

José Geilson Ferreira Júnior

O Modelo 331 Mínimo Reduzido

João Pessoa – PB

Março / 2012

José Geilson Ferreira Júnior

O Modelo 331 Mínimo Reduzido

Orientador:

Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva

DEPARTAMENTO DE FÍSICA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

João Pessoa – PB

Março / 2012

1 Aos quinze dias do mês de março do ano de dois mil e doze, às 14:00, na sala de
2 reuniões do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da
3 Universidade Federal da Paraíba, reuniram-se os membros da Banca Examinadora
4 constituída para examinar o candidato ao grau de Mestre em Física na área de Física das
5 Partículas Elementares e Campos, José Geilson Ferreira Júnior. A comissão
6 examinadora composta pelos professores doutores: Paulo Sérgio Rodrigues da Silva
7 (DF/UFPB), orientador e presidente da banca examinadora, Carlos Antônio de Sousa
8 Pires (DF/UFPB) e Diego Alejandro Cogollo Aponte (UFCG). Dando início aos
9 trabalhos, o Prof. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva comunicou aos presentes a finalidade
10 da reunião. A seguir, passou a palavra ao candidato para que o mesmo fizesse,
11 oralmente, a exposição do trabalho de dissertação intitulado "O Modelo 331 mínimo
12 reduzido". Concluída a exposição, o candidato foi argüido pela Banca Examinadora que
13 emitiu o seguinte parecer: "aprovado". Assim sendo, deve a Universidade Federal da
14 Paraíba expedir o respectivo diploma de Mestre em Física na forma da lei. E para
15 constar, eu, Danilo Wilson Lemos Menezes, servindo de Secretário, lavrei a presente ata
16 que vai assinada por mim mesmo e pelos membros da Banca Examinadora. João
17 Pessoa, 15 de março de 2012.

18

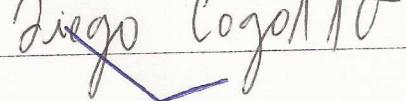
Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva
Orientador - UFPB

Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires
UFPB

Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte
UFCG

Danilo Wilson Lemos Menezes
Secretário






*Dedico esta dissertação a meus pais,
cujo exemplo de honestidade e trabalho
tem sido um norteador para a minha vida,
e a minha esposa, que tem
me apoiado em todos os momentos.*

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer ao Prof. Dr. Paulo Sérgio Rodrigues da Silva pela oportunidade de trabalhar com ele, pela confiança, paciência, dedicação e pelo encorajamento em todas as circunstâncias. E também, ao Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires pela atenção e disponibilidade.

Agradeço a meus familiares, em especial, aos meus queridos tios Severino e Denise, pois sem sua ajuda, não conseguiria chegar a este momento.

A todos os professores do Departamento de Física, sempre nos motivando a trabalhar. Em especial, ao Prof. Dr. Pedro Christiano, pelas frutíferas discussões que tivemos quando participava do PET.

Sou grato a todos os meus amigos do Departamento de Física da UFPB, com quem estou tendo a satisfação de conviver. Em particular, a turma que relembra que temos uma vida social.

Agradeço aos funcionários do Departamento, que viabilizam nossos estudos.

E, por último, mas não menos importante, agradeço ao CNPQ pelo apoio financeiro.

Resumo

O modelo padrão das partículas elementares foi verificado por todos os testes experimentais até o momento. No entanto, evidências teóricas e experimentais nos garantem que ele não é o modelo final das interações fundamentais. Assim, a proposta desta dissertação é desenvolver um modelo baseado no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ (modelo 331), uma simples extensão do grupo de simetria do modelo padrão que soluciona alguns questionamentos não atacados por ele. Existem versões desse modelo bem fundamentadas, uma delas é a versão mínima do modelo 331, cujo conteúdo leptônico é idêntico ao do modelo padrão. Nessa versão do modelo, o setor escalar contém três tripletos e um sexteto de escalares, gerando uma grande quantidade de interações e assim, dificultando a fenomenologia do setor escalar. Neste trabalho, mostraremos que a estrutura da versão mínima do modelo 331 pode ser construída com apenas dois tripletos de escalares. Comparado ao anterior, o nosso modelo apresenta algumas vantagens, sendo que uma delas é tornar a fenomenologia do setor escalar mais tratável.

Palavras-chaves: Modelo Padrão, Simetria, Modelo 331, Fenomenologia, Setor Escalar.

Abstract

The Standard Model of elementary particles has been verified by all experimental tests up to the present moment. However, theoretical and experimental evidences guarantee us that this model is not the final one that describes the fundamentals interactions. In this way, the aim of this work is to develop model based on the gauge group $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ (331 model), a simple extension of the gauge group of the Standard Model, which solves some problems not covered by this model. There are many versions of 331 model well-founded, one of these is the minimal version, which leptonic content is identical to the Standard Model. In the minimal 331 model, the scalar sector is formed by three triplets and one sextet of scalars, which leads to large amount of interactions, so this proposal complicates the phenomenology of the scalar sector. In my work, we shall show that the structure of the minimal 331 model can be constructed with only two triplets. In relation to the later model, our model presents some advantages, like making the phenomenology of the scalar sector more tractable.

Keywords: Standard Model, Symmetry, 331 Models, Phenomenology, Scalar Sector.

Sumário

Introdução	p. 10
1 Modelo Padrão Eletrofraco	p. 12
1.1 Invariância de Gauge	p. 13
1.2 Estrutura do MP	p. 15
1.2.1 Conteúdo Fermiônico	p. 16
1.2.2 Bósons de Gauge	p. 17
1.2.3 Representação dos Escalares e a QES	p. 18
1.2.3.1 Mecanismo de Higgs	p. 18
1.2.3.2 Campos Escalares do MP	p. 20
1.3 Lagrangiana do MP	p. 22
1.3.1 Setor dos Férmions	p. 22
1.3.2 Setor de Gauge	p. 22
1.3.3 Setor de Yukawa	p. 23
1.3.4 Setor dos Escalares	p. 23
1.4 Efeitos da QES	p. 24
1.4.1 Férmions Físicos	p. 24
1.4.2 Bósons Físicos	p. 25
1.4.2.1 Bósons de gauge	p. 25
1.4.2.2 Bóson de Higgs	p. 27
1.5 Correntes do MP	p. 27
1.5.1 A Corrente Carregada e a Matriz CKM	p. 28

1.5.2	Corrente Neutra e o Mecanismo GIM	p. 29
1.6	Além do MP	p. 31
2	Modelo $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$	p. 32
2.1	Estrutura do Modelo 331	p. 33
2.1.1	Conteúdo de Representação	p. 34
2.2	A QES do modelo 331	p. 37
2.2.1	Primeira QES do Modelo 331	p. 38
2.2.2	Bósons de Gauge Físicos	p. 39
2.2.3	Férmions Físicos	p. 42
2.2.4	O Potencial do Modelo 331	p. 44
2.3	Correntes do Modelo 331	p. 45
2.3.1	Correntes dos Léptons	p. 45
2.3.1.1	Correntes Carregadas dos Léptons	p. 45
2.3.1.2	Correntes Neutras dos Léptons	p. 46
2.3.2	Correntes dos Quarks	p. 47
2.3.2.1	Correntes Carregadas dos Quarks	p. 47
2.3.2.2	Correntes Neutras dos Quarks	p. 47
3	Modelo RM331	p. 49
3.1	Conteúdo de Representação do Modelo RM331	p. 49
3.2	Espectro dos Bósons de Gauge	p. 51
3.3	Setor Escalar	p. 53
3.4	Massas dos Férmions	p. 55
	Conclusões	p. 59
	Apêndice A – Geradores de $SU(2)$ e $SU(3)$	p. 61

Apêndice B – Cancelamento das Anomalias Triângulo	p. 62
Apêndice C – Acoplamentos Bósons de Gauge-Escalares	p. 64
Apêndice D – Acoplamentos Escalar-Escalar	p. 67
Apêndice E – Acoplamentos Férmions-Escalar	p. 68
Referências Bibliográficas	p. 70
Referências Bibliográficas	p. 70

Introdução

O modelo padrão das interações eletrofracas (MP) tem sido intensamente testado nos últimos anos e com enorme precisão[1]. Entretanto, existem muitos fatos e perguntas que este modelo não consegue explicar ou responder, por exemplo, a existência de três famílias, a possibilidade da existência de neutrinos massivos, a presença de um ou mais bósons de Higgs, entre outros. Assim, fica claro que o MP não é a última palavra na descrição das partículas fundamentais e das suas interações.

Na atualidade existem muitos modelos que tentam responder as perguntas deixadas em aberto pelo MP explorando maiores regimes de energia na procura de uma nova física, mais conhecidos como extensões do MP. Podemos citar como exemplos os modelos de grande unificação[2, 3], os supersimétricos[4, 5], modelos com dimensões extras[6, 7, 8, 9], entre outros.

Dentro da diversidade de extensões existentes na literatura, estudaremos o modelo proposto de maneira independente por F. Pisano - V. Pleitez e P. Frampton[10, 11]. Este modelo tem como base a simetria do grupo de gauge $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, conhecido como o modelo 331 mínimo. O modelo 331 mínimo apresenta interessantes características. A sua principal característica reside no fato de o modelo exigir um mínimo de três famílias para possuir consistência teórica através do cancelamento de anomalias triângulo[10, 11, 12].

Fenomenologicamente, o modelo 331 mínimo é muito atrativo, porque seu conteúdo leptônico é idêntico ao do MP e ele prediz uma nova física numa escala de energia muito próxima a do MP (TeV). Desta forma, as predições deste modelo poderão ser testadas tanto nos atuais experimentos do *Large Hadron Collider* (LHC) como nos próximos aceleradores, mostrando a importância de seu estudo. Algo que caracteriza este modelo é a presença de biléptons: campos vetoriais, escalares e fermiônicos, com duas unidades de número leptônico[13], e que podem ser detectados nos próximos aceleradores, através do produto de seu decaimento.

Considerando este leque de atrativos fenomenológicos e tendo em conta que um dos principais objetivos do LHC é encontrar o bóson de higgs, cujos vínculos atuais colocam-no

cada vez mais distante do predito pelo MP, revisamos o setor escalar do modelo 331, o qual em sua versão original apresenta três tripletos e um sexteto, totalizando trinta graus de liberdade. Tendo que a quebra espontânea de simetria (QES) do modelo 331 requer apenas oito graus de liberdade em forma dos bósons de Goldstone, o espectro físico do setor escalar ainda possuirá vinte e dois graus de liberdade. Este é um gigantesco espectro, comparado com o MP.

Agora, introduzimos o principal ponto de nossa proposta: desenvolver um modelo 331 com apenas dois tripletos de escalares, o qual denominaremos de modelo 331 reduzido[14](modelo RM331). O modelo RM331 reduz de forma elegante o setor escalar, mostrando que as principais características presentes na forma original do modelo 331 também estão presentes no modelo RM331.

No primeiro capítulo desta dissertação será feita uma pequena introdução ao MP, serão mostrados os passos seguidos para obter o seu espectro de partículas, assim como o mecanismo que gera suas massas. Também serão apresentadas as interações dos férmions com os bósons de gauge e veremos o porquê da necessidade de construir extensões do MP.

No que se refere ao segundo capítulo, abordar-se o modelo 331 mínimo de forma semelhante ao MP, desenvolvendo o espectro de suas partículas e suas interações.

No terceiro capítulo discutiremos alguns pontos negativos do modelo 331 e desenvolveremos o modelo RM331 por completo, mostrando como contornar os problemas do modelo 331 mínimo com um espectro reduzido de escalares. Por fim, segue a uma conclusão, onde também será apresentada algumas possíveis continuações dos aspectos desenvolvidos nesta dissertação.

1 *Modelo Padrão Eletrofraco*

A formulação do MP se deu mediante inúmeras contribuições de físicos, tais como: Glashow [15], Weinberg [16], Salam [17], Yang e Mills [18], Goldstone [19], Higgs [20, 21], Fermi [22], entre outros. Este conjunto de ideias tornou-se uma das teorias mais importantes da física, unificando as forças forte, fraca e eletromagnética. No entanto, sabemos que a elaboração de uma nova teoria não segue um caminho linear, sempre repleto de ideias brilhantes e de aplicações experimentais que possam comprová-las.

O MP é construído sobre três pilares fundamentais: a invariância pelo grupo de simetria interna local (invariância de gauge), a invariância pelo grupo de Poincaré e a renormalizabilidade do modelo. Até o momento, o MP possui suas previsões teóricas verificadas com enorme precisão. Entretanto, podemos questionar até que ponto o MP é válido. O fato é que o MP permanece incompleto e possui alguns problemas não solucionados, deixando espaço para a elaboração de novos modelos.

Todos os modelos em física de partículas devem satisfazer o primeiro e o terceiro pilares citados anteriormente, assim o diferencial entre eles é a invariância pelo grupo de gauge e como consequência o conteúdo de partículas do mesmo. O MP é baseado no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, onde os índices denotam, respectivamente, cor (interações fortes), isospin (interações fracas) e hipercarga fraca.

Sabendo que apenas os grupos que representam as interações fortes e eletromagnéticas permanecem intactos no processo de quebra espontânea de simetria (QES), os geradores de $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ devem recombinar-se para formar o gerador de carga elétrica associado a simetria $U(1)_Q$, podemos tratar individualmente os processos que envolvem apenas as interações eletro-fracas dos processos que envolvem apenas as interações fortes. Assim, a revisão a seguir será focada na parte eletro-fraca, visto que, as interações de cor são as mesmas tanto no MP quanto nos modelos 331, que discutiremos nos próximos capítulos.

Antes de iniciar a apresentação do MP, abordaremos um dos principais elementos para sua construção: a invariância de gauge.

1.1 Invariância de Gauge

As simetrias sempre ocuparam um lugar de destaque na Física. O teorema de Noether assegura que, se uma ação é invariante por transformações de um grupo de simetria, então existem quantidades conservadas associadas a esta invariância[23]. Ou seja, as leis de conservação são consequências das simetrias. Quando esta transformação é aplicada simultaneamente a todo os pontos do espaço-tempo, a lagrangiana possui simetria global. Se a invariância ocorre quando as transformações são localizadas no espaço-tempo, a simetria é considerada local, a qual abordaremos no decorrer da secção.

As teorias de gauge são teorias nas quais as interações entre os campos são produzidas a partir da aplicação do princípio de gauge. Este princípio introduz os campos dos bósons vetoriais de um grupo, por meio de uma generalização do conceito da derivada usual, a derivada covariante. A lagrangiana que descreve as interações deve ser invariante sobre um determinado grupo de transformação, gerando correntes e cargas conservadas.

Como exemplo simples, vamos aplicar a lagrangiana que descreve campos escalares complexos de massa m :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \Phi)^\dagger (\partial^\mu \Phi) - \frac{1}{2} \Phi^\dagger \Phi, \quad (1.1)$$

onde definimos o multipletto sobre o grupo das transformações especiais unitárias ($SU(N)$),

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_N \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

As transformações de gauge para grupo $SU(N)$, em sua representação fundamental, é dada por:

$$G(SU(N)) = \exp(i\beta_a(x)t^a), \quad (1.3)$$

onde t^a ($a = 1, 2, \dots, (N^2 - 1)$) são os geradores do grupo $SU(N)$, não-abeliano, cuja álgebra de Lie [24] é:

$$[T_a, T_b] = if_{abc}T_c, \quad (1.4)$$

sendo f_{abc} as constantes de estrutura do grupo, tensores completamente anti-simétricos pela troca de seus índices. As quantidades $\beta_a(x)$ são os parâmetros de transformação de gauge.

No entanto, a eq. (1.1) não é invariante sob a transformação

$$\Phi \rightarrow G\Phi, \quad (1.5)$$

devido aos termos que envolvem as derivadas. Para gerar a invariância, as derivadas usuais da lagrangiana devem ser substituídas por derivadas covariantes

$$\partial_\mu \longrightarrow D_\mu \equiv \partial_\mu + ig t_a A_\mu^a, \quad (1.6)$$

sendo g a constante de acoplamento e A_μ^a os bósons vetoriais do grupo $SU(N)$ (bósons de gauge). Para tornar o termo derivativo invariante, a derivada covariante aplicada no campo escalar deve se transformar da mesma forma que o campo escalar

$$D_\mu \Phi \longrightarrow G(D_\mu \Phi). \quad (1.7)$$

Partindo da equação acima, definimos a forma como os bósons de gauge devem ser transformados

$$t_a A_\mu^a \longrightarrow G \left(t_a A_\mu^a + \frac{i}{g} G^{-1} \partial_\mu(G) \right) G, \quad (1.8)$$

tornando-a invariante. A forma explícita das transformações dos bósons de gauge se dá expandindo G até primeira ordem em β ($G \simeq 1 + i\beta_a t_a$)

$$A_\mu^a \longrightarrow A_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \beta^a(x) - f^{abc} \beta^b A_\mu^c. \quad (1.9)$$

O último termo desta equação é consequência direta da simetria não abeliana.

Com as transformações (1.5) e (1.9) e a substituição da derivada covariante na lagrangiana, eq. (1.1), esta torna-se invariante:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left((\partial_\mu + ig t_a A_\mu^a) \Phi \right)^\dagger (\partial^\mu + ig t_a A_\mu^a) \Phi - \frac{1}{2} \Phi^\dagger \Phi. \quad (1.10)$$

Da equação acima, nota-se que existem termos com interações entre os bósons do bóson de gauge e o campo escalar. Como consequência podemos observar que a simetria da lagrangiana implica em uma nova dinâmica na teoria, sendo necessária a introdução de um novo campo e consequentemente gerando novas interações. Esta ideia de generalizar este princípio para outras interações, tal como a forte, fraca e eletromagnética, foi colocada por Salam e Ward [25].

É natural pensarmos em termos cinéticos e de massa para os bósons de gauge. Dada a simetria, é possível construir termos dinâmicos para os bósons de gauge que sejam

invariantes por esta simetria, neste caso o termo a ser adicionado a lagrangiana é,

$$\mathcal{L}_{gauge} \equiv -\frac{1}{4}F_a^{\mu\nu}F_{\mu\nu,a}, \quad (1.11)$$

onde

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c. \quad (1.12)$$

Contudo termos explícito de massa do tipo $M^2 A_\mu A^\mu$ não são invariantes pelas transformações (1.9), e portanto a teoria não descreve, inicialmente, uma partícula massiva. A forma de gerar massa para os bósons de gauge será através da QES discutida no final da próxima secção.

1.2 Estrutura do MP

O setor eletro-fraco do MP está acomodado no grupo de gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, de modo que, as partículas que interagem fracamente devem ser dispostas de forma a permitir escrever uma lagrangiana invariante por transformações deste grupo de simetria.

Como mencionado anteriormente, o grupo de simetria $SU(2)_L$ é chamado isospin fraco e o subíndice "L" indica que os elementos quirais de mão esquerda (*left*) não se transformam de forma trivial, enquanto os de mão direita (*right*) são singletos sob transformações deste grupo. O grupo $SU(2)$ tem como geradores os T_a , que satisfazem à álgebra de Lie

$$[T_a, T_b] = i\epsilon_{abc}T_c, \quad (1.13)$$

onde ϵ_{abc} é o tensor antissimétrico de Levi-Civita, e os índices $a,b,c = 1,2,3$. Na representação fundamental do grupo $SU(2)$, os geradores são dados por

$$T_a = \frac{1}{2}\sigma_a, \quad (1.14)$$

com σ_a sendo as matrizes de Pauli (ver Apêndice A).

O grupo de gauge $U(1)_Y$ é gerado pelo operador de hipercarga Y . Tal operador, quando atua nos dubletos de $SU(2)_L$, é definido como

$$Y = y\mathbb{I}_2, \quad (1.15)$$

onde \mathbb{I}_2 é a matriz identidade que, obviamente, comuta com qualquer outro gerador.

Uma forma de relacionar propriedades dos dois grupos se dá através do operador de

carga elétrica. Ele é definido por uma combinação linear entre os geradores diagonais do grupo de gauge em questão. De forma geral,

$$\frac{Q}{e} \equiv \sum_i \alpha_i T_i, \quad (1.16)$$

onde o índice i representa a quantidade de geradores diagonais. Considerando os geradores da álgebra de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, o operador de carga elétrica para o MP (relação de Gellmann-Nishijima) assumirá a seguinte forma

$$\frac{Q}{e} = \frac{\sigma_3}{2} + \frac{Y}{2} \Rightarrow \frac{Q}{e} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} y+1 & 0 \\ 0 & y-1 \end{pmatrix}. \quad (1.17)$$

É importante lembrar que o conteúdo de representação de um modelo baseado em um determinado grupo de gauge semi-simples, cuja quebra possui como produto final o grupo abeliano da QED, pode ser conhecido por meio deste operador¹.

1.2.1 Conteúdo Fermiônico

Para definir o conteúdo de matéria fermiônica do MP, podemos usar a relação de Gellmann-Nishijima (1.17). As componentes esquerdas dos férmions transformam-se como dubleto de $SU(2)_L$, estrutura motivada pelos experimentos que resultaram na teoria V-A². Assim, definimos os férmions do MP com suas respectivas transformações de gauge por:

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L \sim (2, -1) \quad \text{e} \quad Q_L = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L \sim (2, \frac{1}{3}), \quad (1.18)$$

onde $l = e, \mu, \tau$ denominam as três gerações leptônicas, $i = 1, 2, 3$ as três gerações de quarks e as quantidades (x, y) indicam as propriedades de transformação por $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$, respectivamente. As componentes direitas dos férmions transformam-se como singletos de $SU(2)_L$. Contudo, no MP o neutrino não possui massa e desta forma não possui quiralidade direita. Para os férmions carregados, os estados de quiralidade direita são

$$l_R \sim (1, -2) \quad \text{e} \quad u_{iR} \sim (1, +\frac{4}{3}); \quad d_{iR} \sim (1, -\frac{2}{3}), \quad (1.19)$$

descrevendo assim a disposição de todo o conteúdo fermiônico do MP.

¹De fato, para modelos 331 este operador é determinante. Sua mudança acarreta em diferentes versões do modelo, como veremos adiante.

²Para uma descrição detalhada ver [26, 27]

1.2.2 Bósons de Gauge

Os bósons de gauge de uma teoria estão associados aos geradores do grupo de simetria local de tal teoria. Para o setor eletro-fraco do MP o grupo de gauge é o $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ de forma a possuir quatro geradores e conseqüentemente quatro bósons de gauge. No MP associamos o bóson de gauge B_μ ao gerador Y do subgrupo $U(1)_Y$ e três bósons de gauge W_μ^a associados aos geradores T^a do subgrupo $SU(2)_L$.

As transformações para estes grupos são

$$\mathcal{G}(SU(2)_L) = \exp(i\beta_a(x)T_a) \quad e \quad G(U(1)_Y) = \exp(i\alpha(x)Y), \quad (1.20)$$

onde as quantidades $\beta_a(x)$ e $\alpha(x)$ são os parâmetros das transformações de gauge. A derivada covariante dependerá, portanto, de duas constantes de acoplamento a fim de preservar a invariância de gauge, assumindo a seguinte forma

$$D_\mu^L = \partial_\mu + igW_\mu^a T^a + ig' B_\mu Y_L/2 \quad (1.21)$$

para os termos que não se transformam de forma trivial por $SU(2)_L$ e,

$$D_\mu^R = \partial_\mu + ig' B_\mu Y_R/2 \quad (1.22)$$

para os termos singletos por $SU(2)_L$. As constantes g e g' estão associadas, respectivamente, aos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ e a quantidade $Y_{L/R}$ é o valor da hipercarga associado ao campo em que a derivada covariante está sendo aplicada ($Y_L \rightarrow$ dubletos, $Y_R \rightarrow$ singletos).

A invariância sob estas transformações impõe que os campos de gauge B_μ e W_μ^a transformem-se infinitesimalmente segundo

$$B_\mu \longrightarrow B'_\mu = B_\mu - \frac{1}{g'} \partial_\mu \beta(x) \quad (1.23)$$

$$W_\mu^a \longrightarrow W'^a_\mu = W_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a(x) - \epsilon^{abc} \alpha^b W_\mu^c.$$

Dado que o grupo $U(1)_Y$ é abeliano, B_μ não possui o termo com constante de estrutura. Por fim, a construção dos tensores de intensidade³ para estes grupos de gauge dependerão das constantes de estrutura do grupo $SU(2)_L$, associados aos W_μ^a , enquanto que o tensor de intensidade associado ao campo abeliano B_μ será análogo ao da QED.

³A descrição deste campo será mostrada com a construção das lagrangianas.

1.2.3 Representação dos Escalares e a QES

O setor escalar é acrescentado ao MP com o objetivo de gerar massa aos bósons de gauge. Como não se pode colocar termos de massa explicitamente na lagrangiana, o MP utiliza o mecanismo de QES para gerar as massas das partículas. Tecnicamente, a QES ocorre quando o campo escalar toma um VEV diferente de zero, deixando o modelo não invariante no vácuo, ou seja, o estado fundamental não respeita a simetria da lagrangiana. Neste caso, deslocamos o campo original por este VEV ($\langle\phi\rangle_0$) a fim de obter o campo físico ϕ' (que possui VEV nulo),

$$\phi \longrightarrow \phi' = \phi - \langle\phi\rangle_0. \quad (1.24)$$

Entretanto, ao escolher arbitrariamente este possível estado, quebra-se a simetria espontaneamente. A seguir será analisado a forma de utilizar este mecanismo, conhecido como mecanismo de Higgs[20, 21].

1.2.3.1 Mecanismo de Higgs

Teorema de Goldstone [19]: "Se uma simetria contínua é espontaneamente quebrada, então para cada gerador do grupo quebrado deve aparecer na teoria um campo escalar sem massa". Tais campos são denominados de bósons de Goldstone.

O teorema de Goldstone implica a existência de partículas de massa nula através da QES por transformações globais. O mecanismo de Higgs toma como base o teorema de Goldstone, sendo elaborado para teorias invariantes por transformações locais.

Para sermos objetivos vamos abordar de forma prática, com um exemplo. Para este caso tomamos a lagrangiana para um campo escalar complexo

$$\mathcal{L} = (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - V(\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.25)$$

com as transformações para os campos, as condições sobre a derivada covariante, o tensor de intensidade e o potencial dados por,

$$\begin{aligned} \phi &\longrightarrow \phi' = e^{ig\alpha(x)}\phi \\ A_\mu &\longrightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu\alpha(x) \\ D_\mu &= \partial_\mu + igA_\mu \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \\ V(\phi) &= \mu^2|\phi|^2 + \lambda|\phi|^4, \quad (\lambda > 0). \end{aligned} \quad (1.26)$$

Estas transformações tornam a lagrangiana invariante pelo grupo de simetria $U(1)$.

Com a condição $\lambda > 0$, o potencial é limitado inferiormente e seu comportamento vai depender do valor de μ^2 , ou seja, se μ^2 é maior ou menor que zero. Para analisar da melhor maneira tal comportamento, definimos os campos reais ϕ_1 e ϕ_2 de modo que $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$. Reescrevendo a lagrangiana (1.25) em termos destes novos campos,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} ((D_\nu \phi_1)^* (D^\nu \phi_1) + (D_\nu \phi_2)^* (D^\nu \phi_2)) - \frac{\mu^2}{2} (\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{\lambda}{4} (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (1.27)$$

Note que

1. $\mu^2 > 0$: O mínimo do potencial está em $\phi_1 = \phi_2 = 0$. Neste caso, a simetria da lagrangiana é a mesma simetria do estado de menor energia. Desta forma, a teoria é formada por bósons de gauge não massivos e escalares de massa μ .
2. $\mu^2 < 0$: Para este caso, o vácuo é degenerado e, o mínimo do potencial está em uma circunferência de raio $v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$ no plano (ϕ_1, ϕ_2) . Neste caso a lagrangiana continua invariante, entretanto, o mesmo não ocorre para o vácuo. A invariância deste vai depender da escolha de um valor.

Tendo como foco os bósons de gauge adquirirem massa prosseguimento à análise do segundo caso. Escolhendo sem perda de generalidade o VEV: $\phi_1 = v$ e $\phi_2 = 0$, redefinimos o campo ϕ

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (v + \eta + i\zeta), \quad (1.28)$$

conforme a equação (1.24).

Uma vez definida a parametrização, substituindo o campo acima na lagrangiana (1.25), encontramos:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\nu \chi \partial^\nu \chi + 2\mu^2 \chi^2) + \frac{1}{2} (\partial_\nu \xi \partial^\nu \xi) + \frac{g^2 v^2}{2} A_\mu A^\mu + gv A_\mu (\partial^\mu \xi) + \dots - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (1.29)$$

O penúltimo termo desta lagrangiana é um pouco inconveniente, pois mistura a partícula relacionada ao campo sem massa ξ , com o bóson de gauge A_μ . Esta mistura pode gerar a ilusão de acréscimo de graus de liberdade à teoria após a QES. Antes da QES tínhamos 2 graus de liberdade devido aos escalares, mais 2 devido aos bósons de gauge sem massa e após a QES supostamente teríamos 2 graus de liberdade devido aos escalares mais 3 devido ao bóson de gauge massivo.

Esta ilusão pode ser corrigida por uma conveniente escolha de gauge:

$$\alpha(x) = -\frac{1}{gv}\xi(x). \quad (1.30)$$

Com esta escolha, a equação (1.29) torna-se

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\nu \chi \partial^\nu \chi + 2\mu^2 \chi^2) + \frac{g^2 v^2}{2} A'_\mu A'^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (1.31)$$

O escalar ξ , o qual não possuía termo de massa na eq. (1.29), desaparece do espectro. Este escalar é denominado bóson de Goldstone. Dizemos que ele foi absorvido pelo bóson de gauge da teoria, para que este se torne massivo.

Desta forma, podemos interpretar a lagrangiana (1.29) como uma teoria de três campos: um bóson de gauge massivo, de massa $m_A = gv$; um escalar massivo, de massa $m_\chi = \sqrt{-2\mu^2}$ e, um escalar de massa nula. Concluimos então que ao efetuarmos uma quebra espontânea de simetria em uma teoria invariante de gauge, o grau de liberdade referente ao bóson de Goldstone é absorvido pelo bóson de gauge, fornecendo uma componente longitudinal de polarização e conseqüentemente sua massa⁴.

1.2.3.2 Campos Escalares do MP

O mecanismo de Higgs pode ser estendido para grupos não abelianos, levando em conta a secção (1.1). De forma semelhante, os campos de gauge poderão adquirir massa através de quebra da simetria do vácuo. Campos escalares darão lugar à componente longitudinal dos campos vetoriais, e em teorias com vários bósons de gauge é possível que apenas parte deles adquiram massa, como é o caso do MP.

Em termos técnicos, a quebra de simetria implica que os geradores não quebrados mantêm o vácuo inalterado [19]. Desta forma, um gerador que não é quebrado deve obedecer

$$T \langle \phi \rangle_0 = 0. \quad (1.32)$$

⁴Discursões mais abrangentes podem ser encontradas nas referências [20, 21, 26, 27]

Assim, uma condição que deve ser satisfeita para QES do MP é:

$$\begin{aligned} T_1 \langle \phi \rangle_0 &\neq 0 \\ T_2, \langle \phi \rangle_0 &\neq 0 \quad ; \quad \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right) \langle \phi \rangle_0 = 0. \\ \left(T_3 - \frac{Y}{2} \langle \phi \rangle_0 \right) &\neq 0 \end{aligned} \quad (1.33)$$

Convenientemente, também os férmions podem adquirir massa através das interações entre férmions e escalares, denominados termos de Yukawa [28]. Como todos os termos da lagrangiana, estes acoplamentos também devem ser invariantes de gauge. Conhecendo a disposição fermiônica, os acoplamentos que levam em termos de massa são do tipo:

$$\begin{aligned} \overline{L}_L l_R \phi_1 & : (2^*, 1) \otimes (1, -2) \otimes [\phi_1] = (1, 0) \Rightarrow \phi_1 \sim (2, 1); \\ \overline{Q}_L u_R \phi_2 & : (2^*, -1/3) \otimes (1, 4/3) \otimes [\phi_2] = (1, 0) \Rightarrow \phi_2 \sim (2, -1); \\ \overline{Q}_L d_R \phi_3 & : (2^*, -1/3) \otimes (1, -2/3) \otimes [\phi_3] = (1, 0) \Rightarrow \phi_3 \sim (2, 1), \end{aligned} \quad (1.34)$$

mostrando que precisaríamos de no mínimo dois dubletos de escalares, com hipercargas opostas, para gerar a massa de todos os férmions do MP. Entretanto, podemos definir

$$\tilde{\phi} \equiv i\sigma_2 \phi^* \quad (1.35)$$

que se transforma do mesmo modo que ϕ_2 , retirando assim a necessidade de incluir dois diferentes dubletos ao MP.

Usando as duas condições anteriores e o operador de carga elétrica (1.17), definimos

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \text{ e } \tilde{\phi} = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}, \quad (1.36)$$

com a convenção

$$\langle \phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (1.37)$$

onde v é o parâmetro do VEV do MP.

Esquemáticamente, a QES do MP para a QED será obtida através de um VEV não trivial para o campo escalar ϕ , com isso

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\langle \phi \rangle_0} U(1)_Q$$

implicando que três bósons de gauge irão adquirir massa pela absorção dos três bósons de

Goldstone (ϕ^+ , ϕ^- e $\text{Im}\phi^0$) e o campo associado ao operador de carga elétrica permanecerá sem massa (mediador da interação eletromagnética de longo alcance).

De posse das informações e de como as partículas do MP estão dispostas, agora podemos construir a lagrangiana para o setor eletro-fraco.

1.3 Lagrangiana do MP

Por comodidade, a lagrangiana total pode ser desenvolvida em quatro setores:

$$\mathcal{L}_T = \mathcal{L}_{fer} + \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{yukawa} + \mathcal{L}_{escalares} \quad (1.38)$$

que descreveremos individualmente abaixo.

1.3.1 Setor dos Férmions

Conhecendo como os férmions estão dispostos e suas transformações de simetria, a lagrangiana que descreve sua dinâmica é dada por

$$\mathcal{L}_{fer} = i\bar{L}_L\gamma^\mu D_\mu^L L_L + i\bar{Q}_L\gamma^\mu D_\mu^L Q_L + i\bar{l}_R\gamma^\mu D_\mu^R l_R + i\bar{u}^a_R\gamma^\mu D_\mu^R u^a_R + i\bar{d}^a_R\gamma^\mu D_\mu^R d^a_R, \quad (1.39)$$

onde $a = 1,2,3$ são as três famílias fermiônicas. Deste setor deriva-se as interações entre os férmions e os bósons de gauge do MP (ver eqs. (1.21) e (1.61)). Como veremos na secção (1.5) estas interações denominadas de correntes carregadas e neutras descrevem a dinâmica da força eletro-fraca com a matéria.

1.3.2 Setor de Gauge

Os bósons de gauge W_μ^a associados ao subgrupo $SU_L(2)$, juntamente com o bóson B_μ associado ao subgrupo $U_Y(1)$, tem sua dinâmica descrita pela lagrangiana

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \quad (1.40)$$

onde

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\epsilon^{abc}W_\mu^b W_\nu^c, \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \end{aligned} \quad (1.41)$$

são os tensores de intensidade. O ponto principal do desenvolvimento da dinâmica dos bósons de gauge, são suas auto-interações tríplices e quárticas.

1.3.3 Setor de Yukawa

Termos explícitos de massa para os férmions carregados, tipo $M\bar{\psi}\psi$, com ψ representando qualquer férmion carregado, não são invariantes pela simetria de gauge. Assim, uma forma de gerar massa para os férmions se dá com o uso da QES, por meio dos seus acoplamentos com os escalares.

A lagrangiana construída com estes acoplamentos, levando em conta a disposição das partículas, juntamente com suas simetrias fica

$$\mathcal{L}_{yukawa} = -G_{ab}^l \bar{L}_L^a \phi l_R^b - G_{ab}^u \bar{Q}_L^a \tilde{\phi} u_R^b - G_{ab}^d \bar{Q}_L^a \phi d_R^b. \quad (1.42)$$

Como dito antes, este setor é responsável pela geração de massa dos férmions do MP e também fornece as interações entre o Higgs e os férmions.

1.3.4 Setor dos Escalares

A lagrangiana deste setor é dada por

$$\mathcal{L}_{escalares} = (D_\mu^L \phi)^\dagger (D^{L\mu} \phi) - V(\phi), \quad (1.43)$$

onde

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.44)$$

é o potencial escalar mais geral possível, renormalizável e invariante de gauge do MP. A condição do potencial ser inferiormente limitado recai em $\lambda > 0$.

A parte cinética deste setor fornece a massa dos bósons de gauge e as interações entre o Higgs e os bósons de gauge. O potencial escalar fornece a massa do Higgs e suas auto-interações.

Uma observação a ser feita é que, tanto os férmions quanto os bósons, descritos até agora, não são necessariamente as partículas físicas do MP, podendo ser apenas os estados de simetria do modelo. A partir do próximo tópico, com a QES, mostraremos as partículas físicas do MP.

1.4 Efeitos da QES

1.4.1 Férmions Físicos

Os autoestados de massa fermiônicos são obtidos da lagrangiana de Yukawa (1.42) redefinindo o campo escalar como na eq. (1.24). Extraído os termos que envolvem apenas o VEV, a lagrangiana que fornece a massa dos férmions é

$$\mathcal{L}_{MF} = G_{ab}^l \overline{L}_L^a \langle \phi \rangle_0 l_R^b + G_{ab}^u \overline{Q}_L^a \left(i\sigma_2 \langle \tilde{\phi} \rangle_0 \right) u_R^b + G_{ab}^d \overline{Q}_L^a \langle \phi \rangle_0 d_R^b \quad (1.45)$$

que resulta em

$$\mathcal{L}_{MF} = \overline{l}_L^a \left(\frac{G_{ab}^l v}{\sqrt{2}} \right) l_R^b + \overline{u}_L^a \left(\frac{G_{ab}^u v}{\sqrt{2}} \right) u_R^b + \overline{d}_L^a \left(\frac{G_{ab}^d v}{\sqrt{2}} \right) d_R^b \quad (1.46)$$

através da substituição explícita do VEV.

Observamos que, em geral, os acoplamentos na eq. (1.46) não são diagonais, e como os autoestados de massa são uma superposição dos autoestados de simetria, identificamos as matrizes de massa dos férmions carregados como sendo

$$M^l \equiv \frac{G^l v}{\sqrt{2}}, \quad M^u \equiv \frac{G^u v}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad M^d \equiv \frac{G^d v}{\sqrt{2}}. \quad (1.47)$$

Dada as matrizes de massa definimos as transformações para os férmions

$$\begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}_{L,R} = V_{L,R}^l \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}_{L,R}, \quad (1.48)$$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}_{L,R} = V_{L,R}^u \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \end{pmatrix}_{L,R} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}_{L,R} = V_{L,R}^d \begin{pmatrix} d'_1 \\ d'_2 \\ d'_3 \end{pmatrix}_{L,R}$$

de modo que as matrizes $V_{L,R}^l$, $V_{L,R}^u$ e $V_{L,R}^d$ são matrizes unitárias que diagonalizam as matrizes de massa. Desta forma,

$$\begin{aligned} (V_L^l)^\dagger M^l V_R^l &\equiv M^{l'} = \text{diag}(m_{e'}, m_{\mu'}, m_{\tau'}); \\ (V_L^u)^\dagger M^u V_R^u &\equiv M^{u'} = \text{diag}(m_{u'_1}, m_{u'_2}, m_{u'_3}); \\ (V_L^d)^\dagger M^d V_R^d &\equiv M^{d'} = \text{diag}(m_{d'_1}, m_{d'_2}, m_{d'_3}). \end{aligned} \quad (1.49)$$

Vários experimentos tem sido feitos para detectar as massas dos férmions carregados existentes, e atualmente estes dados estão descritos na tabela[1]:

Partícula	Massa (MeV)
e^-	$0,510998910 \pm 0,000000013$
μ^-	$105,658367 \pm 0,000004$
τ^-	$1776,82 \pm 0,16$
p	$938,272013 \pm 0,000023$
n	$939,565346 \pm 0,000023$

Tabela 1: Massa de partículas do MP, obtidas experimentalmente

Concluindo que os estados rotulados com ""na transformação representam os auto-estados de massa dos férmions do MP. Observa-se também que os neutrinos no MP não possuem massa⁵, pois por construção o MP não possui neutrinos de quiralidade direita e desta forma não podem possuir termos de massa de Dirac.

1.4.2 Bósons Físicos

1.4.2.1 Bósons de gauge

Como mencionado anteriormente, os bósons de gauge do MP são obtidos do termo cinético da lagrangiana escalar, eq. (1.43). O desenvolvimento da derivada covariante para este termo, sem a parte derivativa, fornece:

$$D_\mu^L = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} igW_\mu^3 + ig'B_\mu & ig(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ ig(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & -igW_\mu^3 + ig'B_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.50)$$

e os termos de massa dos bósons de gauge são obtidos do produto

$$\begin{aligned} (D_\mu^L \langle \phi \rangle_0)^\dagger (D^{\mu L} \langle \phi \rangle_0) &= \frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} ig(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ -igW_\mu^3 + ig'B_\mu \end{pmatrix}^\dagger \begin{pmatrix} ig(W^{\mu 1} - iW^{\mu 2}) \\ -igW^{\mu 3} + ig'B^\mu \end{pmatrix} \\ &= \frac{g^2 v^2}{8} (W_\mu^1 - iW_\mu^2)(W^{\mu 1} + iW^{\mu 2}) \\ &\quad + \frac{v^2}{8} (g^2 W_\mu^3 W^{\mu 3} - 2gg'W_\mu^3 B^\mu + g'^2 B_\mu B^\mu). \end{aligned} \quad (1.51)$$

Observando a equação (1.51), da mistura entre W_μ^1 e W_μ^2 podemos definir

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (1.52)$$

tal que W_μ^\pm são autoestados de massa do MP. E a mistura entre W_μ^3 e B_μ resulta, nesta

⁵Atualmente, temos fortes evidências que os neutrinos possuem massa e eles oscilam[29]

base, em uma matriz de massa

$$\frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \quad (1.53)$$

que diagonalizada, fornece os vetores

$$Z_\mu^0 \equiv \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \text{e} \quad A_\mu \equiv \frac{g'W_\mu^3 + gB_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (1.54)$$

Estes são os bósons físicos do MP, sendo W_μ^\pm eletricamente carregados e os bósons Z_μ^0 e A_μ eletricamente neutros (isto será comprovado com o desenvolvimento das correntes do MP).

Visto que os bósons Z_μ^0 e A_μ são obtidos da diagonalização da matriz de massa na eq. (1.53), pode-se definir um ângulo de mistura (denominado ângulo de Weinberg) de tal maneira que:

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_w) & \sin(\theta_w) \\ -\sin(\theta_w) & \cos(\theta_w) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

com

$$\tan(\theta_w) = \frac{g'}{g}. \quad (1.56)$$

O autoestado de massa nula A_μ é identificado como o fóton, conseqüentemente a carga elétrica deve conter alguma relação com g , g' e θ_w (descrito adiante). Naturalmente isto leva a acoplamentos nulos entre o fóton e os neutrinos, que possuem carga elétrica nula. Valores experimentais fornecem⁶ $\sin^2(\theta_w) \simeq 0.23113$.

Obtemos assim o espectro de massa dos bósons de gauge

$$\left\{ \begin{array}{l} M_W^2 = \frac{g^2 v^2}{4} \\ M_{Z^0}^2 = \frac{M_W^2}{\cos(\theta_w)} \\ M_A = 0. \end{array} \right. \quad (1.57)$$

Os valores teóricos para as massas dos bósons de gauge podem ser obtidas, por exemplo, através do cálculo da largura de decaimento do $Z^0 \rightarrow \bar{\nu}\nu$ e do $W^- \rightarrow e\bar{\nu}_e$ [26]. Os bósons de gauge previstos pela teoria eletro-fracca foram descobertos nos anos 80 pela equipe liderada por Carlo Rubbia, ganhador do prêmio Nobel de 1984. Os valores atuais das massas dos bósons W^\pm e Z^0 são $M_W = 80,399 \pm 0,023$ GeV e $M_{Z^0} = 91,1876 \pm 0,0021$

⁶Todos os valores experimentais apresentados neste trabalho serão retirados de [1]

GeV, respectivamente.

1.4.2.2 Bóson de Higgs

O bóson escalar físico é obtido através do desenvolvimento do potencial escalar, após a QES. Atendo-nos aos termos de massa deste potencial, vemos que apenas a componente real da parte neutra do dubleto permanece massiva, e os outros três escalares são absorvidos pelos bósons de gauge W^\pm e Z^0 . Assim, o termo de massa do escalar é

$$V_{ME} = \lambda v^2 H^2 \quad (1.58)$$

onde H é o escalar massivo do MP, denominado de bóson de Higgs. A massa deste escalar é

$$M_H^2 = 2\lambda v^2. \quad (1.59)$$

Para esta massa temos um problema, a variável λ possui seu valor desconhecido experimentalmente e conseqüentemente a massa do Higgs. O bóson de Higgs é a única partícula descrita pelo MP não observada experimentalmente até a presente data. Esta partícula representa uma peça chave do MP, pois é através dela que as partículas do MP ganham massa. Limites experimentais fornecem a massa do bóson de Higgs $114\text{GeV} < M_H < 130\text{GeV}$.

Uma vez apresentada os campos físicos do MP, o próximo passo é desenvolver como estes interagem entre si.

1.5 Correntes do MP

Nesta seção o objetivo é encontrar como se dão as interações entre os férmions e os bósons de gauge físicos do MP, tanto os eletricamente neutros quanto os carregados. Do desenvolvimento da lagrangiana fermiônica, eq. (1.39), obteremos estas interações. Reescrevendo as derivadas covariantes, eqs. (1.21) e (1.22), em função dos bósons de gauge físicos para os dubletos e omitindo o termo derivativo fica

$$D_\mu^L = ig \begin{pmatrix} S_w \left(\frac{y+1}{2} \right) A_\mu + \left(\frac{C_w^2 - yS_w^2}{2C_w} \right) Z_\mu^0 & \frac{W_\mu^+}{\sqrt{2}} \\ \frac{W_\mu^-}{\sqrt{2}} & S_w \left(\frac{y-1}{2} \right) A_\mu - \left(\frac{C_w^2 + yS_w^2}{2C_w} \right) Z_\mu^0 \end{pmatrix} \quad (1.60)$$

e para os singletos é

$$D_\mu^R = \frac{igy}{2} \left(S_w A_\mu - \frac{S_w^2}{C_w} Z_\mu^0 \right), \quad (1.61)$$

onde y é a hipercarga do termo em que a derivada está sendo aplicada. Por comodidade definimos $\sin(\theta_w) \equiv S_w$ e $\cos(\theta_w) \equiv C_w$.

Um procedimento prático para este desenvolvimento é separar a parte mediada pelos bósons W_μ^\pm da parte mediada pelos bósons Z_μ^0 e A_μ .

1.5.1 A Corrente Carregada e a Matriz CKM

A corrente carregada do MP é mediada pelos bósons W_μ^\pm , de forma que para estudar estas interações basta restringimos-nos aos termos fora da diagonal principal da matriz dada pela eq. (1.60). Desta forma, a lagrangiana para a corrente carregada é

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} = & -\frac{g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L^a \\ \bar{l}_L^a \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & W_\mu^+ \\ W_\mu^- & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^a & l_L^a \end{pmatrix} \\ & -\frac{g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{u}_L^a \\ \bar{d}_L^a \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & W_\mu^+ \\ W_\mu^- & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L^a & d_L^a \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.62)$$

Desenvolvendo a equação acima e substituindo os estados de simetria pelos estados físicos fermiônicos (1.48), temos

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{-g}{\sqrt{2}} \left(\bar{\nu}_L^i W^+ V_L^l l_L' + \bar{u}_L^i V_L^{u\dagger} W^+ V_L^d d_L' \right) + h.c., \quad (1.63)$$

onde estamos usando a notação $\gamma^\mu W_\mu^\pm = \mathcal{W}^\pm$.

Para a parte leptônica, devido ao fato que no MP os neutrinos não possuem massa, podemos redefinir os campos dos neutrinos de mão esquerda

$$\nu_{iL} \equiv V_L^l \nu_{iL}', \quad (1.64)$$

implicando que na parte leptônica não existe mistura entre as famílias (troca de sabor). Desta forma podemos supor que $l = l'$. Entretanto o mesmo não ocorre na parte hadrônica, nesta aparece a matriz

$$U \equiv V_L^{u\dagger} V_L^d \quad (1.65)$$

denominada matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [30, 31]. Esta matriz contém todas as informações sobre as possíveis transições de sabor entre os quarks do MP. Uma

parametrização possível para a matriz CKM é dada por[32]

$$U = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(\rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.66)$$

onde $\lambda \simeq 0,22$ (ângulo de Cabibbo), $A \simeq 1$ e $\sqrt{\rho^2 + \eta^2} \simeq 0,5$ com $\eta > 0,1$. A matriz de mistura pode ser obtida experimentalmente através de medidas das trocas de sabores dos quarks fornecendo:

$$U = \begin{pmatrix} 0,97425 \pm 0,0002 & 0,2252 \pm 0,0009 & (3,89 \pm 0,44)10^{-3} \\ 0,230 \pm 0,011 & 1,023 \pm 0,036 & (40,6 \pm 1,3)10^{-3} \\ (8,4 \pm 0,6)10^{-3} & (38,7 \pm 2,1)10^{-3} & 0,88 \pm 0,07 \end{pmatrix}. \quad (1.67)$$

Observamos que a parte leptônica desta corrente reproduz a estrutura $V - A$ das correntes fracas. Assim, a constante de acoplamento g deve ser relacionada com a constante de Fermi (G_F), a qual possui valor conhecido experimentalmente. A correlação entre g e G_F é

$$\frac{g^2}{8} = \frac{G_F M_W^2}{\sqrt{2}}. \quad (1.68)$$

Usando a equação acima e a eq. (1.57) obtemos o valor numérico para o VEV do MP

$$v^2 = \frac{1}{\sqrt{2}G_F} \simeq 246 GeV. \quad (1.69)$$

Valor que deve ser usado para calcular os valores teóricos para as massas dos bósons W^\pm e Z^0 na eq. (1.57). Certamente os valores encontrados terão uma pequena discrepância se comparados com os valores experimentais, pois o que está descrito aqui apenas corresponde ao primeiro nível em teoria de perturbação (nível de árvore). Para uma concordância melhor temos também que levar em consideração as correções dos outros níveis (correções quânticas) nas massas que estes bósons recebem.

Finalizada a corrente carregada, vamos no concentrar agora nos termos diagonais da eq. (1.60) e nos termos que envolvem partículas de mão direita.

1.5.2 Corrente Neutra e o Mecanismo GIM

A corrente neutra do MP é mediada pelos bósons Z_μ^0 e A_μ . Por conter muitos termos, torna-se conveniente desenvolver separadamente os termos de corrente neutra para A_μ e

Z_μ^0 . Estas interações estão presentes na diagonal principal da matriz dada pela eq. (1.60) e nos termos da eq. (1.39) que envolvem a eq. (1.61).

A lagrangiana envolvendo o mediador A_μ é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN}^\gamma = & -g \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{lL}^a \\ \bar{l}_L^a \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -S_w A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{lL}^a & l_L^a \end{pmatrix} + g S_w \bar{l}_R^a \gamma^\mu A_\mu l_R^a \\ & -g \begin{pmatrix} \bar{u}_L^a \\ \bar{d}_L^a \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} \frac{2}{3} S_w A_\mu & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} S_w A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L^a & d_L^a \end{pmatrix} \\ & -\frac{2}{3} g S_w \bar{u}_R^a \gamma^\mu A_\mu u_R^a + \frac{1}{3} g S_w \bar{d}_R^a \gamma^\mu A_\mu d_R^a \end{aligned} \quad (1.70)$$

Desenvolvendo esta expressão e substituindo os autoestados de simetrias pelos autoestados de massa dos férmions obtemos

$$\mathcal{L}_{CN}^\gamma = g S_w \left(\bar{l} \not{A} l - \frac{2}{3} \bar{u}' \not{A} u' + \frac{1}{3} \bar{d}' \not{A} d' \right). \quad (1.71)$$

Apartir da equação acima, recuperamos a corrente da QED. Com isso, identifica-se a carga elétrica por

$$Q_e \equiv g S_w. \quad (1.72)$$

Fazendo um desenvolvimento análogo ao bóson de gauge A_μ , a corrente mediada pelo bóson de gauge Z_μ^0 é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CN}^{Z^0} = & -\frac{g}{2C_w} \left[\bar{\nu}_{lL} \not{Z}^0 \nu_{lL} + 2S_w^2 \bar{l}_R \not{Z}^0 l_R + (S_w^2 - C_w^2) \bar{l}_L \not{Z}^0 l_L - \frac{4}{3} S_w^2 \bar{u}'_R \not{Z}^0 u'_R \right. \\ & \left. + \left(\frac{3 - 4S_w^2}{3} \right) \bar{u}'_L \not{Z}^0 u'_L + \frac{2}{3} \bar{d}'_R \not{Z}^0 d'_R + \left(\frac{2S_w^2 - 3}{3} \right) \bar{d}'_L \not{Z}^0 d'_L \right]. \end{aligned} \quad (1.73)$$

Como pode ser observado, nas correntes neutras não existem mistura entre as famílias dos férmions, devido a unitariedade das matrizes de transformação fermiônica. Esta invariância de sabor na corrente neutra foi primeiramente estabelecida por Glashow, Iliopoulos e Maiani [33] e é conhecido como mecanismo GIM. Este mecanismo previu a existência do quark charm, quando se conhecia apenas os quarks up, down e estranho. Sendo posteriormente generalizado para as três famílias⁷.

⁷A predição da terceira família de quarks foi de Kobayashi e Maskawa[31], ganhadores do nobel de 2008, com o intuito de obter violação de CP no MP

1.6 Além do MP

Apesar do grande sucesso do MP na descrição dos dados experimentais, existem várias questões que não são respondidas pelo modelo, de modo que é comum considerá-lo como uma teoria efetiva. De fato o modelo permanece incompleto, a partícula responsável por gerar a massa no MP ainda não foi encontrada, tarefa atribuída ao LHC que busca não apenas o Higgs mas também outras fonte de física nova.

Podemos destacar alguns problemas do MP:

- A quantização da carga elétrica. Imposta pelo MP, a carga de todas as partículas são proporcionais a $\frac{1}{3}$ da carga do elétron;
- A existência de três famílias fermiônicas. Por que exatamente três?;
- O problema da hierarquia. Até que valor de energia o modelo é válido e como explicar a discrepância entre as massas da partículas?;
- A massa dos neutrinos, inexistente no MP;
- A matéria e energia escura. Quais partículas constituem estas novas formas de matéria? Entre outros.

De posse destes problemas, cenários foram propostos com a finalidade de solucioná-los, tais como: as teorias de grande unificação, a supersimetria, as teorias de dimensões extras, a modificação do grupo de simetria através do alargamento ou inclusão de outros grupos, etc.

Nos próximos capítulos discutiremos o modelo 331 mínimo, sendo um modelo que resolve alguns dos problemas acima, com testabilidade no LHC.

2 *Modelo*

$$SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$$

Como já comentado antes, o MP deixa diversas questões sem explicação. E acrescentando o fato de que os vários experimentos deverão descobrir fenômenos novos, implica na necessidade de procurar outros caminhos diferentes do MP. Assim, dentro de muitas possibilidades, estudaremos um modelo de gauge baseado no grupo de simetria semi-simples $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, denominado de agora em diante por modelo 331. O modelo 331 é uma teoria de gauge baseada em uma simples extensão do MP. Tal extensão é feita no setor eletrofraco, o grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ é estendido para o grupo $SU(3)_L \otimes U(1)_X$, com as interações fortes inalteradas.

As primeiras extensões do grupo de simetria $SU(2) \otimes U(1)$ para um grupo $SU(3) \otimes U(1)$, foram feitas em meados da década de 70 [34, 35, 36, 37]. Entretanto, estas extensões foram descartadas por não apresentarem uma estrutura $V - A$ nas correntes neutras, e/ou incluírem partículas adicionais ao MP em desacordo com os dados experimentais.

Na década de 90 novos modelos foram propostos fazendo ressurgir a ideia da simetria $SU(3)$ no setor eletrofraco[10, 11]. Estes Modelos 331 são extensões interessantes, pois preservam as propriedades do MP em baixas energias e também preveem um novo conteúdo de matéria e novos campos de gauge intermediando as interações eletrofracas, os quais devem provavelmente surgir na escala dos TeV, tornando-os bastante atrativos do ponto de vista fenomenológico. Como também, devido ao fato deles poderem oferecer direções para questões fundamentais que não são satisfatoriamente explicadas pelo MP. Por exemplo, esses modelos colocam uma restrição ao número de famílias por uma questão de consistência teórica interna, a quantização da carga elétrica ocorre para as três famílias[38, 39, 40, 41] e não depende se o neutrino é ou não massivo[42]. E impõem limites a algumas grandezas do MP, como por exemplo, o ângulo de Weinberg.

Neste capítulo apresentaremos as principais características do modelo na sua versão mínima, seguindo os passos descritos anteriormente pelo MP.

2.1 Estrutura do Modelo 331

A álgebra do grupo $SU(3)$ é descrita por

$$[t_a, t_b] = if_{abct}t_c, \quad (2.1)$$

onde f_{abc} é um tensor totalmente antissimétrico que independe da representação. Na representação fundamental, as matrizes geradoras são definidas da seguinte forma:

$$t_a = \frac{1}{2}\lambda_a, \quad (2.2)$$

sendo λ_a as matrizes de Gell-Mann (ver Apêndice A). Conhecidas estas matrizes, o tensor f_{abc} pode ser redefinido como

$$f_{abc} = \frac{1}{4i}Tr\{[\lambda_a, \lambda_b]\lambda_c\}. \quad (2.3)$$

No MP o operador de carga elétrica é constituído de uma combinação dos geradores diagonais do grupo semi-simples $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Portanto, de forma análoga, o operador de carga elétrica para o grupo semi-simples $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ possui a mesma definição.

O operador de carga elétrica mais geral, considerando as matrizes geradoras de $SU(3)$ em sua representação fundamental, é dado por:

$$\frac{Q_{331}}{e} = \alpha t_3 + \beta t_8 + X\mathbb{I}_3. \quad (2.4)$$

Contudo, $\alpha \equiv 1$ é requerido para obter o dubleto de isospin do MP, incorporando adequadamente a simetria do MP no modelo 331. Com esta condição o operador de carga elétrica fica

$$\frac{Q_{331}}{e} = \text{diag}\left(\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\beta}{\sqrt{3}}\right) + X, \frac{1}{2}\left(-1 + \frac{\beta}{\sqrt{3}}\right) + X, -\frac{\beta}{\sqrt{3}} + X\right). \quad (2.5)$$

Dada a equação (2.5), observamos que existem diversos modelos no contexto da teoria 331, cada um associado ao parâmetro livre β , a assinatura do modelo. Neste trabalho, desenvolveremos o modelo 331 elaborado por Pisano-Pleitez [10] e posteriormente por Frampton [11], ou seja, o modelo 331 sem léptons exóticos e com $\beta = -\sqrt{3}$. Através desta escolha, a expressão para o operador de carga elétrica torna-se

$$\frac{Q_{331}}{e} = \text{diag}(X, -1 + X, 1 + X). \quad (2.6)$$

É importante ressaltar que os grupos $SU(N)$ com $N > 2$ possuem representações

fundamentais complexas. Desta forma, o conteúdo que se transforma por tais representações deve obedecer ao operador de carga elétrica definido através dos geradores da devida representação. Para o $SU(3)$, sua representação fundamental complexa conjugada, ou anti-triplete, possui o operador de carga elétrica com as mesmas condições anteriores,

$$\frac{Q_{331}^*}{e} = \text{diag}(-1 + X, 1 + X, X). \quad (2.7)$$

Através destes operadores conheceremos a disposição das partículas do modelo 331, a partir da próxima secção.

2.1.1 Conteúdo de Representação

No modelo 331 em sua versão mínima, o número de léptons é o mesmo do MP, contudo diferem quanto a sua disposição em cada modelo. Tomando o operador de carga elétrica dado pela eq. (2.6), os léptons são dispostos da forma

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \\ l^c \end{pmatrix}_L \sim (3,0), \quad (2.8)$$

onde $l = e, \mu, \tau$ denomina os diferentes sabores leptônicos e $(3,0)$ indicam as propriedades de transformação sob os grupos $SU(3)_L$ e $U(1)_X$, respectivamente.

No caso dos quarks, temos a necessidade de introduzir quarks novos com cargas exóticas para suas acomodações em tripletos. E também, para que a teoria seja livre de anomalias, duas das três gerações devem se transformar pela representação anti-triplete e a outra, pela representação triplete. Assim, definimos

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (3, +\frac{2}{3}) \quad \text{e} \quad Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ -u_i \\ J_i \end{pmatrix}_L \sim (3^*, -\frac{1}{3}), \quad (2.9)$$

onde $i = 2,3$ é o índice de geração da segunda e terceira família dos quarks. Aqui, os quarks exóticos possuem diferentes valores de carga elétrica. Para a primeira família, o quark J_1 possui carga elétrica $\frac{5}{3}$ e, para as outras famílias os quarks J_i possuem carga elétrica $-\frac{4}{3}$, em unidades de módulo da carga do elétron.

Por construção, devemos recuperar o conteúdo do MP quando ocorrer a quebra da simetria 331 para a simetria do MP. Isso significa que as duas primeiras componentes dos

tripleto devem reproduzir os dubletos de isospin do MP.

Os respectivos estados de mão direita dos léptons carregados pertencem ao tripleto de $SU(3)_L$, compondo o terceiro elemento do tripleto. Já os quarks de mão direita se transformam como singletos de $SU(3)_L$,

$$u_{1R} \sim (1, +\frac{2}{3}); \quad d_{1R} \sim (1, -\frac{1}{3}); \quad J_{1R} \sim (1, +\frac{5}{3}), \quad (2.10)$$

e

$$u_{iR} \sim (1, +\frac{2}{3}); \quad d_{iR} \sim (1, -\frac{1}{3}); \quad J_{iR} \sim (1, -\frac{4}{3}). \quad (2.11)$$

A construção do conteúdo de representação dos férmions é desta forma porque o cancelamento das anomalias triângulo exige que duas famílias de quarks se transformem pela representação conjugada de $SU(3)_L$ (ver Apêndice B). Assim, as anomalias são canceladas para as três famílias ou múltiplos inteiros destas três. Tendo em conta a liberdade assintótica da QCD [43, 44], que requer um número de famílias menor que seis, os modelos 331 possuem, como dito antes, um caminho para a explicação de ser apenas três famílias de férmions.

A geração de massa das partículas se dá de forma equivalente ao MP, via Mecanismo de Higgs, com a QES. Desta forma, para gerar todas as massas são necessários, no mínimo, três escalares. Sendo eles

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \sim (3,0); \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (3,1); \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (3, -1), \quad (2.12)$$

com seus respectivos anti-tripletos

$$\eta^* = \begin{pmatrix} \eta_2^- \\ \eta_1^+ \\ \eta^{0*} \end{pmatrix} \sim (3^*,0); \quad \rho^* = \begin{pmatrix} \rho^{--} \\ \rho^{0*} \\ \rho^- \end{pmatrix} \sim (3^*, -1); \quad \chi^* = \begin{pmatrix} \chi^{0*} \\ \chi^{++} \\ \chi^- \end{pmatrix} \sim (3^*,1), \quad (2.13)$$

Com esta configuração de escalares vemos que: se o escalar χ^0 desenvolve VEV diferente de zero,

$$\langle \chi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

temos a quebra da simetria $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ para $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, gerando as massas de

cinco bósons de gauge (além das massas dos quarks exóticos, como veremos mais adiante). E se os escalares η e ρ desenvolvem os VEV's

$$\langle \eta \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\eta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \langle \rho \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

ocorrerá a quebra da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ para $U(1)_{em}$, gerando as massas de mais quatro bósons de gauge (e também as massa dos quarks usuais do MP).

Vamos adiantar que não é possível gerar um espectro de massa para os léptons em nível de árvore com estes escalares. Poderíamos pensar na geração de massa para os léptons através do acoplamento

$$G_l \epsilon_{ijk} \bar{L}_L^c{}^i \eta^j L_L^k, \quad (2.16)$$

onde i, j, k são índices de $SU(3)_L$ e l representa a família dos léptons. Contudo, a matriz de massa produzida é uma matriz antissimétrica. Como toda matriz antissimétrica possui sua diagonal principal nula, neste sentido, não fornece termos de massa realísticos para os léptons [45, 46].

Uma solução proposta é a inclusão de outro escalar exclusivamente para geração de massa dos léptons [42]. Este campo escalar vem na forma de um sexteto

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & h^- & h^+ \\ h^- & H_1^{--} & \sigma_2^0 \\ h^+ & \sigma_2^0 & H_2^{++} \end{pmatrix} \sim (6, 0), \quad (2.17)$$

o qual permite a geração de massa dos léptons corretamente em nível de árvore.

Supondo que as componentes neutras do sexteto de escalares desenvolve os seguintes VEV's diferente de zero

$$\langle S \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_{\sigma_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_{\sigma_2} \\ 0 & v_{\sigma_2} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

os léptons carregados do modelo adquirem massa e também todos os neutrinos.

Supõe-se que a QES produzida pelos tripletos e o sexteto de escalares ocorre em duas etapas (apenas para facilitar os cálculos), seguindo a hierarquia

$$SU(3)_L \otimes U(1)_X \xrightarrow{\langle \chi \rangle_0} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\langle \eta, \rho, S \rangle_0} U(1)_{em}. \quad (2.19)$$

Para que o modelo 331 seja consistente com o MP devemos ter: v_χ muito maior que os

outros VEV's do modelo 331, levando em conta que a escala de energia em que modelo deixa de ser perturbativo esta em torno de $\Lambda = 4 - 5\text{TeV}$ [47, 48].

De forma semelhante ao MP, a quantidade de bósons de gauge está associada ao número de geradores do grupo de simetria. No modelo 331, os bósons de gauge da teoria são descritos por um octeto W_μ^a associado ao $SU(3)_L$ e um singlete W_μ^x associado ao $U(1)_X$.

Analogamente ao MP, a derivada covariante é definida para cada representação do grupo de transformação. Para os tripletos e singletos do modelo 331 temos as seguintes derivadas:

$$\begin{aligned} D_\mu^3 &= \left(\partial_\mu + ig \left(\frac{\lambda^a}{2} W_\mu^a \right) + ig' X W_\mu^x \right); \\ D_\mu^{3*} &= \left(\partial_\mu - ig \left(\frac{\lambda^{*a}}{2} W_\mu^a \right) + ig' X W_\mu^x \right); \\ D_\mu^R &= \left(\partial_\mu + ig' X W_\mu^x \right); \end{aligned} \quad (2.20)$$

e para o sexteto a derivada covariante possui a forma

$$D_\mu^S S = \partial_\mu S + ig \left(\frac{\lambda^a}{2} W_\mu^a S + \left(\frac{\lambda^a}{2} W_\mu^a S \right)^T \right), \quad (2.21)$$

onde as constantes g e g' estão associadas, respectivamente, aos grupos $SU(3)_L$ e $U(1)_X$ e a quantidade X está associada ao campo em que a derivada covariante está sendo aplicada.

Uma vez apresentado o conteúdo de campos do modelo 331 e suas transformações, construiremos a lagrangiana deste modelo de forma semelhante a do MP,

$$\mathcal{L}^{331} = \mathcal{L}_F^{331} + \mathcal{L}_{Gauge}^{331} + \mathcal{L}_{Yuk}^{331} + \mathcal{L}_{Esc}^{331}. \quad (2.22)$$

A estrutura do setor de gauge do modelo 331 é idêntica a do MP, com a ressalva que no modelo 331 existem mais bósons de gauge. Abordaremos nas próximas secções os outros setores, discutindo aspectos mais fundamentais do modelo.

2.2 A QES do modelo 331

Da mesma forma que no MP, os bósons de gauge do modelo 331 adquirem massa através da QES, via mecanismo de Higgs. Como mencionado anteriormente, no modelo 331 ocorrem duas QES.

Através da primeira QES, cinco bósons de gauge adquirem massa e quatro permanecem sem massa. Entretanto eles ainda não são os bósons de gauge físicos do modelo 331. Ao final da segunda QES obtemos os bósons físicos do modelo 331.

2.2.1 Primeira QES do Modelo 331

Como as interações entre os bósons de gauge com outra partícula do modelo se dá através da derivada covariante. Por conveniência definimos a matriz

$$\Gamma_\mu^X \equiv \frac{ig}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + 2tXW_\mu^x & W_\mu^1 - iW_\mu^2 & W_\mu^4 - iW_\mu^5 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + 2tXW_\mu^x & W_\mu^6 - iW_\mu^7 \\ W_\mu^4 + iW_\mu^5 & W_\mu^6 + iW_\mu^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}}W_\mu^8 + 2tXW_\mu^x \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

onde $t = \frac{g'}{g}$. Os bósons fora da diagonal definimos como

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \\ V_\mu^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^4 \pm iW_\mu^5) \\ U_\mu^{\pm\pm} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^6 \pm iW_\mu^7) \end{aligned} \quad (2.24)$$

com o índice superior indicando a carga elétrica do bóson de gauge. O modelo 331 possui quatro bósons simplesmente carregados e dois duplamente carregados. Este resultado será comprovado com interações entre os férmions e estes bósons de gauge, nas correntes carregadas.

Os bósons da primeira QES são obtidos quando o escalar χ adquire um VEV diferente de zero. Analisando a parte cinética, a qual contém o VEV do escalar χ , a interação que fornece os termos de massa é:

$$(\Gamma_\mu^{(-1)}\langle\chi\rangle_0)^\dagger(\Gamma^{(-1)\mu}\langle\chi\rangle_0), \quad (2.25)$$

levando aos termos de massa para os bósons carregados

$$\begin{aligned} M_V^2 &= \frac{1}{4}g^2v_\chi^2 \\ M_U^2 &= \frac{1}{4}g^2v_\chi^2 \end{aligned} \quad (2.26)$$

e a mistura entre os bósons W_μ^8 e W_μ^x resulta, nesta base, na matriz de massa

$$\frac{1}{6}g^2v_\chi^2 \begin{pmatrix} 1 & t\sqrt{3} \\ t\sqrt{3} & 3t^2 \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

A matriz em eq. (2.27) fornece um auto-valor nulo e um auto-valor não nulo, que corresponde, respectivamente, ao bóson B_μ associado a simetria do grupo $U(1)_Y$ do MP e o novo bóson neutro Z'_μ , cuja massa é $M_{Z'}^2 = \frac{1}{6}(1 + 3t^2)g^2v_\chi^2$. Reescrevendo os auto-vetores B_μ e Z'_μ em função dos bósons W_μ^8 e W_μ^x encontramos a relação:

$$\begin{pmatrix} Z'_\mu \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^8 \\ W_\mu^x \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

onde parametrizamos $\cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{1+3t^2}}$ e $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{1+3t^2}}$. Assim, finalizando a contribuição do escalar χ às massas dos bósons de gauge.

2.2.2 Bósons de Gauge Físicos

A obtenção dos bósons de gauge físicos ocorre quando os escalares ρ , η e S adquirem um VEV diferente de zero. Como não ocorrerá mais quebra de simetria, dos quatro bósons remanescentes sem massa apenas um bóson de gauge permanecerá sem massa, enquanto três novos bósons recebem massa. E também os outros cinco terão suas massas modificadas através desta QES.

De maneira análoga ao caso anterior, as interações que fornecem os termos de massa são:

$$(\Gamma_\mu^{(0)}\langle\eta\rangle_0)^\dagger(\Gamma^{(0)\mu}\langle\eta\rangle_0) + (\Gamma_\mu^{+1}\langle\rho\rangle_0)^\dagger(\Gamma^{(+1)\mu}\langle\rho\rangle_0) + tr[(\Gamma_\mu^0\langle S\rangle_0)^\dagger(\Gamma^{(0)\mu}\langle S\rangle_0)]. \quad (2.29)$$

Lembrando que o valor da carga X para cada multipletto de escalar é definida pela invariância de gauge.

Por envolver diversos escalares, o desenvolvimento da equação anterior torna-se mais claro separando as interações com os bósons neutros das interações com os bósons carregados. Nos atendo primeiramente nos bósons carregados, obtemos os seguintes termos de massa

$$\begin{aligned} & \frac{g^2}{4} \left((2v_{\sigma_1}^2 + 2v_{\sigma_2}^2 + v_\eta^2)V_\mu^+V^{-\mu} - 4v_{\sigma_1}v_{\sigma_2}(V_\mu^+W^{-\mu} + V_\mu^-W^{+\mu}) \right. \\ & \left. + (2v_{\sigma_1}^2 + 2v_{\sigma_2}^2 + v_\eta^2 + v_\rho^2)W_\mu^+W^{+\mu} + (8v_{\sigma_2}^2 + v_\rho^2)U_\mu^{++}U^{--\mu} \right). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Acrescentando as contribuições do escalar χ , na eq.(2.26), observamos que os bósons duplamente carregados se encontram em seus estados físicos, com massa $M_U^2 = \frac{g^2}{4}(8v_{\sigma_2}^2 + v_\rho^2 + v_\chi^2)$ e que os bósons simplesmente carregados ainda não são os físicos, devido ao fato de considerarmos $v_{\sigma_1} \neq 0$. Estes podem ser postos na forma

$$\frac{g^2}{4} \begin{pmatrix} W_\mu^+ & V_\mu^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2v_{\sigma_1}^2 + 2v_{\sigma_2}^2 + v_\eta^2 + v_\rho^2 & -4v_{\sigma_1}v_{\sigma_2} \\ -4v_{\sigma_1}v_{\sigma_2} & 2v_{\sigma_1}^2 + 2v_{\sigma_2}^2 + v_\eta^2 + v_\chi^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{-\mu} \\ V^{-\mu} \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Relembrando que o modelo deve ser consistente, ou seja, $v_\chi^2 \gg v_{\sigma_1}^2, v_{\sigma_2}^2, v_\eta^2, v_\rho^2$. Com isso os auto-valores da matriz em eq. (2.31) implicam que as massas dos autoestados físicos dos bósons simplesmente carregados, nesta aproximação, são

$$M_W^2 \approx M_W^2 + \mathcal{O}(v_\chi^{-2}) \quad (2.32)$$

$$M_V^2 \approx M_V^2 + \mathcal{O}(v_\chi^{-2}),$$

onde $M_W^2 = 2v_{\sigma_1}^2 + 2v_{\sigma_2}^2 + v_\eta^2 + v_\rho^2$ e $M_V^2 = 2v_{\sigma_1}^2 + 2v_{\sigma_2}^2 + v_\eta^2 + v_\chi^2$. Concluindo assim, o espectro dos bósons de gauge carregados.

No caso dos bósons neutros, substituímos os campos W_μ^8 e W_μ^x em termos dos campos Z'_μ e B_μ , dados na eq. (2.28). Desta forma, obtemos os seguintes termos bilineares para os bósons neutros

$$\begin{aligned} & \frac{g^2}{8} \left(v^2 W_\mu^3 W^{3\mu} - \frac{2v^2 t}{\sqrt{s}} W_\mu^3 B^\mu + \frac{v^2 t^2}{s} B_\mu B^\mu + \frac{2}{\sqrt{3s}} (v^2 - 2sv_\rho^2) W_\mu^3 Z'^\mu \right. \\ & \left. - \frac{-2t}{\sqrt{3s}} (v^2 - 2sv_\rho^2) B_\mu Z'^\mu + (4t^2 v_\rho^2 + \frac{v^2}{3s} + \frac{4sv_\chi^2}{3}) Z'_\mu Z'^\mu \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

com $v^2 = 4v_{\sigma_1}^2 + 2v_{\sigma_2}^2 + v_\eta^2 + v_\rho^2$ e $s = 1 + 3t^2$. Tomando como referência o MP, primeiro analisamos a mistura entre os bósons W_μ^3 e B_μ . Esta mistura pode ser representada por

$$\frac{g^2 v^2}{8} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{t}{\sqrt{s}} \\ -\frac{t}{\sqrt{s}} & \frac{t^2}{s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

Da diagonalização da matriz de mistura entre os bósons W_μ^3 e B_μ , obtemos os seguintes

auto-valores

$$M_A^2 = 0 \quad (2.35)$$

$$M_{Z^0}^2 = \frac{g^2 v^2}{8} \left(\frac{1 + 4t^2}{1 + 3t^2} \right),$$

cujos auto-vetores associamos ao fóton (A_μ) e ao bóson neutro (Z_μ^0) correspondentes do MP. Estes possuem a relação com os bósons W_μ^3 e B_μ dada por

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_w) & \sin(\theta_w) \\ -\sin(\theta_w) & \cos(\theta_w) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (2.36)$$

onde θ_w é o ângulo de Weinberg, com $\sin(\theta_w) = \frac{t}{\sqrt{1+4t^2}}$ e $\cos(\theta_w) = \sqrt{\frac{1+3t^2}{1+4t^2}}$. Através deste fato, vale a seguinte relação

$$t^2 = \frac{\sin^2(\theta_w)}{1 - 4\sin^2(\theta_w)}. \quad (2.37)$$

Observa-se por consistência do modelo que a expressão anterior possui um polo de Landau que condiciona o valor do $\sin^2(\theta_w) < \frac{1}{4}$. De fato, essa é uma característica interessante do modelo, explicando o fato do ângulo de Weinberg ser menor que 0.25, confirmado pela experiência direta.

Substituindo a definição dos bósons A_μ e Z_μ^0 em função dos bósons W_μ^3 e B_μ , na eq.(2.33), observa-se que estes não são bósons físicos de fato. Através desta substituição, vemos que ainda existe uma mistura entre os Z_μ^0 e Z'_μ . Entretanto, usando o fato que $v_\chi^2 \gg v_{\sigma_1}^2, v_{\sigma_2}^2, v_\eta^2, v_\rho^2$, em primeira aproximação os bósons Z_μ^0 e Z'_μ são bósons físicos. Quanto as suas massas, temos o seguinte

$$M_{Z^0}^2 \approx \frac{M_W^2}{\cos^2(\theta_w)} \quad (2.38)$$

$$M_{Z'}^2 \approx \frac{g^2}{3} \frac{\cos^2(\theta_w)}{1 - 4\sin^2(\theta_w)} v_\chi^2.$$

Nota-se que os bósons V^\pm , $U^{\pm\pm}$ e Z' possuem massa maior que os outros bósons de gauge do modelo, uma vez que são proporcionais a v_χ em suas massas. Uma comparação direta entre as massas destes três bósons, nos mostra que o bóson Z'_μ é o bóson mais pesado do modelo. Por maio da investigação da diferença de massa do káon e do decaimento raro $K^+ \rightarrow \pi^+ \bar{\nu} \nu$ [49, 50] Z'_μ não pode possuir massa menor que 1.3 TeV.

Outra observação é que os novos bósons de gauge pesados V_μ^\pm e $U_\mu^{\pm\pm}$ possuem a particularidade de possuir número leptônico igual a dois. Desta maneira estes são denominados Bileptons [13]. Este é um fato que caracteriza o modelo 331, com sua testabilidade podendo vir através destas partículas.

Finalizado o espectro dos bósons de gauge, o próximo passo é a obtenção dos férmions físicos.

2.2.3 Férmions Físicos

Os férmions físicos são obtidos através da lagrangiana de Yukawa. O setor de Yukawa mínimo que fornece as massas dos férmions é [42]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yuk}^{331} = & G_{ab} \overline{(L_{aL})^c} S^* L_{bL} + \lambda_{11} \bar{Q}_{1L} \chi J_{1R} + \lambda_{ij} \bar{Q}_{iL} \chi^* J_{jR} + \lambda'_{1a} \bar{Q}_{1L} \rho d_{aR} \\ & + \lambda'_{ia} \bar{Q}_{iL} \rho^* u_{aR} + \lambda''_{1a} \bar{Q}_{1L} \eta u_{aR} + \lambda''_{ia} \bar{Q}_{iL} \eta^* d_{aR} + h.c., \end{aligned} \quad (2.39)$$

onde $a, b = 1, 2, 3$ e $i, j = 2, 3$ representam as famílias dos férmions. Como podemos observar, o setor de Yukawa do modelo 331 possui uma complexidade maior que o setor de Yukawa do MP.

De maneira semelhante ao tratamento feito no MP, vamos nos concentrar nas interações entre os escalares neutros, os quais adquirem VEV diferente de zero, e os férmions. Tais interações são

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YM} = & G_{ab} \left(\overline{(\nu_{aL})^c} \langle \sigma_1 \rangle_0 \nu_{bL} + 2 \bar{e}_{aL} \langle \sigma_2 \rangle_0 e_{bR} \right) + \lambda_{11} \bar{J}_{1L} \langle \chi \rangle_0 J_{1R} \\ & + \lambda_{ij} \bar{J}_{iL} \langle \chi \rangle_0 J_{jR} + \lambda'_{1a} \bar{d}_{1L} \langle \rho \rangle_0 d_{aR} - \lambda'_{ia} \bar{u}_{iL} \langle \rho \rangle_0 u_{aR} + \\ & \lambda''_{1a} \bar{u}_{1L} \langle \eta \rangle_0 u_{aR} + \lambda''_{ia} \bar{d}_{iL} \langle \eta \rangle_0 d_{aR} + h.c. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Ao observarmos atentamente a expressão anterior, vê-se que tanto neutrinos quanto os léptons carregados compartilham a mesma matriz de massa¹.

Rearranjando as interações entre os férmions e os escalares, após a substituição explí-

¹Este fato é um problema, pois ao ser diagonalizada, evita a oscilação de neutrinos, hoje um processo amplamente comprovado [51]. Este é um problema tratável, sendo evitado com a introdução de novos multipletos de escalares. No entanto, esta não é maneira mais elegante para tratá-lo, já que elimina seu caráter mínimo de inclusão de escalares. Uma forma alternativa é a introdução de simetrias discretas, como descrito em [46].

cita dos VEVs, obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YM} = & \overline{(\nu_{aL})^c} \left(\frac{G_{ab} v_{\sigma_1}}{\sqrt{2}} \right) \nu_{bL} + \bar{e}_{aL} \left(\frac{2G_{ab} v_{\sigma_2}}{\sqrt{2}} \right) e_{bR} \\ & + \bar{J}_{1L} \left(\frac{\lambda_{11} v_\chi}{\sqrt{2}} \right) J_{1R} + \bar{J}_{iL} \Gamma_{ij}^J J_{jR} + \bar{d}_{aL} \Gamma_{ab}^d d_{bR} + \bar{u}_{aL} \Gamma_{ab}^u u_{bR} + h.c., \end{aligned} \quad (2.41)$$

onde

$$\begin{aligned} \Gamma^u &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda''_{11} v_\eta & \lambda''_{12} v_\eta & \lambda''_{13} v_\eta \\ -\lambda'_{21} v_\rho & -\lambda'_{22} v_\rho & -\lambda'_{23} v_\rho \\ -\lambda'_{31} v_\rho & -\lambda'_{32} v_\rho & -\lambda'_{33} v_\rho \end{pmatrix}; \\ \Gamma^d &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda'_{11} v_\rho & \lambda'_{12} v_\rho & \lambda'_{13} v_\rho \\ \lambda''_{21} v_\eta & \lambda''_{22} v_\eta & \lambda''_{23} v_\eta \\ \lambda''_{31} v_\eta & \lambda''_{32} v_\eta & \lambda''_{33} v_\eta \end{pmatrix}; \\ \Gamma^J &= \frac{v_\chi}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.42)$$

A partir da eq. (2.41), observamos que apenas o quark J_1 está no autoestado de massa. Desta maneira, como os autoestados de massa são uma combinação dos autoestados de simetria. Definimos para os outros quarks

$$\begin{aligned} J'_L &= V_L^{J\dagger} J_L, & J'_R &= V_R^{J\dagger} J_R \\ d'_L &= V_L^{d\dagger} d_L, & d'_R &= V_R^{d\dagger} d_R \\ u'_L &= V_L^{u\dagger} u_L, & u'_R &= V_R^{u\dagger} u_R, \end{aligned} \quad (2.43)$$

onde as matrizes de mistura dos quarks são unitárias e complexas. E para os léptons

$$\nu'_L = (V_L^\nu)^T \nu_L \quad (2.44)$$

$$e'_L = (V_L^e)^T e_L, \quad e'_R = (V_R^e)^T e_R,$$

onde T significa transposto. Aqui por simplificação, estamos supondo que as matrizes de

mistura dos léptons são unitárias e reais. Assim, as matrizes dos férmions físicos são

$$\begin{aligned}
(V_L^u)^\dagger \Gamma^u V_R^u &\equiv M^u = \text{diag}(m_{u'}, m_{c'}, m_{t'}) \\
(V_L^d)^\dagger \Gamma^d V_R^d &\equiv M^d = \text{diag}(m_{d'}, m_{s'}, m_{b'}) \\
(V_L^J)^\dagger \Gamma^J V_R^J &\equiv M^J = \text{diag}(m_{J_2'}, m_{J_3'}) \\
\frac{v_{\sigma_1}}{\sqrt{2}} (V_L^\nu)^T G V_L^\nu &\equiv M^\nu = \text{diag}(m_{\nu_e'}, m_{\nu_\mu'}, m_{\nu_\tau'}) \\
\frac{2v_{\sigma_2}}{\sqrt{2}} (V_L^e)^T G V_R^e &\equiv M^e = \text{diag}(m_{e'}, m_{\mu'}, m_{\tau'}).
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Concluindo que os estados rotulados com ""da transformação, representam os autoestados de massa dos férmions do modelo 331, exceto o quark J_1 . Neste modelo, como dito antes, tanto os neutrinos como os léptons carregados ganham massa a nível de árvore com a inclusão do sexteto de escalares. No tocante aos quarks exóticos, estes devem ter massa maior que o férmion padrão mais pesado (quark top). Entretanto, pode ser que pelo menos uma dessas massas não seja tão maior do que a massa do quark top, se os limites experimentais permitirem isso.

2.2.4 O Potencial do Modelo 331

No modelo 331, alguns processos violam o número leptônico total como por exemplos, processos que envolvem o bóson de gauge $U^{\pm\pm}$ (descritos mais adiante nas correntes carregadas). Assim, uma boa simetria para o modelo 331 é o número lepto-bariônico[10], definido como:

$$F = B + L, \tag{2.46}$$

onde L é o número leptônico total e B o número bariônico total.

Desta forma, o potencial invariante de gauge e renormalizável completo, que conserva o número quântico F é [42]

$$\begin{aligned}
V_{higgs} &= \mu_1^2 \chi^\dagger \chi + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \eta^\dagger \eta + \frac{1}{2} f_1 (\eta_i \rho_j \chi_k \varepsilon^{ijk} + h.c.) + \lambda_1 (\chi^\dagger \chi)^2 + \lambda_2 (\rho^\dagger \rho)^2 \\
&+ \lambda_3 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_4 (\chi^\dagger \chi) (\rho^\dagger \rho) + \lambda_5 (\chi^\dagger \chi) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_6 (\rho^\dagger \rho) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_7 (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) \\
&+ \lambda_8 (\chi^\dagger \rho) (\rho^\dagger \chi) + \lambda_9 (\eta^\dagger \rho) (\rho^\dagger \eta) + \mu_4^2 \text{Tr}(S^\dagger S) + \lambda_{10}^2 \text{Tr}(S^\dagger S)^2 \\
&+ \lambda_{11}^2 (\text{Tr}(S^\dagger S))^2 + \text{Tr}(S^\dagger S) (\lambda_{12} (\chi^\dagger \chi) + \lambda_{13} (\rho^\dagger \rho) + \lambda_{14} (\eta^\dagger \eta)) \\
&+ \lambda_{15} \chi^\dagger S S^\dagger \chi + \lambda_{16} \rho^\dagger S S^\dagger \rho + \lambda_{17} \eta^\dagger S S^\dagger \eta + \frac{1}{2} f_2 (\rho_i \chi_j S^{ij} + h.c.) \\
&\lambda_{18} ((\chi^\dagger S)_i \chi_j \eta_k \varepsilon^{ijk} + h.c.) + \lambda_{19} ((\rho^\dagger S)_i \rho_j \eta_k \varepsilon^{ijk} + h.c.) \\
&+ \lambda_{20} (\varepsilon^{ijk} \varepsilon^{lmn} \eta_n \eta_k S_{mj} S_{li} + h.c.).
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Os escalares físicos apenas serão conhecidos através do desenvolvimento deste potencial, tarefa difícil, dado a complexidade do potencial apresentado na eq. (2.47). Como o desenvolvimento deste potencial não será relevante para os nossos desenvolvimentos, não trataremos dele².

2.3 Correntes do Modelo 331

As interações entre os férmions e os bósons de gauge surgem da abertura da lagrangiana de matéria fermiônica

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_F^{331} = & \overline{L}_{aL}^c i \not{D}^3 L_{aL} + \overline{Q}_{1L} i \not{D}^3 Q_{1L} + \overline{Q}_{iL} i \not{D}^{3*} Q_{iL} \\ & + \overline{u}_{aR} i \not{D}^R u_{aR} + \overline{d}_{aR} i \not{D}^R d_{aR} + \overline{J}_{aR} i \not{D}^R J_{aR}. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Devido a quantidade de interações, provenientes da maior quantidade de férmions e bósons de gauge, em relação ao MP, o desenvolvimento deste setor será feito separadamente, ou seja, iremos abordar primeiramente as interações de correntes carregadas e neutras para os léptons e após esta apresentação, abordaremos as interações de correntes carregadas e neutras para os quarks.

2.3.1 Correntes dos Léptons

Do primeiro termo da lagrangiana, na eq. (2.48), obtemos as interações dos bósons de gauge com os léptons. Explicitamente estas interações são:

$$\left(\begin{array}{ccc} \bar{\nu}_{aL} & \bar{e}_{aL} & \overline{(e^c)}_{aL} \end{array} \right) \left(\frac{-g\gamma^\mu}{2} \right) \left(\begin{array}{ccc} W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 & \sqrt{2}W_\mu^+ & \sqrt{2}V_\mu^- \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}W_\mu^8 & \sqrt{2}U_\mu^{--} \\ \sqrt{2}V_\mu^+ & \sqrt{2}U_\mu^{++} & -\frac{2}{\sqrt{3}}W_\mu^8 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \nu_{aL} \\ e_{aL} \\ (e^c)_{aL} \end{array} \right) \quad (2.49)$$

Aqui também iremos tratar separadamente as correntes mediadas pelos bósons de gauge carregados, das mediadas pelos bósons de gauge neutros. Iniciaremos com a corrente carregada.

2.3.1.1 Correntes Carregadas dos Léptons

Concentrando-nos nas interações com os bósons W_μ^\pm , V_μ^\pm e $U_\mu^{\pm\pm}$ e substituindo os autoestados de simetria dos léptons por seus autoestados de massa, eq. (2.44), obtemos

²Para uma descrição detalhada deste potencial ver [52].

a seguinte lagrangiana de corrente carregada

$$\mathcal{L}_{cc}^l - \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{\nu}'_L (V_L^\nu)^T W^+ V_L^e e'_L + \bar{\nu}'_L (V_L^\nu)^T W^- V_R^e e'_L + \bar{e}'_L (V_L^e)^T \Psi^{--} V_R^e e'_L \right) + h.c. \quad (2.50)$$

Destas interações, podemos definir o produto $V_{CKM}^e = (V_L^\nu)^T V_L^e$ como sendo um tipo de matriz CKM para os léptons. E também a confirmação que os bósons V^\pm e $U^{\pm\pm}$ carregam duas unidades de cargas leptônicas, como já havíamos antecipado.

Na interação anterior, o primeiro termo recupera as interações de correntes carregadas do MP, enquanto os termos adicionais representam as novas interações carregadas, associadas aos bósons V^\pm e $U^{\pm\pm}$.

2.3.1.2 Correntes Neutras dos Léptons

Como dito anteriormente, devemos reescrever os bósons W_μ^3 , W_μ^8 e W_μ^x em função de Z_μ^0 , Z'_μ e A_μ , que são os bósons de gauge físicos. Assim:

$$\begin{aligned} W_\mu^3 &= C_w Z_\mu^0 + S_w A_\mu \\ W_\mu^8 &= \sqrt{h_w} Z'_\mu + \sqrt{3} S_w T g_w z_\mu^0 - \sqrt{3} S_w A_\mu \\ W_\mu^x &= \sqrt{3} T g_w Z'_\mu - \sqrt{h_w} T g_w z_\mu^0 + \sqrt{h_w} A_\mu, \end{aligned} \quad (2.51)$$

onde $h_w = 1 - 4S_w^2$ e as quantidades S_w , C_w e $T g_w$ são, respectivamente, abreviaturas de $\sin(\theta_w)$, $\cos(\theta_w)$ e $\tan(\theta_w)$.

Os termos de interação entre os férmions e os bósons neutros podem ser escritos, de maneira geral, como

$$\mathcal{L}_{cn}^f = \frac{g}{2C_w} \sum_f \bar{f} (C_{fNv} + C_{fNa} \gamma_5) \gamma^\mu f N_\mu, \quad (2.52)$$

onde as quantidades C_{fNv} e C_{fNa} são funções do ângulo de Weinberg e, N_μ é o bóson neutro associado. Seguindo esta forma, para os léptons, a lagrangiana de corrente neutra torna-se

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{cn}^l &= -\frac{g}{4C_w} \bar{\nu}'_a (1 - \gamma_5) \gamma^\mu \nu'_a Z_\mu^0 - \frac{g}{4C_w} \sqrt{\frac{h_w}{3}} \bar{\nu}'_a (1 - \gamma_5) \gamma^\mu \nu'_a Z'_\mu \\ &- \frac{g}{4C_w} \bar{e}'_a (-h_w + \gamma_5) \gamma^\mu e'_a Z_\mu^0 - \frac{g}{4C_w} \sqrt{3h_w} \bar{e}'_a \left(1 + \frac{1}{3} \gamma_5 \right) \gamma^\mu e'_a Z'_\mu \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$+ g S_w e'_a \gamma^\mu e'_a A_\mu. \quad (2.54)$$

Observa-se que não existe troca de sabor na corrente neutra dos léptons. O último termo

desta expressão fornece exatamente a interação da QED³, evidenciando o bóson A_μ como sendo realmente o fóton.

2.3.2 Correntes dos Quarks

O tratamento para os quarks é mais complexo que para os léptons, devido a maior quantidade de interações. De forma semelhante que para os léptons, trataremos separadamente as correntes neutra das carregadas. Iniciaremos o desenvolvimento com as interações carregadas.

2.3.2.1 Correntes Carregadas dos Quarks

Para estas interações, tomamos o segundo e terceiro termo da eq. (2.48). O procedimento é análogo aos dos léptons, tomando a precaução de colocar os geradores do terceiro termo na forma da representação conjugada (3^* de $SU(3)_L$). Assim, para os quarks, as correntes carregadas tomam a seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{cc}^q = & \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}'_L V_{CKM}^q \gamma^\mu d'_L W_\mu^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{J}'_{1L} \gamma^\mu (V_L^u)_{1a} u'_{aL} - \bar{d}'_{iL} (V_L^{d\dagger})_{ij} (V_L^J)_{jk} \gamma^\mu J'_{kL} \right) V_\mu^+ \\ & + \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\bar{J}'_{1L} \gamma^\mu (V_L^d)_{1a} d'_{aL} + \bar{u}'_{iL} (V_L^{u\dagger})_{ij} (V_L^J)_{jk} \gamma^\mu J'_{kL} \right) U_\mu^{++} + h.c., \end{aligned} \quad (2.55)$$

onde $a = 1,2,3$, enquanto que $i,j,k = 2,3$. A matriz V_{CKM}^q esta estritamente relacionada a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa do MP, contendo todas as informações sobre as possíveis transições de sabor entre os quarks do MP. Dos dois últimos termos, inferimos que os quarks exóticos (J_a) carregam carga leptônica e bariônica, desta forma denominamos estes quarks exóticos de leptiquarks.

2.3.2.2 Correntes Neutras dos Quarks

Para estudarmos as interações neutras dos quarks, devemos levar em conta as interações presentes na eq. (2.48), exceto o primeiro termo, e reescrever os bósons W_μ^3 , W_μ^8 e W_μ^x em função de Z_μ^0 , Z'_μ e A_μ através da eq. (2.51). Assim, as correntes neutras com os

³Como as interações com o bóson A_μ são idênticas as do MP, nas correntes neutras dos quarks negligenciaremos estas interações.

quarks e o bóson Z_μ^0 tomam a seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{cn}^q = & -\frac{g}{4C_w} \bar{u}'_a \gamma^\mu \left(\frac{3 - 8S_w^2}{3} - \gamma_5 \right) u'_a Z_\mu^0 - \frac{g}{4C_w} \bar{d}'_a \gamma^\mu \left(1 + \frac{3 - 4S_w^2}{3} \gamma_5 \right) d'_a Z_\mu^0 \\ & - \frac{g}{4C_w} \bar{J}'_1 \gamma^\mu \left(-\frac{20S_w^2}{3} \right) J'_1 Z_\mu^0 - \frac{g}{4C_w} \bar{J}'_i \gamma^\mu \left(\frac{16S_w^2}{3} \right) J'_i Z_\mu^0, \end{aligned} \quad (2.56)$$

onde observamos que não existe troca de sabor na corrente neutra com Z_μ^0 . Este fato apenas é válido sob a aproximação $v_\chi^2 \gg v_{\sigma_1}^2, v_{\sigma_2}^2, v_\eta^2, v_\rho^2$, que negligencia a mistura entre os bósons Z_μ^0 e Z'_μ . Utilizando os bósons que saem desta mistura, ocorrerá troca de sabor na corrente neutra dos quarks mediadas pelo bóson \tilde{Z}_μ^0 , bóson com a massa próxima a do Z_μ^0 .

Já as correntes neutras com os quarks e o bóson Z'_μ tomam a forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{cn}^q = & -\frac{g}{4C_w} \left[\bar{u}'_a \gamma^\mu \frac{4S_w^2}{\sqrt{3}h_w} (1 + \gamma_5) u'_a + \bar{u}'_a \gamma^\mu V_L^{u\dagger} A_{Z'}^u V_L^u (1 - \gamma_5) u'_a \right] Z'_\mu \\ & - \frac{g}{4C_w} \left[\bar{d}'_a \gamma^\mu \frac{4S_w^2}{\sqrt{3}h_w} (1 + \gamma_5) d'_a + \bar{d}'_a \gamma^\mu V_L^{d\dagger} A_{Z'}^d V_L^d (1 - \gamma_5) d'_a \right] Z'_\mu \\ & - \frac{g}{4C_w} \bar{J}'_1 \gamma^\mu \frac{2}{\sqrt{3}h_w} \left(-(1 - 11S_w^2) + (1 - S_w^2)\gamma_5 \right) J'_1 Z'_\mu \\ & - \frac{g}{4C_w} \bar{J}'_i \gamma^\mu \frac{2}{\sqrt{3}h_w} \left((1 - 9S_w^2) + (1 - S_w^2)\gamma_5 \right) J'_i Z'_\mu. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Na expressão anterior fica evidente a troca de sabor dos quarks padrão. Esta peculiaridade está ligada ao fato de que a primeira geração de quarks possui números quânticos diferentes das outras duas, fazendo com que o acoplamento do Z'_μ com os quarks não seja universal. Portanto uma corrente neutra com troca de sabor no nível de árvore é possível no modelo 331. Processos com troca de sabor tipo $Z' \rightarrow \bar{t}u(\bar{u}t)$ ou $Z' \rightarrow \bar{t}c(\bar{c}t)$, possuem uma contribuição muito baixa para a largura de decaimento do Z' , sendo estimados em, respectivamente, 10^{-6} e 10^{-4} [53].

Em conclusão, apresentamos o modelo 331 mostrando as principais características dele: as suas "novas" partículas (como os bilépton V_μ^\pm e $U_\mu^{\pm\pm}$) com as respectivas interações e massas e a possibilidade de dar resposta ao problema das famílias, considerando o fato de ter uma teoria consistente via o cancelamento das anomalias triângulos (ver Apêndice B).

3 *Modelo RM331*

No capítulo anterior, apresentamos a versão original do modelo 331 mínimo. Neste trabalho desenvolveremos outra versão do modelo 331, que preserva as características principais do modelo 331 mínimo e segue as mesmas motivações apresentadas em sua versão original. O diferencial deste modelo em relação a versão mínimo é a redução do conteúdo de campos escalares, sendo a motivação principal para sua construção. Chamaremos esta versão do modelo 331 de modelo 331 reduzido (ou modelo RM331)[14].

O fato de possuir apenas dois tripletos de escalares não dificultará a geração de massa para todos os bósons de gauge do modelo. Entretanto, a geração de massa dos férmions necessitarão de operadores efetivos, além dos usuais acoplamentos de Yukawa. Mostraremos, a seguir, como isto é possível se levarmos em conta que o modelo mínimo possui uma escala de corte (cut-off) natural em torno de 4-5 TeV.

3.1 Conteúdo de Representação do Modelo RM331

As representações dos férmions, tal como a versão original deste modelo, é construída através do operador de carga elétrica (para os tripletos)

$$\frac{Q_{331}}{e} = \text{diag}(X, -1 + X, 1 + X), \quad (3.1)$$

onde X representa a carga do grupo $U(1)_X$. Assim, cada família de léptons está representada através de um tripleto de $SU(3)_L$

$$f_L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \\ l^c \end{pmatrix}_L \sim (3,0), \quad (3.2)$$

onde $l = e, \mu, \tau$ representa as três famílias leptônicas. A notação $\Phi \sim (M, X)$ indica que os campos Φ se transformam como multipletos M de $SU(3)_L$ e com carga X de $U(1)_X$. Os estados de mão direita dos léptons estão contidos nestes tripletos.

No que se refere aos quarks, identicamente a versão original, o cancelamento da anomalias triângulos (ver Apêndice B) requer que uma geração se transforme como tripleto de $SU(3)_L$ e que as outras duas gerações se transformem através da representação anti-triplete. Desta forma escolhemos

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (3, +\frac{2}{3}) \quad \text{e} \quad Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ -u_i \\ J_i \end{pmatrix}_L \sim (3^*, -\frac{1}{3}), \quad (3.3)$$

onde $i = 2,3$ é o índice de geração da segunda e terceira família dos quarks. Cada campo de quark de mão esquerda possui seu respectivo estado de mão direita, que se transforma como singlete de $SU(3)_L$

$$u_{1R} \sim (1, +\frac{2}{3}); \quad d_{1R} \sim (1, -\frac{1}{3}); \quad J_{1R} \sim (1, +\frac{5}{3}) \quad (3.4)$$

e

$$u_{iR} \sim (1, +\frac{2}{3}); \quad d_{iR} \sim (1, -\frac{1}{3}); \quad J_{iR} \sim (1, -\frac{4}{3}). \quad (3.5)$$

Agora vamos introduzir o ponto principal do modelo RM331 em relação à versão original. Aqui ao invés de três tripletos e um sexteto de escalares, a geração de massa das partículas se dá mediante à introdução de apenas dois tripletos de escalares

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (3,1); \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (3, -1), \quad (3.6)$$

com seus respectivos anti-tripletos

$$\rho^* = \begin{pmatrix} \rho^{--} \\ \rho^{0*} \\ \rho^- \end{pmatrix} \sim (3^*, -1); \quad \chi^* = \begin{pmatrix} \chi^{0*} \\ \chi^{++} \\ \chi^- \end{pmatrix} \sim (3^*,1). \quad (3.7)$$

Com esta configuração de escalares, podemos supôr que o escalar χ desenvolve VEV diferente de zero,

$$\langle \chi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

quebrando a simetria $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ para $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ e o escalar ρ também desen-

volve VEV diferente de zero

$$\langle \rho \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

ocorrendo a quebra da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ para $U(1)_{em}$. O fato de utilizar este conteúdo reduzido de escalares tem como consequência que a geração de massa dos férmions não se origina apenas dos acoplamentos de Yukawa, sendo necessária a introdução de acoplamentos efetivos para complementação da geração da massa dos férmions¹.

Para finalizar a descrição do conteúdo de partículas, relembramos que o conjunto de bósons de gauge simétricos do modelo RM331 é idêntico ao modelo 331 mínimo. Não seria diferente, já que os dois modelos são invariantes pelo mesmo grupo de simetria, $SU(3)_L \otimes U(1)_X$.

3.2 Espectro dos Bósons de Gauge

Da mesma forma que nos capítulos anteriores, os bósons de gauge do modelo RM331 adquirem massa através da QES via mecanismo de Higgs. Como no modelo 331 mínimo, também realizaremos o procedimento de geração de massa dos bósons de gauge do modelo RM331 mediante duas etapas.

Na primeira etapa, cinco bósons de gauge adquirem massa e quatro permanecem sem massa quando o escalar χ adquire VEV diferente de zero. Com esta primeira QES, obtemos bósons de gauge idênticos ao modelo 331. Relembrando os resultados obtidos na seção (2.2.1),

$$\begin{aligned} M_V^2 &= \frac{1}{4}g^2v_\chi^2 \\ M_U^2 &= \frac{1}{4}g^2v_\chi^2 \\ M_{Z'}^2 &= \frac{1}{6}(1 + 3t^2)g^2v_\chi^2, \end{aligned} \quad (3.10)$$

com $t = \frac{g'}{g}$. Esta etapa também fornece um auto-vetor B_μ com massa nula. Os auto-vetores neutros Z'_μ e B_μ podem ser descritos em função dos bósons W_μ^8 e W_μ^x ,

$$\begin{pmatrix} Z'_\mu \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\delta) & \sin(\delta) \\ -\sin(\delta) & \cos(\delta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^8 \\ W_\mu^x \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

¹Este fato não representa um grande problema, pois sabemos que esta extensão não representa uma teoria final, visto que sai do regime perturbativo em torno de 4-5 TeV onde, possivelmente, alguma nova física deva dominar.

onde $\cos(\delta) = \frac{1}{\sqrt{1+3t^2}}$ e $\sin(\delta) = \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{1+3t^2}}$, finalizando a contribuição do escalar χ nas massas dos bósons de gauge.

Na segunda etapa, três dos quatro bósons de gauge, que permaneceram sem massa ganham massa quando o escalar ρ adquire VEV diferente de zero e apenas um bóson continuará sem massa, o fóton. Ao final desta etapa obteremos os bósons de gauge físicos do modelo RM331. De maneira análoga à seção (2.2.2), as interações envolvendo o VEV do escalar ρ e os bósons de gauge são

$$\begin{aligned} & \frac{g^2}{4} (v_\rho^2 W_\mu^+ W^{+\mu} + v_\rho^2 U_\mu^{++} U^{-\mu}) + \frac{g^2}{8} \left(v_\rho^2 W_\mu^3 W^{3\mu} - \frac{2v_\rho^2 t}{\sqrt{s}} W_\mu^3 B^\mu \right. \\ & \left. + \frac{v_\rho^2 t^2}{s} B_\mu B^\mu + \frac{2}{\sqrt{3s}} (1-2s) v_\rho^2 W_\mu^3 Z'^\mu + (4t^2 v_\rho^2 + \frac{v_\rho^2}{3s} + \frac{4sv_\chi^2}{3}) Z'_\mu Z'^\mu \right), \end{aligned} \quad (3.12)$$

onde $s = 1 + 3t^2$. Iniciando com os bósons carregados, a partir da expressão anterior, observamos que os bósons $U_\mu^{\pm\pm}$ sofrem uma correção em sua massa e os bósons W_μ^\pm ganham massa. Assim, o espectro dos bósons carregados fica

$$\begin{aligned} W^\pm &= \frac{W^1 \mp iW^2}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{W^\pm}^2 = \frac{g^2 v_\rho^2}{4}, \\ V^\pm &= \frac{W^4 \pm iW^5}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{V^\pm}^2 = \frac{g^2 v_\chi^2}{4}, \\ U^{\pm\pm} &= \frac{W^6 \pm iW^7}{\sqrt{2}} \rightarrow M_{U^{\pm\pm}}^2 = \frac{g^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2)}{4}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

Um fato interessante ocorre na expressão anterior. A massa dos bósons carregados padrão se dá mediante subtração direta entre as massas dos bósons carregados pesados, ou seja, $M_W^2 = M_U^2 - M_V^2$, sendo uma direta consequência do modelo RM331.

Na sequência, analisando os bósons neutros na eq. (3.12), vemos que a mistura W_μ^3 e B_μ fornece como no modelo 331 mínimo,

$$M_A^2 = 0 \quad (3.14)$$

$$M_{Z^0}^2 = \frac{g^2 v^2}{8} \left(\frac{1+4t^2}{1+3t^2} \right),$$

cujos auto-vetores correspondem ao fóton (A_μ) e ao bóson neutro (Z_μ^0) associados ao MP. Estes bósons de gauge possuem a relação com os bósons W_μ^3 e B_μ ,

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_w) & \sin(\theta_w) \\ -\sin(\theta_w) & \cos(\theta_w) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

onde θ_w é o ângulo de Weinberg, com $\sin(\theta_w) = \frac{t}{\sqrt{1+4t^2}}$ e $\cos(\theta_w) = \sqrt{\frac{1+3t^2}{1+4t^2}}$. Através destas identificações, vale a seguinte relação

$$t^2 = \frac{\sin^2(\theta_w)}{1 - 4\sin^2(\theta_w)} \quad (3.16)$$

e novamente por consistência do modelo, a expressão anterior possui um polo de Landau que condiciona o valor do $\sin^2(\theta_w) < \frac{1}{4}$. Este resultado também presente no modelo 331 mínimo é crucial para estabelecer a escala de validade do modelo[47, 48], $\Lambda = 4 - 5\text{TeV}$.

Substituindo a definição dos bósons A_μ e Z_μ^0 , em função dos bósons W_μ^3 e B_μ na eq.(3.12), observamos que ainda existe uma mistura entre os Z_μ^0 e Z'_μ . Entretanto, usando o fato que $v_\chi^2 \gg v_\rho^2$ em primeira aproximação, os bósons Z_μ^0 e Z'_μ podem ser considerados os bósons físicos do modelo. Quanto as suas massas, temos o seguinte

$$M_{Z^0}^2 \approx \frac{M_W^2}{\cos^2(\theta_w)} \quad (3.17)$$

$$M_{Z'}^2 \approx \frac{g^2}{3} \frac{\cos^2(\theta_w)}{1 - 4\sin^2(\theta_w)} v_\chi^2.$$

Finalizado o espectro dos bósons de gauge², na próxima seção desenvolveremos o setor escalar detalhadamente.

3.3 Setor Escalar

Tomando o conteúdo de escalar dado na eq. (3.6), apresentamos o mais geral potencial invariante de gauge e renormalizável, que conserva o número quântico F^3 ,

$$V(\chi, \rho) = \mu_1^2 \rho^\dagger \rho + \mu_2^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_2 (\chi^\dagger \chi)^2 + \lambda_3 (\rho^\dagger \rho)(\chi^\dagger \chi) + \lambda_4 (\rho^\dagger \chi)(\chi^\dagger \rho). \quad (3.18)$$

Este potencial escalar demonstra a simplicidade do objetivo do modelo RM331, em comparação ao potencial do modelo 331 mínimo dado na eq. (2.47). No setor escalar existe apenas doze graus de liberdade, um número bem menor que os trinta graus de liberdade dados no potencial do modelo 331 mínimo.

Para conhecer o espectro de massa dos escalares do modelo necessitamos desenvolver o potencial descrito pela eq. (3.18). Para isso, devemos substituir neste potencial a

²As interações entre os bósons de gauge e escalares físicos estão descritas no Apêndice C.

³Número quântico descrito na seção (2.2.4).

expansão dos escalares ρ^0 e χ^0 em torno dos seus VEV's da forma habitual:

$$\rho^0, \chi^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\rho, \chi} + R_{\rho, \chi} + iI_{\rho, \chi}). \quad (3.19)$$

Substituindo a eq. (3.19), expansão dos campos, no potencial (3.18) encontramos as seguintes condições de mínimo do potencial:

$$\begin{aligned} \mu_1^2 + \lambda_1 v_\rho^2 + \frac{\lambda_3 v_\chi^2}{2} &= 0, \\ \mu_2^2 + \lambda_2 v_\chi^2 + \frac{\lambda_3 v_\rho^2}{2} &= 0. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Estas condições são denominadas de vínculos do potencial. Com a ajuda destes vínculos obteremos os termos quadráticos nos campos que dão origem às matrizes de massa.

As matrizes de massa são originadas pela derivada segunda do potencial nos campos escalares, no ponto em que todos os campos são nulos. Para os campos escalares neutros temos,

$$M_{\widehat{\Phi}_i, \widehat{\Phi}_j}^2 = \left. \frac{\partial^2 V_{higgs}}{\partial \widehat{\Phi}_i \partial \widehat{\Phi}_j} \right]_{\widehat{\Phi}_a=0} \quad (3.21)$$

com $\widehat{\Phi}_a$ representando todos os escalares do modelo, $\widehat{\Phi}_i = I_\chi, I_\rho$ (CP-ímpar) e $\widehat{\Phi}_i = R_\chi, R_\rho$ (CP-par). Desta forma, a matriz de massa para os escalares neutros CP-ímpar do modelo é nula. Os bósons I_ρ e I_χ são os bósons de Goldstone absorvidos pelos bósons de gauge Z_μ e Z'_μ , respectivamente. E os escalares neutros CP-par apresentam a matriz de massa (quadrática), na base (R_χ, R_ρ) ,

$$m_0^2 = \frac{v_\chi^2}{2} \begin{pmatrix} 2\lambda_2 & \lambda_3 \bar{v} \\ \lambda_3 \bar{v} & 2\lambda_1 \bar{v}^2 \end{pmatrix}, \quad (3.22)$$

onde $\bar{v} = \frac{v_\rho}{v_\chi}$. A diagonalização desta matriz fornece os seguintes auto-valores, com a aproximação $\bar{v} \ll 1$,

$$m_{h_1}^2 = \left(\lambda_1 - \frac{\lambda_3^2}{4\lambda_2}\right)v_\rho^2, \quad m_{h_2}^2 = \lambda_2 v_\chi^2 + \frac{\lambda_3^2}{4\lambda_2}v_\rho^2, \quad (3.23)$$

com seus respectivos auto-vetores,

$$h_1 = c_\beta R_\rho - s_\beta R_\chi, \quad h_2 = c_\beta R_\chi + s_\beta R_\rho, \quad (3.24)$$

onde $c_\beta \approx 1 - \frac{\lambda_3^2 v_\rho^2}{8\lambda_2^2 v_\chi^2}$ e $s_\beta \approx \frac{\lambda_3 v_\rho}{2\lambda_2 v_\chi}$. Assim, concluímos que a parte neutra fornece os escalares físicos h_1 e h_2 .

Para as componentes carregadas temos

$$M_{\widehat{\Phi}_i^* \widehat{\Phi}_j}^2 = \left. \frac{\partial^2 V_{higgs}}{\partial \widehat{\Phi}_i^* \partial \widehat{\Phi}_j} \right]_{\widehat{\Phi}_a=0} \quad (3.25)$$

com $\widehat{\Phi}_i = \chi^\pm, \rho^\pm, \chi^{\pm\pm}, \rho^{\pm\pm}$. Fazendo o desenvolvimento observamos que os escalares simplesmente carregados χ^\pm e ρ^\pm não possuem massa. Estes são absorvidos pelos bósons de gauge V_μ^\pm e W_μ^\pm , respectivamente. Os escalares duplamente carregados dão origem à matriz de massa, na base (χ^{++}, ρ^{++}) ,

$$m_{++}^2 = \frac{\lambda_4 v_\chi^2}{2} \begin{pmatrix} \bar{v}^2 & \bar{v}^2 \\ \bar{v}^2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Diagonalizando esta matriz de massa obtemos os seguintes auto-valores,

$$m_{\tilde{h}^{++}}^2 = 0 \quad \text{e} \quad m_{h^{++}}^2 = \frac{\lambda_4}{2}(v_\chi^2 + v_\rho^2), \quad (3.27)$$

cujos auto-vetores correspondentes são

$$\begin{pmatrix} \tilde{h}^{++} \\ h^{++} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_\alpha & -s_\alpha \\ s_\alpha & c_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi^{++} \\ \rho^{++} \end{pmatrix}, \quad (3.28)$$

onde $c_\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\bar{v}^2}}$ e $s_\alpha = \frac{\bar{v}}{\sqrt{1+\bar{v}^2}}$. Observamos que os escalares $\tilde{h}^{\pm\pm}$ são os bósons de Goldstones absorvidos pelos bósons de gauge $U^{\pm\pm}$, enquanto os escalares $h^{\pm\pm}$ permanecem como escalares físicos do espectro.

Assim sendo, concluímos que o espectro de escalares físicos do modelo RM331⁴ é composto pelos escalares duplamente carregados $h^{\pm\pm}$ e pelos escalares neutros h_1 e h_2 . O escalar físico mais leve (h_1) pode ser identificado como o bóson de Higgs associado ao MP, pois recupera as interações presentes no MP com o Higgs.

3.4 Massas dos Férmiões

O setor de Yukawa mais geral, renormalizável e invariante de gauge, do modelo RM331 fica

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yuk}^{RM331} = & \lambda_{11}^J \bar{Q}_{1L} \chi J_{1R} + \lambda_{ij}^J \bar{Q}_{iL} \chi^* J_{jR} + \lambda'_{1a} \bar{Q}_{1L} \rho d_{aR} \\ & + \lambda'_{ia} \bar{Q}_{iL} \rho^* u_{aR} + h.c., \end{aligned} \quad (3.29)$$

⁴As autointerações entre os escalares físicos estão descritas no Apêndice D

onde $i, j = 2, 3$ representam a segunda e terceira família dos quarks. Como podemos observar, o setor de Yukawa do modelo RM331 não possui acoplamentos suficientes para gerar a massa de todos os férmions.

Como dito anteriormente, com este reduzido conjunto de escalares do modelo RM331 necessita de operadores efetivos de dimensões maiores para obtenção da massa dos férmions. Para o complemento da massa dos quarks, utilizamos específicos operadores de dimensão cinco,

$$\frac{\lambda_{ia}^d}{\Lambda} \varepsilon_{nmp} (\bar{Q}_{iLn} \rho_m \chi_p) d_{aR} + \frac{\lambda_{1a}^u}{\Lambda} \varepsilon_{nmp} (\bar{Q}_{1Ln} \rho_m^* \chi_p^*) u_{aR} + h.c., \quad (3.30)$$

onde ε_{nmp} é o tensor de Levi-Civita (tensor anti-simétrico invariante de $SU(3)$) e Λ é a escala de energia mais alta em que o modelo deixa de ser perturbativo, sendo da ordem de $\Lambda = 4 - 5 TeV$ [47, 48]. Torna-se possível escrever estes operadores devido ao fato que o VEV do multiplete de escalar χ ser da mesma ordem de grandeza que o cut-off natural do modelo, resultando em termos de massa da ordem eletro-fraca.

A massa dos léptons carregados também é desenvolvida por um operador de dimensão cinco [45, 46]

$$\frac{\kappa^l}{\Lambda} (\bar{f}_L^c \rho^*) (\chi^\dagger f_L) + h.c. \quad (3.31)$$

onde κ^l é a constante de acoplamento adimensional para os léptons carregados (supondo que não ocorre mistura de sabor entre eles). Este operador não renormalizável gera a massa de todos os léptons carregados,

$$M^l = \frac{1}{2} \frac{\kappa^l v_\rho v_\chi}{\Lambda}. \quad (3.32)$$

Por simplicidade supomos $v_\chi \approx \Lambda$, mostrando assim que a massa dos léptons carregados está na escala eletrofraca, dado que v_ρ possui o valor do VEV do MP,

$$M^l = \frac{1}{2} \kappa^l v_\rho. \quad (3.33)$$

Comparando as eqs. (1.47) e (3.33), observamos que existe a relação $\kappa^l = \sqrt{2} G^l$. Enfatizando a redução do ajuste da constante de yukawa pros elétrons para a concordância com seu valor de massa medido experimentalmente.

Finalmente, para os neutrinos propomos um operador de dimensão sete. Este é o operador efetivo de menor dimensão que gera as massas dos neutrinos construído com

este reduzido setor escalar,

$$\frac{\kappa^{\nu_i}}{\Lambda^3} \epsilon_{ijk} \epsilon_{lmn} (\bar{f}_{Li}^C \rho_j \chi_k) (f_{Ll} \rho_m \chi_n) + h.c. \quad (3.34)$$

Mesmo sendo o operador efetivo mais relevante, ele não é suficiente para fornecer pequenas massas aos neutrinos (escala dos eV) sem um grande ajuste nas constantes κ^{ν_i} . A construção de operadores de baixa dimensão que gere as massas dos neutrinos na escala dos eV é complexa, devido ao conteúdo reduzido de escalares e a mais alta escala de energia do modelo ser da ordem $\Lambda = 4 - 5 TeV$. Entretanto, o operador efetivo (3.34) mostra uma melhora ao operador efetivo de menor dimensão construído com o modelo 331 mínimo[46].

Apresentaremos agora de maneira individual, as fontes de massa para cada quark do modelo. Iniciando com os leptoquarks, cuja massa é gerada apenas pelos acoplamentos de Yukawa

$$\lambda_{11}^J \bar{Q}_{1L} \chi J_{1R} + \lambda_{ij}^J \bar{Q}_{iL} \chi^* J_{jR}, \quad (3.35)$$

fornecendo o leptoquark J_1 em seu autoestado de massa, com massa $M_{J_1} = \frac{\lambda_{11}^J v_\chi}{\sqrt{2}}$ e a matriz de massa, na base (J_2, J_3) ,

$$M_J = \frac{v_\chi}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{22}^J & \lambda_{23}^J \\ \lambda_{32}^J & \lambda_{33}^J \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

Enquanto que para os quarks padrão, suas massas são geradas pela combinação dos acoplamentos de Yukawa com os operadores efetivos de dimensão cinco dados pela eq (3.30),

$$\begin{aligned} & \lambda_{1a}^d \bar{Q}_{1L} \rho d_{aR} + \frac{\lambda_{ia}^d}{\Lambda} \epsilon_{nmp} (\bar{Q}_{iLn} \rho_m \chi_p) d_{aR} + \\ & \lambda_{ia}^u \bar{Q}_{iL} \rho^* u_{aR} + \frac{\lambda_{1a}^u}{\Lambda} \epsilon_{nmp} (\bar{Q}_{1Ln} \rho_m^* \chi_p^*) u_{aR} + h.c. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Desta forma, com a aproximação $\Lambda \approx v_\chi$, a matriz de massa dos quarks tipo up tomam a forma, na base (u_1, u_2, u_3) ,

$$m_u \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{11}^u v_\rho & \lambda_{12}^u v_\rho & \lambda_{13}^u v_\rho \\ -\lambda_{21}^u v_\rho & -\lambda_{22}^u v_\rho & -\lambda_{23}^u v_\rho \\ -\lambda_{31}^u v_\rho & -\lambda_{32}^u v_\rho & -\lambda_{33}^u v_\rho \end{pmatrix}, \quad (3.38)$$

enquanto a matriz de massa dos quarks tipo down, na base (d_1, d_2, d_3) , fica

$$m_d \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{11}^d v_\rho & \lambda_{12}^d v_\rho & \lambda_{13}^d v_\rho \\ \lambda_{21}^d v_\rho & \lambda_{22}^d v_\rho & \lambda_{23}^d v_\rho \\ \lambda_{31}^d v_\rho & \lambda_{32}^d v_\rho & \lambda_{33}^d v_\rho \end{pmatrix}. \quad (3.39)$$

Mostrando que todos os férmons carregados associados ao MP possuem massa na escala eletro-frac⁵. Concluimos assim, a apresentação dos férmons físicos do modelo RM331, com suas massas. As interações entre os férmons e os escalares estão descritas no Apêndice E.

O próximo passo seria a apresentação das interações entre os férmons e os bósons de gauge (correntes neutras e carregadas). Entretanto, por apresentar a mesma estrutura de bósons de gauge físicos que o modelo 331, as correntes neutras e carregadas mediadas pelos bósons de gauge no modelo RM331 são idênticas as do modelo 331 mínimo apresentadas na seção (2.3). Desta forma, concluimos a apresentação as principais características do modelo RM331. E ressaltando as semelhanças e diferenças entre os modelos 331 mínimo e o RM331.

⁵Comparando com as matrizes de massa para os quarks apresentadas no MP

Conclusões

As extensões 331 do MP são muito interessantes para uma nova física na escala de energias dos TeV. Uma das principais motivações para se considerar os modelos 331 é que sua construção restringe fortemente o conteúdo de matéria fermiônica. Outra característica geral destes modelos são que eles colocam um limite superior para o ângulo de mistura eletrofraco, isto é, o ângulo de Weinberg.

Neste trabalho desenvolvemos e analisamos cada setor do modelo RM331, a fim de em outro momento estudar a fenomenologia relacionada a suas partículas. Este modelo é uma simplificação do modelo 331 mínimo, entretanto abrange diversas de suas características. A principal diferença do modelo 331 original e o modelo RM331 é a menor quantidade de graus de liberdade físicos no setor escalar. Enquanto o setor escalar modelo 331 mínimo possui vinte e dois graus de liberdade, tornando a análise fenomenológica de difícil tratamento, o modelo RM331 possui apenas quatro, denominados h_1 e h_2 e os duplamente carregados $h^{\pm\pm}$.

É importante enfatizar que o escalar h_1 pode reproduzir toda a física do Higgs do MP, com a ressalva de possuir mais interações, tal como as interações com os leptosquarks e os biléptons e também, intermediar processos de troca de sabor na corrente neutra com os quarks padrão, semelhante ao bóson de gauge Z' . Finalmente, a validade do modelo RM331 pode ser testada por uma de suas partículas características, como o escalar duplamente carregado $h^{\pm\pm}$.

No tocante as massas dos léptons, o modelo 331 mínimo com apenas um sexteto não produz as massas dos léptons de forma realística, pois tanto os neutrinos quanto os léptons carregados compartilham da mesma matriz de massa. Com isso não conseguimos ter oscilações de neutrinos, fenômeno atualmente bem estabelecido. Para o modelo RM331, construímos as massas dos léptons por operadores efetivos, um para fornecer as massas dos léptons carregados e outro para os neutrinos e com um ajuste fino menor que no modelo 331 mínimo.

Todos os pontos discutidos nessa dissertação constituem um passo inicial envolvendo a construção de modelos e sua fenomenologia, que servirá para uma continuidade nos

estudos de doutoramento. Finalmente, uma imediata sequência seria sua versão supersimétrica (em andamento), que abrange todos os pontos citados e também, um caminho para solucionar outros questionamentos não atacados pelo MP.

APÊNDICE A – Geradores de $SU(2)$ e $SU(3)$

A forma matricial explícita dos geradores da álgebra de $SU(2)$, na representação fundamental, são dadas pelas matrizes de Pauli dividido por dois ($t_a = \frac{\sigma_a}{2}$). Sendo as matrizes de Pauli,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

E dos geradores da álgebra de $SU(3)$, também na representação fundamental, são dadas pelas matrizes de Gell-Mann dividido por dois ($t_a = \frac{\lambda_a}{2}$). Coma as matrizes de Gell-Mann

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; & (\text{A.2}) \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}; & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

APÊNDICE B – Cancelamento das Anomalias Triângulo

Como já foi mencionado, o cancelamento das anomalias quirais no MP ocorre em cada família fermiônica. Entretanto, a explicação para o fato de termos três famílias não é fornecida pelo MP. Por outro lado no modelo 331, o número de famílias deve estar relacionado ao número de cores para haver o necessário cancelamento das anomalias. Com o conteúdo de matéria fermiônica descrita no Cap. 2, as anomalias cancelam-se envolvendo as três famílias fermiônicas[54]. Veremos como isto ocorre.

As relações que devem ser satisfeitas para que a teoria seja livre das anomalias do triângulo são:

$$\begin{aligned}
 I) \quad & [SU(3)_C]^2 U(1)_X \quad Tr(\{T_C^i, T_C^j\}X) = 0 \\
 II) \quad & [SU(3)_L]^3 \quad Tr(\{T^i, T^j\}T^k) = 0 \\
 III) \quad & [SU(3)]^2 U(1)_X \quad Tr(\{T^i, T^j\}X) = 0 \\
 IV) \quad & [U(1)_X]^3 \quad Tr(\{X, X\}X) = 0
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

onde as matrizes T_C^i , T^i e X referem-se, respectivamente, aos geradores dos grupos de cor, isospin e ao grupo abeliano.

Para o caso da anomalia triangular associada com as 2 correntes de $SU(3)_C$, a relação *I* diz que a soma das cargas X dos quarks *left* menos a soma das cargas X dos quarks *right* deve ser nula. Usando as propriedades de transformação dos quarks, temos que

$$Tr(\{T_C^i, T_C^j\}X) \equiv \delta^{ij} Tr X = 3 \sum_{Q_L} X_{Q_L} - \sum_{Q_R} X_{Q_R} = 0. \tag{B.2}$$

A próxima anomalia é aquela associada as correntes $[SU(3)_L]^3$ nos três vértices, relação *II*. Esta é cancelada tendo em conta que a disposição dos férmions apresenta o mesmo número de tripletos e antitripletos de $[SU(3)_L]^3$, uma vez que $T^{i*} = -T^i$. De fato, temos três tripletos em L_{aL} , mais três tripletos em Q_{1L} e seis anti-tripletos em Q_{iL} , levando em

conta o número de famílias e os graus de liberdade de cor dos quarks. Por isso se faz necessário considerar uma das famílias dos quarks de maneira diferente.

Em seguida, temos a anomalia triangular associada a duas correntes de $SU(3)_L$, relação *III*. Esta relação nos fornece que a soma de todas as cargas X dos férmions que se transformam por este grupo deve ser nula. Utilizando as propriedades de transformação dos férmions obtemos,

$$Tr(\{T^i, T^j\}X) \equiv \delta^{ij} Tr X = 3 \sum_{Q_L} X_{Q_L} + 3 \sum_{L_L} X_{L_L} = 0. \quad (\text{B.3})$$

Finalmente temos a anomalia associada com as três correntes do grupo $U(1)_X$, relação *IV*. Esta determina que a diferença entre a soma dos cubos das cargas X dos férmions *left* e dos férmions *right* devem-se anular. Assim,

$$\begin{aligned} Tr(\{T^i, T^j\}X) &\equiv Tr X_L^3 - Tr X_R^3 \\ &= 18 \left(\frac{-1}{3}\right)^3 + 9 \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 3 \left(3 \left[\frac{-1}{3}\right]^3 + 3 \left[\frac{2}{3}\right]^3 + \left[\frac{5}{3}\right]^3 + 2 \left[\frac{-4}{3}\right]^3\right) \\ &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Devemos notar que o cancelamento acontece entre as três famílias, pois no modelo 331 cada família apresenta anomalias não canceladas. De fato devemos combinar o número de famílias e o número de cores de quarks e assim obter o devido cancelamento. Isto pode representar o primeiro passo na direção de resolver o problema das famílias.

Vale observar que o cancelamento das anomalias se daria da mesma forma se tivermos n cópias do conjunto das representações do conteúdo de matéria. Isso significa que a estrutura de representação do modelo 331 permite o cancelamento das anomalias para um conteúdo de representação que seja um múltiplo n de três famílias. Ou seja, seria possível ter $3n$ famílias no modelo 331, $n = 1$ corresponderia ao modelo mínimo.

APÊNDICE C – Acoplamentos Bósons de Gauge-Escalares

Neste apêndice apresentamos todas as interações envolvendo os bósons de gauge e escalares físicos do modelo RM331. Estes termos são providos pela lagrangiana,

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu \chi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \chi) + (\mathcal{D}_\mu \rho)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \rho). \quad (\text{C.1})$$

Primeiramente, apresentaremos os termos trilineares entre os bósons de gauge e escalares:

Vértice	Regras de Feynmann para os vértices
$W^+W^-h^1$	$\frac{1}{2}c_\beta g^2 v_\rho$
$V^+V^-h^1$	$-\frac{1}{2}s_\beta g^2 v_\chi$
$U^{++}U^{--}h^1$	$\frac{1}{2}(c_\beta v_\rho - s_\beta v_\chi) g^2$
ZZh_1	$\frac{1}{4}g^2 v_\rho c_\beta \sec_W^2$
$Z'Z'h_1$	$\frac{g^2}{12h_W} [h_W^2 (c_\beta v_\rho - 4s_\beta v_\chi) \sec_W^2 + 6k_1 t_W^2]$
$ZZ'h_1$	$-\frac{1}{2\sqrt{3}\sqrt{h_W}} g^2 c_\beta (3 + h_W - 3c_{2W}) \sec_W^2$
$W^+W^-h^2$	$\frac{1}{2}s_\beta g^2 v_\rho$
$V^+V^-h^2$	$\frac{1}{2}c_\beta g^2 v_\chi$
$U^{++}U^{--}h^2$	$\frac{1}{2}(s_\beta v_\rho + c_\beta v_\chi) g^2$
ZZh_2	$\frac{1}{4}g^2 v_\rho s_\beta \sec_W^2$
ZZh_2	$\frac{g^2}{12h_W} [h_W^2 (s_\beta v_\rho + 4c_\beta v_\chi) \sec_W^2 + 12k_2 t_W^2]$
$Z'Z'h_2$	$-\frac{1}{2\sqrt{3}\sqrt{h_W}} g^2 s_\beta (3 + h_W - 3c_{2W}) \sec_W^2$
$W^\pm V^\pm h^{\pm\pm}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} (c_\alpha v_\rho + s_\alpha v_\chi) g^2$
$U^{\pm\pm} A h^{\mp\mp}$	$g^2 (c_\alpha v_\rho - s_\alpha v_\chi) s_W$
$U^{\pm\pm} Z h^{\mp\mp}$	$\frac{1}{4}g^2 [-3c_\alpha v_\rho + s_\alpha v_\chi + 2(c_\alpha v_\rho - s_\alpha v_\chi) c_{2W}] \sec_W$
$A_\mu h^{++} h^{--}$	$-\frac{3}{2}i g s_W (k_1 - k_2)_\mu$
$Z_\mu h^{++} h^{--}$	$-\frac{1}{4}i g [-3c_\alpha^2 - s_\alpha^2 + 3c_{2W}] \sec_W (k_1 - k_2)_\mu$

$U_\mu^{\pm\pm} h_1 h^{\mp\mp}$	$\pm ig \cos(\alpha + \beta) (k_1 - k_2)_\mu$
$U_\mu^{\pm\pm} h_2 h^{\mp\mp}$	$\pm ig \sin(\alpha + \beta) (k_1 - k_2)_\mu$

onde as quantidades k_1 e k_2 são definidas, respectivamente, da forma

$$k_1 \equiv (3 + 2h_W) c_\beta v_\rho - (3 + 4h_W) s_\beta v_\chi - 3(c_\beta v_\rho - s_\beta v_\chi) c_{2W}$$

e

$$k_2 \equiv (s_\beta v_\rho + 2c_\beta v_\rho) h_W + 3(s_\beta v_\rho + c_\beta v_\chi) s_W^2.$$

Agora, apresentaremos os termos quárticos entre os bósons de gauge e escalares:

Vértice	Regras de Feynmann para os vértices
$W^+ W^- h^1 h^1$	$\frac{1}{4} c_\beta^2 g^2$
$V^+ V^- h^1 h^1$	$\frac{1}{4} s_\beta^2 g^2$
$U^{++} U^{--} h^1 h^1$	$\frac{1}{4} g^2$
$ZZ h_1 h_1$	$\frac{1}{8} g^2 c_\beta^2 \sec_W^2$
$Z' Z' h_1 h_1$	$\frac{1}{24 h_W} g^2 [k_3 + 12(h_W(c_\beta^2 + 2s_\beta^2) + 3s_W^2) t_W^2]$
$Z Z' h_1 h_1$	$-\frac{1}{4\sqrt{3}\sqrt{h_W}} g^2 c_\beta^2 (3 + h_W - 3c_{2W}) \sec_W^2$
$W^+ W^- h^2 h^2$	$\frac{1}{4} s_\beta^2 g^2$
$V^+ V^- h^2 h^2$	$\frac{1}{4} c_\beta^2 g^2$
$U^{++} U^{--} h^2 h^2$	$\frac{1}{4} g^2$
$ZZ h_2 h_2$	$\frac{1}{8} g^2 s_\beta^2 \sec_W^2$
$Z' Z' h_2 h_2$	$\frac{1}{24 h_W} g^2 [k_4 + 12(h_W(2c_\beta^2 + s_\beta^2) + 3s_W^2) t_W^2]$
$Z Z' h_2 h_2$	$-\frac{1}{12 h_W} g^2 s_\beta^2 (\sqrt{3}(3 + h_W - 3c_{2W}) \sec_W^2)$
$W^+ W^- h^1 h^2$	$\frac{1}{2} c_\beta s_\beta g^2$
$V^+ V^- h^1 h^2$	$-\frac{1}{2} c_\beta s_\beta g^2$
$ZZ h_1 h_2$	$\frac{1}{8} g^2 s_{2\beta} \sec_W^2$
$Z' Z' h_1 h_2$	$-\frac{1}{8} g^2 s_{2\beta} [h_W \sec_W^2 + 4t_W^2]$
$Z Z' h_1 h_2$	$-\frac{1}{4\sqrt{3}\sqrt{h_W}} g^2 (-6 + h_W - 3c_{2W}) \sec_W^2$
$W^+ W^- h^{++} h^{--}$	$\frac{1}{2} s_\alpha^2 g^2$
$V^+ V^- h^{++} h^{--}$	$\frac{1}{2} c_\alpha^2 g^2$
$ZZ h^{++} h^{--}$	$\frac{1}{4} g^2 [3(2c_\alpha^2 - s_\alpha^2) - 4(2c_\alpha^2 + s_\alpha^2) c_{2W} + 2c_{2W}] \sec_W^2$
$Z' Z' h^{++} h^{--}$	$\frac{g^2}{12 h_W} [k_5 + h_W^2 (4c_\alpha^2 + s_\alpha^2) \sec_W^2]$
$Z Z' h^{++} h^{--}$	$\frac{1}{2\sqrt{3} h_W} g^2 [k_6 + h_W (-s_\alpha^2 + (8c_\alpha^2 + 3s_\alpha^2) t_W^2)]$
$U^{++} U^{--} h^{++} h^{--}$	$\frac{1}{2} g^2$

$Ah^{++}h^{--}$	$4g^2s_W^2$
$W^\pm V^\pm h^1 h^{\mp\mp}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 \cos(\alpha + \beta)$
$U^{\pm\pm} Ah^1 h^{\mp\mp}$	$g^2 s_w^2 \cos(\alpha - \beta)$
$W^\pm V^\pm h^2 h^{\mp\mp}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}}g^2 \sin(\alpha + \beta)$
$U^{\pm\pm} Ah^{\mp\mp} h^2$	$g^2 s_w^2 \sin(\beta - \alpha)$

onde definimos as quantidades

$$k_3 \equiv h_W^2 (c_\beta^2 + 4s_\beta^2) \sec_W^2,$$

$$k_4 \equiv h_W^2 (4c_\beta^2 + s_\beta^2) \sec_W^2,$$

$$k_5 \equiv -6 (c_\alpha^2 (-3 + 4h_W) + (-3 + 2h_W) s_\alpha^2 + 3c_{2W}) t_W^2$$

e

$$k_6 \equiv -6s_W^2 (-s_\alpha^2 + (4c_\alpha^2 + 3s_\alpha^2) t_W^2).$$

APÊNDICE D – Acoplamentos

Escalar-Escalar

Neste apêndice apresentaremos as autointerações entre os escalares físicos do modelo RM331. Os termos aqui desenvolvidos são oriundos do potencial escalar da eq. (3.18) e, mostrados na tabela,

Vértice	Regras de Feynmann para os vértices
h_1^3	$6i\lambda_1 v_\rho c_\beta^3 - 6i\lambda_2 v_\chi s_\beta^3 + 3i\lambda_3 v_\rho s_\beta^2 c_\beta - 3i\lambda_3 v_\chi s_\beta c_\beta^2$
$h_1^2 h_2$	$6i\lambda_1 v_\rho s_\beta c_\beta^2 + 6i\lambda_2 v_\chi s_\beta^2 c_\beta + i\lambda_3 v_\rho (s_\beta^3 - 2s_\beta c_\beta^2) + i\lambda_3 v_\chi (c_\beta^3 - 2s_\beta^2 c_\beta)$
$h_1 h_2^2$	$6i\lambda_1 v_\rho s_\beta^2 c_\beta^2 - 6i\lambda_2 v_\chi s_\beta c_\beta^2 + i\lambda_3 v_\rho (c_\beta^3 - 2s_\beta^2 c_\beta) - i\lambda_3 v_\chi (s_\beta^3 - 2s_\beta c_\beta^2)$
h_2^3	$6i\lambda_1 v_\rho s_\beta^3 + 6i\lambda_2 v_\chi c_\beta^3 + 3i\lambda_3 v_\rho s_\beta c_\beta^2 - 3i\lambda_3 v_\chi s_\beta^2 c_\beta$
$h_1 h^{++} h^{--}$	$2i\lambda_1 v_\rho c_\alpha^2 c_\beta - 2i\lambda_2 v_\chi s_\alpha^2 s_\beta + i\lambda_3 v_\rho s_\alpha^2 c_\beta - i\lambda_3 v_\chi c_\alpha^2 s_\beta + i\lambda_4 v_\rho s_\alpha c_{(\alpha-\beta)} + i\lambda_4 v_\chi c_\alpha c_{(\alpha-\beta)}$
$h_2 h^{++} h^{--}$	$2i\lambda_1 v_\rho c_\alpha^2 s_\beta + 2i\lambda_2 v_\chi s_\alpha^2 c_\beta + i\lambda_3 v_\rho s_\alpha^2 s_\beta + i\lambda_3 v_\chi c_\alpha^2 c_\beta - i\lambda_4 v_\rho s_\alpha c_{(\alpha-\beta)} - i\lambda_4 v_\chi c_\alpha c_{(\alpha-\beta)}$
h_1^4	$6i\lambda_1 c_\beta^4 + 6i\lambda_2 s_\beta^4 + \frac{3}{2}i\lambda_3 s_{2\beta}^2$
$h_1^3 h_2$	$6i\lambda_1 s_\beta c_\beta^3 - 6i\lambda_2 s_\beta^3 c_\beta - \frac{3}{2}i\lambda_3 s_{2\beta} c_{2\beta}$
$h_1^2 h_2^2$	$\frac{3}{2}i\lambda_1 s_{2\beta}^2 + \frac{3}{2}i\lambda_2 s_{2\beta}^2 + i\lambda_3 (c_{2\beta}^2 - \frac{1}{2}s_{2\beta}^2)$
$h_1 h_2^3$	$6i\lambda_1 s_\beta^3 c_\beta - 6i\lambda_2 s_\beta c_\beta^3 + \frac{3}{2}i\lambda_3 s_{2\beta} c_{2\beta}$
h_2^4	$6i\lambda_1 s_\beta^4 + 6i\lambda_2 c_\beta^4 + \frac{3}{2}i\lambda_3 s_{2\beta}^2 c_\beta^2$
$h_1^2 h^{++} h^{--}$	$2i\lambda_1 c_\alpha^2 c_\beta^2 + 2i\lambda_2 s_\alpha^2 s_\beta^2 + i\lambda_3 (s_\alpha^2 c_\beta^2 + c_\alpha^2 s_\beta^2) + i\lambda_4 s_{(\alpha-\beta)}^2$
$h_1 h_2 h^{++} h^{--}$	$i\lambda_1 c_\alpha^2 s_{2\beta} - 2i\lambda_2 s_\alpha^2 s_{2\beta} - \frac{1}{2}i\lambda_3 c_{2\alpha} s_{2\beta} + \frac{1}{2}i\lambda_4 s_{2(\alpha-\beta)}$
$h_1^2 h^{++} h^{--}$	$2i\lambda_1 c_\alpha^2 s_\beta^2 + 2i\lambda_2 s_\alpha^2 c_\beta^2 + i\lambda_3 (s_\alpha^2 s_\beta^2 + c_\alpha^2 c_\beta^2) + i\lambda_4 c_{(\alpha-\beta)}^2$
$(h^{++} h^{--})^2$	$4i\lambda_1 c_\alpha^4 + 4i\lambda_2 s_\alpha^4 + i\lambda_3 s_{2\alpha}^2$

APÊNDICE E – Acoplamentos

Férmions-Escalar

Para este apêndice, apresentaremos as interações entre os férmions e os escalares do modelo RM331. Iniciando o desenvolvimento entre os léptons e escalares, através do operador efetivo de cinco dimensões dado em eq. (3.31), obtemos:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_l = & \frac{\kappa}{2} \left(c_\beta - \frac{v_\rho}{v_\chi} s_\beta \right) \bar{l} l h_1 + \frac{\kappa}{2} \left(s_\beta + \frac{v_\rho}{v_\chi} c_\beta \right) \bar{l} l h_2 - \frac{\kappa}{4v_\chi} s_{2\beta} \bar{l} l h_1 h_1 \\
& + \frac{\kappa}{4v_\chi} s_{2\beta} \bar{l} l h_2 h_2 + \frac{\kappa}{2v_\chi} c_{2\beta} \bar{l} l h_1 h_2 + \frac{\kappa}{2v_\chi} s_{2\alpha} \bar{l} l h^{++} h^{--} \\
& + \frac{\kappa}{\sqrt{2}} \left(\frac{v_\rho}{v_\chi} s_\alpha h^{--} \bar{l}_L(l^c)_R + c_\alpha h^{--} \bar{l}_R(l^c)_L + h.c. \right) \\
& + \frac{\kappa}{\sqrt{2}v_\chi} (s_\alpha c_\beta h^{--} \bar{l}_L(l^c)_R - c_\alpha s_\beta h^{--} \bar{l}_R(l^c)_L + h.c.) h_1 \\
& + \frac{\kappa}{\sqrt{2}v_\chi} (s_\alpha s_\beta h^{--} \bar{l}_L(l^c)_R + c_\alpha c_\beta h^{--} \bar{l}_R(l^c)_L + h.c.) h_2,
\end{aligned} \tag{E.1}$$

onde $l = e, \mu, \tau$ representa as famílias dos léptons.

Na sequência, apresentaremos as interações renormalizáveis entre os quarks padrões e os escalares físicos do modelo RM331. Tais interações estão contida na lagrangiana,

$$\mathcal{L} = \bar{u}_L \Gamma_1^u u_R h_1 + \bar{u}_L \Gamma_2^u u_R h_2 + \bar{d}_L \Gamma_1^d d_R h_1 + \bar{d}_L \Gamma_2^d d_R h_2 + h.c., \tag{E.2}$$

onde $u = (u, c, t)$ e $d = (d, s, b)$ representam as famílias dos quarks e, as matrizes são definidas como

$$\Gamma_1^u = \frac{c_\beta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{\lambda_{11}^u}{\sqrt{2}} \left(\frac{1 - v_\rho s_\beta}{v_\chi c_\beta} \right) & \frac{\lambda_{12}^u}{\sqrt{2}} \left(\frac{1 - v_\rho s_\beta}{v_\chi c_\beta} \right) & \frac{\lambda_{13}^u}{\sqrt{2}} \left(\frac{1 - v_\rho s_\beta}{v_\chi c_\beta} \right) \\ \lambda_{21}^u & \lambda_{22}^u & \lambda_{23}^u \\ \lambda_{31}^u & \lambda_{32}^u & \lambda_{33}^u \end{pmatrix}; \tag{E.3}$$

$$\Gamma_2^u = \frac{s_\beta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{\lambda_{11}^u}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{v_\rho c_\beta}{v_\chi s_\beta}\right) & \frac{\lambda_{12}^u}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{v_\rho c_\beta}{v_\chi s_\beta}\right) & \frac{\lambda_{13}^u}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{v_\rho c_\beta}{v_\chi s_\beta}\right) \\ -\lambda_{21}^u & -\lambda_{22}^u & -\lambda_{23}^u \\ -\lambda_{31}^u & -\lambda_{32}^u & -\lambda_{33}^u \end{pmatrix}; \quad (\text{E.4})$$

$$\Gamma_1^d = \frac{c_\beta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{11}^d & \lambda_{12}^d & \lambda_{13}^d \\ \frac{\lambda_{21}^d}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v_\rho s_\beta}{v_\chi c_\beta}\right) & \frac{\lambda_{22}^d}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v_\rho s_\beta}{v_\chi c_\beta}\right) & \frac{\lambda_{23}^d}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v_\rho s_\beta}{v_\chi c_\beta}\right) \\ \frac{\lambda_{31}^d}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v_\rho s_\beta}{v_\chi c_\beta}\right) & \frac{\lambda_{32}^d}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v_\rho s_\beta}{v_\chi c_\beta}\right) & \frac{\lambda_{33}^d}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v_\rho s_\beta}{v_\chi c_\beta}\right) \end{pmatrix}; \quad (\text{E.5})$$

$$\Gamma_2^d = \frac{s_\beta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{11}^d & \lambda_{12}^d & \lambda_{13}^d \\ \frac{\lambda_{21}^d}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{v_\rho c_\beta}{v_\chi s_\beta}\right) & \frac{\lambda_{22}^d}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{v_\rho c_\beta}{v_\chi s_\beta}\right) & \frac{\lambda_{23}^d}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{v_\rho c_\beta}{v_\chi s_\beta}\right) \\ \frac{\lambda_{31}^d}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{v_\rho c_\beta}{v_\chi s_\beta}\right) & \frac{\lambda_{32}^d}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{v_\rho c_\beta}{v_\chi s_\beta}\right) & \frac{\lambda_{33}^d}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{v_\rho c_\beta}{v_\chi s_\beta}\right) \end{pmatrix}. \quad (\text{E.6})$$

Um resultado muito interessante destas interações é o fato de ocorrer troca de sabor na corrente neutra mediada pelos escalares (como mencionado anteriormente).

Referências Bibliográficas

- [1] NAKAMURA., K. et al. Review of Particle Physics. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys*, v. 37, p. 075021, 2010.
- [2] GEORGI, H.; GLASHOW, S. L. Unity of all elementary-particle forces. *Phys. Rev. Lett.*, v. 32, p. 438–441, Feb 1974.
- [3] HARTANTO, A.; HANDOKO, L. T. Grand unified theory based on the $su(6)$ symmetry. *Phys. Rev. D*, v. 71, p. 095013, May 2005.
- [4] HOWARD BAER, X. T. *Weak scale supersymmetry from superfields to scattering events*. Cambridge University Press, 2006.
- [5] MARTIN, S. P. A Supersymmetry primer. *Adv.Ser.Direct.High Energy Phys.*, v. 21, p. 1–153, 2010.
- [6] ARKANI-HAMED, N.; DIMOPOULOS, S.; DVALI, G. The Hierarchy problem and new dimensions at a millimeter. *Phys.Lett.*, v. B429, p. 263–272, 1998.
- [7] BURDMAN, G. Theories with extra dimensions. *AIP Conf.Proc.*, v. 753, p. 390–399, 2005.
- [8] APPELQUIST, T.; CHENG, H.-C.; DOBRESCU, B. A. Bounds on universal extra dimensions. *Phys. Rev. D*, v. 64, p. 035002, Jun 2001.
- [9] RANDALL, L.; SUNDRUM, R. Large mass hierarchy from a small extra dimension. *Phys. Rev. Lett.*, v. 83, p. 3370–3373, Oct 1999.
- [10] PISANO, F.; PLEITEZ, V. $su(3) \otimes u(1)$ model for electroweak interactions. *Phys. Rev. D*, v. 46, p. 410–417, Jul 1992.
- [11] FRAMPTON, P. H. Chiral dilepton model and the flavor question. *Phys. Rev. Lett.*, v. 69, p. 2889–2891, Nov 1992.
- [12] PISANO, F. A Simple solution for the flavor question. *Mod.Phys.Lett.*, v. A11, p. 2639–2647, 1996.

- [13] CUYPERS, F.; DAVIDSON, S. Bileptons: Present limits and future prospects. *Eur.Phys.J.*, v. C2, p. 503–528, 1998.
- [14] FERREIRA, J.G., J.; PINHEIRO, P.; PIRES, C. S.; DA SILVA, P. R. The Minimal 3-3-1 model with only two Higgs triplets. *Phys.Rev.*, v. D84, p. 095019, 2011.
- [15] GLASHOW, S. L. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, v. 22, n. 4, p. 579 – 588, 1961.
- [16] WEINBERG, S. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*, v. 19, p. 1264–1266, Nov 1967.
- [17] SALAM, A. Weak and electromagnetic interactions - in elementary particle theory: relativistic groups and analyticity. *Almqvist and Wiksell*, 1968.
- [18] YANG, C. N.; MILLS, R. L. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Phys. Rev.*, v. 96, p. 191–195, Oct 1954.
- [19] GOLDSTONE, J. Field theories with superconductor solutions. *Il Nuovo Cimento*, v. 19, n. 1, p. 154–164, 1961.
- [20] HIGGS, P. Broken symmetries, massless particles and gauge fields. *Physics Letters*, v. 12, n. 2, p. 132 – 133, 1964.
- [21] HIGGS, P. W. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Phys. Rev. Lett.*, v. 13, p. 508–509, Oct 1964.
- [22] FERMI, E. An attempt of a theory of beta radiation. 1. *Z.Phys.*, v. 88, p. 161–177, 1934.
- [23] PESKIN, M. E.; SCHROEDER, D. V. *An introduction to quantum field theory*. Westview Press, 1995.
- [24] GEORGI, H. *Lie algebras in particle physics: from isospin to unified theories*. Westview Press, 1999.
- [25] SALAM, A.; WARD, J. Electromagnetic and weak interactions. *Physics Letters*, v. 13, n. 2, p. 168 – 171, 1964.
- [26] QUIGG, C. *Gauge theories of the strong, weak, and electromagnetic interactions*. Addison-Wesley, 1983.
- [27] NOVAES, S. Standard model: An Introduction. 1999.

- [28] YUKAWA, H. On the interaction of elementary particles. *Proc. Phys. Math. Soc. Japan*, v. 17, n. 48, 1935.
- [29] ROY, D. Solar neutrino oscillation: An Overview. p. 150–166, 2004.
- [30] CABIBBO, N. Unitary symmetry and leptonic decays. *Phys. Rev. Lett.*, v. 10, p. 531–533, Jun 1963.
- [31] KOBAYASHI, M.; MASKAWA, T. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction. *Prog.Theor.Phys.*, v. 49, p. 652–657, 1973.
- [32] WOLFENSTEIN, L. Parametrization of the kobayashi-maskawa matrix. *Phys. Rev. Lett.*, v. 51, p. 1945–1947, Nov 1983.
- [33] GLASHOW, S. L.; ILIOPOULOS, J.; MAIANI, L. Weak interactions with lepton-hadron symmetry. *Phys. Rev. D*, v. 2, p. 1285–1292, Oct 1970.
- [34] YOSHIMURA, M. Muon number nonconservation in a unified scheme of all interactions. *Progress of Theoretical Physics*, Kyoto, v. 58, n. 3, p. 972–977, 1977.
- [35] KOMATSU, H. Neutral current reactions and $su(3) \otimes u(1)$ gauge models. *Progress of Theoretical Physics*, Kyoto, v. 59, n. 6, p. 2013–2027, 1978.
- [36] LANGACKER, P.; SEGRE, G. Heavy Leptons and Trimuons in an $SU(3) \times U(1)$ Model. *Phys.Rev.Lett.*, v. 39, p. 259, 1977.
- [37] LEE, B. W.; WEINBERG, S. $SU(3) \times U(1)$ Gauge Theory of the Weak and Electromagnetic Interactions. *Phys.Rev.Lett.*, v. 38, p. 1237, 1977.
- [38] SLADKOWSKI, J.; ZRALEK, M. Charge quantization in the standard model with the three generations of fermions. *Phys.Rev.*, v. D45, p. 1701–1707, 1992.
- [39] FOOT, R.; JOSHI, G. C.; LEW, H.; VOLKAS, R. Charge quantization in the standard model and some of its extensions. *Mod.Phys.Lett.*, v. A5, p. 2721–2732, 1990.
- [40] NOWAKOWSKI, M.; PILAFTSIS, A. Note on charge quantization through anomaly cancellation. *Phys. Rev. D*, v. 48, p. 259–263, Jul 1993.
- [41] DE SOUSA PIRES, C. A.; RAVINEZ, O. Charge quantization in a chiral bilepton gauge model. *Phys.Rev.*, v. D58, p. 035008, 1998.

- [42] FOOT, R.; HERNANDEZ, O. F.; PISANO, F.; PLEITEZ, V. Lepton masses in an SU(3)-L x U(1)-N gauge model. *Phys.Rev.*, v. D47, p. 4158–4161, 1993.
- [43] GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Phys. Rev. Lett.*, v. 30, p. 1343–1346, Jun 1973.
- [44] POLITZER, H. D. Reliable perturbative results for strong interactions? *Phys. Rev. Lett.*, v. 30, p. 1346–1349, Jun 1973.
- [45] MONTERO, J.; DE S. PIRES, C.; PLEITEZ, V. Lepton masses from a TeV scale in a 3-3-1 model. *Phys.Rev.*, v. D66, p. 113003, 2002.
- [46] QUEIROZ, F.; DE S. PIRES, C.; DA SILVA, P. R. A minimal 3-3-1 model with naturally sub-eV neutrinos. *Phys.Rev.*, v. D82, p. 065018, 2010.
- [47] DIAS, A. G.; MARTINEZ, R.; PLEITEZ, V. Concerning the Landau pole in 3-3-1 models. *Eur.Phys.J.*, v. C39, p. 101–107, 2005.
- [48] DIAS, A. G.; PLEITEZ, V. Stabilization of the Electroweak Scale in 3-3-1 Models. *Phys.Rev.*, v. D80, p. 056007, 2009.
- [49] KY, N. A.; LONG, H. N.; SOA, D. V.; TRUNG, L. P.; VAN, V. T. Bounds on masses of new gauge bosons in the 3 - 3 - 1 models. 2000.
- [50] NG, D. The Electroweak theory of SU(3) x U(1). *Phys.Rev.*, v. D49, p. 4805–4811, 1994.
- [51] FUKUDA, Y. et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys.Rev.Lett.*, v. 81, p. 1562–1567, 1998.
- [52] DE SOUSA PIRES, C. A. *Aspectos teóricos de um modelo $su(3)_c \otimes su(3)_l \otimes u(1)_x$* . 1999. Tese (Doutorado em Física) - Instituto de Física Teórica, 1999.
- [53] PEREZ, M. A.; TAVARES-VELASCO, G.; TOSCANO, J. J. Two-body z' decays in the minimal 3-3-1 model. *Phys. Rev. D*, v. 69, p. 115004, Jun 2004.
- [54] DIAS, A. G. *O problema da violação cp forte e o limite perturbativo em extensões $su(3)_c \otimes su(3)_l \otimes u(1)_x$ do modelo padrão*. 2005. Tese (Doutorado em Física) - Universidade de São Paulo, 2005.