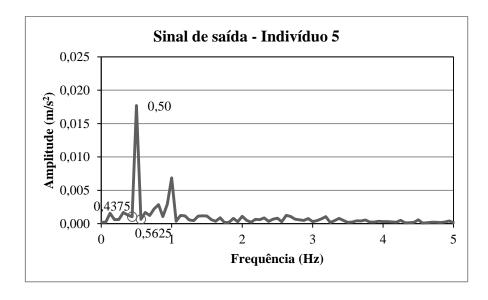


Figura 6.4 – Espectro do sinal de saída do indivíduo 5 na postura em pé a uma frequência de 0,5 Hz.

A fim de eliminar os componentes de frequências afastados da frequência dominante de excitação, todos os sinais medidos passaram por um processo de filtragem empregando-se um filtro passa-faixa. Para os sinais de resposta à excitação vistos nas

Figuras 6.3 e 6.4, as frequências de corte inicial e final foram, respectivamente, 0,4375 Hz e 0,5625 Hz, tanto para o sinal de entrada como para o sinal de saída. As frequências de corte encontram-se destacadas nestas mesmas figuras. Nas Figura 6.5 e 6.6 são apresentados os sinais no domínio do tempo após a filtragem.

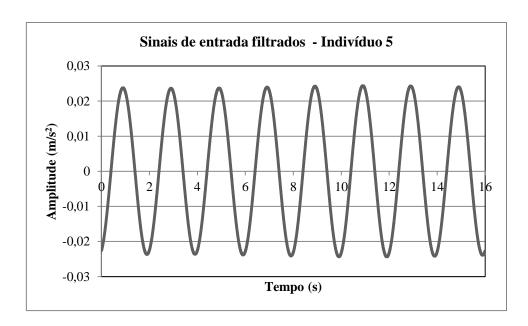


Figura 6.5 – Sinais de entrada filtrados no domínio do tempo do indivíduo 5 na postura em pé a uma frequência de 0,5 Hz.

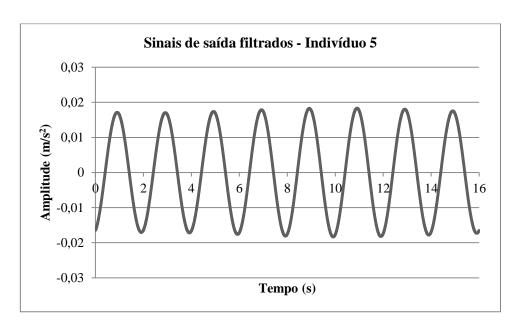


Figura 6.6 – Sinais de saída filtrados no domínio do tempo do indivíduo 5 na postura em pé a uma frequência de 0,5 Hz.

Uma vez filtrados os sinais, as amplitudes máximas dos sinais de entrada e de saída foram identificadas e calculadas as médias para cada faixa frequência e indivíduo, chegando-se assim ao valor da transmissibilidade através da razão entre a média das amplitudes máximas de saída e de entrada.

Considerando os dados apresentados do indivíduo 5, as amplitudes máximas de entrada e de saída e suas respectivas médias encontram-se na Tabela 6.2, bem como a transmissibilidade.

Tabela 6.2. – Amplitudes máximas e transmissibilidade do Indivíduo 5 Frequência de excitação 0,5 Hz

| Ciclos             | Amplitude máxima de entrada $(m/s^2)$ | Amplitude máxima de saída (m/s²) |
|--------------------|---------------------------------------|----------------------------------|
| 1                  | 0,023786                              | 0,017141                         |
| 2                  | 0,023644                              | 0,017068                         |
| 3                  | 0,023727                              | 0,017379                         |
| 4                  | 0,023983                              | 0,017874                         |
| 5                  | 0,02426                               | 0,018261                         |
| 6                  | 0,024397                              | 0,018327                         |
| 7                  | 0,024318                              | 0,018038                         |
| 8                  | 0,024066                              | 0,017549                         |
| Média              | 0,024023                              | 0,017705                         |
| Transmissibilidade | 0,736999                              | 9                                |

Na Tabela 6.3 são apresentadas as amplitudes médias de entrada e de saída e as transmissibilidades de aceleração do corpo de cada indivíduo na postura em pé para cada frequência de excitação. O indivíduo 1 não participou dos testes quando a passarela foi excitada a uma frequência de 0,9 Hz, portanto as amplitudes de entrada e de saída e a correspondente transmissibilidade do corpo deste indivíduo para a referida frequência de excitação não são apresentadas nesta tabela.

Tabela 6.3 – Amplitudes médias de entrada e de saída (em m/s²) e transmissibilidades dos indivíduos na postura em pé

| Frequência de excitação | Resultados<br>experimentais | Indivíduo<br>1<br>(75,00 kg) | Indivíduo<br>2<br>(86,80 kg) | Indivíduo<br>3<br>(83,20 kg) | Indivíduo<br>4<br>(69,10 kg) | Indivíduo<br>5<br>(64,10 kg) | Indivíduo<br>6<br>(43,55 kg) |
|-------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
|                         | Amplitude média<br>entrada  | 0,00197                      | 0,00292                      | 0,00256                      | 0,01383                      | 0,02402                      | 0,00676                      |
| 0,5 Hz                  | Amplitude média<br>saída    | 0,00172                      | 0,00276                      | 0,00465                      | 0,01460                      | 0,01770                      | 0,00502                      |
|                         | Transmissibilidade          | 0,87553                      | 0,94374                      | 1,81818                      | 1,05543                      | 0,73700                      | 0,74310                      |
|                         | Amplitude média entrada     | 0,00300                      | 0,00337                      | 0,00380                      | 0,01033                      | 0,02660                      | 0,00887                      |
| 0,6 Hz                  | Amplitude média<br>saída    | 0,00100                      | 0,00367                      | 0,00216                      | 0,01085                      | 0,02000                      | 0,00605                      |
|                         | Transmissibilidade          | 0,33280                      | 1,08897                      | 0,56800                      | 1,05093                      | 0,75188                      | 0,68171                      |
|                         | Amplitude média entrada     | 0,00633                      | 0,00648                      | 0,01015                      | 0,02050                      | 0,01448                      | 0,01069                      |
| 0,7 Hz                  | Amplitude média<br>saída    | 0,00348                      | 0,00372                      | 0,00377                      | 0,02344                      | 0,01563                      | 0,00559                      |
|                         | Transmissibilidade          | 0,54952                      | 0,57500                      | 0,37175                      | 1,14313                      | 1,07933                      | 0,52300                      |
|                         | Amplitude média<br>entrada  | 0,00807                      | 0,00693                      | 0,01384                      | 0,01920                      | 0,01051                      | 0,01611                      |
| 0,8 Hz                  | Amplitude média<br>saída    | 0,00548                      | 0,00495                      | 0,00481                      | 0,01680                      | 0,01005                      | 0,00576                      |
|                         | Transmissibilidade          | 0,67866                      | 0,71472                      | 0,34715                      | 0,87490                      | 0,95557                      | 0,35776                      |
| 0,9 Hz                  | Amplitude média<br>entrada  |                              | 0,01395                      | 0,01213                      | 0,01777                      | 0,01278                      | 0,01492                      |
|                         | Amplitude média<br>saída    |                              | 0,00266                      | 0,00317                      | 0,01859                      | 0,01183                      | 0,00134                      |
|                         | Transmissibilidade          |                              | 0,19027                      | 0,26128                      | 1,04580                      | 0,92541                      | 0,08996                      |

Assim como os sinais de resposta a excitação para a postura em pé, os sinais de resposta para postura sentada também foram filtrados e a transmissibilidade de aceleração do corpo nesta postura calculada (Tabela 6.4).

Tabela 6.4 – Amplitudes médias de entrada e de saída (em m/s $^2$ ) e transmissibilidades dos indivíduos na postura sentada

| Frequência de excitação | Resultados<br>experimentais | Indivíduo<br>1<br>(75,00 kg) | Indivíduo<br>2<br>(86,80 kg) | Indivíduo<br>3<br>(83,20 kg) | Indivíduo<br>4<br>(69,10 kg) | Indivíduo<br>5<br>(64,10 kg) | Indivíduo<br>6<br>(43,55 kg) |
|-------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
|                         | Amplitude média<br>entrada  | 0,00167                      | 0,00242                      | 0,00187                      | 0,00369                      | 0,01013                      | 0,00667                      |
| 0,5 Hz                  | Amplitude média<br>saída    | 0,00180                      | 0,00470                      | 0,00275                      | 0,00210                      | 0,00971                      | 0,00709                      |
|                         | Transmissibilidade          | 1,07832                      | 1,94301                      | 1,47179                      | 0,56743                      | 0,95916                      | 1,06325                      |
|                         | Amplitude média entrada     | 0,00265                      | 0,00299                      | 0,00302                      | 0,02279                      | 0,01294                      | 0,00458                      |
| 0,6 Hz                  | Amplitude média<br>saída    | 0,00168                      | 0,00414                      | 0,00311                      | 0,01338                      | 0,01597                      | 0,00586                      |
|                         | Transmissibilidade          | 0,63240                      | 1,38116                      | 1,02943                      | 0,58702                      | 1,23429                      | 1,27942                      |
|                         | Amplitude média<br>entrada  | 0,00399                      | 0,00256                      | 0,01204                      | 0,01698                      | 0,00658                      | 0,00816                      |
| 0,7 Hz                  | Amplitude média<br>saída    | 0,00501                      | 0,00563                      | 0,00604                      | 0,01153                      | 0,00426                      | 0,01151                      |
|                         | Transmissibilidade          | 1,25528                      | 2,19821                      | 0,50168                      | 0,67942                      | 0,64699                      | 1,41095                      |
|                         | Amplitude média<br>entrada  | 0,00541                      | 0,00562                      | 0,01313                      | 0,01880                      | 0,01747                      | 0,00902                      |
| 0,8 Hz                  | Amplitude média<br>saída    | 0,00624                      | 0,00977                      | 0,00812                      | 0,01192                      | 0,01120                      | 0,01290                      |
|                         | Transmissibilidade          | 1,15283                      | 1,73757                      | 0,61841                      | 0,63378                      | 0,64122                      | 1,43049                      |
|                         | Amplitude média<br>entrada  | 0,00752                      | 0,01492                      | 0,01151                      | 0,01863                      | 0,01650                      | 0,01180                      |
| 0,9 Hz                  | Amplitude média<br>saída    | 0,00647                      | 0,00969                      | 0,00727                      | 0,01269                      | 0,01183                      | 0,01683                      |
|                         | Transmissibilidade          | 0,86044                      | 0,64947                      | 0,63152                      | 0,68093                      | 0,71701                      | 1,42643                      |

### CAPÍTULO VII

#### MODELO BIODINÂMICO PARA PESSOAS SENTADAS

Na presente pesquisa propõe-se estudar para a direção lateral o efeito da presença das pessoas paradas sobre a resposta dinâmica de uma arquibancada temporária através da simulação da lotação desta estrutura, inserindo-se no modelo numérico da arquibancada vazia, modelos biodinâmicos. Desta forma, inicialmente investigou-se a disponibilidade de modelos biodinâmicos na literatura, identificando-se o proposto por Rosen e Arcan (2003) dedicado a representar o comportamento vibratório, na direção lateral, das pessoas sentadas.

Adaptando o modelo proposto por Rosen e Arcan (2003) à situação dos espectadores da arquibancada, pois na arquibancada não há movimento relativo entre o assento e apoio para os pés, os parâmetros  $m_3$ ,  $K_f$  e Cf do modelo biomecânico tiveram seus valores reduzidos a zero, passando o modelo a apresentar apenas 1GDL conforme mostrado na Figura 4.1, e a massa  $m_3$  foi acrescentada à massa  $m_2$ . Desta forma, a massa  $m_2$  que antes era 6 kg, passou a ser 28,8 kg. Os demais parâmetros permaneceram inalterados:  $m_1=22,8 kg$ ,  $K_b=506,3 N/m$  e  $C_b=75,2 Ns/m$ .

Ao lançar o modelo biodinâmico proposto por Rosen e Arcan (2003) no modelo numérico da arquibancada vazia a fim de representar numericamente a arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas sentadas e extrair as frequências naturais do conjunto, verificou-se a necessidade de ajustar os parâmetros do modelo biodinâmico ao comparar com as frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com pessoas sentadas, como pode ser visto na Figura 7.1.

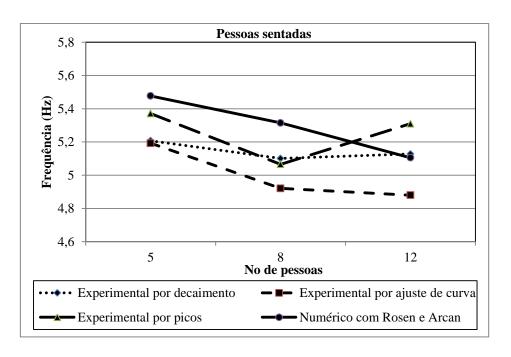


Figura 7.1 - Frequências naturais do modelo experimental e do modelo numérico da arquibancada com o modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003)

Definido o conjunto de valores das frequências naturais dos modelos experimentais da arquibancada com pessoas sentadas (Tabela 7.1), e de posse do conjunto de valores das frequências naturais do modelo numérico da arquibancada com o modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003) representando as pessoas sentadas, partiu-se então para o ajuste dos parâmetros do modelo biodinâmico.

Tabela 7.1 Frequências naturais dos modelos experimentais da arquibancada com pessoas sentadas e dos modelos numéricos com modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003).

|               | Frequências naturais (Hz) |                              |  |  |  |
|---------------|---------------------------|------------------------------|--|--|--|
| Nº de pessoas | Experimental por          | Numérico com modelo          |  |  |  |
|               | ajuste de curva           | biodinâmico de Rosen e Arcan |  |  |  |
| 5             | 5,19                      | 5,48                         |  |  |  |
| 8             | 4,92                      | 5,31                         |  |  |  |
| 12            | 4,88                      | 5,10                         |  |  |  |

A identificação do parâmetro a ajustar foi realizada através de análise de sensibilidade. O estudo apontou que a frequência natural do conjunto arquibancada-

pessoas mostrou-se sensível apenas à massa  $m_2$ , conforme apresentam as Figuras 7.2, 7.3 e 7.4.

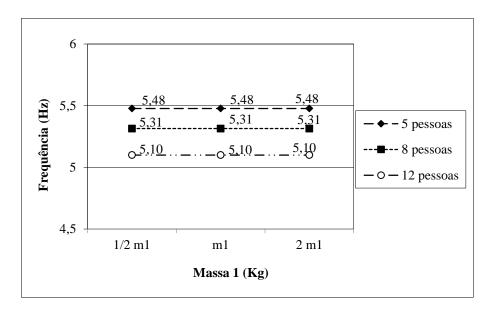


Figura 7.2 – Estudo da sensibilidade da frequência em relação a  $m_1$ .

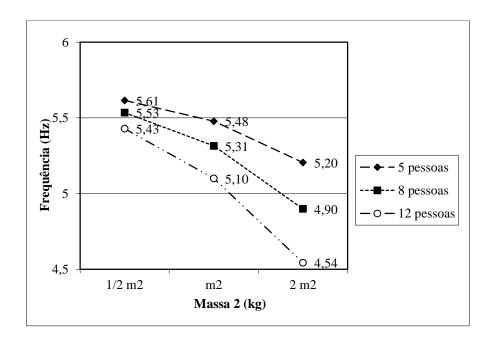


Figura 7.3 - Estudo da sensibilidade da frequência em relação a  $m_2$ 

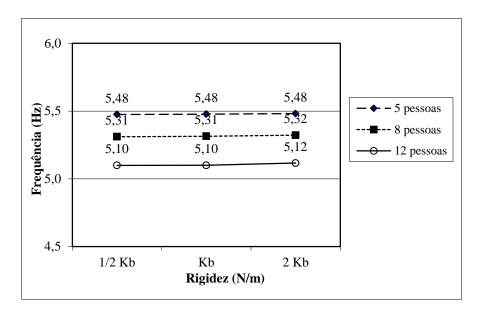


Figura 7.4 - Estudo da sensibilidade da frequência em relação a  $k_b$ 

Como a massa  $m_2$  foi identificada como o parâmetro mais sensível para o modelo numérico, estudou-se a possibilidade de representar as pessoas apenas pela massa estática  $m_2$ . De fato, quando os parâmetros  $m_1$  e  $K_b$  foram zerados, as frequências naturais do modelo numérico do conjunto arquibancada-pessoas conservaram praticamente o mesmo valor, como pode ser visto na Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Frequências naturais do modelo numérico da arquibancada com pessoas sentadas representadas por modelos biodinâmicos e por massas estáticas m<sub>2</sub>

| N° de pessoas | frequências (Hz)                    |                             |  |  |  |
|---------------|-------------------------------------|-----------------------------|--|--|--|
|               | Indivíduos representados por modelo | Indivíduos                  |  |  |  |
|               | biodinâmico de Rosen e Arcan        | representados por           |  |  |  |
|               |                                     | massa inerte m <sub>2</sub> |  |  |  |
| 5             | 5,48                                | 5,47                        |  |  |  |
| 8             | 5,31                                | 5,31                        |  |  |  |
| 12            | 5,10                                | 5,09                        |  |  |  |

Porém, para o caso em que as pessoas e a estrutura entram em ressonância talvez fosse necessário considerar todos os parâmetros. Desta forma, a fim de verificar esta possibilidade, foram determinadas as frequências naturais do modelo numérico da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas quando os valores das frequências naturais do modelo

biodinâmico e da arquibancada vazia são iguais ou se aproximam. Verifica-se na Tabela 7.3 que para esta situação obtém-se um conjunto de valores diferentes de quando as pessoas são representadas apenas por massas inertes. Assim, em geral, as pessoas não podem ser representadas apenas pela massa estática  $m_2$ .

Tabela 7.3 - Frequências naturais do modelo numérico da arquibancada com pessoas sentadas representadas apenas por massa inerte m<sub>2</sub> e com modelo biodinâmico e estrutura com frequências naturais iguais

|               | Frequências naturais (Hz)    |                                    |  |  |
|---------------|------------------------------|------------------------------------|--|--|
| Nº de pessoas | indivíduos representados por | Indivíduos representados por massa |  |  |
|               | modelo biodinâmico           | inerte m <sub>2</sub>              |  |  |
| 5             | 4,80                         | 5,47                               |  |  |
| 8             | 4,51                         | 5,31                               |  |  |
| 12            | 4,21                         | 5,09                               |  |  |

Como as frequências naturais do modelo numérico mostraram-se sensíveis apenas ao parâmetro  $m_2$  e apresentaram valores superiores ao do modelo experimental, o ajuste do modelo foi realizado elevando-se o valor da massa  $m_2$ . Porém, esta variação foi limitada pela diferença entre massa corpórea média de cada grupo de 5, 8 e 12 voluntários que se dispuseram a participar dos testes experimentais, e a massa  $m_1$  (Tabela 4.1).

A cada variação de valor de  $m_2$ , eram realizadas análises modais com os modelos em elementos finitos da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas extraindo-se assim as frequências naturais. O melhor valor para  $m_2$  foi o que levou ao menor somatório dos quadrados das diferenças entre as frequências naturais do modelo numérico ( $f_n$ ) e as frequências naturais do modelo experimental ( $f_e$ ). Conforme pode ser visto na Tabela 7.4, este valor foi obtido da diferença entre 96% da massa corporal média do grupo de 5, de 8 e de 12 pessoas que estavam presentes na arquibancada, e a massa  $m_1$ . Os demais parâmetros do modelo biodinâmico apresentam a mesma massa ( $m_1$ ), rigidez ( $K_b$ ) e coeficiente de amortecimento ( $C_b$ ) do modelo inicial .

Tabela 7.4 – Variação das frequências naturais em relação a m<sub>2</sub>

| Percentuais da massa |           | Frequência (Hz) |            |                        |  |  |
|----------------------|-----------|-----------------|------------|------------------------|--|--|
| corporal média       | 5 pessoas | 8 pessoas       | 12 pessoas | $\Sigma (f_n - f_e)^2$ |  |  |
| 100%                 | 5,21      | 4,97            | 4,72       | 0,0285                 |  |  |
| 97%                  | 5,23      | 5,00            | 4,76       | 0,0227                 |  |  |
| 96%                  | 5,24      | 5,01            | 4,77       | 0,0222                 |  |  |
| 95%                  | 5,25      | 5,02            | 4,79       | 0,0223                 |  |  |

É possível identificar na Figura 7.5 a aproximação das frequências naturais do modelo numérico do conjunto arquibancada-pessoas sentadas às frequências do modelo experimental da arquibancada com pessoas sentadas, após o ajuste do modelo biomecânico de Rosen e Arcan (2003), utilizado para representar as pessoas no modelo numérico.

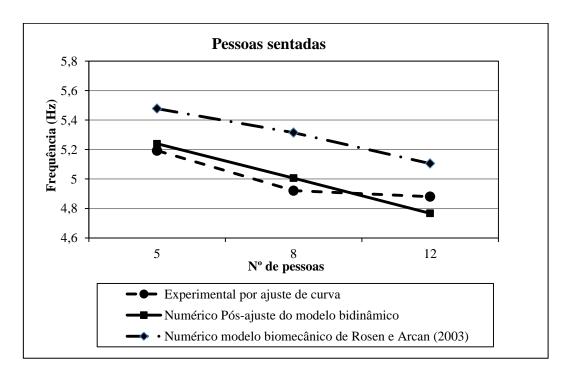


Figura 7.5 - Frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com pessoas sentadas e do modelo numérico da arquibancada com o modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003) e modelo biomecânico ajustado

Após o ajuste, os parâmetros do modelo biodinâmico passaram a apresentar a configuração vista na Tabela 7.5.

Tabela 7.5 – Modelo biodinâmico ajustado

| m <sub>1</sub> (kg) | $m_2$ (kg)                                 | $K_b$ (N/m) |  |
|---------------------|--|-------------|--|
| 22.8                | 96% Massa corporal média das pessoas       | 506,3       |  |
| 22,8                | presentes na arquibancada - m <sub>1</sub> | 300,3       |  |

Também foi estudada a possibilidade de representar as pessoas pela massa corporal. Assim, novas análises foram feitas adicionando-se a massa corporal média das pessoas (Tabela 4.1) ao modelo em EF da arquibancada vazia. A Tabela 7.6 apresenta as frequências naturais obtidas para cada tipo de representação das pessoas assim como o somatório dos quadrados das diferenças entre as frequências naturais do modelo numérico e do modelo experimental da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas. Comparando-se os resultados obtidos, verifica-se que a utilização do modelo biodinâmico oferece uma melhor aproximação das frequências naturais do modelo numérico ao experimental, sendo indicado assim como a melhor forma de representar as pessoas.

Tabela 7.6 - Frequências naturais do modelo numérico da arquibancada com as pessoas representadas pelo modelo biodinâmico ajustado e pela massa corporal média

| Democranto ĉe des masses no estruturo  | Frequência (Hz) |           |            |                        |  |
|--|-----------------|-----------|------------|------------------------|--|
| Representação das pessoas na estrutura | 5 pessoas       | 8 pessoas | 12 pessoas | $\Sigma (f_n - f_e)^2$ |  |
| Modelo biodinâmico ajustado            | 5,24            | 5,01      | 4,77       | 0,0222                 |  |
| Massa corporal média                   | 5,00            | 4,66      | 4,32       | 0,4166                 |  |

Através do estudo de correlação entre os resultados das frequências naturais do modelo experimental e do modelo numérico do conjunto arquibancada-pessoas sentadas, foi possível ajustar apenas a massa inerte,  $m_2$ , do modelo já que a frequência natural se mostrou sensível apenas a esse parâmetro. Assim, visando ajustar os demais parâmetros, massa  $(m_1)$ , rigidez  $(k_b)$  e coeficiente de amortecimento,  $(c_b)$  foram realizados experimentos para medir a transmissibilidade do corpo.

Inicialmente, foram realizados testes com pessoas sentadas sobre um assento localizado no centro de uma passarela. Durante os testes a estrutura era submetida a uma excitação senoidal e a aceleração de saída, foi medida na altura do tórax. Quanto a

aceleração de entrada, foi medida no assento. Os resultados destes testes encontram-se na Tabela 6.4.

O sistema para representar a situação experimental encontra-se descrito no Apêndice e a expressão para determinar a transmissibilidade de vibração é vista neste mesmo Apêndice na Expressão A.13.

O ajuste dos parâmetros do modelo biodinâmico foi realizado na Planilha *Excel* através do *Solver*. Esta ferramenta identificou o conjunto de valores que levou a um menor erro entre as transmissibilidades experimentais (Tabela 6.4) e as calculadas pela Expressão A.13. Os valores dos parâmetros inicialmente inseridos no Solver foram os mesmos do modelo determinado por Rosen e Arcan (2003) ( $m_I$ =22,8 kg,  $k_b$ =506,3 N/m e  $c_b$ =75,2 Ns/m) devido a este modelo ter sido idealizado nas mesmas condições da presente pesquisa: pessoas sentadas sem apoio para as costas e direção de vibração lateral.

As restrições assumidas inicialmente foram que os valores dos parâmetros  $m_I$ ,  $k_b$  e  $c_b$  deveriam ser positivos e  $m_I$  não poderia ultrapassar o valor da massa corporal média dos indivíduos que participaram do experimento. Porém, partindo-se de novos conjuntos de valores, os resultados convergiam para outras soluções. Desta forma, resolveu-se excluir a massa  $m_I$  das células variáveis, assumindo assim, para este parâmetro, o mesmo valor apresentado por Rosen e Arcan (2003).

Com esta intervenção, mesmo partindo-se de diferentes valores para  $k_b$  e  $c_b$  a solução convergiu para o mesmo conjunto de valores:  $k_b$ =259 N/m e  $c_b$ =136,2 Ns/m. Foi observado também que este conjunto de valores se aproxima da solução em que todos os parâmetros variaram, assumindo como valores iniciais  $m_1$ =22,8 kg,  $k_b$ =506,3 N/m e  $c_b$ =75,2 Ns/m, demostrando assim ser esta intervenção uma boa proposta.

Desta forma, os parâmetros do modelo biodinâmico para indivíduos sentados, após esta segunda etapa de ajuste, passaram a apresentar os valores vistos na Tabela 7.7.

Tabela 7.7 – Modelo biodinâmico para pessoas sentadas

| $m_1$ (kg) | $m_2$ (kg)                            | $k_b (N/m)$ | $c_{\rm b}  (Ns/m)$ |
|------------|---------------------------------------|-------------|---------------------|
| 22,8       | (96% Massa corporal média das pessoas | 259         | 136,2               |
| 22,0       | presentes na arquibancada) $ (m_1)$   | 239 130,2   |                     |

Tendo como objetivo verificar o valor do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico determinado através do estudo da transmissibilidade, análises transientes no ANSYS foram realizadas com o modelo numérico da arquibancada com as pessoas representadas pelo modelo biodinâmico cujos parâmetros encontram-se na Tabela 7.7. Em seguida, os sinais de deslocamento no domínio do tempo, obtidos a partir da análise, foram filtrados no MATLAB. Após a filtragem, através do decremento logarítmico, a razão de amortecimento do modelo numérico para cada ocupação foi calculada e, logo após, comparada com a razão de amortecimento do modelo experimental. Como pode ser observado na Tabela 7.8, as razões de amortecimento dos modelos numéricos dos conjuntos estrutura-pessoas apresentaram valores inferiores aos modelos experimentais, sendo necessário então elevar o valor do coeficiente de amortecimento dos modelos numéricos.

Tabela 7.8 - Razão de amortecimento do modelo experimental e do modelo numérico da arquibancada para c=136,3 Ns/m

| Ocupação da  | Razão de amortecimento do | Razão de amortecimento | Razão de amortecimento |
|--------------|---------------------------|------------------------|------------------------|
| arquibancada | modelo experimental pelo  | do modelo experimental | do modelo numérico     |
| arquibancada | decremento logarítmico    | por ajuste de curva    | para C = 136,2 Ns/m    |
| 5            | 5,53%                     | 6,62%                  | 3,28%                  |
| 8            | 10,92%                    | 14,11%                 | 3,73%                  |
| 12           | 11,50%                    | 14,38%                 | 4,45%                  |

Na Tabela 7.9 apresentam-se algumas tentativas de ajuste do valor do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas sentadas e as respectivas razões de amortecimento geradas no modelo numérico do conjunto estrutura-pessoas sentadas. Observa-se nesta mesma tabela que a partir do sêxtuplo do valor inicial do coeficiente de amortecimento, as razões de amortecimento passaram a apresentar redução de valor. Como

durante o ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas em pé, a ser detalhado no próximo capítulo, não foi observado tal situação e a massa  $m_1$  deste último modelo tem mais que o triplo do valor da massa  $m_1$  do modelo biodinâmico para pessoas sentadas, estudou-se uma nova distribuição de valores para as massas  $m_1$  e  $m_2$ .

Tabela 7.9 – Ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas sentadas em relação a razão de amortecimento

|                             | Razão de amortecimento (%)         |   |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------------------------|------------------------------------|---|--|--|--|--|--|--|--|
| Ocupação da<br>arquibancada | Modelo experimental por decaimento | Modelo experimental por ajuste de curva | Modelo<br>numérico<br>para 4 x C<br>(544,8 Ns/m) | Modelo<br>numérico<br>para 5 x C<br>(681,0 Ns/m) | Modelo<br>numérico<br>para 6 x C<br>(817,2 Ns/m) | Modelo<br>numérico<br>para 8 x C<br>(1089,6Ns/m) |  |  |  |
| 5                           | 5,53                               | 6,62                                    | 4,64   | 4,72   | 4,61   | 4,54   |  |  |  |
| 8                           | 10,92                              | 14,11                                   | 5,90   | 5,92   | 5,72   | 5,32   |  |  |  |
| 12                          | 11,50                              | 14,38                                   | 7,02   | 7,21   | 7,07   | 7,02   |  |  |  |

No estudo desenvolvido por Ji (1995), o corpo humano foi dividido em duas partes: a parte superior composta pela cabeça, tronco e membros superiores correspondendo a 2/3 do peso total do corpo; e a parte inferior formada pelos membros inferiores correspondendo a 1/3 do peso total. Iida (2005) também apresenta uma distribuição das partes do corpo humano em relação a peso total, onde os membros inferiores correspondem a um percentual entre 33 e 40%. Também é possível encontrar na literatura estudos que dividem o corpo humano em um maior número de segmentos expondo o percentual da distribuição da massa de cada parte. Nestes estudos os membros superiores e inferiores são divididos em 3 segmentos. Os membros superiores em braço, antebraço e mão, e os membros inferiores em coxa, perna e pé. A Tabela 7.10 mostra os percentuais de distribuição da massa apresentados por Clauser *et al* (1969), Plagenhoef et al (1983) e Dempster (1955) para os segmentos dos membros inferiores. Os percentuais referem-se a apenas um membro inferior devendo-se multiplicar por dois para obter o percentual do par.

Tabela 7.10 – Distribuição da massa corporal para os segmentos dos membros inferiores

| Segmento            | Clauser et al | Plagenhoef et al (1983) |                | Dempster | Média  |  |
|---------------------|---------------|-------------------------|----------------|----------|--------|--|
| corporal            | (1969)        | Homens                  | omens Mulheres |          | (%)    |  |
| Coxa                | 10,30%        | 10,50%                  | 11,75%         | 9,70%    | 10,56% |  |
| Perna               | 4,30%         | 4,75%                   | 5,35%          | 4,50%    | 4,73%  |  |
| Pé                  | 1,50%         | 1,43%                   | 1,33%          | 1,40%    | 1,42%  |  |
| Total<br>individual | 16,10%        | 16,6%                   | 18,43%         | 15,60%   | 16,68% |  |
| Total par           | 32,20%        | 33,36%                  | 36,86%         | 31,20%   | 33,43% |  |

Calculando-se a média aritmética entre os percentuais dos pares de segmento dos membros inferiores apresentados por cada autor encontra-se 33,43%, demostrando ser uma boa proposta a proporção apresentada por Ji (1995) de que os membros inferiores correspondem a 1/3 da massa total de corpo.

Assim, considerando que os membros inferiores não sofrem deslocamento em relação ao tablado da estrutura, foi assumido para a massa  $m_2$ , 1/3 da massa total, ou seja, 33,33% da massa total, enquanto que para massa  $m_1$ , 2/3 da massa total. Por outro lado, sabe-se que a redução do valor de  $m_2$  levaria a um aumento da frequência natural, estas modificações só foram possíveis em virtude das frequências naturais do modelo numérico do sistema arquibancada-pessoas, extraídas após a análise transiente, apresentavam valores inferiores às frequências naturais experimentais (Figura 7.6). Apesar do estudo ocorrer para o caso em que o coeficiente de amortecimento é multiplicado por 5, ele é válido devido á frequência sofrer pequenas variações quando o amortecimento é alterado.

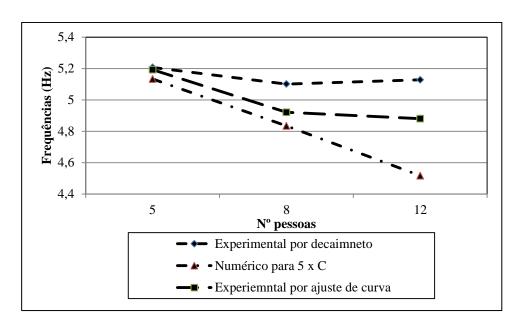


Figura 7.6 - Frequências naturais do modelo experimental e do modelo numérico do sistema arquibancada-pessoas sentadas após análise transiente.

Definidas as proporções das massas de  $m_1$  e  $m_2$  do modelo biodinâmico em relação massa corporal média dos ocupantes da estrutura, passou-se a estudar o valor do coeficiente de amortecimento que conduz as frequências naturais numéricas a uma maior aproximação das frequências naturais experimentais. Este estudo foi realizado através do somatório dos quadrados das diferenças entre frequências naturais numéricas ( $f_n$ ) e as frequências naturais experimentais ( $f_e$ ).

Considerando as frequências naturais experimentais obtidas pelo ajuste de curva, vê-se na Tabela 7.11 que o ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para óctuplo de seu valor inicial levou a uma melhor aproximação, já que para esta situação obteve-se o menor somatório dos quadrados das diferenças entre as frequências naturais do modelo numérico e do modelo experimental do sistema arquibancada-pessoas sentadas (0,0759 Hz). No entanto, considerando o método de obtenção das frequências naturais a partir do decaimento do sinal, verifica-se que seria necessário realizar novas tentativas de ajuste do coeficiente de amortecimento.

Tabela 7.11 – Ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para indivíduos sentados em relação à frequência natural

| Modelo do sistema e<br>método de extração das | Frequências naturais do sistema<br>arquibancada – pessoas sentadas (Hz) |        |        | $\Sigma (f_{\rm n} - f_{\rm e})^2$ |                            |  |
|---|---|--------|--------|------------------------------------|----------------------------|--|
| frequências naturais                          | 5   | 8      | 12     | Em relação ao                      |                            |  |
| Experimental por ajuste de curva              | 5,1923  | 4,9207 | 4,8801 | experimental por ajuste de         | Em relação ao experimental |  |
| Experimental por decaimento                   | 5,2072  | 5,1009 | 5,1278 | curva                              | por decaimento             |  |
| Numérico após análise transiente para 7xC     | 5,3643  | 5,2035 | 4,9080 | 0,1103                             | 0,0835                     |  |
| Numérico após análise transiente para 8xC     | 5,3367  | 5,1497 | 4,8291 | 0,0759                             | 0,1084                     |  |
| Numérico após análise transiente para 9xC     | 5,3198  | 5,1177 | 4,7312 | 0,0772                             | 0,1702                     |  |

Ao estudar-se o valor do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico que leva uma maior aproximação entre as razões de amortecimento do modelo numérico e do modelo experimental, identificou-se também o ajuste para o óctuplo do valor inicial como o melhor ajuste quando as razões de amortecimento experimentais são obtidas através do decaimento do sinal (Tabela 7.12). Mas, considerando as razões de amortecimento experimentais obtidas através do ajuste de curva, seria necessário realizar novas tentativas de ajuste do valor do coeficiente de amortecimento, pois os valores do somatório dos quadrados das diferenças entre as razões de amortecimento numéricas ( $\xi_n$ ) e as experimentais ( $\xi_e$ ) obtidas por este método, ainda apresentam uma tendência de redução à medida que o valor do coeficiente de amortecimento é aumentado. Assim, a variação do coeficiente de amortecimento para o óctuplo do seu valor foi tomado como o melhor ajuste.

Tabela 7.12 - Ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas sentadas em relação ao coeficiente de amortecimento

| Modelo do sistema e<br>método de extração das | Razões de amortecimento do sistema arquibancada – pessoas sentadas (%) |         |         | $\Sigma \left(\xi_{n}-\xi_{e}\right)^{2}$ |                            |  |
|---|--|---------|---------|---|----------------------------|--|
| frequências naturais                          | 5  | 8       | 12      | Em relação ao                             |                            |  |
| Experimental por ajuste de curva              | 6,6212   | 14,1098 | 14,3817 | experimental  por ajuste de               | Em relação ao experimental |  |
| Experimental por decaimento                   | 5,5344   | 10,9225 | 11,5036 | curva                                     | por decaimento             |  |
| Numérico após análise transiente para 7xC     | 6,7763   | 9,0646  | 11,7546 | 32,3798                                   | 5,0573                     |  |
| Numérico após análise<br>transiente para 8xC  | 7,0626   | 9,4831  | 12,1473 | 26,5943                                   | 4,8218                     |  |
| Numérico após análise<br>transiente para 9xC  | 7,4930   | 9,8397  | 12,3542 | 23,1042                                   | 5,7323                     |  |

Realizados os ajustes, os parâmetros do modelo biodinâmico para pessoas sentadas passaram a apresentar-se como mostra a Tabela 7.13.

Tabela 7.13– Modelo biodinâmico para pessoas sentadas após análise transiente

| $m_{l}$ (kg)                      | <i>m</i> <sub>2</sub> (kg)        | $k_b (N/m)$ | $c_{\rm b}$ (Ns/m) |  |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------|--------------------|--|
| 2/3 da massa corporal média das   | 1/3 da massa corporal média das   | 259         | 1089.6             |  |
| pessoas presentes na arquibancada | pessoas presentes na arquibancada | 239         | 1009,0             |  |

Retornando a ferramenta *Solver* do *Excel* e utilizando os resultados dos testes da transmissibilidade foi verificado que assumindo como novos valores de entrada para  $m_1$ ,  $k_b$  e  $c_b$  os valores recentemente ajustados do modelo biodinâmico (Tabela 7.13) - onde  $m_1$  não participou do conjunto de células variáveis e seu valor (46,86 kg) foi determinado a partir de 2/3 da massa corporal média das pessoas (70,29 kg) que participaram do experimento

da transmissibilidade - após o processo de otimização a solução convergiu para um novo conjunto de valores, k<sub>b</sub>=532,29 N/m e c<sub>b</sub>=279,98 Ns/m. Provavelmente, isto se deve a limitação do modelo biodinâmico assumido para representar a transmissibilidade do corpo humano (Figura A.1), pois a variação da transmissibilidade de cada indivíduo ao longo da frequência de excitação (Tabela 6.4) sugere que o modelo biodinâmico seja de mais de um grau de liberdade.

Desta forma, os resultados dos testes de transmissibilidade foram desconsiderados, iniciando-se um novo processo para ajustar o coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico, assumindo-se para os parâmetros do modelo biodinâmico ( $m_1$ ,  $m_2$ ,  $k_b$  e  $c_b$ ) os mesmos valores do modelo biodinâmico ajustado através do estudo de correlação entre as frequências naturais do modelo numérico obtidas por análise modal no ANSYS e as frequências naturais do modelo experimental da arquibancada com pessoas. Estas informações podem ser vistas na Tabela 7.5.

A Tabela 7.14 apresenta as novas tentativas de ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico. Partindo do valor inicial de 75,2 Ns/m verificou-se a necessidade de elevá-lo a fim de melhor aproximar as razões de amortecimento do modelo numérico as do modelo experimental. Da mesma forma que ocorreu durante o ajuste quando foi considerando os resultados dos testes de transmissibilidade (Tabela 7.9), em determinada fase do ajuste a razão de amortecimento do sistema estrutura-pessoas passou a apresentar redução de valor, como pode ser visto na Tabela 7.14 quando o coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico é multiplicado por 12. Assim, de forma análoga a situação anterior, as massas  $m_1$  e  $m_2$  foram alteradas, respectivamente, para 2/3 e 1/3 da massa corporal média dos ocupantes da arquibancada.

Tabela 7.14 Ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas sentadas desconsiderando resultados dos testes de transmissilidade

|                          |  |   | Razão de amo                               | ortecimento                      | (%)                              |                                  |                                  |
|--------------------------|--|---|--|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Ocupação da arquibancada | Modelo<br>experimental<br>pelo decremento<br>logarítmico | Modelo experimental por ajuste de curva | Modelo<br>numérico<br>para<br>C =75,2 Ns/m | Modelo<br>numérico<br>para 8 x C | Modelo<br>numérico<br>para 10x C | Modelo<br>numérico<br>para 12x C | Modelo<br>numérico<br>para 14x C |
| 5                        | 5,53   | 6,62                                    | 2,96                                       | 4,68                             | 4,70                             | 4,58                             | 4,47                             |
| 8                        | 10,92  | 14,11                                   | 3,29                                       | 5,82                             | 5,83                             | 5,70                             | 5,48                             |
| 12                       | 11,50  | 14,38                                   | 3,64                                       | 7,16                             | 7,16                             | 6,76                             | 6,61                             |

Após assumir para o modelo biodinâmico as novas proporções entre as massas  $m_1$  e  $m_2$ , verificou-se que o coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico que proporciona uma melhor aproximação entre as razões de amortecimento numéricas e as experimentais determinadas através do decaimento foi obtido quando seu valor inicial (75,2 Ns/m) foi multiplicado por 13 (Tabela 7.15). Porém, quando são consideradas as razões de amortecimento experimentais obtidas por ajuste de curva, identifica-se a necessidade de fazer novos ajustes, pois os valores do somatório dos quadrados das diferenças entre as razões de amortecimento numéricas ( $\xi_n$ ) e as experimentais ( $\xi_e$ ) obtidas por este método, apresentam ainda tendência de redução.

Tabela 7.15 - Ajuste final do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas sentadas em relação ao coeficiente de amortecimento

| Modelo do sistema e<br>método de extração das | Razões de amortecimento do sistema arquibancada – pessoas sentadas (%) |         | $\Sigma \left(\xi_n - \xi_e\right)^2$ |                            |                            |
|---|--|---------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| frequências naturais                          | 5  | 8       | 12                                    | Em relação ao              |                            |
| Experimental por ajuste de curva              | 6,6212   | 14,1098 | 14,3817                               | experimental por ajuste de | Em relação ao experimental |
| Experimental pelo decremento logarítmico      | 5,5344   | 10,9225 | 11,5036                               | curva                      | por decaimento             |
| Numérico após análise transiente para 12xC    | 6,5711   | 9,0619  | 11,7276                               | 32,5281                    | 4,5869                     |
| Numérico após análise transiente para 13xC    | 6,7554   | 9,4478  | 12,0714                               | 27,0895                    | 3,9882                     |
| Numérico após análise transiente para 14xC    | 7,0029   | 9,7570  | 12,3538                               | 23,2049                    | 4,2378                     |
| Numérico após análise transiente para 15xC    | 7,1330   | 9,9775  | 12,5627                               | 20,6468                    | 4,5704                     |

Quando o ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico foi realizado correlacionando-se as frequências naturais do modelo numérico e do modelo experimental, ver-se na Tabela 7.16 que ao multiplicar o valor inicial do coeficiente de amortecimento por catorze chega-se a uma melhor aproximação entre as frequências naturais quando consideradas as frequências naturais experimentais obtidas por ajuste de curva. Mas, considerando as frequências naturais experimentais obtidas por decaimento, seria necessário fazer novos ajustes.

Tabela 7.16 - Ajuste final do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas sentadas em relação à frequência natural

| Modelo do sistema e<br>método de extração das | Frequências naturais do sistema $ \Sigma \ ({\rm i} \ {\rm arquibancada-pessoas\ sentadas\ (Hz)} $ |        | $\Sigma \left( f_{n}\right)$ | $-f_e)^2$                  |                           |
|---|--|--------|------------------------------|----------------------------|---------------------------|
| frequências naturais                          | 5  | 8      | 12                           | Em relação ao              | Em relação ao             |
| Experimental por ajuste de curva              | 5,1923   | 4,9207 | 4,8801                       | experimental por ajuste de | experimental pelo período |
| Experimental pelo período após filtragem      | 5,2072   | 5,1009 | 5,1278                       | curva                      | após filtragem            |
| Numérico após análise transiente para 12xC    | 5,3822   | 5,2093 | 4,9340                       | 0,1223                     | 0,0799                    |
| Numérico após análise transiente para 13xC    | 5,3717   | 5,1275 | 4,8781                       | 0,0750                     | 0,0901                    |
| Numérico após análise transiente para 14xC    | 5,3628   | 5,0967 | 4,8204                       | 0,0636                     | 0,1187                    |
| Numérico após análise transiente para 15xC    | 5,3576   | 5,0847 | 4,7624                       | 0,0681                     | 0,1564                    |

Como a variação do coeficiente de amortecimento provoca pequeno efeito nas frequências naturais, o melhor ajuste foi considerado aquele que proporciona uma maior aproximação das razões de amortecimento numéricas às razões de amortecimento experimentais. Desta forma, adotou-se para o modelo biodinâmico um valor treze vezes superior ao inicial. Assim, os parâmetros do modelo biodinâmico dos espectadores passaram a apresentar-se conforme mostra a Tabela 7.17.

Tabela 7.17– Modelo biodinâmico final para pessoas sentadas

| $m_I$ (kg)                        | <i>m</i> <sub>2</sub> (kg)        | $k_b (N/m)$ | c <sub>b</sub> (Ns/m) |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-------------|-----------------------|
| 2/3 da massa corporal média das   | 1/3 da massa corporal média das   | 506.3       | 977.6                 |
| pessoas presentes na arquibancada | pessoas presentes na arquibancada | <b> </b>    |                       |

Assim como foi investigado a possibilidade de representar as pessoas apenas pela massa corporal comparando-se o efeito desta representação e da representação por modelos biodinâmicos na frequência natural do modelo numérico do sistema estrutura-pessoas sentadas, a mesma análise foi realizada para a razão de amortecimento. Conforme apresenta a Figura 7.7, a representação das pessoas por modelos biodinâmicos proporciona uma melhor aproximação das razões de amortecimento do modelo numérico às razões de amortecimento do modelo experimental da arquibancada-pessoas sentadas.

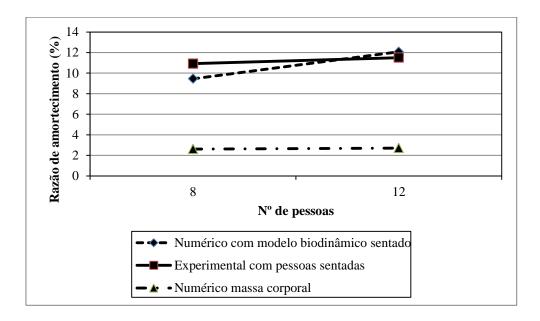


Figura 7.7 – Razões de amortecimento do modelo experimental e dos modelos numéricos do sistema arquibancada-pessoas sentadas

#### CAPÍTULO VIII

## MODELO BIODINÂMICO PARA PESSOAS EM PÉ

Como não foi possível encontrar na literatura um modelo biodinâmico que representasse a dinâmica do corpo humano para a postura em pé e para a direção lateral, experimentos para medir a transmissibilidade de vibração do corpo humano em pé foram realizados na mesma estrutura usada para medir a transmissibilidade do corpo humano sentado.

De posse dos resultados da transmissibilidade experimental (Tabela 6.3), através do suplemento *Solver* da planilha Excel, determinou-se os valores dos parâmetros k, c e m do modelo biodinâmico que minimizam o erro entre a transmissibilidade experimental e a transmissibilidade teórica determinada pela Equação (A.13). O erro entre os valores experimentais e teóricos foi calculado através dos mínimos quadrados para o conjunto de valores de transmissibilidade de todos os indivíduos e de valores de frequência na qual a base foi excitada.

Assim como para o ajuste dos parâmetros do modelo biodinâmico para a postura sentada, o conjunto inicial de valores adotados para rigidez, k, coeficiente de amortecimento, c, e massa, m, correspondeu ao sistema de 1GDL do modelo de Rosen e Arcan (2003), m=22.8 kg,  $k_b=506.3$  N/m e  $c_b=75.2$  Ns/m, devido a falta de opção de modelos biodinâmicos que representem o corpo humano em pé para a direção lateral.

As variáveis k, c e m foram submetidas a restrição de serem positivas, acrescentando mais uma restrição a m, de não ultrapassar o valor médio das massa dos indivíduos (70,29 kg).

Após o processo de minimização do erro, os parâmetros do modelo biodinâmico em pé (Figura 8.1), convergiram para os valores vistos na Tabela 8.1. Verifica-se que para a massa o valor determinado foi o valor limite imposto (70,29 kg).

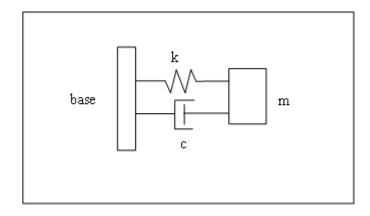


Figura 8.1 – Modelo biodinâmico para pessoas em pé

Tabela 8.1 – Modelo biodinâmico para postura em pé

| m (kg)                           | k (N/m) | c (Ns/m) |
|----------------------------------|---------|----------|
| Massa corporal média das pessoas | 105,8   | 190,8    |

Visando identificar a capacidade que o modelo biodinâmico desenvolvido tem de representar o comportamento dinâmico do corpo humano em pé, modelos numéricos da arquibancada ocupada por 5, 8 e 12 pessoas foram construídas com as pessoas representadas pelo modelo biodinâmico e suas frequências naturais foram extraídas através de análise modal no Ansys.

Em seguida, os resultados foram confrontados com as frequências naturais dos modelos experimentais da arquibancada também parcialmente ocupada. (Figura 8.2). É possível observar que o uso do modelo biodinâmico não provocou alterações nas frequências naturais dos modelos numéricos, como sugerem as frequências naturais experimentais, demostrando assim a necessidade da adição de uma massa inerte ao modelo conforme foi utilizada no modelo biodinâmico para pessoas sentadas (Figura 4.1) e que na oportunidade foi identificada como uma massa  $m_2$ , sendo a massa ligada à mola e ao amortecedor nomeada como  $m_1$ .

Verifica-se também na Figura 8.2 que a representação das pessoas apenas pela massa corporal não conduz a frequências naturais próximas as frequências dos modelos experimentais.

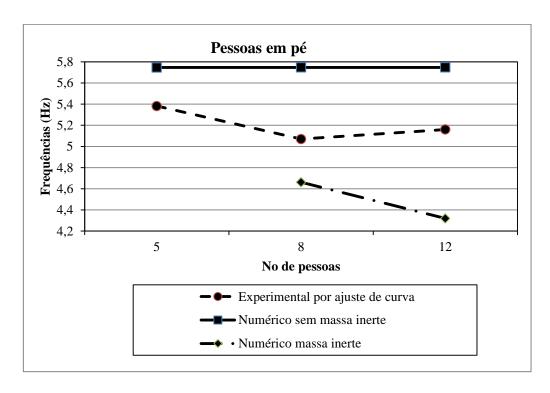


Figura 8.2 – Frequências naturais do modelo experimental e do modelo numérico da arquibancada com modelos biodinâmicos ajustados

Identificada a necessidade de acrescentar ao modelo biodinâmico uma massa inerte, estudou-se o percentual de massa corporal que deveria ser atribuído. Neste caso foram estudadas três possibilidades: atribuir à massa inerte o percentual de massa correspondente aos pés; aos pés+pernas; ou aos pés+pernas+coxas. A Tabela 8.2 exibe os percentuais referentes aos pés e pernas em relação massa corporal apresentados por Clauser *et al* (1969), Plagenhoef et al (1983) e Dempster (1955). Estas informações foram também apresentadas no capítulo anterior na Tabela 7.10, porém, desta vez, também são divulgadas as somas entre os percentuais dos pés e das pernas.

Tabela 8.2 – Distribuição da massa corporal para pés e pernas

| Segmento                       | Clauser et al | Plagenhoef | et al (1983) | Dempster | Média  |
|--------------------------------|---------------|------------|--------------|----------|--------|
| corporal                       | (1969)        | Homens     | Mulheres     | (1955)   | (%)    |
| Coxa                           | 10,30%        | 10,50%     | 11,75%       | 9,70%    | 10,56% |
| Perna                          | 4,30%         | 4,75%      | 5,35%        | 4,50%    | 4,73%  |
| Pé                             | 1,50%         | 1,43%      | 1,33%        | 1,40%    | 1,42%  |
| Total individual<br>perna + pé | 5,80%         | 6,18%      | 6,68%        | 5,90%    | 6,14%  |
| Total par<br>perna + pé        | 11,60%        | 12,36%     | 13,36%       | 11,80%   | 12,28% |
| Total individual coxa+perna+pé | 16,10%        | 16,6%      | 18,43%       | 15,60%   | 16,68% |
| Total par<br>coxa+perna+pé     | 32,20%        | 33,36%     | 36,86%       | 31,20%   | 33,43% |

Através de análises modais realizadas no Ansys foi possível identificar que a massa inerte equivalente à massa dos pés+pernas+coxas proporcionou ao modelo numérico do sistema estrutura-pessoas, frequências naturais mais próximas das frequências naturais do modelo experimental (Figura 8.3).

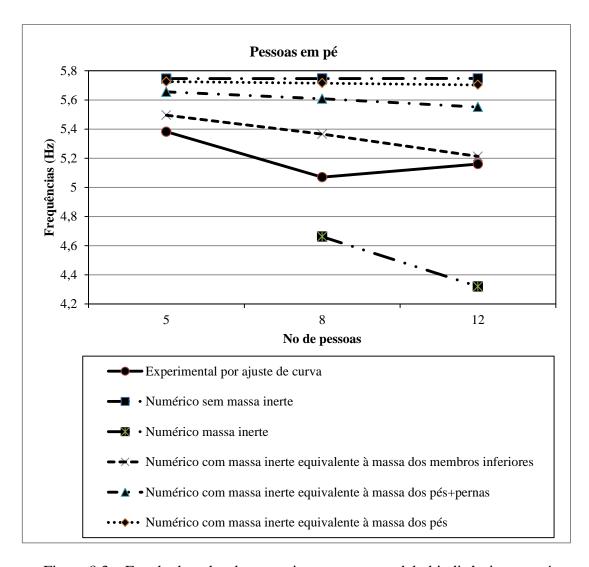


Figura 8.3 – Estudo do valor da massa inerte para o modelo biodinâmico em pé

Uma vez identificada as proporções entre as massas que levam a uma maior aproximação entre as frequências naturais dos modelos experimentais e numéricos do sistema estrutura-pessoas sentadas, o modelo biodinâmico passou a apresentar-se conforme a Tabela 8.3.

Tabela 8.3 – Modelo biodinâmico para postura em pé com massa inerte

| $m_1$ (kg)                      | <i>m</i> <sub>2</sub> (kg)      | $k_b (N/m)$ | <i>c</i> <sub>b</sub> ( <i>Ns/m</i> ) |  |
|---------------------------------|---------------------------------|-------------|---------------------------------------|--|
| 2/3 da massa corporal média das | 1/3 da massa corporal média das | 105.8       | 190,8                                 |  |
| pessoas                         | pessoas                         | 105,6       | 170,0                                 |  |

A verificação do valor do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas em pé foi realizada utilizando o mesmo método empregado para o estudo do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas sentadas. No ANSYS, análises transientes foram realizadas com o modelo numérico da arquibancada parcialmente ocupada por pessoas em pé representadas pelo modelo biodinâmico, e os sinais de deslocamento no domínio do tempo obtidos foram filtrados no MATLAB. Uma vez filtrados os sinais, a razão de amortecimento do modelo numérico do sistema estrutura-pessoas em pé foi calculada através do decaimento e comparada ao valor do modelo experimental da arquibancada também com pessoas em pé.

Assim como ocorreu na verificação do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico que representava a dinâmica do corpo humano sentado, o uso do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico em pé levou a razões de amortecimento numéricos inferiores aos experimentais, demandando ajuste deste parâmetro para um valor superior (Tabela 8.4).

Tabela 8.4 - Razão de amortecimento do modelo experimental e do modelo numérico da arquibancada com pessoas em pé para C=190,8Ns/m

| Ocupação da arquibancada | Razão de amortecimento do<br>modelo experimental pelo<br>decremento logarítmico<br>(%) | Razão de amortecimento do<br>modelo experimental por<br>ajuste de curva (%) | Razão de amortecimento<br>do modelo numérico para<br>C = 190,8Ns/m (%) |
|--------------------------|--|---|--|
| 5                        | 4,15   | 6,41  | 3,53   |
| 8                        | 8,14   | 12,88   | 4,11   |
| 12                       | 12,03  | 12,92   | 5,10   |

Considerando os valores da razão de amortecimento do modelo experimental da arquibancada com pessoas em pé, obtidos pelo decaimento, o quádruplo do valor inicial proporcionou uma maior aproximação das razões de amortecimento dos modelos numéricos às razões de amortecimento do modelo experimental (Tabela 8.5). Porém, caso sejam consideradas as razões de amortecimento obtidas pelo ajuste de curva, o quíntuplo do valor inicial do coeficiente de amortecimento do modelo experimental proporcionaria uma melhor aproximação entre as razões de amortecimento experimentais e numéricas.

Tabela 8.5 Ajuste do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas em pé em relação a razão de amortecimento

| Modelo do sistema e<br>método de extração das | Razões de amortecimento do sistema arquibancada – pessoas em pé (%) |         |         | $\Sigma \left(\xi_{n}-\xi_{e}\right)^{2}$ |                            |
|---|---|---------|---------|---|----------------------------|
| frequências naturais                          | 5   | 8       | 12      | F 1 2                                     |                            |
| Experimental por ajuste de curva              | 6,4128  | 12,8833 | 12,9217 | Em relação ao experimental por ajuste de  | Em relação ao experimental |
| Experimental pelo decremento logarítmico      | 4,1501  | 8,1355  | 12,0349 | curva                                     | pelo decaimento            |
| Numérico após análise transiente para 2xC     | 4,4556  | 5,6368  | 7,3656  | 87,2116                                   | 28,1386                    |
| Numérico após análise transiente para 3xC     | 5,3428  | 6,8957  | 9,5208  | 48,5620                                   | 9,2800                     |
| Numérico após análise transiente para 4xC     | 6,0980  | 8,2893  | 10,7367 | 25,9775                                   | 5,5032                     |
| Numérico após análise transiente para 5xC     | 6,6574  | 9,7511  | 11,8418 | 11,0362                                   | 8,9340                     |
| Numérico após análise transiente para 6xC     | 7,1130  | 9,3181  | 12,1193 | 13,8445                                   | 10,1843                    |

Assim, considerando o ajuste do coeficiente de amortecimento tendo como referência os valores das razões de amortecimento obtidos pelo decaimento, o modelo biodinâmico para pessoas em pé passou a apresentar-se conforme Tabela 8.6.

Tabela 8.6 – Modelo biodinâmico para postura em pé após análise transiente

| $m_I$ (kg)                                 | $m_2$ (kg)                                 | $k_b$ (N/m) | <i>c<sub>b</sub></i> (Ns/m) |
|--|--|-------------|-----------------------------|
| 2/3 da massa corporal<br>média das pessoas | 1/3 da massa corporal<br>média das pessoas | 105,8       | 763,2                       |

Tendo em vista verificar os parâmetros  $m_I$ ,  $k_b$  e  $c_b$  do modelo biodinâmico, vistos na Tabela 8.6, recorreu-se mais uma vez a ferramenta solver do Excel e aos resultados dos testes de transmissibilidade para pessoas em pé. Inserindo-se às células variáveis os valores dos parâmetros e os restringindo a serem positivos e de  $m_I$  não ultrapassar 1/3 da massa corporal média dos indivíduos que participaram dos testes de transmissibilidade, foi observado que o *Solver* minimizou o erro entre as transmissibilidades experimentais e as calculadas ajustando as células variáveis para um conjunto de valores diferentes. Assim, de forma análoga ao ajuste dos parâmetros do modelo biodinâmico para pessoas sentadas, os resultados dos testes de transmissibilidade foram desconsiderados, admitindo-se então para o coeficiente de amortecimento e de rigidez do modelo biodinâmico os mesmos valores apresentados por Rosen e Arcan (2003): 75,2 Ns/m e 506,3 N/s.

Devido à alteração no valor do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico, um novo ajuste deste parâmetro foi efetivado. A cada variação do valor do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico que representavam as pessoas em pé na arquibancada, realizou-se uma análise transiente no *Ansys* com o modelo numérico do sistema arquibancada-pessoas em pé. Após a obtenção dos sinais de respostas do sistema à análise transiente e da filtragem destes sinais, através do decaimento foi determinada a razão de amortecimento do sistema para cada variação de coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico. Os resultados das razões de amortecimento de algumas destas simulações encontram-se na Tabela 8.7.

Considerando as razões de amortecimento do modelo experimental obtidas pelo método de decaimento, verifica-se na Tabela 8.7 que o ajuste do valor do coeficiente de amortecimento que proporcionou uma maior aproximação entre as razões de amortecimento dos modelos numéricos e experimentais ocorreu para um undécuplo do valor inicial do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico que era de 75,2 Ns/m. Porém, considerando as razões de amortecimento do modelo experimental obtidas pelo ajuste de curva, novas análises seriam necessárias.

Tabela 8.7 - Ajuste final do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas em pé em relação à razão de amortecimento

| Modelo do sistema e<br>método de extração das | Razões de amortecimento do sistema arquibancada – pessoas em pé (%) |         |         | $\Sigma (\xi_{\rm n} - \xi_{\rm e})^2$ |                            |
|---|---|---------|---------|--|----------------------------|
| frequências naturais                          | 5   | 8       | 12      | Em relação ao                          |                            |
| Experimental por ajuste de curva              | 6,4128  | 12,8833 | 12,9217 | experimental por ajuste de             | Em relação ao experimental |
| Experimental pelo decremento logarítmico      | 4,1501  | 8,1355  | 12,0349 | curva                                  | pelo decaimento            |
| Numérico após análise transiente para 10xC    | 6,0965  | 8,1834  | 10,7192 | 27,0399                                | 5,5217                     |
| Numérico após análise transiente para 11xC    | 6,3525  | 8,5367  | 11,3386 | 21,4022                                | 5,4965                     |
| Numérico após análise transiente para 12xC    | 6,5711  | 9,0619  | 11,7276 | 16,0540                                | 6,8138                     |
| Numérico após análise transiente para 13xC    | 6,7554  | 9,4478  | 12,0714 | 12,6429                                | 8,5111                     |

Outro parâmetro do modelo numérico do sistema estrutura-pessoas em pé monitorado durante o estudo do ajuste do coeficiente de amortecimento foi a frequência natural. Seus valores, os quais se encontram na Tabela 8.8, foram obtidos a partir dos mesmos sinais de respostas às análises transientes. Considerando as frequências naturais experimentais obtidas pelo ajuste de curva, observa-se que o ajuste do coeficiente de amortecimento para o nônuplo do seu valor inicial gerou uma melhor aproximação das frequências naturais numéricas às frequências naturais experimentais. Porém, caso seja considerado as frequências naturais obtidas a partir do decaimento, necessita-se realizar novos ajustes.

Tabela 8.8 - Ajuste final do coeficiente de amortecimento do modelo biodinâmico para pessoas em pé em relação à frequência natural

| Modelo do sistema e<br>método de extração das | -      | nências naturais do sistema<br>nncada – pessoas em pé (Hz) |        | $\Sigma\left(f_{n}\right)$  | $\Sigma (f_n - f_e)^2$     |  |
|---|--------|--|--------|-----------------------------|----------------------------|--|
| frequências naturais                          | 5      | 8  | 12     | Em relação ao               |                            |  |
| Experimental por ajuste de curva              | 5,3816 | 5,0793   | 5,1629 | experimental  por ajuste de | Em relação ao experimental |  |
| Experimental pelo período após filtragem      | 5,4525 | 5,5583   | 4,9059 | curva                       | pelo decaimento            |  |
| Numérico após análise transiente para 8xC     | 5,4352 | 5,2703   | 5,0621 | 0,0495                      | 0,1077                     |  |
| Numérico após análise transiente para 9xC     | 5,4217 | 5,2532   | 5,0737 | 0,0398                      | 0,1223                     |  |
| Numérico após análise transiente para 10xC    | 5,4056 | 5,2376   | 5,0303 | 0,0432                      | 0,1206                     |  |

A seleção do melhor valor do coeficiente de amortecimento para o modelo biodinâmico em pé foi definida a partir da proximidade entre as razões de amortecimento numéricas e experimentais. Assim, seu valor corresponderá ao undécuplo do valor inicial, passando o modelo biodinâmico a apresenta-se conforme a Tabela 8.9.

Tabela 8.9 – Modelo biodinâmico final para postura em pé

| $m_I$ (kg)                                 | $m_2$ (kg)                                 | $k_b (N/m)$ | $c_b (Ns/m)$ |
|--|--|-------------|--------------|
| 2/3 da massa corporal<br>média das pessoas | 1/3 da massa corporal<br>média das pessoas | 506,3       | 827,2        |

Da mesma forma que a representação das pessoas sentadas por modelos biodinâmicos proporcionou uma melhor aproximação das razões de amortecimento do modelo numérico às do modelo experimental da arquibancada parcialmente ocupada, a representação das pessoas em pé por modelos biodinâmicos também proporcionou, quando

comparados aos resultados da razão de amortecimento (Figura 8.4) utilizando a massa corpórea média das pessoas para representá-las.

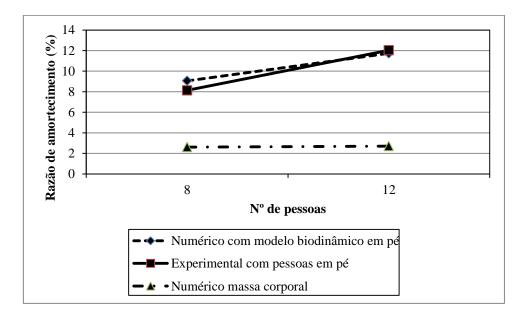


Figura 8.4 – Razão de amortecimento do modelo experimental e dos modelos numéricos da arquibancada parcialmente ocupada por pessoas em pé

#### CAPÍTULO IX

# COMPORTAMENTO DINÂMICO DO MODELO NUMÉRICO DA ARQUIBANCADA LOTADA

O estudo do comportamento da arquibancada lotada exigiu inicialmente a determinação da massa corporal representativa dos espectadores e a capacidade de público por tablado da arquibancada para que assim fosse possível acrescentar ao modelo numérico da arquibancada, os modelos biodinâmicos.

Conforme Marinho (2002), Gomes *et al* (2007), Barros e Rios (2010) e Campuzano *et al* (2013), o peso de uma pessoa geralmente é considerado igual a 800 N. Assim, para o presente estudo, estimou-se um valor de 81,63 kg para massa corpórea média representativa dos espectadores.

Em relação aos parâmetros dos modelos biodinâmicos a serem inseridos no modelo numérico da arquibancada vazia, foram os mesmos dos modelos biodinâmicos ajustados vistos nas Tabelas 7.17 e 8.9, porém assumindo-se novos valores numéricos para a massa  $m_1$  e  $m_2$ .

Para a massa m<sub>1</sub> utilizou-se 54,42 kg, que corresponde a 2/3 da massa corporal representativa dos espectadores (81,63 kg) e para a massa m<sub>2</sub> adotou-se 27,21 kg, por ser este o valor correspondente a 1/3 da massa corporal representativa dos espectadores (81,63 kg). Estas informações encontram-se na Tabela 9.1 em conjunto com os demais valores dos modelos biodinâmicos.

Tabela 9.1 – Parâmetros dos modelos biodinâmicos para pessoas em pé e para pessoas sentadas considerando a massa corpórea de 81,63 kg.

| Postura | $m_{I}$ (kg) | $m_2$ (kg) | $k_b (N/m)$ | $c_b (Ns/m)$ |
|---------|--------------|------------|-------------|--------------|
| Sentado | 54,42        | 27,21      | 506,3       | 977,6        |
| Em pé   | 54,42        | 27,21      | 506,3       | 827,2        |

Conforme o *Guide to Safety at Sports Grounds* (2008), devido ao crescimento das dimensões antropométricas da população em geral, é recomendável para estádios assentos com largura de 0,50 cm. Assim, visando determinar o número de pessoas por tablado, considerou-se para cada pessoa uma largura de 0,50 m do tablado. Como cada tablado apresenta comprimento igual a 8,19 m, então é possível acomodar 16 pessoas por tablado. Desta forma, a capacidade de público da arquibancada é de 128 espectadores, já que a estrutura possui 8 tablados. Considerando a massa representativa das pessoas igual a 81,63 kg, a massa total referente ao público é de 10.448,64 kg, correspondendo a mais do que o dobro da massa total da arquibancada, que segundo Brito (2005) é de 3.746 kg.

Uma vez definidos os parâmetros dos modelos biodinâmicos e o número de pessoas por tablado, prosseguiu-se com a simulação da lotação da arquibancada com pessoas em pé e, em seguida, com pessoas sentadas, representando as pessoas pelos seus respectivos modelos biodinâmicos.

A lotação foi realizada do tablado de maior altura para o de menor, situação mais crítica de ocupação devido à arquibancada temporária ser mais suscetíveis a deslocamento para o modo de vibração transversal com a presença das pessoas em suas regiões mais elevadas, como também apresentar menor rigidez para esta mesma direção.

A cada lotação completa de degrau feita no Ansys inserindo-se os modelos representativos das pessoas no modelo numérico da arquibancada vazia, foram extraídos através de análise modal, os modos de vibração e as frequências naturais.

Como os modelos biodinâmicos ajustados apresentaram mesmos valores de massas e coeficiente de rigidez, as frequências naturais do modelo numérico da arquibancada vazia, preenchido apenas pelos modelos biodinâmicos para pessoas sentadas, foram iguais às frequências naturais do modelo numérico da arquibancada vazia preenchido exclusivamente pelos modelos biodinâmicos para pessoas em pé. Desta forma, seus valores

ficaram representados graficamente por uma única curva (Figura 9.1). Quanto aos tablados da arquibancada, o mais alto foi identificado como oitavo e o de menor altura como o primeiro.

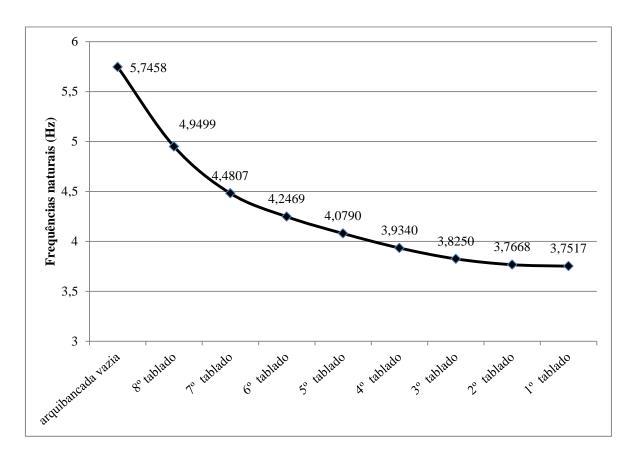


Figura 9.1 – Frequências naturais do modelo numérico da arquibancada lotada por pessoas sentadas e em pé.

A Tabela 9.2, em sua terceira coluna, apresenta os percentuais de redução de frequência natural que o modelo numérico da estrutura sofre, em relação à situação de ocupação anterior, à medida que vai sendo ocupada. Os percentuais exibem uma redução de frequência natural mais acentuada para lotação dos tablados mais altos. Enquanto que o preenchimento do tablado mais elevado (8º tablado) gerou uma redução de frequência natural de 13,85% em relação à arquibancada vazia, a ocupação do primeiro proporcionou uma variação insignificante (0,40%).

Tabela 9.2 – Variação da frequência natural do modelo numérico da arquibancada em relação a ocupação gradual dos tablados

| Lotação<br>da<br>arquibancada | Frequências naturais dos<br>espectadores representados<br>por modelos biodinâmicos | % de variação entre<br>frequências<br>consecutivas | % de variação em<br>relação à arquibancada<br>vazia |
|-------------------------------|--|--|---|
| arquibancada vazia            | 5,7458   |  |   |
| 8° tablado                    | 4,9499   | 13,85  | 13,85   |
| 7° tablado                    | 4,4807   | 9,48   | 22,02   |
| 6° tablado                    | 4,2469   | 5,22   | 26,09   |
| 5° tablado                    | 4,0790   | 3,95   | 29,01   |
| 4° tablado                    | 3,9340   | 3,55   | 31,53   |
| 3° tablado                    | 3,8250   | 2,77   | 33,43   |
| 2° tablado                    | 3,7668   | 1,52   | 34,44   |
| 1° tablado                    | 3,7517   | 0,40   | 34,71   |

O estudo desenvolvido por Ortiz et al (2012) também identificou que a ocupação do tablado mais elevado provoca maior efeito na frequência natural do que a ocupação do tablado de menor altura. Este estudo foi desenvolvido também para uma arquibancada, porém para a direção vertical, ocupando-se apenas o primeiro e depois o quinto e último tablado.

Apesar da ocupação dos tablados mais elevados gerar reduções mais acentuadas nas frequências naturais da arquibancada, principalmente o 8° e o 7° tablado, como mostra a Tabela 10.2, analisando a 4ª coluna desta mesma tabela vê-se também a necessidade de considerar a lotação dos demais tablados. Ao ocupar-se os dois tablados mais elevados (8° e 7°) do modelo numérico da arquibancada com pessoas, gera-se uma redução de 22,02% nas frequências naturais em relação as da arquibancada vazia. Porém, considerando-se a ocupação até o 1° tablado, a frequência natural do modelo numérico da arquibancada sofre uma redução de 34,71%.

# CAPÍTULO X

### CONCLUSÕES

A presente pesquisa teve como objetivo analisar o efeito provocado pela ocupação por pessoas, sentadas e em pé, nas frequências naturais de uma arquibancada temporária na direção lateral. As simulações foram realizadas no ANSYS através de análises modais dos modelos em EF da arquibancada vazia e ocupada. A ocupação da arquibancada foi simulada inserindo-se ao modelo numérico da arquibancada vazia, desenvolvido por Brito (2011) e ajustado por Peña *et al* (2013), modelos biodinâmicos.

Inicialmente foi pesquisada na literatura a disponibilidade de modelos biodinâmicos que representassem a dinâmica do corpo humano na postura sentada ou em pé para a direção de vibração lateral. Esta etapa do estudo identificou a carência de pesquisas nesta área para a direção de interesse, já que apenas um modelo foi encontrado. Desenvolvido por Rosen e Arcan (2003), o modelo representa o corpo humano sentado para as três direções de vibração (vertical, frente-ré e lateral). Para cada direção, o comportamento dinâmico do corpo humano sentado é representado por um sistema massa-mola-amortecedor de 2GDL, mais uma massa apoiada na base.

Identificado um modelo para representar as pessoas sentadas na arquibancada e analisadas as condições para o qual ele foi criado, foram realizadas algumas alterações em seus parâmetros a fim de adaptá-lo às condições dos espectadores na arquibancada, reduzindo-o a um sistema de 1GDL, porém ainda conservando a massa inerte apoiada na base.

Tendo em vista identificar o grau de representação do modelo biodinâmico para os espectadores, a frequência natural do 1º modo de vibração do modelo experimental da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas sentadas e do modelo numérico desta arquibancada ocupada representando as pessoas pelo modelo biodinâmico, foram confrontadas. A análise assinalou para a necessidade de realizar ajustes no modelo. O estudo envolveu apenas a

frequência natural do 1º modo de vibração da arquibancada por ser este o modo em que a arquibancada vibra na direção lateral.

Visando identificar o(s) parâmetro(s) a ajustar, foi realizado um estudo da sensibilidade das frequências naturais numéricas da arquibancada com 5, 8 e 12 pessoas, frente à variação dos parâmetros do modelo biodinâmico. As frequências naturais mostraram-se sensíveis apenas à variação da massa apoiada na base, sendo, portanto esta variável ajustada.

Como a massa inerte foi a única a causar alterações nas frequências naturais da arquibancada, foi investigada a possibilidade de representar as pessoas apenas por este parâmetro. Porém, foi identificado que para o caso de coincidência da frequência natural do modelo biodinâmico com a frequência natural da estrutura, este tipo de representação renderia um erro entre as frequências naturais numéricas e experimentais superior em relação à simulação em que foi usado o modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003).

A representação das pessoas pela massa corporal média também não proporcionou uma melhor aproximação das frequências naturais numéricas às experimentais do que a gerada pela representação das pessoas pelo modelo biodinâmico ajustado. Isto demostra a necessidade imprescindível de representar os indivíduos por modelos biodinâmicos e não por massas inertes. Porém, estes modelos devem passar antes por um processo de atualização para que assim seja possível obter modelos numéricos melhor representativos de conjuntos pessoas-estrutura.

Devido a ausência de pesquisa com modelo biodinâmico, para pessoas em pé, um estudo da transmissibilidade do corpo humano voltado para desenvolver o modelo foi feito nesta pesquisa. Idealizado como um sistema massa-mola-amortecedor de 1GDL, os parâmetros do modelo foram determinados através da minimização do erro entre os resultados de transmissibilidade teórica, calculado pela expressão A.13, e de transmissibilidade experimental, determinada através da razão entre a aceleração de saída e de entrada do corpo medidas durante testes experimentais. Os parâmetros do modelo biodinâmico de Rosen e Arcan (2003) para a postura sentada que não foram ajustados anteriormente devido a frequência natural da arquibancada não se mostrar sensível a sua variação, também foram atualizados através dos resultados de transmissibilidade para a postura sentada.

A fim de averiguar o valor do coeficiente de amortecimento dos modelos biodinâmicos, análises transientes foram realizadas através do ANSYS com os modelos em

elementos finitos do sistema arquibancada—pessoas e os sinais de deslocamentos no domínio do tempo obtidos destas análises, foram filtrados para que fosse possível extrair a razão de amortecimento dos modelos numéricos dos conjuntos. Um estudo de correlação entre as razões de amortecimento dos modelos numéricos e experimentais foi realizado, apontando para necessidade de ajuste dos coeficientes de amortecimento dos modelos biodinâmicos. Para o modelo biodinâmico que representa as pessoas sentadas, foi também identificada a necessidade de ajustar as massas  $m_1$  e  $m_2$  enquanto que para o modelo biodinâmico para pessoas em pé foi necessário acrescentar uma massa inerte ( $m_2$ ) e reduzir a massa fixa à mola e ao amortecedor ( $m_1$ ).

Como os modelos biodinâmicos foram alterados durante o ajuste do coeficiente de amortecimento, os resultados dos testes de transmissibilidade foram mais uma vez consultados, desta vez para averiguar os novos parâmetros dos modelos biodinâmicos. Através da ferramenta *Solver* do *Excel* e utilizando os novos valores dos parâmetros como valores iniciais, foi verificado, após o processo de otimização, que a solução convergia para outro conjunto de valores. Portanto, os resultados dos experimentos da transmissibilidade de vibração do corpo humano realizados na passarela foram desconsiderados, retomando-se os valores dos parâmetros do modelo biodinâmico para pessoas sentadas, determinados pelo estudo de correlação entre as frequências naturais dos modelos experimentais da arquibancada parcialmente ocupada e as frequências naturais dos modelos numéricos obtidas das análises modais no *Ansys*.

Assim, um novo processo de ajuste do coeficiente de amortecimento foi iniciado. Nele foi identificada a necessidade de modificar os valores das massas  $m_1$  e  $m_2$  do modelo para, respectivamente, 2/3 e 1/3 da massa corporal média dos ocupantes da arquibancada. Quanto ao coeficiente de amortecimento, foi elevado para um valor treze vezes maior que o proposto por Rosen e Arcan (2003).

Em relação ao modelo biodinâmico para pessoas em pé, ao dispensar os testes de transmissibilidade do corpo humano, foram adotados para o coeficiente de amortecimento e de rigidez os mesmos propostos por Rosen e Arcan (2003) e a melhor sugestão para as massas  $m_1$  e  $m_2$  foi a mesma adotava para o modelo biodinâmico para pessoas sentadas: 2/3 e 1/3 da massa corporal média dos ocupantes da arquibancada, respectivamente. Um novo processo de ajuste do coeficiente de amortecimento foi realizado elevando-o ao undécuplo do seu valor inicial.

Após o ajuste final dos parâmetros, os modelos biodinâmicos para pessoas sentadas e para pessoas em pé se diferenciaram apenas pelo coeficiente de amortecimento, sendo o do modelo biodinâmico para pessoas sentadas o de maior valor, sugerindo então que corpo humano possui na postura sentada maior amortecimento do que na postura em pé.

Conforme foi visto anteriormente, as frequências naturais e as razões de amortecimento do modelo experimental da arquibancada com pessoas serviram como referência para ajustar os modelos biodinâmicos. Analisando os níveis atingidos por estes parâmetros e de quando as pessoas são representadas por massas estáticas equivalentes à sua massa corporal média, é visto que a ocupação da arquibancada pelos últimos gerou frequências naturais e razões de amortecimento de valores inferiores de quando a arquibancada é ocupada por pessoas.

O uso dos modelos biodinâmicos para representar espectadores sentados e espectadores em pé, assim como o uso da massa corporal média para simular a arquibancada com massas estáticas proporcionaram às frequências naturais e às razões de amortecimento numéricas do conjunto arquibancada-espectadores um efeito idêntico ao sofrido pelos modelos experimentais. As frequências naturais dos modelos numéricos com pessoas foram as que apresentaram maiores níveis. Isto confirma que pessoas e massas estáticas produzem comportamentos dinâmicos diferentes, justificando mais uma vez a representação das pessoas por modelos biodinâmicos.

Definidos os parâmetros dos modelos biodinâmicos para pessoas sentadas e para pessoas em pé, foi dada continuidade ao estudo realizando a simulação da lotação da arquibancada por pessoas sentadas e por pessoas em pé. A ocupação da estrutura ocorreu do tablado de maior altura para o de menor. A cada lotação do tablado realizava-se uma nova análise modal determinando-se assim a frequência natural

O estudo demonstrou que a presença das pessoas em pé ou sentadas na arquibancada podem gerar reduções acentuadas nas frequências naturais da estrutura, uma vez que houve uma diminuição de 5,74 Hz, quando se encontrava vazia, para 3,75 Hz, quando a estrutura foi completamente ocupada, correspondendo a uma redução de 34,71%.

Assim, a análise prévia do efeito da presença das pessoas nas estruturas pode identificar a necessidade de elevar a frequência natural da estrutura vazia para que, após sua ocupação, não atinja níveis de frequências reduzidos. Esta restrição pode ser atendida através do aumento da rigidez da estrutura com o reposicionamento das barras de contraventamento (JI e ELLIS, 1997).

Vale ressaltar que não há vibração quando as pessoas presentes na estrutura permanecem paradas: seja de pé ou sentado. Porém, durante eventos parte do público pode permanecer imóvel enquanto outra parte pode executar movimentos como pular, dançar, agitar mãos e/ou pés, correr, sentar e levantar rapidamente, seja de forma sincronizada ou não. Desta forma, as pessoas em movimento excitam a estrutura justificando a consideração do efeito dinâmico que pessoas sentadas ou em pé podem causar à estrutura.

Por outro lado, se para haver excitação deve existir pessoas se movimentando na estrutura e este tipo de comportamento é comum entre o público que assiste os eventos em que são utilizadas as arquibancadas temporárias, então para efeito de projeto não deve ser considerado a lotação completa da estrutura por apenas pessoas sentadas e/ou em pé.

#### 10.1 – CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA

Alterações nas propriedades dinâmicas das estruturas quando pessoas estão presentes, seja devido ao acréscimo de massa, seja em virtude da capacidade que o corpo humano possui de absorver energia, podem levar ao comprometimento das estruturas, devendo então ser consideradas durante a fase de projeto da estrutura.

O uso de modelos que representem o comportamento dinâmico do corpo humano inseridos nos modelos numéricos das estruturas é uma das formas de prever e analisar as modificações sofridas pela estrutura devido à presença humana, tornando assim importante o desenvolvimento dos modelos biodinâmico. No caso de estruturas como as arquibancadas temporárias, em que a direção transversal é a de maior interesse devido a menor rigidez que estas estruturas possuem para esta direção, o desenvolvimento de modelos biodinâmicos para esta direção é de fundamental importância. Porém, poucos são os estudos voltados para as propriedades dinâmicas do corpo humano para esta direção.

Assim, pode-se citar como contribuições desta pesquisa o desenvolvimento de um modelo biodinâmico representativo do comportamento dinâmico do corpo humano em pé e a disponibilidade de um modelo biodinâmico do corpo humano sentado melhor ajustado para experimentos envolvendo arquibancadas temporárias. Em ambas as situações os modelos destinam-se a direção de vibração transversal.

A pesquisa também confirma a necessidade de representar as pessoas por modelos biodinâmicos, já que a representação através de massas inertes leva a resultados de frequências naturais numéricas diferentes das frequências naturais dos modelos experimentais com pessoas sentadas e em pé.

O estudo também mostra ser indispensável, na fase de projeto, a definição dos efeitos que a presença das pessoas pode causar nas frequências naturais da estrutura, e assim identificar a necessidade de alterações do sistema estrutural da arquibancada.

#### 10.2 – SUGESTÕES PARA FUTUROS ESTUDOS

Como propostas de continuidade do estudo sugere-se:

- Determinação de parâmetros para definir as cargas dinâmicas que as arquibancadas estão sujeitas durante os eventos;
- Determinação da defasagem de cargas dinâmicas causadas pela falta de sincronia durante os movimentos executados pelo público;
- Levantamento de coreografias e movimentos desenvolvidos conforme o tipo de eventos:
- Como a etnia e a idade são fatores que influenciam nas dimensões antropométricas
  e, por sua vez a variação destas medidas refletirá na variação do comportamento
  dinâmico do corpo humano, o desenvolvimento de novos modelos biodinâmicos
  utilizando amostras de pessoas de etnias e idades diferentes também pode ser
  sugerido como outro tema a ser pesquisado;
- O uso de cadeiras fixadas nos tablados das arquibancadas é outra situação que sinaliza para o desenvolvimento de modelo biodinâmico para pessoas sentadas em que as costas são apoiadas e também para o estudo do comportamento destas estruturas quando este elemento se faz presente;
- Análise do comportamento dinâmico de arquibancadas de diferentes sistemas estruturais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGU, E., KASPERSKI, M., 2010, Influence of the random dynamic parameters of the human body on the dynamic characteristics of the coupled system of structure–crowd, Journal of Sound and Vibration, v. 330, pp. 431-444.

ANDRADE, A. R., 2011, Avaliação de sincronização lateral entre pedestres e passarela utilizando um excitador pneumático controlado por lógica fuzzy, Tese de doutorado, PPGEM/UFPB, João Pessoa, Paraíba, Brasil.

BARKER, C. MACKENZIE., D., 2008, *Calibration of the UK national annex*, footbridges 2008, Proceedings of the International Conference, Porto, Portugal.

BARROS, T., RIOS, R., 2010, *Análise dinâmica em passarela sujeita à movimentação humana*, 6th Congresso Internacional sobre Patología y Recuperación de Estructuras, Córdoba, Argentina.

BATHE, K. J., 1996, Finite element procedures, Prentice Hall.

BECKER, T., 2006, Desenvolvimento de uma mesa vibratória para estudos sobre vibração no corpo humano, medições em um grupo de motoristas e ajuste de um modelo biodinâmico, Tese de Doutorado, PROMEC/UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil.

BOILEAU, P.-É., RAKHEJA, S., 2002, A body mass dependent mechanical impedance model for applications in vibration seat testing, Journal of Sound and Vibration, v. 253, n. 1, pp. 243-264.

BOILEAU, P.-É., RAKHEJA, S., 1998, Whole-Body vertical biodynamic response characteristics of the seated vehicle driver measurement and model development, International Journal of Industrial Ergonomics, v. 22, pp. 449-472.

British Standards Institute (BSI), 1996, Loading for buildings - Part 1: Code of practice for dead and imposed loads, BS 6399, London.

BRITO, V. L., 2005, *Arquibancadas temporárias utilizadas em eventos urbanos: análise de projeto*, Dissertação de Mestrado, PPGEUA/UFPB, João Pessoa, Paraíba, Brasil.

BRITO, V. L., 2011, Modelagem de arquibancada temporária visando investigação de problemas de vibração devido à movimentação de espectadores, Tese de Doutorado, PPGEM/UFPB, João Pessoa, Paraíba, Brasil.

BRITO, V. L., PIMENTEL, R. L., 2009, *Cases of collapse of demountable grandstands*, Journal of performance of constructed Facilities, v. 23, pp. 151-159.

BUTZ, C., FELDMANN, M., HEINEMEYER, C., SEDLACEK, G., CHABROLIN, B., LEMAIRE, A., MARTIN, P. –O., CAETANO, E., CUNHA, A., GOLDACK, A., KEIL, A., SHLAICH, M., 2008, *Advanced load models for synchronous pedestrian excitation and optimised design guidelines for steel footbridges*, European Comission, pp. 167.

CAMPUZANO, J., CASTRO, R., ÁVILA, S., DOZ, G., 2013, *Plataforma de ensaios dinâmicos: estudos preliminares, projeto e construção*, Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 6, n. 1, pp. 55-74.

CAPRIOLI, A., REYNOLDS, P., VANALI, M., ZAPPAE, E., 2006, Comparison of the effects of a moving crowd on different grandstands during similar events, In: 24rd.. INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC XXIV).

CATBAS, F. N., GUL, M., 2009, Dynamic response monitoring and correlation to crowd movement at a football stadium, In: 27rd.. INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC XXVII), Orlando, Flórida.

CHO, Y., YOON, Y., 2001, Biomechanical model of human on seat with backrest for evaluating ride quality, International Journal of Industrial Ergonomics, v. 27, pp. 331-345.

CLAUSER C. E., McCONVILLE J.T., YOUNG J. W., 1969, Weight, Volume and Center of Mass of Segments of the Human Body, AMRL Technical Report, Wright Patterson Air Force Base, Ohio.

Department for Culture, Media and Sport, 2008, *Guide to Safety at Sports Grounds*, Fifth edition, ISBN 978 0 11 702074 0.

DEMPSTER, W. T., 1955, Space requirements of the seated operator: geometrical, kinematic and mechanical aspects of the body with special reference to the limbs, WADC Technical Report, Wright Patterson Air Force Base, Ohio.

ELLIS, B. R., JI, T., 1997, *Human–structure interaction in vertical vibrations*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures & Buildings, v. 122, pp. 1–9.

ELLIS, B. R., JI, T., LITTLER, J. D., 2000, *The response of grandstands to dynamic crowd loads*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures & Buildings v. 140, pp. 355–365.

EWINS, D. J., 1984, *Modal testing: theory and practice*, Research Studies Press LTD, Taunton, Somerset, England, 269 p., ISBN 0863800173.

FAIRLEY, T. E., GRIFFIN, M. J., 1989, *The apparent mass of the seated human body: vertical vibration*, Journal of Biomechanics, v. 22, n. 2, pp. 81-94.

FAIRLEY, T. E., GRIFFIN, M. J., 1990, *The apparent mass of the seated human. body in the fore-and-aft and lateral directions*, Journal of Sound and Vibration, v. 139, n.2, pp. 299-306.

FERNANDES, H. M. B., 2007, Comportamento dinâmico de passarelas modeladas como vigas sujeitas a vibrações na direção vertical induzidas por pedestres, Tese de Doutorado, PPGEM/UFPB, João Pessoa, Paraíba, Brasil.

GAO, J., HOU, Z., HE, L., GIA, Q., 2011, *Vertical vibration characteristics of seated human bodies and a biodynamic model with two degrees of freedom*, Science China Technological Sciences, v. 54, pp. 2776-2784.

GOMES, D.; ÁVILAS, S.; DOZ, G., 2007, Estudo do comportamento dinâmico de uma passarela de pedestre da cidade de Brasília, Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, v. 4, n. 2, pp. 39-56.

GRIFFIN, M. J., 2001, *The validation of biodynamic models*, Clinical biomechanics, v. 16, S81-S92.

GRIFFIN, M. J., 1990, Handbook of human vibration, 1 ed. London, Academic Press.

GRIFFIN, M. J., WHITHAM, M., 1977, Assessing the discomfort of dual-axis whole-body vibration, Journal of Sound and Vibration, v. 54, n. 1, pp. 107-116.

HARRISON, R. E., WRIGHT, J. R., 2005, Combined active and passive human loading on a flexible platform, In: 23rd. INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE (IMAC XXIII), Orlando, Florida.

HOLMLUND, P., LUDSTROM, R., 1998, *Mechanical impedance of the human body in the horizontal direction*, Journal of Sound and Vibration, v. 215, n. 4, pp. 801-812.

Iida, I., 2005, Ergonomia: projeto e produção, Edgard Blucher, 2 ed.

Instrução Técnica nº12/2011, *Centro esportivos de exibição – requisitos de segurança contra incêndio*, Polícia Militar do Estado de São Paulo, Corpo de Bombeiros.

JONES, C. A., PAVIC, A., REYNOLDS, P., HARRISSON, R. E., 2011, Verification of equivalent mass-spring-damper models for crowd-structure vibration response prediction, Canadian Journal of Civil Engineering, v. 38, pp. 1122-1135.

JI, T., 1995, A continuous model for the vertical vibration of the human body in a standing position, In: UK Informal Group Meeting on Human Response to Vibration, Silsoe, UK, pp. 18-20.

KUBO, M., TERAUCHI, F., AOKI H., MATSUOKA Y., 2001, An investigation into a synthetic vibration model for humans: An investigation into a mechanical vibration human model constructed according to the relations between the physical, psychological and physiological reactions of humans exposed to vibration, International Journal of Industrial Ergonomics, v. 27, pp. 219-232.

LITTLER, J. D., 2005, Findings from a decade of tests examining the response of grandstands to human loading, EURODYN 2005, pp. 505-510, ISBN 9059660331.

LITTLER, J. D., 1996, Measuring the dynamic response of temporary grandstands, EURODYN'96, pp. 907-913, ISBN 9054108134.

MANDAPURAM, S., RAKHEJA, S., MA, S., DEMONT, R. G., BOILEAU, P.-É., 2005, *Influence of back supports conditions on the apparent mass of seated occupants under horizontal vibration*, Journal of Industrial Health, v. 43, pp. 421-435.

MANSFIELD, N. J., GRIFFIN, M. J., 1998, *Effect of magnitude of vertical whole-body vibration on absorbed power for the seated human body*, Journal of Sound and Vibration, v. 215, n. 4, pp. 813-825.

MANSFIELD, N. J., LUDSTROM, R., 1999, *The apparent mass of the human body exposed to non-orthogonal horizontal vibration*, Journal of Biomechanics, v. 32, pp. 1269-1278.

MARINHO, I. J. P., 2002, *Projeto ótimo de estruturas metálicas de arquibancada reutilizáveis via ANSYS*, Dissertação de Mestrado, PUC - Rio, Rio de Janeiro, Brasil.

MATSUMOTO, Y., GRIFFIN, M. J., 2011, *The horizontal apparent mass of the standing human body*, Journal of Sound and Vibration, v. 330, pp. 3284-3297.

MATSUMOTO, Y., GRIFFIN, M. J., 2000, Comparison of biodynamic reponses in standing and seated human bodies, Journal of Sound and Vibration, v. 238, n. 4, pp. 691-704.

MATSUMOTO, Y., GRIFFIN, M. J., 1998, Dynamic response of the standing human body exposed to vertical vibration: influence of posture and vibration magnitude, Journal of Sound and Vibration, v. 212, n. 1, pp. 85-107.

MATSUMOTO, Y., GRIFFIN, M. J., 2003, *Mathematical models for the apparent masses of standing subjects exposed to vertical whole-body vibration*, Journal of Sound and Vibration, v. 260, n. 3, pp. 431-451.

MAZZOLENI, P., ZAPPA, E., 2012, Vision-based estimation of vertical dynamic loading induced by jumping and bobbing crowds on civil structures, Mechanical Systems and Signal Processing, v. 33, pp. 1–12.

MUKSIAN, R., NASH Jr, C. D., 1974, A model for the response of seated humans to sinusoidal displacements of the seat, Journal of Biomechanics, v. 7, pp. 209-215.

MUKSIAN, R., NASH Jr, C. D., 1976, On frequency-dependent damping coefficients in lumped – parameter models of human beings, Journal of Biomechanics, v. 9, pp. 339-342.

NAWAYSEH N., GRIFFIN, M. J., 2005, *Non-linear dual-axis biodynamic response to fore-and-aft whole-body vibration*, Journal of Sound and Vibration, v. 282, pp.831–862.

NAWAYSEH N., GRIFFIN, M. J., 2005, *Tri-axial forces at the seat and backrest during whole-body fore-and-aft vibration*, Journal of Sound and Vibration, v. 281, pp. 921–942.

ORTIZ, A. R., GÓMES, D., THOMSON, P., 2012, Efectos de la interacción humanoestructura en las propriedades dinâmicas de una tribuna, Ingenieria y Competitividad, pp. 14, 63

PEÑA, A. N. P., Atualização de modelos numéricos em elementos finitos para a análise de arquibancadas temporárias, Dissertação de Mestrado, ENC/FT/UnB, Brasília, Distrito Federal, Brasil.

PLAGENHOEF, S., EVANS F. G., ABDELNOUR T., 1983, anatomical data for analyzing human motion, research quarterly for exercise and sport, v. 54, pp 169-178.

RAO, S., 2008, Vibrações mecânicas, Pearson Prentice Hall, 4 ed.

ROSEN, J., ARCAN, M., 2003, *Modeling the human body/seat system in a vibration environment*, journal of biomechanical engineering, v. 125, pp. 223-231.

SACHSE, R., PAVIC, A., REYNOLDS, P., 2002, The influence of a group of humans on modal properties of a structure, EURODYN 2002, ISBN 905809510-X.

SACHSE, R., PAVIC, A., REYNOLDS, P., 2003, *Human-structure dynamic interaction in civil engineering dynamics: a literature review*, The Shock and Vibration Digest, v. 35, n. 1, pp. 3-18.

SALYARDS, K. A., BRENNA, W., 2014, Effects of human structure interaction from seated occupants on a cantilevered laboratory test structure, Dynamic of civil structure, Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, v. 4, pp. 135-143.

SILVA, F. T., 2011, Vibrações de passarelas de pedestres na direção vertical considerando modelos biodinâmicos de pessoas caminhando, Tese de Doutorado, PPGEM/UFPB, João Pessoa, Brasil.

SIM J., BLAKEBOROUGH, A., WILLIAMS, M., 2006, *Modelling effects of passive crowds on grandstand vibration*, Structures & Buildings, v. 159, pp. 261-272.

STEIN, G. J., MUCKA, P., CHMURNY, R., HINZ, B., BLUTHNER, R., 2007, *Measurement and modelling of x-direction apparent mass of the seated human body-cushioned seat system*, Journal of Biomechanics, v. 40, pp. 1493-1503.

WEI, L., GRIFFIN, M. J., 1998, *Mathematical models for the apparent mass of the seated human body exposed to vertical vibration*, Journal of Sound and Vibration, v. 212, n. 5, pp. 855-874.

## **APÊNDICE**

## EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DO SISTEMA PARA O ESTUDO DA TRANSMISSIBILIDADE

Os experimentos realizados com o objetivo de identificar um modelo biodinâmico que representasse o comportamento dinâmico do corpo humano na direção lateral para a postura em pé foram desenvolvidos com indivíduos nesta mesma postura sobre uma passarela. Quanto aos experimentos desenvolvidos a fim de permitir o ajuste do conjunto massa-mola-amortecedor do modelo biodinâmico para a postura sentada, foram realizados na mesma passarela citada, porém, neste caso, os indivíduos durante os testes permaneciam sentados sobre um assento localizado no centro da estrutura. Durante os testes, imprimiase a estrutura uma excitação senoidal e mediam-se as acelerações de entrada e de saída do corpo dos indivíduos.

Representando o corpo humano por um modelo mecânico de 1GDL do tipo massamola-amortecedor e considerando que o apoio que sustentava o indivíduo, no caso para postura em pé, a estrutura, e para a postura sentada, o assento, sofria durante os experimentos excitação senoidal de base, o sistema foi representado conforme apresenta a Figura A.1.

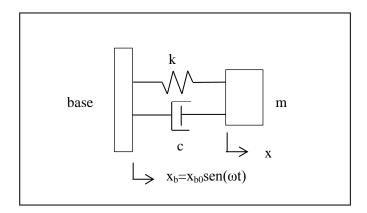


Figura A.1 – Modelo massa-mola-amortecedor de 1GDL com excitação senoidal na base

A equação que descreve o movimento do sistema da Figura A.1 pode ser escrita da seguinte forma:

$$m x''(t) + c [x'(t) - x_h'(t)] + k [x(t) - x_h(t)] = 0$$
 (A.1)

onde m, c e k são, respectivamente, a massa, o coeficiente de amortecimento e a rigidez do corpo; x''(t), x'(t) e x(t), são respectivamente a aceleração, a velocidade e o deslocamento da massa, m, em função do tempo em relação a sua posição de equilíbrio estático, enquanto que  $x_b'(t)$  e  $x_b(t)$  são, respectivamente, a velocidade e o deslocamento da base em função do tempo.

Como:

$$x_b(t) = x_{b0} \operatorname{sen}(\omega t) \tag{A.2}$$

$$x_b'(t) = x_{b0} \,\omega \cos(\omega t) \tag{A.3}$$

Substituindo as expressões (A.2) e (A.3) na expressão (A.1) e compondo em harmônico simples, tem-se:

$$m x''(t) + cx'(t) + k x(t) = x_{b0} \sqrt{k^2 + (c\omega)^2} . sen(\omega t + \varphi)$$
 (A.4)

Multiplicando a expressão A.4 por 1/m e substituindo-se as expressões (A.5), (A.6) e (A.7) vistas a seguir, tem-se a expressão (A.8).

$$\frac{c}{m} = 2\xi \omega_0 \tag{A.5}$$

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_0} \tag{A.6}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \tag{A.7}$$

$$x''(t) + 2\xi\omega_0 x'(t) + \omega_0^2 x(t) = \omega_0^2 x_{b0} \sqrt{1 + (2\xi\beta)^2} \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$
 (A.8)

onde  $\xi$ ,  $\omega_0$ ,  $\beta$ ,  $\omega$  e  $\phi$  são, respectivamente, razão de amortecimento, frequência natural, razão de frequência, frequência de excitação e ângulo de fase.

A equação (A.8) é uma equação não-homogênea e, portanto, sua solução geral,  $x_m(t)$  é composta por uma solução homogênea,  $x_h(t)$ , e por uma solução particular,  $x_p(t)$ . Como a solução homogênea desaparece com o tempo, a solução da equação reduz-se a solução particular. Assim:

$$x(t) = x_p(t) = Msen(\omega t + \varphi) + Ncos(\omega t + \varphi)$$
(A.9)

Resolvendo as derivadas de primeira e segunda ordem da expressão A.9 e substituindo estas derivadas e a expressão A.9 na equação A.8, tem-se:

$$x = \frac{x_{b0}\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2} \left[ (1 - \beta^2)^2 sen(\omega t + \varphi) + 2\beta\xi\cos(\omega t + \varphi) \right]}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}$$
(A.10)

que compondo em harmônico simples fica:

$$x = \frac{x_{b0}\sqrt{1 + (2\xi\beta)^2}}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}\cos(\omega t + \varphi - \alpha)$$
(A.11)

Substituindo as expressões (A.5), (A.6) e (A.7) na equação (A.11), vem:

$$\frac{x}{x_{b0}} = \sqrt{\frac{k^2 + (c\omega)^2}{(k - m\omega^2)^2 + (\omega c)^2}} \cos(\omega t + \varphi - \alpha)$$
(A.12)

A razão entre x e  $x_{b0}$  é definida como transmissibilidade (TR) e para amplitudes máximas pode ser escrita na forma da expressão A.14.

$$TR = \sqrt{\frac{k^2 + (c\omega)^2}{(k - m\omega^2)^2 + (\omega c)^2}}$$
 (A.13)