



UFPB - UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE
PRODUÇÃO

DIEGO TORQUATO UBALDINE

**UM MODELO MATEMÁTICO PARA MINIMIZAÇÃO DOS CUSTOS DE
TRANSPORTES EM MOVIMENTOS DE TERRA NA CONSTRUÇÃO DE
RODOVIAS**

João Pessoa – PB
Fevereiro/2015

DIEGO TORQUATO UBALDINE

**UM MODELO MATEMÁTICO PARA MINIMIZAÇÃO DOS CUSTOS DE
TRANSPORTES EM MOVIMENTOS DE TERRA EM CONSTRUÇÃO DE
RODOVIAS**

Dissertação submetida à apreciação da banca examinadora do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de Concentração: Pesquisa Operacional

Subárea: Modelagem, Análise e Simulação

Professor Orientador: Dr. Roberto Quirino do Nascimento

João Pessoa – PB

Fevereiro/2015

DIEGO TORQUATO UBALDINE

**UM MODELO MATEMÁTICO PARA MINIMIZAÇÃO DOS CUSTOS DE
TRANSPORTES EM MOVIMENTOS DE TERRA EM CONSTRUÇÃO DE
RODOVIAS**

Dissertação submetida à apreciação da banca examinadora do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção.

Avaliado e aprovado em 27 de fevereiro de 2015 pela banca examinadora:

Dr. Roberto Quirino do Nascimento

UFPB – Universidade Federal da Paraíba – Orientador

Dr. Lucídio dos Anjos Formiga Cabral

UFPB – Universidade Federal da Paraíba – Avaliador Interno

Dr. Matheus da Silva Menezes

UFERSA – Universidade Federal do Semi-Árido – Avaliador Externo

DEDICATÓRIA

À Deus, minha família, noiva e amigos pelo suporte incondicional, sem o qual não haveria meios de concluir esta pesquisa de forma satisfatória.

AGRADECIMENTOS

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, PPGEPP, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

Aos colegas do PPGEPP pelo auxílio nas tarefas desenvolvidas durante o curso e apoio na revisão deste trabalho, principalmente, ao meu professor orientador Dr. Roberto Quirino pelo essencial norteamento desta pesquisa.

E, por fim, à CAPES pela provisão da bolsa de mestrado.

RESUMO

Esta pesquisa examina o histórico dos modelos matemáticos que lidam com problemas de alocação de recursos envolvendo a movimentação de massas – mais especificamente a movimentação de terra em obras de rodovias - o que envolve a análise da evolução dos modelos usados para a resolução deste tipo de problema – sua aplicabilidade, vantagens e desvantagens. A análise histórica dos modelos usados para tanto permite caminhar no sentido de criar um novo modelo que inclua dois aspectos pertinentes do cotidiano de empresas brasileiras envolvidas com construção de rodovias: tempo e obstáculo. Em seguida, aplica-se a nova formulação em um caso real do país, buscando-se medir sua efetividade e representatividade; para tanto, cria-se e utiliza-se o código computacional do modelo em VBA visando facilitar a aplicabilidade do mesmo tanto para os estudiosos da área quanto para empresários e engenheiros que lidem com o problema da movimentação de massas em seu cotidiano profissional.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional, Programação Linear, Otimização de Recursos, Minimização de Custos, Engenharia, Transportes, Logística, Movimentação de Terra.

ABSTRACT

This research examines the history of mathematical models that deal with resource allocation problems involving mass moving – specifically earth moving in construction of highways - which involves analysis of the evolution of models used for solving this type of problem - its applicability, advantages and disadvantages. The historical analysis of the models generates the foundation for creating a new model that includes two pertinent aspects of daily life of Brazilian companies involved in road construction: time and obstacle. Then, the new formulation is applied in a real life situation, seeking to measure its effectiveness and representativeness; for this purpose, a computational algorithm of the model is created and then used in VBA in order to facilitate the applicability of the model to both scholars of this field as to entrepreneurs and engineers who deal with the problem of mass moving in their daily professional activities.

Keywords: Operations Research, Linear Programming, Resource Optimization, Cost Minimization, Engineering, Transport, Logistics, Earthwork.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Visão perfilada e aérea de projetos típicos de construções de rodovias	20
Figura 2: Visão perfilada e aérea de projetos típicos de construções de rodovias com diferentes tipos de solos.....	25
Figura 3: Possíveis seções de corte e aterro de uma rodovia	29
Figura 4: (a) Exemplo de áreas de corte e aterro em projeto de construção de rodovia; (b) esquema direcionado bipartido correspondente.	31
Figura 5: Solução Irrealista x Solução Realista.....	37

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Seções de rodovia e volumes.	37
Tabela 2: Contribuições históricas dos modelos e seus graus de relevância no novo modelo....	43

LISTA DE ABREVIATURAS

UFFLP: Universidade Federal Fluminense Linear Programming

VBA: Visual Basic for Applications

UFFLP: Universidade Federal Fluminense Linear Programming

PIM: Programação Inteira Mista

SRCFP: Shortest Route Cut and Fill Problem

CBC: Coin Branch and Cut

DER: Departamento de Estradas de Rodagem do Estado de São Paulo

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
3. ANÁLISE DOS MODELOS, IMPACTOS E RELEVÂNCIA NO NOVO MODELO 40	
4. DO DESENVOLVIMENTO DO MODELO	46
5. DO CÓDIGO COMPUTACIONAL.....	50
6. DO PROBLEMA DA VIDA REAL.....	51
7. RESULTADOS ALCANÇADOS.....	53
8. RESULTADOS COMPUTACIONAIS	54
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
APÊNDICE I – CÓDIGO COMPUTACIONAL.....	58
APÊNDICE II – PROBLEMA GENÉRICO.....	63
APÊNDICE III – PLANILHA EXCEL DE ALIMENTAÇÃO DO MODELO E DE RESULTADOS.....	64
APÊNDICE IV – LOG DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO GERADO	66
APÊNDICE V – DEFINIÇÃO DO PROBLEMA REAL	67
APÊNDICE VI – SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO CASO REAL	69
APÊNDICE VII – LOG DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DO CASO REAL	70
APÊNDICE VIII – CÓDIGO COMPUTACIONAL MELHORADO.....	71
ANEXO I – PERFIL LONGITUDINAL DO PROJETO DE TERRAPLANAGEM.....	76
ANEXO II – MOVIMENTAÇÕES DEFINIDAS PELO MODELO NO PROJETO DE TERRAPLANAGEM	81

1. INTRODUÇÃO

O setor de construção civil é um dos setores que mais crescem no país como também um dos que desempenham grande papel no crescimento econômico nacional - haja vista o programa de estímulo à construção de moradias do governo federal Minha Casa, Minha Vida - porém, mesmo com toda a sua relevância, o referido setor não vem acompanhando a evolução dos demais tanto quanto o desejado no tocante à utilização de técnicas científicas que auxiliem o planejamento da obra e sua logística, convivendo sempre com o desperdício e a improvisação comum ao ambiente da construção civil.

A preocupação dos gestores há um tempo era, basicamente, com a área técnico-descritiva. Isso pode ser entendido pelo fato de seus principais subsectores, edificações e construção pesada, apresentarem, até então, baixa competitividade que conduziram a essa situação. Nos dias atuais, a competitividade tornou-se mais acirrada, evidenciando a necessidade de reverter esse quadro por meio de uma motivação compulsória dos empresários do setor; assim, muitos recorrem ao aprimoramento da logística no intuito de tornar suas empresas mais competitivas. A logística é o processo de planejar, implementar e controlar, de maneira eficiente, o fluxo e a armazenagem de produtos, bens, serviços e informações associadas, cobrindo desde o ponto de origem até o ponto de consumo, com o objetivo de atender aos requisitos do consumidor – conceito incorporado nas empresas industriais, com vários benefícios ao bom desempenho das mesmas. Portanto, também aplicável à indústria da construção civil, porém, para isso, ainda é necessário um processo de conscientização e divulgação aos empresários do setor dos benefícios e das vantagens propiciadas pela tecnologia logística, podendo ser, até mesmo, um diferencial estratégico e competitivo das empresas desse setor. No caso específico da construção de rodovias, melhorar a eficiência logística acarretaria, também, em redução de custos e economia de recursos.

Os custos de transportes com movimentos de terra são significativos em obras de grande porte como rodovias, por exemplo, podendo chegar a contabilizar 25% (Hare et al., 2011) do custo total de construção; sendo, portanto, um item importante a ser analisado. Considerando o caso específico das rodovias, sabe-se que o projeto de construção envolve vários passos e pode levar anos até que a obra seja completada. Antes de a construção começar, um levantamento topográfico preciso é feito e um layout da futura rodovia é desenhado, especificando o alinhamento e os declives e aclives. Assim que o layout da rodovia está terminado, os movimentos de terra

começam; os pontos de cortes definidos são escavados e as áreas de aterro são preenchidas, o que por vezes é feito sem que se leve em consideração a minimização da variável custo nos movimentos de terra, ou seja, sem que se use uma logística eficiente para remanejamento de terra; e é justamente nessa movimentação de terra entre os pontos que o custo de transporte pode ser reduzido. Geralmente, usa-se o diagrama de Brückner para cálculo de volumes e compensação de massas e, com isso, cria-se o projeto de terraplanagem e calcula-se os custos sem que haja qualquer análise acerca de como se poderia minimizar esses custos.

A literatura, através de Ahuja (1993), traz exemplo em que se usa o modelo do Fluxo de Custo Mínimo e seus algoritmos para otimização de problemas do tipo em questão – *cut and fill* ou *earthwork allocation problem* – onde se associa áreas de corte e aterro à pontos ou nós em uma rede e define-se os custos dos arcos, fazendo com que o algoritmo utilizado busque os caminhos que reduzam os custo de transporte, encontrando-se, assim, uma solução ótima de movimento de terra. Porém, por se tratar de um modelo básico, não representa a realidade e seus problemas tanto quanto poderia e nem incorpora formas de aumentar a eficiência do projeto como, por exemplo, a imposição de um tempo limite para término do processo de terraplanagem ou a representação de obstáculos na rodovia que impossibilitem a movimentação entre dois pontos; situações bastante pertinentes na realidade de empresas de construção civil.

Através da programação linear, é possível expandir modelos básicos e incluir complicações do mundo real, tais como: restrições de transporte nas rodovias, diferentes tipos de solo, locais de suporte para excesso ou falta de matérias, limite de tempo para conclusão da obra, entre outros. Para tanto, faz-se necessário examinar os modelos já existentes para a resolução deste tipo de problema a fim de se verificar até que ponto a realidade e suas especificidades está retratada, como também para que se chegue à conclusão de como incluir aspectos pertinentes do cotidiano de empresas do país. Esta é, portanto, a questão chave para que se desenvolva um modelo de maior representatividade nacional e que seja, também, de simples entendimento e aplicabilidade.

A literatura nacional, principalmente, é escassa no tocante à existência de estudos científicos que tragam modelos simplificados e mais condizentes com a realidade e necessidade atual das empresas e do meio ambiente como um todo, o que torna o presente trabalho um importante aditivo ao meio acadêmico por ser um passo na

direção do suprimento dessa carência, como também ao meio empresarial por auxiliar no planejamento e logística da obra a fim de otimizar seus resultados.

O desenvolvimento desta pesquisa demanda o uso de um software resolvidor de modelos de Programação Inteira Mista (PIM) para implementação e teste do modelo a ser criado. Portanto, a UFFLP – biblioteca de funções para integração entre softwares resolvidores de modelos de PIM tais como C/C++ e Visual Basic for Applications (VBA) – foi utilizada. Seu uso se tornou popular principalmente devido ao fato da linguagem VBA estar disponível dentro de planilhas de cálculo como o Microsoft Excel, o que facilita o tratamento dos dados utilizados pelos modelos matemáticos e a visualização dos resultados. Considerando o fato que muitos engenheiros recém-formados têm dificuldades em aplicar PIM em problemas reais, o professor Artur Alves Pessoa desenvolveu a UFFLP para ser usada nos cursos de Modelagem e Programação, como também em cursos afins e em monografias, dissertações de mestrado e teses de doutorado de estudantes do país. A escolha desta ferramenta se dá pelo fato de que a mesma é livre e provê ótimo suporte para o desenvolvimento de aplicações de modelos de PIM para uso real e acadêmico. Atualmente, a UFFLP suporta os resolvidores CPLEX e GUROBI, gratuitos para uso acadêmico, COIN CBC e CLPK, com código fonte aberto.

De início, esta pesquisa examina os modelos existentes usados para resolver o problema de alocação de recursos em movimentos de terra (*earthwork allocation problem*) - que é uma versão simplificada do problema de fluxo de custo mínimo (*minimal cost flow problem*) - a fim de avaliar como incorporar os aspectos tempo e obstáculo no novo modelo, considerando o caso específico da construção de rodovias. A partir deste exame histórico e tendo como base os modelos básicos para problemas do tipo em questão como os de Nicholls e Stark (1971), Mayer e Stark (1981) e Ahuja (1993), por exemplo, cria-se um novo modelo incorporando aspectos pertinentes da realidade brasileira. Com isso, utiliza-se a UFFLP para programar computacionalmente o novo modelo matemático a fim de testá-lo em um problema real.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Há não muito tempo o problema de como construir uma rodovia de um dado ponto A a um dado ponto B tem sido abordado pela literatura. Tal problema pode ser

resumido em três pontos: alinhamento horizontal, alinhamento vertical e movimentação de massas.

Primeiramente, foca-se no alinhamento horizontal. Para tanto, examina-se a trajetória da rodovia do ponto de vista de um satélite. O objetivo primário dessa fase é minimizar tanto o custo de construção quanto os impactos negativos da rodovia, ligando os possíveis pontos de início e fim com a menor distância possível, através do terreno menos acidentado e causando o mínimo de danos ambientais. O custo de construção para o problema de alinhamento horizontal depende de fatores como o custo para se adquirir a terra e do resultado da fase de alinhamento vertical. Ao término desta etapa, os pontos de início e fim da rodovia são definidos.

Definida a curva da rodovia, verifica-se o perfil vertical do solo ao longo da curva. O perfil da rodovia deve respeitar várias restrições de grade e especificações de rodovia. O custo do problema de alinhamento vertical depende de fatores como o comprimento da rodovia e do pavimento usado e do resultado da otimização da movimentação de massas.

Fixado o alinhamento vertical, a otimização dos movimentos de terra considera o perfil atual do terreno com o perfil da rodovia alvo. A meta é determinar o método para rearranjar a terra numa superfície nova com o alinhamento desejado e que minimize o custo, que é o foco único e principal do presente trabalho.

A ferramenta gráfica mais usada para alocação de terra é o método do diagrama de massas, ou diagrama de Brückner, que ajuda no cálculo de distâncias médias de transporte e auxilia na definição da melhor localização de caixas de empréstimo e locais de bota-fora; porém, tal ferramenta possui sua aplicação limitada uma vez que não se ajusta bem em ocasiões onde as quantidades de cortes e de aterros estão desbalanceadas, onde existem diferentes tipos de solos, onde diferentes graus de compactação são requeridos em várias camadas, onde os custos de transporte não são proporcionais às distâncias de transporte, ou até mesmo quando as rotas de transporte apresentam algum tipo de obstrução. Para resolver este problema de descompasso entre ferramenta e realidade, os modelos matemáticos vêm sendo desenvolvidos e aprimorados desde Nicholls e Stark (1971).

O problema da movimentação de massas é, também, retratado na literatura como *shortest route cut and fill problem (SRCFP)* ou problema de corte e aterro de rota

mais curta, numa tradução literal. O problema requer conhecimento a priori da frota de veículos a serem utilizados e a solução fornece detalhes do movimento individual de cada veículo. Tal problema, que fornece solução detalhada, é conhecido por ser NP-difícil. Porém, para o propósito do design da rodovia, só se faz necessário o custo de construção da movimentação de massa total. Assim, considera-se um problema mais simples que não fornece os detalhes dos movimentos dos veículos. Para tanto, utiliza-se uma programação linear clássica para o problema que vem sendo desenvolvida desde 1971.

Nicholls e Stark (1971) propuseram o primeiro modelo matemático para o problema em questão. A princípio, eles dividiram a terra em m_s seções a serem indexadas ao conjunto S . Para cada $i \in S$, computa-se uma mudança requerida no volume V_i , se a mudança requerida no volume para uma seção é positiva, então a seção possui um corte de terra a ser movido para fora da seção, caso seja negativa, o aterro é necessário naquela seção. Para cada par de seções i e $j \in S, (i \neq j)$, introduz-se a variável x_{ij} que representa o número mínimo de unidades de terra movida da seção i para a seção j . Finalmente, para cada par de seção i e $j \in S, (i \neq j)$, é provido um valor c_{ij} que representa o número de unidades de terra movida da seção i para a seção j . O modelo básico visa minimizar o custo total de forma que cada seção receba ou remova o volume apropriado de terra. O modelo do problema é descrito a seguir:

Minimizar:

$$\sum_{\substack{i,j \in S \\ i \neq j}} c_{ij} x_{ij} \quad (1a)$$

Sujeito à:

$$\sum_{\substack{j \in S \\ j \neq i}} (x_{ij} - x_{ji}) = V_i, \quad \forall i \in S \quad (2a)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j \in S, i \neq j \quad (3a)$$

A função objetivo (1a) minimiza os custos de transporte dados os movimentos entre seções da rodovia. A restrição (2a) é a restrição de equilíbrio, intenciona equilibrar os volumes que saem dos pontos de corte e que entram nos pontos de aterros dado o

layout final da rodovia que se quer alcançar. A restrição (3a) é a de não-negatividade, garante que as variáveis não assumam valores negativos. O modelo apresentado possui uma grande limitação; somente encontra um valor viável se, e somente se, a soma de todas as mudanças requeridas nos volumes for exatamente igual a zero. Para tanto, o volume de terra que sai nos cortes teria que ser igual ao volume de terra que entra nos aterros.

Mayer e Stark (1981) melhoram esse modelo e introduziram ao mesmo a noção de caixa de empréstimo (*borrow pit*) e local de bota-fora (*waste pit*). Criam-se, assim, m_b caixas de empréstimos e m_w locais de bota-foras que serão indexados aos conjuntos B e W , respectivamente. Movimentos de terra entre a caixa de empréstimo e uma seção da rodovia são representados pela variável x_{ij} onde $i \in B$ e $j \in S$. Similarmente, movimentos de terra entre uma seção da rodovia e um local de bota-fora são representados pela variável x_{ij} onde $i \in S$ e $j \in W$. Movimentos para dentro de uma caixa de empréstimo e para fora de um local de bota-fora não são permitidos. Também é fornecido um custo c_{ij} que representa o custo de se mover uma unidade de terra de i para j . Tipicamente, o custo de se adquirir terra de uma caixa de empréstimo é mais elevado do que o de se extrair terra de uma seção da rodovia, entretanto, o custo de se colocar terra num local de bota-fora é geralmente mais barato do que o de se colocar numa seção da rodovia. Todavia, o custo adicional de movimentação para fora de uma caixa de empréstimo ou para dentro de um local de bota-fora é consideravelmente maior do que o custo de movimentação entre seções da rodovia, o que compromete este modelo em termos de eficiência em custos, sendo este o aspecto negativo do mesmo.

Visando simplificar a notação, os autores definiram que para cada $i \in S \cup B \cup W$, introduz-se o conjunto $M_{\rightarrow}^i$, que consiste em todos os índices j tal que x_{ij} é um movimento permitido:

$$M_{\rightarrow}^i = \begin{cases} j \in S \cup W, j \neq i & \text{se } i \in S \\ j : j \in S & \text{se } i \in B \\ \emptyset & \text{se } i \in W \end{cases}$$

De forma similar, para cada $i \in S \cup B \cup W$, introduz-se $M_{\leftarrow}^i$ que consiste de todos os índices j tal que x_{ji} é um movimento permitido:

$$M_{\leftarrow}^i = \begin{cases} j \in S \cup B, j \neq i & \text{se } i \in S \\ j : \emptyset & \text{se } i \in B \\ j \in S & \text{se } i \in W \end{cases}$$

Observa-se, com isso, que $j \in M_{\rightarrow}^i$, se, e somente se, $i \in M_{\leftarrow}^j$.

A partir deste ponto, cria-se o M^2 que consiste em todos os pares indexados de forma que x_{ij} é um movimento permitido.

$$M^2 = \{(i, j) : j \in M_{\rightarrow}^i\}$$

O modelo completo de programação linear para otimização de movimentos de massas é descrito a seguir:

Minimizar:

$$\sum_{(i,j) \in M^2} c_{ij} x_{ij} \quad (1b)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j \in M_{\rightarrow}^i} x_{ij} - \sum_{j \in M_{\leftarrow}^i} x_{ji} = V_i, \forall i \in S \quad (2b)$$

$$\sum_{j \in M_{\rightarrow}^i} x_{ij} \leq C_i, \forall i \in B \quad (3b)$$

$$\sum_{j \in M_{\leftarrow}^i} x_{ji} \leq C_i, \forall i \in W \quad (4b)$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \in M^2 \quad (5b)$$

A função objetivo (1b) minimiza o custo total de movimentação de massas. As restrições (2b) afirmam que a solução deve balancear a mudança requerida no volume de terra para cada seção da rodovia e são chamadas de restrições de equilíbrio. As restrições (3b) e (4b) são as restrições de capacidade, pois definem a capacidade máxima de cada caixa de empréstimo e local de bota-fora. As restrições (5b) garantem a não-negatividade das variáveis.

Considerando que $V_s = \sum_{i \in S} V_i$, $C_b = \sum_{i \in B} C_i$, e $C_w = \sum_{i \in W} C_i$; as condições $C_w - V_s \geq 0$ e $C_b + V_s \geq 0$ garantem que o problema de programação linear seja viável, uma vez que as caixas de empréstimo e locais de bota-foras fornecem folga suficiente. Sendo assim, para garantir a viabilidade, deve-se, nesse modelo, garantir que exista pelo menos uma caixa de empréstimo e um local de bota-fora com capacidade extremamente grande.

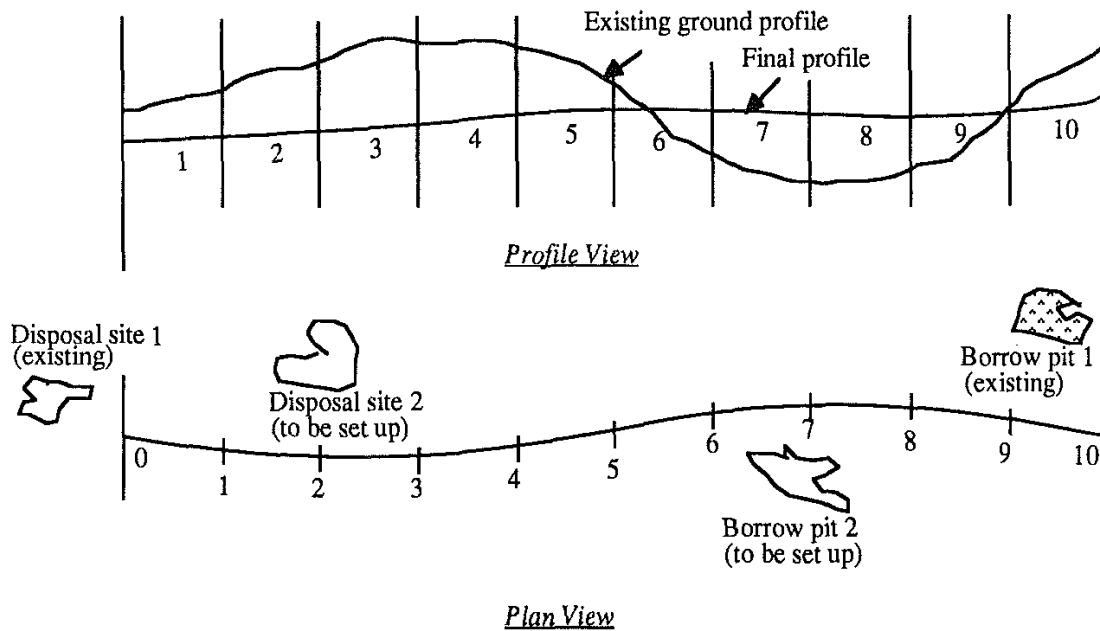
Ainda em 1981, Meyer e Stark incorporaram ao seu modelo, a possibilidade de existência de diferentes tipos de materiais ao criarem variáveis e custos para cascalho, barro, e pedra. Com isso, o modelo passa a abstrair melhor a realidade, pois, a depender do tipo de material a ser transportado, o equipamento necessário para isto pode variar e, por consequência, seu custo também. Será apresentado mais à frente o modelo de Jayawardane e Harris (1990) que, inspirados em Meyer e Stark, incorporaram ao seu modelo a possibilidade de tratamento de diferentes tipos de materiais e foram além; incluíram no modelo a duração do projeto e a seleção dinâmica de locais de despejo e de empréstimo, resolvendo o problema utilizando programação linear inteira mista.

Anos antes de Jayawardane e Harris proporem seu modelo, Christian e Caldera (1988) apresentaram seu próprio modelo para otimização de movimentação de massas baseado em um problema padrão de transporte. A partir daí, consideraram depósitos em áreas de corte e aterro para o caso de ocorrerem diferenças entre as quantidades cortadas e aterradas, como também consideraram um alto custo unitário de transporte para os casos em que a movimentação entre dois pontos seja fisicamente impossível, sendo esta a grande contribuição destes autores. Porém, ainda no mesmo ano, Easa, em seu trabalho, corrigiu algumas imperfeições no trabalho de Christian e Caldera. Em 1988, Easa propôs um modelo quadrático para contabilizar os custos de movimento. Neste modelo, o custo unitário de movimentação de massas varia conforme a quantidade de material escavado e transportado. Não se entrará em detalhes deste modelo aqui, pois é prática comum do setor de maquinário pesado de engenharia civil do país, trabalhar com custo hora/máquina fixo por projeto. À luz disso, percebe-se que o modelo proposto por Easa não retrata bem as práticas nacionais e será, portanto, deixado de lado. No mesmo ano, Easa (1988) combinou o design dos aclives e declives das rodovias com o problema básico de alocação em movimentos de terra e resolveu o problema pelo método de tentativa e erro sem que, no entanto, um valor ótimo global pudesse ser garantido. Nessa abordagem, a cada iteração, a inclinação das curvas era aumentada ou diminuída e um problema linear de transporte era resolvido. No modelo em questão, somente um tipo de terra foi levado em consideração. Também não se entrará em detalhes deste modelo, pois o mesmo não chega a um valor ótimo. Com isso, parte-se, a seguir, para a apresentação de um modelo mais completo.

Jayawardane e Harris (1990) consideraram uma rodovia típica, como mostrado na figura 1. Seja N o conjunto de números de identificação [$N =$

$(1, 2, 3, 4, \dots, M)$] correspondente à todas as frotas de veículos disponíveis e seja N_{ij} , que é essencialmente um subconjunto de N , o possível número de identificação da frota a ser usada entre a seção de corte i e a seção de aterro j . Seja $X(i, j, n)$ a quantidade de terra, em metros cúbicos, a ser transportada da seção de corte i para a seção de aterro j (na figura 1, i e j podem assumir sete e quatro valores, respectivamente) pela frota que possui o número de identificação n , que é um elemento de N_{ij} (ou, seja $n \in N_{ij}$). Neste modelo, as diferentes frotas de veículos são necessárias para que se compare os tempos de produção e, assim, facilitar a incorporação da duração do projeto. Além disso, para cada operação de transporte, haverá várias possibilidades de frotas. Caso haja locais de bota-fora para despejar excesso de material, $X_D(i, k, n)$ será a quantidade a ser despejada da seção de corte i para o local de bota-fora k (na figura 1, $k = 1$) usando a frota com o número de identificação n e, nesse caso, n é um elemento de $N_{i,k}$, que é um subconjunto de N (ou seja, $n \in N_{i,k} \subset N$). Por outro lado, caso haja caixas de empréstimos para se pegar material, $X_B(p, j, n)$ será a quantidade de material movida da caixa de empréstimo p (na figura 1, $p = 1$) para a seção de aterro j pela frota n (onde $n \in N_{p,j} \subset N$). Seja $C(i, j, n)$ o custo unitário total de transporte (incluindo acomodação e compactação) da seção de corte i para a seção de aterro j pela frota n . O custo unitário total de transporte é definido por $C(i, j, n) = C_e(i, n) + S_{i,n}^h [C_h(i, n) \times d(i, n) + C_c(i, j, n)]$. Tem-se que $S_{i,n}^h$ é o fator de dilatação (ou encolhimento) ao se mover materiais escavados na seção i pela frota n . $C_e(i, n)$, $C_h(i, n)$ e $C_c(i, j, n)$ são os custos de escavação, transporte e compactação, respectivamente, de material cortado na seção i pela frota n . A entrada adicional j é incluída no custo de compactação para diferenciar as seções de aterro das seções de corte. $d(i, j)$ é a distância de transporte entre centro das massas da seção de corte i e a seção de aterro j . De forma similar, $C_D(i, k, n)$ e $C_B(p, j, n)$ podem ser definidos apesar de poderem ter um componente adicional no custo de aquisição.

Figura 1: Visão perfilada e aérea de projetos típicos de construções de rodovias



FONTE: Jayawardane e Harris (1990)

Para incluir a taxa de produtividade na formulação, os autores definiram $P(i, j, n)$ como sendo a produção (em m^3 por dia) ao se mover terra da seção de corte i para a seção de aterro j pela frota n . Chega-se a essa quantidade ao se dividir o valor cobrado pela frota de aluguel (\$ por dia) por $C(i, j, n) (\$/m^3)$. $P_D(i, k, n)$ e $P_B(p, j, n)$ podem ser definidos de maneira análoga, ou seja, $P_D(i, k, n)$ é a produção diária resultante da movimentação entre a seção de corte i e o local de bota-fora k pela frota n , enquanto que $P_B(p, j, n)$ é a produção diária resultante da movimentação entre a caixa de empréstimo p e a seção de aterro j pela frota n .

Às vezes, pode ser econômico ou até mesmo necessário estabelecer novos locais de bota-fora e caixas de empréstimo. As quantidades econômicas de locais de bota-fora irão depender dos seus custos unitários. Entretanto, a não ser que as quantidades de locais de bota-fora e caixas de empréstimos já sejam conhecidas, segundo os autores em questão, fica difícil incorporar estes custos nos custos unitários. Para contornar isso, foi utilizado um método sugerido por Mayer e Stark (1981), onde se define variáveis binárias $Y_{SB}(1)$, $Y_{SB}(2)$, ..., $Y_{SB}(n)$ para cada caixa de empréstimo a ser preparada, e $Y_{SD}(n_d)$ para cada local de bota-fora a ser preparado. Se o custo de preparação para uma caixa de empréstimo b é $K_{SB}(b)$ e o do local de bota-fora d é $K_{SD}(d)$, então o custo total de utilização do local seria:

$$K_{SB}(b)Y_{SB}(b) + \sum_j \sum_{n \in N_{b,j}} C_{SB}(b,j,n) \times X_{SB}(b,j,n)$$

para cada caixa de empréstimo b a ser estabelecida; e:

$$K_{SD}(d)Y_{SD}(d) + \sum_i \sum_{n \in N_{i,d}} C_{SD}(i,d,n) \times X_{SD}(i,d,n)$$

para cada local de bota-fora d a ser estabelecido. C_{SB} e C_{SD} fazem referência ao custo unitário de movimentação de terra e X_{SB} e X_{SD} são as quantidades a serem determinadas de terra a ser movimentada.

O objetivo é minimizar o custo total de movimentação de massa que satisfaça o término do projeto dentro do tempo especificado. O custo total compreende o custo de se movimentar massas entre seções de corte, aterro, caixa de empréstimo e local de bota-fora. A função objetivo é definida a seguir:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_i \sum_j \sum_{n \in N_{i,j}} C(i,j,n) \times X(i,j,n) + \sum_i \sum_k \sum_{n \in N_{i,k}} C_D(i,k,n) \times X_D(i,k,n) \\ & + \sum_p \sum_j \sum_{n \in N_{p,j}} C_B(p,j,n) \times X_B(p,j,n) + \sum_{b=1}^{n_b} K_{SB}(b)Y_{SB}(b) \\ & + \sum_{b=1}^{n_b} \sum_j \sum_{n \in N_{b,j}} C_{SB}(b,j,n) \times X_{SB}(b,j,n) + \sum_{d=1}^{n_d} K_{SD}(d)Y_{SD}(d) \\ & + \sum_i \sum_{d=1}^{n_d} \sum_{n \in N_{i,d}} C_{SD}(i,d,n) \times X_{SD}(i,d,n) \end{aligned} \quad (1c)$$

Z denota o custo total e $\sum_i \sum_j \sum_{n \in N_{i,j}}$ denota a adição dos produtos $C(i,j,n) \times X(i,j,n)$ para cada i, j e n .

Sujeito à:

Para cada valor de i (seção de corte):

$$\sum_j \sum_{n \in N_{i,j}} X(i,j,n) + \sum_k \sum_{n \in N_{i,k}} X_D(i,k,n) + \sum_{d=1}^{n_d} \sum_{n \in N_{i,d}} X_{SD}(i,d,n) = Q_C(i) \quad (2c)$$

onde $Q_C(i)$ é a quantidade de corte necessária na seção i .

Para cada valor de j (seção de aterro):

$$\begin{aligned} & \sum_i \sum_{n \in N_{i,j}} S_{i,j}^f \times X(i, j, n) + \sum_p \sum_{n \in N_{p,j}} S_{p,j}^f \times X_B(p, j, n) \\ & + \sum_{b=1}^{n_b} \sum_{n \in N_{b,j}} S_{b,j}^f \times X_{SB}(b, j, n) = Q_F(j) \end{aligned} \quad (3c)$$

onde $S_{i,j}^f$, $S_{p,j}^f$ e $S_{b,j}^f$ são os fatores de dilatação ou encolhimento no aterro para materiais escavados de i , p e b , respectivamente, a serem compactados na seção de aterro j . Vale notar que esses fatores de dilatação, geralmente, não dependem da frota usada, pois a compactação especificada deve de uma forma ou de outra ser alcançada. Q_F é a quantidade de aterro necessário em j .

Para cada valor de p (caixa de empréstimo existente):

$$\sum_j \sum_{n \in N_{p,j}} X_B(p, j, n) \leq Q_B(p) \quad (4c)$$

onde $Q_B(p)$ é a capacidade da caixa de empréstimo p .

Para cada valor de k (local de bota-fora existente):

$$\sum_i \sum_{n \in N_{i,k}} S_{i,k,n}^f \times X_D(i, k, n) \leq Q_D(k) \quad (5c)$$

onde $S_{i,k,n}^f$ é o fator de dilatação ou encolhimento no aterro para material de i para k pela frota n . $Q_D(k)$ é a capacidade máxima no local de bota-fora k . Valer apontar que, nesse caso, o fator de dilatação pode depender da frota usada, pois a compactação geralmente não é executada em locais de bota-fora.

Para cada valor de b (caixa de empréstimo a ser implementada):

$$\sum_j \sum_{n \in N_{b,j}} X_{SB}(b, j, n) - Q_{SB}(b)Y_{SB}(b) \leq 0 \quad (6c)$$

onde $Q_{SB}(b)$ é a da capacidade máxima da caixa de empréstimo b .

Para cada valor de d (local de bota-fora a ser implementado):

$$\sum_i \sum_{n \in N_{i,d}} S_{i,d,n}^f \times X_{SD}(i, d, n) - Q_{SD}(d)Y_{SD}(d) \leq 0 \quad (7c)$$

onde $S_{i,d,n}^f$ é o fator de dilatação no aterro para material escavado da seção de corte i a ser depositado em d pela frota n , e $Q_{SD}(d)$ é a capacidade máxima do local de bota-fora d .

Para cada valor de n (cada frota), a restrição é que a duração de cada frota utilizada para cada operação de transporte (entre seção de corte e aterro, seção de corte e local de bota-fora, ou caixa de empréstimo e seção de aterro) deve ser menor ou igual a duração total do projeto. Isso permite que o projeto seja completado dentro de um tempo específico, e, caso nenhuma solução seja encontrada, as frotas disponíveis não podem ser usadas de qualquer maneira a fim de completar o projeto no prazo. Temos então:

$$\begin{aligned} & \sum_i \sum_j \left[\frac{X(i,j,n)}{P(i,j,n)} \right] + \sum_p \sum_j \left[\frac{X_B(p,j,n)}{P_B(p,j,n)} \right] + \sum_i \sum_k \left[\frac{X_D(i,k,n)}{P_D(i,k,n)} \right] \\ & + \sum_{b=1}^{n_b} \sum_j \left[\frac{X_{SB}(b,j,n)}{P_{SB}(b,j,n)} \right] + \sum_i \sum_{d=1}^{n_d} \left[\frac{X_{SD}(i,d,n)}{P_{SD}(i,d,n)} \right] \leq D \end{aligned} \quad (8c)$$

onde D é tempo total de duração do projeto em dias. Vale apontar que, na prática, alguns dos equipamentos de uma frota em particular pode ser usada por outra e, quando isso acontece, ambas as frotas não podem ser operadas de forma concorrente, mas sim, agrupando-se tais frotas em um único time.

Segundo Jayawardane e Harris (1990), a restrição acima, no entanto, não evita a possibilidade de uso concorrente de mais de uma frota para uma operação particular de transporte, o que pode causar congestionamento, porém, o uso concorrente pode ser evitado ao se adicionar a restrição abaixo. O tempo total gasto por todas as frotas disponíveis entre quaisquer pontos de origem e destino particulares deve menor ou igual ao tempo total de duração do projeto, permitindo, assim, o uso de diferentes frotas de forma seqüencial entre uma origem e destino de forma a terminar o projeto dentro do prazo estabelecido. Para cada operação de transporte entre uma seção de corte e aterro (qualquer combinação de i e j):

$$\sum_{n \in N_{i,j}} \left[\frac{X(i,j,n)}{P(i,j,n)} \right] \leq D \quad (9c)$$

Para cada operação de transporte entre uma seção de corte e local de bota-fora existente (qualquer combinação de i e k):

$$\sum_{n \in N_{i,k}} \left[\frac{X_D(i, k, n)}{P_D(i, k, n)} \right] \leq D \quad (10c)$$

Para cada operação entre uma caixa de empréstimo e seção de aterro (qualquer combinação de p e j):

$$\sum_{n \in N_{p,j}} \left[\frac{X_B(p, j, n)}{P_B(p, j, n)} \right] \leq D \quad (11c)$$

Para cada operação de transporte entre uma seção de corte e local de bota-fora a ser estabelecida (qualquer combinação de i e d):

$$\sum_{n \in N_{i,d}} \left[\frac{X_{SD}(i, d, n)}{P_{SD}(i, d, n)} \right] \leq D \quad (12c)$$

Para cada operação de transporte entre uma caixa de empréstimo a ser estabelecida e seção de aterro (qualquer combinação de b e j):

$$\sum_{n \in N_{b,j}} \left[\frac{X_{SB}(b, j, n)}{P_{SB}(b, j, n)} \right] \leq D \quad (13c)$$

Por fim, as condições de não-negatividade:

$$X(i, j, n) \geq 0 \quad (14c)$$

$$X_D(i, k, n) \geq 0 \quad (15c)$$

$$X_B(p, j, n) \geq 0 \quad (16c)$$

$$X_{SD}(i, d, n) \geq 0 \quad (17c)$$

$$X_{SB}(b, j, n) \geq 0 \quad (18c)$$

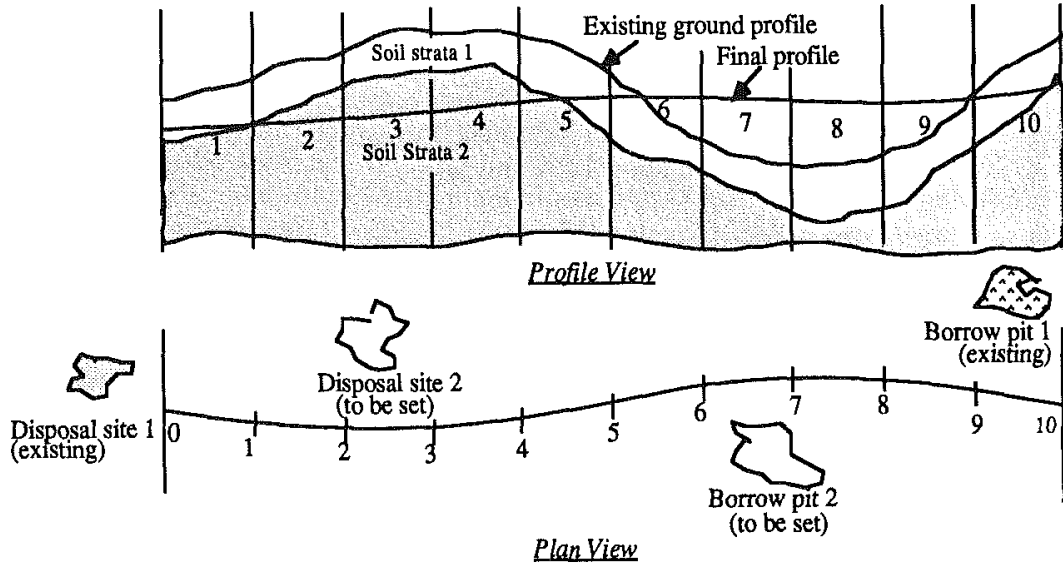
$$Y_{SB}(b), Y_{SD}(d) = 0 \text{ ou } 1 \quad (19c)$$

Esta formulação é um problema de programação inteira mista e, de forma computacional, chega-se facilmente a uma solução onde o Z obtido que satisfaz essas restrições é o ótimo.

Nesse modelo falta, ainda, a inclusão de variáveis que simulem os diferentes tipos de solos que podem existir numa rodovia e os diferentes graus de compactação que uma determinada seção pode requerer. Assim, a fim de enriquecer seu modelo, Jayawardane e Harris se inspiram no melhoramento proposto por Mayer e Stark em

1981. Supõe-se que $Q_F(j, c)$ seja a quantidade de solo requerido no aterro j , enquanto c representa a categoria de compactação. Ademais, caixas de empréstimos e seções de corte de uma rodovia geralmente têm diferentes tipos de tipos (ou extratos) de solo. A figura abaixo mostra justamente isso. É observado que alguns tipos de solos são inadequados para aterro e outros para certas camadas, como subleito, por exemplo. Esse aspecto pode ser incluído no modelo ao se incorporar uma restrição adicional, a depender da adequação de materiais às diferentes camadas de um aterro. O modelo estendido que incorpora tais possibilidades é descrito a seguir:

Figura 2: Visão perfilada e aérea de projetos típicos de construções de rodovias com diferentes tipos de solos



FONTE: Jayawardane e Harris (1990)

Função objetivo:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_i \sum_j \sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{i,j,s,c}} C(i, j, s, c, n) \times X(i, j, s, c, n) \\
 & + \sum_i \sum_k \sum_s \sum_{n \in N_{i,k,s}} C_D(i, k, s, n) \times X_D(i, k, s, n) \\
 & + \sum_p \sum_j \sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{p,j,s,c}} C_B(p, j, s, c, n) \times X_B(p, j, s, c, n) \\
 & + \sum_{b=1}^{n_b} K_{SB}(b) Y_{SB}(b) + \sum_{b=1}^{n_b} \sum_j \sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{b,j,s,c}} C_{SB}(b, j, s, c, n) \times X_{SB}(b, j, s, c, n)
 \end{aligned}$$

$$+ \sum_{d=1}^{n_d} K_{SD}(d) Y_{SD}(d) + \sum_i \sum_{d=1}^{n_d} \sum_s \sum_{n \in N_{i,d,s}} C_{SD}(i, d, s, n) \times X_{SD}(i, d, s, n) \quad (1d)$$

onde $X(i, j, s, c, n)$ e $C(i, j, s, c, n)$ são a quantidade e o custo unitário de transporte de material (incluindo acomodação e compactação), respectivamente, do tipo de solo s no corte i até a camada tipo c no aterro j pela frota n . As outras variáveis e restrições possuem definições similares.

Restrições:

Para cada valor de s e i (cada extrato em cada corte):

$$\begin{aligned} & \sum_j \sum_c \sum_{n \in N_{i,j,s,c}} X(i, j, s, c, n) + \sum_k \sum_{n \in N_{i,k,s}} X_D(i, k, s, n) \\ & + \sum_{d=1}^{n_d} \sum_{n \in N_{i,d,s}} X_{SD}(i, d, s, n) = Q_C(i, s) \end{aligned} \quad (2d)$$

$Q_C(i, s)$ é a quantidade de material disponível na seção de corte i correspondente ao tipo/extrato de solo s . Essa quantidade pode ser calculada a partir de estudos com perfurações no solo e desenhos transversais.

Para cada valor de c e j (cada camada em cada aterro):

$$\begin{aligned} & \sum_i \sum_s \sum_{n \in N_{i,j,s,c}} S_{i,j,s,c}^f \times X(i, j, s, c, n) + \sum_p \sum_s \sum_{n \in N_{p,j,s,c}} S_{p,j,s,c}^f \times X_B(p, j, s, c, n) \\ & + \sum_{b=1}^{n_b} \sum_s \sum_{n \in N_{b,j,s,c}} S_{b,j,s,c}^f \times X_{SB}(b, j, s, c, n) = Q_F(j, c) \end{aligned} \quad (3d)$$

$Q_F(j, c)$ é a quantidade de aterro necessário na camada c na seção de aterro j . Essa quantidade pode ser calculada a partir de desenhos de estudos de solo.

Para cada valor de s e p (cada extrato em cada caixa de empréstimo):

$$\sum_j \sum_c \sum_{n \in N_{p,j,s,c}} X_B(p, j, s, c, n) \leq Q_B(p, s) \quad (4d)$$

onde $Q_B(p, s)$ é a capacidade máxima do tipo de solo s na caixa de empréstimo p .

Para cada valor de k (local de bota-fora):

$$\sum_i \sum_s \sum_{n \in N_{i,k,s}} S_{i,k,s,n}^f \times X_D(i, k, s, n) \leq Q_D(k) \quad (5d)$$

Para cada valor de s e b (cada extrato do solo em cada caixa de empréstimo a ser estabelecida):

$$\sum_j \sum_c \sum_{n \in N_{b,j,s,c}} X_{SB}(b, j, s, c, n) - Q_{SB}(b, s) Y_{SB}(b) \leq 0 \quad (6d)$$

onde $Q_{SB}(b, s)$ é a capacidade máxima do tipo de solo s na caixa de empréstimo b .

Para cada valor de d (local de bota-fora a ser estabelecido):

$$\sum_i \sum_s \sum_{n \in N_{i,d,s}} S_{i,d,s,n}^f \times X_{SD}(i, d, s, n) - Q_{SD}(d) Y_{SD}(d) \leq 0 \quad (7d)$$

Para cada valor de n (frota):

$$\begin{aligned} & \sum_i \sum_j \sum_s \sum_c \left[\frac{X(i, j, s, c, n)}{P(i, j, s, c, n)} \right] + \sum_p \sum_j \sum_s \sum_c \left[\frac{X_B(p, j, s, c, n)}{P(p, j, s, c, n)} \right] \\ & + \sum_i \sum_k \sum_s \left[\frac{X_D(i, k, s, n)}{P_D(i, k, s, n)} \right] + \sum_{b=1}^{n_b} \sum_j \sum_s \sum_c \left[\frac{X_{SB}(b, j, s, c, n)}{P_{SB}(b, j, s, c, n)} \right] \\ & + \sum_i \sum_{d=1}^{n_d} \sum_s \left[\frac{X_{SD}(i, d, s, n)}{P_{SD}(i, d, s, n)} \right] \leq D \end{aligned} \quad (8d)$$

No tocante às operações de transporte, para qualquer combinação de i e j , teremos:

$$\sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{i,j,s,c}} \left[\frac{X(i, j, s, c, n)}{P(i, j, s, c, n)} \right] \leq D \quad (9d)$$

Para qualquer combinação de i e k , teremos:

$$\sum_s \sum_{n \in N_{i,k,s}} \left[\frac{X_D(i, k, s, n)}{P_D(i, k, s, n)} \right] \leq D \quad (10d)$$

Para qualquer combinação de p e j :

$$\sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{p,j,s,c}} \left[\frac{X_B(p, j, s, c, n)}{P_B(p, j, s, c, n)} \right] \leq D \quad (11d)$$

Para qualquer combinação de i e d :

$$\sum_s \sum_{n \in N_{i,d,s}} \left[\frac{X_{SD}(i, d, s, n)}{P_{SD}(i, d, s, n)} \right] \leq D \quad (12d)$$

Para qualquer combinação de b e j :

$$\sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{b,j,s,c}} \left[\frac{X_{SB}(b, j, s, c, n)}{P_{SB}(b, j, s, c, n)} \right] \leq D \quad (13d)$$

E as condições de não-negatividade:

$$X(i, j, s, c, n) \geq 0 \quad (14d)$$

$$X_D(i, k, s, n) \geq 0 \quad (15d)$$

$$X_B(p, j, s, c, n) \geq 0 \quad (16d)$$

$$X_{SD}(i, d, s, n) \geq 0 \quad (17d)$$

$$X_{SB}(b, j, s, c, n) \geq 0 \quad (18d)$$

$$Y_{SB}(b), Y_{SD}(d) = 0 \text{ ou } 1 \quad (19d)$$

Neste modelo ainda são pontuadas duas observações: no primeiro caso, todos os tipos de materiais em todos os extratos do solo são adequados para qualquer camada, assim, não se fazem necessárias restrições adicionais; no segundo caso, os materiais de certos extratos não são adequados para certas camadas, com isso, deve-se igualar a zero todas as variáveis de materiais inadequados, por exemplo, se o extrato 1 ($c = S1$) na seção de corte 1 ($i = 1$) é inadequado para o subleito ($c = SG$), então $X(1, j, S1, SG, n) = 0$, e n e j podem assumir qualquer valor.

Essa formulação pode ser resolvida de maneira similar à anterior, pois também se trata de um problema de programação inteira mista.

Os autores vão além ao aproximarem o modelo proposto até aqui ainda mais com a realidade. As restrições de utilização de frota das formulações acima (equações 8c e 8d) mencionadas por Jayawardane e Harris, sugerem que equipamentos de uma frota em particular não são utilizadas por outra frota. Todavia, na prática, um item de equipamento em particular pode ser transferido para várias outras frotas. Nestas situações, as equações supracitadas podem ser modificadas como mostrado a seguir.

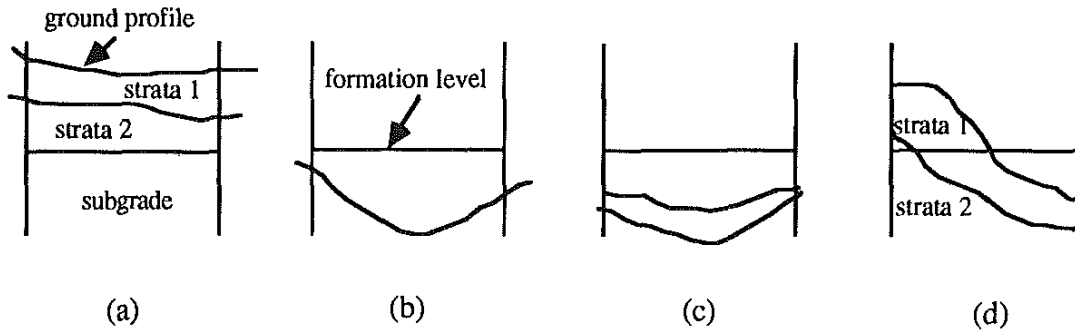
Seja N_T um subconjunto de frotas que compartilhe um equipamento. Para cada subconjunto N_T , a equação 8c se torna:

$$\begin{aligned} & \sum_i \sum_j \sum_{n \in N_T} \left[\frac{X(i, j, n)}{P(i, j, n)} \right] + \sum_p \sum_j \sum_{n \in N_T} \left[\frac{X_B(p, j, n)}{P_B(p, j, n)} \right] + \sum_i \sum_k \sum_{n \in N_T} \left[\frac{X_D(i, k, n)}{P_D(i, k, n)} \right] \\ & + \sum_{b=1}^{n_b} \sum_j \sum_{n \in N_T} \left[\frac{X_{SB}(b, j, n)}{P_{SB}(b, j, n)} \right] + \sum_i \sum_{d=1}^{n_d} \sum_{n \in N_T} \left[\frac{X_{SD}(i, d, n)}{P_{SD}(i, d, n)} \right] \leq D \end{aligned} \quad (1e)$$

a equação (8d) também pode ser modificada de maneira similar.

Apesar de a equação (8c) levar em consideração a duração do projeto, ela ignora a sequência das operações em uma seção de corte ou aterro, especialmente quando existem diferentes tipos/extratos de solos e são requeridos diferentes graus de compactação. Considera-se o exemplo de que, em uma seção de corte, o extrato de cima do solo deve ser movido antes que o trabalho seja iniciado no extrato seguinte. Em uma seção de aterro, materiais inadequados, caso existentes, devem ser removidos antes de qualquer preenchimento. Nestas situações, as equações de (9d) a (13d) podem ser substituídas pelas seguintes restrições, que limita a soma de vezes de utilização da frota correspondente a uma seção de rodovia para a duração do projeto.

Figura 3: Possíveis seções de corte e aterro de uma rodovia



FONTE: Jayawardane e Harris (1990)

Para qualquer seção de rodovia m onde o corte é requerido (caso a da figura 3):

$$\begin{aligned} & \sum_j \sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{m,j,s,c}} \left[\frac{X(m, j, s, c, n)}{P(m, j, s, c, n)} \right] + \sum_k \sum_s \sum_{n \in N_{m,k,s}} \left[\frac{X_D(m, k, s, n)}{P_D(m, k, s, n)} \right] + \\ & \sum_{d=1}^{n_d} \sum_s \sum_{n \in N_{m,d,s}} \left[\frac{X_{SD}(m, d, s, n)}{P_{SD}(m, d, s, n)} \right] \leq D \end{aligned} \quad (2e)$$

Para qualquer seção de rodovia m onde o aterro é necessário (caso b da figura 3):

$$\sum_i \sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{i,m,s,c}} \left[\frac{X(i, m, s, c, n)}{P(i, m, s, c, n)} \right] + \sum_p \sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{p,m,s,c}} \left[\frac{X_B(p, m, s, c, n)}{P_B(p, m, s, c, n)} \right] +$$

$$\sum_{b=1}^{n_b} \sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{b,m,s,c}} \left[\frac{X_{SB}(b, m, s, c, n)}{P_{SB}(b, m, s, c, n)} \right] \leq D \quad (3e)$$

Para qualquer seção de rodovia m onde solos inadequados devem ser removidos antes do aterro (caso c da figura 3):

$$\sum_k \sum_s \sum_{n \in N_{m,k,s}} \left[\frac{X_D(m, k, s, n)}{P_D(m, k, s, n)} \right] + \sum_{d=1}^{n_d} \sum_s \sum_{n \in N_{m,d,s}} \left[\frac{X_{SD}(m, d, s, n)}{P_{SD}(m, d, s, n)} \right] +$$

$$\sum_i \sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{i,m,s,c}} \left[\frac{X(i, m, s, c, n)}{P(i, m, s, c, n)} \right] + \sum_p \sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{p,m,s,c}} \left[\frac{X_B(p, m, s, c, n)}{P_B(p, m, s, c, n)} \right] +$$

$$\sum_{b=1}^{n_b} \sum_s \sum_c \sum_{n \in N_{b,m,s,c}} \left[\frac{X_{SB}(b, m, s, c, n)}{P_{SB}(b, m, s, c, n)} \right] \leq D \quad (4e)$$

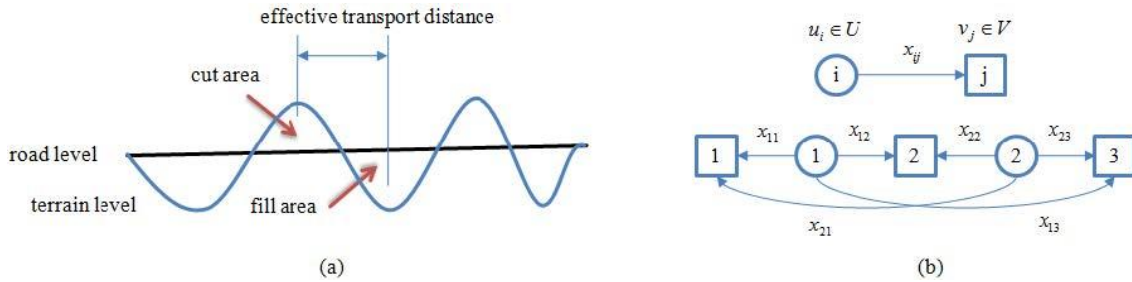
Para casos onde ambos corte e aterro são requeridos, move-se material de dentro daquela seção de rodovia particular. Se a quantidade do corte é maior do que a quantidade do aterro, então o aterro se completará antes do corte, fazendo com que o corte seja o critério norteador. Isto é equivalente ao caso (a) da figura acima, dessa forma, a equação (2e) se aplica. Partindo-se dos mesmos pressupostos, se a quantidade de aterro é maior do que a quantidade de corte, então a equação (3e) se aplica. Os autores explicam que as três últimas restrições acima se aplicam em situações onde o uso de várias frotas em uma seção particular de rodovia é impossível devido a limitações da área de trabalho. As formulações acima podem ser facilmente modificadas com argumentos similares em situações onde, por exemplo, uma seção precisa ser completada antes que o trabalho possa ser iniciado em outra, ou também caso sejam possíveis operações de transporte simultâneo em uma seção particular de rodovia (material se movendo em direções opostas).

Essa é a extensão do trabalho de Jayawardane e Harris. No modelo apresentado, evidencia-se, principalmente, a inclusão de diferentes tipos de materiais, do tempo de execução do projeto e do uso de várias frotas de veículos. Conclui-se,

assim, que os autores deram um passo bastante importante na direção da criação de um modelo que represente melhor a realidade, considerando-se suas limitações e especificidades.

Poucos anos depois, em 1993, Ahuja propôs um modelo simplificado para o problema em questão que, até os dias atuais, pode ser encontrado em livros-texto clássicos; a descrição básica do problema do tipo *cut and fill* - conforme mostrado na figura 1 - que engloba o problema de alocação em terraplanagem, ou movimentos de terra. A formulação matemática básica deste tipo de problema pode ser encontrada na literatura conforme a figura 5 abaixo. Tal tipo de problema pode ser resolvido utilizando-se algoritmos de fluxo em rede (Ahuja, 1993).

Figura 4: (a) Exemplo de áreas de corte e aterro em projeto de construção de rodovia; (b) esquema direcionado bipartido correspondente.



FONTE: JI, Y. et al. (2009)

A formulação matemática do problema de alocação em movimentos de terra de Ahuja é exposta a seguir:

Minimizar:

$$\sum_{i,j \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (1f)$$

Sujeito à:

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{ij} = X_i, \forall i \in U \quad (2f)$$

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{ij} = X_j, \forall j \in V \quad (3f)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (4f)$$

Para formular o problema de otimização, define-se $G = (P, E)$ para denotar um gráfico bipartido que contém um conjunto de vértices P e o conjunto de arestas E . O conjunto de vértices P é desmembrado em dois subconjuntos U e V de P . O conjunto U consiste nos vértices correspondentes às áreas de corte e, analogamente, o conjunto V representa os vértices correspondentes às áreas de aterro. Para cada vértice $i \in P$, o parâmetro X_i denota o montante de material a ser mandado (se $i \in U$) ou a ser aterrado (se $i \in V$). Pode-se assumir que o montante total a ser mandado é igual ao montante a ser aterrado ao se assumir locais de bota-fora e caixas de empréstimo. Como já se sabe, um local de bota-fora é usado para depositar excesso de materiais e uma caixa de empréstimo provê material de preenchimento adicional. Uma aresta direcionada e_{ij} é introduzida para cada par de vértices (i, j) onde i é o vértice correspondente a uma área de corte e j é o vértice correspondente a uma área de aterro. Cada uma dessas arestas representa a possibilidade de envio de material de uma área de corte para uma área de aterro. Adicionalmente, cada aresta e_{ij} possui um custo associado c_{ij} que representa o custo de transportar uma unidade de massa de material de i para j .

A variável de decisão x_{ij} é atribuída a cada aresta ordenada do conjunto E . Representa as quantidades de terra a serem movidas do corte i para o aterro j seguindo a aresta ordenada conforme a figura 4. Pela figura 5 acima, percebe-se que o problema de alocação em movimentos de terra é modelado como um problema de programação linear; assume-se que o custo de transporte conhecido em cada aresta (i, j) é não-negativo, ou seja, $c_{ij} \geq 0$. A função objetivo (1f) visa minimizar o custo total de transporte. Pelo fato de que na vida real somente os fluxos positivos de material fazem sentido, as variáveis de decisão x_{ij} estão restritas a valores não-negativos, como pode ser visto na restrição (4f). A restrição (2f), por sua vez, define que a quantidade total de material a ser movida de um ponto de corte i para uma área de aterro j é igual a quantidade de material X_i fornecida pelo corte i . A restrição (3f) é igual a (2f), porém com base em j . Obviamente, este modelo é muito mais básico que os apresentados anteriormente e deixa vários aspectos da vida real de fora, porém, por se tratar do modelo mais ensinado atualmente para resolver problemas do tipo *cut and fill* e por servir como um bom ponto de partida para a criação de modelos próprios, é válido apresentá-lo aqui.

Posteriormente, baseado no trabalho de Easa (1988), Moreb (1996) combina a seleção de graus com o problema de alocação em movimentos de terra em um único

problema de programação linear e cria um novo modelo que garante o valor ótimo global. Porém, mais uma vez, só se levou em consideração a existência de um tipo de solo.

Seguidamente a isto, cabe o registro de que Ammar et al. (2003) desenvolveu um modelo que também prevê a existência de diferentes tipos de materiais, porém, não tão completo quanto o último aqui completamente apresentado.

Usando simulação computacional, Marzouk e Moselhi (2004) consideraram uma linha de trabalho multifacetada para gerenciamento de operações envolvendo movimentação de materiais a fim de melhorarem produtividade e segurança nas construções.

Um ano depois, Son et al. (2005) apresentou um modelo básico e prático de programação linear para determinar o montante de solo a ser transportado, a distância mais curta de transporte e localização de locais de bota-fora e caixas de depósito a serem usados na movimentação de terra.

Karimi et al. (2007) incluiu em seu modelo incertezas nos coeficientes dos custos unitários nas atividades de movimento de terra e capacidade de instalações por considerar que ambos são números imprecisos.

Os autores Wang et al. (2009) criaram um modelo de terraplanagem de dois níveis com objetivos distintos; o objetivo do nível superior é minimizar o custo de transporte, enquanto que o do nível inferior é equilibrar a oferta e demanda de terra nas atividades de corte e aterro. Este modelo é resolvido utilizando-se o método do enxame de partículas com o algoritmo simplex.

Ainda em 2009, Moselhi, agora trabalhando conjuntamente com Alshibani, apresentou uma abordagem para otimizar operações em terraplanagem em obras de engenharia civil pesada. A abordagem proposta consiste em vários fatores, tais como recursos disponíveis pelo empreiteiro, tempo e/ou restrições orçamentárias, características do projeto e do solo, custos indiretos e características dos equipamentos. A resolução do modelo usa algoritmos genéticos, programação linear e sistemas de informação geográfica para dar suporte ao processo de tomada de decisão.

Também utilizando a programação inteira mista para resolver o tipo de problema em questão, chega-se, por fim, em Hare et al. (2011). Os autores basearam-se no modelo desenvolvido por Mayer e Stark e levaram em consideração em seu modelo

o fato de que, em geral, os obstáculos existentes em um canteiro obra, naturais ou não, impossibilitam a movimentação de terra de um determinado ponto para outro; esta percepção da realidade faz com que este modelo seja uma importante contribuição para a evolução da modelagem dos problemas aqui abordados e também que seja crucial para o desenvolvimento do modelo proposto nesta pesquisa, sendo apresentado a seguir.

Ao perceberem a característica pouco realista do modelo de Mayer e Stark que considera que o movimento entre duas seções ou entre seções e caixas de empréstimo ou locais de bota-fora é sempre possível quando, na prática, não o é pela existência de obstáculos no canteiro de obra, Hare et al. tiveram a ideia do modelo deles; concluíram que o método de remoção dos obstáculos antes do início do processo de movimentação de terra é subótima, uma vez que, além de incorrer em custos de remoção, aumenta o tempo de duração da obra, pois as movimentações de terra só começam após a remoção dos obstáculos. Afirmaram também que ao se permitir a movimentação por sobre obstáculos que foram removidos, pode-se chegar a soluções de movimentação de terra mais eficientes em termos de custos, porém, a movimentação de terra por sobre os obstáculos deve ser feita de maneira que, primeiro, todos os obstáculos sejam removidos para que, em seguida, a movimentação comece. No modelo deles, o modelo de programação de Mayer e Stark é estendido em um modelo de programação linear inteira mista de forma a suprir essa restrição. Os obstáculos existentes em um canteiro de obra de construção de uma rodovia, podem ser rios, árvores, rochas ou qualquer outra característica topográfica que precise ser removida ou trabalhada antes que se possa movimentar a terra através da localização do obstáculo. Segundo os autores, abordagens antigas para lidar com obstáculos ou os tratavam como uma tarefa a ser realizada antes dos cortes e aterros ou separavam o problema de terraplanagem em uma série de subproblemas ao dividir a rodovia a cada obstáculo encontrado. No entanto, essas abordagens proveem retratos imprecisos e subótimos do custo total de terraplanagem. Segundo os autores, a primeira abordagem não permite que se faça a terraplanagem enquanto os obstáculos são removidos; enquanto que a segunda abordagem não permite movimentos de terra através de seções bloqueadas.

Supondo que a rodovia tenha n_b obstáculos localizados nas seções I , onde $I \subseteq S$, os autores expandiram o modelo de Mayer e Stark incluindo n_b passos-tempo, que foram indexados por $T = \{1, 2, \dots, n_b\}$. No início de cada passo-tempo, remove-se

pelo menos um obstáculo, então no começo do passo-tempo n_b^{th} , todos os obstáculos foram removidos, e no fim do passo-tempo n_b^{th} , a terraplanagem será finalizada.

Como o modelo agora inclui passos-tempo, as variáveis de movimentos de terra x_{ij} foram estendidas para incluir uma coordenada de tempo. A variável x_{ij} representa o número de unidades de terra movida da seção i (ou da caixa de empréstimo i) para a seção j (ou local de bota-fora j) durante o passo-tempo t . De forma similar, as variáveis de custo c_{ij} também foram estendidas e passaram a representar o custo de se mover uma unidade de terra da seção i para a seção j durante o passo-tempo t . O custo é independente do passo-tempo, de forma que $c_{ijt} = c_{ij1} \forall t \in T$, o que, segundo os autores, não é necessário para a formulação do modelo.

Para representar quais blocos estão presentes em cada passo-tempo, os autores introduziram uma variável binária $y_{kt} \in \{0,1\}$ para cada $k \in I$ e $t \in T$ e definiram-na como sendo o indicador de remoção de obstáculo. Se o indicador tomar o valor de 1, então o obstáculo na seção k foi removido durante ou antes do início do passo-tempo t . Se o indicador tomar o valor de 0, então o obstáculo na seção k está presente no início do passo-tempo t , nesse caso, nenhuma terra pode ser movida através da seção k durante o passo-tempo t . Explicam, ainda, que para entender quais obstáculos podem ser removidos em um passo-tempo dado, o entendimento do que é uma pista de acesso se faz necessário; as pistas de acesso proveem as localizações que podem ser acessadas diretamente antes que qualquer construção de rodovia comece e são tipicamente anexadas a seções no início e fim da rodovia mas podem estar presentes, também, em qualquer ponto da rodovia que não seja um obstáculo – caso a pista de acesso esteja conectada à uma seção com um obstáculo, então esse obstáculo é removido antes que qualquer outra movimentação de terra seja considerada. Usando as pistas de acesso, foi possível determinar como os obstáculos afetam potenciais movimentos de terra, isto é, para cada obstáculo $k \in I$, computou-se um conjunto de todas as posições (i,j) cujos movimento de i para j requereria a remoção do obstáculo k , ou seja, o obstáculo está entre i e j : $R^k = \{(i,j) \in M^2: \text{movimento entre } i \text{ e } j \text{ requer a remoção do bloco } k\}$. Percebe-se que $(i,j) \in M^2$ inclui movimentos de caixas de empréstimo e de locais de bota-fora. Em casos onde i é uma caixa de empréstimo (ou j é um local de bota-fora), a relação $(i,j) \in R^k$ significa que não existem pistas de acesso que permitam o

movimento da caixa de empréstimo (ou para o local de bota-fora) sem que se atravessasse o obstáculo k .

Seguidamente a isto, os autores apresentam algumas observações com relação ao modelo. Primeiro, é relatado que se mais de uma pista de acesso for apresentada, então qualquer movimento de terra entre duas seções poderia também passar por sobre as pistas de acesso. O modelo a ser apresentado pode contabilizar isso ao criar variáveis adicionais que representam o movimento de uma seção para outra via pistas de acesso. As novas variáveis não são afetadas pelos obstáculos, mas geralmente incorrem em maiores custos de transporte do que os custos de movimentos diretos usando a rodovia em construção. Adicionalmente, cita-se a existência de um tipo diferente de obstrução que ocorre para um par de obstáculos consecutivos k_1 e k_2 sem pista de acesso entre elas. Nesse caso, as seções entre esses obstáculos não podem ser trabalhadas até que, pelo menos, um desses obstáculos seja removido. Assim, definiu-se que $\hat{I}^2 = \{(k_1, k_2) \in I \times I: k_1 \text{ e } k_2 \text{ são obstáculos consecutivos sem pista de acesso entre elas}\}$, e que, para cada $(k_1, k_2) \in \hat{I}^2$, $R^{k_1, k_2} = \{(i, j) \in M^2: \text{seções } i \text{ e } j \text{ estão entre blocos } k_1 \text{ e } k_2\}$. É observado também que a introdução de passos-tempo e obstáculos ao modelo resulta em um fenômeno que os autores chamaram de estocagem. A ideia é reservar terra temporariamente em uma seção até que um obstáculo seja removido e a terra seja necessária no outro lado do obstáculo. Tal ação só faz sentido se o montante de terra sendo temporariamente estocado for relativamente pequeno, o que fica claro no exemplo dado a seguir pelos autores.

Considerando as seções e volumes dados na tabela a seguir, a seção 3 contém um obstáculo que requer o aterro de uma unidade cúbica de terra. O obstáculo será removido quando o aterro estiver completo. A seção 4 tem superávit de uma unidade, mas é inacessível por causa do obstáculo na seção 3. O volume para a seção 2 é zero. E há apenas uma pista de acesso na seção 1. Supondo que o custo de se mover uma unidade de terra entre seções seja \$1 mais a distância movida, ou seja, para mover terra da seção 3 para a seção 1 custa \$3 por unidade, e que o custo de se usar a caixa de empréstimo ou local de bota-fora seja \$3 por unidade. Uma “solução” proposta para esse problema seria a seguinte: primeiro, remover o obstáculo na seção 3 usando terra da seção 2 (passo-tempo 1); em seguida, com o obstáculo removido, aterrar novamente a seção 2 usando o excedente da seção 4 (passo-tempo 2); o custo total para essa solução seria \$5. Porém, essa é uma solução irrealista, pois remover uma unidade de

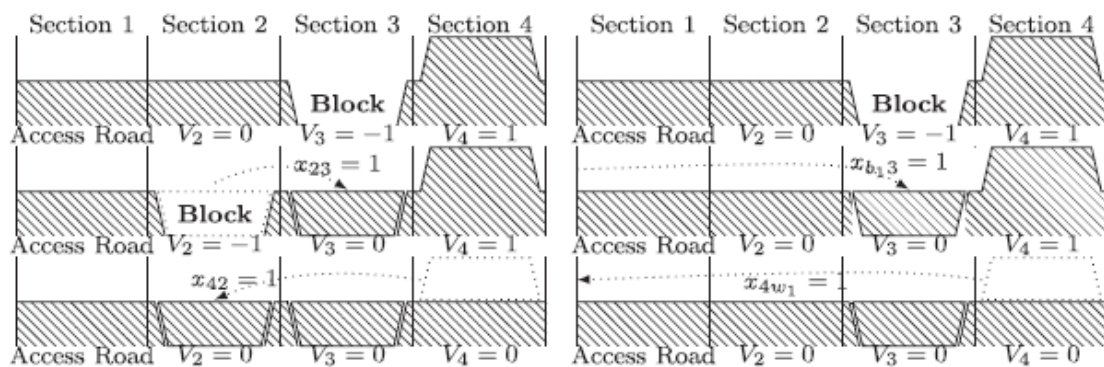
terra da seção 2 iria gerar um novo obstáculo na seção 2. Uma solução realística seria remover o obstáculo da seção 3 usando uma caixa de empréstimo para que, depois, o obstáculo da seção 4 fosse removido usando um local de bota-fora; o custo total para isso seria de \$10. Dessa forma, faz-se necessária a adição de restrições ao modelo que removam a solução irrealista. Essas duas soluções podem ser visualizadas na figura abaixo.

Tabela 1: Seções de rodovia e volumes (fonte em negrito representa um obstáculo e $\approx$ representa uma pista de acesso).

Seção (i)	≈ 1	2	3	4
Volume (i)	0	0	-1	1

FONTE: Hare et al. (2011).

Figura 5: Solução Irrealista x Solução Realista



FONTE: Hare et al. (2011).

À esquerda da figura acima, a solução irrealista remove o obstáculo da seção 3 usando terra da seção 2, resultando em um novo obstáculo na seção 2. À direita, a solução realista remove o obstáculo da seção 3 usando terra de uma caixa de empréstimo.

Para evitar excesso de estocagem, foram introduzidas restrições para garantir que o volume de terra na seção nunca exceda certos limites. Para a seção i , o limite é fornecido pelo parâmetro ϵ_i^{stk} .

A seguir, é apresentado o modelo de programação linear inteira mista para otimização de movimentos de terra que incorpora obstáculos.

Minimizar:

$$\sum_{t \in T} \sum_{(i,j) \in M^2} c_{ijt} x_{ijt} \quad (1g)$$

Sujeito à:

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in M_{\rightarrow}^i} x_{ijt} - \sum_{t \in T} \sum_{j \in M_{\leftarrow}^i} x_{jit} = V_i, \forall i \in S \quad (2g)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in M_{\rightarrow}^i} x_{ijt} \leq C_i, \forall i \in B \quad (3g)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in M_{\leftarrow}^i} x_{jit} \leq C_i, \forall i \in W \quad (4g)$$

$$\sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\rightarrow}^i} x_{ijt} - \sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\leftarrow}^i} x_{jit} \leq V_i + \epsilon_i^{stk}, \forall u \in T, i \in S, V_i \geq 0 \quad (5g)$$

$$\sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\rightarrow}^i} x_{ijt} - \sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\leftarrow}^i} x_{jit} \geq -\epsilon_i^{stk}, \forall u \in T, i \in S, V_i \geq 0 \quad (6g)$$

$$\sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\rightarrow}^i} x_{ijt} - \sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\leftarrow}^i} x_{jit} \geq V_i - \epsilon_i^{stk}, \forall u \in T, i \in S, V_i < 0 \quad (7g)$$

$$\sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\rightarrow}^i} x_{ijt} - \sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\leftarrow}^i} x_{jit} \leq +\epsilon_i^{stk}, \forall u \in T, i \in S, V_i < 0 \quad (8g)$$

$$x_{ijt} \leq M y_{k,t}, \forall t \in T, k \in I, (i,j) \in R^k \quad (9g)$$

$$x_{ijt} \leq M y_{k_1,t} + M y_{k_2,t}, \forall t \in T, (k_1, k_2) \in \hat{I}^2, (i,j) \in R^{k_1, k_2} \quad (10g)$$

$$y_{ku} V_k \leq \sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\rightarrow}^k} x_{kjt} - \sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\leftarrow}^k} x_{jkt}, \forall k \in I, u \in T, V_k \geq 0 \quad (11g)$$

$$y_{ku} V_k \geq \sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\rightarrow}^k} x_{kjt} - \sum_{t=0}^u \sum_{j \in M_{\leftarrow}^k} x_{jkt}, \forall k \in I, u \in T, V_k < 0 \quad (12g)$$

$$\sum_{t=0}^u \sum_{k \in I} y_{kt} \geq u, \forall u \in T \quad (13g)$$

$$(y_{kt} \geq y_{k(t-1)}, \forall t \in T, t > 1, k \in I) \quad (14g)$$

$$x_{ijt} \geq 0, \forall (i,j) \in M^2, t \in T \quad (15g)$$

$$y_{kt} \in \{0,1\}, \forall k \in I, t \in T \quad (16g)$$

onde M é uma grande constante que excede a quantidade de qualquer movimento de terra possível.

O modelo apresentado acima de Hare et al. define a função objetivo visando minimizar o custo total de transportes para completar a rodovia, o que ocorre ao se concluir todos os passos-tempo. As restrições de equilíbrio (2g) e as restrições de capacidade (3g) e (4g) possuem a mesma forma das restrições do modelo de Mayer e Stark, no qual eles se basearam, com uma somatização adicional de todos os passos-tempo. As restrições de estocagem (5g), (6g), (7g) e (8g) garantem que o volume de uma seção nunca exceda certos limites. Para seções que requerem corte ($V_i \geq 0$), as restrições (5g) e (6g) definem que o montante de terra estocado em uma seção em qualquer passo-tempo fique entre $-\epsilon_i^{stk}$ e $V_i + \epsilon_i^{stk}$. Para seções que requerem aterro ($V_i < 0$), as restrições (7g) e (8g) declaram que o montante de terra em uma seção em qualquer passo-tempo dado fique entre $V_i - \epsilon_i^{stk}$ e ϵ_i^{stk} . As restrições de viabilidade de movimento (9g) e (10g) garantem que a terra não seja movida através de um obstáculo antes que o obstáculo seja removido (9g) e que a terra entre dois obstáculos não seja movida até que pelo menos um dos obstáculos seja removido (10g). As restrições do indicador de remoção (11g) e (12g) ligam os indicadores de remoção de obstáculo y_{kt} às variáveis contínuas de movimento de terra x_{ijt} . Essas restrições definem que o obstáculo seja removido quando o superávit de terra (restrição 11g) ou a demanda por terra (restrição 12g) na seção k tenha sido resolvido. A restrição de reforço de remoção (13g) assegura que pelo menos um obstáculo seja removido no início de cada passo-tempo, o que garante que o modelo apresente uma solução viável em, no máximo, n_b passos-tempo. A restrição de monotonicidade (14g) assegura que, uma vez removido o obstáculo, ele permaneça removido. Segundos os autores, a restrição de monotonicidade foi posta em parêntesis por ser matematicamente redundante no modelo de programação desenhado; isto é, se (x, y) é uma solução ótima para o modelo de programação, com a restrição (14g) removida, x corresponde a ponto de solução ótima para o modelo com a restrição (14g) reforçada, pois, se $y_{k(t-1)} = 1$ e $y_{kt} = 0$ for viável, então $y_{k(t-1)} = 1$ e $y_{kt} = 1$ também é viável. As restrições (15g) e (16g) reforçam a não-negatividade.

Assim como no modelo de Mayer e Stark, considerando que $V_s = \sum_{i \in S} V_i$, $C_b = \sum_{i \in B} C_i$, e $C_w = \sum_{i \in W} C_i$; as condições $C_w - V_s \geq 0$ e $C_b + V_s \geq 0$

garantem que a programação linear seja viável, pois, as caixas de empréstimo e os locais de bota-fora proveem folga suficiente.

Considerando que, segundo o autor, um design de rodovia típico empregue entre 50 e 200 seções (m_s), o modelo desenhado gera um número bem elevado de variáveis, o que dificulta sua resolução mas não a impossibilita, tendo em vista o poder de processamento dos computadores atuais; a maior preocupação é o número elevado de variáveis binárias, que cresce a uma taxa de $(n_b)^2$. Apesar de solucionável, o problema leva ao limite os resolvidores atuais, o que o torna complexo demais para o propósito desta pesquisa que intenciona chegar a um modelo prático e de aplicabilidade relativamente simples.

É importante apontar que existem pesquisas que exploraram a resolução simultânea do problema de alinhamento vertical e da movimentação de massas (vide Moreb 1996 e 2009), no entanto, neste trabalho esses dois estágios não serão combinados; ou seja, não será gerado um ótimo global para ambos o alinhamento vertical e o design de movimentação de massas, somente será gerado um ótimo global para o problema da movimentação de terra dado um determinado alinhamento vertical.

O caminho traçado para o desenvolvimento do modelo proposto nesta pesquisa tem como ponto de partida o modelo de Mayer e Stark (1981). A partir daí - com base na análise do modelo de Jayawardane e Harris (1990), mas sem levar em consideração os fatores dilatação, escavação e compactação – considerar-se-á a mecânica usada por eles para embutir o fator tempo no modelo de Mayer e Stark. E, por fim, com base na análise do modelo de Hare et al. (2011), incluir-se-á o fator obstáculo, de forma que o novo modelo represente melhor a realidade nacional e seja simples e prático.

3. ANÁLISE DOS MODELOS, IMPACTOS E RELEVÂNCIA NO NOVO MODELO

O modelo de Nicholls e Stark (1971) foi o primeiro a tratar do problema de alocação em terraplanagem, porém, possui a grande limitação de somente encontrar um valor viável se, e somente se, a soma de todas as mudanças requeridas nos volumes for exatamente igual a zero, o que significa que o volume de terra que sai dos cortes teria que ser exatamente igual ao volume de terra que entra nos aterros. Apesar de se tratar do primeiro modelo proposto e de ser bastante básico, essa limitação, por si só, torna o

modelo alheio demais à realidade no sentido de que, na prática, os volumes que entram e saem das seções nunca são iguais – as próprias perdas de terra na movimentação já garantem isso, quanto mais as necessidades naturais de um grande canteiro de construção de uma rodovia com suas várias seções e volumes de corte e aterro diversos. No modelo, somente a ideia da movimentação entre as seções está representada. Apesar do modelo desenvolvido no presente trabalho também ser relativamente simples, considerou-se, minimamente, representar dois aspectos contundentes da realidade brasileira na busca por relevância e efetividade: tempo de duração do projeto e obstáculos no canteiro de obra. Portanto, pode-se dizer que o modelo de Nicholls e Stark teve influência moderada no modelo desenvolvido por ter servido como referência básica na modelagem matemática de problemas do tipo *cut and fill*.

Em 1981, quando Stark se juntou a Mayer para aprimorar o modelo que havia desenvolvido, nasceu um modelo que contemplava a desigualdade entre os volumes de corte e aterro nas seções da rodovia; aspecto esse bastante pertinente, pois representa uma situação bem comum em obras do tipo. Introduzindo a noção de caixa de empréstimo (*borrow pit*) e local de bota-fora (*waste pit*), o modelo alcança um nível de representatividade e importância que o fez servir como ponto de partida para vários dos modelos criados posteriormente. Porém, ao se incluir os locais de bota-fora e caixas de empréstimo, o modelo comprometeu sua eficiência em custos, pois, segundo Hare et al. (2011), é mais custoso extrair terra de uma caixa de empréstimo do que adquiri-la de uma seção da rodovia, e apesar de ser mais barato despejar terra num local de bota-fora do que colocá-la em um ponto de aterro, o custo adicional de movimentação é consideravelmente maior do que o custo de movimentação entre seções da rodovia, o que, como dito anteriormente, compromete o modelo em termos de eficiência em custos. Além disso, por se tratar do segundo modelo desenvolvido para tratar do problema de alocação em terraplanagem, pouco da realidade está abstraído nele; aspectos como obstruções no canteiro de obra, tempo de finalização da obra, diferentes tipos de materiais e custos dinâmicos ao longo da construção não estão contemplados nele. Ainda assim, o modelo de Meyer e Stark foi o modelo de maior influência no desenvolvimento do novo modelo, servindo, de fato, como ponto de partida e inspiração.

Christian e Caldera (1988) foram os primeiros a pensar na questão de obstruções no canteiro de obra. Em seu modelo, reconhecem que, por vezes, há

obstáculos físicos e/ou naturais que impossibilitam a movimentação de um ponto para outro. A forma usual dos engenheiros resolverem isso é fazendo a remoção do obstáculo antes que as movimentações de terra comecem, o que acarreta em custo e tempo. A forma simples idealizada pelos autores para resolver essa questão é o que torna o modelo interessante; ao atribuírem custos exageradamente elevados para movimentos fisicamente impossíveis, o resolvidor busca caminhos alternativos para realizar aquela movimentação, o que pode elevar os custos com transportes, mas é compensado pelo fato de que os custos com a remoção das obstruções foram poupados. Essa forma simples de lidar com a questão dos obstáculos faz com Christian e Caldera tenham relevância no desenvolvimento do novo modelo.

Jayawardane e Harris (1990) incluíram em seu modelo a possibilidade de uso de diferentes frotas de veículos, o que possibilitou a incorporação do aspecto da duração do projeto no modelo, sendo esta a grande contribuição dos autores. Também estão presentes aspectos como o da dilatação (ou encolhimento) ao se mover materiais, o dos custos de escavação e de compactação, o da taxa de produtividade das máquinas e o da criação futura de locais de bota-fora e caixas de empréstimo. Percebe-se, assim, o elevado grau de abstração da realidade ao se levar em consideração tais detalhes na criação do modelo, porém, para o propósito desta pesquisa na busca por simplicidade, praticidade e representatividade nacional, tal nível de detalhamento e abstração não se faz necessário, uma vez que tornaria o modelo complexo assim como o dos autores em questão. Sendo assim, dos aspectos escolhidos como sendo os que mais representam a conjuntura brasileira, o do fator tempo do projeto está presente no trabalho de Jayawardane e Harris e foi o ponto de partida para a inclusão deste aspecto no modelo aqui desenvolvido pela sua abordagem relativamente simples - no que concerne a representação dos caminhos possíveis das máquinas no canteiro de obra, o que fica evidenciado logo na função objetivo da formulação - e por estar em comunhão com o ideário de concepção de um modelo simples e prático.

O modelo criado por Ahuja em 1993 foi proposto para servir como modelo básico para problemas de alocação de terraplanagem e chega até a possibilitar a inclusão de caixas de empréstimo e locais de bota-fora. Porém, por se tratar de mais um modelo básico com propósitos didáticos, não apresentou um grau diferente de abstração da realidade, limitando-se apenas a representar o problema de uma forma diferente de Meyer e Stark. Ainda assim, a forma pela qual o autor formulou as restrições de

equilíbrio, serviu de base para a formulação dessas restrições no novo modelo, o que confere à Ahuja, relevância neste trabalho.

O modelo de Hare et al. (2011) é, sem dúvidas, o mais complexo de todos. Os autores inovaram na forma como incluíram o aspecto dos obstáculos em um canteiro de obra de rodovia, porém, para tanto, o custo computacional ficou deveras alto; o que se deve ao fato de que, para incluir o fator obstáculo no modelo e possibilitar a remoção dos mesmos ao mesmo tempo em que ocorre o processo de terraplanagem, a ideia de passo-tempo e o indicador de remoção de obstáculos se fizeram necessárias, o que, por sua vez, gera um número de variáveis binárias que cresce em função do número de obstáculos a uma taxa de $(n_b)^2$ e leva ao limite os resolvidores atuais de problemas de programação inteira mista. O grande número de restrições que o modelo possui, conforme apresentado anteriormente, o tornam bastante complexo e dissociado dos ideais de simplicidade e praticidade norteadores desta pesquisa – o que levou ao questionamento acerca da existência de uma maneira mais simples de representar os obstáculos em um modelo matemático para o problema em questão. A conclusão que se chegou a partir desse questionamento foi a de que seguir o caminho proposto no modelo de Hare et al. contrariaria fundamentalmente a proposta de se criar um modelo eficiente, simples e de fácil aplicabilidade; portanto o modelo em questão serviu apenas para instigar a imaginação a seguir um caminho alternativo ao incluir o fator obstáculo no novo modelo.

A tabela a seguir explica de forma resumida as principais contribuições dos principais modelos propostos até hoje e seus respectivos graus de relevância no desenvolvimento do novo modelo, dadas as premissas de incorporação do fator tempo e do fator obstáculo e de baixa complexidade.

Tabela 2: Contribuições históricas dos modelos e seus graus de relevância no novo modelo.

Autor/ Ano	Principal Contribuição	Incorp ora o fator tempo?	Incorpo ra o fator obstácul os?	Nível de complex idade do modelo	Grau de relevânci a no novo modelo
Nicholl	Primeiro modelo criado para o	Não	Não	Baixo	Moderado

s e Stark (1971)	problema				
Mayer e Stark (1981)	Retirou a limitação do primeiro modelo ao incluir a noção de caixa de empréstimo e local de bota-fora	Não	Não	Baixo	Alto
Mayer e Stark (1981)	Incorporou a possibilidade de existência de diferentes tipos de materiais	Não	Não	Baixo	Baixo
Christi an e Calder a (1988)	Propuseram uma forma de lidar com movimentações fisicamente impossíveis, sem considerar a remoção do obstáculo	Não	Sim	Baixo	Moderado
Easa (1988)	Modelo quadrático onde o custo unitário de movimentação de massas varia conforme a quantidade de material escavado e transportado	Não	Não	Alto	Nenhum
Easa (1988)	Propôs um modelo que combina o problema do alinhamento vertical com o da movimentação de massas, mas não garante um ponto de ótimo.	Não	Não	Alto	Nenhum
Jayawa rdane e Harris (1990)	Incluíram no modelo a possibilidade de uso de frotas de transportes diversas, a duração do projeto e a seleção	Sim	Não	Moderad o	Alto

	dinâmica de locais de despejo e de empréstimo				
Ahuja (1993)	Novo modelo básico para o problema. Modelo didático mais difundido.	Não	Não	Baixo	Moderado
Moreb (1996)	Melhorou o modelo proposto por Easa que combina o problema do alinhamento vertical com o da movimentação de massas ao garantir que se chegue a um valor ótimo	Não	Não	Alto	Nenhum
Ammar et al. (2003)	Propôs um modelo que também prevê a existência de diferentes tipos de materiais	Não	Não	Moderado	Nenhum
Marzouk e Moselhi (2004)	Usando simulação computacional, consideraram uma linha de trabalho multifacetada para gerenciamento de operações envolvendo movimentação de materiais a fim de melhorarem produtividade e segurança nas construções	Sim	Não	Moderado	Nenhum
Son et al. (2005)	Apresentou um modelo capaz de determinar a melhor localização de locais de bota-fora e caixas de depósito	Não	Não	Baixo	Nenhum
Karimi et al. (2007)	Incluiu em seu modelo incertezas nos coeficientes dos custos unitários nas atividades	Não	Não	Moderado	Nenhum

	de movimentação de terra e capacidade de instalações				
Wang et al. (2009)	Criaram um modelo de terraplanagem de dois níveis com objetivos distintos; o nível superior minimiza o custo de transporte, enquanto que o nível inferior equilibra a oferta e demanda de terra nas atividades de corte e aterro	Não	Não	Moderado	Nenhum
Moselhi e Alshibani (2009)	Incluíram vários fatores em seu modelo, são eles: recursos disponíveis pelo empreiteiro, tempo e/ou restrições orçamentárias, características do projeto e do solo, custos indiretos e características dos equipamentos	Sim	Não	Alto	Nenhum
Hare et al. (2011)	Foram os primeiros a lidar com o problema dos obstáculos de forma conjunta com o trabalho de terraplanagem.	Não	Sim	Alto	Baixo

FONTE: Próprio autor.

4. DO DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Pela análise do modelo de Mayer e Stark (1981), chega-se à ideia de como compor a função objetivo do modelo; Jayawardane e Harris (1990) ajudam a facilitar a notação matemática. Em um canteiro de obra de construção de rodovia existem i seções que necessitam de corte, os chamados pontos de corte, e j seções que necessitam de aterro, os chamados pontos de aterro. V_i é o volume de terra que precisa ser retirada de cada ponto de corte. V_j é o volume de terra que precisa ser colocada em cada ponto de

aterro. Os locais de bota-fora são representados por b , enquanto que C_b indica a capacidade total comportada por cada ponto de depósito de material. As caixas de empréstimos, por sua vez, são representadas por e , enquanto que C_e indica a capacidade comportada por cada ponto de empréstimo de material. O número total de pontos de corte é dado por n , ou seja, $n = [1, \dots, n]$. O número total de seções em uma rodovia, ou seja, pontos de corte e pontos de aterro, é dado por m , onde $m = [1, \dots, n, \dots, m]$. Ao se incluir os locais de bota-fora, chegamos a s , assim, temos que $s = [1, \dots, n, \dots, m, \dots, s]$. Por fim, incluindo as caixas de empréstimo no conjunto, tem-se que $t = [1, \dots, n, \dots, m, \dots, s, \dots, t]$. Com isso, podemos definir o conjunto das seções de corte $i = [1, \dots, n]$; o conjunto das seções de aterro $j = [n + 1, \dots, m]$; o conjunto dos locais de bota-fora $b = [m + 1, \dots, s]$; e o conjunto das caixas de empréstimo $e = [s + 1, \dots, t]$. Tal notação facilita a visualização e entendimento das movimentações de terra que são possíveis, além de simplificar a implementação do modelo em um resolvidor computacional. Vale lembrar que, assim como em Mayer e Stark (1981), os únicos caminhos possíveis estão entre seções de corte e seções de aterro, seções de corte e locais de bota-fora e caixas de empréstimo e seções de aterro. Dessa forma, podemos apresentar a variável x_{ij} , que corresponde ao movimento de terra entre um ponto de corte i e um ponto de aterro j com custo c_{ij} ; a variável x_{ib} , que corresponde ao movimento entre um ponto de corte i e um local de bota-fora b com custo c_{ib} ; e a variável x_{ej} , que corresponde ao movimento entre uma caixa de empréstimo e e um ponto de aterro j com custo c_{ej} . Os custos de movimentação entre os pontos dependem das distâncias $d(i, j)$, $d(i, b)$ e $d(e, j)$, quanto maior for a distância, maior será o custo envolvido; ao se multiplicar o custo de transporte por quilômetro pela distância d , chega-se aos custos c_{ij} , c_{ib} e c_{ej} .

A partir da análise do modelo de Jayawardane e Harris (1990), surge a idealização de como incorporar o fator tempo neste modelo. Para tanto, faz-se necessário o conhecimento à priori da taxa P (em m^3/dia) de produção diária da frota de veículos de transporte do projeto; que pode ser encontrada ao se somar a capacidade de carga por hora dos veículos da frota e multiplicar pelas horas trabalhadas em um dia normal. Isso é importante, pois ao se dividir o valor de P por x_{ij} , x_{ib} e x_{ej} , chega-se ao número de dias necessários para a completude da movimentação de terra. Ao se somar todos esses valores, chega-se ao número total de dias necessários para que se complete toda a movimentação de terra. O tempo total, em dias, de duração do projeto de

terraplanagem é dado por T . Assim como no modelo de Jayawardane e Harris, isso permite que o projeto seja completado dentro de um tempo específico, e caso nenhuma solução seja encontrada, a conclusão é que a capacidade da frota disponível não é suficiente para completar o projeto no prazo, sendo necessário aumentar o número de veículos da frota ou estender o prazo do projeto. Com isso, o modelo passa a considerar o aspecto tempo de duração do projeto de terraplanagem e se torna mais condizente com a realidade das empresas de construção civil pesada do país que estão acostumadas a trabalhar com um tempo limite para conclusão da obra, principalmente quando a obra é proveniente de um processo licitatório que estipula prazos, por vezes, rígidos.

Seguindo a ideia proposta por Christian e Caldera (1988) para representar o fator obstáculo em seu modelo, o presente trabalho utilizar-se-á do mesmo princípio de inviabilizar um caminho fisicamente impossível para representar obstruções no canteiro de obra de uma rodovia. Com isso, infere-se que os obstáculos cuja remoção não é obrigatória, serão deixados intocados, assim, economiza-se no custo de remoção de obstruções desnecessárias; no tocante aos obstáculos cuja remoção é obrigatória, depreende-se que estes serão removidos antes do início do processo de terraplanagem, o que torna esta abordagem diferente da proposta por Hare et al. (2011) que propõe remover todos os obstáculos do canteiro de obra durante o processo de movimentação de terra. Assim, define-se uma constante I suficientemente grande que representará o custo de se mover terra de um ponto i a um ponto j , de um ponto i a um ponto k e de um ponto e a um ponto j quando esses caminhos estão inviabilizados por obstruções no canteiro de obra, sejam elas físicas ou naturais. O conjunto O inclui movimentações impossíveis, dados os obstáculos, onde (i, j) , (i, b) e $(e, j) \in O$; para esses x_{ij} , x_{ib} e x_{ej} , atrelar o custo I faz com que o resolvedor busque uma resposta para o problema de minimização evitando aquele caminho dado o elevado custo envolvido. Existe também a possibilidade de zerar o I , fazendo com que a variável atrelada a ele seja descartada do modelo; esta possibilidade fica a critério do usuário do modelo, pois, no que diz respeito ao resultado, o efeito será o mesmo.

Segue, por conseguinte, a formulação completa do modelo matemático para problemas de otimização em movimentos de terra:

Minimizar:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^m c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{b=m+1}^s c_{ib} x_{ib} + \sum_{e=s+1}^t \sum_{j=n+1}^m c_{ej} x_{ej} \quad (1h)$$

Sujeito à:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^m x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{b=m+1}^s x_{ib} = V_i, \forall i \quad (2h)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^m x_{ij} + \sum_{e=s+1}^t \sum_{j=n+1}^m x_{ej} = V_j, \forall j \quad (3h)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{b=m+1}^s x_{ib} \leq C_b, \forall b \quad (4h)$$

$$\sum_{e=s+1}^t \sum_{j=n+1}^m x_{ej} \leq C_e, \forall e \quad (5h)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^m \frac{x_{ij}}{P} + \sum_{i=1}^n \sum_{b=m+1}^s \frac{x_{ib}}{P} + \sum_{e=s+1}^t \sum_{j=n+1}^m \frac{x_{ej}}{P} \leq T \quad (6h)$$

$$c_{ij} = I, \forall (i, j) \in O \quad (7h)$$

$$c_{ib} = I, \forall (i, b) \in O \quad (8h)$$

$$c_{ej} = I, \forall (e, j) \in O \quad (9h)$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \quad (10h)$$

$$x_{ib} \geq 0, \forall (i, b) \quad (11h)$$

$$x_{ej} \geq 0, \forall (e, j) \quad (12h)$$

A função objetivo (1h) minimiza o custo de movimentação, dadas todas as movimentações permitidas. A restrição (2h), de equilíbrio, garantem que o volume total de terra que sai dos pontos de corte para os pontos de aterro e para os locais de bota-fora será o volume que a rodovia necessita que seja retirado para que se chegue no layout final esperado; similarmente, a restrição (3h) garante que o volume total de terra que entra nos pontos de aterro a partir de pontos de corte ou de caixas de empréstimo será o necessário. As restrições (4h) e (5h) são as de capacidades; asseguram que o volume total de terra que entra nos locais de bota-fora e que saem das caixas de empréstimo não ultrapassem as capacidades máximas. A restrição (6h) é a restrição de tempo; garante

que o tempo total gasto para o término do processo de terraplanagem não ultrapasse o prazo máximo estabelecido. As restrições (7h), (8h) e (9h) são as restrições de obstáculo; inviabilizam um caminho que seria permitido mas que não o é graças à obstruções físicas ou naturais no canteiro de obra. Por fim, tem-se as restrições de não-negatividade que definem que as variáveis não podem assumir valores negativos.

Vale salientar que este modelo só encontra um valor de ótimo se as capacidades dos locais de bota-fora e de caixas de empréstimos forem suficientemente grandes, e se o tempo de duração do projeto for suficiente para que todas as movimentações sejam realizadas.

Este modelo cumpre as premissas básicas norteadoras deste trabalho no que diz respeito à inclusão do fator tempo e obstáculo para representação de dois aspectos pertinentes da realidade nacional, como também no tocante à concepção de uma formulação simples e de aplicabilidade fácil e prática.

5. DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

O código computacional deste modelo está escrito em Visual Basic for Applications (VBA). O código se faz necessário tanto para que o modelo possa ser testado quanto para que um problema real possa ser resolvido. O Apêndice I traz o código em VBA; vale salientar que, para a implementação do modelo em linguagem computacional, foi necessário alterar a representatividade de algumas letras do modelo a fim de fazer com que o código funcione, essas mudanças só são perceptíveis ao se fazer uma varredura no código. A representação final das letras ficou da seguinte forma: c_{ij} passa a ser representado por $C(i, j)$; c_{ib} por $D(i, b)$; c_{ej} por $F(e, j)$; V_i por $V(i)$; V_j por $W(j)$; C_b por Cb ; C_e por Ce e T por L . O Apêndice II traz o problema genérico onde foi testado o modelo, pode-se observar a figura representativa do problema e os dados usados para a resolução do mesmo. O Apêndice III contém as planilhas de alimentação do modelo (informações do problema genérico) e dos resultados. No Apêndice IV, está o log do problema de otimização gerado pelo Microsoft Office Excel 2010 integrado ao código em VBA.

Os testes realizados com o problema genérico indicam que o modelo desenvolvido – e seu código computacional – funcionam bem. Variações nas variáveis, com o propósito de violar as restrições, fazem com que nenhuma solução viável seja

encontrada; no caso específico do problema genérico, por exemplo, ao se diminuir, dia a dia, o prazo máximo para término da movimentação de terra de 15 dias para 11 dias, dada a produção diária de $5 \text{ m}^3/\text{dia}$, o problema passa a não ter mais solução viável, concluindo-se, assim, que o prazo mínimo para o processo de terraplanagem é de 12 dias, mantida essa taxa de produção. Essa possibilidade de integração do modelo em VBA com a planilha do Microsoft Office Excel 2010 tem ótimas implicações no que diz respeito à logística e planejamento da construção de uma rodovia. Pelo problema genérico do Apêndice II, por exemplo, pode-se observar que o custo mínimo (valor ótimo) mostrado na planilha de resultado do Apêndice III é encontrado sem que se faça uso da caixa de empréstimo naquelas circunstâncias; um estudo prévio desse tipo poderia prevenir que se gastasse com a instalação da caixa de empréstimo, economizando, dessa forma, recursos importantes para o projeto de construção como um todo. Percebe-se, também, que a presença de um obstáculo entre as seções 1 e 4 da rodovia é contornado pelo modelo ao se atribuir o custo $I = 9999999$ à variável x_{14} , fazendo com que o resultado do problema de minimização seja alcançado sem que se use aquele trecho.

Portanto, tem-se um novo modelo para otimização de recursos em movimentação de terra relativamente simples que incorpora os fatores tempo e obstáculo com sucesso e implementado em linguagem computacional com ferramenta livre que facilita a aplicabilidade do mesmo.

6. DO PROBLEMA DA VIDA REAL

No intuito de testar a aplicabilidade e representatividade do modelo, um caso real terá seu problema de alocação em terraplanagem resolvido utilizando-se o modelo no código computacional criado. O caso utilizado foi o da construção de uma estrada de Rodagem em São Paulo; seu Projeto de Terraplanagem é de responsabilidade do Departamento de Estradas de Rodagem do Estado de São Paulo (DER).

Para a coleta das informações necessárias para alimentação do modelo, faz-se necessário apenas que se analise uma das partes que compõem o Projeto de Terraplanagem, o Perfil Longitudinal. O Anexo I traz o Perfil Longitudinal do Projeto de Terraplanagem da estrada de São Paulo. Neste Anexo, consta o Perfil original, tal qual está no Projeto, assim como o Perfil comentado, com informações destacadas das

distâncias e dos volumes dos pontos de corte e aterro, e dos locais de bota-fora; vale salientar que, neste projeto, não se utilizou caixas de empréstimo. Para a construção da matriz de custos de transporte entre seções da rodovia e da matriz de custo entre pontos de corte e locais de bota-fora, considerou-se que o preço por quilômetro de transporte de volumes no Brasil é R\$ 2,89 para um metro cúbico – segundo Lettnin (2011). Ao se multiplicar esse valor pelas distâncias entre todos os trajetos possíveis no processo de movimentação de terra, chegam-se-se as matrizes de custos, que podem ser vistas no Apêndice V.

Para o cálculo da taxa de produção diária, considera-se que o material movido é, em sua maioria, areia grossa, que pesa, em média, 1,5 tonelada por metro cúbico. Considerando, também, que um caminhão pesado de transporte possui capacidade máxima de carga de 14 toneladas; que 5 caminhões foram utilizados na movimentação de terra, totalizando 70 toneladas de carga máxima; que, por hora, a frota realiza uma movimentação; e que, por dia, trabalha-se 8 horas; chega-se à taxa de produção (movimentação) de 373,33 metros cúbicos por dia. Faz-se necessário salientar que essas informações foram retiradas de revistas eletrônicas especializadas em construção civil, tais quais a *téchne* e *Guia do Transportador*, pois não foi possível obter resposta do DER com as informações reais da construção da estrada.

O prazo limite para término do processo de movimentação de terra também não foi fornecido, assim, foi somente possível encontrar o prazo mínimo para finalização das movimentações dada a taxa de produção diária estabelecida; no caso, 45 dias, pois, qualquer prazo menor do que esse inviabiliza o problema.

O Apêndice V mostra a planilha que alimenta o modelo com as informações retiradas do Projeto de Terraplanagem. É possível observar que, por falta de caixas de empréstimos previstas no projeto, a matriz de custos de movimentação entre caixas de empréstimo e seções de aterro, bem como a capacidade de caixas de empréstimo estão vazias, o que faz com que não sejam geradas as variáveis que representariam esses trechos nem a restrição de capacidade das caixas de empréstimo. A ausência desses locais de empréstimo de material não inviabiliza o problema, visto que as seções de corte juntamente com os locais de bota-fora proveem folga suficiente.

No Apêndice VI está a solução do problema de otimização do caso real; pode-se perceber que, na matriz de solução, nem todas as movimentações possíveis são realizadas, pois, no intuito de minimizar os custos de transporte, o resolvidor escolhe

somente o conjunto de trajetos menos custosos dadas as restrições do problema. O custo de se realizar todas as movimentações também é mostrado, porém, infelizmente, não foi possível ter acesso à informações mais detalhadas do projeto, tais como os trajetos usados para se movimentar a terra ou o custo total dessas movimentações; sendo assim, a comparação com as movimentações definidas pelo modelo - vide Anexo II – torna-se impossível.

O Apêndice VII traz a definição das variáveis, função objetivo e restrições do problema de otimização do caso real; o Apêndice VIII, por sua vez, traz o código computacional melhorado para aplicação em qualquer problema do tipo em questão, não importando o número de seções ou locais de bota-fora e caixas de empréstimo instaladas.

Ao aplicar o modelo no projeto de uma estrada real, nota-se a necessidade de se acompanhar de perto todo o processo que envolve a construção de uma rodovia, pois, para uma melhor aplicação deste modelo, informações intrínsecas e inerentes ao projeto como custos, prazos e obstáculos no canteiro de obra se fazem necessárias. Por conseguinte, sugere-se que mais estudos sejam feitos com o intuito de testar a eficiência e representatividade da formulação aqui desenvolvida em casos reais do país.

7. RESULTADOS ALCANÇADOS

Ao se analisar os resultados alcançados pelo modelo no problema genérico, conclui-se que a formulação cumpre o propósito de resolver problemas do tipo *cut and fill* – ou *earthwork allocation problem* - ao minimizar o custo de transporte entre os trechos permitidos levando em consideração as restrições de equilíbrio, capacidade, tempo, obstáculo e não-negatividade; o que pode ser notado ao se verificar o Apêndice IV e constatar que a definição do problema genérico é feita pelo resolvidor de forma integral e correta, bem como ao se verificar o Apêndice III e perceber que o valor de ótimo mínimo é alcançado com sucesso. A representação, na formulação, dos aspectos tempo e obstáculo a fim de se chegar a um modelo que represente aspectos pertinentes da realidade nacional é evidenciada ao se analisar os resultados com base na integração do modelo em código com o Microsoft Office Excel 2010; poder concluir o número mínimo de dias necessários para o processo de movimentação de terra e eliminar do problema os trechos cujas movimentação são inviáveis trazem ganhos fundamentais aos

gestores de projetos de construção de rodovia no tocante à logística e planejamento do projeto, o que acarreta em economia de recursos. No âmbito acadêmico, a existência de um modelo brasileiro que se propõe a representar melhor a realidade interna de forma simples – vide a notação simplificada ao se comparar com a de Mayer e Stark (1981), por exemplo – e prática – vide o código em VBA integrado ao Microsoft Office Excel 2010 de fácil utilização – faz com que a ciência do país caminhe mais um pequeno passo no sentido de suprir a carência deste tipo de trabalho em nossa literatura.

Embora o modelo e seu código computacional tenham funcionado ao aplicá-los no problema genérico e no problema real, sugere-se que mais testes sejam realizados em trabalhos afins futuros com o propósito de empregá-los em uma infinidade de problemas com suas mais variadas instâncias. No tocante à representatividade nacional do modelo, sugere-se, também, que mais testes sejam feitos utilizando-se problemas reais do país a fim de verificar se os fatores tempo e obstáculo são relevantes no cotidiano das empresas que lidam com construção de rodovias. Entende-se que o processo de validação de um estudo científico leva tempo e envolve o esforço do coletivo de pesquisadores interessados na área específica do estudo; por isso, coloca-se as sugestões.

8. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

O problema genérico e o problema do caso real foram os dois casos testados pelo modelo escrito em código computacional no VBA integrado ao Microsoft Office Excel 2010 utilizando o resolvidor COIN CBC em uma máquina com 2gb de memória RAM, processador de dois núcleos de 3,2 GHz e sistema operacional Windows XP. O problema genérico de instância 8 – dividida em 3 seções de corte, 3 de aterro, 1 local de bota-fora e 1 caixa de empréstimo – gerou 3 matrizes de custos de tamanhos variados, o que gera, por sua vez, 3 matrizes com os resultados otimizados (vide Apêndices II e III). O caso real de instância 15 – dividida em 8 seções de corte, 5 seções de aterro, 2 locais de bota-fora e nenhuma caixa de empréstimo – gerou apenas 2 matrizes de custos, pois como não há caixa de empréstimo, não há movimentos entre a caixa e a seção de aterro, o que gerou 2 matrizes de resultados (vide Apêndices V e VI).

O modelo está escrito de forma tal que os movimentos que não são permitidos – tais como movimentos partindo de seções de aterro para seções de corte, de locais de

bota-fora para seções de aterro, de seções de corte para caixas de empréstimo, ou entre locais de bota-fora e caixas de empréstimo – não têm suas variáveis criadas no momento em que o modelo define o problema (vide Apêndice IV); por exemplo, no problema genérico (Apêndice II), as variáveis x_{11} , x_{12} , x_{13} , x_{21} , x_{22} , x_{23} , x_{31} , x_{32} e x_{33} representam movimentos não permitidos, assim, essas variáveis são desconsideradas. O mesmo acontece com variáveis das outras matrizes, bem como nas matrizes do caso real, o que se deve ao tratamento prático e objetivo dado ao modelo no desenvolvimento da sua formulação. A consequência disso é a diminuição do esforço computacional na resolução dos problemas.

Ambos os problemas foram resolvidos de forma computacional, empregando o mínimo de esforço e em tempo polinomial, o que se deve ao fato de que essa classe de problemas de otimização não possui NP-difícil, não necessitando, portanto, de qualquer tipo de redução, bem como ao fato de que os problemas testados possuem instâncias pequenas; dessa forma, reforça-se a ideia da necessidade de que mais testes sejam realizados em diversos problemas e instâncias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHUJA, R.K. et. al. *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1993.

AMMAR, M. et. al. *Optimization of earthwork allocation with multiple soil types*. Alexandria Engineering Journal , 2003.

BOGENBERGER, C. et al. *Optimizing Earth Transportation in Highway Construction*. Austria, 2013.

CAVAZOS, J.et al.. *Hybrid Optimizations: Which Optimization Algorithm to Use?* University of Massachusetts, 2006.

CHRISTIAN, J.; CALDERA, H.. *Earthmoving cost optimization by operational research*. Can. J. Civ. Eng, 1988.

CLAUSEN, J.. *Branch and Bound Algorithms - Principles and Examples*. University of Copenhagen, 1999.

DINGER, R.. *Engineering design optimization with genetic algorithms*, 1998.

EASA, S.M.. *Earthwork allocations with linear unit costs*. Journal of Construction Engineering and Management, 1988.

EASA, S.M.. *Selection of roadway grades that minimize earthwork cost using linear programming*. Transportation Research Part A: General, 1988.

FISHER, M.. *The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems*. Management Science, 2004.

Gapso, UFFLP. Disponível em:

<<http://www.gapso.com.br/ufflp/>> Acesso em 10 de Abril de 2014

GLOVER, F.. *Tabu search: A Tutorial*. The Institute of Management Sciences, 1990.

HARE, W.L. et al. *Models and algorithms to improve earthwork operations in road design using mixed integer linear programming*. European Journal of Operational Research, 2011.

JAYAWARDANE, A.K.W.; HARRIS, F.C.. *Further development of integer programming in earthwork optimization*. Journal of Construction Engineering and Management, 1990.

- JI, Y. et al. *Mathematical Modeling of Earthwork Optimization Problems*. Munique, 2009.
- KARIMI, S.M. et al. *Fuzzy optimization model for earthwork allocations with imprecise parameters*. Journal of construction engineering and management, 2007.
- LETTNIN, E.. *Gestão de Custos Logísticos com Ênfase no Cálculo do Quilômetro Rodado*. ESAB, 2011.
- MARZOUK, M.; MOSELHI, O.. *Multiobjective optimization of earthmoving operations*. Journal of construction Engineering and Management, 2004.
- MAYER, R.H.; STARK, R.M.. *Earthmoving logistics*. Journal of the Construction Division, 1981.
- MITCHELL, J.. *Branch-and-Cut Algorithms for Combinatorial Optimization*. Problems Rensselaer Polytechnic Institute, 1999.
- MOREB, A.A., *Linear programming model finding optimal roadway grades that minimize earthwork cost*. European Journal of Operational Research, 1996.
- MOREB, A.A.. *Spline technique for modeling roadway profile to minimize earthwork cost*. Journal of Industrial and Management Optimization, 2009.
- MOSELHI, O.; ALSHIBANI, A. *Optimization of earthmoving operations in heavy civil engineering projects*. J. Constr. Eng. Manage, 2009.
- RESENDE, M.. *Greedy randomized adaptive search procedures (grasp)*, 1998.
- SON, J.; MATTILA, K.; MYERS, D.. *Determination of haul distance and direction in mass excavation*. J. Constr. Eng. Manage, 2005.
- STARK, R.M.; MAYER, R.H.. *Quantitative construction management: Uses of linear optimization*. Wiley New York, 1983.
- STARK, R.M.; NICHOLLS, R.L.. *Mathematical foundations for design: Civil engineering systems*. McGraw-Hill New York, 1971.
- XIANJIA, W. et al.. *The bilevel programming model of earthwork allocation system*. Cutting-Edge Research Topics on Multiple Criteria Decision Making, volume 35, Springer Berlin Heidelberg, 2009.

APÊNDICE I – CÓDIGO COMPUTACIONAL

Option Explicit

```
Public Sub SolveProblem_Click()
```

```
    ' Pegar o nome da instância a ser resolvida
```

```
    Dim instance As String
```

```
    instance = Sheets("Main").Cells(4, 2).value
```

```
    ' Pegar o número de seções de corte (n), corte+aterro (m), corte+aterro+bota-fora (s),  
    corte+aterro+bota-fora+caixa de empréstimo (t)
```

```
    Dim n, m, s, t As Double
```

```
    n = Sheets(instance).Cells(1, 2).value
```

```
    m = Sheets(instance).Cells(2, 2).value
```

```
    s = Sheets(instance).Cells(3, 2).value
```

```
    t = Sheets(instance).Cells(4, 2).value
```

```
    ' Pegar os custos de transportes de todas as movimentações possíveis
```

```
    Dim i, j, b, e As Double
```

```
    Dim C() As Double
```

```
    ReDim C(n, m) As Double
```

```
    For i = 1 To n
```

```
        For j = n + 1 To m
```

```
            C(i, j) = Sheets(instance).Cells(i + 6, j + 1).value
```

```
        Next
```

```
    Next
```

```
    Dim D() As Double
```

```
    ReDim D(n, s) As Double
```

```
    For i = 1 To n
```

```
        For b = m + 1 To s
```

```
            D(i, b) = Sheets(instance).Cells(i + 15, b + 1).value
```

```
        Next
```

```
    Next
```

```
    Dim F() As Double
```

```
    ReDim F(t, m) As Double
```

```
    For e = s + 1 To t
```

```
        For j = n + 1 To m
```

```
            F(e, j) = Sheets(instance).Cells(e + 24, j + 1).value
```

```
        Next
```

```
    Next
```

```
    ' Pegar os volumes que saem das seções de corte e que entram nas seções de aterro
```

```
    Dim V() As Double
```

```
    ReDim V(n) As Double
```

```
    For i = 1 To n
```

```
        V(i) = Sheets(instance).Cells(33, i + 1).value
```

```
    Next
```

```

Dim W() As Double
ReDim W(m) As Double
For j = n + 1 To m
    W(j) = Sheets(instance).Cells(35, j + 1).value
Next

'Pegar a capacidade total dos locais de bota-fora e das caixas de empréstimo
Dim Cb As Double
Cb = Sheets(instance).Cells(37, 2).value

Dim Ce As Double
Ce = Sheets(instance).Cells(39, 2).value

'Pegar o prazo limite do processo de terraplanagem
Dim L As Double
L = Sheets(instance).Cells(41, 2).value

'Pegar a taxa de produção diária da frota de máquinas
Dim P As Double
P = Sheets(instance).Cells(43, 2).value

' Criar uma instância de problema UFFLP
Dim problem As Long
problem = UFFLP_CreateProblem(UFFLP_Minimize)

' Criar as variáveis:
' Função Objetivo:
Dim variable As String
Dim error As Long
For i = 1 To n
    For j = n + 1 To m
        ' Criar a variável "x_i_j" com custo "C"
        variable = "x_" & i & "_" & j
        error = UFFLP_AddVariable_(problem, variable, 0, UFFLP_Infinity, C(i, j),
UFFLP_Continuous)
    Next
Next

For i = 1 To n
    For b = m + 1 To s
        ' Criar a variável "x_i_b" com custo "D"
        variable = "x_" & i & "_" & b
        error = UFFLP_AddVariable_(problem, variable, 0, UFFLP_Infinity, D(i, b),
UFFLP_Continuous)
    Next
Next

For e = s + 1 To t
    For j = n + 1 To m

```

```

        ' Criar a variável "x_e_j" com custo "F"
        variable = "x_" & e & "_" & j
        error = UFFLP_AddVariable_(problem, variable, 0, UFFLP_Infinity, F(e, j),
UFFLP_Continuous)
    Next
Next

' Criar as restrições:

Dim constraint As String

' Restrições de equilíbrio
' Para os volumes que saem dos cortes
For i = 1 To n
constraint = "cortes_" & i
    For j = n + 1 To m
        variable = "x_" & i & "_" & j
        error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)
        For b = m + 1 To s
            variable = "x_" & i & "_" & b
            error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)
        Next
    Next
    error = UFFLP_AddConstraint_(problem, constraint, V(i), UFFLP_Equal)
Next

    ' Para os volumes que entram nos cortes
    For j = n + 1 To m
        constraint = "aterros_" & j
        For i = 1 To n
            variable = "x_" & i & "_" & j
            error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)
            For e = s + 1 To t
                variable = "x_" & e & "_" & j
                error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)
            Next
        Next
        error = UFFLP_AddConstraint_(problem, constraint, W(j), UFFLP_Equal)
    Next

' Restrições de capacidade
' Dos locais de bota-fora
For b = m + 1 To s
constraint = "capacidadeI_" & b
    For i = 1 To n
        variable = "x_" & i & "_" & b
        error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)
    Next
    error = UFFLP_AddConstraint_(problem, constraint, Cb, UFFLP_Less)
Next

```

```

'Das caixas de empréstimo
For e = s + 1 To t
constraint = "capacidadeII_" & e
  For j = n + 1 To m
    variable = "x_" & e & "_" & j
    error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)
  Next
  error = UFFLP_AddConstraint_(problem, constraint, Ce, UFFLP_Less)
Next

'Restrição de tempo
constraint = "tempo_"
For i = 1 To n
  For j = n + 1 To m
    variable = "x_" & i & "_" & j
    error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1 / P)
    For b = m + 1 To s
      variable = "x_" & i & "_" & b
      error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1 / P)
      For e = s + 1 To t
        variable = "x_" & e & "_" & j
        error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1 / P)
      Next
    Next
  Next
Next
error = UFFLP_AddConstraint_(problem, constraint, L, UFFLP_Less)

'Resolver o problema
Dim status As Long
status = UFFLP_Solve(problem)

'Checar se uma solução ótima foi encontrada
If status = UFFLP_Optimal Then
  'Mostrar mensagem
  MsgBox "Solução ótima encontrada!"

'Pegar o valor da solução
Dim value As Double
error = UFFLP_GetObjValue_(problem, value)
'Escrever o valor da solução na planilha
Sheets("Main").Cells(9, 3).value = value

'Pegar o valor das variáveis
For i = 1 To n
  For j = n + 1 To m
    variable = "x_" & i & "_" & j
    error = UFFLP_GetSolution_(problem, variable, value)
    Sheets("Main").Cells(12 + i, j).value = value
  Next
Next

```

```

    Next
Next
For i = 1 To n
    For b = m + 1 To s
        variable = "x_" & i & "_" & b
        error = UFFLP_GetSolution_(problem, variable, value)
        Sheets("Main").Cells(23 + i, b).value = value
    Next
Next
For e = s + 1 To t
    For j = n + 1 To m
        variable = "x_" & e & "_" & j
        error = UFFLP_GetSolution_(problem, variable, value)
        Sheets("Main").Cells(34 + e, j).value = value
    Next
Next

Else
If status = UFFLP_Infeasible Then
    ' Mostrar uma mensagem
    MsgBox "Problema é inviável!"
Else
    ' Mostrar uma mensagem
    MsgBox "Erro desconhecido!"
End If
End If

' Escrever o problema em um arquivo no formato LP
error = UFFLP_WriteLP_(problem, thisworkbook.Path & "/earthwork.lp")

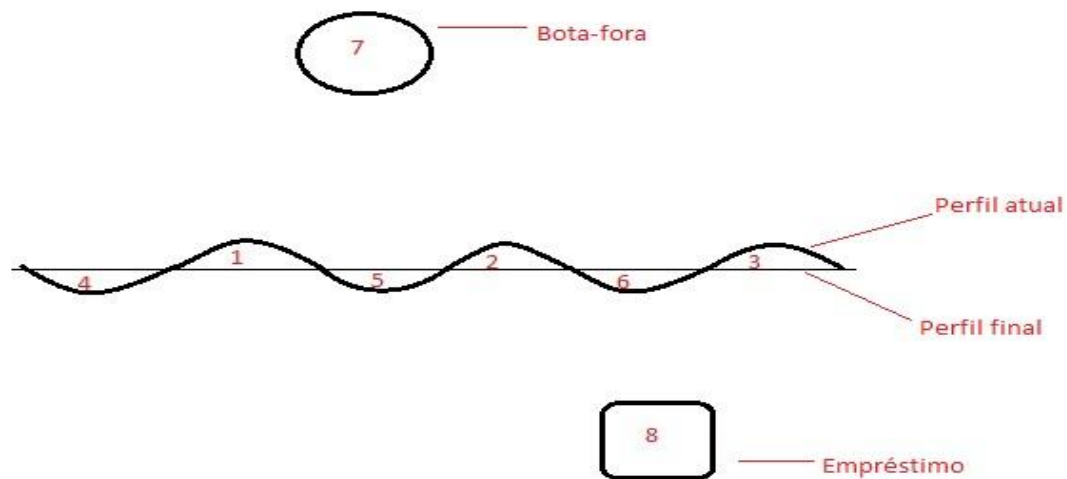
' Configurar o arquivo de log e o nível/posição do log
error = UFFLP_SetLogInfo_(problem, thisworkbook.Path & "/earthwork.log", 4)

' Destruir o problema
UFFLP_DestroyProblem (problem)

End Sub

```

APÊNDICE II – PROBLEMA GENÉRICO



Qtde de terra nas seções de corte: $V_1 = 10m^3$, $V_2 = 20m^3$, $V_3 = 30m^3$

Qtde de terra nas seções de aterro: $V_4 = 15m^3$, $V_5 = 22m^3$, $V_6 = 18m^3$

Capacidade de terra do local de bota-fora: $C_7 = 200m^3$

Capacidade de terra da caixa de empréstimo: $C_8 = 230m^3$

Matriz de custos de movimentos entre seções da rodovia:

$$C_{ij} = \begin{matrix} & 0 & 0 & 0 & 999999 & 12 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 14 & 15 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 19 & 18 & 17 \end{matrix}$$

Matriz de custos de movimentos entre seções de rodovia e local de bota-fora:

$$C_{ib} = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23 \end{matrix}$$

Matriz de custos de movimentos entre caixa de empréstimo e seções da rodovia:

$$C_{ej} = \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 26 & 25 & 24 \end{matrix}$$

Prazo máximo para término do processo de terraplanagem: $T = 15$ dias

Taxa de produção diária da frota de veículos: $P = 5 m^3/dia$

APÊNDICE III – PLANILHA EXCEL DE ALIMENTAÇÃO DO MODELO E DE RESULTADOS

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Nº de seções corte (n):	3							
2	Nº de seções corte e aterro (m):	6							
3	Nº de seções corte, aterro e locais de bota-fora (s):	7							
4	Nº de seções corte, aterro, locais de bota-fora e caixas de empréstimo (t):	8							
5									
6									
7	MATRIZ DE CUSTOS DE TRANSPORTE ENTRE SEÇÕES DA RODOVIA (por trajeto) [Matriz $n \times m$]:				9999999	12	13		
8	Há algum obstáculo? Sim					14	15	16	
9	Qual trecho? (i, j) = (1, 4)					19	18	17	
10	Caso sim (i, j) = (1, 4) => $c_{ij} = I = 9999999$								
11									
12									
13									
14									
15	MATRIZ DE CUSTOS DE TRANSPORTE ENTRE SEÇÕES DE CORTE E LOCAIS DE BOTA-FORA (por trajeto) [Matriz $n \times s$]:								
16	Há algum obstáculo? Não								21
17	Qual trecho?								22
18	Caso sim (i, b) => $c_{ib} = I = 9999999$								23
19									
20									
21									
22									
23									
24	MATRIZ DE CUSTOS DE TRANSPORTE ENTRE CAIXAS DE EMPRÉSTIMO E SEÇÕES DE ATERRO (por trajeto) [Matriz $t \times m$]:								
25	Há algum obstáculo? Não								
26	Qual trecho?								
27	Caso sim (e, j) => $c_{ej} = I = 9999999$								
28									
29									
30									
31									
32							26	25	24
33	VOLUMES A SEREM RETIRADOS DE CADA SEÇÃO DE CORTE (em m3) [de 1 à n]:	10	20	30					
34									
35	VOLUMES A SEREM COLOCADOS EM CADA SEÇÃO DE ATERRO (em m3) [de n + 1 à m]:					15	22	18	
36									
37	CAPACIDADE TOTAL DOS LOCAIS DE BOTA-FORA (em m3):	200							
38									
39	CAPACIDADE TOTAL DAS CAIXAS DE EMPRÉSTIMO (em m3):	230							
40									
41	TEMPO LIMITE DO PROCESSO DE TERRAPLANAGEM (em dias):	15							
42									
43	TAXA DE PRODUÇÃO DIÁRIA DA FROTA (em m3/dia)	5							

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Earthwork Allocation													
2														
3	Instance													
4	Test1		Solve Problem											
5														
6														
7														
8														
9	Solução:		952											
10														
11														
12	Variáveis x_{ij} (Matriz n x m):													
13				0	10	0								
14				15	5	0								
15				0	7	18								
16														
17														
18														
19														
20														
21														
22														
23	Variáveis x_{ib} (Matriz n x s):													
24							0							
25							0							
26							5							
27														
28														
29														
30														
31														
32														
33														
34	Variáveis x_{ej} (Matriz t x m):													
35														
36														
37														
38														
39														
40														
41														
42				0	0	0								
43														
44														
45														
46														

Microsoft Excel

Solução ótima encontrada!

OK

APÊNDICE IV – LOG DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO GERADO

```

1 | \Problem name:
2 |
3 | Minimize
4 | obj: 9999999 x_1_4 + 12 x_1_5 + 13 x_1_6 + 14 x_2_4 + 15 x_2_5 + 16 x_2_6 + 19 x_3_4 + 18 x_3_5 + 17 x_3_6 + 21 x_1_7
5 | + 22 x_2_7 + 23 x_3_7 + 26 x_8_4 + 25 x_8_5 + 24 x_8_6
6 | Subject To
7 | cortes_1: x_1_4 + x_1_5 + x_1_6 + x_1_7 = 10
8 | cortes_2: x_2_4 + x_2_5 + x_2_6 + x_2_7 = 20
9 | cortes_3: x_3_4 + x_3_5 + x_3_6 + x_3_7 = 30
10 | aterros_4: x_1_4 + x_2_4 + x_3_4 + x_8_4 = 15
11 | aterros_5: x_1_5 + x_2_5 + x_3_5 + x_8_5 = 22
12 | aterros_6: x_1_6 + x_2_6 + x_3_6 + x_8_6 = 18
13 | capacidadeI_7: x_1_7 + x_2_7 + x_3_7 <= 200
14 | capacidadeII_8: x_8_4 + x_8_5 + x_8_6 <= 230
15 | tempo_: 0.20000 x_1_4 + 0.20000 x_1_5 + 0.20000 x_1_6 + 0.20000 x_2_4 + 0.20000 x_2_5 + 0.20000 x_2_6 + 0.20000 x_3_4 + 0.20000 x_3_5 + 0.20000 x_3_6
16 | + 0.20000 x_1_7
17 | + 0.20000 x_2_7 + 0.20000 x_3_7 + 0.20000 x_8_4 + 0.20000 x_8_5 + 0.20000 x_8_6 <= 15
17 | Bounds
18 | End
19 |

```


APÊNDICE VI – SOLUÇÃO DO PROBLEMA DO CASO REAL

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
2																		
3																		
4																		
5																		
6																		
7																		
8																		
9																		
10																		
11																		
12																		
13																		
14																		
15																		
16																		
17																		
18																		
19																		
20																		
21																		
22																		
23																		
24																		
25																		
26																		
27																		
28																		
29																		
30																		
31																		
32																		
33																		

Instance

Test1

Solve Problem

Solução:

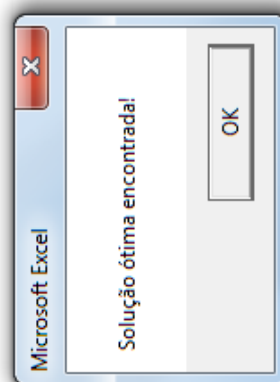
549837,5

Variáveis xij (Matriz n x m):

13																		
14																		
15																		
16																		
17																		
18																		
19																		
20																		
21																		
22																		

Variáveis xib (Matriz n x s):

24																		
25																		
26																		
27																		
28																		
29																		
30																		
31																		
32																		
33																		



APÊNDICE VII – LOG DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO DO CASO REAL

```

Minimize
obj: 1.65000 x_1_9 + 2.51000 x_1_10 + 2.80000 x_1_11 + 6.70000 x_1_12 + 7.57000 x_1_13 + 0.43000 x_2_9 + 1.30000 x_2_10 + 1.59000 x_2_11 + 5.49000
x_2_12 + 6.36000 x_2_13
+ 0.14000 x_3_9 + 1.01000 x_3_10 + 1.30000 x_3_11 + 5.20000 x_3_12 + 6.07000 x_3_13 + 1.73000 x_4_9 + 0.87000 x_4_10 + 0.58000 x_4_11 + 3.32000
x_4_12 + 4.19000 x_4_13
+ 2.31000 x_5_9 + 1.44000 x_5_10 + 1.16000 x_5_11 + 2.74000 x_5_12 + 3.61000 x_5_13 + 3.03000 x_6_9 + 2.17000 x_6_10 + 1.88000 x_6_11 + 2.02000
x_6_12 + 2.89000 x_6_13
+ 3.90000 x_7_9 + 3.03000 x_7_10 + 2.74000 x_7_11 + 1.16000 x_7_12 + 2.02000 x_7_13 + 5.78000 x_8_9 + 4.91000 x_8_10 + 4.62000 x_8_11 + 0.72000
x_8_12 + 0.14000 x_8_13
+ 69.13000 x_1_14 + 77.22000 x_1_15 + 67.91000 x_2_14 + 76 x_2_15 + 67.63000 x_3_14 + 75.72000 x_3_15 + 65.75000 x_4_14 + 73.84000 x_4_15 + 65.17000
x_5_14 + 73.26000 x_5_15
+ 64.45000 x_6_14 + 72.54000 x_6_15 + 63.58000 x_7_14 + 71.67000 x_7_15 + 61.70000 x_8_14 + 69.79000 x_8_15

Subject To
cortes_1: x_1_9 + x_1_10 + x_1_11 + x_1_12 + x_1_13 + x_1_14 + x_1_15 = 1498
cortes_2: x_2_9 + x_2_10 + x_2_11 + x_2_12 + x_2_13 + x_2_14 + x_2_15 = 894
cortes_3: x_3_9 + x_3_10 + x_3_11 + x_3_12 + x_3_13 + x_3_14 + x_3_15 = 141
cortes_4: x_4_9 + x_4_10 + x_4_11 + x_4_12 + x_4_13 + x_4_14 + x_4_15 = 190
cortes_5: x_5_9 + x_5_10 + x_5_11 + x_5_12 + x_5_13 + x_5_14 + x_5_15 = 7835
cortes_6: x_6_9 + x_6_10 + x_6_11 + x_6_12 + x_6_13 + x_6_14 + x_6_15 = 2121
cortes_7: x_7_9 + x_7_10 + x_7_11 + x_7_12 + x_7_13 + x_7_14 + x_7_15 = 844
cortes_8: x_8_9 + x_8_10 + x_8_11 + x_8_12 + x_8_13 + x_8_14 + x_8_15 = 3267
aterros_9: x_1_9 + x_2_9 + x_3_9 + x_4_9 + x_5_9 + x_6_9 + x_7_9 + x_8_9 = 7
aterros_10: x_1_10 + x_2_10 + x_3_10 + x_4_10 + x_5_10 + x_6_10 + x_7_10 + x_8_10 = 3554
aterros_11: x_1_11 + x_2_11 + x_3_11 + x_4_11 + x_5_11 + x_6_11 + x_7_11 + x_8_11 = 495
aterros_12: x_1_12 + x_2_12 + x_3_12 + x_4_12 + x_5_12 + x_6_12 + x_7_12 + x_8_12 = 2548
aterros_13: x_1_13 + x_2_13 + x_3_13 + x_4_13 + x_5_13 + x_6_13 + x_7_13 + x_8_13 = 1848
capacidadeI_14: x_1_14 + x_2_14 + x_3_14 + x_4_14 + x_5_14 + x_6_14 + x_7_14 + x_8_14 <= 12948
capacidadeI_15: x_1_15 + x_2_15 + x_3_15 + x_4_15 + x_5_15 + x_6_15 + x_7_15 + x_8_15 <= 3844
tempo: 0.00268 x_1_9 + 0.00268 x_1_10 + 0.00268 x_1_11 + 0.00268 x_1_12 + 0.00268 x_1_13 + 0.00268 x_2_9 + 0.00268 x_2_10 + 0.00268 x_2_11 + 0.00268
x_2_12 + 0.00268 x_2_13
+ 0.00268 x_3_9 + 0.00268 x_3_10 + 0.00268 x_3_11 + 0.00268 x_3_12 + 0.00268 x_3_13 + 0.00268 x_4_9 + 0.00268 x_4_10 + 0.00268 x_4_11 + 0.00268
x_4_12 + 0.00268 x_4_13
+ 0.00268 x_5_9 + 0.00268 x_5_10 + 0.00268 x_5_11 + 0.00268 x_5_12 + 0.00268 x_5_13 + 0.00268 x_6_9 + 0.00268 x_6_10 + 0.00268 x_6_11 + 0.00268
x_6_12 + 0.00268 x_6_13
+ 0.00268 x_7_9 + 0.00268 x_7_10 + 0.00268 x_7_11 + 0.00268 x_7_12 + 0.00268 x_7_13 + 0.00268 x_8_9 + 0.00268 x_8_10 + 0.00268 x_8_11 + 0.00268
x_8_12 + 0.00268 x_8_13
+ 0.00268 x_1_14 + 0.00268 x_1_15 + 0.00268 x_2_14 + 0.00268 x_2_15 + 0.00268 x_3_14 + 0.00268 x_3_15 + 0.00268 x_4_14 + 0.00268 x_4_15 + 0.00268
x_5_14 + 0.00268 x_5_15
+ 0.00268 x_6_14 + 0.00268 x_6_15 + 0.00268 x_7_14 + 0.00268 x_7_15 + 0.00268 x_8_14 + 0.00268 x_8_15 <= 45

Bounds
End

```

APÊNDICE VIII – CÓDIGO COMPUTACIONAL MELHORADO

```

Public Sub SolveProblem_Click()
    ' Pegar o nome da instância a ser resolvida
    Dim instance As String
    instance = Sheets("Main").Cells(4, 2).value

    ' Pegar o número de seções de corte (n), corte+aterro (m), corte+aterro+bota-fora (s),
    corte+aterro+bota-fora+caixa de empréstimo (t)
    Dim n, m, s, t As Double

    n = Sheets(instance).Cells(1, 2).value
    m = Sheets(instance).Cells(2, 2).value
    s = Sheets(instance).Cells(3, 2).value
    t = Sheets(instance).Cells(4, 2).value

    ' Pegar os custos de transportes de todas as movimentações possíveis
    Dim i, j, b, e As Double

    Dim C() As Double
    ReDim C(n, m) As Double
    For i = 1 To n
        For j = n + 1 To m
            C(i, j) = Sheets(instance).Cells(i + 6, j + 1).value
        Next
    Next

    Dim D() As Double
    ReDim D(n, s) As Double
    For i = 1 To n
        For b = m + 1 To s
            D(i, b) = Sheets(instance).Cells(i + 15, b + 1).value
        Next
    Next

    Dim F() As Double
    ReDim F(t, m) As Double
    For e = s + 1 To t
        For j = n + 1 To m
            F(e, j) = Sheets(instance).Cells(e + 24, j + 1).value
        Next
    Next

    ' Pegar os volumes que saem das seções de corte e que entram nas seções de aterro
    Dim V() As Double
    ReDim V(n) As Double
    For i = 1 To n
        V(i) = Sheets(instance).Cells(40, i + 1).value
    Next

    Dim W() As Double

```

```

ReDim W(m) As Double
For j = n + 1 To m
    W(j) = Sheets(instance).Cells(42, j + 1).value
Next

'Pegar a capacidade total dos locais de bota-fora e das caixas de empréstimo
Dim Cb() As Double
ReDim Cb(s) As Double
For b = m + 1 To s
    Cb(b) = Sheets(instance).Cells(44, b + 1).value
Next

Dim Ce() As Double
ReDim Ce(t) As Double
For e = s + 1 To t
    Ce(e) = Sheets(instance).Cells(46, e + 1).value
Next

'Pegar o prazo limite do processo de terraplanagem
Dim L As Double
L = Sheets(instance).Cells(48, 2).value

'Pegar a taxa de produção diária da frota de máquinas
Dim P As Double
P = Sheets(instance).Cells(50, 2).value

' Criar uma instância de problema UFFLP
Dim problem As Long
problem = UFFLP_CreateProblem(UFFLP_Minimize)

' Criar as variáveis:
' Função Objetivo:
Dim variable As String
Dim error As Long
For i = 1 To n
    For j = n + 1 To m
        ' Criar a variável "x_i_j" com custo "C"
        variable = "x_" & i & "_" & j
        error = UFFLP_AddVariable_(problem, variable, 0, UFFLP_Infinity, C(i, j),
UFFLP_Continuous)
    Next
Next

For i = 1 To n
    For b = m + 1 To s
        ' Criar a variável "x_i_b" com custo "D"
        variable = "x_" & i & "_" & b
        error = UFFLP_AddVariable_(problem, variable, 0, UFFLP_Infinity, D(i, b),
UFFLP_Continuous)
    Next

```

Next

For e = s + 1 To t

For j = n + 1 To m

' Criar a variável "x_e_j" com custo "F"

variable = "x_" & e & "_" & j

error = UFFLP_AddVariable_(problem, variable, 0, UFFLP_Infinity, F(e, j),
UFFLP_Continuous)

Next

Next

' Criar as restrições:

Dim constraint As String

' Restrições de equilíbrio

'Para os volumes que saem dos cortes

For i = 1 To n

constraint = "cortes_" & i

For j = n + 1 To m

variable = "x_" & i & "_" & j

error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)

For b = m + 1 To s

variable = "x_" & i & "_" & b

error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)

Next

Next

error = UFFLP_AddConstraint_(problem, constraint, V(i), UFFLP_Equal)

Next

'Para os volumes que entram nos cortes

For j = n + 1 To m

constraint = "aterros_" & j

For i = 1 To n

variable = "x_" & i & "_" & j

error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)

For e = s + 1 To t

variable = "x_" & e & "_" & j

error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)

Next

Next

error = UFFLP_AddConstraint_(problem, constraint, W(j), UFFLP_Equal)

Next

' Restrições de capacidade

'Dos locais de bota-fora

For b = m + 1 To s

constraint = "capacidadeI_" & b

For i = 1 To n

variable = "x_" & i & "_" & b

```

    error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)
Next
error = UFFLP_AddConstraint_(problem, constraint, Cb(b), UFFLP_Less)
Next

'Das caixas de empréstimo
For e = s + 1 To t
constraint = "capacidadeII_" & e
  For j = n + 1 To m
    variable = "x_" & e & "_" & j
    error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1)
  Next
  error = UFFLP_AddConstraint_(problem, constraint, Ce(e), UFFLP_Less)
Next

'Restrição de tempo
constraint = "tempo_"
For i = 1 To n
  For j = n + 1 To m
    variable = "x_" & i & "_" & j
    error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1 / P)
    For b = m + 1 To s
      variable = "x_" & i & "_" & b
      error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1 / P)
      For e = s + 1 To t
        variable = "x_" & e & "_" & j
        error = UFFLP_SetCoefficient_(problem, constraint, variable, 1 / P)
      Next
    Next
  Next
Next
error = UFFLP_AddConstraint_(problem, constraint, L, UFFLP_Less)

'Resolver o problema
Dim status As Long
status = UFFLP_Solve(problem)

'Checar se uma solução ótima foi encontrada
If status = UFFLP_Optimal Then
  'Mostrar mensagem
  MsgBox "Solução ótima encontrada!"

'Pegar o valor da solução
Dim value As Double
error = UFFLP_GetObjValue_(problem, value)
'Escrever o valor da solução na planilha
Sheets("Main").Cells(9, 3).value = value

'Pegar o valor das variáveis
For i = 1 To n

```

```

    For j = n + 1 To m
        variable = "x_" & i & "_" & j
        error = UFFLP_GetSolution_(problem, variable, value)
        Sheets("Main").Cells(12 + i, j).value = value
    Next
Next
For i = 1 To n
    For b = m + 1 To s
        variable = "x_" & i & "_" & b
        error = UFFLP_GetSolution_(problem, variable, value)
        Sheets("Main").Cells(23 + i, b).value = value
    Next
Next
For e = s + 1 To t
    For j = n + 1 To m
        variable = "x_" & e & "_" & j
        error = UFFLP_GetSolution_(problem, variable, value)
        Sheets("Main").Cells(34 + e, j).value = value
    Next
Next

Else
If status = UFFLP_Infeasible Then
    ' Mostrar uma mensagem
    MsgBox "Problema é inviável!"
Else
    ' Mostrar uma mensagem
    MsgBox "Erro desconhecido!"
End If
End If

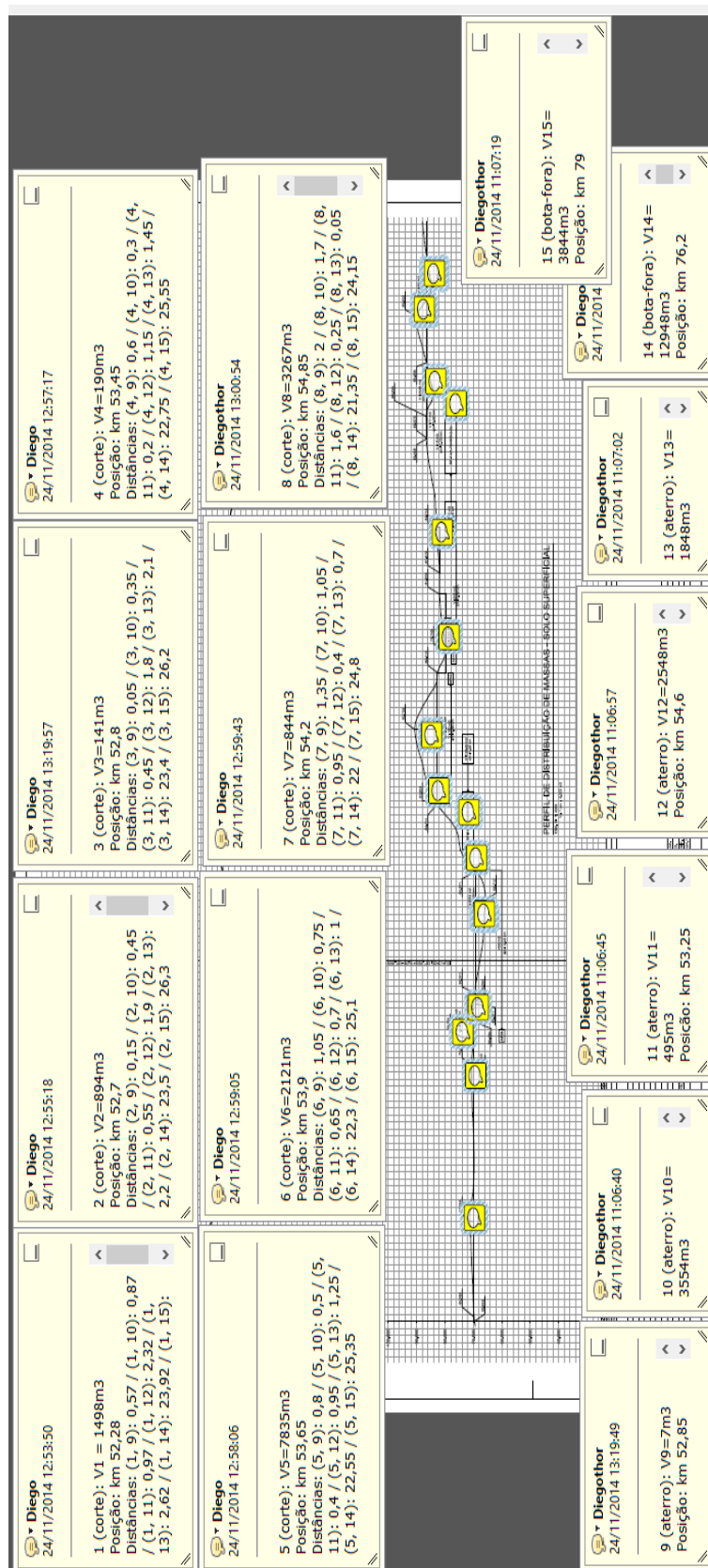
' Escrever o problema em um arquivo no formato LP
error = UFFLP_WriteLP_(problem, thisworkbook.Path & "/earthwork.lp")

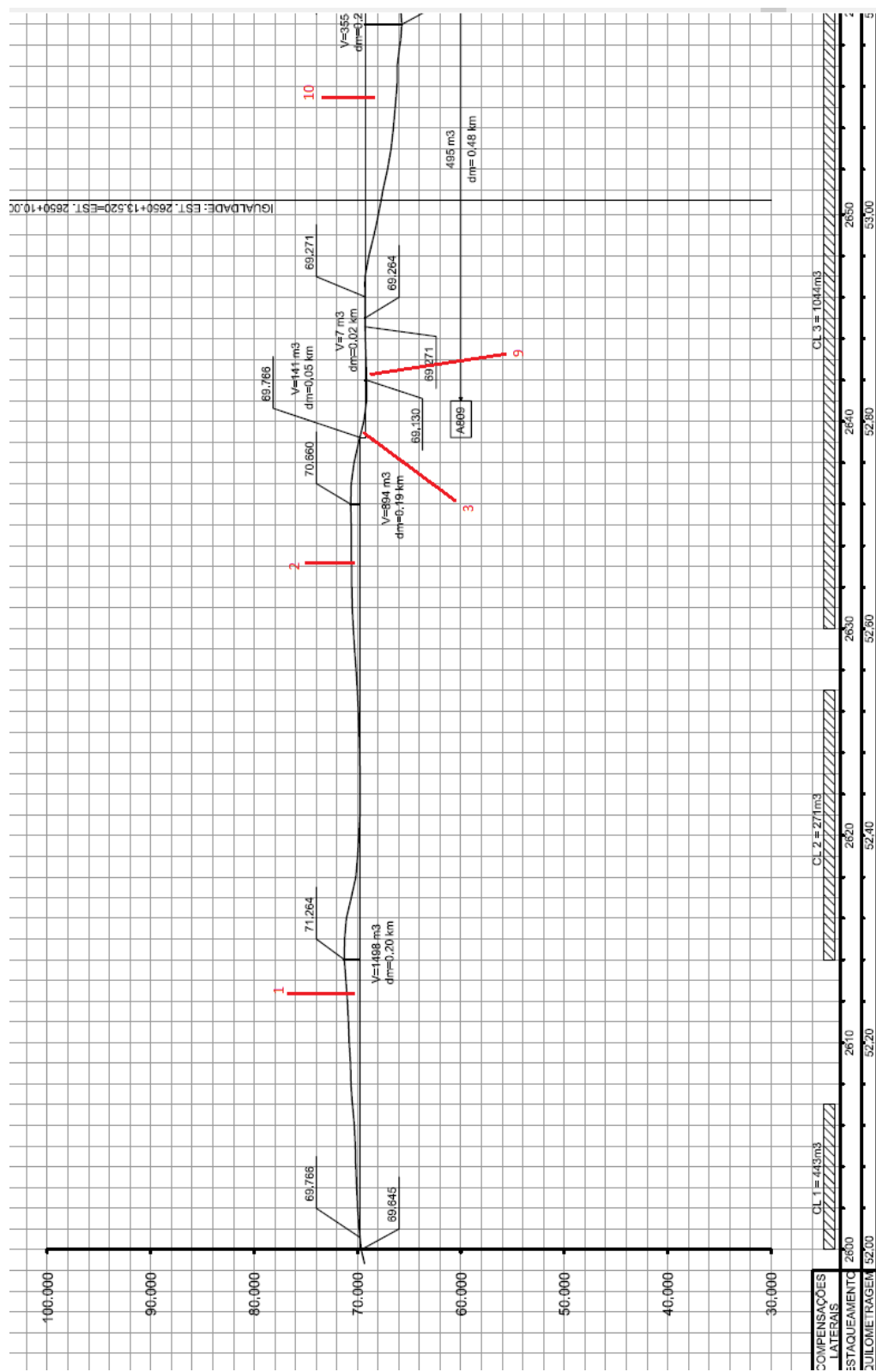
' Configurar o arquivo de log e o nível/posição do log
error = UFFLP_SetLogInfo_(problem, thisworkbook.Path & "/earthwork.log", 4)

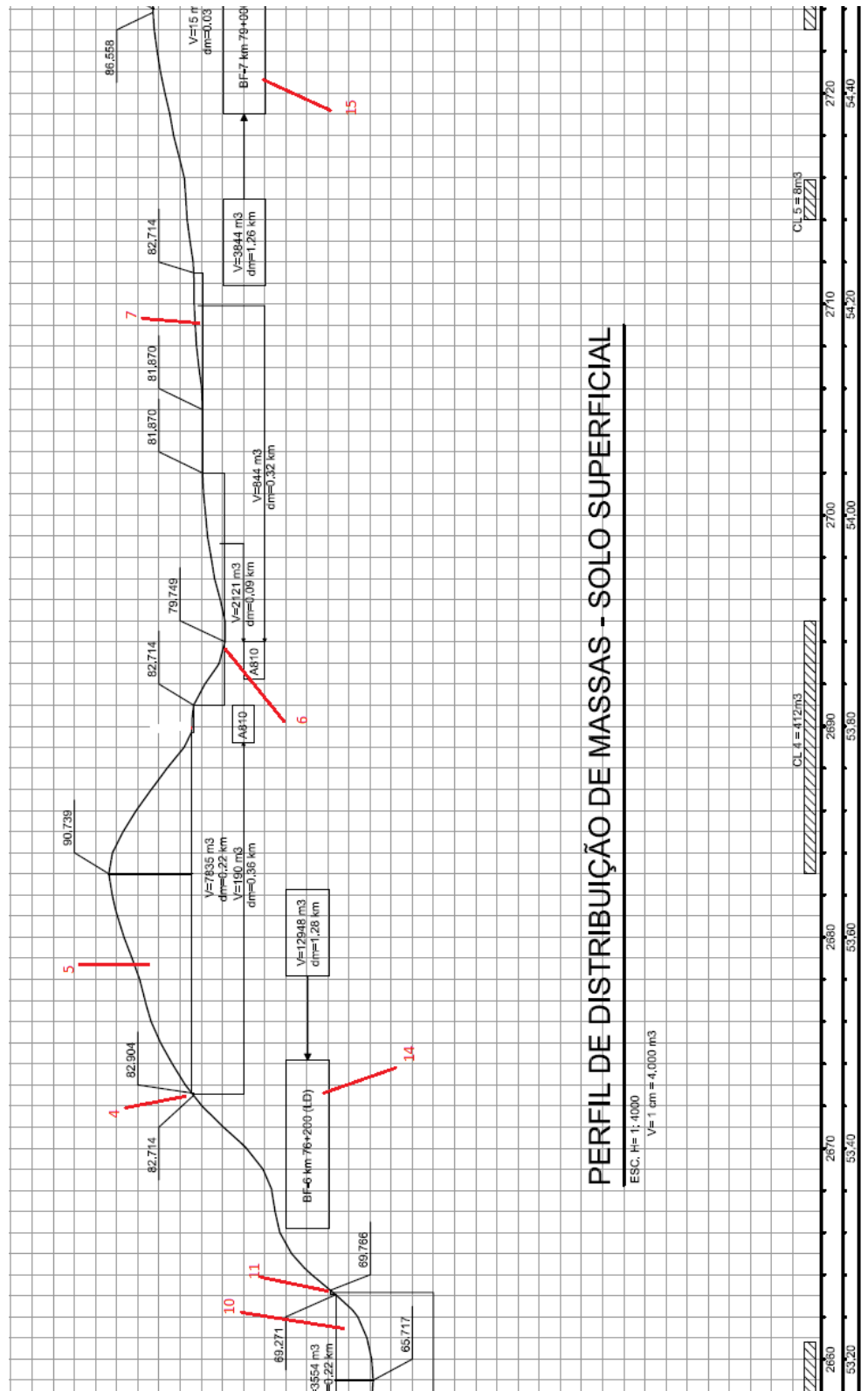
' Destruir o problema
UFFLP_DestroyProblem (problem)

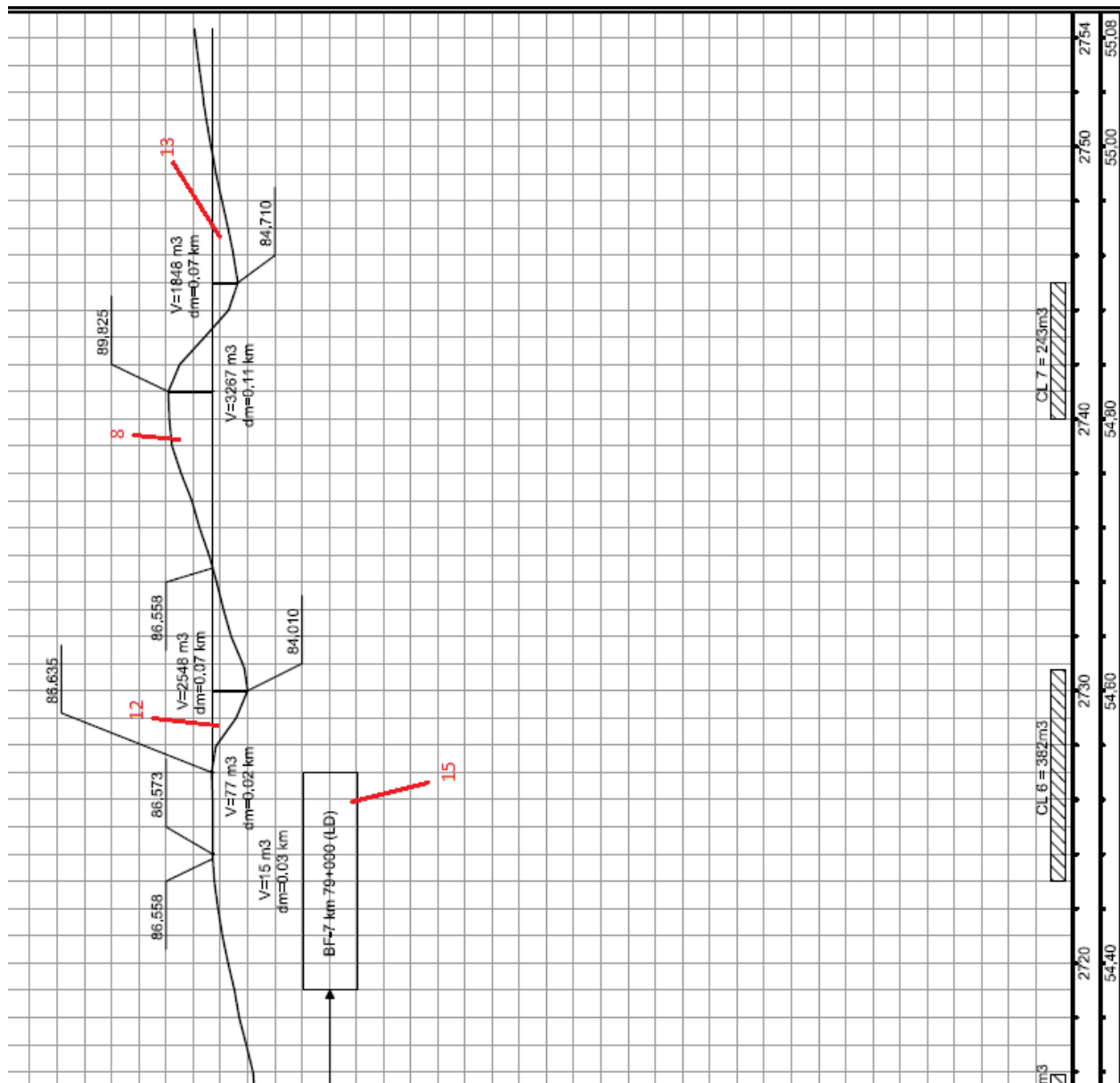
End Sub

```







ANEXO II – MOVIMENTAÇÕES DEFINIDAS PELO MODELO NO PROJETO DE TERRAPLANAGEM

