

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

LUCIANO CARLOS AZEVEDO DA COSTA

UMA HEURÍSTICA BASEADA EM BUSCA LOCAL DE PARETO PARA
O POLLUTION-ROUTING PROBLEM BI-OBJETIVO

JOÃO PESSOA

2015

LUCIANO CARLOS AZEVEDO DA COSTA

UMA HEURÍSTICA BASEADA EM BUSCA LOCAL DE PARETO PARA O
POLLUTION-ROUTING PROBLEM BI-OBJETIVO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Centro de Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Produção. Área de Concentração: Pesquisa Operacional.

Orientador: Prof. Dr. Anand Subramanian

João Pessoa

2015

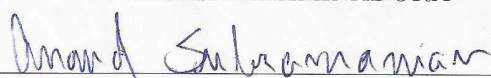
LUCIANO CARLOS AZEVEDO DA COSTA

UMA HEURÍSTICA BASEADA EM BUSCA LOCAL DE PARETO PARA O
POLLUTION-ROUTING PROBLEM BI-OBJETIVO

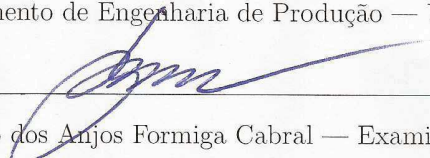
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção do Centro de Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Produção. Área de Concentração: Pesquisa Operacional.

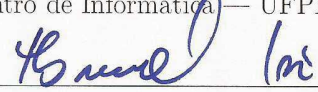
Aprovada em 18 de junho de 2015.

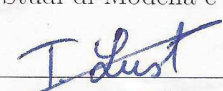
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Anand Subramanian — Orientador
Departamento de Engenharia de Produção — UFPB


Prof. Dr. Lucídio dos Anjos Formiga Cabral — Examinador Interno
Centro de Informática — UFPB


Prof. Dr. Manuel Iori — Examinador Externo
Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia / Itália


Prof. Dr. Thibaut Lust — Examinador Externo
Université Pierre et Marie Curie - Paris VI / França

João Pessoa

2015

AGRADECIMENTOS

Pois é, aqui chegamos no fim de mais uma etapa. Se aqui estou, foi porque tive ajuda de muitas pessoas, que passaram em minha vida e me deram muita força e coragem.

Inicialmente, gostaria de agradecer às pessoas mais importantes da minha vida: meus pais, Carlos e Luciane! Não tenho palavras para expressar o quão grato sou a essas pessoas que, não bastasse terem me trazido ao mundo, me deram as melhores condições para que eu pudesse estar aqui hoje. Obrigado por terem me ensinado a ser o homem que sou! Obrigado por terem compreendido meus momentos de ausência! Obrigado pelo amor a mim dispendido! Obrigado por todo o apoio! Obrigado por tudo!

Agradeço à minha irmã, Lays Raianne, pelo companheirismo e amizade de toda a vida. Ela foi a pessoa que me escutou e aconselhou nos mais variados momentos.

Agradeço à minha namorada, Renally, pelo seu amor e carinho. Ao longo de todos esses anos juntos, ele esteve presente e participou das etapas mais importantes da minha vida. Nos momentos de dúvida e agustia, ela me acalmou e aconselhou. Mesmo que, na maior parte do tempo, não tenhamos estado próximos geograficamente, estivemos sempre juntos no coração. Ela é a pessoa que me entende, me completa e me acalma. Obrigado meu amor!

Agradeço ao meu orientador, e amigo, Anand Subramanian por todas as oportunidades, paciência e confiança. Mesmo que a abordagem, por ele utilizada, não tenha sido, por vezes, a mais ortodoxa, se hoje aqui estou, ele foi um dos grandes responsáveis.

Meu muito obrigado ao meu co-orientador Thibaut Lust, que acreditou em uma parceria incerta. Mesmo quando não tínhamos nenhuma tipo de laço, ele já demonstrava grande paciência e gastava seu tempo me explicando as coisas. Ao longo do meu trabalho de mestrado, ele sempre foi muito solícito. Não importa que tipo de ajuda fosse necessária, ele sempre me deu, apesar da não existência de nenhum vínculo oficial. Esse trabalho não teria sido possível sem a ajuda dele.

Escrevo esse parágrafo com todo o prazer. Muito obrigado aos meus AMIGOS: Arthur, Raphael, Teobaldo, Vitória e Walton, pelo apoio de todos os momentos, pelos

conselhos de todas as horas e por todos os cafés compartilhados (*fellowship*). Vocês foram os responsáveis pelos melhores anos da minha vida. Obrigado por terem sido esses amigos. Os levarei por toda a vida.

Teobaldo, Rapha e Walton, não bastassem terem sido maravilhosas companhias, me ajudaram bastante, conceitualmente dizendo. Tips de Programação, dicas no CPLEX e LaTeX, ajudas nas debugagens e nas diversas implementações, para não dizer muito mais, foram alguns dos suportes que eles me deram. Vocês foram importantíssimos na minha formação.

Agradeço ao pessoal do LabMeQA pelos momentos vividos, por todos os momentos de “descaso”, pela excelente convivência diária e pela amizade: Quentin, Vitor (das cabritinhas), Yuri, Gracinha, Fábio (das camareiras), Nailson (N49) e Katyanne. You guys are the best ones! Eu não poderia ter vivido momentos melhores.

Agradeço aos professores Roberto Quirino, Lucídio Cabral, Cláudia Gohr, Luciano Costa e Silene Leite por todos os ensinamentos ao longo do mestrado. Eles foram não apenas professores, como também conselheiros e porque não dizer, amigos!

Agradeço ainda aos professores Lucídio Cabral, Manuel Iori e Thibaut Lust, membros da minha banca de defesa, por todos os comentários e contribuições. Direciono um agradecimento especial aos dois últimos, pois, mesmo não tendo o português como língua materna, e muito menos tendo muita familiaridade com a mesma, aceitaram ler um trabalho com mais de 150 páginas escrito em português e se esforçaram para contribuir da melhor forma.

Agradeço a todos os meus colegas da turma de mestrado, mas em especial a: Felipe Tomé, Jonhatan Magno, Elamara Marama, Wilza Leite, Ana Nery e Ana Helena. Agradeço pelos momentos de descontração, por todas as conversas acadêmicas e por todo o carinho a mim dedicado.

Não poderia deixar de agradecer às pessoas que fazem o DEP e o PPGEp por terem sido sempre tão corteses e solícitos nos meus muitos anos de UFPB: Ana Araújo (especial agradecimento - desde sempre!), Ricardo, Duca, Nildo e Dona Iracy.

Gostaria ainda de agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo bolsa de estudos, que propiciou o desenvolvimento dessa pesquisa de mestrado.

Por fim, agradeço à todos que, de maneira direta ou indireta, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

O *Pollution-Routing Problem bi-Objetivo* (b-PRP) é uma extensão do PRP (*Pollution-Routing Problem* proposto por Bektaş e Laporte (2011)) que considera separadamente dois objetivos conflitantes: minimização dos custos com as emissões de carbono e minimização dos custos operacionais. Na literatura, poucos trabalhos apresentam análises multiobjetivo relacionadas aos problemas de transporte resolvidos no contexto ambiental. Devido à ausência de métodos capazes de encontrar bons resultados para esses tipos de problemas, esta dissertação tem por objetivo desenvolver um método heurístico para a resolução do b-PRP. São gerados conjuntos de soluções eficientes, que representam os possíveis *trade-offs* entre os objetivos. A abordagem heurística proposta é baseada no método *Two-Phase Pareto Local Search* (2PPLS). A primeira fase do método é dedicada à geração de um conjunto de soluções eficientes suportadas, através da resolução de problemas multiobjetivo agregados. Na segunda fase, as soluções geradas na primeira fase são exploradas aplicando-se um procedimento de *Pareto Local Search*. Nessa fase, emprega-se uma estrutura eficiente para a avaliação das novas soluções geradas. Apesar da simplicidade do método empregado, ele foi capaz de gerar um elevado número de soluções eficientes e em um tempo computacional aceitável. Os resultados computacionais mostraram que a abordagem utilizada leva a resultados melhores do que os obtidos pelas técnicas disponíveis na literatura. Os indicadores de qualidade Hipervolume ($\mathcal{H}$) e Medida R ($\mathcal{R}$) foram considerados na avaliação dos conjuntos de soluções eficientes. Devido à natureza aleatória do método, os resultados foram comparados por meio do Teste Não Paramétrico de Mann-Whitney. Relações de desempenho ainda foram empregadas na análise dos resultados, e mostraram que as Fronteiras de Pareto geradas pelo 2PPLS dominam, na grande maioria dos casos, aquelas geradas por outros métodos existentes na literatura.

Palavras-chave: *Pollution-Routing Problem*, Otimização Multiobjetivo, *Two-Phase Pareto Local Search*.

ABSTRACT

The bi-objective Pollution-Routing Problem (b-PRP) is a PRP (Pollution-Routing Problem Bektaş e Laporte (2011)) extension that considers separately two conflicting objectives: minimization of carbon emission costs and minimization of operational costs. To the best of our knowledge, only few papers in the literature present multi-objective analysis concerning transportation environmental issues. Due to the lack of specific methods that are capable of finding good results for this kind of problem, this dissertation aims to propose a new heuristic method for solving the b-PRP. In this method, solution sets are generated so as to represent possible scenarios for the problem. The proposed method is based on the Two-Phase Pareto Local Search (2PPLS) proposed by Lust e Teghem (2009). During the first phase of the method, efficient solutions are generated solving parametrized problems. In the second phase, each solution is explored by means of a Pareto Local Search procedure. In order to speed up the method, an efficient scheme is employed for assessing the new solutions. Despite of its simplicity, the proposed method was capable of finding a large number of efficient solutions in a reasonable time. Computational results show that the proposed approach leads to better results than those obtained by multi-objective techniques available in the literature. The quality indicators Hypervolume ($\mathcal{H}$) and R Measure ($\mathcal{R}$) have been used for assessing the efficient solutions sets. Because of the random behavior presented in the sequential method used to solve the parametrized problems, Mann-Whitney Nonparametric Test has been used for comparing the results. Outperformance Relations have also been used on the results analysis. We concluded that the majority of solutions generated by 2PPLS dominates those generated by others multi-objective methods found in the literature.

Keywords: Pollution-Routing Problem, Multi-objective Optimization, Two-Phase Pareto Local Search.

SIGLAS

2PPLS	: Two-Phase Pareto Local Search
AE	: Algoritmos Evolucionários
AVRP	: <i>Assimetric Vehicle Routing Problem</i>
b-PRP	: <i>Pollution-Routing Problem bi-Objetivo</i>
BL	: Busca Local
DCVRP	: <i>Distance-Constrained Vehicle Routing Problem</i>
E-TDVRP	: <i>Emissions-based Time-Dependent Vehicle Routing Problem</i>
EMVRP	: <i>Energy Minimizing Vehicle Routing Problem</i>
EMVRP-VC	: <i>Emission Minimization Vehicle Routing Problem with Vehicle Categories</i>
EOb	: Espaço dos Objetivos
ES	: Espaço de Soluções
EVRP	: <i>Emissions Vehicle Routing Problem</i>
FCVRP	: <i>Fuel Consumption Vehicle Routing Problem</i>
FO	: Função Objetivo
FPET	: Função Ponderada Escalarizada de Tchebycheff
G-CVRP	: <i>Green Capacitated Vehicle Routing Problem</i>
GSRSP	: <i>Green Ship Routing and Scheduling Problem</i>
GVRP	: <i>Green Vehicle Routing Problem</i>
GVRSP	: <i>Time-Dependent Heterogeneous Green Vehicle Routing and Scheduling Problem</i>
HFVRP	: <i>Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem</i>
LDVRP	: <i>Load-Dependent Vehicle Routing Problem</i>
LS	: Local Search
MDPVRPI	: <i>Multi-Depot Periodic Vehicle Routing Problem with Interdepot Routes</i>
MDVRP	: <i>Multiples Depots Vehicle Routing Problem</i>

MDVRP	: <i>Multi-Depot Vehicle Routing Problem</i>
MDVRPI	: <i>Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Interdepot Routes</i>
MGCR	: <i>Multi-Mode Green Logistics Cargo Routing Problem</i>
MGSE	: Métodos de Geração de Soluções Eficientes
MSP	: Método da Soma Ponderada das Funções Objetivo
MSPN	: Soma Ponderada das Funções Objetivo Normalizadas
NSGA-II	: <i>Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-II</i>
OL	: Otimalidade Lexicográfica
OM	: Otimização Multiobjetivo
PLS	: <i>Pareto Local Search</i>
POL	: Problemas de Otimização Lexicográfica
POM	: Problema de Otimização Multiobjetivo
POMC	: Problema de Otimização Multiobjetivo Combinatório
PRP	: <i>Pollution-Routing Problem</i>
PRV	: Problema de Roteamento de Veículos
PVRP	: <i>Periodic Vehicle Routing Problem</i>
SDSPPRC	: <i>Speed-and-Departure Time-Dependent Elementary Shortest Path Problem with Resource Constraints</i>
SPEA-2	: <i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2</i>
SS	: <i>Scatter Search</i>
TD	: Tomador de Decisão
TDVRP	: <i>Time-Dependent Vehicle Routing Problem</i>
TPLS	: <i>Two-Phase Local Search</i>
VRP	: <i>Vehicle Routing Problem</i>
VRPB	: <i>Vehicle Routing Problem with Backhauls</i>
VRPBTW	: <i>Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows</i>
VRPPD	: <i>Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery</i>
VRPSD	: <i>Vehicle Routing Problem with Split Delivery</i>
VRPSTW	: <i>Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows</i>
VRPTW	: <i>Vehicle Routing Problem with Time Windows</i>
VRPTW-MO	: <i>Multiobjective Vehicle Routing Problem with Time Windows</i>

SÍMBOLOS

X_{E_c}	: Conjunto Completo de Soluções Eficientes
X_{E_m}	: Conjunto Completo Mínimo de Soluções Eficientes
X_E	: Conjunto de Solução Eficientes
$\mathcal{X}$	: Conjunto Viável
$\preceq$	: Dominância de Pareto
$<$	: Dominância Estrita de Pareto
$\geq$	: Dominância Fraca de Pareto
$<_{leq}$	: Dominância Lexicográfica
$\text{conv } \mathcal{Y}$	: Envoltória Convexa do Espaço de Objetivos
N^n	: Espaço das Soluções Inteiras
R^n	: Espaço de Soluções
R^k	: Espaço dos Objetivos
Z_N	: Fronteira de Pareto (Imagem do Conjunto de Soluções Eficientes)
f	: Função Objetivo
$\mathcal{Y}$	: Imagem do Conjunto Viável no Espaço dos Objetivos
z_i^N	: Ponto de Nadir
z_i^I	: Ponto Ideal
y	: Ponto Não-Dominado
$z(x^*)$	: Ponto Não-Dominado
$z(X_{SE_1})$	: Pontos Não-Dominados Suportados Extremos
$z(X_{SE_2})$	: Pontos Não-Dominados Suportados Não-Extremos
Y_NSN	: Pontos Não-Suportados Não-Dominados
Y_SN	: Pontos Suportados Não-Dominados
x^*	: Solução Eficiente
X_NSE	: Soluções Eficientes Não-Suportadas
X_SE	: Soluções Eficientes Suportadas
X_{SE_1}	: Soluções Eficientes Suportadas Extremas
X_{SE_2}	: Soluções Eficientes Suportadas Não-Extremas
$z = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))$	: Vetor de Objetivos
λ	: Vetor de Pesos

SUMÁRIO

Agradecimentos	iii
Resumo	v
Abstract	vi
Siglas	vii
Símbolos	ix
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Definição do Tema	1
1.2 Justificativa	4
1.3 Objetivos	7
1.3.1 Objetivo Geral	7
1.3.2 Objetivos Específicos	7
1.4 Estrutura do Trabalho	7
2 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	8
2.1 Introdução	8
2.2 Otimalidade de Pareto	10
2.3 Classificação das Soluções Eficientes	11
2.4 Limitantes (<i>Bounds</i>) dos Problemas Multiobjetivo	16
2.5 Conclusões	17
3 MÉTODOS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZA- ÇÃO MULTIOBJETIVO	18
3.1 Introdução	18
3.2 Otimização Lexicográfica	19

3.3	Métodos Exatos	20
3.3.1	Soma Ponderada das Funções Objetivo	21
3.3.2	Função Ponderada Escalarizada de Tchebycheff	23
3.3.3	Restrição- ε	24
3.3.4	Método de Duas Fases	27
3.4	Técnicas Aproximativas	30
3.4.1	Two-Phase Local Search	31
3.4.2	Pareto Local Search	32
3.4.3	Métodos Aproximativos Híbridos	34
3.5	Avaliação do Desempenho dos Algoritmos Multiobjetivo	34
3.5.1	Hipervolume	35
3.5.2	Medida R	37
3.5.3	Teste Não-Paramétrico de Mann-Whitney U	39
3.5.4	Relações de Desempenho	41
3.6	Conclusões	41
4	TRABALHOS RELACIONADOS	43
4.1	O Problema de Roteamento de Veículos	43
4.2	O Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo	45
4.3	O Problema de Roteamento de Veículos no Contexto Ambiental .	46
4.4	Problemas Ambientais Resolvidos Através de Metodologias Multiobjetivo	52
4.5	Conclusões do Capítulo	54
5	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	56
5.1	Descrição do Problema	56
5.2	Formulação Alternativa para o Pollution-Routing Problem Bi-Objetivo	58
5.3	Abordagens Exatas empregadas na resolução do b-PRP	61
6	MÉTODO PROPOSTO	62
6.1	Descrição do Método	62
6.2	Primeira Fase: Geração da População Inicial	62
6.2.1	Procedimento de Obtenção de Soluções Suportadas	63

6.2.2	Procedimento de Resolução do PRP mono-objetivo	69
6.3	Segunda Fase: Encontrar Soluções Eficientes Não-Suportadas . . .	70
6.4	Calibragem do Método	74
7	RESULTADOS COMPUTACIONAIS	86
7.1	Algoritmos de Benchmarking	86
7.2	Instâncias Utilizadas	87
7.3	Avaliação dos Resultados	88
7.4	Resultados Computacionais	89
7.4.1	Instâncias com 10 clientes	89
7.4.2	Instâncias com 100 clientes	107
8	CONCLUSÕES E PESQUISAS FUTURAS	125
	Referências	127

LISTA DE FIGURAS

1.1	Representação Gráfica do VRPTW (Demir, 2012)	2
2.1	Relação entre o Espaço de Soluções e o Espaço de Objetivos	9
2.2	Conjunto Viável e Soluções Eficientes para a formulação do Exemplo 1 . . .	12
2.3	Imagem das soluções eficientes no Espaço de Objetivos (Exemplo 1)	12
2.4	Conjunto Viável e Soluções Inteiras para a formulação do Exemplo 2 . . .	13
2.5	Imagem das soluções inteiras no Espaço de Objetivos (Exemplo 2)	13
3.1	Pontos Não-dominados encontrados utilizando-se o Método da Soma Pon- derada	22
3.2	Pontos Não-dominados encontrados utilizando-se o Método da Restrição ϵ .	25
3.3	Hipervolume da Fronteira de Pareto	36
3.4	Cálculo do Hipervolume para Fronteiras com diferentes formatos	37
6.1	Representação Gráfica do Algoritmo 8 e do funcionamento do critério de parada	66
6.2	Critério de Parada corrigido	67
6.3	Caracterização de uma nova solução para o b-PRP durante o procedimento de PLS	72
6.4	Processo de formação de uma nova solução durante o procedimento de PLS	72
6.5	Avaliação Dinâmica	73
6.6	Avaliação Estática	73
6.7	Instância UK100_01	83
6.8	Instância UK100_02	83
6.9	Instância UK100_03	83
6.10	Instância UK100_04	83
6.11	Instância UK100_05	83

6.12	Instância UK100_06	83
6.13	Instância UK100_07	83
6.14	Instância UK100_08	83
6.15	Instância UK100_09	84
6.16	Instância UK100_10	84
6.17	Instância UK100_11	84
6.18	Instância UK100_12	84
6.19	Instância UK100_13	84
6.20	Instância UK100_14	84
6.21	Instância UK100_15	84
6.22	Instância UK100_16	84
6.23	Instância UK100_17	85
6.24	Instância UK100_18	85
6.25	Instância UK100_19	85
6.26	Instância UK100_20	85

LISTA DE TABELAS

3.1	Cálculo dos Hipervolumes das Fronteiras nas Figuras 3.4 (a) - (d)	38
5.1	Dados utilizados no modelo do PRP	57
6.1	Número de melhorias média conseguido por cada vizinhança	76
6.2	Configurações Testadas para o 2PPLS	76
6.3	$\epsilon = 2,5\% z(x_r), z(x_s) + \text{PLS (2 Vizinhos)}$	77
6.4	$\epsilon = 5,0\% z(x_r), z(x_s) + \text{PLS (2 Vizinhos)}$	77
6.5	Mov_Completos + 2 Vizinhos na 2ª Fase	78
6.6	Mov_Reduzidos + 2 Vizinhos na 2ª Fase	78
6.7	$\epsilon = 2,5\% z(x_r), z(x_s) + \text{PLS (4 Vizinhos)}$	79
6.8	$\epsilon = 5,0\% z(x_r), z(x_s) + \text{PLS (4 Vizinhos)}$	79
6.9	Mov_Completos + 4 Vizinhos na 2ª Fase	80
6.10	Mov_Reduzidos + 4 Vizinhos na 2ª Fase	80
6.11	$\epsilon = 2,5\% z(x_r), z(x_s) $ com Mov_Completos	81
6.12	$\epsilon = 2,5\% z(x_r), z(x_s) $ com Mov_Reduzidos	81
6.13	$\epsilon = 5,0\% z(x_r), z(x_s) $ com Mov_Completos	82
6.14	$\epsilon = 5,0\% z(x_r), z(x_s) $ com Mov_Reduzidos	82
7.1	Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos - Instâncias Grupo A	89
7.2	Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos - Instâncias Grupo B	90
7.3	Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos - Instâncias Grupo C	90
7.4	Resultados das Execuções dos Métodos Exatos - Instâncias Grupo A	92
7.5	Resultados das Execuções dos Métodos Exatos - Instâncias Grupo B	93
7.6	Resultados das Execuções dos Métodos Exatos - Instâncias Grupo C	94
7.7	1ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as so- luções - Instâncias Grupo A	96

7.8	1ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções - Instâncias Grupo B	97
7.9	1ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções - Instâncias Grupo C	98
7.10	2ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções na 1ª Fase - Instâncias Grupo A	99
7.11	2ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções na 1ª Fase - Instâncias Grupo B	100
7.12	2ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções na 1ª Fase - Instâncias Grupo C	101
7.13	2PPLS x Soma Ponderada x Soma Ponderada Normalizada - Instâncias Grupo A	102
7.14	2PPLS x Soma Ponderada x Soma Ponderada Normalizada - Instâncias Grupo B	102
7.15	2PPLS x Soma Ponderada x Soma Ponderada Normalizada - Instâncias Grupo C	103
7.16	2PPLS x Abordagens Exatas - Instâncias Grupo A	104
7.17	2PPLS x Abordagens Exatas - Instâncias Grupo B	105
7.18	2PPLS x Abordagens Exatas - Instâncias Grupo C	106
7.19	Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos	107
7.20	Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos	107
7.21	Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos	108
7.22	Resultados Comparativos 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)	111
7.23	Resultados Comparativos 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)	112
7.24	Resultados Comparativos 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)	113
7.25	Resultados Comparativos 1ª Fase do 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)	114
7.26	Resultados Comparativos 1ª Fase do 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)	115

7.27 Resultados Comparativos 1 ^a Fase do 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x	
Soma Ponderada Normalizada (MSPN)	116
7.28 Relações de Desempenho - Fronteira a Fronteira	119
7.29 Relações de Desempenho - Soma das Fronteiras	120
7.30 Relações de Desempenho - Fronteira a Fronteira	121
7.31 Relações de Desempenho - Soma das Fronteiras	122
7.32 Relações de Desempenho - Fronteira a Fronteira	123
7.33 Relações de Desempenho - Soma das Fronteiras	124

1 INTRODUÇÃO

1.1 Definição do Tema

O planejamento das operações logísticas é diretamente afetado pela gestão das atividades de transporte e distribuição. No contexto da Pesquisa Operacional (PO), essas atividades são comumente relacionadas ao Problema de Roteamento de Veículos (PRV) (do inglês *Vehicle Routing Problem*, VRP).

O VRP trata da determinação de rotas para um conjunto de veículos. Iniciando em um depósito, os veículos devem visitar todos os clientes, satisfazer suas demandas e em seguida retornar ao ponto de origem. Nesse problema, o custo total de transporte (distância percorrida) deve ser o menor possível (Toth e Vigo, 2002b). Formalmente, o problema de roteamento pode ser definido como segue: seja $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{A})$ um grafo completo, onde $\mathcal{V} = \{0, \dots, n\}$ é o conjunto dos vértices e $\mathcal{A}$ o conjunto dos arcos (i, j) . O vértice $\{0\}$ representa o depósito, enquanto que os vértices $i \in \mathcal{V}_0 = \mathcal{V} \setminus \{0\}$ representam os clientes. Cada cliente i possui uma demanda q_i conhecida, que deve ser completamente satisfeita por algum veículo. O comprimento dos arcos (i, j) representa a distância a ser percorrida entre os clientes i e j . Um conjunto $\mathcal{R}$ é definido e representa os $1, \dots, r$ veículos idênticos disponíveis. Cada veículo possui uma capacidade Q , que deve ser respeitada quando da construção das rotas. Assim, para cada rota em $\mathcal{R}$, $\sum_{i \in \mathcal{R}_r} q_i \leq Q$, *i.e.*, a soma das demandas dos clientes presentes na rota não pode exceder a capacidade do caminhão.

Ao problema clássico de roteamento de veículos, inúmeras características podem ainda ser adicionadas. Uma das extensões mais conhecidas desse problema é o PRV com Janelas de Tempo (VRP *with Time Windows*, VRPTW). Nessa variante, cada visita possui uma duração s_i e deve ocorrer em um intervalo de tempo compreendido entre $[a_i, b_i]$ (Figura 1.1). Outras variações do problema ainda podem considerar: frota heterogênea,

múltiplos depósitos, coletas e entregas simultâneas nos clientes, entre outros aspectos. Uma visão geral sobre o problema de roteamento clássico e suas principais extensões pode ser encontrada em Toth e Vigo (2002b), Cordeau et al (2007) e Toth e Vigo (2014).

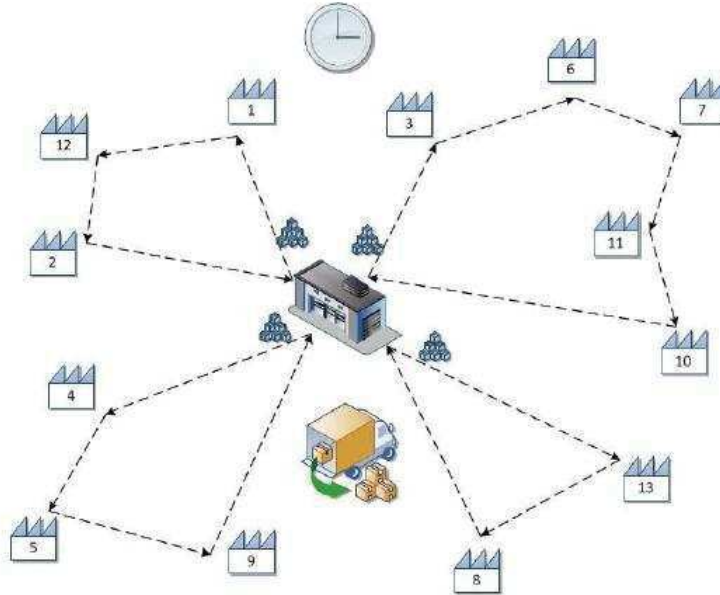


Figura 1.1: Representação Gráfica do VRPTW (Demir, 2012)

O PRV pertence à classe dos problemas $\mathcal{NP}$ -Difícil, indicando que o esforço computacional requerido para sua solução aumenta exponencialmente com o tamanho da instância do problema. Devido a tal característica, diversas pesquisas têm sido desenvolvidas objetivando encontrar soluções de boa qualidade para o problema, e em um tempo computacional aceitável. Dentre as principais técnicas utilizadas, destacam-se os algoritmos exatos e as heurísticas/meta-heurísticas (técnicas aproximativas). Os primeiros, embora garantam a otimalidade das soluções encontradas, necessitam de um profundo conhecimento das técnicas de otimização combinatória, além de muitas vezes requererem um grande esforço computacional. As técnicas aproximativas, por sua vez, embora sejam conceitualmente mais simples, são capazes de encontrar soluções aceitáveis em tempos computacionais baixos. Por esses motivos, elas são mais facilmente empregadas no ataque a problemas práticos. O trabalho de Golden et al (2008) apresenta uma boa revisão acerca dos últimos avanços realizados no campo dos métodos de resolução para os problemas de roteamento de veículos.

Devido a competitividade no atual mundo corporativo, as empresas têm buscado a redução dos custos e o aumento da produtividade das suas atividades. Dessa forma, quando considerado nas situações reais, o Problema de Roteamento de Veículos tem por

principal objetivo a redução dos custos inerentes às operações de transporte. Portanto, no PRV clássico e em suas principais variantes, tradicionalmente, se busca a minimização dos custos de transporte, seja via diminuição da distância percorrida ou da redução da frota utilizada. Pode-se então dizer que a motivação para tais trabalhos tem sido unicamente econômica. Contudo, diante da crescente preocupação com os impactos ambientais e sociais causados pelas atividades de transporte, diversos autores têm trabalhado no sentido de considerarem objetivos que busquem uma redução dos danos provenientes das atividades logísticas. No que diz respeito ao âmbito ambiental, Dekker et al (2012) destacam que a PO pode suportar decisões no contexto das atividades de transporte relacionadas à: determinação do modal adequado; unitização de carga; composição de frota, observando aspectos como capacidade e eficiência do veículo; e escolha de combustível e controle de emissões.

Um dos primeiros trabalhos desenvolvidos no contexto das atividades de transporte considerando aspectos ambientais foi o de Sbihi e Eglese (2007). Os autores definiram o conceito de Logística Verde, que se refere a produção e distribuição de produtos e mercadorias de forma sustentável levando em consideração fatores ambientais e sociais. Mais recentemente, Lin et al (2014) apresentou um estado-da-arte acerca da temática da Logística Verde (LV). Nesse *survey*, os autores dividem os problemas relacionados a esse tópico em três categorias: PRV-Verde, *Pollution-Routing Problem* e PRV na Logística Verde. Outras boas análises da literatura sobre o tema em questão podem ser encontradas em Salimifard et al (2012), Demir (2012), Demir et al (2014a), e Kramer (2014).

Das três categorias anteriormente apresentadas, neste trabalho será dada uma maior atenção ao *Pollution-Routing Problem*. Esse problema é uma extensão do PRV e foi proposto por Bektaş e Laporte (2011). Ele pode ser definido segundo a estrutura do VRPTW, mas possui uma função objetivo que considera aspectos ambientais junto com os econômicos. Ela é composta por duas parcelas: a primeira avalia o consumo de combustível dos veículos e a outra considera os custos de transporte, nesse caso, o salário dos motoristas. Diversos modelos presentes em Demir et al (2011) relacionam as emissões de GE ao consumo de combustível e à energia dispendida para mover os veículos. O PRP visa então reduzir as emissões dos gases causadores do efeito estufa e a energia consumida pelos veículos.

Embora na definição do PRP todos os objetivos tenham sido tratados na mesma função objetivo, eles são conflitantes. Como discutido em Demir et al (2012), para que um

veículo possua um consumo mínimo de combustível é necessário que ele se desloque a uma velocidade determinada chamada de velocidade ótima. Entretanto, dado que os motoristas precisam completar um número definido de visitas por dia, muitas vezes as velocidades empregadas na prática são superiores àquela que minimiza o consumo de combustível. Nesse sentido, a utilização de uma metodologia multiobjetivo é indicada, uma vez que segundo Ehrgott (2005), ela permite uma melhor análise dos *trade-offs* existentes durante o processo de tomada de decisão. Assim, à luz do trabalho proposto por Demir et al (2014b), esta dissertação se dedicará à análise do *Pollution-Routing Problem* bi-Objetivo (b-PRP).

A partir da problemática apresentada, a seguinte questão se apresenta: **como resolver o *Pollution-Routing Problem* bi-Objetivo de forma eficiente, e garantir que um gestor tenha acesso a diversos cenários de decisão que o permita decidir entre adotar uma alternativa que prime pelo aspecto econômico e outra que favoreça ambiental?**

1.2 Justificativa

Devido a sua grande aplicação e complexidade, o Problema de Roteamento de Veículos é um dos problemas mais estudados no âmbito da Otimização Combinatória (Toth e Vigo, 2002a). Esse problema pode ser empregado em diferentes situações, destacando-se seu importante papel no apoio às atividades de distribuição/transporte.

Dentre as operações logísticas, as atividades de transporte são as mais onerosas. No Brasil, em particular, elas são responsáveis por 52% dos custos logísticos, sendo o transporte rodoviário responsável por 67% desse montante (ILOS, 2014).

Toth e Vigo (2002b) afirmam que os custos totais com transporte podem ser reduzidos na ordem de 20% através da utilização de ferramentas computacionais durante o planejamento das atividades de distribuição. A importância do PRV pode ser justificada pelo fato de ele ter recebido uma grande atenção na literatura desde a sua apresentação por Dantzig e Ramser (1959) no final da década de 1950.

Mesmo que economicamente as atividades de transporte sejam muito importantes, elas também são responsáveis por boa parte das emissões de gases poluentes na atmosfera. Segundo dados da Agencia Internacional de Energia (IEA, 2013), as maiores emissões de CO₂ no ano de 2011 se concentraram nos setores energético e de transporte, que em conjunto foram responsáveis por mais da metade (63%) das emissões globais. Isoladamente, o

setor de transporte foi responsável por 28%, dos quais aproximadamente 75% das emissões são decorrentes da utilização do modal rodoviário.

Visando a redução dos impactos causados pelas emissões causadas pelo setor de transporte, diversos trabalhos têm sido desenvolvidos no âmbito da Logística Verde. Ela está relacionada à produção e distribuição de produtos de forma sustentável, através da consideração de fatores sociais e ambientais. Ela não está apenas interessada nas economias provenientes das operações logísticas, como também preocupa-se com os diversos impactos sobre o ambiente (Aksoy et al, 2014).

Diante da crescente preocupação relacionada aos aspectos ambientais, tem sido possível se observar o surgimento de trabalhos que utilizam ferramentas de otimização na busca pela redução dos impactos ambientais. A motivação para esses estudos provem do fato que, seja voluntariamente ou por sanções legais, as empresas de transporte vem adotando políticas que visam reduzir os danos ambientais causados pelas atividades de transporte. Um dos motivos que tem levado as empresas a adotarem voluntariamente medidas como essas, pode se dar pelo interesse na mudança do seu marketing pessoal (busca por uma imagem de empresa que se preocupa com os aspectos ambientais) (Jabali et al, 2012). Por outro lado, as regulações do governo têm tornado a responsabilidade ambiental um importante fator a ser considerado na concepção das operações da cadeia de suprimento. As atividades de transporte, em particular, têm recebido uma atenção maior pois apresentam os efeitos mais nocivos para o ambiente: emissões de CO₂, consumo de energia, barulho e efeitos tóxicos para o ecossistema (Aksoy et al, 2014).

Embora esse seja um tema de notória importância, só bem recentemente ele começou a receber a devida atenção. Em 2012, Salimifard et al (2012) afirmavam que os tópicos Logística Verde ou Transporte Verde ainda necessitavam ser mais estudados. Assim, embora muitos autores tenham estudado essa temática, muitas análises podem ainda ser feitas no sentido do desenvolvimento de objetivos que permitam que as empresas obtenham lucro sem causar tantos impactos ao ambiente.

A maior parte dos trabalhos no contexto da Logística Verde considera os aspectos ambientais através da inclusão de parcelas na função objetivo. Nesses, os objetivos econômicos e ambientais são analisados conjuntamente na mesma função. Mesmo que tal abordagem possa ser adequada quando as questões ambientais são tratadas como custos, ela não permite que os gestores realizem uma análise dos *trade-offs* existentes durante o processo de tomada de decisão. Portanto, a utilização de uma metodologia multiobjetivo

apresenta-se muito adequada pois permite este tipo de análise.

Como discutido em Dekker et al (2012), no contexto em estudo, as vantagens da utilização de ferramentas de PO no apoio a decisão estão relacionadas a dois principais fatores: possibilidade de melhor uso dos recursos e ajuda na identificação dos *trade-offs* entre os aspectos ambientais e econômicos. Os autores ainda apontam que mediante utilização de ferramentas de análise multi-critério, muitas vezes se é possível selecionar soluções que garantam uma grande redução nas emissões dos gases causadores do efeito estufa, aumentando apenas marginalmente os custos.

Nos recentes *surveys* desenvolvidos Dekker et al (2012); Demir et al (2014a); Lin et al (2014) é possível identificar-se um crescente interesse por parte dos pesquisados no estudo dos problemas ambientais. Entretanto, escassos na literatura são os trabalhos que aplicam abordagens multiobjetivo aos problemas de transporte/distribuição no contexto ambiental. Foi verificado que apenas Jemai et al (2012); Siu et al (2012); Demir et al (2014b); Molina et al (2014); Ramos et al (2014) utilizaram métodos multiobjetivo na condução dos seus estudos.

Como já dito, por pertencer à classe dos problemas $\mathcal{NP}$ -difícil, resolver o PRV não é uma tarefa simples. Mesmo que inúmeros avanços tenham sido feitos, as técnicas exatas existentes ainda não são capazes de resolver instâncias com dimensão superior a 200 vértices (Pecin et al, 2014). Por se tratar de uma extensão do PRV, o PRP também é um problema de elevada complexidade. Além de apresentar a mesma estrutura, esse problema ainda possui uma função objetivo na forma não-linear. Tal característica torna impraticável a utilização de técnicas de Otimização Discreta na sua resolução. Além disso, quando se considera o b-PRP, esse cenário se torna ainda mais crítico pois, como demonstrado por (Serafini, 1987), mesmo os problemas pertencentes à classe $\mathcal{P}$ na forma mono-objetivo, como é caso dos problemas de Alocação e da Árvore Mínima Geradora, passam a ser $\mathcal{NP}$ -Difícil na sua versão com múltiplos objetivos. Diante do exposto, a utilização de técnicas aproximativas (heurísticas/metaheurísticas) é justificada pois essas permitem a resolução de problemas de larga escala em um tempo computacional aceitável (Subramanian, 2012).

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Propor um algoritmo heurístico para solucionar o *Pollution-Routing Problem* (PRP) Multiobjetivo.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Definir um procedimento construtivo para a geração de soluções iniciais;
- Aplicar e testar técnicas multiobjetivo existentes para resolver o PRP Biobjetivo;
- Adaptar um algoritmo mono-objetivo para a resolução de um problema multiobjetivo;
- Aplicar os critérios de dominância existentes na literatura para avaliar as soluções obtidas;
- Testar o algoritmo proposto em diferentes instâncias constantes na literatura;
- Comparar os resultados obtidos com os melhores encontrados na literatura.

1.4 Estrutura do Trabalho

O restante do trabalho é estruturado conforme segue: o Capítulo 2 apresenta alguns dos principais conceitos relacionados a temática da Otimização Multiobjetivo. Os métodos através dos quais os problemas com múltiplos objetivos podem ser resolvidos são discutido no Capítulo 3. O Capítulo 4 lista e discute trabalhos relacionados à temática do Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo resolvido no contexto ambiental. O Capítulo 5, por sua vez, apresenta uma descrição do problema, definindo as variáveis e apontando os dados a serem utilizados. O Capítulo 6 apresenta o método proposto na resolução do problema. Por fim, o Capítulo 7 apresenta e discute os resultados obtidos, enquanto que o Capítulo 8 conclui o trabalho e apresenta perspectivas para futuras pesquisas.

2 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Este capítulo tem por objetivo apresentar e discutir alguns dos principais conceitos relacionados à temática da Otimização Multiobjetivo (OM). Inicialmente, na Seção 3.1, define-se um Problema de Otimização Multiobjetivo (POM) e descreve-se quais os principais elementos que o compõem. O conceito de otimalidade no contexto dos POMs é discutido na Seção 2.2. Ainda nessa seção, são apresentadas algumas relações de dominância e se discute como elas podem ser utilizadas na comparação das soluções de problemas com múltiplos objetivos. A Seção 2.3 classifica as soluções eficientes e a Seção 2.4 discute os valores limitantes das funções objetivo dos problemas multiobjetivo. Por fim, a Seção 2.5 conclui o capítulo.

2.1 Introdução

Um POM visa otimizar simultaneamente dois ou mais objetivos conflitantes. Ele é definido em um dado espaço de soluções e pode ser descrito como segue:

$$\begin{aligned} \min z &= (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \\ x &\in \mathcal{X}, \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde z é um vetor formado por k funções escalares, que representam os objetivos do problema. Sem perda de generalidade, considera-se que todos os objetivos devem ser minimizados. Neste trabalho, todos os objetivos são assumidos como sendo conflitantes, isto é, não existe uma solução viável que os minimize simultaneamente. Caso essa hipótese não fosse assumida, técnicas multiobjetivo não seriam necessárias, porque uma solução ótima poderia ser facilmente obtida utilizando-se um método de otimização mono-objetivo. No contexto dos POMs, a noção de “minimização” é um pouco diferente e é melhor entendida na Seção 2.2.

Nos problemas do tipo (2.1), uma solução viável x deve pertencer ao Espaço de Soluções (ES) $\mathcal{X}$, que é definido pelo conjunto de restrições do problema e é dado por $\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R}^n : h(x) = 0, g(x) \leq 0\}$, onde n (número de variáveis) é a sua dimensão. A imagem do conjunto $\mathcal{X}$ no Espaço dos Objetivos (EOB) é dada por $\mathcal{Y} = z(\mathcal{X}) = \{z(x) \in \mathbb{R}^k : x \in \mathcal{X}\}$.

Os principais elementos de um problema multiobjetivo podem ser então sumarizados como:

- Conjunto Viável $\mathcal{X}$
- Vetor de funções objetivo $z = (f_1, f_2, \dots, f_k) : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}^k$
- Espaço dos Objetivos $\mathbb{R}^k$
- Imagem do Conjunto Viável no Espaço dos Objetivos $\mathcal{Y}$

Uma representação dos elementos descritos é feita na Figura 2.1.

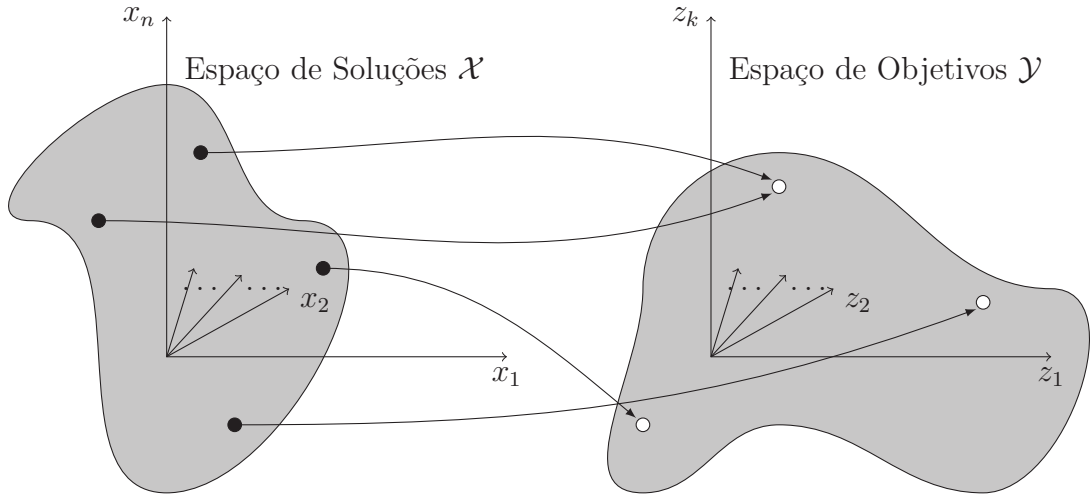


Figura 2.1: Relação entre o Espaço de Soluções e o Espaço de Objetivos

Na formulação geral dos POMs apresentada nas Equações (2.1), as funções objetivo e restrições podem assumir formatos lineares e/ou não-lineares e as variáveis são contínuas. Dessa forma, nesse problema, infinitas soluções viáveis podem ser encontradas. Entretanto, como pode ser visto em Ulungu e Teghem (1994), Arenales et al (2007), Colin (2007) e Williams (2013), diversos problemas reais podem ser modelados utilizando-se variáveis discretas, o que leva a definição de um Problema de Otimização Combinatória Multiobjetivo (POCM). Nesses, as variáveis são discretas e o número de soluções viáveis é finito, embora possa ser bem elevado (crescimento exponencial). A principal diferença na definição dos POMs está na definição do ES, que pode ser representado como segue: $\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{N}^n : h(x) = 0, g(x) \leq 0\}$.

2.2 Otimalidade de Pareto

Diferentemente do que ocorre nos problemas mono-objetivo, onde a solução é representada por um único valor ($z : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$), a comparação entre duas soluções no contexto dos problemas com múltiplos objetivos pode não ser evidente. Como o vetor de objetivos possui ordem k ($z : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$), é necessário que se defina uma forma de como dois vetores desse tipo possam ser comparados.

Para se realizar a distinção entre dois vetores z no $\mathbb{R}^k$, relações de dominância no senso de Pareto são definidas para POMs e POCMs. Essas relações são estabelecidas segundo o conceito de Ordem, que é apresentado em (Ehrgott, 2005, pág. 8). Essas relações são apresentadas abaixo:

Considere os dois vetores $u = (u_1, \dots, u_k)$ e $v = (v_1, \dots, v_k)$, com $u, v \in \mathbb{R}^k$.

Definição 1. *Dominância de Pareto:* Diz-se que um vetor u domina um outro v se, e somente se, $u_k \leq v_k \ \forall k \in \{1, \dots, k\} \wedge \exists k \in \{1, \dots, k\} : u_k < v_k$. Esta relação é denotada por $u \preceq v$.

Definição 2. *Dominância Fraca de Pareto:* Diz-se que um vetor u domina um outro v fracamente se, e somente se, $u_k \leq v_k \ \forall k \in \{1, \dots, k\}$. Esta relação é denotada por $u \leq v$.

Definição 3. *Dominância Estrita de Pareto:* Diz-se que um vetor u domina um outro v estritamente se, e somente se, $u_k < v_k \ \forall k \in \{1, \dots, k\}$. Esta relação é denotada por $u < v$.

Essas relações de dominância podem ser ordenadas de acordo com a seguinte ordem:

$$u < v \Rightarrow u \preceq v \Rightarrow u \leq v.$$

Em muitos POMs, uma ordem é estabelecida durante a análise do vetor de resultados. Esse tópico será melhor discutido na Seção 3.2, onde o tema Otimização Lexicográfica é discutido. Nesse contexto, surge a definição de Dominância Lexicográfica.

Definição 4. *Dominância Lexicográfica:* Diz-se que um vetor u domina um outro v lexicograficamente se, e somente se, $u_k < v_k$, onde $k = \min\{k : u_k \neq v_k\}$, isto é, k é o índice do primeiro objetivo a ser considerado. Essa relação é denotada por $u <_{leq} v$.

Uma vez que se foi estabelecida a forma como dois vetores no $\mathbb{R}^k$ podem ser comparados, os conceitos de Solução Eficiente, Ponto Não-Dominado, Conjunto de Soluções Eficientes e Fronteira de Pareto podem ser apresentados.

Definição 5. *Solução Eficiente:* Um solução viável $x^* \in \mathcal{X}$ é dita eficiente (ou ótima no senso de Pareto) se não existe uma outra solução viável $x \in \mathcal{X}$ tal que $z(x) \preceq z(x')$, isto é, não existe uma outra solução viável x que ao ser comparada à x^* possua para todos os componentes do vetor de objetivos, valores inferiores ou iguais, em todos os objetivos, e um que seja estritamente inferior.

Definição 6. *Ponto Não-Dominado:* A imagem $z(x^*)$ de uma solução eficiente x^* no espaço de soluções é chamada Ponto Não-Dominado.

O trabalho de Zadeh (1963) mostra que o conceito de Otimalidade utilizada no contexto dos problemas mono-objetivo é equivalente ao de não-dominância considerado na classificação das soluções dos problemas com múltiplos objetivos.

Definição 7. *Conjunto de Soluções Eficientes:* O conjunto formado por todas as soluções eficientes para um dado problema é chamado de Conjunto de Soluções Eficientes e é denotado por X_E .

Definição 8. *Fronteira de Pareto:* A imagem do Conjunto de Soluções Eficientes no Espaço de Objetivos, ou o conjunto das imagens das soluções eficientes no Espaço de Objetivos, é chamada Fronteira de Pareto e é representada por Z_N .

2.3 Classificação das Soluções Eficientes

As soluções eficientes de um POM podem ser classificadas de acordo com sua natureza. A fim de se garantir um melhor entendimento dos conceitos apresentados neste capítulo, os Exemplos 1 e 2 são discutidos. O primeiro consiste em um POM linear com variáveis não negativas. O segundo, por sua vez, apresenta a mesma formulação, mas considera apenas variáveis discretas não negativas.

Exemplo 1.

$$\begin{aligned} \min \quad & z_1 = -x_1 - 4x_2 \\ \min \quad & z_2 = -2x_1 + 2x_2 \\ & 3x_1 - 2x_2 \leq 15 \\ & 5x_1 + 3x_2 \leq 44 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Exemplo 2.

$$\begin{aligned} \min \quad & z_1 = -x_1 - 4x_2 \\ \min \quad & z_2 = -2x_1 + 2x_2 \\ & 3x_1 - 2x_2 \leq 15 \\ & 5x_1 + 3x_2 \leq 44 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+^k \end{aligned}$$

Nesses exemplos, os conjuntos viáveis $\mathcal{X}$ e as imagens $\mathcal{Y}$ são representados, respectivamente, pelas Figuras 2.2 e 2.3, e 2.4 e 2.5. As formulações descritas nos exemplos serão identificadas neste trabalho como POM1 e POM2.

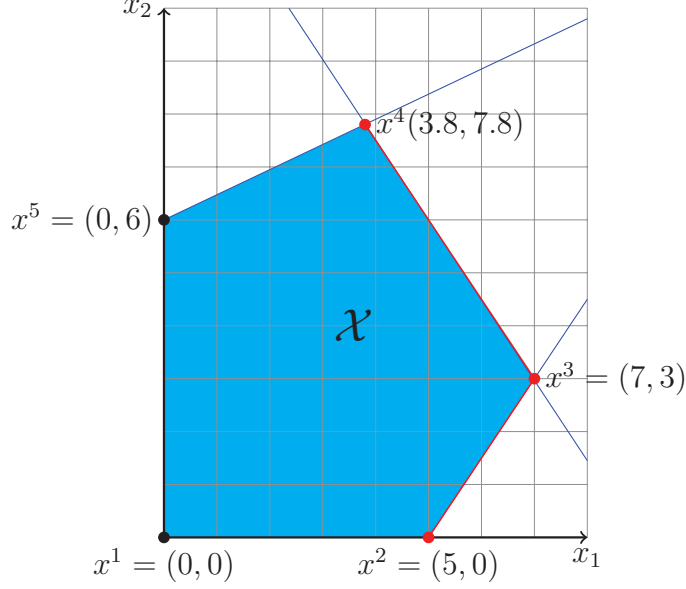


Figura 2.2: Conjunto Viável e Soluções Eficientes para a formulação do Exemplo 1

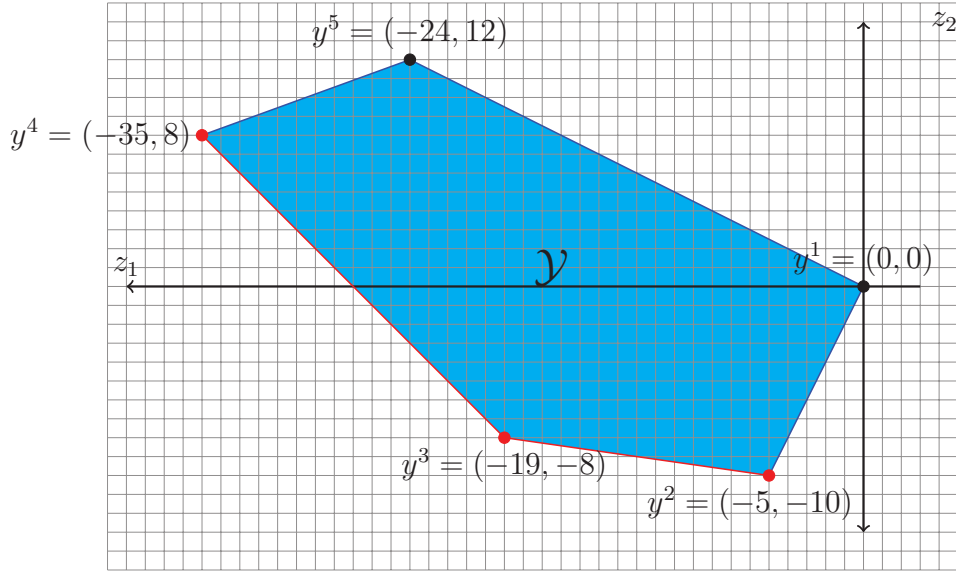


Figura 2.3: Imagem das soluções eficientes no Espaço de Objetivos (Exemplo 1)

Definição 9. *Soluções Suportadas:* Se existe um $\lambda > 0 \in R^k$ ($\lambda_i > 0, \forall i \in 1, \dots, k$) tal que $x \in \mathcal{X}$ é uma solução do problema multiobjetivo agregado em (2.2), x é uma solução eficiente suportada (Geoffrion, 1968).

$$\min \left\{ \sum_{k=1}^p \lambda_k z_k(x) : x \in \mathcal{X} \right\} \quad (2.2)$$

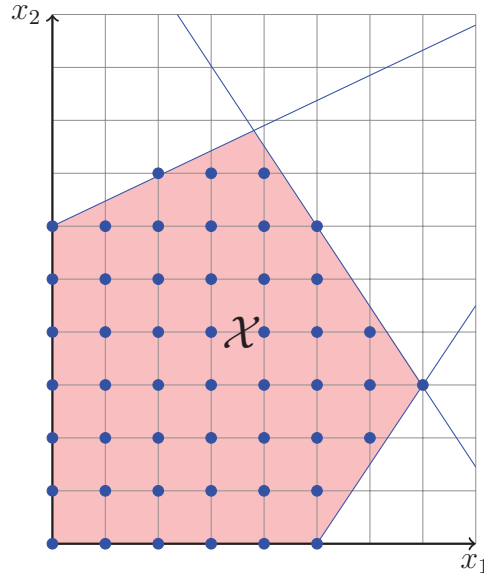


Figura 2.4: Conjunto Viável e Soluções Inteiras para a formulação do Exemplo 2

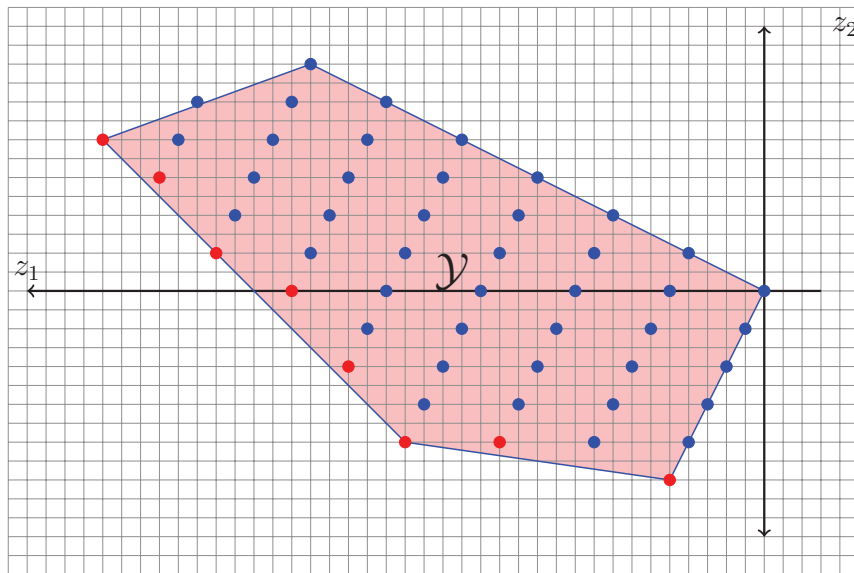


Figura 2.5: Imagem das soluções inteiras no Espaço de Objetivos (Exemplo 2)

É possível se obter todas as soluções eficientes suportadas variando-se os conjuntos de pesos λ e resolvendo-se os problemas agregados correspondentes.

As imagens $z(x)$ dessas soluções no espaço de objetivos são chamadas de pontos não-dominados suportados e são localizadas na borda inferior esquerda da envoltória convexa do espaço de objetivos ($\text{conv } \mathcal{Y}$). Soluções suportadas eficientes e pontos suportados não-dominados são representados respectivamente por: X_{SE} e Y_{SN} .

Nos POMs cujo espaço de soluções é definido como $\mathcal{X} = \{x \in R^n : h(x) = 0, g(x) \leq 0\}$, isto é, quando o Espaço de Soluções é convexo, todas as soluções eficientes do problema são suportadas (Geoffrion, 1968). A Figura 2.3 mostra que todos os pontos não-dominados

do POM1 estão localizados ao longo dos segmentos $[y^2 y^3]$ e $[y^3 y^4]$. Esses pontos são obtidos a partir das infinitas soluções eficientes situadas nas arestas $[x^2 x^3]$ e $[x^3 x^4]$ na Figura 2.2.

Quando o espaço de soluções é composto por alguma variável inteira ele não é convexo, e assim, soluções não-suportadas (Definição 10) também podem compor o conjunto de soluções eficientes. Essa problemática pode ser encontrada no âmbito dos POCMs. Na Figura 2.5, nem todos os pontos não-dominados (pontos em vermelhos) estão situados na envoltória convexa de $\mathcal{Y}$.

Definição 10. *Soluções Não-Suportadas:* Diferentemente do que ocorre para o caso das soluções suportadas, as soluções não-suportadas não podem ser obtidas através da resolução de problemas ponderados e suas imagens são localizadas no interior do $\text{conv } \mathcal{Y}$. As soluções não-suportadas são denotadas por X_{NSE} e suas imagens por Y_{NSN} . Nos problemas bi-objetivos, as soluções não-suportadas estão sempre localizadas no interior do triângulo formado por dois pontos suportados consecutivos.

Como as imagens das soluções suportadas são sempre localizadas na envoltória convexa da Fronteira de Pareto, elas são aquelas que estão mais próximas do Ponto Ideal (Seção 2.4). Dessa forma, poderia-se pensar sobre qual seria a utilidade de se utilizar soluções não-suportadas na composição do conjunto de soluções eficientes, uma vez que elas são sempre “piores” do que as soluções suportadas quando se considera os problemas agregados. Como discutido em Lust (2009), as soluções X_{NSE} podem representar em muitos casos melhores *trade-offs* dos que aqueles dados pelas soluções X_{SE} , isto é, um melhor compromisso entre os objetivos do problema (soluções melhor balanceadas, por exemplo).

Lust (2009) ainda afirma não ser possível se definir uma real proporção do número de soluções não-suportadas em relação ao número de soluções suportadas em um POCM. Como não há uma técnica que garanta encontrar todas as soluções não-suportadas de um problema, uma resposta formal (matemática) para essa pergunta não pode ser definida. Contudo, observa-se que em muitos POCMs, o número de soluções suportadas cresce polinomialmente, enquanto que o número de soluções não-suportadas aumenta exponencialmente.

Na Figura 2.5, os três primeiros pontos não-dominados suportados possuem coordenadas, respectivamente, iguais a: $(-35, 8)$, $(-29, 2)$ e $(-19, -8)$ e são soluções ótimas do problema $\min z = z_1 + z_2$ no POM2, com $z = -27$. A agregação $\min z = z_1 + 7z_2$, para

o mesmo problema, leva aos pontos suportados $(-19, -8)$ e $(-5, -10)$, com $z = -150$. Embora os pontos $(-14, -8)$, $(-22, -4)$, $(-25, 0)$ e $(-32, 6)$ sejam não-dominados, eles não podem ser encontrados através da resolução de um problema agregado. Caso dois pontos não-dominados, sendo um suportado e outro não, sejam comparados através das ponderações $z = z_1 + z_2$ e $z = z_1 + 7z_2$, os valores das funções objetivo obtidos com os pontos suportados serão sempre inferiores. Tomando-se os pontos $(-29, 2)$ e $(-32, 6)$, por exemplo, e o problema $\min z = z_1 + z_2$, se obtém $z = -27$ e $z = -26$, respectivamente. Dado que o problema em consideração é de minimização, o ponto suportado $(-29, 2)$ apresenta um melhor compromisso. Esse exemplo está de acordo com o que foi se discutido anteriormente, quando se disse que as soluções não-suportadas são piores do que as suportadas quando se considera problemas agregados. Ressalta-se, entretanto, que do ponto de vista da OM, ambas as soluções são boas, pois, para pelo menos um dos objetivos, uma supera a outra, o que caracteriza o conceito de Dominância de Pareto.

Ao se analisar a Fronteira de Pareto do ponto de vista dos pontos suportados, dois casos podem acontecer: o primeiro corresponde aos pontos suportados localizados nos vértices da envoltória convexa de $\mathcal{Y}$ e o outro se relaciona aos pontos situados ao longo das arestas da fronteira.

Definição 11. *Soluções Suportadas Extremas:* uma solução suportada extrema (X_{SE_1}) é aquela cuja imagem ($z(X_{SE_1})$) é localizada nos vértices da conv $\mathcal{Y}$. Os pontos não-dominados suportados extremos definem o contorno da Fronteira de Pareto, isto é, conhecendo-se $z(X_{SE_1})$ pode-se determinar a forma da fronteira.

Definição 12. *Soluções Suportadas Não-Extremas:* Representadas por (X_{SE_2}), suas imagens ($z(X_{SE_2})$) são situadas ao longo das arestas que ligam os vértices da conv $\mathcal{Y}$.

Na Figura 2.5, os pontos $(-35, 8)$, $(-19, -8)$ e $(-5, -10)$ são extremos, enquanto $(-29, 2)$ é um ponto suportado não-extremo.

Ao contrário do que ocorre com (X_{SE_1}), não se é possível determinar o número exato de (X_{SE_2}) em um POM. Numa aresta do espaço de soluções, infinitas soluções suportadas não-extremas podem ser encontradas e estas são obtidas utilizando-se o mesmo conjunto de pesos. Dessa forma, computar todas soluções eficientes suportadas não-extremas de um problema multiobjetivo acaba se tornando uma tarefa complexa.

Como representado na Figura 2.1, duas soluções eficientes podem possuir imagens semelhantes no Espaço de Objetivos. Ehrgott (2005) apresenta as definições abaixo:

Definição 13. *Soluções Equivalentes:* Duas soluções eficientes x^1 e x^2 são ditas equivalentes se $z(x^1) = z(x^2)$, isto é, todas as componentes dos vetores de solução das funções são iguais.

Definição 14. *Conjunto Completo de Soluções Eficientes:* Um conjunto completo X_{E_c} é um subconjunto de $\mathcal{X}$ ($X_{E_c} \subset \mathcal{X}$) formado por todas as soluções eficientes possíveis para o problema, isto é, $z(X_{E_c}) = \mathcal{Y}_N$. Dessa forma, pode-se afirmar que dada uma solução $x \in \mathcal{X} \setminus X_{E_c}$, ela sempre será fracamente dominada por qualquer solução $x \in X_{E_c}$. Fora do conjunto completo, nenhuma solução viável é capaz de ter valores melhores do que aqueles obtidos para as soluções eficientes. X_{E_c} também é chamado de conjunto máximo completo.

Definição 15. *Conjunto Completo Mínimo de Soluções Eficientes:* Um conjunto completo mínimo X_{E_m} é um conjunto completo sem soluções equivalentes.

2.4 Limitantes (Bounds) dos Problemas Multiobjetivo

Por fim, nesta seção, são definidos dois pontos especiais no contexto dos problemas multiobjetivo: o Ponto Ideal e o Ponto de Nadir. Eles representam, respectivamente, o *lower bound* (limite inferior) e *upper bound* (limite superior) das soluções nos problemas multiobjetivo. Esses pontos dão uma indicação do intervalo no qual os valores das funções objetivos podem estar inseridos (Ehrgott, 2005; Grodzewich e Romanko, 2006). Além disso, eles podem ser utilizados como pontos de referência na normalização de valores dos objetivos (Seção 3.3.1) ou ainda na avaliação dos conjuntos de soluções eficientes obtidos (Seção 3.5).

Definição 16. *Ponto Ideal:* Pode ser definido como z^I e contém como coordenadas no Espaço de Objetivos os menores valores para cada um dos objetivos:

$$z_i^I = \min_{x \in \mathcal{X}} z_i(x) \quad \forall i = 1, \dots, k$$

Definição 17. *Ponto de Nadir:* Chamado de z^N , ele é obtido analisando-se as soluções pertencentes ao conjunto de soluções eficientes, tomando-se os piores valores das imagens dessas soluções. Ele é formado então, pelos piores valores para cada um dos objetivos, dentre os pontos na Fronteira de Pareto:

$$z_i^N = \max_{x \in \mathcal{X}_E} z_i(x) \quad \forall i = 1, \dots, k$$

2.5 Conclusões

A utilização de métodos multiobjetivo na resolução de problemas com múltiplos objetivos permite que o decisor realize uma melhor análise dos *trade-offs* existentes no processo de tomada de decisão. Dessa forma, esse capítulo teve por objetivo apresentar e discutir conceitos que são considerados na análise da literatura relacionada, ou na explicação do método proposto.

Diferentemente das técnicas mono-objetivo, a comparação das soluções no âmbito dos POM não é direta. Dessa forma, foi necessário o estabelecimento de relações de dominância. Além disso, como a resolução das diferentes classes de POMs leva a diferentes tipos de soluções eficientes, apresentou-se uma classificação das soluções eficientes de acordo com a localização de suas imagens na Fronteira de Pareto.

As definições apresentadas são utilizadas ao longo trabalho, seja na análise da literatura ou na discussão dos resultados. Como todos os conceitos são amplamente difundidos no âmbito da Otimização Multiobjetivo, exceto nos casos onde tenha sido necessário, autorias específicas não foram atribuídas. Um estudo mais detalhado do tema pode ser feito através da análise dos seguintes trabalhos Ehrgott e Gandibleux (2003), Ehrgott (2005), Lust e Teghem (2009), Lust (2009) e Vicent (2013).

3 MÉTODOS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

3.1 Introdução

No contexto da Otimização Multiobjetivo, a seleção do método de resolução dos problemas é influenciada pelo papel que o decisor tem no processo de tomada de decisão (Ehrgott e Gandibleux, 2003). Esses métodos podem ser classificados como:

- Métodos *à priori*: quando as preferências do decisor são conhecidas no início do processo;
- Métodos *à posteriori*: quando as soluções são geradas sem um conhecimento prévio da preferência do decisor, que só então escolhe a “melhor” opção. Esses métodos são ainda classificados por Cohon (2003) como Métodos de Geração de Soluções Eficientes (MGSE);
- Métodos iterativos: quando inicialmente são geradas soluções eficientes, que são melhor exploradas de acordo com a preferência do tomador de decisão (TD).

Como o trabalho em questão tem por objetivo construir Fronteiras de Pareto para o b-PRP, os métodos discutidos neste capítulo visam gerar soluções sem que as preferências de um decisor sejam conhecidas. Dependendo da natureza e da complexidade do problema, tanto técnicas baseadas em abordagens exatas, como em aproximativas podem ser utilizadas.

Este capítulo é organizado como segue: na Seção 3.2 são apresentados os Problemas de Otimização Lexicográfica, que embora sejam mais comuns no contexto dos métodos *à priori*, podem aparecer como subproblemas dos MGSE. Métodos Exatos e Aproximativos utilizados para a resolução dos POMs são discutidos nas Seções 3.3 e 3.4, respectivamente.

A forma como as Fronteiras de Pareto obtidas são avaliadas é discutida na Seção 3.5. Por fim, a Seção 3.6 conclui o capítulo.

3.2 Otimização Lexicográfica

Problemas de Otimização Lexicográfica (POL) surgem quando, mesmo que os objetivos em consideração sejam conflitantes, uma ordem na qual as decisões devem ser tomadas existe. Nesse tipo de problema, uma ordem lexicográfica é adotada durante a análise do vetor de objetivos. Assim, dado que os objetivos são considerados de forma hierárquica, um objetivo f_h só é considerado depois que todos os critérios f_i de maior prioridade tenham sido analisados ($i < h$). Devido a ordem de prioridades existente, mesmo que uma melhora acentuada seja realizada em um objetivo “menos importante”, uma pequena piora em um outro prioritário não é compensada.

Um POL pode ser matematicamente expresso por:

$$\min z = \text{lexmin}[f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)] \quad (3.1)$$

$$x \in \mathcal{X}$$

Como os POLs apresentam peculiaridades relacionadas à análise das soluções obtidas, se faz necessário que o conceito de Otimalidade Lexicográfica (OL) seja apresentado.

Definição 18. *Uma solução viável $x^* \in \mathcal{X}$ é dita lexicograficamente ótima se não existe uma outra solução viável $x \in \mathcal{X}$ ($x^* \neq x$) tal que $f(x) <_{\text{leq}} f(x^*)$ (Ver Definição 4 na Seção 2.2).*

Como a ordem na OL é total, o número de soluções eficientes em problemas onde uma ordem lexicográfica é imposta é igual ao número de objetivos, isto é, para soluções não-equivalentes, não existem *trade-offs* e apenas uma solução ótima para uma dada ordem objetivos é admitida.

O termo “Soluções Eficientes” foi utilizado no parágrafo anterior pois, apesar de as soluções serem comparadas de uma forma diferente nos POLs, como apresentado no Teorema 3.1, soluções lexicograficamente ótimas também são soluções eficientes no senso de Pareto.

Teorema 3.1. *Se $x^* \in \mathcal{X}$ é uma solução tal que $f(x^*) \leq_{\text{lex}} f(x) \forall x \in \mathcal{X}$, x é eficiente (Prova em Ehrgott (2005, pág. 129)).*

A hierarquização dos objetivos permite que os objetivos sejam resolvidos sequencialmente. O Algoritmo 1, apresentado em Ehrgott (2005), sintetiza os passos que devem ser seguidos.

Na Linha 3, o Espaço de Soluções é iniciado como sendo o espaço definido pelas restrições do problema. Sempre que o valor de um objetivo é encontrado, uma nova restrição é adicionada ao problema forçando que o valor dos objetivos mais importantes não sejam deteriorados (Linha 13). Um problema, onde apenas o primeiro objetivo é considerado, é resolvido na Linha 5. Caso o problema resolvido tenha solução única (Linha 6), o algoritmo para, e a solução obtida é a solução lexicográfica encontrada. Caso o objetivo em consideração seja o último, o algoritmo para e retorna a solução do problema.

Algoritmo 1 Otimização Lexicográfica

```

1: Entrada: Conjunto Viável  $\mathcal{X}$  e vetor  $z = (f_1, \dots, f_k)$  de objetivos
2: Saída: Conjunto de Soluções Lexicográficas Ótimas
3: Inicialização: Define-se  $\mathcal{X}_1 := \mathcal{X}$  e  $i := 1$ 
4: enquanto  $i \leq k$  faça
5:   Resolver  $\min_{x \in \mathcal{X}} f_i(x)$  (I)
6:   se (I) tem solução única  $x^i$  então
7:      $x^i$  é a única solução do problema (I) - Algoritmo para!
8:   fim se
9:   se  $i = k$  então
10:     O Conjunto de Soluções Ótima do POL é  $x \in \mathcal{X}_k : f_k(x) = \min_{x \in \mathcal{X}_k} f_k(x)$ 
11:     Algoritmo para!
12:   fim se
13:    $\mathcal{X}_{i+1} := \{x \in \mathcal{X}_i : f_i = \min_{x \in \mathcal{X}_i} f_i(x)\}$ 
14:    $i := i + 1$ 
15: fim enquanto

```

3.3 Métodos Exatos

Nesta seção são apresentadas abordagens que permitem a resolução de POMs de forma exata. Embora esses métodos garantam a otimalidade das soluções obtidas, eles possuem como inconveniente o fato de na maioria dos casos necessitarem de um elevado tempo computacional. No caso dos POMs, esse último aspecto acaba sendo ainda mais explícito, pois mesmo para os problemas pertencentes à classe $\mathcal{P}$ na forma mono-objetivo, como é caso dos problemas de Alocação e da Árvore Mínima Geradora, passam a ser

$\mathcal{NP}$ —Difícil na sua versão com múltiplos objetivos (Serafini, 1987).

Os métodos exatos discutidos nesta seção são classificadas como sendo de escalarização, isto é, os POMs são reformulados como problemas contendo apenas uma função objetivo. No caso do Método de Duas Fases, analisado na Seção 3.3.4, apenas a primeira fase do método consiste em um método de escalarização. Além do Método de Duas Fases, também são discutidos o Método da Soma Ponderada das Funções Objetivo (Seção 3.3.1) (com e sem normalização dos valores das funções objetivo), o Método da Função Ponderada Escalarizada de Tchebycheff (Seção 3.3.2) e o Método das Restrições Épsilon (Seção 3.3.3).

3.3.1 Soma Ponderada das Funções Objetivo

O Método da Soma Ponderada das Funções Objetivo (MSP) é um dos mais utilizados na literatura para a resolução de problemas com múltiplos objetivos. Ele consiste na escalarização do problema multiobjetivo através da construção de uma função objetivo que é formada pela soma das funções objetivo do POM, ponderadas através de um conjunto de pesos. Esses pesos representam a importância dada a cada um dos objetivos durante o processo de tomada de decisão. Zadeh (1963) mostrou o porquê desse método ser capaz de gerar soluções eficientes para os POMs.

A vantagem do MSP reside na sua simplicidade de execução. Variando-se os valores dos pesos, diferentes soluções suportadas podem ser encontradas (Ehrgott e Gandibleux, 2003). Uma vez obtida a função ponderada, técnicas mono-objetivo podem ser utilizadas. Além disso, caso o Espaço de Soluções seja tomado como convexo, o Teorema de Geoffrion (Geoffrion, 1968) garante que o conjunto de Soluções Eficientes pode ser inteiramente formado resolvendo-se apenas problemas parametrizados da forma (3.2).

O MSP pode ser matematicamente representado como: sejam $f_i(x)$ $i \in \{1, \dots, k\}$ funções escalares e sejam λ_i $i \in \{1, \dots, k\}$ valores escalares, tais que $\sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$ e $\lambda_i \geq 0$, $\forall i \in \{1, \dots, k\}$, um POM pode ser então re-escrito como:

$$\begin{aligned} \min f &= \sum_{i=1}^k \lambda_i f_i(x) \\ x &\in \mathcal{X}. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Uma interpretação gráfica para o MSP é dada por Cohon (2003). Considerando o caso com dois objetivos, z representa o valor do problema e a expressão (3.3) pode ser

re-escrita como (3.4), onde $(-\lambda_1/\lambda_2)$ é a declividade e (z/λ_2) é o intercepto da reta.

$$z = \lambda_1 z_1 + \lambda_2 z_2 \quad (3.3)$$

$$z_2 = \frac{z}{\lambda_2} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} z_1 \quad (3.4)$$

Um problema de otimização mono-objetivo, cuja função objetivo é (3.4), pode ser resolvido graficamente trasladando-se a reta que representa a FO em direção à origem dos eixos. O último ponto, na região viável, a tocar a reta representa a solução ótima do problema. Variando-se os valores de λ_1 e λ_2 , diferentes declividades podem ser obtidas e assim diferentes retas também (Figura 3.1).

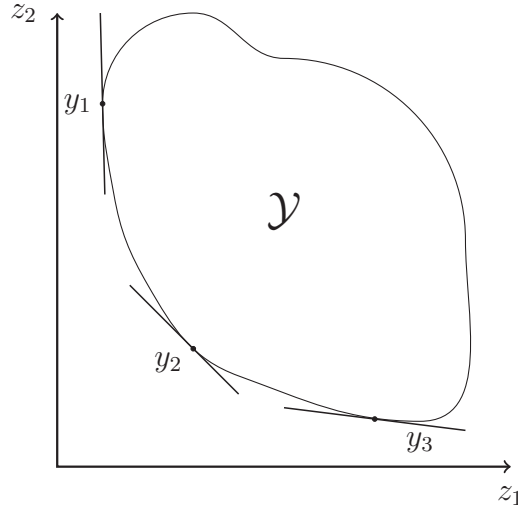


Figura 3.1: Pontos Não-dominados encontrados utilizando-se o Método da Soma Ponderada

Como pode ser visto na Figura 3.1, as soluções dos problemas agregados estão sempre localizadas na envoltória convexa de $\mathcal{Y}$. Dessa forma, como é provado em Ehrgott (2005), se y^* é a imagem de uma solução eficiente para um problema do tipo (3.2), vale a expressão (3.5):

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i y_i^* \leq \sum_{i=1}^p \lambda_i y_i, \quad \forall y \in \mathcal{Y} \quad (3.5)$$

De (3.5) se vê que os pontos não-dominados suportados gerados pelo problema (3.2) sempre, ao menos, dominam fracamente os outros pontos da Fronteira de Pareto.

Embora os resultados do problema (3.2) sempre levem a soluções eficientes, a utilização do MSP, como forma de obtenção das soluções eficientes em POMs, está sujeita à consideração de convexidade do Espaço de Soluções. Nesse contexto, sabendo-se que o ES nos problemas combinatórios não é convexo, Ehrgott (2005) afirma que quando aplicado

na resolução de problemas de Otimização Combinatória Multiobjetivo, o MSP não é capaz de identificar todas as soluções eficientes do problema e assim outras técnicas devem ser utilizadas em conjunto.

Soma Ponderada das Funções Objetivo Normalizadas

O Método da Soma Ponderada das Funções Objetivo Normalizadas (MSPN) é uma extensão do MSP e se baseia na observação de Grodzewich e Romanko (2006), que aponta que caso os objetivos de um problema não sejam medidos na mesma escala, a normalização dos valores das funções se faz necessária a fim de se garantir a consistência das soluções ótimas encontradas. Para esse método valem as mesmas propriedades discutidas para o MSP. O MSPN pode ser matematicamente descrito como:

$$\begin{aligned} \min f &= \sum_{i=1}^k \gamma_i f_i(x) \\ x &\in \mathcal{X}, \end{aligned} \tag{3.6}$$

onde γ representa um fator de ponderação, que é formado por um peso λ e por um fator de normalização θ , assim, $\gamma = \lambda\theta$.

Grodzewich e Romanko (2006) descrevem formas através das quais os fatores de normalização podem ser obtidos:

- $\theta = \frac{1}{f_i(x_0)}$: Normaliza o valor de uma função objetivo f_i segundo o seu valor em um ponto inicial x_0 .
- $\theta = \frac{1}{f_i^{\min}(x)}$: Normaliza o valor de uma função objetivo f_i segundo o seu valor mínimo.
- $\theta = \frac{1}{z_i^N - z_i^I}$: Normaliza o valor de uma função objetivo f_i segundo a diferença entre os valores das coordenadas do Ponto de Nadir e do Ponto Ideal, para o objetivo i em consideração. Essa diferença representa o comprimento do intervalo no qual o valor da função objetivo pode estar inserido.

Após diversos testes computacionais, os autores mostraram que esse último esquema leva a melhores resultados de normalização.

3.3.2 Função Ponderada Escalarizada de Tchebycheff

Um outro método de escalarização utilizado na resolução dos POMs é o da Função Ponderada Escalarizada de Tchebycheff (FPET). Este método é baseado na Distância

Ponderada (Norma Ponderada) de Tchebycheff que é definida como:

$$\|f(x) - y^0\|_\lambda = \max_{i=1,\dots,k} \lambda_i (f_i(x) - y_i^0) \quad (3.7)$$

Ela computa a distância entre $z = (f_1, \dots, f_p)$ e um dado ponto de referência y^0 , tal que, $y^0 \leq f(x) \forall x \in \mathcal{X}$. O ponto y^0 pode ser aproximado como o Ponto Ideal.

A escalarização de POMs através da Norma de Tchebycheff é então apresentada como:

$$\min_{x \in \mathcal{X}} \|f(x) - y^0\|_\lambda \quad (3.8)$$

Definição 19. *Se existe algum $\lambda > 0$ tal que x^* é solução de 3.8, x^* é uma solução eficiente (Prova em Bowman (1976)).*

Bowman (1976) mostra ainda que o método da FPET é capaz de encontrar soluções suportadas e não suportadas. Assim, nesse caso, a premissa de convexidade do espaço de soluções não é exigida.

3.3.3 Restrição- ε

Problemas de Otimização Multiobjetivo podem ainda ser resolvidos através do Método da Restrição ε (MR- ε). Ele foi introduzido por Haimes et al (1971) e diferentemente do que ocorre no MSP, não há agregação das funções objetivo. Apenas uma das funções é minimizada, enquanto que as demais são transformadas em restrições através da imposição de *upper-bounds*. Nessa abordagem, a fim de que uma Fronteira de Pareto seja gerada, os valores de ε são gradualmente decrementados e então novos problemas são resolvidos. O problema pode ser matematicamente descrito como:

$$\min f = f_1(x) \quad (3.9)$$

$$f_i(x) \leq \varepsilon_i \quad i = 2, \dots, k \quad (3.10)$$

$$x \in \mathcal{X}$$

Uma representação gráfica do problema (3.9) – (3.10), para o caso com dois objetivos, é descrita na Figura 3.2. Os valores ε^1 , ε^2 , ε^3 e ε^4 representam os *upper-bounds* impostos ao objetivo z_2 que são decrementados iterativamente.

Dois teoremas, com provas em Ehrgott (2005, pág. 99-100), são descritos abaixo e serão importantes na explicação do Algoritmo 2, que leva à obtenção de soluções eficientes

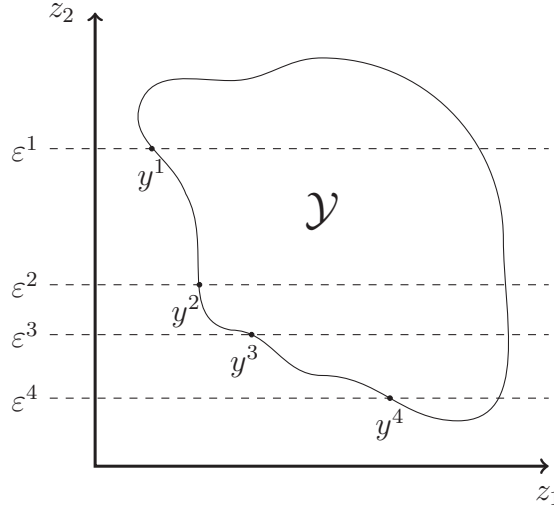


Figura 3.2: Pontos Não-dominados encontrados utilizando-se o Método da Restrição ϵ através do MR- ϵ .

Teorema 3.2. *Se x^* é um solução do problema 3.9 – 3.10, então x^* é fracamente eficiente.*

Teorema 3.3. *Uma solução viável $x^* \in \mathcal{X}$ é eficiente se, e somente se, existe um vetor $\epsilon \in R^p$, tal que x^* é uma solução ótima 3.9 – 3.10.*

A partir do Teorema 3.3, pode-se verificar que uma escolha apropriada dos valores de ϵ pode levar a obtenção de todas as soluções eficientes do problema. Além disso, a prova desse teorema em Ehrgott (2005, pág. 100) mostra que os valores de ϵ_i ($\forall i = 1, \dots, k$) são iguais aos valores encontrados para cada um dos objetivos do problema.

O Algoritmo 2, apresentado em Bouchez (2006), que leva à obtenção de soluções eficientes pelo MR- ϵ , começa com um POL (Seção 3.2) nas Linhas 5 e 7. Na Linha 5, apenas o primeiro objetivo é considerado. Na Linha 7, o segundo objetivo é otimizado, mas o valor do primeiro objetivo é fixado. Fixar o valor de f_1 implica que f_2 será otimizada, mas o valor de f_1 não será degradado. Na Linha 9, verifica-se a viabilidade da solução obtida na linha 5. Caso a solução não seja viável, a variável *feasible* recebe **False** e o algoritmo termina.

Mavrotas (2009) aponta vantagens da utilização do MR- ϵ sobre o MSP:

- Uma escolha não criteriosa do conjunto de pesos utilizados na agregação das FO pode levar o MSP a gerar soluções redundantes;
- O MR- ϵ , diferentemente, pode a cada nova execução gerar uma nova solução eficiente;
- O MSP não é capaz de gerar soluções não-suportadas;

Algoritmo 2 Restrição ε

```

1:  $\varepsilon_1 = -\infty$ 
2:  $\varepsilon_2 = +\infty$ 
3:  $feasible = \text{True}$ 
4: enquanto  $feasible$  faça
5:    $\min_{x \in \mathcal{X}} f_1(x)$    sujeito a  $f_1(x) \geq \varepsilon_1 + 1, f_2(x) \leq \varepsilon_2 - 1$ 
6:    $\varepsilon_1 = f_1(x)$ 
7:    $\min_{x \in \mathcal{X}} f_2(x)$    sujeito a  $f_1(x) = \varepsilon_1, f_2(x) \leq \varepsilon_2$ 
8:    $\varepsilon_2 = f_2(x)$ 
9:   se  $x = \emptyset$  então
10:      $feasible = \text{False}$ 
11:   fim se
12: fim enquanto

```

- Em problemas onde os objetivos são medidos em escalas diferentes, os resultados obtidos pelo MSP podem ser fortemente influenciados;
- O MSP não ser capaz gerar todas as soluções eficientes de um problema cujo Espaço de Soluções não é convexo.

Entretanto, mesmo que a utilização do método da Restrição- ϵ apresente inúmeros benefícios, ele possui ainda algumas desvantagens que impedem que ele seja utilizado em muitas aplicações reais (Laumanns et al, 2006; Mavrotas, 2009).

- A determinação do *upper-bound* correto para o objetivo que será transformado em restrição não é tão simples. Dependendo do valor escolhido, o problema pode inclusive se tornar inviável.
- Mesmo que a escolha do *upper-bound* tenha sido bem feita, uma discretização não adequada dos intervalos pode levar a perda de soluções ou a execuções perdidas do método.
- As soluções obtidas pelo método são garantidamente apenas fracamente eficientes.
- O método necessita na maior parte dos casos de um elevado tempo de cálculo.

Métodos Híbridos

Os métodos acima apresentados podem ainda ser combinados, levando assim a uma abordagem híbrida (Ehrgott, 2005). Nesse caso, o problema resolvido possui uma função

objetivo ponderada e restrições em todos os objetivos. O problema apresenta a forma a seguir:

$$\min f = \sum_{i=1}^k \lambda_i f_i(x) \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} f_i(x) &\leq \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, k \\ x &\in \mathcal{X} \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.3.4 Método de Duas Fases

O Método de Duas-Fases é um *framework* genérico utilizado para a resolução de POCMs. Ele foi proposto por Ulungu e Teghem (1995) para a solução de problemas com dois objetivos ($p = 2$) e mais tarde foi estendido por Przybylski et al (2010) para o ataque a problemas com mais de dois objetivos ($p > 2$).

As duas fases do método são:

- **Fase 1:** Soluções suportadas para o problema são determinadas através da resolução de problemas mono-objetivo parametrizados.
- **Fase 2:** Técnicas de exploração do Espaço de Soluções são utilizadas com intuito de se gerar soluções eficientes não-suportadas.

A primeira etapa do método se baseia no Teorema de Geoffrion (Geoffrion, 1968) que garante que, caso exista um vetor $\lambda \in R^k$, com $\lambda_i > 0$ ($i = 1, \dots, k$), tal que x^* seja solução do problema parametrizado (3.2), x^* é uma solução eficiente. Nesta fase, objetiva-se gerar o X_{SE_m} (Conjunto Completo Mínimo de Soluções Eficientes Suportadas).

Os conjuntos de pesos para a parametrização dos POMs são gerados segundo o Esquema Dicotômico proposto por Aneja e Nair (1979). Embora na Fase 1 se pretenda gerar X_{SE_m} , o esquema proposto por Aneja e Nair (1979) se limita a gerar $X_{SE_{1m}}$ (Conjunto Completo Mínimo de Soluções Eficientes Suportadas Extremas). Dessa forma, a adaptação proposta por Przybylski et al (2008) é colocada em prática.

O Algoritmo 3, que também é composto pelo Algoritmo 4, sintetiza a primeira fase do método quando $p = 2$.

O Algoritmo 3 é iniciado resolvendo-se os problemas lexicográficos apresentados nas Linhas 3 e 5. A escolha por problemas de otimização lexicográfica provem do Teorema 3.1, na Seção 3.2, que garante que uma solução lexicograficamente ótima é sempre eficiente. Os problemas lexicográficos poderiam ter sido substituídos por problemas parametrizados com

Algoritmo 3 Fase 1

- 1: Entrada: Vetor de objetivos $f_1(x)$ e $f_2(x)$
 - 2: Saída: Conjunto de Soluções Eficientes X_{SE}
 - 3: **Resolver** $\text{lexmin}_{x \in \mathcal{X}}(f_1(x), f_2(x))$ (I)
 - 4: x^1 Solução de (I)
 - 5: **Resolver** $\text{lexmin}_{x \in \mathcal{X}}(f_2(x), f_1(x))$ (II)
 - 6: x^2 Solução de (II)
 - 7: $X_{SE} = \{x^1, x^2\}$
 - 8: **SolveRecursion**(x^1, x^2, X_{SE})
-

conjuntos de pesos respectivamente iguais a $(1, 0)$ e $(0, 1)$ nas linhas 3 e 5. Entretanto, como afirmam Przybylski et al (2008), as soluções obtidas a partir desses problemas poderiam vir a ser dominadas.

Os problemas nas Linhas 3 e 5 podem ser resolvidos através do Algoritmo 1. Contudo, dado que essa abordagem envolve a alteração do espaço de soluções através da inclusão de restrições, ela pode ser custosa do ponto de vista computacional. Nesse contexto, Przybylski et al (2008) propõem um procedimento alternativo que permite a geração de soluções lexicográficas. Nesse método, uma solução x_1 para o problema $\text{lexmin}_{x \in \mathcal{X}}(f_1(x), f_2(x))$ é obtida em duas etapas. Inicialmente, uma solução x'_1 é determinada resolvendo-se o problema paramétrico que considera o conjunto de pesos $(1, 0)$. Em seguida, a fim de se otimizar o segundo objetivo sem que se degrade o valor do primeiro, utiliza-se um conjunto de pesos λ que é definido pela reta normal à linha que liga os pontos $(f_1(x'_1), f_2(x'_1))$ e $(f_1(x'_1) + 1, -1)$, nesse caso, $\lambda_1 = f_2(x'_1) + 1$ e $\lambda_2 = 1$. O problema $\text{lexmin}_{x \in \mathcal{X}}(f_2(x), f_1(x))$, que resulta em uma solução x_2 , é resolvido da mesma forma, onde x'_2 é a solução do problema parametrizado com pesos $(0, 1)$. Os pesos $\lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = f_1(x'_2) + 1$ são utilizados para se otimizar $f_1(x)$ sem que o valor de $f_2(x)$ seja degradado. Uma vez que as soluções lexicográficas tenham sido obtidas, o método **SolveRecursion** é chamado.

Durante o procedimento **SolveRecursion**, um problema f^λ , ponderado pelos pesos $\lambda_1 = z_2(x^r) - z_2(x^s)$ e $\lambda_2 = z_1(x^s) - z_1(x^r)$, é resolvido (Linha 4). De posse de uma solução x^λ , duas situações podem acontecer.

1. Caso a imagem da solução x^t esteja situada na linha que liga os pontos $z(x^r)$ e $z(x^s)$ ($f(x^t) \subset \overline{z(x^r)z(x^s)}$), a nova solução é eficiente suportada e é adicionada ao conjunto de soluções. Contudo, ela não é extrema, e assim novas escalarizações não

são geradas.

2. Caso a imagem da solução x^t não esteja situada na linha que liga os pontos $z(x^r)$ e $z(x^s)$ ($f(x^t) \cap \overline{z(x^r)z(x^s)} = \emptyset$), a nova solução é adicionada ao conjunto de soluções eficientes, e dois novos problemas são resolvidos: $\text{SolveRecursion}(x^r, x^{t_1}, X_{SE})$ e $\text{SolveRecursion}(x^{t_2}, x^s, X_{SE})$, onde x^{t_1} e x^{t_2} são soluções eficientes cujos valores para o primeiro objetivo são mínimo e máximo, respectivamente.

Algoritmo 4 $\text{SolveRecursion}(x^r, x^s, X_{SE})$

- 1: **Entrada:** Duas soluções suportadas x^r e x^s , e um conjunto de soluções eficientes X_{SE} inicializado no Algoritmo 3
 - 2: **Saída:** Um conjunto de soluções eficientes X_{SE} melhorado
 - 3: $\lambda_1 = f_2(x^r) - f_2(x^s)$, $\lambda_2 = f_1(x^s) - f_1(x^r)$
 - 4: **Resolver** $\min_{x \in \mathcal{X}} \lambda_1 f_1(x) + \lambda_2 f_2(x)$ (III)
 - 5: x^t é a solução do Problema (III) e $f(x^t)$ é o vetor com de objetivos
 - 6: $\mathcal{S} = \{x \in \mathcal{X} \mid \lambda_1 f_1(x) + \lambda_2 f_2(x) = f(x^t)\}$
 - 7: **Atualizar** $X_{SE} = X_{SE} \cup \mathcal{S}$
 - 8: **se** $f(x^t) \cap \overline{z(x^r)z(x^s)} = \emptyset$ **então**
 - 9: $\text{SolveRecursion}(x^r, x^{t_1}, X_{SE})$
 - 10: $\text{SolveRecursion}(x^{t_2}, x^s, X_{SE})$
 - 11: **fim se**
-

A Fase 1 do método termina quando nenhum problema for mais gerado e o conjunto X_{SE_m} é a saída do Algoritmo 3.

Diferentemente do que ocorre na primeira fase, na Fase 2 do método não há uma forma fixa para determinação das soluções não-suportadas (Lust, 2009). A forma como novas soluções vão ser geradas varia de acordo com o problema. Um aspecto comum a todas as abordagens, entretanto, diz respeito ao fato de a Fase 2 ser enumerativa.

Como nos POMs com $p = 2$ as soluções não-suportadas são localizadas no interior do triângulo formado por duas soluções eficientes suportadas consecutivas e o seu ponto ideal local, a busca por novas soluções se limita a esse espaço. Assim, os métodos de enumeração empregados nessa fase fazem uso da informação obtida na primeira fase.

Diversos autores tem aplicado com grande sucesso o Método de Duas Fases na obtenção de soluções eficientes para problemas de otimização combinatória multiobjetivo. Ulungu e Teghem (1995) e Przybylski et al (2008) desenvolveram métodos para a geração de soluções eficientes no contexto dos problemas de alocação. Os primeiros estabeleceram

lower e *upper bounds* para os valores dos objetivos visando limitar o espaço de soluções. Os outros utilizaram um algoritmo baseado em ranqueamento para a enumeração das soluções eficientes. Visée et al (1998) utilizaram procedimentos de *Branch and Bound* buscando enumerar soluções eficientes não-suportadas para o problema bi-objetivo da mochila.

3.4 Técnicas Aproximativas

Os métodos aproximativos são em sua maioria representados pelas metaheurísticas. Como descrito em Laporte (1996), as metaheurísticas pertencem a uma classe de métodos aproximativos que foram desenvolvidos para atacar problemas complexos de otimização combinatória. Essas técnicas são úteis nos casos onde as heurísticas clássicas falharam quanto à efetividade e eficiência. O sucesso das metaheurísticas se dá pela capacidade que esses métodos possuem de resolver problemas difíceis em um tempo computacional aceitável, retornando soluções de boa qualidade.

Blum e Roli (2003) afirmam que as metaheurísticas podem ser classificadas de diferentes formas. Dependendo das características selecionadas, um método pode ser classificado segundo os seguintes aspectos: se são inspirados ou não na natureza; se são baseados em populações ou indivíduos; se a função objetivo é estática ou dinâmica; se possuem uma ou várias estruturas de vizinhança; e se utilizam ou não memória auxiliar.

Quando utilizadas no âmbito da OM, Ehrgott e Gandibleux (2003) apontam que duas características principais podem ser atribuídas aos métodos heurísticos: 1) eles são inspirados em Algoritmos Evolucionários (AE) ou em Algoritmos de Busca Local; 2) no geral são derivações diretas das metaheurísticas mono-objetivo, onde as adaptações dizem respeito à integração do conceito de soluções eficientes na otimização dos múltiplos objetivos.

Apesar dos AE terem sido utilizados com muito sucesso na resolução dos POM, o trabalho em questão abordará apenas métodos baseados em Busca Local (BL). Exemplos de métodos evolucionários utilizados na solução de POM são: o Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm-II (NSGA-II) (Deb et al, 2002) e o Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 (SPEA-2) (Kim et al, 2004). Ambos objetivam gerar soluções eficientes através da fusão de características promissoras em soluções eficientes atuais.

Ainda no contexto da classificação das abordagens utilizadas no ataque aos problemas com múltiplos objetivos, Dubois-Lacoste et al (2013) afirmam que muitas metaheurísticas utilizadas seguem ao menos um dos seguintes paradigmas: exploração do espaço

de soluções considerando a noção de Dominância de Pareto ou resolução de problemas agregados provenientes da soma ponderada das funções objetivo.

Para o leitor mais interessado, o trabalho de Ehrgott e Gandibleux (2003) apresenta uma vasta gama de métodos aproximativos para a resolução de POM.

As seções 3.4.1 – 3.4.3 aprofundam alguns dos conceitos utilizados na concepção do método proposto neste trabalho.

3.4.1 Two-Phase Local Search

O método *Two-Phase Local Search* (TPLS) foi proposto por Paquete e Stützle (2003). Como o próprio nome sugere, ele composto por duas fases: uma primeira que visa determinar uma solução de boa qualidade considerando apenas um dos objetivos e outra que aplica procedimentos de Busca Local (BL) a problemas agregados formados a partir da soma ponderada de funções objetivo.

No trabalho de Dubois-Lacoste et al (2013), o TPLS é classificado como um método de agregação. Sua execução, entretanto, não envolve apenas a utilização de pesos para a parametrização das funções objetivos seguida da solução de problemas agregados. Esse método faz uso da conectividade do espaço de soluções e emprega procedimentos de BL a fim de se determinar novas soluções. A cada nova iteração, a função de utilidade adotada na análise das novas soluções é alterada através da utilização de uma nova agregação das FOs, mudando-se o conjunto de pesos utilizado. Essa nova definição visa permitir que o método se mova em diferentes direções durante a busca. A ideia por trás do TPLS está no trabalho de Lourenço et al (2003). Os autores mostraram que o uso de Buscas Locais leva a ótimos locais e assim, se faz necessário que movimentos de perturbação sejam empregados a fim de que se seja possível escapar desses vales.

O TPLS é iniciado resolvendo-se apenas o primeiro objetivo. Essa situação corresponde ao uso do conjunto de pesos $(1, 0)$. Quando uma solução é encontrada, uma nova parametrização é realizada mudando-se o conjunto de pesos e então o procedimento é reiniciado tomando-se a solução da iteração anterior como solução inicial. Nesse momento, a nova solução é encontrada aplicando-se uma BL. O método é executado até que todas as ponderações tenham sido realizadas.

3.4.2 Pareto Local Search

O Pareto Local Search (PLS), proposto por Paquete et al (2004), é um método de busca local baseado na noção de Dominância de Pareto. Ele visa gerar um Conjunto de Ótimos Locais de Pareto (Definição 21) sem realizar nenhum tipo de agregação. As novas soluções são geradas através da exploração da vizinhança de soluções eficientes já existentes. Caso uma nova solução gerada (vizinha de alguma solução explorada) não seja fracamente dominada por nenhuma outra presente no conjunto de soluções eficientes, ela é adicionada ao conjunto de soluções eficientes.

Antes de discutir o PLS em detalhes, duas definições são apresentadas. Sejam $x \in \mathcal{X}$ uma solução viável, $\mathcal{N}$ uma estrutura de vizinhança e $z = (f_1, \dots, f_k)$ um vetor de funções objetivo, os seguintes conceitos se apresentam:

Definição 20. *Uma solução x é dita um Ótimo Local de Pareto (OLP) com relação a uma vizinhança $\mathcal{N}$, se, e somente se, não existe nenhuma outra solução $x' \in \mathcal{N}(x)$ tal que $f(x') \preceq f(x)$.*

Definição 21. *Um conjunto $\mathcal{P}$ é dito um Conjunto de Ótimos Locais de Pareto com relação a $\mathcal{N}$, se, e somente se, ele é formado apenas por OLPs com relação à vizinhança.*

O Algoritmo 5 sumariza as etapas do método. Inicialmente são definidos dois conjuntos, um que conterà a aproximação do conjunto de soluções eficientes e outro armazenará as soluções eficientes que não foram dominadas (Linhas 2 e 3). No método original proposto por Paquete et al (2004), soluções aleatoriamente geradas são utilizadas como ponto de partida para o método. Entretanto, como será discutido na Seção 3.4.3 e também no Capítulo 6, o PLS pode ser utilizado em conjunto com outros métodos. Nesse caso, ele é utilizado na exploração de um conjunto de soluções de boa qualidade obtidas a partir de algum método multiobjetivo.

A função `AtualizarConjuntoSolucoes()`, apresentada na Linha 6, tem por objetivo verificar se a solução em análise é dominada por alguma solução já existente no conjunto A . Caso não, a solução gerada é adicionada ao conjunto de soluções eficientes. Além disso, se durante a análise do conjunto eficiente for encontrada uma solução que é dominada pela solução gerada, a primeira é removida do conjunto.

Como foi dito, o PLS gera um Conjunto de Ótimos Locais de Pareto. Isto é garantido porque uma solução só permanecerá no conjunto de soluções se ela não for fracamente dominada por nenhuma outra solução, inclusive suas vizinhas. No laço da Linha 8, todos

os vizinhos de uma solução eficiente s_t que não tenham sido visitados ainda são gerados. Sempre que uma nova solução é gerada, é verificado se ela não é fracamente dominada por nenhuma outra solução em A (Linha 9).

Algoritmo 5 Pareto Local Search

```

1:  $t \leftarrow 0$ 
2:  $A \leftarrow \emptyset$  ▷ Inicialização do Conjunto de Soluções Eficientes
3:  $NV \leftarrow \emptyset$  ▷ Inicialização do Conjunto de Soluções Eficientes Não-Visitadas
4:  $s_t \leftarrow \text{GerarSolInit}()$ 
5:  $NV = NV \cup \{s_t\}$ 
6:  $A \leftarrow \text{AtualizarConjuntoSolucoes}(s_t)$  ▷ Utilização de Regras de Dominância
7: enquanto  $|NV| > 0$  faça
8:   para todo  $s'_t \in \mathcal{N}(s_t)$  faça
9:     se  $s'_t \not\preceq \forall s \in A$  então
10:        $A \leftarrow \text{AtualizarConjuntoSolucoes}(s'_t)$ 
11:        $NV = NV \cup \{s'_t\}$ 
12:     fim se
13:   fim para
14:    $NV = NV \setminus \{s_t\}$ 
15:    $t \leftarrow t + 1$ 
16: fim enquanto

```

É importante ressaltar que o PLS apresentado no Algoritmo 5 pode gerar novas soluções a partir de soluções dominadas. Pode acontecer de uma solução que já tenha sido removida durante a atualização do conjunto de soluções eficientes ainda estar presente no conjunto de soluções não-visitadas, portanto, ela terá sua vizinhança explorada. Como alternativa ao PLS proposto por Paquete et al (2004), apresenta-se o método desenvolvido independente por Angel et al (2004). Embora este método não seja discutido em detalhes aqui, destaca-se como principal diferença desse método com relação ao anteriormente discutido, o fato de apenas soluções presentes no conjunto de soluções eficientes serem exploradas. Assim, caso uma solução seja removida do conjunto de soluções eficientes durante a atualização do conjunto, ela nunca poderá dar origem a novas soluções.

Dubois-Lacoste et al (2013) afirmam que o primeiro método pode apresentar uma vantagem em relação ao segundo pois o espaço de soluções é melhor explorado. O trabalho de Lust e Teghem (2009) mostrou que quando aplicado na resolução do b-TSP, o método de Paquete et al (2004), embora possa necessitar de um maior tempo de processamento, apresenta melhores resultados.

3.4.3 Métodos Aproximativos Híbridos

As duas seções anteriores foram dedicadas a apresentação de dois métodos aproximativos, baseados em busca local, utilizados na resolução de POMs. Nesta seção, por sua vez, discute-se como essas duas abordagens podem combinadas.

Segundo Dubois-Lacoste et al (2013), a justificativa para utilização de um método que considere ambas as abordagens apresentadas diz respeito ao fato que um pode complementar as fraquezas do outro e vice-versa. Os métodos baseados em Dominância de Pareto permitem que um grande número de soluções seja retornado em um tempo relativamente baixo. Contudo, sua convergência é lenta e por isso podem necessitar de um elevado tempo computacional para atingirem aproximações de qualidade da Fronteira de Pareto. Os métodos de escalarização, por sua vez, permitem fazer uso de algoritmos mono-objetivo que reconhecidamente são capazes de encontrar soluções de boa qualidade em tempo aceitável de cálculo. Entretanto, eles retornam apenas um número reduzido de soluções e no caso de problemas combinatórios, não conseguem encontrar alguns tipos de soluções, como por exemplo as não-suportadas.

Muitos trabalhos na literatura têm sido bem sucedidos no uso de métodos híbridos. Como exemplos são citados: Problema do Caixeiro Viajante bi-Objetivo (Lust e Teghem, 2009); Problemas de *Flow-Shop* (Dubois-Lacoste et al, 2011); Problema da Mochila bi-Objetivo (Lust e Teghem, 2012); Problema de Cobertura de Conjuntos bi-Objetivo (Lust e Tuytens, 2014).

Um estudo aprofundado sobre o uso de métodos aproximativos híbridos no ataque a POMs pode ser feito através da análise dos trabalhos Ehrgott e Gandibleux (2008) e Dubois-Lacoste et al (2013). O primeiro discute, inclusive, como métodos aproximativos podem ser utilizados em conjunto com abordagens exatas.

3.5 Avaliação do Desempenho dos Algoritmos Multiobjetivo

Um dos principais problemas relacionados à solução dos POMs diz respeito à comparação entre duas fronteiras de pontos não-dominados. Quando se está lidando com um problema mono-objetivo, as soluções podem ser facilmente comparadas através do valor das funções objetivos ou dos *lower/upper bounds* dos problemas. O mesmo, entretanto, não acontece com os problemas com múltiplos objetivos, pois a saída do método não é um único valor, mas um conjunto de valores. Nesse contexto, deve-se determinar como deve

feita a comparação entre dois métodos multiobjetivo.

Embora a noção de qualidade de solução em um POM não seja muito clara, quando da otimização de múltiplos objetivos, Zitzler et al (2000) afirmam que os seguintes aspectos podem ser desejados: que a distância entre o conjunto de pontos não-dominados obtido pelo método e a Fronteira de Pareto ótima (conjunto de referência) seja a menor possível; que haja uma boa distribuição das soluções encontradas ao longo da fronteira; e que a quantidade de pontos não-dominados na fronteira obtida seja a maior possível.

Muitos estudos têm se dedicado ao problema da comparação, de uma forma quantitativa, de dois conjuntos de soluções (Zitzler et al, 2003). Os métodos de avaliação encontrados podem ser classificados principalmente em unários e binários. Os primeiros associam a cada conjunto de soluções eficiente encontrado um número (valor) que reflete algum aspecto em consideração. Uma combinação desses valores pode ainda ser utilizada. Os métodos binários, por sua vez, associam valores a cada par de conjuntos de soluções. No geral, a comparação é feita em relação ao conjunto de referência. O trabalho de Zitzler et al (2003) faz uma análise completa acerca dos principais aspectos relacionados a cada uma dessas medidas.

Mesmo que existam diversos indicadores para a avaliação dos conjunto de soluções eficientes de um POM, neste trabalho são discutidos apenas dois: o Hipervolume ($\mathcal{H}$) e a Medida R ($\mathcal{R}$). A escolha por esses indicadores se deu por dois aspectos: 1) como será visto nas Seções 3.5.1 e 3.5.2, eles são capazes de avaliar os aspectos que apontam a qualidade de um conjunto de soluções eficientes (como discutido no parágrafo anterior); 2) eles são indicadores unários, e assim não necessitam da consideração de uma fronteira de referência. A determinação de uma fronteira de referência para o caso do bPRP se tornaria particularmente complexa, pois não existem métodos capazes de resolver problemas com dimensão elevada de forma exata.

3.5.1 Hipervolume

O Hipervolume ($\mathcal{H}$), que é calculado por meio da união dos politopos $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{|\mathcal{X}|})$ (Figura 3.3), foi proposto por Zitzler (1999) e avalia o volume aproximado sobre (sob) a curva formada pelo conjunto de pontos não-dominados com relação a um ponto de referência. O ponto de referência deve ser tal que seja, ao menos, fracamente dominado por todos os pontos da Fronteira. Em termos práticos, esse ponto pode ser obtido multiplicando-se as coordenadas do Ponto de Nadir por um coeficiente α , tal que $\alpha > 1$, de forma que

elas sejam sempre superiores às coordenadas de qualquer um dos pontos não-dominados (caso de minimização). O valor de $\mathcal{H}$ deve ser o maior possível, pois quanto maior a área (volume) sobre a figura, mais distante a fronteira estará do Ponto de Nadir e mais próxima do Ponto Ideal.

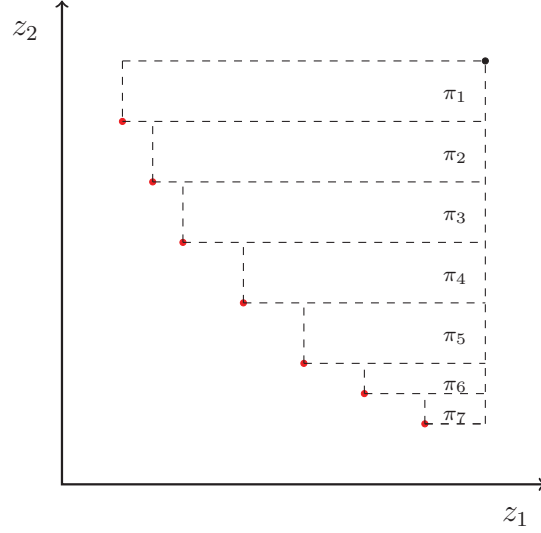


Figura 3.3: Hipervolume da Fronteira de Pareto

A fim de se entender como o valor do Hipervolume se comporta diante de fronteiras com diferentes formatos, o Exemplo 3 mostra qual a influência de cada configuração no valor de $\mathcal{H}$.

Exemplo 3. Tomando-se a Figura 3.4 (a) como referência, define-se: Figura 3.4 (b) – Fronteira cujos pontos são concentrados em uma área da curva; Figura 3.4 (c) – Fronteira cuja quantidade de pontos é baixa; Figura 3.4 (d) – Fronteira cujos pontos são distantes de z^I .

Os pontos não-dominados nas fronteiras consideradas foram:

- **Fronteira 1** (Figura 3.4 (a)): (1, 6); (1.5, 5); (2, 4); (3, 3); (4, 2); (5, 1.5); (6, 1);
- **Fronteira 2** (Figura 3.4 (b)): (1, 6); (2, 4); (4, 2); (4.5, 1.75); (5, 1.5); (5.5, 1.25); (6, 1);
- **Fronteira 3** (Figura 3.4 (c)): (1, 6); (2, 4); (4, 2); (6, 1);
- **Fronteira 4** (Figura 3.4 (d)): (1, 6); (2, 5); (2.5, 4); (3.5, 3); (4.5, 2); (5.5, 1.5); (6, 1);

Considerou-se o ponto de Nadir como sendo $(7,7)$. Os cálculos na Tabela 3.1 mostram que o valor de $\mathcal{H}$ obtido para a Fronteira em 3.4 (a) é maior do que os das demais. Este exemplo exemplifica o que foi apontado por Zitzler et al (2000) como sendo aspectos desejados na obtenção de uma Fronteira de Pareto. Pode-se perceber que, quando comparada às demais, a Fronteira em 3.4 (a) apresenta: uma maior quantidade de pontos; uma melhor distribuição dos pontos, o que garante uma boa variedade de trade-offs; e pontos situados próximos do Ponto Ideal.

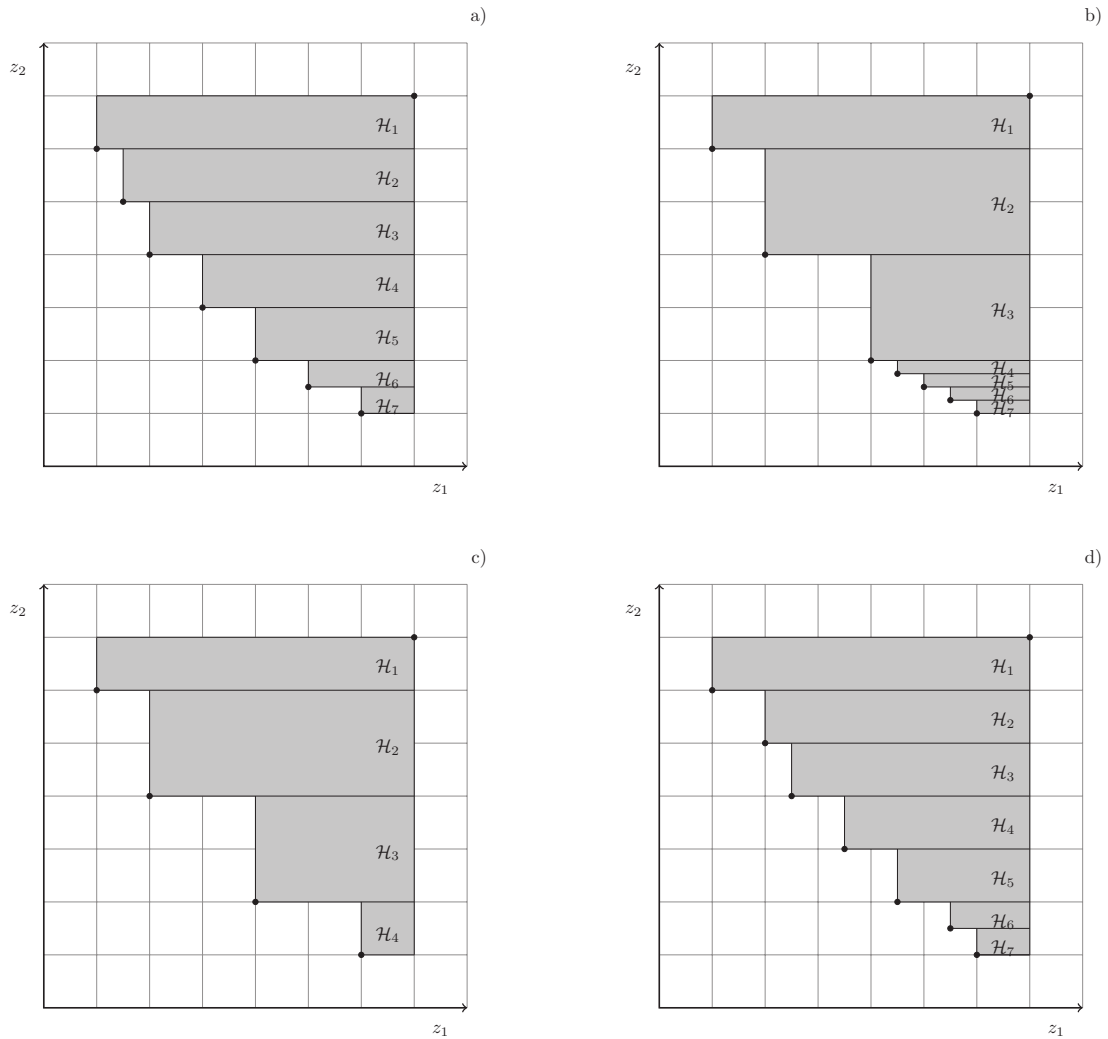


Figura 3.4: Cálculo do Hipervolume para Fronteiras com diferentes formatos

3.5.2 Medida $\mathcal{R}$

A Medida $\mathcal{R}$ ($\mathcal{R}$) (normalizada entre 0 e 1), proposta por Jaszkievicz (2002), avalia o conjunto de soluções através do valor da Função de Tchebycheff Ponderada por um conjunto de vetores ponderados normalizados. A exemplo do que ocorre para o Hipervolume, o valor de $\mathcal{R}$ também deve ser o maior possível.

Figura 3.4 (a)			
	Largura	Altura	$\mathcal{H}$
$\mathcal{H}_1$	6,00	1,00	6,00
$\mathcal{H}_2$	5,50	1,00	5,50
$\mathcal{H}_3$	5,00	1,00	5,00
$\mathcal{H}_4$	4,00	1,00	4,00
$\mathcal{H}_5$	3,00	1,00	3,00
$\mathcal{H}_6$	2,00	0,50	1,00
$\mathcal{H}_7$	1,00	0,50	0,50
$\mathcal{H}$			25,00

Figura 3.4 (b)			
	Largura	Altura	$\mathcal{H}$
$\mathcal{H}_1$	6,00	1,00	6,00
$\mathcal{H}_2$	5,00	2,00	10,00
$\mathcal{H}_3$	3,00	2,00	6,00
$\mathcal{H}_4$	2,50	0,25	0,63
$\mathcal{H}_5$	2,00	0,25	0,50
$\mathcal{H}_6$	1,50	0,25	0,38
$\mathcal{H}_7$	1,00	0,25	0,25
$\mathcal{H}$			23,75

Figura 3.4 (c)			
	Largura	Altura	$\mathcal{H}$
$\mathcal{H}_1$	6,00	1,00	6,00
$\mathcal{H}_2$	5,00	2,00	10,00
$\mathcal{H}_3$	3,00	2,00	6,00
$\mathcal{H}_4$	1,00	1,00	1,00
$\mathcal{H}$			23,00

Figura 3.4 (d)			
	Largura	Altura	$\mathcal{H}$
$\mathcal{H}_1$	6,00	1,00	6,00
$\mathcal{H}_2$	5,00	1,00	5,00
$\mathcal{H}_3$	4,50	1,00	4,50
$\mathcal{H}_4$	3,50	1,00	3,50
$\mathcal{H}_5$	2,50	1,00	2,50
$\mathcal{H}_6$	1,50	0,50	0,75
$\mathcal{H}_7$	0,50	1,00	0,50
$\mathcal{H}$			22,75

Tabela 3.1: Cálculo dos Hipervolumes das Fronteiras nas Figuras 3.4 (a) - (d)

O indicador de qualidade $\mathcal{R}$ é obtido calculando-se a média dos valores mínimos obtidos pelas Funções de Tchebycheff Ponderadas (FTP), segundo os vetores de pesos em Ψ . A Função de Tchebycheff ou Distância de Tchebycheff é definida para dois pontos como sendo a maior distância modular entre suas coordenadas. Por exemplo, tomando-se dois pontos $p_1 = (80, 110)$ e $p_2 = (70, 150)$, a distância de Tchebycheff (Γ) entre esses dois pontos é dada por: $\Gamma = \max\{|80 - 70|, |110 - 150|\} = 40$.

Para cada um dos pesos λ gerados ($\lambda \in \Psi$), os valores das FTP são obtidos por meio das expressão $\|z(x) - y^0\|_\lambda = \max_{i=1, \dots, k} \lambda_i (z_i(x) - y_i^0)$ entre cada um dos pontos contidos na Fronteira de Pareto ($z(x)$) e o ponto de referência adotado (y^0). De posse de todas as distâncias ponderadas, determina-se para cada peso aquela de menor valor (Γ_λ^*). A Medida $\mathcal{R}$ é então computada como sendo a média dos valores Γ_λ^* obtidos para cada um dos pesos. As etapas para o cálculo de $\mathcal{R}$ podem ser sumarizadas no Algoritmo 6.

O Algoritmo 6 recebe como parâmetro de entrada o conjunto de pontos não dominados do problema. Na Linha 2, o conjunto de pesos é gerado seguindo-se o esquema dado pela expressão (3.13). São gerados $\binom{n+k-1}{k-1}$ vetores de pesos, onde n é número de clientes na instância e k é o número de objetivos considerados.

$$\Psi = \left\{ \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_k) \mid \sum_{j=1}^k \lambda_j = 1; \lambda_j \in \left\{ 0, \frac{1}{k}, \frac{2}{k}, \dots, \frac{k-1}{k}, 1 \right\} \right\} \quad (3.13)$$

Nas Linhas 3 e 4, computa-se o Ponto Ideal e o Ponto de Nadir, e na Linha 5 determina-se o Ponto de Referência. Caso um mesmo ponto de referência seja utilizado

para avaliar diversos algoritmos, este pode ser informado pelo usuário, caso contrário, ele pode ser calculado como uma aproximação do Ponto de Nadir.

Procede-se nas linhas 6 - 10 com a normalização dos objetivos para cada um dos pontos não-dominados existentes na Fronteira de Pareto. Nas linhas 11 - 16 computa-se a Função Normalizada de Tchebycheff, tomando-se cada um dos pesos. Para cada peso λ , calcula-se para cada um dos pontos não-dominados $y \in \mathcal{Y}$ o valor Γ_y . O valor de Γ_y é igual ou maior ao valor obtido pelo produto das coordenada do ponto e do peso λ . Na Linha 15, Γ_λ^* recebe o menor valor dentre os calculados no laço anterior, o que é equivalente à minimização da FTP. Ao final, na Linha 17, calcula-se o valor da Medida $\mathcal{R}$ subtraindo-se de 1 a média das dos valores ótimos da FTPs.

Algoritmo 6 Medida R

```

1: Parâmetros  $\downarrow$ :  $P$  - Conjunto de Soluções Não-Dominadas
2: Conjunto  $\Psi$  com  $\binom{n+k-1}{k-1}$  pesos  $\Psi \leftarrow \{(1, 0), (0.99, 0.01), \dots, (0.01, 0.99), (0, 1)\}$ 
3:  $\min \leftarrow \text{ComputeIdealPoint}()$ 
4:  $\max \leftarrow \text{ComputeNadirPoint}()$ 
5:  $y^0 \leftarrow \text{GetReferencePoint}()$  ▷ Informado pelo usuário ou estimado
6: para todo  $z(x) \in \mathcal{Y}$  faça ▷ Norm. dos valores das funções objetivo entre 0 e 1
7:   para todo  $i \in k$  faça
8:      $z_i^{norm} = \frac{\max_i - z_i(x)}{\max_i - \min_i}$ 
9:   fim para
10: fim para
11: para todo  $\lambda \in \Psi$  faça
12:   para todo  $y = z(x) \in \mathcal{Y}$  faça
13:      $\Gamma_y = \max_{i \in k} \{\lambda_i (y_i^{norm} - z_i^{norm})\}$  ▷ Cálculo da FTP Normalizada
14:   fim para
15:    $\Gamma_\lambda^* = \min_{y \in \mathcal{Y}} \{\Gamma_y\}$ 
16: fim para
17:  $R(\mathcal{Y}) = 1 - \frac{\sum_{w=1}^{|\Psi|} \Gamma_w}{|\Gamma|}$  ▷ Cálculo da Medida R

```

3.5.3 Teste Não-Paramétrico de Mann-Whitney U

Diversos algoritmos utilizados na resolução dos POMs possuem uma componente aleatória. A efetividade desses algoritmos pode ser analisada através do estudo das distribuições de probabilidade geradas a partir dos seus *outputs* (indicadores de qualidade). Essas distribuições são obtidas executando-se um dado algoritmo diversas vezes, e de forma

independente, e então coletando-se os dados apropriados (Arcuri e Briand, 2011). Embora em boa parte dos casos uma distribuição de probabilidade seja descrita através de parâmetros que sumarizam o comportamento dos dados, nem sempre isto é adequado, uma vez que a hipótese de normalidade dos dados deve ser adotada. Quando a suposição de normalidade da distribuição dos dados não é empregada, métodos baseados em Estatística Não-Paramétrica podem ser utilizados (Gibbons e Chakraborti, 2003, pág. 3).

Como descrito nas Seções 3.5.1 e 3.5.2, no trabalho em questão, as Fronteiras de Pareto são avaliadas através dos indicadores unários $\mathcal{H}$ e $\mathcal{R}$. Sendo assim, a cada fronteira obtida, dois valores que serão utilizados na comparação do desempenho dos algoritmos são obtidos. Para fins de análise, assume-se que as distribuições dos valores de $\mathcal{H}$ e $\mathcal{R}$ não são conhecidas, o que leva a necessidade de utilização de técnicas não-paramétricas.

Segundo Ott e Longnecker (2001, Capítulo 6), a melhor forma de se comparar a distribuição de dados provenientes de amostras aleatórias é através da utilização de testes de hipótese e a posterior comparação dos seus intervalos de confiança. Dessa forma, testes estatísticos devem ser conduzidos a fim de que decisões acerca das hipóteses consideradas sejam tomadas.

Para a avaliação dos algoritmos utilizados neste trabalho, utilizou-se o Teste Não-Paramétrico de Mann-Whitney (U). Ele foi proposto por Mann e Whitney (1947) e avalia se dois conjuntos de observações, provenientes de fenômenos aleatórios, possuem distribuições semelhantes.

O Teste U baseia-se na ideia de que existe um padrão entre dois conjuntos, X e Y , de variáveis aleatórias, organizados em ordem crescente de magnitude. O teste ocorre comparando-se os elementos dos conjuntos, par a par, de forma que o i -ésimo elemento do conjunto X seja comparado ao elemento de Y em posição semelhante. Caso haja uma supremacia dos valores de um conjunto sobre os do outro, a hipótese nula, que representa uma igualdade entre as populações, é rejeitada Gibbons e Chakraborti (2003).

A exemplo do que foi feito em Lust e Teghem (2009), se deseja verificar se “duas amostras, representando o comportamento de um indicador específico, são idênticas”. Caso a hipótese seja aceita, o sinal “=” indica que não há diferença estatisticamente significativa entre os valores obtidos por dois algoritmos. Caso contrário, as diferenças entre esses valores são indicadas através dos sinais “<” e “>”, que representam, respectivamente, que as médias dos indicadores, para um dado algoritmo, são maiores ou menores.

Como mais de uma hipótese é testada neste trabalho (uma para cada indicador), o

Método de Rejeição Sequencial de Holm (Holm, 1979) pode ser empregado para o ajuste dos valores dos níveis de significância (α) considerados na análise de cada uma hipóteses testadas. Essa medida é empregada com o objetivo de que falsas inferências não sejam realizadas, quando da análise das hipóteses.

Os passos para a aplicação do Método de Holm são: inicialmente os valores de **p-valor**, obtidos para cada uma das hipóteses consideradas (uma para cada indicador), devem ser ordenadas em ordem crescente. Feita a ordenação, o menor valor de **p-valor** deve ser comparado ao nível de significância α/k , onde k é igual ao número de hipóteses testadas. Se o **p-valor** é menor do que α/k , a hipótese relacionada é rejeitada. O mesmo procedimento deve ser repetido para as demais hipóteses, decrementando-se os valores de k . Assim, os níveis de significância para as hipóteses seguintes são: $\alpha/(k-1)$, $\alpha/(k-2)$, $\dots$, α . O processo continua até que uma hipótese tenha sido aceita ou quando não existirem mais hipóteses para serem testadas. Como apenas duas hipóteses são testadas, toma-se $\alpha/2$ e α como níveis de significância para as hipóteses com menor e maior valor de **p-valor**, respectivamente.

3.5.4 Relações de Desempenho

Através das Relações de Desempenho deseja-se determinar qual método é capaz de gerar fronteiras que apresentem um melhor compromisso entre os objetivos considerados (Hansen e Jazzkiewicz, 1998). Nesse caso, a comparação entre duas fronteiras A e B é feita verificando-se a quantidade de pontos não-dominados gerados por um método, que dominam ou são dominados por pontos gerados a partir de outra abordagem. Ao se comparar uma solução presente em uma fronteira A com uma outra solução presente em uma fronteira B, quatro situações podem ocorrer: um ponto obtido por A domina pelo menos um ponto presente na outra fronteira; um ponto obtido por A é dominado por pelo menos um ponto presente na fronteira comparada; um ponto obtido por A é igual a alguma ponto obtido pelos outros métodos; ou ainda, os valores das soluções são incomparáveis.

3.6 Conclusões

Neste capítulo foram apresentados alguns dos principais métodos utilizados na resolução de problemas com múltiplos objetivos. Inicialmente, foram abordados os Métodos Exatos. Para esses, discutiram-se algumas interpretações geométricas importantes e o seus

respectivos funcionamentos. Além disso, pontos fortes e fracos relacionados a cada um dos métodos apresentados foram apontados.

No que diz respeito aos métodos aproximativos, a explanação realizada foi ainda mais limitada. Na literatura das heurísticas multiobjetivo, diversos métodos foram desenvolvidos e têm mostrado desempenho satisfatório. Entretanto, foram abordadas apenas métodos baseados em Busca Local.

Por fim, foram discutidas formas através das quais aproximações para Fronteiras de Pareto podem ser comparadas. O aspecto relacionado à aleatoriedade existente em muitos Algoritmos MO não foram esquecidos.

4 TRABALHOS RELACIONADOS

Este capítulo aborda a temática do Problema de Roteamento de Veículos, resolvido no contexto ambiental. Este capítulo está estruturado como segue: a Seção 4.1 apresenta as principais variantes do PRV, enquanto que a 4.2 discute a utilização de múltiplos objetivos no contexto desse problema, dando uma especial atenção ao VRPTW. A Seção 4.3 mostra como a temática ambiental vem sendo incluída na resolução dos problemas de transporte e distribuição. A Seção 4.4, por sua vez, apresenta e discute problemas de roteamento no contexto ambiental, que foram resolvidos através de metodologias multiobjetivo. Por fim, a Seção 4.5, à luz da literatura apresentada e discutida, posiciona o trabalho em questão quanto ao preenchimento de *gaps* relacionados à temática em estudo.

4.1 O Problema de Roteamento de Veículos

Desde o trabalho de Dantzig e Ramser (1959), inúmeros avanços foram feitos no sentido do desenvolvimento do tema do roteamento de veículos. No PRV clássico, todos os clientes possuem demandas determinísticas, conhecidas em avanço, e que não podem ser divididas. Os arcos são simétricos, isto é, a distância entre dois clientes i e j é a mesma, independente do sentido. Além disso, os veículos são idênticos, possuem capacidade limitada, e devem iniciar e finalizar suas rotas em um mesmo depósito (único). Este problema visa minimizar o custo total de transporte (Toth e Vigo, 2002b).

Além da versão clássica, muitas variantes do PRP têm recebido atenção na literatura. Na variante assimétrica do VRP (*Assimetric VRP*, AVRP), o comprimento dos arcos varia em função do sentido tomado ($d_{ij} \neq d_{ji}$). Há ainda o caso em que o tempo de viagem entre os clientes depende do instante em que ela inicia. A motivação para tal consideração se dá às condições de tráfego e congestionamento que, dependendo do momento do dia,

podem fazer com que o tempo de viagem entre dois pontos varie. Essa variante é chamada de Problema de Roteamento de Veículos com Dependência do Tempo (*Time-Dependent VRP*, TDVRP). Em alguns casos, a duração da rota (comprimento do trajeto) pode ser limitada, tendo-se portanto, um PRV com Distância Limitada (*Distance-Constrained VRP*, DCVRP), que impõe restrições referentes à distância percorrida por cada veículo.

Uma das versões mais estudadas na literatura é a do PRV com Janelas de Tempo (*VRP with Time Windows*, VRPTW). Cada cliente possui restrições quanto ao seu horário de atendimento. Eles devem ser servidos dentro de um intervalo de tempo determinado, e cada serviço possui uma duração pré-estabelecida. Em algumas aplicações, as restrições das janelas de tempo podem ser relaxadas, caracterizando assim o *VRP with Soft Time Windows*, (VRPSTW).

No que diz respeito à composição da rota, uma variação existente é a do Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea (*Heterogeneous Fleet VRP*, HFVRP). Essa variante utiliza a mesma estrutura do PRV clássico, considerando, todavia, uma capacidade diferente para cada tipo de veículo. Existem ainda as situações onde se considera a existência de múltiplos depósitos, caracterizando assim o Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos (*Multiple Depot VRP*, MDVRP). Apesar de, no geral, os veículos iniciarem e terminarem suas rotas em um mesmo depósito, algumas variantes permitem que um veículo retorne para um depósito diferente daquele no qual ele iniciou sua rota.

Uma classe de problemas também muito importante na literatura é a dos problemas com coleta e entrega. Um dos problemas pertencentes a essa classe é o Problema de Roteamento de Veículos com Backhauls (*VRP with backhauls*, VRPB). No PRV com *Backhauls*, os clientes são divididos em dois conjuntos: um composto pelos clientes que devem receber entregas (*linehauls*) e outro formado por clientes que devem ter produtos recolhidos (*backhauls*). Na definição desse problema, todos os *linehauls* devem ser realizados antes dos *backhauls*. Parragh et al (2008) afirmam que o PRV com *Backhauls* apresenta ainda como subdivisões o Problema de Roteamento de Veículos com Entregas Fracionadas (*VRP with Split Deliveries*, VRPSD) e o PRV com Coleta e Entrega (*VRP with Pickup and Delivery*, VRPPD). O primeiro permite que um veículo entregue apenas uma fração da demanda do cliente, permitindo assim que cada cliente receba mais de uma visita. No segundo, cada cliente possui dois tipos de demanda: uma que representa as quantidades que devem ser recebidas e outra que aponta quanto deve ser recolhido.

Um compreensivo detalhamento acerca das principais variantes do VRP pode ser

encontrado em: Toth e Vigo (2002b), Cordeau et al (2007), Golden et al (2008) e Vidal et al (2013a).

4.2 O Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo

Embora boa parte dos problemas acima discutidos tenha sido proposta a partir de situações reais, no geral, eles ainda restam abstratos. Jozefowiez et al (2008a) defendem que os problemas acadêmicos de roteamento de veículos necessitam de adaptações para as aplicações da vida real, e estas, por sua vez, podem ser feitas, seja através da adição de novas restrições e/ou parâmetros aos problemas básicos, ou por meio da consideração de múltiplos objetivos. Esse último aspecto é muito adequado pois, dada a acirrada disputa existente no mercado, as empresas não apenas buscam a otimização de um único objetivo, mas de vários. São citados como alguns dos objetivos desejados pelas empresas: minimização dos custos de transporte, melhoria do serviço aos clientes, melhor gerenciamento de alguns aspectos dos sistemas de produção, entre outros.

Dessa forma, Jozefowiez et al (2008b) defendem que os problemas de roteamento de veículos multiobjetivo são, em sua maioria, motivados por três razões: converter um problema acadêmico clássico em uma aplicação real, sem que a visão inicial seja perdida; generalizar problemas clássicos; e estudar os casos de problemas reais nos quais os múltiplos objetivos foram claramente identificados pelos decisores.

O *survey* de Jozefowiez et al (2008b) mostra que os objetivos encontrados na literatura podem ser classificados de acordo com a componente à qual eles estão associados. Assim, se forem associados à rota, eles podem ser: minimizar o custo da rota, minimizar o *makespan* (duração da rota) e/ou encontrar rotas balanceadas. Quando associados ao nó, os objetivos podem ser: garantir a cobertura dos clientes, não violar as janelas de tempo, ou garantir a satisfação dos clientes. Por fim, quando se busca minimizar o número de veículos utilizados ou maximizar o custo benefício da utilização dos veículos, diz-se que esses objetivos são relacionados aos recursos.

Os dois *surveys* mais recentes dedicados à temática do PRV Multiobjetivo são os de Jozefowiez et al (2008b) e de Labadie e Prodhon (2014). Esse último mostra que as variantes do VRP mais estudadas no âmbito da OM são a do VRP clássico e a do VRP com janelas de tempo. Outras extensões, que também têm sido estudadas, embora em menor número, são as que consideram múltiplos depósitos; as que permitem que nem todos os clientes sejam visitados; e ainda aplicações que consideram aspectos logísticos

gerais, considerando, inclusive, o projeto de sistemas de transporte.

Como o PRP é uma variação do VRPTW, uma discussão mais detalhada de alguns trabalhos desenvolvidos no contexto deste último pode ser conveniente. O intuito aqui não é esgotar o tema, mas, dar uma ideia geral acerca dos principais objetivos e restrições considerados. Essa breve discussão pode ainda ser justificativa pois deseja-se analisar a eficácia do método proposto nesta dissertação na resolução do Problema de Roteamento de Veículo Multiobjetivo com Janelas de Tempo (VRPTW-MO).

Dentre os trabalhos de roteamento encontrados na literatura, a associação de objetivos mais comum encontrada corresponde a minimização da distância percorrida por cada veículo e a minimização do número de veículos utilizados. Exemplos de trabalhos que consideram esses objetivos em conjuntos são Barán e Schaerer (2003), Ombuki et al (2006), Garcia-Najera e Bullinaria (2009), Garcia-Najera e Bullinaria (2010), Ghoseiri e Ghannadpour (2010), Garcia-Najera e Bullinaria (2011), Hsu e Chiang (2012), Pacheco et al (2013) e Kumar et al (2014).

Uma das vantagens da utilização da OM diz respeito a sua capacidade de geração de soluções que representem bons compromissos entre os objetivos ou ainda soluções equilibradas, isto é, que promovam igualdade entre as partes envolvidas. Nesse contexto, é possível que quando da resolução do VRPTW-MO, além do tradicional objetivo do problema que visa a minimização da distância total percorrida, seja também considerado um objetivo que vise o balanceamento das cargas de trabalho entre os motoristas. Baños et al (2013) propõem um algoritmo *multi-start* baseado em *Simulated Annealing* para o ataque a esse problema. Nesse mesmo contexto, Melián-Batista et al (2014) resolve um estudo de caso que considera um metaheurística baseada em *Scatter Search* (SS). Por fim, cita-se o trabalho de Gómez et al (2015), que ainda numa perspectiva de busca por condições de igualdade, considera os objetivos minimização dos custos incorridos do transporte e a maximização dos níveis de serviço oferecidos aos clientes.

4.3 O Problema de Roteamento de Veículos no Contexto Ambiental

Desde sua proposição, diversos avanços foram feitos no contexto do problema de roteamento de veículos. Contudo, apenas bem recentemente, os autores passaram a se preocupar em incorporar objetivos ambientais a esse problema. Uma prova dessa afirmação pode ser encontrada em Lin et al (2014), que apresenta um histórico do desenvolvimento do PRV e aponta as principais tendências referentes à evolução da temática da logística

verde. É possível se observar que, enquanto muitas variantes do PRV clássico já foram bem exploradas, apenas uma pequena evolução ocorreu quando da consideração da sua extensão “verde”. Um dos primeiros trabalhos a abordarem explicitamente aspectos ambientais no contexto dos problemas de transporte/distribuição foi o de Sbihi e Eglese (2007).

Quando se consideram os problemas de distribuição resolvidos em contexto ambiental, uma das maiores dificuldades diz respeito a determinação dos indicadores utilizados, isto é, dos modelos considerados na estimação das emissões. Como diversos modelos encontrados na literatura divergem quanto aos parâmetros levados em consideração, Demir et al (2011), em seu trabalho, realiza uma comparação das diferentes abordagens empregadas na mensuração das emissões provenientes das atividades de transporte.

Algumas variantes do problema clássico de roteamento levam implicitamente a uma redução dos impactos ambientais, como é o caso do TDVRP. Os problemas que consideram *Time-Dependent* evitam que os veículos trafeguem sob situações de congestionamento, as quais os obriga a trafegarem com velocidades inferiores à ótima (Demir et al, 2011), levando assim a um aumento substancial das emissões totais dos veículos. Além disso, as situações de congestionamento forçam os motoristas a acelerarem e frearem diversas vezes, não permitindo que uma regime permanente seja imposto (Eglese e Black, 2010). Dessa forma, a fim de se buscar uma redução das emissões, muitos pesquisadores têm se dedicado ao estudo de problemas que objetivam o controle das velocidade em determinados trechos, pois, como mostra Demir et al (2011), as emissões podem ser estimadas por uma função quadrática da velocidade.

Figliozzi (2010), por exemplo, propôs o EVRP (*Emissions Vehicle Routing Problem*), que é definido segundo uma abordagem TDVRP e assume janelas de tempo nos clientes. A quantidade de emissões é estimada em função da velocidade considerada em cada arco e depende do tempo de partida de cada veículo. Assim, em muitos casos, é preferível que o veículo adiante ou retarde sua saída caso isso leve a uma redução das emissões de poluentes. O estudo de caso de Figliozzi (2011) analisa os impactos dos congestionamentos nos níveis de emissão de CO₂.

Ainda nesse contexto, Maden et al (2010) e Jabali et al (2012) utilizam abordagens semelhantes a encontrada em Figliozzi (2010). O primeiro estuda o Problema de Roteamento e Sequenciamento de Veículos (*Vehicle Routing and Scheduling Problem - VRSP*) com janelas de tempo, enquanto que o segundo trata do *Emissions-based Time-Dependent Vehicle Routing Problem* (E-TDVRP). Nesse último, é proposta uma modelagem que par-

tiona o horizonte de tempo em duas partes: uma que corresponde ao período de congestionamento, onde a velocidade é constante, e outra onde a velocidade é livre e pode ser otimizada pelo modelo. Devido às funções objetivo consideradas, esse problema pode ser reduzido à dois sub-problemas: um que considera apenas as emissões de CO_2 e outro onde apenas os tempos de viagem são levados em consideração.

O objetivo ambiental considerado por Oberscheider et al (2013) foi a redução do consumo de combustível, e com isso a diminuição das emissões, através do controle da velocidade. As emissões foram calculadas considerando-se que cada litro de diesel leva à 3,14 kg de CO_{2e} emitidos. O modelo contempla múltiplos depósitos, coletas e entregas simultâneas e janelas de tempo (MDVRPPDTW). Dois objetivos foram considerados separadamente: um que considera a soma horas dirigidas pelos motoristas, e outro que minimiza as emissões de CO_{2e} na atmosfera. Os resultados mostraram que para médias e grandes instâncias, o modelo que busca a minimização do consumo levou a uma redução significativa de CO_{2e} quando comparado com ao outro.

Kontovas (2014) ainda discutem *Green Ship Routing and Scheduling Problem* (GSRSP) analisando como as lições aprendidas a partir dos trabalhos realizados no contexto do roteamento de veículos podem ser aplicados ao caso das atividades de navegação. São apresentadas relações que permitem a estimação do consumo e das emissões em função das velocidades das embarcações. Entretanto, segundo os autores, essas estimativas podem não ser adequadas pois muitos barcos possuem diferentes sistemas, além daqueles que geram movimento, que podem contribuir para o consumo de energia, como é o caso dos sistemas de potência auxiliar e de produção de água quente e vapor para a tripulação.

Embora os resultados apresentados por muitos estudos realizados no contexto da logística ambiental possam parecer bastante encorajadores quanto aos benefícios ambientais que poderiam trazer, diferenças entre os sistemas concebidos e as situações reais podem limitar a usabilidade das metodologias propostas. Nesse contexto, Tajik et al (2014) propuseram uma abordagem de otimização robusta para a concepção do *Time Window Pickup-Delivery Pollution Routing Problem* (TWPDPRP). Esse trabalho considera incertezas nos dados utilizados nos modelos, e permite que diferentes cenários possam ser testados, possibilitando assim que condições mais realísticas sejam analisadas.

Além da velocidade, outros fatores tais como especificações técnicas e cargas dos veículos e as distâncias percorridas podem ainda influenciar nas emissões (Aksoy et al, 2014). Esses elementos podem ser associados a quatro categorias: características do veí-

culo, aspectos do motorista e condições ambientais e tráfego (Demir et al, 2011).

Alguns trabalhos estimam a emissão dos gases poluentes através do produto carga $\times$ distância como é caso do de Kara et al (2007), que apresenta o *Energy Minimizing Vehicle Routing Problem* (EMVRP), visando a minimização da energia total consumida. Outros estudos que também calculam o consumo em função da carga do veículo são os de Xiao et al (2012) e Kopfer e Kopfer (2013). O primeiro introduz o *Fuel Consumption Vehicle Routing Problem* (FCVRP), um extensão do EMVRP, que considera não apenas os custos com emissões, como também os custos fixos associados ao uso dos veículos. O segundo determina as rotas a serem executadas, observando as cargas dos veículos, que nesse caso possuem capacidades diferentes. Küçükoğlu et al (2013) ainda propõem o G-CVRP (*Green Capacitated Vehicle Routing Problem*) que possui uma função objetivo obtida a partir de uma análise de regressão, onde o cálculo da emissão é feito em função da distância e da carga do veículo em cada arco da solução.

Zachariadis et al (2015) se referem ao LDVRP (*Load-Dependent Vehicle Routing Problem*), que visa minimizar o produto total entre a distância percorrida e o peso carregado. Embora esse problema seja semelhante ao proposto por Kara et al (2007), ele permite a utilização de uma extensão que considera entregas e coletas, diferentemente do primeiro, que apenas considera entregas.

Mesmo que as formulações supracitadas sejam adequadas do ponto de vista ambiental, elas podem não ser economicamente apropriadas. No contexto das atividades de transporte, durante o processo de tomada de decisão, o aspecto econômico também deve ser considerado. Assim, para o caso do gerenciamento das atividades de navegação, Chang e Wang (2014) propõem uma metodologia que permite a determinação das velocidades adequadas sem que isso comprometa drasticamente o aspecto financeiro. Duração das rotas (influenciada pela velocidade empregada pelo veículo) e emissões são aspectos conflitantes uma vez que, para que se reduza os custos de transporte, as rotas devem ter suas durações reduzidas, e isso é conseguido via aumento da velocidade. Contudo, com o aumento da velocidade ocorre também um aumento quadrático das emissões (Demir et al, 2011). Na determinação da velocidade adequada, os autores analisam quatro cenários, que consideram altos/baixos preços dos combustíveis e altos/baixos valores dos fretes. Dependendo dos valores envolvidos em cada uma deles, diferentes decisões podem ser tomadas.

Ainda nesse contexto, Bektaş e Laporte (2011) propuseram o *Pollution-Routing Problem* (PRP), que também considera aspectos econômicos e ambientais. Ele é uma ex-

tensão do VRPTW e computa as emissões através de um modelo que considera não apenas a velocidade e a carga do veículo. Esse problema possui uma função objetivo composta por duas parcelas: a primeira que computa as emissões de CO_2 e a segunda que considera o custo com o salário dos motoristas, calculado em função da duração das rotas. Dada a complexidade do problema, os autores mostraram já não ser possível encontrar a solução ótima para problemas com tamanho médio. À vista disso, Demir et al (2012) e Kramer et al (2015b) propuseram algoritmos capazes de encontrar soluções de boa qualidade.

Diversas extensões do PRP foram propostas. Franceschetti et al (2013), por exemplo, definem o *Time-Dependent Pollution-Routing Problem*. A função objetivo desse problema considera não só os custos com os salários dos motoristas, mas também as emissões resultantes dos períodos de congestionamento. As velocidades utilizadas pelos veículos dependem do período do dia. Na formulação proposta, três situações são consideradas: uma primeira com trânsito livre, onde a velocidade pode ser definida livremente pelo modelo; uma segunda, que consiste de uma zona de transição, onde parte do percurso é feita com velocidade constante e outra com velocidade definida pelo modelo; e uma terceira zona de congestionamento, onde o veículo é obrigado a se deslocar a velocidade constante. No caso particular em que apenas a situação de trânsito livre é considerada, a formulação TDPRP se reduz a do PRP. Quando utilizada para resolver as instâncias propostas por Demir et al (2012), essa formulação apresenta melhor desempenho do que a proposta por Bektaş e Laporte (2011), uma vez que esta última apresenta constantes grandes. Nas instâncias de tamanho 10, a formulação de Franceschetti et al (2013) resolve todas as instâncias em um tempo inferior a vinte segundos.

Koç et al (2014) introduziram o *Fleet Size and Mix Pollution-Routing Problem* (FMPPR), que é outra variação do PRP, e considera uma frota heterogênea de veículos. Além dos custos com as emissões e com os salários dos motoristas, são considerados ainda os custos fixos de utilização de cada um dos veículos. O problema é definido segundo uma função formada pela soma das parcelas supracitadas e que deve ser minimizada. Uma discussão relacionada aos benefícios da utilização de uma frota heterogênea sobre uma frota homogênea também é apresentada. Um algoritmo híbrido evolucionário é proposto, onde o principal método de aprendizagem utilizado foi o ALNS apresentado em Demir et al (2012). Ainda no contexto de se analisar a influência do uso de uma frota heterogênea na redução das emissões, Kopfer et al (2014) propuseram o *Emission Minimization Vehicle Routing Problem with Vehicle Categories* (EMVRP-VC) baseando-se na observação de que

veículos com diferentes capacidades contribuem diferentemente nas emissões.

No PRP definido por Bektaş e Laporte (2011), os veículos deixam o depósito no início do dia de trabalho. Nos trabalhos de Kramer et al (2014) e Kramer et al (2015a), por sua vez, o tempo de saída do depósito é tomado como sendo uma variável de decisão. Essa consideração leva a reduções médias nos custos de 8,36%, uma vez que as jornadas de trabalho podem ser reduzidas. Kramer et al (2015a) propõem algoritmo que funciona em quadrático e que, como demonstrado através das condições de KKT (*Karush-Kuhn-Tucker*), sempre leva a soluções ótimas para o problema, apesar de sua natureza heurística.

Xiao e Konak (2015) consideram o GVRSP (*Time-Dependent Heterogeneous Green Vehicle Routing and Scheduling Problem*), onde diferente do que ocorre em estudos que empregam uma abordagem TD, a variável de decisão do modelo não se limita apenas ao tempo de partida dos veículos em cada cliente. Ao invés de se considerar uma discretização dos intervalos de tempo, toma-se cada arco como sendo composto por diferentes faixas de tempo. As variáveis de decisão do problema se tornam então: determinar a faixa de tempo a ser utilizada quando um arco é atravessado; determinar que distância deve ser percorrida em cada faixa; e o tempo no qual a viagem em cada faixa deve ser iniciada. Os resultados mostraram que o algoritmo genético proposto apresentou um bom desempenho na resolução desse problema.

Pradenas et al (2013) foram os primeiros a avaliar as emissões de gases no contexto do VRPBTW (*Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows*). Nessa aplicação, os autores se basearam em Bektaş e Laporte (2011) e utilizaram uma função objetivo que visou minimizar a energia total requerida em cada rota. Utilizando um método baseado em SS, os autores mostraram que abordagens que permitem *backhaulings* permitem um maior redução mas emissões.

Mesmo que boa parte dos trabalhos no contexto da logística verde possuam funções explícitas que visem reduzir as emissões dos gases poluentes, outros objetivos podem ainda ser levados em consideração. Um exemplo é o trabalho de Erdoğan e Miller-Hooks (2012) que definem o *Green Vehicle Routing Problem* (GVRP). Esse problema visou determinar um conjunto de rotas que resultasse na mínima distância a ser percorrida. O aspecto “verde” desse problema se deve ao fato que cada rota deve incluir paradas para o reabastecimento (veículos possuem limitações relacionadas à capacidade do tanque de combustível), de forma que a matriz energética seja a menos nociva.

Bem recentemente, foi desenvolvido o primeiro trabalho para o *Pollution-Routing*

Problem considerando uma abordagem exata. Devido à complexidade dessa temática, as abordagens dedicadas à resolução deste problema restam em sua maioria heurísticas. Dabia et al (2014) propõem um algoritmo de *Branch-and-Price* para o PRP, onde o problema mestre consta de um problema de *Set Partitioning*, enquanto que o sub-problema de *pricing* consiste em um *Speed-and-Departure Time-Dependent Elementary Shortest Path Problem with Resource Constraints* (SDSPPRC). Este último é resolvido por meio de *Tailored Labeling Algorithm*. Os resultados mostraram que o algoritmo de B&P foi capaz de resolver instâncias com até 50 clientes. O algoritmo utilizado nesse trabalho, contudo, requer que o veículo trafegue ao longo de toda a rota com a mesma velocidade.

O trabalho de Fukasawa et al (2015) representou um grande avanço no campo das formulações matemáticas para o PRP. Pela primeira vez foram desenvolvidas formulações que considerassem a variável de decisão referente à velocidade como sendo contínua. Nas modelagens anteriores do PRP, apresentadas em Bektaş e Laporte (2011) e Franceschetti et al (2013), o comportamento não-linear dos modelos foi gerenciado por meio da discretização das velocidades. Essa prática, embora tenha possibilitado que os problemas fossem resolvidos por meio de *softwares* comerciais, apresenta duas principais desvantagens: 1) os resultados apresentados são apenas aproximações do modelo original e 2) a fim de se aumentar a acurácia do modelo, seria necessário que o intervalo das discretizações fosse reduzido, aumentando o número de variáveis, e assim a complexidade do modelo Fukasawa et al (2015). Nesse trabalho, foram propostas três formulações e em seguida os seus *lower bounds* foram comparados teoricamente. Os resultados mostraram que a formulação baseada em programação cônica de segunda ordem foi capaz de encontrar a solução ótima em instâncias com até 25 clientes, resolvendo-as em no máximo 10 minutos.

4.4 Problemas Ambientais Resolvidos Através de Metodologias Multiobjetivo

À luz da literatura apresentada, pode ser visto que boa parte dos trabalhos no contexto da logística ambiental apresenta funções objetivo com diversos critérios. Entretanto, no geral, esses objetivos são tratados conjuntamente através da conversão dos fatores envolvidos em unidades monetárias. A resolução dos problemas segundo essa abordagem permite a obtenção de bons *insights* relacionados às economias que poderiam ser obtidas, mas não permitem que o tomador de decisão tenha acesso a outros cenários que podem retratar o problema.

Uma das principais vantagens da utilização das técnicas de Otimização Multiobje-

tivo, no contexto dos problemas de Otimização Combinatória, diz respeito a possibilidade de se obterem soluções que representem diferentes cenários e que permitam expressar os *trade-offs* existentes (Ehrgott, 2005). Nos trabalhos analisados, diversos problemas apresentaram funções objetivo com critérios diferentes, mas apenas alguns utilizaram técnicas de resolução multiobjetivo.

Um dos primeiros trabalhos a utilizar um método multiobjetivo na resolução de problemas de transporte no contexto ambiental foi o de Jemai et al (2012). Os autores definiram o *bi-objective Green Vehicle Routing Problem* (b-GVRP) e utilizaram um NSGA-II para sua resolução. Os objetivos considerados pelos autores foram: a distância percorrida pelos veículos e as emissões de CO₂. Esse último foi escrito como uma função da distância percorrida. Embora os autores tenham definido o problema, nenhuma formulação foi apresentada e as instâncias utilizadas foram as do PRV clássico com múltiplos objetivos.

Demir et al (2014b) propuseram o *Bi-objective Pollution-Routing Problem* (b-PRP), que é uma extensão do PRP proposto por Bektaş e Laporte (2011). Utilizando um algoritmo baseado em busca nas vizinhanças como mecanismo de *Local Search*, os autores resolveram o b-PRP utilizando quatro métodos: um método baseado em ponderação das funções objetivo; um outro que considerou ponderações das funções objetivo normalizadas; um terceiro que considerou um método baseado em ϵ -restrições; e por fim, um método híbrido. A principal contribuição do trabalho consiste na proposição do problema, uma vez que os métodos utilizados se mostraram muito simples.

Ainda no contexto dos POMs, Siu et al (2012) definem o *Multi-Mode Green Logistics Cargo Routing Problem* (MGCR) como um problema de roteamento multi-modal, onde cada cliente deve ser visitado em uma determinada janela de tempo. A cada arco é associado: um ponto de partida e um de chegada; uma estimativa do equivalente de carbono que é proporcional às emissões de CO₂; um limite de capacidade (formulação em fluxo); e um custo de transporte. O problema apresenta duas funções objetivo: a primeira que está relacionada ao custo de transporte, que é proporcional a carga, e a segunda que avalia as emissões em cada arco, também em função da carga do veículo. Na formulação apresentada, além de estar presente na função objetivo, o nível de emissões também funciona como uma restrição do problema. O modelo apresenta um limite máximo para as emissões. O problema é resolvido utilizando-se um algoritmo genético, que apresentou um tempo de processamento inferior aos métodos existentes na literatura, além de ser capaz de encontrar em 90% dos casos as soluções ótimas de Pareto.

Molina et al (2014) apresentam um modelo de programação linear inteira mista para o PRV multiobjetivo com frota heterogênea e janelas de tempo. O modelo multiobjetivo considera três objetivos, a serem minimizados: soma total dos custos internos, emissões de CO₂ e emissões de outros gases poluentes, tais como os NO_x. O problema é resolvido utilizando-se o Método Ponderado de Tchebycheff e os pesos utilizados em cada função objetivo são definidos pelos autores. Uma aplicação real é utilizada como problema teste. Os resultados obtidos pelo modelo e pela heurística proposta não diferiram muito. Em algumas instâncias, a heurística foi inclusive capaz de encontrar soluções semelhantes às aquelas obtidas pelo modelo.

Ramos et al (2014) definiram o *Multi-Depot Periodic Vehicle Routing Problem with Interdepot Routes* (MDPVRPI). Esse problema foi formulado segundo uma abordagem de *Set Partitioning* e possui três objetivos: minimização da distância total percorrida, minimização das emissões de CO₂ e minimização do número máximo de horas trabalhadas por um motorista. Esse último objetivo busca um balanceamento da duração das rotas. Os objetivos do problema estão de acordo com o conceito de sustentabilidade, que visa associar os aspectos econômicos, sociais e ambientais. O problema é resolvido em duas etapas: inicialmente, rotas viáveis para o problema são geradas através da resolução de sub-problemas representados por PVRP, MDVRP e MDVRPI, e em seguida, o método de ϵ -Restrição, proposto por Mavrotas (2009), é utilizado para obtenção das soluções eficientes, a partir das rotas obtidas na primeira fase.

Por fim, Jabir et al (2015) analisam um MDVRP Multiobjetivo, onde fatores econômicos e ambientais são analisados. O aspecto econômico é representado pelos custos de abertura dos depósitos, custos de transporte e custos relativos ao consumo de combustível. Os impactos ambientais, por sua vez, são avaliados em termos monetários e são calculados em função da carga dos veículos. Os custos com as emissões de CO₂ são minimizados. O problema é resolvido através de uma metaheurística híbrida baseada em um algoritmo de colônia de formigas e em um método VNS (*Variable Neighborhood Search*).

4.5 Conclusões do Capítulo

Este capítulo discutiu algumas variações do VRP resolvidas no contexto ambiental. A ideia não foi esgotar a discussão dos trabalhos associados a essa temática, mas sim, apresentar os principais objetivos considerados e a forma como esses problemas têm sido resolvidos. Revisões mais amplas da literatura, bem como uma melhor discussão e análise

dos trabalhos, podem ser encontradas em Dekker et al (2012) Demir et al (2014a), Kramer (2014) e Lin et al (2014).

Chama-se atenção para o fato que, embora possa ser observado um aumento no número de trabalhos que visem reduzir as emissões provenientes das atividades de transporte, e que estes possuam funções objetivo formadas por mais de um critério, eles têm sido resolvidos através da utilização de técnicas de otimização mono-objetivo. Essas abordagens, apesar de levarem a obtenção de importantes *insights*, não permitem uma boa análise dos *trade-offs* existentes. Portanto, a utilização de métodos de OM se apresentam muito adequados no contexto dos problemas ambientais.

Muitos avanços podem ainda ser feitos com relação à temática em estudo, e esses passam principalmente pela proposição de novas variantes de problemas, desenvolvimento de novos métodos de resolução, ou ainda, utilização de modelos mais completos que tornem a avaliação dos impactos ambientais mais acurada.

5 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

5.1 Descrição do Problema

Como descrito no Capítulo 1, o *Pollution-Routing Problem* bi-Objetivo é definido em um grafo completo $\mathcal{G} = (\mathcal{N}, \mathcal{A})$, onde $\mathcal{N} = \{0, \dots, n\}$ é o conjunto dos vértices e $\mathcal{A} = \{(i, j) : i, j \in \mathcal{N}; i \neq j\}$ é o conjunto de arcos. O vértice $\{0\}$ representa o depósito e o conjunto $\mathcal{N}_0 = \mathcal{N} \setminus \{0\}$ está relacionado aos clientes. Uma demanda q_i , que deve ser satisfeita completamente, um intervalo de atendimento $[a_i, b_i]$ e um tempo de atendimento t_i , são associados a cada cliente i . A distância entre dois clientes i e j é dada por d_{ij} e uma frota homogênea $\mathcal{R} = \{1, \dots, r\}$ é disponível, onde cada veículo possui capacidade Q .

O *Pollution-Routing Problem* bi-Objetivo tem por objetivo minimizar os custos das emissões provenientes dos veículos e também os custos com os salários dos motoristas. Os modelos apresentados em Demir et al (2011), que mensuram as emissões provenientes dos veículos, apontam a velocidade como um dos principais fatores no cálculo das emissões. Assim, como o b-PRP tem por objetivo minimizar as emissões dos gases causadores de efeito estufa, uma das variáveis do problema determina a velocidade com que cada um dos veículos deve se deslocar ao longo de cada um dos arcos.

No b-PRP, as emissões são calculadas segundo o Modelo Compreensivo de Emissões, que é descrito por Barth et al (2005), Scora e Barth (2006) e Barth e Boriboonsomsin (2008), e é sumarizado em Demir et al (2011). Esse é um modelo instantâneo e é capaz de estimar o consumo de combustível em dado momento. Após algumas simplificações, o modelo é apresentado em Bektaş e Laporte (2011) como:

$$F(\nu) = \lambda(\mu NV + w\lambda\alpha\nu + \lambda\alpha f\nu + \beta\gamma\nu^3)d/\nu \quad (5.1)$$

onde λ e γ são parâmetros ligados às propriedades do combustível, β e w estão relacionados

às características dos veículos e a_{ij} é uma contante dependente das características da rodovia e da aceleração do veículo. Os demais parâmetros considerados são: μ é o fator de atrito do motor, N é a velocidade de rotação das engrenagens no motor, V é relacionado ao deslocamento do pistão no motor do veículo, ν é a velocidade do veículo em um dado arco, f é a carga acumulada do veículo em um arco analisado e d é a distância entre dois clientes. Excetuando ν , f_{ij} , que são variáveis, e d_{ij} que é um parâmetro do b-PRP, os valores das constantes são apresentados na Tabela 5.1 e podem ser entendidos com maior detalhe a partir da leitura de Demir et al (2012).

Tabela 5.1: Dados utilizados no modelo do PRP

Notação	Descrição	Valores típicos
w	Peso do veículo sem carga (kg)	6350
ξ	Fuel-to-air mass ratio	1
μ	Fator de fricção do motor ($kJ/rev/l$)	0, 2
N	Velocidade da engrenagem (rev/s)	33
V	Cilindrada/Volume de deslocamento do motor (l)	5
g	Constante gravitacional (m/s^2)	9, 81
C_d	Coefficiente de arrasto aerodinâmico	0, 7
ρ	Densidade do ar (kg/m^3)	1, 2041
A	Área da superfície frontal do veículo (m^2)	3, 912
C_r	Coefficiente de resistência ao rolamento	0, 01
η_{tf}	Eficiência da transmissão do veículo	0, 4
η	Parâmetro de eficiência para motores a diesel	0, 9
f_c	Custo de emissão de CO_2 e combustível por litro (£)	1, 4
f_d	Salário do motorista (£/s)	0, 0022
κ	Valor de aquecimento de um típico combustível diesel (kJ/g)	44
ψ	Fator de conversão (g/s para l/s)	797
v_l	Limite inferior de velocidade (m/s)	5, 5 (ou 20km/h)
v_u	Limite superior de velocidade (m/s)	25 (ou 90km/h)

FONTE: (Demir et al, 2012)

Como o b-PRP é uma variante do VRPTW, o tempo de chegada nos clientes também é uma variável de decisão. Dessa forma, pode-se facilmente determinar a duração de cada uma rotas, bastando apenas verificar o tempo de chegada no último cliente da rota, e em seguida determinando-se o tempo de deslocamento entre esse cliente e o depósito. O salário dos motoristas pode então ser calculado como a duração rota vezes o custo horário do salário do motorista.

Tomando f_c como sendo o custo pelo consumo de um litro de combustível e f_d como o custo do salário dos motoristas, as funções objetivo do b-PRP podem ser sintetizadas como:

$$\min \sum_{(i,j) \in \mathcal{S}} f_c F \quad (5.2)$$

$$\min \sum_{r \in \kappa} f_d s_r \quad (5.3)$$

onde $\mathcal{S}$ é conjunto dos arcos presentes na solução, F é o consumo total em litros associado aos arcos de $\mathcal{S}$ e s_r é o tempo de retorno ao depósito em cada uma das r rotas.

5.2 Formulação Alternativa para o Pollution-Routing Problem Bi-Objetivo

A fim de se comparar a eficiência do método heurístico proposto na obtenção das Fronteiras Ótimas de Pareto, utilizou-se uma abordagem exata baseada na implementação de um modelo de programação linear inteira mista para a resolução de problemas multi-objetivo agregados. Devido às limitações dessa abordagem, apenas instâncias compostas por 10 clientes foram utilizadas nos testes.

Demir et al (2014b) propuseram uma formulação para o *Pollution-Routing Problem* bi-Objetivo baseada no modelo proposto por Bektaş e Laporte (2011). Quando utilizada na resolução do PRP mono-objetivo, a formulação proposta por Bektaş e Laporte (2011) requer um elevado tempo de processamento, mesmo quando as instâncias possuem apenas 10 nós. Para as instâncias propostas por Demir et al (2012), o modelo necessita em média de 510 segundos para encontrar a solução ótima nas instâncias com 10 clientes.

Neste trabalho, como formulação exata utiliza-se uma adaptação do modelo proposto por Franceschetti et al (2013). Este último, embora seja proposto para o TDPRP (*Time-Dependent Pollution-Routing Problem*) é capaz de resolver as instâncias do PRP propostas por Demir et al (2012). Mesmo que essa formulação seja mais geral, ela é capaz de resolver as instâncias do PRP em menos de 10 segundos para a maior parte das instâncias. Segundo Franceschetti et al (2013), uma explicação para o melhor desempenho da sua formulação pode estar relacionado a não presença do big-M, que é empregado por Bektaş e Laporte (2011) nas restrições de janela de tempo e no cálculo dos tempos totais de viagem.

A formulação proposta por Franceschetti et al (2013) apresenta índices e variáveis necessários para a modelagem das situações de congestionamento relacionadas ao contexto de *Time-Dependent*. Na resolução do PRP-clássico, pode-se desconsiderar os cenários onde o veículo se desloca com velocidade constante e realizar-se uma simplificação do modelo. A formulação é então rescrita considerando-se apenas as situações de fluxo-livre, isto é, quando a velocidade nos arcos pode ser determinada livremente pelo modelo.

Abaixo são sumarizados os parâmetros e variáveis utilizados na formulação.

Dados

d_{ij}	Distância relacionada ao arco (i, j)
q_i	Demanda do cliente i
Q	Capacidade dos veículos
$[a_i, b_i]$	Janela de tempo do cliente i
h_i	Tempo de serviço no cliente i
b_{ij}^l	Limite inferior da variável w_{ij}^r
b_{ij}^u	Limite superior da variável w_{ij}^r

$$b_{ij}^l = \begin{cases} 0, & \text{se } i \in \{0\} \\ a_i + h_i, & \text{se } i \in \mathcal{N}_0 \end{cases} \quad b_{ij}^u = \begin{cases} b_j - d_{i0}/v_{max}, & \text{se } j \in \{0\} \\ \min\{b_i + h_i, b_j - d_{ij}/v_{max}\}, & \text{se } j \in \mathcal{N}_0 \end{cases}$$

Variáveis

x_{ij}	Variável binária igual a 1 se o arco $(i, j) \in \mathcal{A}$ está na solução, 0 caso contrário.
f_{ij}	Variável contínua que representa a carga que atravessa o arco (i, j)
y_i	Variável contínua que representa o tempo no qual o serviço se inicia no cliente $i \in \mathcal{N}_0$
s_i	Duração total da rota que tem o nó $i \in \mathcal{N}_0$ como último a ser visitado antes do retorno ao depósito.
z_{ij}^h	Variável binária que recebe um valor 1 caso o veículo atravessasse o arco $(i, j) \in \mathcal{A}$ com uma velocidade v_h onde $h \in R$.
w_{ij}^h	Variável contínua que representa o tempo no qual um veículo deixa o nó $i \in \mathcal{N}$ para atravessar o arco (i, j) com velocidade v_h onde $r \in R$

Modelo

$$\min \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} f_c \lambda \mu N V \sum_{h \in R} \frac{d_{ij}}{v_h} z_{ij}^h \quad (5.4)$$

$$\sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} f_c \lambda \gamma \beta \sum_{h \in R} (v_h)^2 d_{ij} z_{ij}^h \quad (5.5)$$

$$\sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} f_c \lambda \gamma \alpha_{ij} d_{ij} (\mu x_{ij} + f_{ij}) \quad (5.6)$$

$$\min \sum_{i \in N_0} f_d s_i \quad (5.7)$$

sujeito à:

$$\sum_{j \in N_0} x_{0j} = r \quad (5.8)$$

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N_0 \quad (5.9)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N_0 \quad (5.10)$$

$$\sum_{j \in N} f_{ji} - \sum_{j \in N} f_{ij} = q_i \quad \forall i \in N_0 \quad (5.11)$$

$$q_j x_{ij} \leq f_{ij} \leq x_{ij} (Q - q_i) \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A} \quad (5.12)$$

$$b_{ij}^l z_{ij}^h \leq w_{ij}^h \leq b_{ij}^u z_{ij}^h \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A}, h \in R \quad (5.13)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{h \in R} \left(w_{ij}^h + \frac{d_{ij}}{v^h} z_{ij}^h \right) \leq y_j \quad \forall j \in N_0 \quad (5.14)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{h \in R} w_{ij}^h \geq y_i + h_i \quad \forall i \in N_0 \quad (5.15)$$

$$a_i \leq y_i \leq b_i \quad \forall i \in N_0 \quad (5.16)$$

$$s_i \geq \sum_{h \in R} \left(w_{i0}^h + \frac{d_{i0}}{v_h} z_{i0}^h \right) \quad \forall i \in N_0 \quad (5.17)$$

$$\sum_{h \in R} z_{ij}^h = x_{ij} \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A} \quad (5.18)$$

$$s_i \geq 0 \quad \forall i \in N_0 \quad (5.19)$$

$$y_i \geq 0 \quad \forall i \in N_0 \quad (5.20)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A} \quad (5.21)$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A} \quad (5.22)$$

$$z_{ij}^h \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A}, h = 1, \dots, r \quad (5.23)$$

$$w_{ij}^h \geq 0 \quad \forall (i, j) \in \mathcal{A}, h = 1, \dots, r \quad (5.24)$$

As funções (5.4) – (5.6) correspondem ao primeiro objetivo e visam minimizar o custo com as emissões dos gases causadores do efeito estufa. Essas funções são proporcionais à velocidade do veículo (z_{ij}^h), à distância percorrida (d_{ij}) e à carga (f_{ij}) em cada arco. O segundo objetivo é avaliado pela equação (5.7) e busca minimizar o custo total com o

salário dos motoristas. Esse custo é proporcional à duração das rotas. A restrição (5.8) obriga que r rotas sejam construídas. As restrições (5.9) e (5.10) garantem, respectivamente, que sempre existam arcos entrando e saindo em cada cliente. As restrições (5.11) computam o fluxo em cada arco, enquanto que (5.12) asseguram que a capacidade dos veículos não vai ser excedida. Os intervalos de tempo, que definem os tempos de partida dos veículos, são estabelecidos pelas restrições (5.13). As restrições (5.14) e (5.15) estabelecem respectivamente o tempo de chegada e o tempo de partida em cada cliente, e (5.16) asseguram que cada cliente será visitado dentro da sua janela de tempo. O conjunto de restrições (5.17) computa o tempo de retorno dos veículos ao depósito. As restrições (5.18), por sua vez, obrigam que cada arco só seja atravessado em uma única faixa de velocidades. Por fim, as restrições (5.19) – (5.24) estabelecem os domínios das variáveis.

A formulação ainda é fortalecida através da utilização da restrição suplementar (5.25), que melhora a relaxação do problema.

$$x_{ij} + x_{ji} \leq 1 \quad \forall i, j \in N_0, i \neq j \quad (5.25)$$

5.3 Abordagens Exatas empregadas na resolução do b-PRP

A formulação apresentada em (5.4) – (5.24) é empregada na implementação dos seguintes métodos:

- Método da Soma Ponderada das Funções Objetivo (Seção 3.3.1) - resolvido de duas formas, uma considerando o conjunto de pesos utilizado por Demir et al (2014b), i.e., $\lambda = \{(1, 0), (0.9, 0.1), \dots, (0.1, 0.9), (0, 1)\}$, e outra que considera conjuntos de pesos gerados segundo a adaptação do Esquema Dicotômico de Aneja e Nair (1979) feita por Przybylski et al (2008) (Algoritmo 3 - Seção 3.3.4);
- Método Soma Ponderada das Funções Objetivo Normalizadas (Seção 3.3.1);
- Método da Restrição- ϵ (Algoritmo 2 - Seção 3.3.3).

6 MÉTODO PROPOSTO

6.1 Descrição do Método

Para a resolução do b-PRP propôs-se uma adaptação do método *Two-Phase Pareto Local Search* (2PPLS), proposto por Lust e Teghem (2009), que, diferentemente do método de duas fases propostos por Ulungu e Teghem (1995), utiliza abordagens aproximativas nas duas fases do método. A exemplo do trabalho de Lust e Teghem (2009), neste trabalho, também serão utilizadas abordagens aproximativas nas duas fases.

As duas fases do método são apresentadas abaixo:

- **Fase 1:** Objetiva encontrar uma boa aproximação das soluções eficientes suportadas. Essas soluções são obtidas a partir da resolução de um problema mono-objetivo que é resultado da agregação linear das funções objetivo do POM.
- **Fase 2:** Procede-se com uma busca por soluções eficientes não-suportadas aproximadas, que são localizadas entre as soluções eficientes suportadas. Neste trabalho, as soluções não-suportadas são obtidas a partir da aplicação de um procedimento de busca local.

6.2 Primeira Fase: Geração da População Inicial

A primeira fase do método consiste na obtenção de um conjunto de soluções suportadas através da resolução de problemas da forma (6.1), onde $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k]$ e $z = [f_1, f_2, \dots, f_k]$ são, respectivamente, os vetores de pesos e de objetivos.

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^k \lambda_i f_i(x) : x \in \mathcal{X} \right\} \quad (6.1)$$

Neste trabalho, os pesos utilizados foram obtidos segundo o esquema dicotômico proposto por Aneja e Nair (1979), e que mais tarde foi adaptado por Lust e Teghem (2009). Esse método consiste na geração de pesos que tornam possível a obtenção do Conjunto Completo Mínimo de soluções suportadas extremas para problemas bi-objetivo. Diferentemente do trabalho de Aneja e Nair (1979), onde uma abordagem exata é utilizada para a resolução dos problemas mono-objetivo agregados, Lust e Teghem (2009) empregam um método heurístico. Devido a essa adaptação, as soluções obtidas não são necessariamente eficientes ou suportadas. Contudo, elas constituem um conjunto de soluções muito próximo do conjunto completo mínimo de soluções eficientes suportadas.

6.2.1 Procedimento de Obtenção de Soluções Suportadas

O método para a obtenção do conjunto de soluções suportadas extremas aproximadas para o b-PRP é apresentado no Algoritmo 7. Por notação, os símbolos $\uparrow$, $\downarrow$, $\updownarrow$ e $\triangleright$, apresentados nos Algoritmos 7-11, significam respectivamente: parâmetro de entrada, parâmetro de saída, parâmetro de entrada e saída e comentários.

Algoritmo 7 bPRP_Phase1_Heuristic

- 1: Parâmetros $\uparrow$: Matriz de custos C do bPRP
 - 2: Parâmetros $\downarrow$: Uma aproximação $\hat{X}_{SE}$ de X_{SE}
 - 3: $\lambda = (1, 0)$
 - 4: SolvePRP($\lambda \downarrow, x_1 \uparrow$) $\triangleright$ Resolver o PRP considerando apenas o primeiro objetivo
 - 5: $\lambda = (0, 1)$
 - 6: SolvePRP($\lambda \downarrow, x_2 \uparrow$) $\triangleright$ Resolver o PRP considerando apenas o segundo objetivo
 - 7: $\hat{S} \leftarrow \{x_1, x_2\}$ $\triangleright$ Computar uma aproximação para o X_{SE}
 - 8: SolveRecursionHeuristic($x_1 \downarrow, x_2 \downarrow, \hat{S} \updownarrow$)
 - 9: $\hat{X}_{SE} \leftarrow \hat{S}$
-

Sempre que o método **SolvePRP** é chamado, uma ponderação do tipo $\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2$ é feita. O Algoritmo 7 possui como parâmetro de entrada a matriz de distâncias do problema, ao passo que a sua saída é um conjunto de soluções eficientes aproximadas, que é retornado pelo Algoritmo 8 (**SolveRecursionHeuristic**).

Nas Linhas 4 e 6, um PRP é resolvido apenas para um dos objetivos. Enquanto que os custos referentes às emissões totais das rotas são minimizados na primeira chamada (Linha 4), na segunda chamada (Linha 6), apenas o objetivo que minimiza a soma da duração total das rotas é considerado. Uma vez que ambas as soluções tenham sido obtidas, o conjunto de soluções é gerado (Linha 7), e então o procedimento **SolveRecursionHeuristic**

é chamado.

Algoritmo 8 SolveRecursionHeuristic

- 1: Parâmetros $\downarrow$: x_r e x_s
 - 2: Parâmetros $\uparrow$: $\hat{S}$
 - 3: $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ $\lambda_1 = \frac{z_2(x_r) - z_2(x_s)}{z_2(x_r) - z_2(x_s) + z_1(x_s) - z_1(x_r)}$ e $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$ $\triangleright$ Novo conjunto de pesos λ
 - 4: SolvePRP($\lambda \downarrow, x_t \uparrow$) $\triangleright$ Resolver PRP $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$
 - 5: AddSolution($\hat{S} \uparrow, x_t \downarrow, z(x_t) \downarrow$) $\triangleright$ Adicionar x_t ao conjunto $\hat{S}$
 - 6: **se** $z(x_t) \cap \text{int } \Delta z(x_r)z(x_s) \neq \emptyset$ **então**
 - 7: SolveRecursionHeuristic($x_r \downarrow, x_t \downarrow, \hat{S} \uparrow$)
 - 8: SolveRecursionHeuristic($x_t \downarrow, x_s \downarrow, \hat{S} \uparrow$)
 - 9: **fim se**
-

O método **SolveRecursionHeuristic**, que é um algoritmo recursivo, é apresentado no Algoritmo 8. Ele recebe duas soluções suportadas, x_r e x_s , presentes no conjunto $\hat{S}$ (Linha 7 do Algoritmo 7), e determina um novo conjunto de pesos (Linha 3), que levará a obtenção de uma nova solução suportada, que pode ser extrema. Quando λ_1 e λ_2 são calculados, resolve-se um novo PRP (Linha 4) e então se obtém uma solução x_t . A solução x_t é aplicada ao procedimento **AddSolution**, que tentará atualizar o conjunto de soluções eficientes. Ela será comparada a cada uma das soluções presentes no conjunto de soluções e só será adicionada a $\hat{S}$ caso não seja dominada por nenhuma outra solução presente no conjunto. O Algoritmo **AddSolution** será melhor explicado mais adiante.

Durante o algoritmo **AddSolution**, a comparação de duas soluções (relação de dominância) é feita como segue: uma solução x^* será eficiente se não existe uma outra solução viável x , tal que, $f_i(x) = f_i(x^*)$ ou $(f_i(x^*) - f_i(x)) > \delta \quad \forall i = 1 \dots k$ e $\exists i \mid (f_i(x^*) - f_i(x)) > \delta$. Esse procedimento é empregado a fim de se evitar que soluções cujas imagens sejam próximas sejam aceitas. Considerou-se $\epsilon = 0,5$. A possibilidade de existência de pontos muito próximos se deve ao fato de o b-PRP ser formulado segundo um modelo de Programação Inteira Mista (PIM), onde existem variáveis inteiras e contínuas. Como apresentado no Capítulo 2, os POMs, cujo espaço de soluções é contínuo, podem possuir infinitas soluções, enquanto que, quando a integralidade das variáveis é assumida, o número de soluções nestes problemas é finito.

O critério de parada do método impõe que, se um solução x_t (nova solução) obtida estiver localizada no interior do triângulo formado pelos pontos $z(x_r)$, $z(x_s)$ e seu ponto ideal local ($\Delta z(x_r)z(x_s)$), o algoritmo recursivo é re-iniciado duas vezes: uma considerando as soluções x_r e x_t e outra x_t e x_s . Caso contrário, o algoritmo para. Uma representação

desse procedimento é apresentada na Figura 6.1.

A Figura 6.1 ilustra o processo de construção da Fronteira de Pareto em 6.1 h). As Figuras 6.1 a), b), c), e) e f) mostram as novas soluções (em vermelho) que são obtidas e aceitas, pois são localizadas dentro dos triângulos $\Delta z(x_r)z(x_s)$. Nas Figuras 6.1 d) e g) são obtidas soluções que não dão início a novas recursões.

Apesar de triângulos do tipo $\Delta z(x_r)z(x_s)$ terem sido usados na representação da Figura 6.1, na prática uma adaptação quanto à dimensão que eles ocupam é empregada. A exemplo do que ocorre com a relação de dominância, durante o Critério de Parada (CP) do método, também se desconsidera soluções cujas imagens são próximas. Um valor ϵ é então empregado na determinação de um novo triângulo, com dimensão alterada, que impede que pontos não-dominados próximos deem início a novas recursões. O valor de ϵ é um parâmetro do método e é discutido na Seção 6.4. A relação entre o triângulo real e o triângulo corrigido é ilustrada na Figura 6.2. Os pontos azuis são aqueles que não são aceitos de acordo com o novo critério de aceitação, enquanto que os pontos vermelhos são utilizados nos método `SolveRecursionHeuristic`.

O critério de parada presente na Linha 6 do Algoritmo 8 é utilizado por Lust e Teghem (2009), e é empregado como alternativa àquele proposto por Aneja e Nair (1979). Neste último, caso uma solução obtida esteja situada sobre a linha que passa entre as duas soluções que a deu origem, o algoritmo para. Isso ocorre pois caso a recursão seja seguida nessa situação, os pesos gerados por $z(x_r)$ e $z(x_t)$ ou por $z(x_t)$ e $z(x_s)$ serão os mesmos que o gerado por $z(x_r)$ e $z(x_s)$. Um exemplo é utilizado para ilustrar esse fato.

Exemplo 1. Considere os pontos $z_1 = (2, 6)$ e $z_2 = (8, 4)$ que são imagens de duas soluções eficientes em um problema bi-objetivo. Os pontos $z_3 = (6, 8; 4, 4)$, $z_4 = (5, 5)$ e $z_5 = (3, 8; 5, 4)$ são situados ao longo da linha $\overline{z_1 z_2}$ e são combinações lineares de z_1 e z_2 , sendo definidos por: $\alpha = (0, 2; 0, 8)$, $\beta = (0, 5; 0, 5)$ e $\gamma = (0, 7; 0, 3)$.

- Tomando z_1 e z_2 , e calculando $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ usando a expressão presente na Linha 3 do Algoritmo 8, tem-se: $\lambda_1 = \frac{6-4}{(6-4)+(8-6)} = 0,25$ e $\lambda_2 = 1 - 0,25 = 0,75$;
- Tomando agora os pares $(z_1$ e $z_3)$ e $(z_3$ e $z_2)$ e calculando-se $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$, tem-se:
 $z_1 = (2, 6)$ e $z_3 = (6, 8; 4, 4)$ $\lambda_1 = \frac{6-4,4}{(6-4,4)+(6,8-2)} = 0,25$ e $\lambda_2 = 1 - 0,25 = 0,75$;
 $z_3 = (6, 8; 4, 4)$ e $z_2 = (8, 4)$ $\lambda_1 = \frac{4,4-4}{(4,4-4)+(8-6,8)} = 0,25$ e $\lambda_2 = 1 - 0,25 = 0,75$;

Os pesos obtidos são os mesmos que foram obtidos para a combinação $(z_1$ e $z_2)$.

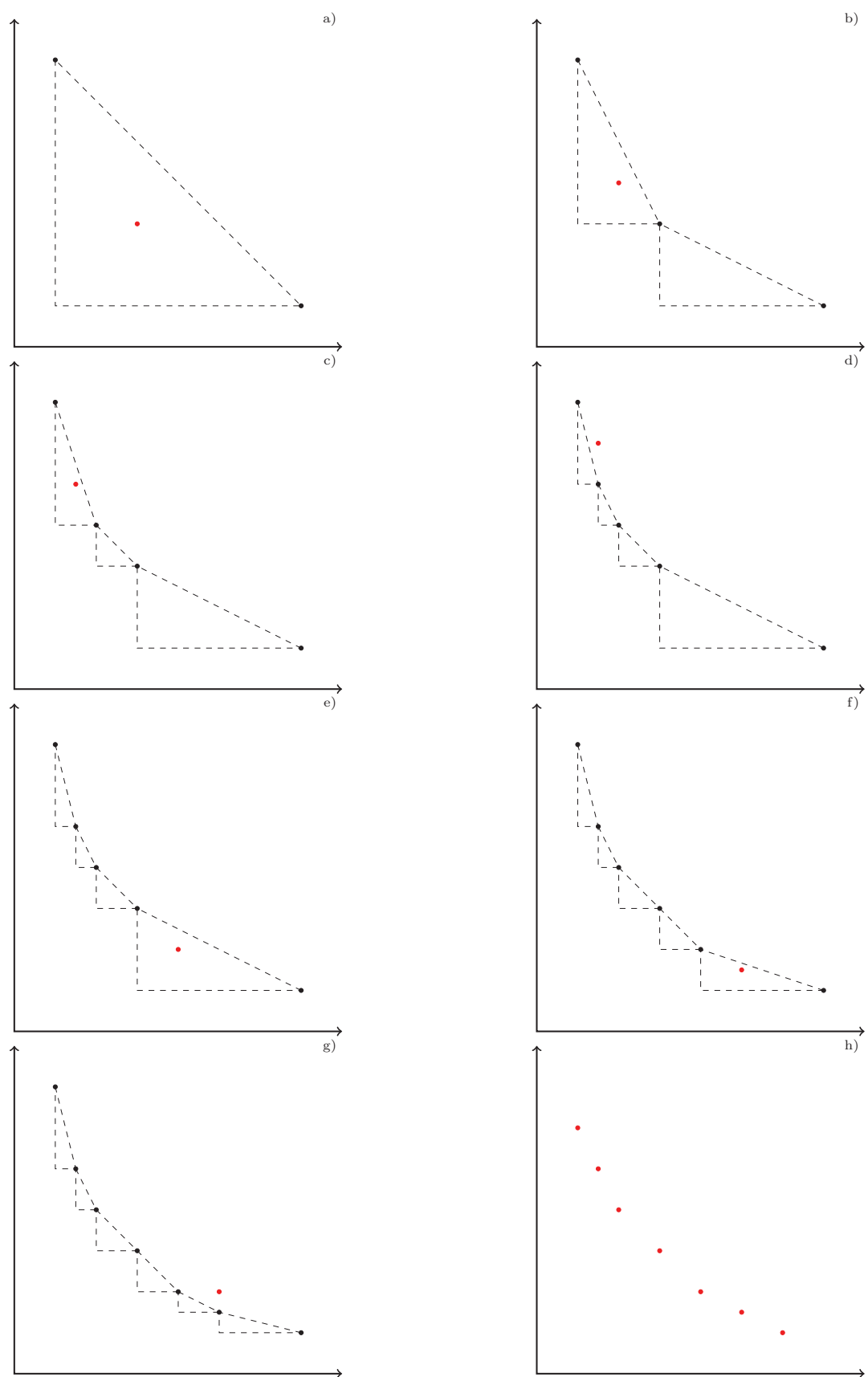


Figura 6.1: Representação Gráfica do Algoritmo 8 e do funcionamento do critério de parada

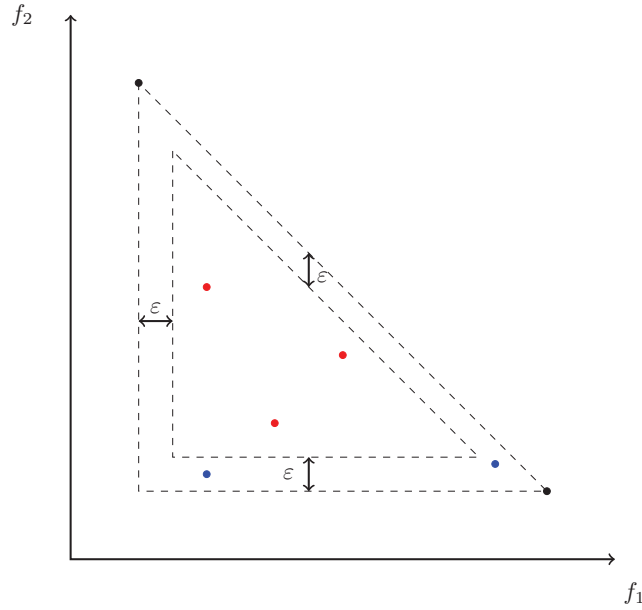


Figura 6.2: Critério de Parada corrigido

- Caso os pesos sejam calculados para os pares $(z_1 \text{ e } z_4)$ e $(z_4 \text{ e } z_2)$ ou $(z_1 \text{ e } z_5)$ e $(z_3 \text{ e } z_5)$, os valores de $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ serão os mesmos, i.e., $\lambda_1 = 0,25$ e $\lambda_2 = 0,75$.

Por esse motivo, pontos localizados na reta que liga dois pontos são desconsiderados para o início de uma nova recursão.

O algoritmo proposto por Aneja e Nair (1979) leva à obtenção de pontos suportados extremos. Isso é garantido pelo critério de parada que verifica se uma solução obtida é extrema, isto é, se ela está em um dos vértices da envoltória convexa do espaço de soluções (não pode estar contida em uma das arestas da envoltória). Observe no Algoritmo 8 que, mesmo que uma solução obtida não seja extrema, ela pode ser adicionada à lista de soluções não-dominadas, bastando apenas que ela não seja dominada pelas soluções em $\hat{S}$. Conclui-se assim, que o algoritmo também pode gerar soluções suportadas não-extremas. Entretanto, devido ao critério de parada utilizado, apenas uma solução não-extrema é gerada entre cada par de soluções extremas.

De certo modo, o critério utilizado por Lust e Teghem (2009) está acordo com o definido em Aneja e Nair (1979). Como no segundo é exigido que uma solução obtida não possa ser escrita como combinação linear de outras duas, estar localizado no interior do triângulo $\Delta z(x_r)z(x_s)$, além de garantir que a solução não vai estar na reta que liga $z(x_r)$ e $z(x_s)$, garante também que soluções não-dominadas que não foram adicionadas ao conjunto de soluções eficientes sejam exploradas. Esse último aspecto garante que as soluções a partir das quais o algoritmo vai ser iniciado sejam de boa qualidade. Lust

e Teghem (2009) afirmam que lançar o método a partir de soluções localizadas fora do triângulo reduziria a chance de se encontrar novas soluções eficientes.

O procedimento **AddSolution** é descrito no Algoritmo 9 e possui três parâmetros: o primeiro é referente ao conjunto atual de soluções eficientes, que pode ser atualizado em função do valor associado à solução candidata; o segundo é representado pelos valores de entrada p e $z(p)$, onde p é a solução candidata e $z(p)$ é o custo da solução; por fim, o parâmetro *Added* é opcional e pode ser utilizado ao longo da execução do algoritmo.

Algoritmo 9 AddSolution

```

1: Parâmetros  $\uparrow$ : Um lista  $\hat{S}_E$  das potenciais soluções eficientes
2: Parâmetros  $\downarrow$ : Uma solução  $p$  e seu custo  $z(p)$ 
3: Parâmetros  $\downarrow$ : Added (Opcional)
4: Added  $\leftarrow true$ 
5: para todo  $x \in \hat{X}_E$  faça
6:   se  $z(x) \leq z(p)$  então
7:     Added  $\leftarrow false$ 
8:     Break ▷ Deixar o laço
9:   fim se
10:  se  $z(p) \prec z(x)$  então
11:     $\hat{X}_E \leftarrow \hat{X}_E \setminus \{x\}$ 
12:  fim se
13: fim para
14: se Added = true então
15:    $\hat{X}_E \leftarrow \hat{X}_E \cup \{x\}$ 
16: fim se

```

Em **AddSolution**, o custo da solução p candidata é comparado ao custo de todas as demais soluções presentes no conjunto de soluções eficientes. Se a solução p for fracamente dominada por alguma solução x existente no conjunto das soluções eficientes, o parâmetro *Added* é setado como *false* e a execução do procedimento é finalizada. Por sua vez, caso a solução p domine alguma solução x presente no conjunto de soluções eficientes, a solução x é removida. É importante notar que mais de uma solução x pode ser removida, bastando apenas que a solução candidata p as domine. Ao final do laço, caso a solução candidata não seja dominada por nenhuma solução eficiente, ela é adicionada ao conjunto de soluções eficientes.

6.2.2 Procedimento de Resolução do PRP mono-objetivo

Os problemas mono-objetivo obtidos a partir da ponderação descrita na subseção 6.2.1 são resolvidos utilizando-se uma adaptação do método proposto por Kramer et al (2015b). A escolha por esse método se deu pois, na literatura do PRP mono-objetivo, ele foi o que apresentou os melhores resultados. Dessa forma, segue-se a sugestão de (Degoutin, 2002, Capítulo 2), que afirma que a utilização de um bom método na resolução do problemas agregados garante que uma melhor fronteira de pontos não-dominados seja obtida.

Algoritmo 10 ILS-SP-SOA($n_R, n_{ILS}, seed$)

```

1:  $S_{BEST-ALL} \leftarrow \emptyset; f(S_{BEST-ALL}) \leftarrow \infty;$  ▷ É a melhor solução encontrada
2: enquanto  $i_R < n_R$  faça
3:    $i_R \leftarrow i_R + 1$ 
4:    $S_{BEST} \leftarrow \emptyset; f(S_{BEST}) \leftarrow \infty;$  ▷  $S_{BEST}$  é a melhor solução da fase
5:    $\mathbf{v} \leftarrow \text{InitializeSpeedMatrix}(\nu_{MAX})$ 
6:    $S \leftarrow \text{SpeedOptimization}(\text{LocalSearch}(\text{GenInitSol}(seed)))$ 
7:    $\mathbf{v} \leftarrow \text{UpdateSpeedMatrix}(S)$ 
8:   enquanto  $i_{ILS} < n_{ILS}$  faça
9:      $i_{ILS} \leftarrow i_{ILS} + 1$ 
10:     $S \leftarrow \text{SpeedOptimization}(\text{LocalSearch}(\text{Perturbation}(S_{BEST}, seed)))$ 
11:     $\mathbf{v} \leftarrow \text{UpdateSpeedMatrix}(S)$ 
12:    se  $f(S) < f(S_{BEST})$  então
13:       $S_{BEST} \leftarrow S; i_{ILS} \leftarrow 0$ 
14:    fim se
15:    se  $i_{ILS} \geq n_{ILS}/2$  então
16:       $\mathbf{v} \leftarrow \text{ReinitializeSpeedMatrix}(\nu_{MAX}, S_{BEST})$ 
17:    fim se
18:  fim enquanto
19:  se  $f(S_{BEST}) < f(S_{BEST-ALL})$  então
20:     $S_{BEST-ALL} \leftarrow S_{BEST}$ 
21:  fim se
22: fim enquanto
23: return  $S_{BEST-ALL}$ 

```

O algoritmo proposto por Kramer et al (2015b) é chamado ILS-SP-SOA e combina procedimentos de busca local (ILS), com um procedimento de otimização das velocidades (SOA) e um modelo de *Set Partitioning* (SP), para a seleção das melhores rotas obtidas ao longo da execução do algoritmo. Neste trabalho, entretanto, foi feita uma simplificação

desse algoritmo a fim de que seu tempo de execução fosse reduzido.

O algoritmo ILS-SOA é *multi-start*, isto é, ele é executado n_r vezes. À cada iteração, a matriz de velocidades é re-inicializada com a velocidade máxima da instância, e assim $\nu_{ij} = \nu_{MAX}$ para cada $(i, j) \in \mathcal{A}$ (Linha 5). Na Linha 6, uma solução S é obtida e então um procedimento de busca local é realizado. Uma vez que uma solução tenha sido obtida, as velocidades nos arcos da solução são otimizadas através do SOP. Na Linha 7, as velocidades associadas aos arcos de S são então atualizadas na matriz $\mathbf{v}$ de velocidades.

Um ILS é então executado até que n_{ILS} iterações sucessivas ocorram, sem que haja melhoria da solução (Linhas 8-18). Em cada iteração, um procedimento de perturbação é empregado a fim de que o método escape de ótimos locais (Linha 10). A solução perturbada pode ser então melhorada, aplicando-se uma busca local e um algoritmo de otimização das velocidades. Caso i_{ILS} iterações ocorram, sem que alguma melhoria na solução ocorra, a matriz $\mathbf{v}$ de velocidades é re-inicializada (Linha 15).

O algoritmo de Kramer et al (2015b) utiliza estruturas eficientes (Vidal et al, 2013b) na avaliação dos movimentos durante a etapa de busca local. Tal recurso leva a uma diminuição do tempo de execução do algoritmo, o que o torna bastante competitivo. Para maiores informações acerca das estruturas de vizinhança utilizadas, do SOP ou mesmo do procedimento de avaliação eficiente dos movimentos de busca local, ver Kramer et al (2015b).

6.3 Segunda Fase: Encontrar Soluções Eficientes Não-Suportadas

A segunda fase do método tem por objetivo encontrar soluções eficientes não-suportadas entre as soluções suportadas, e assim aumentar o número de soluções no conjunto de soluções eficientes. Esse processo se dá através da utilização de um procedimento de *Pareto Local Search* (PLS) (Seção 3.4.2). Ele é apresentado no Algoritmo 11 e ao ser utilizado no trabalho de Lust e Teghem (2009), levou a resultados muito satisfatórios para o Problema do Caixeiro-Viajante.

O Algoritmo 11 leva à obtenção de Conjunto de Ótimos Locais de Pareto e foi proposto por Paquete et al (2004). Este procedimento recebe uma população inicial P_0 e retorna uma aproximação do conjunto de soluções eficientes.

O método inicia-se com uma população P , que é composta por potenciais soluções eficientes contidas na população inicial P_0 . Esse conjunto de soluções eficientes foi gerado durante a primeira fase do método e é formado por soluções suportadas aproximadas.

Durante a execução do procedimento, todos os vizinhos p' para cada uma das soluções $p \in P$ são gerados. Se uma solução p' gerada não for fracamente dominada por p , tenta-se adicioná-la ao conjunto de soluções eficientes. É importante notar que o método **AddSolution** não só adiciona novas soluções ao conjunto de soluções eficientes, como também remove soluções presentes em $\hat{X}_E$, que passam a ser dominadas. Pode-se verificar ainda que não apenas soluções suportadas podem dar origem a novas soluções. Sempre que uma solução $p' \in \mathcal{N}$ é adicionada ao conjunto de soluções eficientes, ela é também colocada em uma lista de soluções que será analisada uma vez que todas as soluções da atual população tenham sido exploradas.

Algoritmo 11 Pareto Local Search

```

1: Parâmetros  $\downarrow$ : Uma população inicial  $P_0$  e as matrizes de custo  $C_1$  e  $C_2$  do b-PRP
2: Parâmetros  $\uparrow$ : Uma aproximação  $\hat{X}_E$  do conjunto de soluções eficientes
3:  $\hat{X}_E \leftarrow P_0$   $\triangleright$  Inicialização do  $\hat{X}_E$  e de uma população  $P$  com a população inicial  $P_0$ 
4:  $P \leftarrow P_0$   $\triangleright$  Inicialização de uma população auxiliar  $P_a$ 
5:  $P_a \leftarrow \emptyset$ 
6: enquanto  $P \neq \emptyset$  faça
7:   para todo  $p \in P$  faça  $\triangleright$  Geração de todos os vizinhos  $p'$  de cada solução  $p \in P$ 
8:     para todo  $p' \in \mathcal{N}(p)$  faça
9:       se  $z(p) \not\leq z(p')$  então
10:        AddSolution( $\hat{X}_E \uparrow, p' \downarrow, z(p') \downarrow, Added \uparrow$ )
11:        se  $Added = true$  então
12:          AddSolution( $P_a \uparrow, p' \downarrow, z(p') \downarrow$ )
13:        fim se
14:      fim se
15:    fim para
16:  fim para
17:   $P \leftarrow P_a$   $\triangleright P$  é composto pelas novas potenciais soluções eficientes
18:   $P_a \leftarrow \emptyset$   $\triangleright$  Reinicialização da  $P_a$ 
19: fim enquanto

```

Embora esta fase seja simples do ponto de vista conceitual, alguns cuidados devem ser tomados quando da avaliação das novas soluções. Como descrito na Seção 5.1, o b-PRP é um problema cujas variáveis de decisão dizem respeito aos arcos que vão estar presentes na solução e às velocidades que devem ser utilizadas em cada arco. Dessa forma, a determinação de uma nova solução para o b-PRP consistirá não apenas na determinação de um novo conjunto de rotas, como também, na definição das velocidades a serem empre-

gadas em cada um dos arcos da solução (Figura 6.3). Esta segunda etapa pode resultar em um aumento considerável no tempo de execução do algoritmo e portanto deve ser bem gerenciada.

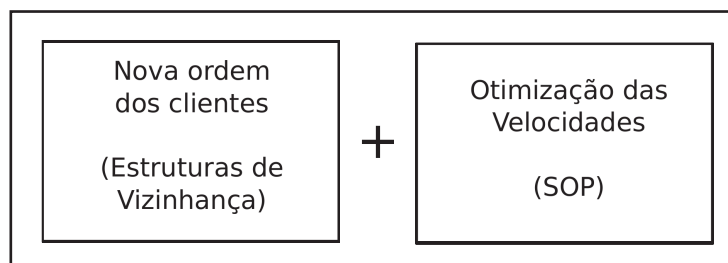


Figura 6.3: Caracterização de uma nova solução para o b-PRP durante o procedimento de PLS

No PLS, um novo conjunto de rotas pode ser determinado a partir da aplicação de alguma estrutura de vizinhança. É importante ressaltar que, a cada simples mudança da ordem dos clientes na rota dos veículos, uma nova solução é gerada (Figura 6.4). Dessa forma, não se faz necessário que toda uma estrutura de vizinhança seja utilizada para se dar origem a uma nova solução, isto é, emprega-se uma estratégia de *first improvement* ao invés de uma de *best improvement* (Hansen e Mladenović, 2006). Nesta fase, o intuito não é encontrar uma solução que domine todas as outras, mas sim uma solução que não seja dominada, que ainda não tenha sido explorada e que possa contribuir para a composição do conjunto de soluções.

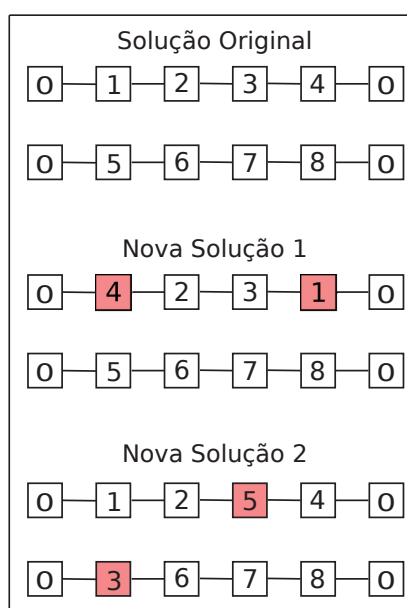


Figura 6.4: Processo de formação de uma nova solução durante o procedimento de PLS

Uma vez que uma nova ordem para os clientes tenha sido estabelecida, se faz necessário que as velocidades nos arcos da solução sejam determinadas, e isto se dá através da utilização do SOP. O processo de criação, avaliação e adição de uma nova solução ao conjunto $\hat{X}_E$ pode ser sumarizado na Figura 6.5 e recebe o nome de Avaliação Dinâmica.

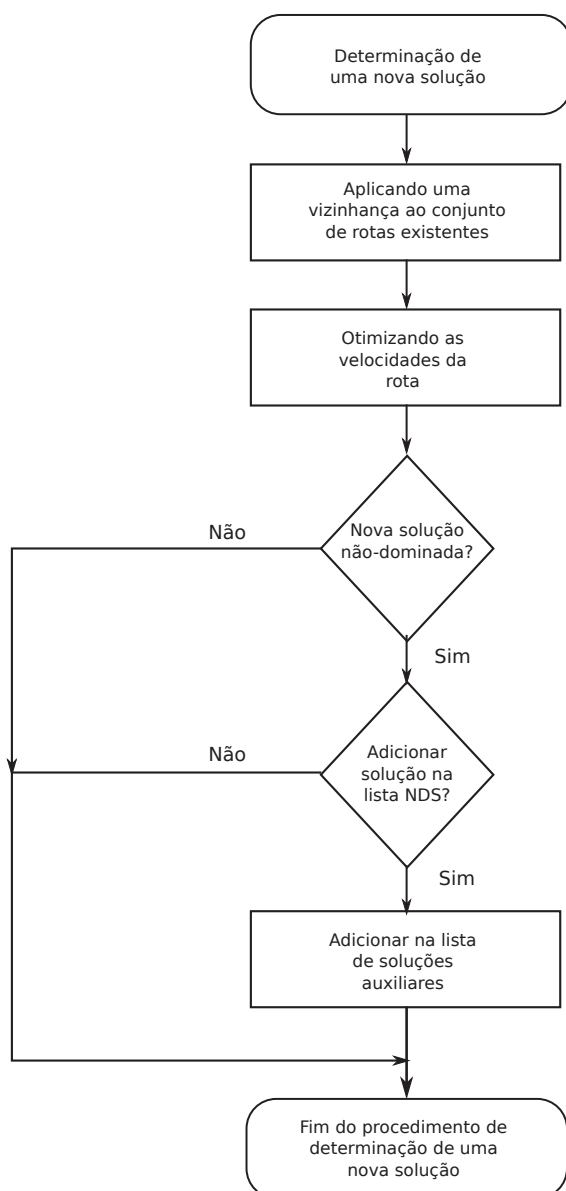


Figura 6.5: Avaliação Dinâmica

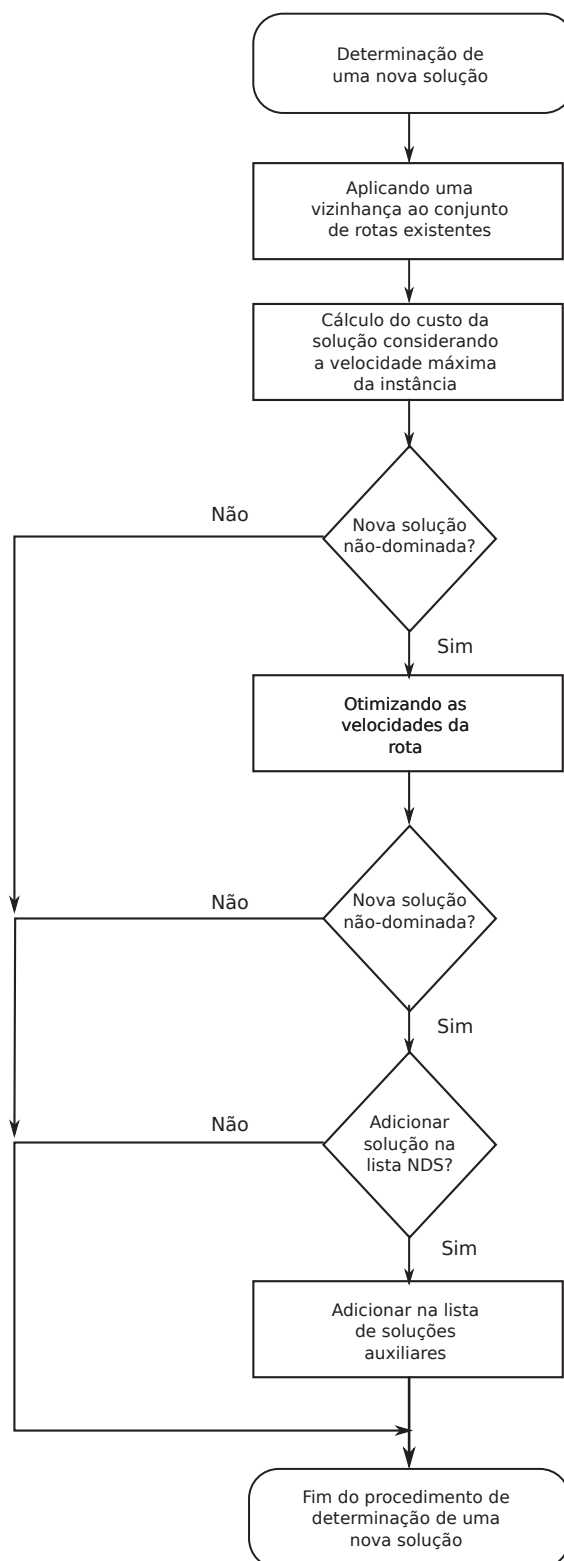


Figura 6.6: Avaliação Estática

Embora o procedimento de avaliação dinâmica represente a ordem na qual as operações devam ser executadas, a depender do tamanho da instância e do número de estruturas de vizinhança empregadas nessa fase, a utilização de um algoritmo PLS para b-PRP pode se tornar inviável no que diz respeito ao tempo computacional.

Como discutido em Hvattum et al (2013), o SOP apresenta uma complexidade $\mathcal{O}(n^2)$. Por sua vez, as estruturas de vizinhança empregadas também possuem complexidade $\mathcal{O}(n^2)$. Desse modo, empregar o SOP cada vez que alguma mudança na ordem dos clientes é feita, elevaria consideravelmente o tempo de execução.

A fim de se viabilizar a geração de novas soluções durante essa fase do método, um mecanismo de avaliação das novas soluções baseado na estimativa das velocidades em cada arco é empregado. Essa nova metodologia pode ser visualizada na Figura 6.6 e recebe o nome de Avaliação Estática. Nesse procedimento, sempre que uma nova ordem dos clientes é determinada, o valor da solução é avaliado considerando-se que todos os arcos da solução possuem a velocidade máxima da instância. Caso a solução obtida seja um Ótimo Local de Pareto, o SOA é empregado e os valores das velocidades nos arcos são determinados. Apesar da simplicidade da abordagem, essa estratégia reduz consideravelmente o número de chamadas do SOA, tornando o procedimento de busca local mais barato computacional.

Uma ressalva que pode ser feita quanto ao uso da Avaliação Dinâmica ou Estática é que, mesmo que o custo computacional elevado, o esquema dinâmico pode ser empregado quando instâncias de pequeno porte são resolvidas. Para esses casos, a utilização de uma abordagem dinâmica pode ser inclusive desejável devido ao espaço de soluções reduzido.

6.4 Calibragem do Método

Uma vez que o método proposto tenha sido apresentado, se faz necessário que os parâmetros utilizados nos testes sejam definidos. O tempo e o desempenho do método dependem de 3 fatores:

1. Distância entre as soluções na primeira fase do método;
2. Número de vizinhanças utilizadas no método sequencial utilizado na resolução dos problemas agregados;
3. Número de vizinhas utilizadas na segunda fase do método.

A distância entre as soluções na primeira fase do método, que é determinada pelo valor de ϵ no CP do esquema dicotômico, influencia no número de soluções que podem ser

geradas. Duas configurações foram testadas, uma que considerou $\epsilon = 2,5\% \|z(x_r), z(x_s)\|$ e outra que utilizou $\epsilon = 5,0\% \|z(x_r), z(x_s)\|$. Quanto menor a distância permitida entre as soluções, mais soluções podem ser geradas, e dessa forma maior a qualidade da fronteira formada. O valor ϵ é medido em função da distância entre as duas primeiras soluções obtidas pelo método.

O número de vizinhanças utilizadas no método sequencial, por sua vez, está relacionado à qualidade do método. Quanto maior o número de vizinhanças utilizadas, maior a exploração do espaço de soluções e dessa forma, melhor será a solução. Por outro lado, quanto menor o número de vizinhanças, mais rápido o algoritmo. Deseja-se então analisar se a perda de qualidade devido a falta de performance do método sequencial pode ser compensada pelo PLS, que possui um tempo de execução menor do que a primeira fase do 2PPLS.

Originalmente, no método de Kramer et al (2015b) foram utilizadas cinco estruturas de vizinhança inter-rota: `Shift(1,0)`, `Shift(2,0)`, `Swap(1,1)`, `Swap(2,2)`, `Crossover` e cinco estruturas intra-rotas: `Reinsertion`, `Or-opt2`, `Or-opt3`, `Exchange` e `2-opt`. Visando uma redução no tempo de execução, buscou-se reduzir o número de vizinhanças utilizadas. Contudo, desejava-se diminuir o tempo, mas sem diminuir drasticamente a qualidade do algoritmo. Foram realizados então experimentos com intuito de se avaliar a capacidade de melhoria de cada estrutura de vizinhança.

O Algoritmo ILS-RVND foi executado 10 vezes para cada instância e o número de melhorias realizadas por cada vizinhança foi computado. Os resultados dos testes são apresentados na Tabela 6.1 e mostraram que tanto para as vizinhanças inter-rota quanto para as intra-rota, 3 vizinhanças foram responsáveis por aproximadamente 80% das melhorias realizadas. De posse dessas informações, estabeleceu-se uma variação do método proposto onde apenas as 3 melhores estruturas de vizinhança inter e intra rota foram consideradas. Essa nova configuração foi nomeada `Mov_Reduzidos`, enquanto que a versão completa foi chamada `Mov_Completos`. A versão `Mov_Reduzidos` contou com `Shift(1,0)`, `Crossover` e `Swap(1,1)`, como vizinhanças inter-rota, e `Or-Opt1`, `2-Opt` e `Troca`, como intra-rota.

Por fim, o terceiro fator ajustado para a execução do método foi o número de estruturas de vizinhanças utilizadas na fase de PLS do método. Quanto maior o número de movimentos testados, mais soluções eficientes podem ser geradas. Como essa fase pode ser mais rápida do que a primeira, buscando um balanço entre bom desempenho $\times$ tempo

Tabela 6.1: Número de melhorias média conseguido por cada vizinhança

Instância	Inter-Rota					Intra-Rota				
	Shift(1,0)	Crossover	Shift(1,1)	Shift(2,0)	Swap(2,2)	Re-insertion	2-Opt	Exchange	Or-Opt2	Or-Opt3
UK100_01	36%	29%	19%	9%	7%	38%	29%	20%	8%	5%
UK100_02	36%	27%	20%	9%	7%	38%	33%	17%	8%	4%
UK100_03	37%	28%	22%	6%	7%	39%	28%	19%	9%	5%
UK100_04	36%	27%	20%	8%	9%	39%	26%	21%	9%	5%
UK100_05	35%	29%	20%	8%	8%	39%	25%	21%	9%	5%
UK100_06	36%	28%	20%	8%	8%	37%	30%	19%	9%	5%
UK100_07	38%	28%	19%	8%	6%	40%	29%	17%	9%	5%
UK100_08	37%	27%	18%	10%	8%	38%	28%	19%	9%	5%
UK100_09	37%	27%	18%	10%	8%	41%	23%	19%	10%	6%
UK100_10	37%	27%	20%	8%	7%	39%	31%	17%	8%	4%
UK100_11	37%	30%	18%	9%	6%	39%	27%	20%	9%	5%
UK100_12	37%	27%	20%	8%	9%	43%	25%	18%	8%	5%
UK100_13	38%	27%	21%	6%	8%	37%	32%	18%	8%	5%
UK100_14	37%	28%	20%	7%	7%	35%	32%	20%	8%	5%
UK100_15	35%	29%	21%	7%	8%	37%	31%	19%	8%	5%
UK100_16	38%	27%	19%	7%	8%	40%	25%	20%	9%	6%
UK100_17	37%	28%	20%	7%	8%	36%	30%	20%	9%	6%
UK100_18	35%	28%	20%	9%	7%	38%	26%	20%	10%	6%
UK100_19	37%	27%	20%	7%	8%	41%	25%	20%	8%	6%
UK100_20	36%	29%	21%	7%	8%	37%	28%	20%	10%	6%

de execução, poderia ser interessante investir nela. Duas configurações foram definidas: a primeira com 2 vizinhanças, sendo uma inter-rota e outra intra-rota (**Shift(1,0)** e **Re-insertion**), e a segunda com 2 vizinhanças, sendo 2 inter-rota e 2 intra-rota (**Shift(1,0)**, **Crossover**, **Re-insertion** e **2-Opt**).

A vista das possibilidades existentes, 8 configurações para o 2PPLS foram testadas. Elas são apresentadas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2: Configurações Testadas para o 2PPLS

Distância entre duas soluções na 1ª Fase	Vizinhanças utilizadas no método sequencial	Número de vizinhas na 2ª Fase
$\epsilon = 2,5\% \ z(x_r), z(x_s) $	Mov_Completos	2
$\epsilon = 2,5\% \ z(x_r), z(x_s) $	Mov_Reduzidos	2
$\epsilon = 5,0\% \ z(x_r), z(x_s) $	Mov_Completos	2
$\epsilon = 5,0\% \ z(x_r), z(x_s) $	Mov_Reduzidos	2
$\epsilon = 2,5\% \ z(x_r), z(x_s) $	Mov_Completos	4
$\epsilon = 2,5\% \ z(x_r), z(x_s) $	Mov_Reduzidos	4
$\epsilon = 5,0\% \ z(x_r), z(x_s) $	Mov_Completos	4
$\epsilon = 5,0\% \ z(x_r), z(x_s) $	Mov_Reduzidos	4

Cada configuração foi executada 10 vezes para cada instância e os desempenhos foram comparados segundo o número de soluções obtidas (**# Sol.**), os valores de $\mathcal{H}$ e $\mathcal{R}$, e o tempo de execução **Time (s)**. Os resultados foram comparados através do teste estatístico Não-Paramétrico de Mann-Whitney.

Tabela 6.3: $\epsilon = 2,5\%$ $||z(x_r), z(x_s)|| + \text{PLS}$ (2 Vizinhanças)

Instância	Mov_Completos				Mov_Reduzidos				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	74,4	54594,21	0,88725	365,25	74,4	53833,47	0,88488	273,58	>	=
UK100_02	81,1	49845,20	0,89130	294,97	78,1	49220,77	0,89329	257,02	>	=
UK100_03	58,3	40529,06	0,88868	330,59	59,0	40198,89	0,88772	253,92	>	=
UK100_04	78,7	53097,68	0,89171	325,93	73,4	51991,48	0,89697	324,25	>	<
UK100_05	68,5	40213,06	0,88718	448,89	69,3	38885,80	0,88712	231,01	>	=
UK100_06	79,1	51153,68	0,88531	290,24	77,5	50649,19	0,88222	614,29	>	=
UK100_07	61,2	41933,32	0,88667	365,24	62,6	41356,08	0,88304	291,15	>	=
UK100_08	65,2	42990,36	0,88751	236,76	66,4	42487,08	0,88213	278,44	=	=
UK100_09	75,9	46294,29	0,88820	249,16	73,0	45899,94	0,88982	224,88	=	=
UK100_10	71,3	43769,63	0,88446	245,71	65,0	42936,68	0,88633	220,37	>	=
UK100_11	83,5	60393,46	0,88595	444,16	79,9	58988,53	0,88757	242,64	>	=
UK100_12	62,6	41259,53	0,88539	487,82	60,7	39881,74	0,88292	554,12	>	=
UK100_13	66,0	49156,08	0,89146	388,81	63,7	48216,51	0,88809	152,53	>	=
UK100_14	83,4	505 60,25	0,88622	289,24	78,6	49598,42	0,88630	309,30	>	=
UK100_15	80,1	65494,45	0,89195	381,90	77,6	64618,30	0,88712	238,19	>	=
UK100_16	74,5	40856,90	0,88652	264,71	73,1	40291,07	0,88790	451,94	>	=
UK100_17	79,2	60569,95	0,88587	341,98	79,0	59765,76	0,88814	221,15	>	=
UK100_18	65,4	44530,57	0,89348	444,60	61,7	43764,82	0,89191	213,87	>	=
UK100_19	67,1	45777,19	0,89231	300,12	63,6	44803,67	0,89546	153,37	>	=
UK100_20	66,8	56702,06	0,89072	324,11	65,1	56084,69	0,88817	185,39	>	=

Tabela 6.4: $\epsilon = 5,0\%$ $||z(x_r), z(x_s)|| + \text{PLS}$ (2 Vizinhanças)

Instância	Mov_Completos				Mov_Reduzidos				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	74,9	54231,65	0,88596	132,54	71,5	53066,44	0,88822	96,48	>	=
UK100_02	85,9	49408,63	0,89091	119,98	80,5	49001,78	0,88823	85,30	>	=
UK100_03	64,0	40240,58	0,88856	116,08	60,2	39920,85	0,88862	90,62	>	=
UK100_04	76,5	52495,22	0,89240	128,54	77,9	51675,18	0,89588	104,65	>	=
UK100_05	66,3	39828,74	0,88988	144,63	66,9	38691,56	0,89159	84,21	>	=
UK100_06	80,1	50969,12	0,88913	134,03	78,5	49891,09	0,88737	79,31	>	=
UK100_07	61,8	41734,77	0,88473	108,00	70,7	40986,17	0,88678	73,85	>	=
UK100_08	68,3	42962,27	0,88101	109,94	65,7	42219,70	0,88313	70,23	>	=
UK100_09	73,3	46231,59	0,89094	134,43	71,6	45430,56	0,88982	84,96	>	=
UK100_10	70,0	43752,84	0,88571	132,94	68,9	42601,01	0,88835	78,81	>	=
UK100_11	77,6	59947,22	0,88700	130,53	81,0	58553,80	0,88463	80,57	>	=
UK100_12	60,9	40705,96	0,88473	120,83	57,2	39220,12	0,89171	74,92	>	<
UK100_13	66,8	48858,78	0,88955	128,27	69,2	47983,68	0,88683	81,77	>	=
UK100_14	79,7	50189,26	0,88667	123,53	78,3	49128,01	0,88848	86,17	>	=
UK100_15	87,6	65082,63	0,89165	145,25	78,2	64332,86	0,88893	106,21	>	=
UK100_16	73,3	40418,80	0,88806	109,88	71,5	39735,01	0,88963	78,81	>	=
UK100_17	85,6	60286,73	0,88811	157,03	83,7	59429,03	0,89140	99,85	>	=
UK100_18	62,7	44250,87	0,89194	143,15	65,0	43499,03	0,89175	93,60	>	=
UK100_19	69,9	45293,91	0,89537	120,91	65,6	44377,26	0,89654	80,00	>	=
UK100_20	69,2	56477,44	0,88974	139,30	72,8	55606,52	0,88930	92,55	>	=

Tabela 6.5: Mov_Completos + 2 Vizinhanças na 2ª Fase

Instância	$\epsilon = 2, 5\% z(x_r), z(x_s) $				$\epsilon = 5, 0\% z(x_r), z(x_s) $				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	74,4	54594,21	0,88725	365,25	74,9	54231,65	0,88596	132,54	=	=
UK100_02	81,1	49845,20	0,89130	294,97	85,9	49408,63	0,89091	119,98	>	=
UK100_03	58,3	40529,06	0,88868	330,59	64,0	40240,58	0,88856	116,08	>	=
UK100_04	78,7	53097,68	0,89171	325,93	76,5	52495,22	0,89240	128,54	>	=
UK100_05	68,5	40213,06	0,88718	448,89	66,3	39828,74	0,88988	144,63	=	=
UK100_06	79,1	51153,68	0,88531	290,24	80,1	50969,12	0,88913	134,03	=	=
UK100_07	61,2	41933,32	0,88667	365,24	61,8	41734,77	0,88473	108,00	=	=
UK100_08	65,2	42990,36	0,88751	236,76	68,3	42962,27	0,88101	109,94	=	>
UK100_09	75,9	46294,29	0,88820	249,16	73,3	46231,59	0,89094	134,43	=	=
UK100_10	71,3	43769,63	0,88446	245,71	70,0	43752,84	0,88571	132,94	=	=
UK100_11	83,5	60393,46	0,88595	444,16	77,6	59947,22	0,88700	130,53	=	=
UK100_12	62,6	41259,53	0,88539	487,82	60,9	40705,96	0,88473	120,83	>	=
UK100_13	66,0	49156,08	0,89146	388,81	66,8	48858,78	0,88955	128,27	>	=
UK100_14	83,4	50560,25	0,88622	289,24	79,7	50189,26	0,88667	123,53	>	=
UK100_15	80,1	65494,45	0,89195	381,90	87,6	65082,63	0,89165	145,25	=	=
UK100_16	74,5	40856,90	0,88652	264,71	73,3	40418,80	0,88806	109,88	>	=
UK100_17	79,2	60569,95	0,88587	341,98	85,6	60286,73	0,88811	157,03	>	=
UK100_18	65,4	44530,57	0,89348	444,60	62,7	44250,87	0,89194	143,15	=	=
UK100_19	67,1	45777,19	0,89231	300,12	69,9	45293,91	0,89537	120,91	>	=
UK100_20	66,8	56702,06	0,89072	324,11	69,2	56477,44	0,88974	139,30	=	=

Tabela 6.6: Mov_Reduzidos + 2 Vizinhanças na 2ª Fase

Instância	$\epsilon = 2, 5\% z(x_r), z(x_s) $				$\epsilon = 5, 0\% z(x_r), z(x_s) $				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	74,4	53833,47	0,88488	273,58	71,5	53066,44	0,88822	96,48	>	=
UK100_02	78,1	49220,77	0,89329	257,02	80,5	49001,78	0,88823	85,30	=	=
UK100_03	59,0	40198,89	0,88772	253,92	60,2	39920,85	0,88862	90,62	=	=
UK100_04	73,4	51991,48	0,89697	324,25	77,9	51675,18	0,89588	104,65	=	=
UK100_05	69,3	38885,80	0,88712	231,01	66,9	38691,56	0,89159	84,21	=	=
UK100_06	77,5	50649,19	0,88222	614,29	78,5	49891,09	0,88737	79,31	>	=
UK100_07	62,6	41356,08	0,88304	291,15	70,7	40986,17	0,88678	73,85	>	=
UK100_08	66,4	42487,08	0,88213	278,44	65,7	42219,70	0,88313	70,23	=	=
UK100_09	73,0	45899,94	0,88982	224,88	71,6	45430,56	0,88982	84,96	=	=
UK100_10	65,0	42936,68	0,88633	220,37	68,9	42601,01	0,88835	78,81	=	=
UK100_11	79,9	58988,53	0,88757	242,64	81,0	58553,80	0,88463	80,57	=	=
UK100_12	60,7	39881,74	0,88292	554,12	57,2	39220,12	0,89171	74,92	>	=
UK100_13	63,7	48216,51	0,88809	152,53	69,2	47983,68	0,88683	81,77	=	=
UK100_14	78,6	49598,42	0,88630	309,30	78,3	49128,01	0,88848	86,17	>	=
UK100_15	77,6	64618,30	0,88712	238,19	78,2	64332,86	0,88893	106,21	=	=
UK100_16	73,1	40291,07	0,88790	451,94	71,5	39735,01	0,88963	78,81	=	=
UK100_17	79,0	59765,76	0,88814	221,15	83,7	59429,03	0,89140	99,85	=	=
UK100_18	61,7	43764,82	0,89191	213,87	65,0	43499,03	0,89175	93,60	=	=
UK100_19	63,6	44803,67	0,89546	153,37	65,6	44377,26	0,89654	80,00	>	=
UK100_20	65,1	56084,69	0,88817	185,39	72,8	55606,52	0,88930	92,55	>	=

Tabela 6.7: $\epsilon = 2,5\% ||z(x_r), z(x_s)|| + \text{PLS (4 Vizinhanças)}$

Instância	Mov_Completos				Mov_Reduzidos				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	82,1	54610,04	0,88738	324,46	79,0	53687,83	0,89011	212,20	> =	
UK100_02	91,1	50011,19	0,89248	299,04	90,8	49430,97	0,88934	163,00	> =	
UK100_03	75,2	40610,31	0,89039	434,73	77,9	40254,97	0,89035	167,20	> =	
UK100_04	91,3	53067,68	0,89434	297,80	90,6	52231,43	0,89094	158,73	> =	
UK100_05	74,7	40295,00	0,89097	945,76	76,2	38989,98	0,88621	158,34	> =	
UK100_06	84,6	51217,87	0,88672	354,74	80,7	50438,34	0,88939	150,39	> =	
UK100_07	69,8	42013,33	0,88747	324,83	78,1	41516,90	0,88797	128,86	> =	
UK100_08	75,2	43201,42	0,88952	252,69	81,4	42468,67	0,88600	3503,70	> =	
UK100_09	85,6	46579,45	0,88627	282,92	83,5	45999,11	0,88696	159,86	> =	
UK100_10	76,0	44040,01	0,88642	388,50	71,0	42817,09	0,88648	149,67	> =	
UK100_11	94,2	60759,47	0,88933	1059,70	92,5	59418,86	0,88872	640,36	> =	
UK100_12	71,0	41459,98	0,89288	720,35	71,7	40163,01	0,88182	254,20	> >	
UK100_13	72,4	49006,28	0,89053	261,67	76,3	48535,47	0,88725	212,23	= =	
UK100_14	90,6	50625,80	0,88902	500,71	82,9	49571,47	0,88933	668,61	> =	
UK100_15	96,4	65564,51	0,89411	342,43	95,6	65006,65	0,89121	175,96	> =	
UK100_16	82,5	40953,84	0,88769	339,39	77,9	40069,23	0,88641	120,84	> =	
UK100_17	91,6	60666,63	0,89114	341,43	89,1	59960,16	0,89382	221,65	> =	
UK100_18	76,3	44651,53	0,89480	585,42	75,9	43849,64	0,89101	205,36	> =	
UK100_19	83,9	45846,78	0,89162	322,97	81,0	44801,68	0,89762	161,32	> <	
UK100_20	81,7	56922,17	0,89178	341,83	85,1	56365,78	0,88983	240,60	> =	

Tabela 6.8: $\epsilon = 5,0\% ||z(x_r), z(x_s)|| + \text{PLS (4 Vizinhanças)}$

Instância	Mov_Completos				Mov_Reduzidos				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	87,6	54414,32	0,88685	226,59	82,8	53270,84	0,88717	152,48	> =	
UK100_02	94,7	49673,12	0,89094	193,86	93,4	49037,29	0,89066	151,22	> =	
UK100_03	79,2	40390,48	0,88964	208,46	81,1	39858,40	0,89045	137,38	> =	
UK100_04	90,4	52787,86	0,89456	222,95	89,8	52053,18	0,89143	174,99	> =	
UK100_05	83,2	39897,78	0,88944	217,47	78,3	38923,84	0,88952	166,14	> =	
UK100_06	88,5	51216,17	0,88759	213,94	85,0	50162,62	0,88805	139,24	> =	
UK100_07	73,5	41638,30	0,88697	185,84	79,9	41159,68	0,88596	147,20	> =	
UK100_08	75,5	42974,44	0,88377	173,16	72,3	42227,19	0,88855	115,06	> =	
UK100_09	87,3	46237,46	0,88887	222,77	86,5	45710,25	0,89292	159,61	> =	
UK100_10	82,1	43865,31	0,88417	192,40	76,0	43109,68	0,88806	140,24	> =	
UK100_11	92,9	60011,79	0,88959	202,57	92,8	58336,98	0,89534	152,48	> =	
UK100_12	71,8	40661,16	0,88984	191,47	70,5	39728,31	0,88837	139,61	> =	
UK100_13	79,7	48891,32	0,88931	193,54	81,8	48231,56	0,88644	131,06	> =	
UK100_14	88,8	50275,94	0,88753	206,95	89,0	49356,52	0,88328	150,09	> >	
UK100_15	101,6	65482,62	0,89230	235,81	100,0	64559,33	0,89177	172,05	> =	
UK100_16	82,2	40519,42	0,89185	181,28	79,8	39760,26	0,89072	140,00	> =	
UK100_17	88,9	60265,74	0,89024	239,91	89,5	59548,00	0,89108	166,98	> =	
UK100_18	78,5	44377,73	0,89353	227,36	82,1	43479,88	0,89202	144,79	> =	
UK100_19	83,4	45585,95	0,89207	198,11	80,4	44702,20	0,89171	152,77	> =	
UK100_20	86,0	56472,95	0,89060	204,86	85,2	55903,23	0,89021	168,77	> =	

Tabela 6.9: Mov_Completos + 4 Vizinhanças na 2ª Fase

Instância	$\epsilon = 2,5\% z(x_r), z(x_s) $				$\epsilon = 5,0\% z(x_r), z(x_s) $				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	82,1	54610,04	0,88738	324,46	87,6	54414,32	0,88685	226,59	=	=
UK100_02	91,1	50011,19	0,89248	299,04	94,7	49673,12	0,89094	193,86	>	=
UK100_03	75,2	40610,31	0,89039	434,73	79,2	40390,48	0,88964	208,46	=	=
UK100_04	91,3	53067,68	0,89434	297,80	90,4	52787,86	0,89456	222,95	=	=
UK100_05	74,7	40295,00	0,89097	945,76	83,2	39897,78	0,88944	217,47	>	=
UK100_06	84,6	51217,87	0,88672	354,74	88,5	51216,17	0,88759	213,94	=	=
UK100_07	69,8	42013,33	0,88747	324,83	73,5	41638,30	0,88697	185,84	>	=
UK100_08	75,2	43201,42	0,88952	252,69	75,5	42974,44	0,88377	173,16	=	=
UK100_09	85,6	46579,45	0,88627	282,92	87,3	46237,46	0,88887	222,77	>	=
UK100_10	76,0	44040,01	0,88642	388,50	82,1	43865,31	0,88417	192,40	=	=
UK100_11	94,2	60759,47	0,88933	1059,70	92,9	60011,79	0,88959	202,57	=	=
UK100_12	71,0	41459,98	0,89288	720,35	71,8	40661,16	0,88984	191,47	>	=
UK100_13	72,4	49006,28	0,89053	261,67	79,7	48891,32	0,88931	193,54	=	=
UK100_14	90,6	50625,80	0,88902	500,71	88,8	50275,94	0,88753	206,95	>	=
UK100_15	96,4	65564,51	0,89411	342,43	101,6	65482,62	0,89230	235,81	=	=
UK100_16	82,5	40953,84	0,88769	339,39	82,2	40519,42	0,89185	181,28	>	=
UK100_17	91,6	60666,63	0,89114	341,43	88,9	60265,74	0,89024	239,91	>	=
UK100_18	76,3	44651,53	0,89480	585,42	78,5	44377,73	0,89353	227,36	=	=
UK100_19	83,9	45846,78	0,89162	322,97	83,4	45585,95	0,89207	198,11	=	=
UK100_20	81,7	56922,17	0,89178	341,83	86,0	56472,95	0,89060	204,86	>	=

Tabela 6.10: Mov_Reduzidos + 4 Vizinhanças na 2ª Fase

Instância	$\epsilon = 2,5\% z(x_r), z(x_s) $				$\epsilon = 5,0\% z(x_r), z(x_s) $				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	79,0	53687,83	0,89011	212,20	82,8	53270,84	0,88717	152,48	>	=
UK100_02	90,8	49430,97	0,88934	163,00	93,4	49037,29	0,89066	151,22	=	=
UK100_03	77,9	40254,97	0,89035	167,20	81,1	39858,40	0,89045	137,38	>	=
UK100_04	90,6	52231,43	0,89094	158,73	89,8	52053,18	0,89143	174,99	=	=
UK100_05	76,2	38989,98	0,88621	158,34	78,3	38923,84	0,88952	166,14	=	=
UK100_06	80,7	50438,34	0,88939	150,39	85,0	50162,62	0,88805	139,24	=	=
UK100_07	78,1	41516,90	0,88797	128,86	79,9	41159,68	0,88596	147,20	=	=
UK100_08	81,4	42468,67	0,88600	3503,70	72,3	42227,19	0,88855	115,06	=	=
UK100_09	83,5	45999,11	0,88696	159,86	86,5	45710,25	0,89292	159,61	=	=
UK100_10	71,0	42817,09	0,88648	149,67	76,0	43109,68	0,88806	140,24	=	=
UK100_11	92,5	59418,86	0,88872	640,36	92,8	58336,98	0,89534	152,48	>	<
UK100_12	71,7	40163,01	0,88182	254,20	70,5	39728,31	0,88837	139,61	=	=
UK100_13	76,3	48535,47	0,88725	212,23	81,8	48231,56	0,88644	131,06	=	=
UK100_14	82,9	49571,47	0,88933	668,61	89,0	49356,52	0,88328	150,09	=	>
UK100_15	95,6	65006,65	0,89121	175,96	100,0	64559,33	0,89177	172,05	=	=
UK100_16	77,9	40069,23	0,88641	120,84	79,8	39760,26	0,89072	140,00	=	=
UK100_17	89,1	59960,16	0,89382	221,65	89,5	59548,00	0,89108	166,98	=	=
UK100_18	75,9	43849,64	0,89101	205,36	82,1	43479,88	0,89202	144,79	>	=
UK100_19	81,0	44801,68	0,89762	161,32	80,4	44702,20	0,89171	152,77	=	=
UK100_20	85,1	56365,78	0,88983	240,60	85,2	55903,23	0,89021	168,77	>	=

Tabela 6.11: $\epsilon = 2, 5\%$ $||z(x_r), z(x_s)||$ com Mov_Completos

Instância	2 Vizinhanças				4 Vizinhanças				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	74,4	54594,21	0,88725	365,25	82,1	54610,04	0,88738	324,46	=	=
UK100_02	81,1	49845,20	0,89130	294,97	91,1	50011,19	0,89248	299,04	=	=
UK100_03	58,3	40529,06	0,88868	330,59	75,2	40610,31	0,89039	434,73	=	=
UK100_04	78,7	53097,68	0,89171	325,93	91,3	53067,68	0,89434	297,80	=	=
UK100_05	68,5	40213,06	0,88718	448,89	74,7	40295,00	0,89097	945,76	=	=
UK100_06	79,1	51153,68	0,88531	290,24	84,6	51217,87	0,88672	354,74	=	=
UK100_07	61,2	41933,32	0,88667	365,24	69,8	42013,33	0,88747	324,83	=	=
UK100_08	65,2	42990,36	0,88751	236,76	75,2	43201,42	0,88952	252,69	=	=
UK100_09	75,9	46294,29	0,88820	249,16	85,6	46579,45	0,88627	282,92	=	=
UK100_10	71,3	43769,63	0,88446	245,71	76,0	44040,01	0,88642	388,50	=	=
UK100_11	83,5	60393,46	0,88595	444,16	94,2	60759,47	0,88933	1059,70	=	=
UK100_12	62,6	41259,53	0,88539	487,82	71,0	41459,98	0,89288	720,35	=	<
UK100_13	66,0	49156,08	0,89146	388,81	72,4	49006,28	0,89053	261,67	=	=
UK100_14	83,4	50560,25	0,88622	289,24	90,6	50625,80	0,88902	500,71	=	=
UK100_15	80,1	65494,45	0,89195	381,90	96,4	65564,51	0,89411	342,43	=	=
UK100_16	74,5	40856,90	0,88652	264,71	82,5	40953,84	0,88769	339,39	=	=
UK100_17	79,2	60569,95	0,88587	341,98	91,6	60666,63	0,89114	341,43	=	=
UK100_18	65,4	44530,57	0,89348	444,60	76,3	44651,53	0,89480	585,42	=	=
UK100_19	67,1	45777,19	0,89231	300,12	83,9	45846,78	0,89162	322,97	=	=
UK100_20	66,8	56702,06	0,89072	324,11	81,7	56922,17	0,89178	341,83	=	=

Tabela 6.12: $\epsilon = 2, 5\%$ $||z(x_r), z(x_s)||$ com Mov_Reduzidos

Instância	2 Vizinhanças				4 Vizinhanças				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	74,4	54594,21	0,88725	365,25	82,1	54610,04	0,88738	324,46	=	=
UK100_02	81,1	49845,20	0,89130	294,97	91,1	50011,19	0,89248	299,04	=	=
UK100_03	58,3	40529,06	0,88868	330,59	75,2	40610,31	0,89039	434,73	=	=
UK100_04	78,7	53097,68	0,89171	325,93	91,3	53067,68	0,89434	297,80	=	=
UK100_05	68,5	40213,06	0,88718	448,89	74,7	40295,00	0,89097	945,76	=	=
UK100_06	79,1	51153,68	0,88531	290,24	84,6	51217,87	0,88672	354,74	=	=
UK100_07	61,2	41933,32	0,88667	365,24	69,8	42013,33	0,88747	324,83	=	=
UK100_08	65,2	42990,36	0,88751	236,76	75,2	43201,42	0,88952	252,69	=	=
UK100_09	75,9	46294,29	0,88820	249,16	85,6	46579,45	0,88627	282,92	=	=
UK100_10	71,3	43769,63	0,88446	245,71	76,0	44040,01	0,88642	388,50	=	=
UK100_11	83,5	60393,46	0,88595	444,16	94,2	60759,47	0,88933	1059,70	=	=
UK100_12	62,6	41259,53	0,88539	487,82	71,0	41459,98	0,89288	720,35	=	<
UK100_13	66,0	49156,08	0,89146	388,81	72,4	49006,28	0,89053	261,67	=	=
UK100_14	83,4	50560,25	0,88622	289,24	90,6	50625,80	0,88902	500,71	=	=
UK100_15	80,1	65494,45	0,89195	381,90	96,4	65564,51	0,89411	342,43	=	=
UK100_16	74,5	40856,90	0,88652	264,71	82,5	40953,84	0,88769	339,39	=	=
UK100_17	79,2	60569,95	0,88587	341,98	91,6	60666,63	0,89114	341,43	=	=
UK100_18	65,4	44530,57	0,89348	444,60	76,3	44651,53	0,89480	585,42	=	=
UK100_19	67,1	45777,19	0,89231	300,12	83,9	45846,78	0,89162	322,97	=	=
UK100_20	66,8	56702,06	0,89072	324,11	81,7	56922,17	0,89178	341,83	=	=

Tabela 6.13: $\epsilon = 5, 0\%$ $||z(x_r), z(x_s)||$ com Mov_Completos

Instância	2 Vizinhanças				4 Vizinhanças				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	74,9	54231,65	0,88596	132,54	87,6	54414,32	0,88685	226,59	=	=
UK100_02	85,9	49408,63	0,89091	119,98	94,7	49673,12	0,89094	193,86	=	=
UK100_03	64,0	40240,58	0,88856	116,08	79,2	40390,48	0,88964	208,46	=	=
UK100_04	76,5	52495,22	0,89240	128,54	90,4	52787,86	0,89456	222,95	=	=
UK100_05	66,3	39828,74	0,88988	144,63	83,2	39897,78	0,88944	217,47	=	=
UK100_06	80,1	50969,12	0,88913	134,03	88,5	51216,17	0,88759	213,94	=	=
UK100_07	61,8	41734,77	0,88473	108,00	73,5	41638,30	0,88697	185,84	=	=
UK100_08	68,3	42962,27	0,88101	109,94	75,5	42974,44	0,88377	173,16	=	=
UK100_09	73,3	46231,59	0,89094	134,43	87,3	46237,46	0,88887	222,77	=	=
UK100_10	70,0	43752,84	0,88571	132,94	82,1	43865,31	0,88417	192,40	=	=
UK100_11	77,6	59947,22	0,88700	130,53	92,9	60011,79	0,88959	202,57	=	=
UK100_12	60,9	40705,96	0,88473	120,83	71,8	40661,16	0,88984	191,47	=	=
UK100_13	66,8	48858,78	0,88955	128,27	79,7	48891,32	0,88931	193,54	=	=
UK100_14	79,7	50189,26	0,88667	123,53	88,8	50275,94	0,88753	206,95	=	=
UK100_15	87,6	65082,63	0,89165	145,25	101,6	65482,62	0,89230	235,81	<	=
UK100_16	73,3	40418,80	0,88806	109,88	82,2	40519,42	0,89185	181,28	=	=
UK100_17	85,6	60286,73	0,88811	157,03	88,9	60265,74	0,89024	239,91	=	=
UK100_18	62,7	44250,87	0,89194	143,15	78,5	44377,73	0,89353	227,36	=	=
UK100_19	69,9	45293,91	0,89537	120,91	83,4	45585,95	0,89207	198,11	=	=
UK100_20	69,2	56477,44	0,88974	139,30	86,0	56472,95	0,89060	204,86	=	=

Tabela 6.14: $\epsilon = 5, 0\%$ $||z(x_r), z(x_s)||$ com Mov_Reduzidos

Instância	2 Vizinhanças				4 Vizinhanças				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	Time (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	71,5	53066,44	0,88822	96,48	82,8	53270,84	0,88717	152,48	=	=
UK100_02	80,5	49001,78	0,88823	85,30	93,4	49037,29	0,89066	151,22	=	=
UK100_03	60,2	39920,85	0,88862	90,62	81,1	39858,40	0,89045	137,38	=	=
UK100_04	77,9	51675,18	0,89588	104,65	89,8	52053,18	0,89143	174,99	=	=
UK100_05	66,9	38691,56	0,89159	84,21	78,3	38923,84	0,88952	166,14	=	=
UK100_06	78,5	49891,09	0,88737	79,31	85,0	50162,62	0,88805	139,24	=	=
UK100_07	70,7	40986,17	0,88678	73,85	79,9	41159,68	0,88596	147,20	=	=
UK100_08	65,7	42219,70	0,88313	70,23	72,3	42227,19	0,88855	115,06	=	=
UK100_09	71,6	45430,56	0,88982	84,96	86,5	45710,25	0,89292	159,61	=	=
UK100_10	68,9	42601,01	0,88835	78,81	76,0	43109,68	0,88806	140,24	<	=
UK100_11	81,0	58553,80	0,88463	80,57	92,8	58336,98	0,89534	152,48	=	=
UK100_12	57,2	39220,12	0,89171	74,92	70,5	39728,31	0,88837	139,61	=	=
UK100_13	69,2	47983,68	0,88683	81,77	81,8	48231,56	0,88644	131,06	=	=
UK100_14	78,3	49128,01	0,88848	86,17	89,0	49356,52	0,88328	150,09	=	>
UK100_15	78,2	64332,86	0,88893	106,21	100,0	64559,33	0,89177	172,05	=	=
UK100_16	71,5	39735,01	0,88963	78,81	79,8	39760,26	0,89072	140,00	=	=
UK100_17	83,7	59429,03	0,89140	99,85	89,5	59548,00	0,89108	166,98	=	=
UK100_18	65,0	43499,03	0,89175	93,60	82,1	43479,88	0,89202	144,79	=	=
UK100_19	65,6	44377,26	0,89654	80,00	80,4	44702,20	0,89171	152,77	<	=
UK100_20	72,8	55606,52	0,88930	92,55	85,2	55903,23	0,89021	168,77	=	=

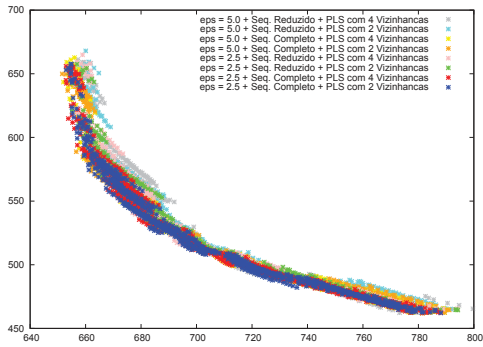


Figura 6.7: Instância UK100_01

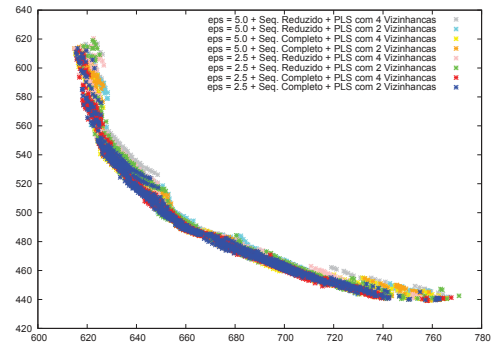


Figura 6.8: Instância UK100_02

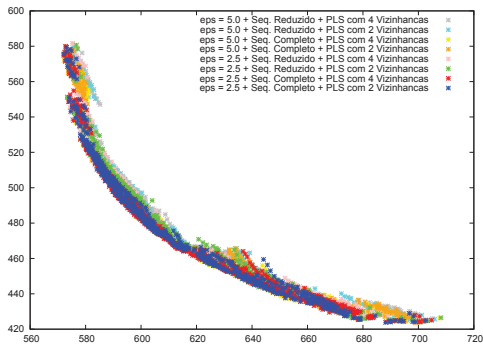


Figura 6.9: Instância UK100_03

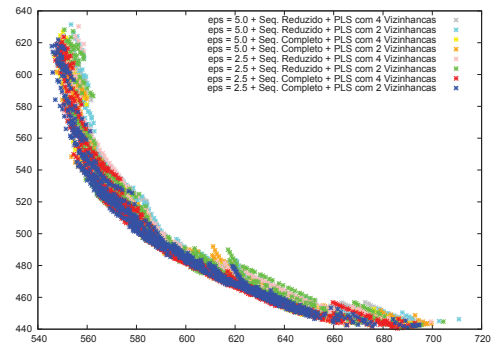


Figura 6.10: Instância UK100_04

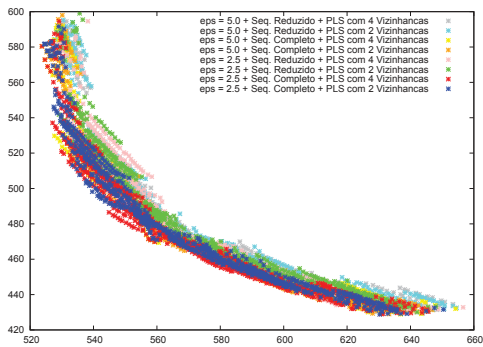


Figura 6.11: Instância UK100_05

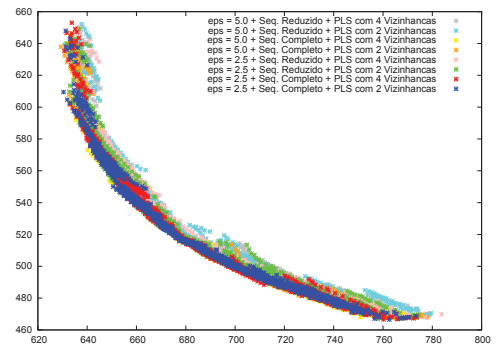


Figura 6.12: Instância UK100_06

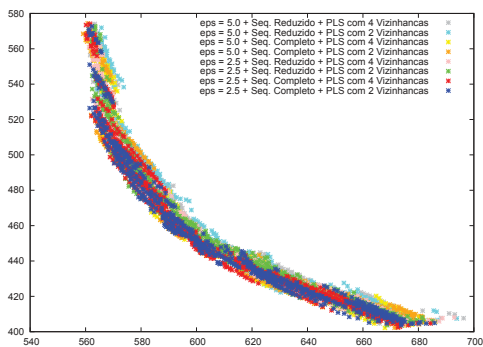


Figura 6.13: Instância UK100_07

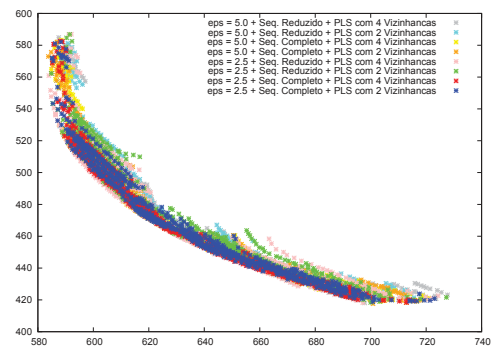


Figura 6.14: Instância UK100_08

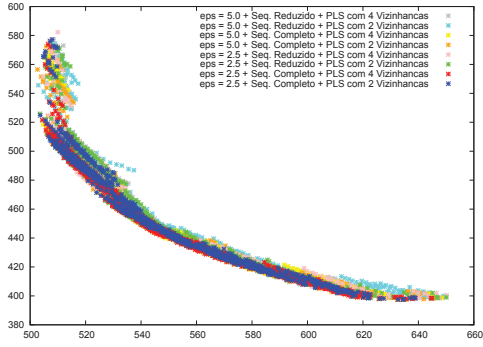


Figura 6.15: Instância UK100_09

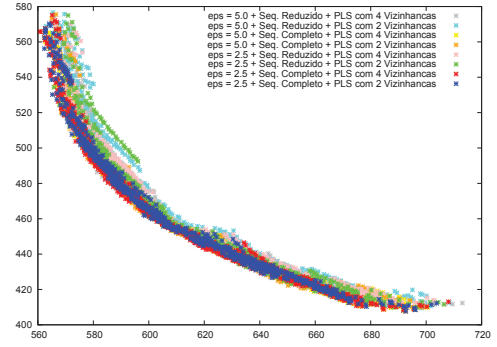


Figura 6.16: Instância UK100_10

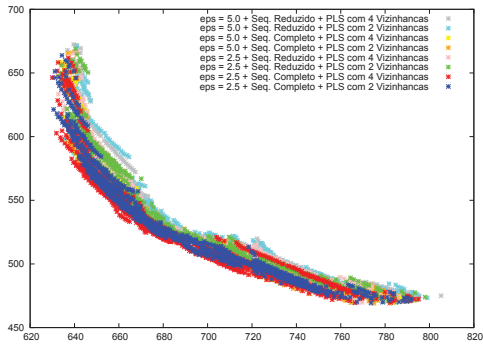


Figura 6.17: Instância UK100_11

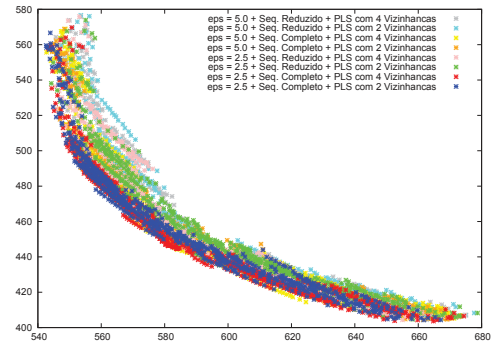


Figura 6.18: Instância UK100_12

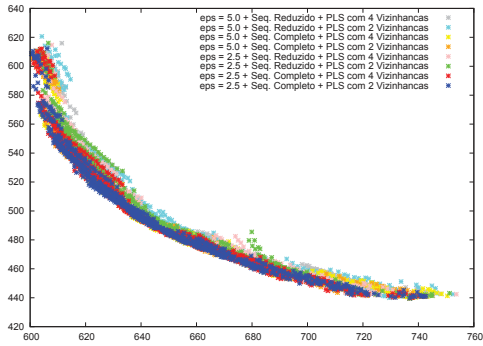


Figura 6.19: Instância UK100_13

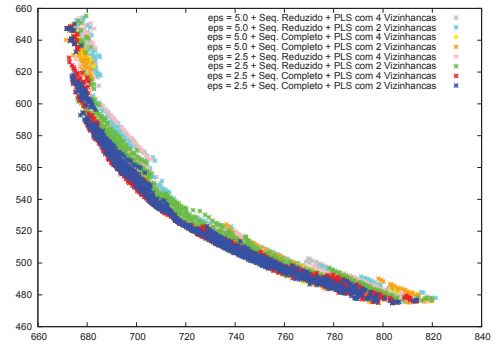


Figura 6.20: Instância UK100_14

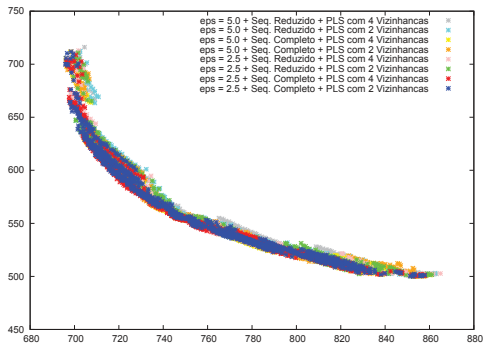


Figura 6.21: Instância UK100_15

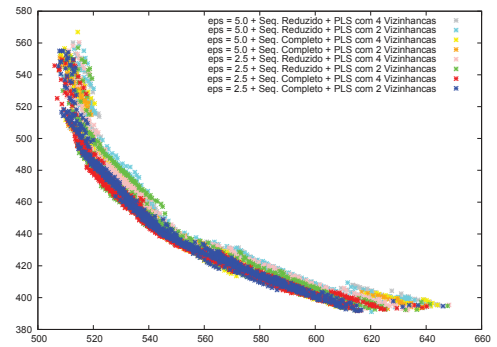


Figura 6.22: Instância UK100_16

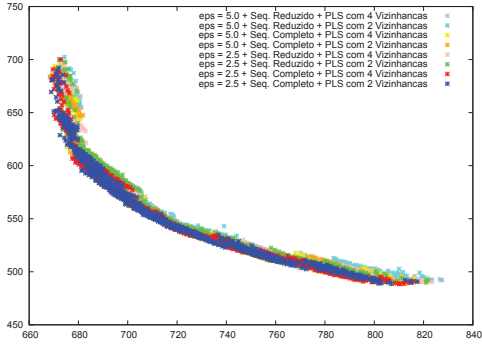


Figura 6.23: Instância UK100_17

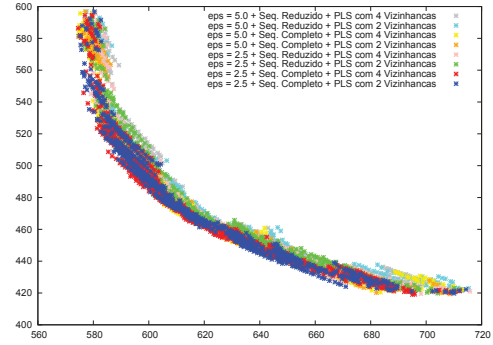


Figura 6.24: Instância UK100_18

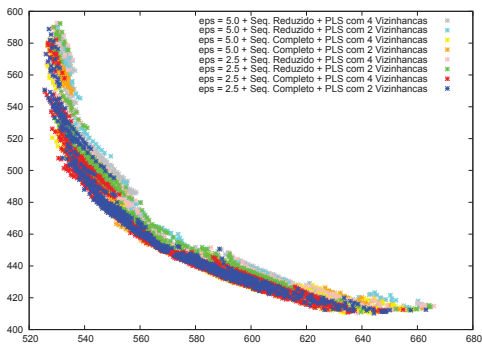


Figura 6.25: Instância UK100_19

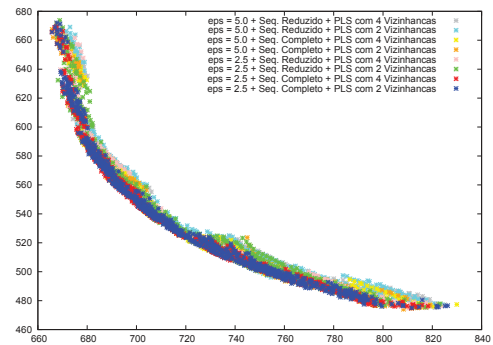


Figura 6.26: Instância UK100_20

Sintetizando os resultados apresentados nas Tabelas 6.3 – 6.14, verifica-se que as configurações que: apresentam maior quantidade de soluções na primeira fase, utilizam um melhor algoritmo sequencial e consideram 4 estruturas de vizinhança na segunda fase, apresentaram, no geral, um maior número de soluções e melhores valores para o indicadores. Entretanto, um maior tempo computacional é exigido.

Além disso, analisando-se as Figuras 6.7 – 6.26 verifica-se que para as 20 instâncias utilizadas nos testes, os pontos não-dominados obtidos a partir das configurações $\epsilon = 2,5\% ||z(x_r), z(x_s)|| / \text{Mov_Completo} / 2$ e $\epsilon = 2,5\% ||z(x_r), z(x_s)|| / \text{Mov_Completo} / 4$ são os melhor posicionados na Fronteira de Pareto. Verifica-se também que quanto maior o número de vizinhanças utilizadas na fase de PLS, maior o número de pontos é gerados.

De posse dos resultados, estabelece-se como parâmetros para 2PPLS os seguintes:

- Distância entre soluções na 1ª Fase: $\epsilon = 2,5\% ||z(x_r), z(x_s)||$;
- Método Sequencial que utiliza cinco estruturas de vizinhança inter-rotas: **Shift(1,0)**, **Shift(2,0)**, **Swap(1,1)**, **Swap(2,2)**, **Crossover** e cinco estruturas intra-rotas: **Reinsertion**, **Or-opt2**, **Or-opt3**, **Exchange** e **2-opt**;
- Número de vizinhanças utilizada na fase de PLS: 4, sendo 2 inter-rotas e 2 intra-rotas (**Shift(1,0)**, **Crossover**, **Re-insertion** e **2-Opt**).

7 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos durante a execução do método proposto.

Nesta seção são reportados os resultados dos experimentos realizados com o 2PPLS na resolução do b-PRP. O algoritmo proposto foi implementado em linguagem de programação C++ e executado em um computador com processador Intel Core i7-3770 3.40GHz, 16 GB de memória RAM e Sistema Operacional Ubuntu 14.04. Uma única *thread* foi utilizada durante os testes e o algoritmo foi executado 30 vezes, para cada instância, com sementes aleatórias. Os testes estatísticos empregados na análise dos resultados foram feitos no *Software R* (R Core Team, 2013).

As abordagens exatas foram resolvidas utilizando-se CPLEX 12.06 em um computador com processador AMD Athlon(tm) II X4 645, 4 GB de memória RAM e Sistema Operacional Ubuntu 14.04. Uma única *thread* foi empregada.

O restante do capítulo é estruturado como segue: na Seção 7.1 são apresentados os algoritmos de *benchmarking* utilizados na comparação dos resultados. A Seção 7.2 discute as instâncias consideradas durante a realização dos testes. A utilização dos indicadores utilizados na análise dos resultados é discutida na Seção 7.3. Por fim, os resultados e discussões dos testes realizados são apresentados na Seção 7.4.

7.1 Algoritmos de Benchmarking

Na literatura do b-PRP, o único trabalho que propõe métodos de resolução e apresenta resultados é o de Demir et al (2014b). Entretanto, as instâncias utilizadas nesse trabalho não estão disponíveis para *download*, e assim, os resultados obtidos pelo 2PPLS não puderam ser comparados diretamente.

A fim de se avaliar o desempenho do algoritmo proposto na resolução do b-PRP, dois dos métodos considerados em Demir et al (2014b) foram re-implementados, a saber: Soma Ponderada das Funções Objetivo (SPF) e da Soma Ponderada das Funções Objetivo Normalizadas (SPFN). Os outros métodos apresentados em Demir et al (2014b) não puderam ser reproduzidos, uma vez que estes demandam a utilização de um Método de ε -Restrição, que deve ser implementado de forma exata. Devido à complexidade do problema, essas últimas abordagens foram desconsideradas. Nos métodos baseados em ponderação das funções objetivo, considerou-se o conjunto de pesos: $W = \{(1; 0) (0, 9; 0, 1) \dots (0, 1; 0, 9) (0; 1)\}$, totalizando 11 pares. Uma vez que os problemas ponderados tenham sido obtidos, um método mono-objetivo foi utilizado para os resolver. Neste trabalho, utilizou-se o ILS-SOA como método mono-objetivo, que foi o mesmo método utilizado na primeira fase do 2PPLS. Testes preliminares mostraram que este método é melhor do que o utilizado originalmente por Demir et al (2014b) na resolução do PRP mono-objetivo. Como o método sequencial utilizado na resolução do SPF, do SPFN e do 2PPLS foi o mesmo, todas as diferenças de resultados são devidas ao método multiobjetivo considerado.

7.2 Instâncias Utilizadas

Neste trabalho foram utilizadas instâncias contendo 10 e 100 clientes. As primeiras foram consideradas durante a resolução do b-PRP através de abordagens exatas. Dada a complexidade do problema, instâncias maiores não poderiam ser resolvidas considerando-se apenas a formulação. O desempenho do 2PPLS é comparado com outros métodos encontrados na literatura. As instâncias com 100 clientes foram resolvidas utilizando-se abordagens aproximativas.

Como as instâncias utilizadas no trabalho de Demir et al (2014b) não estão mais disponíveis para *download*, foram utilizadas na comparação dos resultados instâncias existentes na literatura propostas para o PRP. Essa escolha se deu pois a estrutura do PRP e a do b-PRP são semelhantes.

As instâncias utilizadas são divididas em 3 grupos, cada um composto por 20 instâncias. O primeiro grupo, Grupo A, pode ser encontrado na biblioteca PRPLIB (<http://www.apollo.management.soton.ac.uk/prplib.htm>) e foi definido por Demir et al (2012). Os outros dois grupos, Grupo B e C, foram definidas por Kramer et al (2015b) e foram adaptados a partir das instâncias da PRPLIB. As instâncias do Grupo B e C, entretanto, possuem janelas de tempo mais estreitas. Esses últimos grupos estão disponíveis

em <http://w1.cirreht.ca/~vidalt/en/VRP-resources.html>.

7.3 Avaliação dos Resultados

Os indicadores $\mathcal{H}$ e $\mathcal{R}$ foram utilizados para avaliação dos resultados. Os pontos de referência para cada uma dessas medidas foram calculados em função dos valores apresentados nas Tabelas 7.19 – 7.21 de valores extremos. Esses valores foram obtidos computando-se os menores e maiores valores dentre todas as execuções dos algoritmos. Os pontos de referência para o cálculo de $\mathcal{R}$ foram calculados multiplicando-se os valores mínimos de cada um dos objetivos por 0,9. No caso do indicador $\mathcal{H}$, os maiores valores obtidos pelos objetivos foi multiplicado por 1,1.

No cálculo de $\mathcal{R}$, o número de pesos gerados para o cálculo da Função Normalizada de Tchebycheff foi determinado por $\binom{n+k-1}{k-1}$, onde n é o número de clientes e k o número de objetivos. Nesse caso, como $k = 2$, quando $n = 10$, $|\Psi| = 11$ pesos e quando $n = 100$ $|\Psi| = 101$ pesos.

Dada a natureza aleatória dos métodos considerados, os valores dos indicadores obtidos pelo 2PPLS e pelos métodos de *benchmarking* foram avaliados por meio do teste estatístico não-paramétrico de Mann-Whitney (MW), assumindo-se que as distribuições dos dados não são conhecidas. Como duas hipóteses foram simultaneamente testadas (diferenças nos valores das Medidas $\mathcal{R}$ e do $\mathcal{H}$), os valores do risco α , que determinam a probabilidade de erro do teste, foram ajustados segundo o Método de Rejeição Sequencial de Holm (Holm, 1979). Tomou-se α igual a 0,05. O menor p-valor obtido durante a realização dos testes estatísticos foi comparado com $\alpha/2$, enquanto que o segundo menor foi comparado à α . Os resultados estatísticos são apresentados nas colunas (MW) das tabelas de resultados. As análises foram feitas sempre em relação ao 2PPLS e seguiram o seguinte esquema: os sinais “>” e “<” indicam, respectivamente, que os valores médios obtidos nos critérios em análise são maiores e menores do que os valores médios obtidos pelos métodos comparados. O sinal “=”, por sua vez, indica que os valores médios não diferem estatisticamente. O número de soluções obtidas (**#Sol.**) e o tempo de execução (**T(s)**) também são apresentados nas tabelas de resultados, mas não são determinantes na avaliação da qualidade do método.

7.4 Resultados Computacionais

Nesta seção são discutidos os resultados obtidos através dos testes computacionais realizados neste trabalho. As Seções 7.4.1 e 7.4.2 apresentam, respectivamente, os resultados relacionados às instâncias contendo 10 e 100 clientes. Embora as instâncias menores não sejam desafiadoras para os métodos aproximativos, elas permitem que métodos exatos sejam utilizados, e assim as abordagens possam ser comparadas. Por sua vez, as instâncias de porte maior, permitem que conclusões sejam tiradas acerca da efetividade do método heurístico proposto.

Neste trabalho, convencionou-se destacar os melhores resultados, para cada indicador, em cada instância, utilizando-se fontes em negrito.

7.4.1 Instâncias com 10 clientes

Cálculo dos Valores de Referência

As Tabelas 7.1 – 7.3 apresentam os valores máximos e mínimos obtidos para cada objetivo, em cada uma das instâncias, considerando-se todos os métodos. A análise desses resultados permite que se conheça o intervalo no qual esses valores estão inseridos e possibilita o estabelecimento de pontos de referência.

Tabela 7.1: Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos - Instâncias Grupo A

Instância	\$ Emissões			\$ Salários dos Motoristas		
	Mín.	Máx.	Dif.	Mín.	Máx.	Dif.
UK10_01	94,08	114,88	20,80	62,42	90,00	27,58
UK10_02	119,74	145,56	25,82	67,22	96,30	29,08
UK10_03	112,75	137,60	24,86	69,69	105,97	36,28
UK10_04	107,89	133,74	25,86	64,09	104,54	40,45
UK10_05	99,92	124,82	24,91	60,22	88,09	27,87
UK10_06	129,18	155,50	26,32	69,46	107,19	37,73
UK10_07	112,11	132,47	20,36	61,93	89,66	27,74
UK10_08	129,57	152,94	23,37	74,11	105,95	31,83
UK10_09	102,30	120,04	17,74	58,06	82,98	24,92
UK10_10	109,71	130,93	21,22	64,26	91,47	27,21
UK10_11	157,59	186,18	28,59	82,02	119,35	37,33
UK10_12	102,82	127,33	24,51	61,27	95,36	34,09
UK10_13	113,91	138,87	24,95	63,04	95,37	32,32
UK10_14	94,02	117,87	23,85	56,78	71,13	14,35
UK10_15	67,29	80,27	12,98	45,27	70,08	24,81
UK10_16	101,96	123,75	21,79	68,06	95,84	27,78
UK10_17	90,91	105,51	14,60	55,59	70,49	14,90
UK10_18	91,02	109,27	18,25	55,96	89,77	33,81
UK10_19	95,98	119,35	23,37	57,57	87,30	29,73
UK10_20	92,81	115,71	22,90	60,53	89,06	28,53

Tabela 7.2: Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos - Instâncias Grupo B

Instância	\$ Emissões			\$ Salários dos Motoristas		
	Mín.	Máx.	Dif.	Mín.	Máx.	Dif.
UK10_01-B	120,99	145,25	24,26	94,88	129,49	34,61
UK10_02-B	151,14	191,92	40,78	93,02	248,08	155,06
UK10_03-B	123,42	226,12	102,70	120,94	182,00	61,06
UK10_04-B	131,25	165,61	34,37	112,41	219,88	107,47
UK10_05-B	134,21	206,39	72,18	92,48	164,56	72,08
UK10_06-B	160,22	225,48	65,26	125,23	219,11	93,88
UK10_07-B	140,46	193,00	52,54	101,25	179,05	77,80
UK10_08-B	162,17	241,33	79,17	118,98	191,24	72,26
UK10_09-B	137,05	215,91	78,86	98,50	128,89	30,39
UK10_10-B	142,00	219,37	77,37	112,02	197,09	85,07
UK10_11-B	196,58	281,22	84,64	148,78	237,09	88,30
UK10_12-B	116,46	192,57	76,11	95,93	229,33	133,40
UK10_13-B	137,28	179,16	41,87	95,89	145,77	49,88
UK10_14-B	139,51	200,59	61,08	109,52	189,74	80,22
UK10_15-B	82,82	92,73	9,91	71,83	115,63	43,81
UK10_16-B	111,11	176,98	65,86	102,76	138,80	36,04
UK10_17-B	143,21	216,51	73,30	111,33	200,77	89,44
UK10_18-B	104,26	154,74	50,48	93,08	169,47	76,39
UK10_19-B	132,97	156,79	23,82	124,84	203,03	78,20
UK10_20-B	100,41	154,19	53,78	83,57	163,37	79,79

Tabela 7.3: Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos - Instâncias Grupo C

Instância	\$ Emissões			\$ Salários dos Motoristas		
	Mín.	Máx.	Dif.	Mín.	Máx.	Dif.
UK10_01-C	96,5638	186,161	89,60	84,419	118,682	34,26
UK10_02-C	129,264	171,822	42,56	93,4943	168,915	75,42
UK10_03-C	113,705	163,472	49,77	84,2162	146,883	62,67
UK10_04-C	110,156	177,297	67,14	85,3358	126,45	41,11
UK10_05-C	107,298	159,042	51,74	80,1676	113,555	33,39
UK10_06-C	141,063	189,572	48,51	84,8859	125,676	40,79
UK10_07-C	113,962	165,83	51,87	78,3477	118,078	39,73
UK10_08-C	149,367	170,513	21,15	84,518	108,703	24,19
UK10_09-C	102,302	135,66	33,36	65,8891	91,977	26,09
UK10_10-C	118,671	168,548	49,88	87,8946	118,658	30,76
UK10_11-C	166,201	227,849	61,65	98,4798	140,302	41,82
UK10_12-C	106,255	148,082	41,83	73,2464	114,65	41,40
UK10_13-C	114,949	156,829	41,88	71,4942	106,713	35,22
UK10_14-C	107,767	161,91	54,14	72,2036	112,74	40,54
UK10_15-C	73,6684	139,071	65,40	68,612	105,781	37,17
UK10_16-C	108,157	158,563	50,41	86,8747	132,904	46,03
UK10_17-C	107,537	171,118	63,58	81,4932	117,919	36,43
UK10_18-C	99,423	122,048	22,63	68,6156	113,151	44,54
UK10_19-C	119,509	140,934	21,43	73,9823	115,491	41,51
UK10_20-C	95,9764	143,866	47,89	70,2627	103,298	33,04

Análise das Abordagens Exatas

Nas Tabelas 7.4 – 7.6 são apresentados os resultados referentes à utilização de abordagens exatas na resolução do b-PRP. Foram utilizados 3 métodos: o primeiro que considera a agregação das funções objetivo; o segundo que, embora também utilize uma função objetivo parametrizada, toma valores normalizados das funções objetivo; e um terceiro que adota uma abordagem baseada no método da restrição- ε . Esse último é o único capaz de encontrar soluções não-suportadas.

Analisando-se os resultados obtidos a partir das instâncias do Grupo A (Tabela 7.4), pode-se verificar que o MR- ε foi o que apresentou melhores resultados. Ele foi capaz de encontrar o maior número de soluções e também apresentou melhores valores para o indicador $\mathcal{R}$. Por sua vez, no que se refere ao $\mathcal{H}$, esse método também apresentou melhor desempenho em metade das instâncias. A ressalva para esse método fica por conta do seu tempo de execução. Como descrito na nota de rodapé (página 92), para cada uma das instâncias o método demandou um tempo de execução de dias. Sendo o método da restrição ε muito eficiente no processo de obtenção de soluções eficientes, muitos trabalhos, a exemplo do de Mavrotas (2009), têm sido propostos buscando uma implementação mais eficiente desse método.

Nas instâncias do Grupo B (Tabela 7.5), o MSP continua sendo o que apresenta o menor tempo de execução, e agora, ele também apresenta um melhor desempenho quando se considera o número de soluções geradas e o indicador $\mathcal{H}$. No que diz respeito ao indicador $\mathcal{R}$, os métodos apresentam resultados semelhantes, com uma pequena vantagem para o MR- ε .

A Tabela 7.6 apresenta os resultados obtidos para as instâncias do Grupo C. Para essas instâncias, o MSP foi o melhor de acordo com o tempo de execução e com o valor de $\mathcal{H}$. O MR- ε foi capaz de gerar um maior número de soluções e também soluções mais próximas do ponto ideal (valor da medida $\mathcal{R}$).

Como será visto nas próximas seções, os métodos aproximativos muitas vezes apresentam melhor desempenho do que os métodos exatos, principalmente quando se considera o tempo de execução. Entretanto, a utilização de métodos exatos se mostra importante na medida que eles são capazes de gerar fronteiras de referência para a análise de fronteiras obtidas a partir dos métodos aproximativos.

Tabela 7.4: Resultados das Execuções dos Métodos Exatos - Instâncias Grupo A

Instância	MSP				MSPN				Restrição ϵ			
	#Sol	H	R	Time (s)	#Sol	H	R	Time (s)	#Sol	H	R	Time (s) ¹
UK10_01	11	1001,47	0,87543	2021,39	10	1000,67	0,87001	2581,70	13	983,36	0,88246	–
UK10_02	9	1301,75	0,87173	754,84	10	1299,96	0,87108	1029,43	18	1314,11	0,88174	–
UK10_03	10	1546,69	0,86142	262,52	11	1551,21	0,86197	357,38	17	1541,67	0,89123	–
UK10_04	9	1720,50	0,87661	699,27	10	1724,91	0,87744	712,77	18	1732,75	0,89979	–
UK10_05	10	1177,69	0,88465	521,70	11	1175,64	0,88334	702,40	16	1175,30	0,88199	–
UK10_06	10	1848,49	0,90857	1102,77	11	1841,93	0,90406	1227,24	16	1809,66	0,90031	–
UK10_07	8	980,53	0,86783	290,65	10	1035,65	0,86778	459,26	17	1045,19	0,87853	–
UK10_08	8	1306,50	0,86782	151,23	9	1335,60	0,86785	176,43	19	1391,49	0,87881	–
UK10_09	9	832,95	0,86871	269,82	10	834,21	0,86836	384,36	15	836,62	0,87810	–
UK10_10	11	1049,46	0,87095	212,76	11	1054,46	0,87153	305,91	16	1049,57	0,87910	–
UK10_11	9	1934,25	0,86550	594,03	9	1885,90	0,86540	605,14	23	1972,35	0,87643	–
UK10_12	9	1347,16	0,85707	805,48	10	1348,69	0,85622	1009,53	20	1358,54	0,88027	–
UK10_13	9	1352,34	0,86402	216,96	11	1357,42	0,86472	290,09	20	1372,80	0,87997	–
UK10_14	8	637,72	0,83859	351,73	6	698,59	0,83146	430,28	10	565,65	0,87115	–
UK10_15	8	591,77	0,88477	550,05	8	591,50	0,88469	739,32	10	477,89	0,89128	–
UK10_16	8	975,63	0,86537	1411,35	9	1032,05	0,86423	1869,92	17	1066,50	0,87729	–
UK10_17	9	461,22	0,84722	401,29	9	462,74	0,85277	657,83	10	395,84	0,85436	–
UK10_18	9	1066,84	0,86874	1060,45	9	1057,17	0,87012	1370,78	16	1075,57	0,89053	–
UK10_19	8	1169,93	0,88054	354,09	6	1149,26	0,87883	458,97	16	1146,14	0,89278	–
UK10_20	10	1089,75	0,88054	1546,17	11	1087,39	0,86724	1884,80	15	1078,97	0,87473	–

¹Como o Método da Restrição- ϵ foi executado até que o critério de parada não fosse mais satisfeito, os seus tempos de execução muitas vezes chegaram a dias

Tabela 7.5: Resultados das Execuções dos Métodos Exatos - Instâncias Grupo B

Instância	MSP				MSPN				Restrição ϵ			
	#Sol	H	R	Time (s)	#Sol	H	R	Time (s)	#Sol	H	R	Time (s)
UK10_01-B	10	1326,75	0,81252	342,25	9	1325,45	0,87395	407,16	6	191,54	0,86902	—
UK10_02-B	11	7501,15	0,79426	87,45	10	7501,13	0,82466	99,20	6	206,32	0,86349	—
UK10_03-B	7	9782,10	0,86467	22,43	5	9665,53	0,81335	28,19	13	2109,33	0,86352	—
UK10_04-B	9	4478,64	0,86537	94,04	9	4483,22	0,88072	129,78	8	34,68	0,86000	—
UK10_05-B	9	7301,03	0,86711	53,10	4	7295,54	0,83339	64,04	5	163,68	0,88674	—
UK10_06-B	9	9884,24	0,87101	86,54	6	9872,85	0,85117	183,96	10	613,43	0,89934	—
UK10_07-B	9	6533,83	0,89230	600,78	7	6527,41	0,89156	904,98	11	464,17	0,89355	—
UK10_08-B	9	6252,35	0,92719	20,85	7	6242,55	0,93202	23,64	7	1041,74	0,85838	—
UK10_09-B	8	4140,68	0,86359	87,64	3	4228,28	0,92931	207,37	11	364,85	0,90038	—
UK10_10-B	8	9636,11	0,85417	67,79	4	9817,98	0,75622	137,53	8	156,06	0,86191	—
UK10_11-B	10	9186,32	0,90240	53,39	8	9165,88	0,88563	67,90	13	1581,16	0,87403	—
UK10_12-B	10	13525,20	0,87345	46,99	8	13526,00	0,86993	60,80	5	449,90	0,86010	—
UK10_13-B	10	3563,59	0,88186	543,49	7	3555,35	0,85000	901,68	10	827,74	0,90132	—
UK10_14-B	9	6960,08	0,80950	75,30	9	6977,76	0,86047	103,76	5	600,31	0,85604	—
UK10_15-B	8	1030,29	0,84046	27,48	7	1046,95	0,83816	34,14	4	222,02	0,83501	—
UK10_16-B	11	3934,61	0,91382	259,65	5	3824,40	0,85797	1153,03	8	1059,32	0,90961	—
UK10_17-B	11	8356,81	0,86823	55,38	8	8353,47	0,91855	65,00	8	2545,51	0,85836	—
UK10_18-B	10	4321,15	0,78963	46,46	7	4325,30	0,79111	57,61	9	76,97	0,82701	—
UK10_19-B	10	3828,05	0,86391	10,59	8	3813,85	0,84295	15,35	9	239,01	0,86876	—
UK10_20-B	11	5722,48	0,83273	102,73	10	5720,14	0,90993	176,52	10	1288,56	0,94229	—

Tabela 7.6: Resultados das Execuções dos Métodos Exatos - Instâncias Grupo C

Instância	MSP				MSPN				Restrição ϵ			
	#Sol	H	R	Time (s)	#Sol	H	R	Time (s)	#Sol	H	R	Time (s)
UK10_01-C	10	4965,29	0,86891	12157,10	3	4915,51	0,77081	42924,30	13	1033,91	0,87602	–
UK10_02-C	9	3803,45	0,84004	25267,60	9	3981,81	0,83780	34211,70	18	914,47	0,87766	–
UK10_03-C	11	4283,31	0,88662	8554,64	10	4277,42	0,88794	10405,70	14	507,55	0,89142	–
UK10_04-C	8	4259,35	0,80957	17504,50	5	4219,16	0,79767	111097,00	16	1040,05	0,85971	–
UK10_05-C	10	2864,79	0,93512	11098,40	8	2860,17	0,93462	157868,00	14	1173,51	0,92027	–
UK10_06-C	9	3360,70	0,90874	3218,65	8	3343,34	0,91318	5775,47	24	887,63	0,88795	–
UK10_07-C	10	3304,77	0,89921	3518,77	9	3305,13	0,87499	7245,66	13	729,05	0,87730	–
UK10_08-C	11	1077,38	0,85427	2505,67	11	1075,70	0,84555	2846,53	14	407,80	0,86373	–
UK10_09-C	9	1594,01	0,87151	508,83	8	1590,31	0,86512	1454,12	11	454,32	0,91745	–
UK10_10-C	8	2475,27	0,81823	3927,76	6	2542,78	0,81908	9963,88	22	857,59	0,89644	–
UK10_11-C	9	3826,94	0,82473	2589,85	9	4252,68	0,86109	2897,38	24	1223,95	0,90595	–
UK10_12-C	10	2478,47	0,84959	2502,73	10	2484,97	0,85307	15502,80	16	1116,26	0,90672	–
UK10_13-C	9	2515,53	0,92678	2687,41	8	2504,85	0,91916	4333,88	24	958,22	0,86669	–
UK10_14-C	8	3022,23	0,81461	1931,13	7	2940,68	0,80217	3443,50	24	1257,39	0,89217	–
UK10_15-C	8	3700,71	0,86632	134197,00	2	3238,81	0,75248	243780,00	18	988,63	0,82244	–
UK10_16-C	10	3078,20	0,82480	50125,20	8	3062,08	0,89576	98871,00	14	1321,71	0,88145	–
UK10_17-C	10	2872,21	0,83270	17699,10	9	3515,42	0,83169	101091,00	12	449,69	0,89441	–
UK10_18-C	9	1605,66	0,86675	6424,31	11	1605,62	0,86437	6974,71	12	772,69	0,87200	–
UK10_19-C	11	1573,35	0,86983	13891,40	11	1596,84	0,87046	25240,50	13	451,27	0,88179	–
UK10_20-C	9	2530,51	0,92485	14332,80	7	2521,38	0,92275	25337,30	17	718,81	0,90315	–

Análise das Abordagens Heurísticas

Nesta seção, apresentam-se os resultados da utilização do 2PPLS na resolução do b-PRP. Analisa-se nas Tabelas 7.7 – 7.12 a influência do número de soluções geradas na primeira fase do método na qualidade final das fronteiras obtidas. Por meio dessa análise, visa-se determinar a melhor configuração para o método proposto. Na segunda fase do método, foram utilizadas 4 vizinhanças durante a Busca Local de Pareto. O mecanismo de avaliação dinâmica foi empregado durante a fase de geração das soluções eficientes não-suportadas. Conhecendo-se a melhor configuração adotada, comparou-se o desempenho do 2PPLS ao de outros Métodos de *Benchmarking* existentes na literatura (Tabelas 7.13 – 7.15).

O número de soluções na primeira fase do método é controlado pelo parâmetro ϵ , que determina a distância entre as soluções. Quanto menor o valor ϵ , maior o número de soluções que podem ser geradas. Os seguintes cenários foram considerados: $\epsilon = 0.1$, $\epsilon = 0.25$, $\epsilon = 0.50$ e $\epsilon = 2.5\% ||z(x_r)z(x_s)||$.

Dos resultados referentes à primeira fase do 2PPLS, pode-se verificar nas Tabelas 7.7 – 7.9 que a configuração que proveu melhores resultados no que diz respeito ao $\#Sol.$, e valores de $\mathcal{H}$ e $\mathcal{R}$ foi a que considerou $\epsilon = 0.1$. Os menores tempo de execução podem ser atribuídos às configurações com $\epsilon = 0.50$ e $\epsilon = 2.5\% ||z(x_r)z(x_s)||$.

Das Tabelas 7.10 – 7.12 observa-se que, como esperado, quanto maior o número de soluções geradas na primeira fase do método, melhores são os indicadores apresentados pelo 2PPLS após a sua segunda fase. Observa-se que na análise do *trade-off* tempo de execução $\times$ qualidade dos indicadores, conclui-se que vale a pena se investir na geração de um número de maior soluções na Fase 1, uma vez que, apesar dessa configuração ser aquela com maior tempo de processamento, o tempo total médio para a resolução de cada uma das instâncias dos grupos não ultrapassa 2 s. Assim, adota-se como configuração padrão para o 2PPLS utilizado na resolução de instâncias com 10 clientes $\epsilon = 0.1$.

Comparando-se o 2PPLS aos MSP e MSPN (7.13 - 7.15), verifica-se que, exceto para as instâncias do Grupo B, que possuem janelas de tempo apertadas, o que dificulta a geração de soluções eficientes na fase de busca local, o 2PPLS sempre apresenta melhor desempenho analisando-se os indicadores considerados. O ponto fraco do método reside no tempo de execução, que mesmo assim não é tão elevado. O 2PPLS chega a apresentar tempos de processamento inferiores, como pode ser encontrado nas instâncias UK10_03-B e UK10_15-B.

Tabela 7.7: 1ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções - Instâncias Grupo A

Instância	$\epsilon = 0.1$				$\epsilon = 0.25$				$\epsilon = 0.5$				$\epsilon = 0.025 z(x_r)z(x_s)$			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01	30,0	1014,83	0,89007	1,69	17,0	1009,83	0,88782	0,93	13,0	1001,38	0,88589	0,70	11,0	997,13	0,88281	0,59
UK10_02	32,0	1338,87	0,88290	1,93	18,0	1330,33	0,88000	1,10	16,0	1329,48	0,87990	0,98	9,0	1308,53	0,87380	0,52
UK10_03	29,0	1574,12	0,89427	1,35	19,0	1567,92	0,89268	0,88	15,0	1564,61	0,89150	0,70	7,0	1523,44	0,88242	0,33
UK10_04	35,0	1752,05	0,90032	2,04	30,1	1746,84	0,89921	1,70	19,1	1741,95	0,89775	1,09	7,0	1694,53	0,88729	0,37
UK10_05	28,0	1202,19	0,89267	1,66	19,0	1195,49	0,89043	1,08	13,0	1191,70	0,88953	0,74	11,0	1182,16	0,88585	0,63
UK10_06	65,6	1843,74	0,87742	3,97	29,9	1845,76	0,87860	1,83	24,2	1813,15	0,86558	1,46	7,0	1806,49	0,86330	0,41
UK10_07	29,0	1049,96	0,88003	1,47	19,0	1045,52	0,87781	0,96	11,0	1014,17	0,87335	0,56	9,0	1010,42	0,87184	0,46
UK10_08	29,0	1398,60	0,88002	1,22	21,0	1393,78	0,87804	0,88	13,0	1358,29	0,87627	0,54	9,0	1346,37	0,87183	0,38
UK10_09	27,0	844,12	0,87981	1,40	19,0	841,66	0,87829	0,98	11,0	817,08	0,87388	0,57	9,0	814,07	0,87229	0,47
UK10_10	32,0	1080,44	0,88287	1,69	19,0	1072,71	0,87984	0,96	11,0	1045,95	0,87512	0,54	9,0	1041,92	0,87341	0,45
UK10_11	37,0	1998,16	0,87891	1,88	21,0	1965,41	0,87636	1,06	15,0	1915,95	0,87476	0,75	9,0	1895,58	0,87033	0,45
UK10_12	29,0	1352,68	0,87983	1,50	17,0	1347,98	0,87831	0,89	15,0	1321,73	0,87656	0,78	9,0	1311,56	0,87330	0,47
UK10_13	34,0	1391,16	0,88035	1,92	19,0	1374,85	0,87707	1,03	13,0	1369,84	0,87645	0,71	11,0	1362,25	0,87386	0,60
UK10_14	21,0	593,67	0,88968	1,26	12,0	591,24	0,88791	0,71	9,0	583,85	0,88039	0,49	7,0	581,45	0,87956	0,38
UK10_15	23,4	482,00	0,89528	1,51	15,8	484,80	0,89413	1,03	12,6	474,79	0,88966	0,80	10,7	477,47	0,88982	0,66
UK10_16	30,4	1068,70	0,87281	1,46	14,2	1045,76	0,86931	0,68	11,1	1038,11	0,86726	0,53	9,0	1037,09	0,86694	0,42
UK10_17	19,0	411,99	0,85918	1,06	9,0	398,74	0,85304	0,50	7,0	375,99	0,84555	0,39	9,0	398,74	0,85304	0,50
UK10_18	31,0	1089,41	0,88903	2,07	17,0	1076,53	0,88734	1,11	7,0	1039,04	0,88041	0,46	7,0	1039,04	0,88041	0,46
UK10_19	20,0	1120,14	0,86764	1,19	15,0	1118,47	0,86711	0,85	9,0	1109,15	0,86214	0,51	9,0	1109,15	0,86214	0,51
UK10_20	27,0	1098,52	0,87769	1,37	19,0	1094,44	0,87544	0,96	11,0	1066,16	0,87215	0,56	9,0	1061,90	0,87036	0,46

Tabela 7.8: 1ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções - Instâncias Grupo B

Instância	$\epsilon = 0.1$				$\epsilon = 0.25$				$\epsilon = 0.5$				$\epsilon = 0.025 z(x_r)z(x_s)$			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01-B	11,8	767,54	0,85833	0,88	7,6	748,14	0,85183	0,56	3,0	654,15	0,81587	0,24	4,1	734,30	0,84933	0,31
UK10_02-B	15,4	7226,11	0,85030	1,00	9,9	7179,88	0,84999	0,66	9,3	7171,08	0,84982	0,63	4,1	6815,52	0,84971	0,28
UK10_03-B	2,5	3115,84	0,80841	0,17	4,4	3239,65	0,81705	0,29	2,9	3119,28	0,80867	0,20	3,2	3278,98	0,82148	0,21
UK10_04-B	13,3	5116,50	0,87078	0,80	9,6	5113,08	0,87061	0,58	9,1	5115,68	0,86956	0,55	7,0	5095,96	0,87061	0,42
UK10_05-B	20,0	6497,51	0,88255	2,66	15,5	6451,75	0,88202	2,16	16,4	6469,27	0,88846	2,35	4,2	6327,16	0,88970	0,31
UK10_06-B	20,2	6593,89	0,94051	1,34	13,7	6567,47	0,93930	0,92	9,6	6560,68	0,93839	0,66	7,1	6566,01	0,93680	0,50
UK10_07-B	22,6	2240,11	0,89888	1,35	13,1	2237,63	0,89507	0,80	10,3	2231,42	0,89483	0,64	6,3	2221,46	0,88794	0,41
UK10_08-B	18,6	5797,93	0,79038	1,22	12,6	5789,00	0,79034	0,83	9,5	5745,58	0,79027	0,64	6,5	5737,07	0,78987	0,46
UK10_09-B	20,0	2509,31	0,90141	1,32	12,0	2506,40	0,89993	0,81	10,0	2505,52	0,89982	0,69	6,0	2497,49	0,89659	0,44
UK10_10-B	17,4	8122,78	0,92745	1,24	12,0	8120,04	0,92676	0,86	7,1	8098,41	0,94451	0,45	6,7	8097,53	0,94574	0,43
UK10_11-B	19,8	7720,83	0,80785	1,25	12,5	7646,34	0,80754	0,82	9,8	7674,31	0,80758	0,66	4,7	7501,59	0,80189	0,34
UK10_12-B	14,8	11614,16	0,87084	0,98	12,8	11657,76	0,87071	0,85	10,3	11622,67	0,87060	0,69	3,7	10568,46	0,86048	0,28
UK10_13-B	20,9	1820,56	0,90388	1,47	13,0	1826,61	0,90211	0,94	10,5	1812,56	0,89993	0,77	10,7	1819,85	0,90014	0,77
UK10_14-B	8,4	6519,95	0,95846	0,61	4,6	6517,04	0,95634	0,35	3,7	6492,75	0,95663	0,27	3,0	6458,52	0,96258	0,18
UK10_15-B	2,0	223,96	0,75518	0,20	2,0	223,96	0,75518	0,20	2,0	221,77	0,75248	0,20	2,0	221,77	0,75248	0,20
UK10_16-B	17,3	2037,58	0,91068	0,99	11,3	2036,07	0,90883	0,69	3,5	1968,98	0,89984	0,18	3,7	1973,49	0,89791	0,19
UK10_17-B	14,8	8638,35	0,84936	1,03	11,3	8714,83	0,84926	0,79	6,6	8563,12	0,84436	0,49	3,5	6541,98	0,82537	0,25
UK10_18-B	16,0	3747,55	0,83180	1,01	8,6	3730,16	0,83454	0,53	5,8	3704,65	0,82749	0,36	5,0	3695,61	0,82855	0,31
UK10_19-B	2,0	916,11	0,75248	0,18	2,0	916,11	0,75248	0,18	2,0	916,11	0,75248	0,18	2,2	938,04	0,75908	0,19
UK10_20-B	12,0	5452,20	0,95432	0,74	8,7	5450,69	0,95391	0,55	8,0	5450,38	0,95376	0,51	5,0	5436,79	0,95275	0,27

Tabela 7.9: 1ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções - Instâncias Grupo C

Instância	$\epsilon = 0.1$				$\epsilon = 0.25$				$\epsilon = 0.5$				$\epsilon = 0.025 z(x_r)z(x_s)$			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01-C	16,0	2446,10	0,86245	0,94	12,0	2444,46	0,86231	0,71	8,0	2442,31	0,86228	0,50	4,0	2426,56	0,86120	0,27
UK10_02-C	20,3	3234,83	0,86763	1,33	16,8	3213,69	0,86648	1,07	10,5	3231,59	0,86705	0,71	6,1	3175,18	0,86345	0,44
UK10_03-C	25,0	3921,74	0,92014	1,36	17,0	3914,60	0,91891	0,93	11,0	3861,43	0,91321	0,59	7,0	3852,27	0,91179	0,38
UK10_04-C	23,9	2795,43	0,90692	1,71	13,0	2787,49	0,90784	0,83	9,0	2767,73	0,90439	0,57	3,0	2531,22	0,88030	0,18
UK10_05-C	21,5	2419,26	0,89446	9,65	19,0	2409,29	0,89043	1,41	17,0	2409,25	0,89043	1,30	5,0	2380,07	0,88296	0,42
UK10_06-C	29,0	2704,94	0,88435	1,79	19,0	2700,04	0,88363	1,17	15,0	2689,81	0,88150	0,92	9,0	2671,00	0,87921	0,56
UK10_07-C	15,4	2251,96	0,89194	0,84	12,0	2272,22	0,89006	0,67	6,4	2253,63	0,88789	0,38	4,7	2236,25	0,88488	0,27
UK10_08-C	35,0	1064,23	0,86087	1,91	27,0	1061,97	0,85911	1,50	10,0	1028,05	0,85081	0,57	10,0	1028,05	0,85081	0,57
UK10_09-C	24,0	1180,85	0,91843	1,33	16,0	1178,69	0,91725	0,90	12,0	1176,15	0,91631	0,69	9,0	1172,34	0,91563	0,48
UK10_10-C	19,0	2272,07	0,83960	1,05	14,5	2242,16	0,83815	0,80	7,4	1922,31	0,83300	0,41	7,0	1961,19	0,83213	0,40
UK10_11-C	27,1	3423,95	0,90246	1,80	20,1	3417,45	0,90151	1,30	16,0	3415,53	0,90140	1,05	7,0	3337,97	0,89103	0,44
UK10_12-C	18,0	2023,55	0,89351	1,08	14,0	2023,20	0,89351	0,86	8,0	2016,29	0,89145	0,52	8,0	2016,29	0,89145	0,52
UK10_13-C	29,0	2153,32	0,85700	1,59	17,0	2129,20	0,85236	0,92	11,0	2102,66	0,85161	0,59	9,0	2098,20	0,85096	0,49
UK10_14-C	24,0	2664,07	0,88575	1,41	18,0	2663,04	0,88575	1,08	14,0	2657,42	0,88473	0,85	8,0	2637,88	0,88270	0,52
UK10_15-C	14,0	1375,50	0,79675	0,95	10,0	1374,94	0,79673	0,71	6,0	1372,61	0,79664	0,46	4,0	1367,06	0,79646	0,34
UK10_16-C	18,8	2304,98	0,87706	1,20	12,1	2291,52	0,87567	0,75	11,5	2303,68	0,87583	0,72	8,3	2293,90	0,87334	0,51
UK10_17-C	23,0	2235,53	0,93059	1,29	13,0	2231,26	0,92953	0,73	11,0	2230,17	0,92943	0,62	7,0	2219,27	0,92619	0,39
UK10_18-C	11,7	1110,95	0,79692	0,68	8,2	1089,43	0,79019	0,48	6,3	1080,51	0,79185	0,38	6,5	1090,83	0,79506	0,38
UK10_19-C	23,0	1302,38	0,88055	1,46	13,0	1295,12	0,87630	0,82	9,0	1266,99	0,87546	0,57	9,0	1266,90	0,87537	0,57
UK10_20-C	21,0	1990,16	0,90379	1,33	19,0	1989,00	0,90334	1,20	12,0	1985,17	0,90269	0,75	10,0	1979,51	0,90088	0,63

Tabela 7.10: 2ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções na 1ª Fase - Instâncias Grupo A

Instância	$\epsilon = 0.1$				$\epsilon = 0.25$				$\epsilon = 0.5$				$\epsilon = 0.025 z(x_r)z(x_s)$			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01	34,0	1015,10	0,89018	2,00	20,0	1010,13	0,88800	1,11	18,0	1001,77	0,88612	0,86	17,0	999,04	0,88403	0,75
UK10_02	47,0	1339,92	0,88328	2,46	33,0	1335,18	0,88196	1,49	29,0	1334,19	0,88182	1,33	21,0	1324,53	0,87975	0,79
UK10_03	40,0	1577,76	0,89579	1,84	30,0	1573,45	0,89465	1,29	31,0	1573,18	0,89473	1,17	29,0	1553,60	0,89215	0,83
UK10_04	55,8	1754,37	0,90120	2,68	50,8	1750,58	0,90060	2,32	34,9	1748,45	0,89995	1,52	18,2	1720,82	0,89454	0,63
UK10_05	50,0	1203,35	0,89323	2,34	37,0	1198,17	0,89176	1,57	27,0	1194,65	0,89103	1,11	28,0	1193,14	0,89064	1,04
UK10_06	110,8	1851,33	0,88048	5,21	58,1	1849,06	0,88034	2,49	47,5	1832,57	0,87326	1,99	19,0	1827,22	0,87168	0,62
UK10_07	30,0	1050,01	0,88006	1,78	23,0	1047,17	0,87880	1,22	16,0	1020,90	0,87671	0,76	14,0	1017,56	0,87535	0,64
UK10_08	29,0	1398,60	0,88002	1,52	21,0	1393,78	0,87804	1,10	13,0	1358,29	0,87627	0,68	13,0	1346,81	0,87201	0,51
UK10_09	27,0	844,12	0,87981	1,72	19,0	841,66	0,87829	1,21	13,0	820,64	0,87637	0,75	10,0	816,11	0,87361	0,60
UK10_10	33,0	1080,46	0,88288	2,08	28,0	1074,91	0,88109	1,34	20,0	1054,10	0,87898	0,81	19,0	1051,05	0,87776	0,72
UK10_11	61,0	2000,02	0,87946	2,60	39,0	1970,72	0,87794	1,51	31,0	1922,82	0,87655	1,11	23,0	1910,15	0,87426	0,72
UK10_12	63,4	1358,12	0,88112	2,50	46,0	1355,33	0,88032	1,66	40,0	1334,39	0,87966	1,44	27,0	1328,54	0,87803	0,91
UK10_13	46,1	1393,30	0,88125	2,49	35,0	1383,35	0,87976	1,51	28,0	1378,29	0,87913	1,09	27,0	1377,58	0,87890	0,98
UK10_14	22,0	593,79	0,88977	1,46	13,0	591,70	0,88819	0,83	10,0	584,30	0,88066	0,58	8,0	582,51	0,88012	0,46
UK10_15	25,4	482,11	0,89545	1,74	17,8	485,02	0,89448	1,19	17,6	475,35	0,89048	0,96	15,7	478,03	0,89065	0,81
UK10_16	63,6	1082,03	0,87928	2,12	38,1	1063,72	0,87782	1,12	34,5	1059,69	0,87744	0,95	31,5	1058,05	0,87680	0,81
UK10_17	20,0	412,15	0,85948	1,26	11,0	399,26	0,85402	0,62	10,0	407,11	0,84747	0,51	11,0	399,26	0,85402	0,62
UK10_18	54,0	1096,62	0,89316	2,61	34,0	1084,74	0,89192	1,46	24,0	1055,25	0,88842	0,75	24,0	1055,25	0,88842	0,74
UK10_19	21,0	1120,49	0,86787	1,39	16,0	1118,82	0,86734	1,00	10,0	1110,74	0,86319	0,60	10,0	1110,74	0,86319	0,60
UK10_20	31,0	1099,15	0,87792	1,74	25,0	1096,22	0,87637	1,28	16,0	1071,51	0,87489	0,78	13,0	1067,03	0,87295	0,63

Tabela 7.11: 2ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções na 1ª Fase - Instâncias Grupo B

Instância	$\epsilon = 0.1$				$\epsilon = 0.25$				$\epsilon = 0.5$				$\epsilon = 0.025 z(x_r)z(x_s)$			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01-B	11,8	767,54	0,85833	1,00	7,8	753,93	0,85959	0,64	3,3	662,85	0,82740	0,28	4,6	747,15	0,86615	0,36
UK10_02-B	18,4	7363,98	0,85664	1,23	12,9	7338,69	0,85643	0,82	12,3	7335,52	0,85636	0,78	7,0	6999,46	0,85678	0,37
UK10_03-B	5,8	3919,39	0,87396	0,26	7,5	3915,39	0,87156	0,40	5,9	3905,88	0,87154	0,29	6,3	3933,47	0,87617	0,31
UK10_04-B	34,8	5187,05	0,87525	1,22	25,5	5182,48	0,87505	0,89	24,9	5182,76	0,87396	0,85	19,8	5173,76	0,87531	0,66
UK10_05-B	25,1	6550,10	0,89416	3,01	20,7	6516,02	0,89398	2,45	21,3	6532,30	0,89999	2,65	8,6	6486,01	0,90708	0,44
UK10_06-B	22,1	6625,69	0,94089	1,62	15,7	6613,17	0,94005	1,12	11,9	6606,21	0,93922	0,81	9,0	6606,83	0,93767	0,61
UK10_07-B	24,3	2243,81	0,89901	1,63	14,7	2241,40	0,89561	0,98	12,1	2236,50	0,89552	0,79	9,0	2229,83	0,89168	0,54
UK10_08-B	19,6	5841,35	0,79325	1,47	13,6	5832,41	0,79322	1,01	10,5	5788,99	0,79314	0,78	7,5	5785,60	0,79308	0,57
UK10_09-B	29,0	2509,98	0,90170	1,80	18,0	2507,88	0,90065	1,12	16,0	2507,34	0,90061	0,97	11,0	2504,35	0,89966	0,64
UK10_10-B	19,3	8135,26	0,92805	1,49	14,0	8132,74	0,92743	1,05	10,1	8115,50	0,94571	0,59	9,7	8114,60	0,94687	0,57
UK10_11-B	22,8	7953,59	0,81347	1,53	15,5	7916,79	0,81337	1,02	12,8	7922,45	0,81335	0,82	8,7	7855,00	0,81257	0,47
UK10_12-B	19,3	11762,75	0,87387	1,24	17,1	11773,37	0,87372	1,08	15,3	11756,19	0,87363	0,89	9,8	11708,74	0,87037	0,42
UK10_13-B	21,9	1820,64	0,90400	1,75	14,0	1826,90	0,90253	1,12	11,5	1812,91	0,90042	0,91	11,7	1820,25	0,90070	0,92
UK10_14-B	9,3	6700,05	0,96073	0,74	5,6	6702,09	0,95894	0,45	4,9	6692,78	0,96097	0,36	4,6	6684,44	0,97114	0,26
UK10_15-B	3,1	260,55	0,81358	0,23	3,1	260,55	0,81358	0,23	3,0	259,31	0,81163	0,23	3,0	259,31	0,81163	0,23
UK10_16-B	18,3	2037,61	0,91073	1,16	12,5	2036,36	0,90936	0,80	7,3	2027,13	0,92770	0,26	7,4	2027,51	0,92500	0,28
UK10_17-B	17,3	8807,02	0,86104	1,27	13,5	8847,57	0,86101	0,98	9,1	8754,62	0,85863	0,63	7,5	8607,44	0,85393	0,38
UK10_18-B	17,5	3950,80	0,85060	1,28	11,8	3944,81	0,85338	0,71	10,2	3935,68	0,84786	0,50	9,4	3934,25	0,84948	0,44
UK10_19-B	3,0	1132,99	0,82460	0,23	3,0	1132,99	0,82460	0,23	3,0	1132,99	0,82460	0,23	3,2	1141,89	0,82768	0,24
UK10_20-B	16,4	5463,43	0,95573	0,92	11,9	5461,79	0,95530	0,68	11,9	5462,01	0,95530	0,64	9,4	8788,09	0,94796	0,37

Tabela 7.12: 2ª Fase do 2PPLS considerando diferentes distâncias mínimas entre as soluções na 1ª Fase - Instâncias Grupo C

Instância	$\epsilon = 0.1$				$\epsilon = 0.25$				$\epsilon = 0.5$				$\epsilon = 0.025 z(x_r)z(x_s)$			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01-C	16,0	2446,10	0,85119	1,13	18,0	2445,31	0,85091	0,98	12,0	2443,13	0,85079	0,69	10,0	2436,27	0,84976	0,45
UK10_02-C	37,1	3349,02	0,87259	1,82	33,3	3339,93	0,87177	1,52	20,8	3341,17	0,87196	0,99	16,2	3311,65	0,86949	0,67
UK10_03-C	29,0	3930,47	0,92049	1,70	27,0	3927,01	0,92000	1,31	17,0	3893,32	0,91687	0,84	12,0	3884,14	0,91589	0,56
UK10_04-C	56,8	2829,49	0,91574	2,41	35,1	2820,89	0,91609	1,25	23,0	2814,35	0,91472	0,85	18,0	2780,26	0,91456	0,44
UK10_05-C	32,5	2465,86	0,89533	10,17	33,0	2463,68	0,89424	1,95	29,0	2463,64	0,89424	1,77	10,0	2445,01	0,88789	0,57
UK10_06-C	33,0	2728,24	0,88652	2,20	23,0	2724,30	0,88600	1,47	19,0	2714,08	0,88387	1,17	13,0	2699,44	0,88245	0,75
UK10_07-C	19,0	2310,75	0,89875	1,04	15,2	2301,73	0,89790	0,83	10,6	2300,10	0,89601	0,50	8,3	2301,47	0,89483	0,36
UK10_08-C	35,0	1064,23	0,86087	2,27	27,0	1061,97	0,85911	1,78	10,0	1028,05	0,85081	0,68	10,0	1028,05	0,85081	0,67
UK10_09-C	24,0	1180,85	0,91843	1,62	16,0	1178,69	0,91725	1,10	12,0	1176,15	0,91631	0,84	9,0	1172,34	0,91563	0,59
UK10_10-C	72,0	2309,68	0,85046	2,01	57,1	2282,65	0,84996	1,56	33,4	2250,99	0,84888	0,87	31,6	2242,77	0,84854	0,83
UK10_11-C	41,2	3435,09	0,90447	2,30	30,4	3431,24	0,90389	1,66	26,0	3429,77	0,90385	1,36	13,0	3396,48	0,90024	0,60
UK10_12-C	57,0	2057,02	0,90374	1,93	41,0	2056,67	0,90374	1,51	28,0	2055,20	0,90348	0,95	28,0	2055,20	0,90348	0,95
UK10_13-C	55,0	2181,21	0,86338	2,29	36,0	2176,81	0,86273	1,39	29,0	2150,62	0,86200	0,97	26,0	2148,31	0,86175	0,85
UK10_14-C	42,0	2683,93	0,88921	1,99	33,0	2682,60	0,88919	1,52	25,0	2681,33	0,88897	1,18	18,0	2667,80	0,88757	0,77
UK10_15-C	19,0	1900,91	0,79506	1,20	15,0	1900,36	0,79505	0,92	11,0	1898,72	0,79499	0,63	9,0	1894,96	0,79486	0,49
UK10_16-C	43,8	2341,77	0,88224	1,72	34,3	2341,00	0,88189	1,14	32,7	2338,63	0,88169	1,09	23,0	2339,09	0,88103	0,79
UK10_17-C	23,0	2235,53	0,93059	1,57	13,0	2231,26	0,92953	0,89	11,0	2230,17	0,92943	0,75	9,0	2223,13	0,92708	0,53
UK10_18-C	16,4	1295,63	0,86498	0,91	13,1	1293,58	0,86438	0,68	12,1	1282,72	0,86448	0,57	12,1	1283,66	0,86477	0,58
UK10_19-C	27,0	1309,41	0,88586	1,84	21,9	1305,68	0,88381	1,16	17,0	1277,41	0,88280	0,84	16,9	1277,44	0,88281	0,84
UK10_20-C	50,0	1996,46	0,90486	1,88	46,0	1995,95	0,90465	1,71	27,0	1992,58	0,90413	1,06	23,0	1989,80	0,90337	0,89

Tabela 7.13: 2PPLS x Soma Ponderada x Soma Ponderada Normalizada - Instâncias Grupo A

Instância	2PPLS				MSP				MSPN			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01	34,0	1015,10	0,89018	2,00	9,0	994,78	0,88064	0,59	10,0	994,89	0,88127	0,68
UK10_02	47,0	1339,92	0,88328	2,46	9,0	1301,34	0,87171	0,63	10,0	1300,11	0,87141	0,72
UK10_03	40,0	1577,76	0,89579	1,84	9,0	1540,30	0,88493	0,52	10,0	1544,12	0,88504	0,61
UK10_04	55,8	1754,37	0,90120	2,68	9,0	1715,06	0,89171	0,58	10,0	1717,11	0,89219	0,71
UK10_05	50,0	1203,35	0,89323	2,34	10,0	1178,02	0,88472	0,62	10,0	1175,41	0,88327	0,73
UK10_06	110,8	1851,33	0,88048	5,21	9,0	1813,95	0,86468	0,62	8,9	1822,06	0,86767	0,76
UK10_07	30,0	1050,01	0,88006	1,78	8,0	980,14	0,86786	0,55	9,0	1002,65	0,86781	0,66
UK10_08	29,0	1398,60	0,88002	1,52	8,0	1306,34	0,86785	0,46	9,0	1336,15	0,86781	0,54
UK10_09	27,0	844,12	0,87981	1,72	8,0	793,06	0,86866	0,57	9,0	806,35	0,86872	0,68
UK10_10	33,0	1080,46	0,88288	2,08	9,0	1046,40	0,87093	0,55	10,0	1051,82	0,87162	0,63
UK10_11	61,0	2000,02	0,87946	2,60	9,0	1934,71	0,86571	0,56	9,0	1884,58	0,86539	0,67
UK10_12	63,4	1358,12	0,88112	2,50	8,0	1244,89	0,86953	0,57	9,0	1292,83	0,86862	0,67
UK10_13	46,1	1393,30	0,88125	2,49	9,0	1345,66	0,86819	0,61	10,0	1349,37	0,86866	0,70
UK10_14	22,0	593,79	0,88977	1,46	10,0	582,03	0,87825	0,60	9,0	581,20	0,87761	0,72
UK10_15	25,4	482,11	0,89545	1,74	8,8	476,47	0,88854	0,67	9,7	475,20	0,88846	0,81
UK10_16	63,6	1082,03	0,87928	2,12	8,0	1003,88	0,86482	0,52	9,0	1033,20	0,86403	0,61
UK10_17	20,0	412,15	0,85948	1,26	8,0	371,65	0,84210	0,62	8,0	376,15	0,84249	0,73
UK10_18	54,0	1096,62	0,89316	2,61	8,0	1033,77	0,87854	0,70	9,0	1018,13	0,87997	0,85
UK10_19	21,0	1120,49	0,86787	1,39	9,0	1102,58	0,85768	0,60	8,0	1075,90	0,85461	0,72
UK10_20	31,0	1099,15	0,87792	1,74	8,0	1040,62	0,86752	0,55	9,0	1042,52	0,86772	0,66

Tabela 7.14: 2PPLS x Soma Ponderada x Soma Ponderada Normalizada - Instâncias Grupo B

Instância	2PPLS				MSP				MSPN			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01-B	11,8	767,54	0,85833	1,00	8,0	788,38	0,87143	0,76	7,6	805,09	0,87011	0,90
UK10_02-B	18,4	7363,98	0,85664	1,23	8,0	7296,73	0,84934	0,68	10,5	7306,59	0,86057	0,78
UK10_03-B	5,8	3919,39	0,87396	0,26	9,0	3318,87	0,83255	0,65	5,4	3542,86	0,83978	0,77
UK10_04-B	34,8	5187,05	0,87525	1,22	9,0	5117,62	0,86880	0,66	11,0	5122,13	0,86971	0,77
UK10_05-B	25,1	6550,10	0,89416	3,01	7,0	6567,88	0,91368	0,72	7,6	6569,58	0,91343	0,84
UK10_06-B	22,1	6625,69	0,94089	1,62	9,0	6678,61	0,94125	0,69	9,8	6679,96	0,94428	0,81
UK10_07-B	24,3	2243,81	0,89901	1,63	10,0	2245,68	0,90805	0,62	8,4	2244,11	0,88962	0,75
UK10_08-B	19,6	5841,35	0,79325	1,47	8,0	5709,63	0,78758	0,72	8,6	5794,38	0,78638	0,86
UK10_09-B	29,0	2509,98	0,90170	1,80	9,0	2502,78	0,90549	0,69	6,0	2495,88	0,89678	0,84
UK10_10-B	19,3	8135,26	0,92805	1,49	9,0	8106,48	0,94882	0,73	9,8	8108,51	0,95027	0,84
UK10_11-B	22,8	7953,59	0,81347	1,53	8,0	7927,65	0,80484	0,70	8,3	8017,08	0,80439	0,81
UK10_12-B	19,3	11762,75	0,87387	1,24	9,0	11824,24	0,86934	0,70	10,3	11796,27	0,88554	0,81
UK10_13-B	21,9	1820,64	0,90400	1,75	9,0	1835,21	0,89894	0,72	8,7	1834,79	0,89875	0,84
UK10_14-B	9,3	6700,05	0,96073	0,74	8,0	6781,85	0,96038	0,71	10,0	6777,15	0,96343	0,82
UK10_15-B	3,1	260,55	0,81358	0,23	8,0	282,05	0,84056	0,78	4,4	285,20	0,82411	0,90
UK10_16-B	18,3	2037,61	0,91073	1,16	9,0	2033,01	0,92499	0,56	6,7	2029,86	0,91918	0,67
UK10_17-B	17,3	8807,02	0,86104	1,27	8,0	8761,67	0,84762	0,72	9,7	8716,47	0,84768	0,84
UK10_18-B	17,5	3950,80	0,85060	1,28	8,9	3725,27	0,82663	0,67	9,0	3579,56	0,81334	0,79
UK10_19-B	3,0	1132,99	0,82460	0,23	8,0	1223,53	0,85308	0,71	4,2	1225,01	0,83631	0,84
UK10_20-B	16,4	5463,43	0,95573	0,92	9,0	5475,21	0,96106	0,61	10,0	5477,49	0,96143	0,73

Tabela 7.15: 2PPLS x Soma Ponderada x Soma Ponderada Normalizada - Instâncias Grupo C

Instância	2PPLS				MSP				MSPN			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01-C	16,0	2446,10	0,85119	1,13	9,0	2442,89	0,86220	0,60	5,0	2438,96	0,86198	0,74
UK10_02-C	37,1	3349,02	0,87259	1,82	9,0	3330,24	0,86848	0,69	8,9	3323,79	0,86751	0,80
UK10_03-C	29,0	3930,47	0,92049	1,70	9,0	3853,86	0,91527	0,58	10,0	3853,47	0,91535	0,71
UK10_04-C	56,8	2829,49	0,91574	2,41	10,0	2754,31	0,90364	0,65	8,0	2754,68	0,90386	0,83
UK10_05-C	32,5	2465,86	0,89533	10,17	8,0	2407,66	0,88962	0,64	7,0	2404,40	0,89057	0,79
UK10_06-C	33,0	2728,24	0,88652	2,20	10,0	2669,19	0,87786	0,69	10,0	2669,42	0,87808	0,82
UK10_07-C	19,0	2310,75	0,89875	1,04	9,0	2301,42	0,89908	0,57	8,8	2300,08	0,89850	0,69
UK10_08-C	35,0	1064,23	0,86087	2,27	7,0	1006,51	0,84832	0,56	8,0	1028,34	0,84940	0,66
UK10_09-C	24,0	1180,85	0,91843	1,62	9,0	1172,10	0,91385	0,58	8,0	1170,26	0,91376	0,70
UK10_10-C	72,0	2309,68	0,85046	2,01	8,0	2181,21	0,82849	0,59	8,7	2227,63	0,82878	0,71
UK10_11-C	41,2	3435,09	0,90447	2,30	10,0	3353,02	0,89138	0,68	9,0	3342,99	0,89109	0,81
UK10_12-C	57,0	2057,02	0,90374	1,93	9,0	2019,71	0,89238	0,64	9,0	2019,32	0,89188	0,76
UK10_13-C	55,0	2181,21	0,86338	2,29	9,0	2091,40	0,84549	0,60	9,0	2089,61	0,84497	0,71
UK10_14-C	42,0	2683,93	0,88921	1,99	10,0	2642,56	0,88244	0,62	9,0	2639,04	0,88237	0,73
UK10_15-C	19,0	1900,91	0,79506	1,20	9,0	1374,23	0,79670	0,72	7,0	1373,25	0,79669	0,88
UK10_16-C	43,8	2341,77	0,88224	1,72	9,0	2335,27	0,87145	0,63	9,5	2335,86	0,87253	0,75
UK10_17-C	23,0	2235,53	0,93059	1,57	10,0	2226,86	0,92771	0,62	7,0	2219,85	0,92750	0,74
UK10_18-C	16,4	1295,63	0,86498	0,91	8,0	1206,30	0,83074	0,64	9,0	1203,10	0,83070	0,75
UK10_19-C	27,0	1309,41	0,88586	1,84	8,0	1257,14	0,87325	0,67	10,0	1299,81	0,87158	0,82
UK10_20-C	50,0	1996,46	0,90486	1,88	10,0	1974,77	0,90073	0,61	9,0	1970,93	0,90021	0,74

Análise das Abordagens Exatas x Heurísticas

Comparando-se o desempenho do 2PPLS com os dos métodos exatos, verifica-se que, além do tempo de execução, que já era esperado, a abordagem aproximativa também apresenta uma melhor performance quando se considera o número de soluções eficientes geradas. Para as instâncias do Grupo A, onde as janelas de tempo são largas, o 2PPLS leva inclusive a melhores valores para a medida $\mathcal{R}$. Nos demais grupos de instância, apesar de as abordagens exatas terem apresentado melhores valores para os indicadores, o 2PPLS segue bastante competitivo, pois as diferenças numéricas não são elevadas.

Tabela 7.16: 2PPLS x Abordagens Exatas - Instâncias Grupo A

Instância	2PPLS				MSP				MSPN				Restriçãoε			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01	34,0	1015,10	0,89018	2,00	11,0	1001,47	0,87543	2021,39	10,00	1000,67	0,87001	2581,70	13	983,36	0,88246	–
UK10_02	47,0	1339,92	0,88328	2,46	9,0	1301,75	0,87173	754,84	10,00	1299,96	0,87108	1029,43	18	1314,11	0,88174	–
UK10_03	40,0	1577,76	0,89579	1,84	10,0	1546,69	0,86142	262,52	11,00	1551,21	0,86197	357,38	17	1541,67	0,89123	–
UK10_04	55,8	1754,37	0,90120	2,68	9,0	1720,50	0,87661	699,27	10,00	1724,91	0,87744	712,77	18	1732,75	0,89979	–
UK10_05	50,0	1203,35	0,89323	2,34	10,0	1177,69	0,88465	521,70	11,00	1175,64	0,88334	702,40	16	1175,30	0,88199	–
UK10_06	110,8	1851,33	0,88048	5,21	10,0	1848,49	0,90857	1102,77	11,00	1841,93	0,90406	1227,24	16	1809,66	0,90031	–
UK10_07	30,0	1050,01	0,88006	1,78	8,0	980,53	0,86783	290,65	10,00	1035,65	0,86778	459,26	17	1045,19	0,87853	–
UK10_08	29,0	1398,60	0,88002	1,52	8,0	1306,50	0,86782	151,23	9,00	1335,60	0,86785	176,43	19	1391,49	0,87881	–
UK10_09	27,0	844,12	0,87981	1,72	9,0	832,95	0,86871	269,82	10,00	834,21	0,86836	384,36	15	836,62	0,87810	–
UK10_10	33,0	1080,46	0,88288	2,08	11,0	1049,46	0,87095	212,76	11,00	1054,46	0,87153	305,91	16	1049,57	0,87910	–
UK10_11	61,0	2000,02	0,87946	2,60	9,0	1934,25	0,86550	594,03	9,00	1885,90	0,86540	605,14	23	1972,35	0,87643	–
UK10_12	63,4	1358,12	0,88112	2,50	9,0	1347,16	0,85707	805,48	10,00	1348,69	0,85622	1009,53	20	1358,54	0,88027	–
UK10_13	46,1	1393,30	0,88125	2,49	9,0	1352,34	0,86402	216,96	11,00	1357,42	0,86472	290,09	20	1372,80	0,87997	–
UK10_14	22,0	593,79	0,88977	1,46	8,0	637,72	0,83859	351,73	6,00	698,59	0,83146	430,28	10	565,65	0,87115	–
UK10_15	25,4	482,11	0,89545	1,74	8,0	591,77	0,88477	550,05	8,00	591,50	0,88469	739,32	10	477,89	0,89128	–
UK10_16	63,6	1082,03	0,87928	2,12	8,0	975,63	0,86537	1411,35	9,00	1032,05	0,86423	1869,92	17	1066,50	0,87729	–
UK10_17	20,0	412,15	0,85948	1,26	9,0	461,22	0,84722	401,29	9,00	462,74	0,85277	657,83	10	395,84	0,85436	–
UK10_18	54,0	1096,62	0,89316	2,61	9,0	1066,84	0,86874	1060,45	9,00	1057,17	0,87012	1370,78	16	1075,57	0,89053	–
UK10_19	21,0	1120,49	0,86787	1,39	8,0	1169,93	0,88054	354,09	6,00	1149,26	0,87883	458,97	16	1146,14	0,89278	–
UK10_20	31,0	1099,15	0,87792	1,74	10,0	1089,75	0,88054	1546,17	11,00	1087,39	0,86724	1884,80	15	1078,97	0,87473	–

Tabela 7.17: 2PPLS x Abordagens Exatas - Instâncias Grupo B

Instância	2PPLS				MSP				MSPN				Restriçãoε			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01-B	11,8	767,54	0,85833	1,00	10,0	1326,75	0,81252	342,25	9,00	1325,45	0,87395	407,16	6	191,54	0,86902	–
UK10_02-B	18,4	7363,98	0,85664	1,23	11,0	7501,15	0,79426	87,45	10,00	7501,13	0,82466	99,20	6	206,32	0,86349	–
UK10_03-B	5,8	3919,39	0,87396	0,26	7,0	9782,10	0,86467	22,43	5,00	9665,53	0,81335	28,19	13	2109,33	0,86352	–
UK10_04-B	34,8	5187,05	0,87525	1,22	9,0	4478,64	0,86537	94,04	9,00	4483,22	0,88072	129,78	8	34,68	0,86000	–
UK10_05-B	25,1	6550,10	0,89416	3,01	9,0	7301,03	0,86711	53,10	4,00	7295,54	0,83339	64,04	5	163,68	0,88674	–
UK10_06-B	22,1	6625,69	0,94089	1,62	9,0	9884,24	0,87101	86,54	6,00	9872,85	0,85117	183,96	10	613,43	0,89934	–
UK10_07-B	24,3	2243,81	0,89901	1,63	9,0	6533,83	0,89230	600,78	7,00	6527,41	0,89156	904,98	11	464,17	0,89355	–
UK10_08-B	19,6	5841,35	0,79325	1,47	9,0	6252,35	0,92719	20,85	7,00	6242,55	0,93202	23,64	7	1041,74	0,85838	–
UK10_09-B	29,0	2509,98	0,90170	1,80	8,0	4140,68	0,86359	87,64	3,00	4228,28	0,92931	207,37	11	364,85	0,90038	–
UK10_10-B	19,3	8135,26	0,92805	1,49	8,0	9636,11	0,85417	67,79	4,00	9817,98	0,75622	137,53	8	156,06	0,86191	–
UK10_11-B	22,8	7953,59	0,81347	1,53	10,0	9186,32	0,90240	53,39	8,00	9165,88	0,88563	67,90	13	1581,16	0,87403	–
UK10_12-B	19,3	11762,75	0,87387	1,24	10,0	13525,20	0,87345	46,99	8,00	13526,00	0,86993	60,80	5	449,90	0,86010	–
UK10_13-B	21,9	1820,64	0,90400	1,75	10,0	3563,59	0,88186	543,49	7,00	3555,35	0,85000	901,68	10	827,74	0,90132	–
UK10_14-B	9,3	6700,05	0,96073	0,74	9,0	6960,08	0,80950	75,30	9,00	6977,76	0,86047	103,76	5	600,31	0,85604	–
UK10_15-B	3,1	260,55	0,81358	0,23	8,0	1030,29	0,84046	27,48	7,00	1046,95	0,83816	34,14	4	222,02	0,83501	–
UK10_16-B	18,3	2037,61	0,91073	1,16	11,0	3934,61	0,91382	259,65	5,00	3824,40	0,85797	1153,03	8	1059,32	0,90961	–
UK10_17-B	17,3	8807,02	0,86104	1,27	11,0	8356,81	0,86823	55,38	8,00	8353,47	0,91855	65,00	8	2545,51	0,85836	–
UK10_18-B	17,5	3950,80	0,85060	1,28	10,0	4321,15	0,78963	46,46	7,00	4325,30	0,79111	57,61	9	76,97	0,82701	–
UK10_19-B	3,0	1132,99	0,82460	0,23	10,0	3828,05	0,86391	10,59	8,00	3813,85	0,84295	15,35	9	239,01	0,86876	–
UK10_20-B	16,4	5463,43	0,95573	0,92	11,0	5722,48	0,83273	102,73	10,00	5720,14	0,90993	176,52	10	1288,56	0,94229	–

Tabela 7.18: 2PPLS x Abordagens Exatas - Instâncias Grupo C

Instância	2PPLS				MSP				MSPN				Restrições			
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)
UK10_01-C	16,0	2446,10	0,85119	1,13	10,0	4965,29	0,86891	12157,10	3,00	4915,51	0,77081	42924,30	13	1033,91	0,87602	–
UK10_02-C	37,1	3349,02	0,87259	1,82	9,0	3803,45	0,84004	25267,60	9,00	3981,81	0,83780	34211,70	18	914,47	0,87766	–
UK10_03-C	29,0	3930,47	0,92049	1,70	11,0	4283,31	0,88662	8554,64	10,00	4277,42	0,88794	10405,70	14	507,55	0,89142	–
UK10_04-C	56,8	2829,49	0,91574	2,41	8,0	4259,35	0,80957	17504,50	5,00	4219,16	0,79767	111097,00	16	1040,05	0,85971	–
UK10_05-C	32,5	2465,86	0,89533	10,17	10,0	2864,79	0,93512	11098,40	8,00	2860,17	0,93462	157868,00	14	1173,51	0,92027	–
UK10_06-C	33,0	2728,24	0,88652	2,20	9,0	3360,70	0,90874	3218,65	8,00	3343,34	0,91318	5775,47	24	887,63	0,88795	–
UK10_07-C	19,0	2310,75	0,89875	1,04	10,0	3304,77	0,89921	3518,77	9,00	3305,13	0,87499	7245,66	13	729,05	0,87730	–
UK10_08-C	35,0	1064,23	0,86087	2,27	11,0	1077,38	0,85427	2505,67	11,00	1075,70	0,84555	2846,53	14	407,80	0,86373	–
UK10_09-C	24,0	1180,85	0,91843	1,62	9,0	1594,01	0,87151	508,83	8,00	1590,31	0,86512	1454,12	11	454,32	0,91745	–
UK10_10-C	72,0	2309,68	0,85046	2,01	8,0	2475,27	0,81823	3927,76	6,00	2542,78	0,81908	9963,88	22	857,59	0,89644	–
UK10_11-C	41,2	3435,09	0,90447	2,30	9,0	3826,94	0,82473	2589,85	9,00	4252,68	0,86109	2897,38	24	1223,95	0,90595	–
UK10_12-C	57,0	2057,02	0,90374	1,93	10,0	2478,47	0,84959	2502,73	10,00	2484,97	0,85307	15502,80	16	1116,26	0,90672	–
UK10_13-C	55,0	2181,21	0,86338	2,29	9,0	2515,53	0,92678	2687,41	8,00	2504,85	0,91916	4333,88	24	958,22	0,86669	–
UK10_14-C	42,0	2683,93	0,88921	1,99	8,0	3022,23	0,81461	1931,13	7,00	2940,68	0,80217	3443,50	24	1257,39	0,89217	–
UK10_15-C	19,0	1900,91	0,79506	1,20	8,0	3700,71	0,86632	134197,00	2,00	3238,81	0,75248	243780,00	18	988,63	0,82244	–
UK10_16-C	43,8	2341,77	0,88224	1,72	10,0	3078,20	0,82480	50125,20	8,00	3062,08	0,89576	98871,00	14	1321,71	0,88145	–
UK10_17-C	23,0	2235,53	0,93059	1,57	10,0	2872,21	0,83270	17699,10	9,00	3515,42	0,83169	101091,00	12	449,69	0,89441	–
UK10_18-C	16,4	1295,63	0,86498	0,91	9,0	1605,66	0,86675	6424,31	11,00	1605,62	0,86437	6974,71	12	772,69	0,87200	–
UK10_19-C	27,0	1309,41	0,88586	1,84	11,0	1573,35	0,86983	13891,40	11,00	1596,84	0,87046	25240,50	13	451,27	0,88179	–
UK10_20-C	50,0	1996,46	0,90486	1,88	9,0	2530,51	0,92485	14332,80	7,00	2521,38	0,92275	25337,30	17	718,81	0,90315	–

7.4.2 Instâncias com 100 clientes

Apresentação dos Pontos de Referência

As Tabelas 7.19 – 7.21 apresentam os valores mínimos e máximos obtidos para cada um dos objetivos. Esses valores foram utilizados na determinação dos pontos de referência considerados no cálculo dos indicadores.

Tabela 7.19: Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos

Instância	\$ Emissões			\$ Salários dos Motoristas		
	Mín.	Máx.	Dif.	Mín.	Máx.	Dif.
UK100_01	651,95	795,17	143,22	461,24	665,07	203,83
UK100_02	614,81	766,29	151,48	439,22	615,20	175,97
UK100_03	572,14	704,33	132,18	423,27	585,71	162,44
UK100_04	546,01	698,26	152,25	440,33	626,34	186,01
UK100_05	523,80	649,05	125,24	427,69	598,12	170,43
UK100_06	629,57	777,43	147,86	466,49	651,87	185,38
UK100_07	559,12	683,88	124,75	401,87	582,07	180,20
UK100_08	583,76	723,07	139,30	417,80	580,83	163,04
UK100_09	501,92	647,50	145,59	397,48	582,43	184,96
UK100_10	560,84	702,93	142,08	407,66	574,10	166,44
UK100_11	630,01	797,59	167,58	468,15	667,67	199,52
UK100_12	540,89	674,97	134,08	403,20	579,60	176,40
UK100_13	600,49	750,46	149,97	439,65	616,70	177,05
UK100_14	671,84	817,71	145,86	474,91	649,06	174,15
UK100_15	694,81	862,88	168,07	499,71	711,42	211,70
UK100_16	505,77	645,70	139,92	390,92	560,83	169,91
UK100_17	667,59	819,82	152,23	487,95	695,65	207,70
UK100_18	573,01	718,84	145,83	417,63	597,23	179,60
UK100_19	523,93	663,75	139,82	410,22	592,07	181,85
UK100_20	665,71	825,80	160,09	474,05	673,01	198,96

Tabela 7.20: Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos

Instância	\$ Emissões			\$ Salários dos Motoristas		
	Mín.	Máx.	Dif.	Mín.	Máx.	Dif.
UK100_01-B	784,88	1188,88	404,00	703,88	934,11	230,23
UK100_02-B	777,10	1251,78	474,68	713,98	984,87	270,89
UK100_03-B	702,84	1164,54	461,70	678,72	938,64	259,92
UK100_04-B	649,17	1181,62	532,45	729,05	937,96	208,92
UK100_05-B	620,95	1163,77	542,82	755,21	1014,49	259,28
UK100_06-B	763,45	1366,43	602,98	770,93	978,11	207,18
UK100_07-B	722,46	1247,73	525,27	692,14	949,20	257,06
UK100_08-B	725,41	1182,41	457,00	638,61	932,13	293,53
UK100_09-B	636,48	1128,79	492,31	636,94	905,38	268,45
UK100_10-B	711,81	1245,78	533,97	656,38	910,50	254,12
UK100_11-B	758,61	1228,32	469,71	760,38	1058,72	298,34
UK100_12-B	640,78	1029,49	388,71	634,47	862,67	228,20
UK100_13-B	769,18	1295,02	525,84	728,82	1001,99	273,18
UK100_14-B	846,31	1281,27	434,96	744,84	937,24	192,40
UK100_15-B	827,25	1342,99	515,74	806,82	1014,88	208,06
UK100_16-B	660,83	1152,95	492,12	636,38	875,02	238,64
UK100_17-B	783,41	1262,94	479,53	773,63	995,59	221,96
UK100_18-B	692,66	1196,26	503,60	696,53	886,41	189,89
UK100_19-B	629,58	1164,01	534,43	674,21	963,19	288,98
UK100_20-B	786,59	1319,50	532,91	742,45	959,85	217,40

Tabela 7.21: Valores Mínimos e Máximos para cada um dos objetivos

Instância	\$ Emissões			\$ Salários dos Motoristas		
	Mín.	Máx.	Dif.	Mín.	Máx.	Dif.
UK100_01-C	711,65	1154,41	442,76	656,44	861,26	204,82
UK100_02-C	681,29	1131,87	450,58	630,37	868,63	238,26
UK100_03-C	622,40	1054,17	431,77	590,26	791,59	201,33
UK100_04-C	603,86	1088,45	484,59	670,68	911,93	241,25
UK100_05-C	581,71	992,23	410,52	626,02	878,30	252,28
UK100_06-C	696,99	1132,71	435,72	671,42	907,06	235,64
UK100_07-C	630,28	1100,21	469,93	588,09	806,32	218,23
UK100_08-C	663,07	1104,42	441,35	609,63	881,54	271,90
UK100_09-C	562,47	1033,24	470,77	602,19	857,91	255,72
UK100_10-C	631,24	1036,26	405,02	592,68	796,41	203,73
UK100_11-C	697,24	1203,78	506,54	700,11	979,74	279,63
UK100_12-C	587,24	924,07	336,83	558,38	736,08	177,70
UK100_13-C	676,54	1199,84	523,30	652,74	879,62	226,88
UK100_14-C	735,07	1196,84	461,77	690,48	888,34	197,85
UK100_15-C	744,12	1229,53	485,41	760,21	971,96	211,75
UK100_16-C	566,37	922,70	356,33	563,76	774,95	211,19
UK100_17-C	735,12	1169,31	434,19	710,42	992,66	282,24
UK100_18-C	643,88	1023,29	379,41	590,72	826,32	235,60
UK100_19-C	571,37	980,69	409,32	589,28	812,16	222,88
UK100_20-C	729,01	1145,81	416,80	693,29	893,54	200,25

Comparação com os métodos existentes na literatura

As Tabelas 7.22 – 7.24 sumarizam os resultados obtidos nas 30 execuções dos algoritmos.

Analisando-se os resultados referentes às instâncias do grupo A, pode-se observar que um elevado número de soluções eficientes foi gerado. Esse aspecto pode estar associado às largas janelas de tempo (JT) presentes nas instâncias desse grupo, o que permite que muitas soluções viáveis sejam geradas durante a fase de busca local.

Para essas instâncias, no que diz respeito aos indicadores considerados, o 2PPLS foi sempre superior aos demais métodos. O bom desempenho com relação à medida $\mathcal{R}$ mostra que os pontos presentes nas Fronteiras de Pareto estão próximos do ponto de referência. A boa performance de acordo com indicador $\mathcal{H}$, além de confirmar os resultados apontados pelo indicador anterior, mostra que os pontos não-dominados são melhor distribuídos ao longo da fronteira. Destaca-se ainda que método foi capaz de gerar uma quantidade de soluções de 9 a 10 vezes maior do que os outros métodos. É bem verdade que apenas esse último indicador não pode ser usado na avaliação do método, entretanto, quando associado aos outros, ele confirma a competitividade da abordagem proposta. O resultado do teste estatístico de Mann-Whitney, apresentado na coluna MW da Tabela 7.22, ratifica as observações realizadas, mostrando que a superioridade do método é estatisticamente significativa.

O ponto negativo da análise pode ser atribuído ao tempo de processamento apresentado pelo método. Nas instâncias do Grupo A, o 2PPLS foi sempre mais lento do que o MSP, embora tenha sido superior ao MSPN. O critério de parada adotado na primeira fase do 2PPLS influencia no aumento do tempo de processamento. Enquanto que o número de execuções no MSP e no MSPN é conhecido *à priori*, no caso do 2PPLS, problemas agregados são resolvidos enquanto o critério de parada não é atingido. Ressalta-se, entretanto, que as diferenças entre os tempos de execução dos métodos não são tão elevadas. Além disso, mesmo nos casos onde a média é elevada, quando se analisa cada uma das execuções do método separadamente, esse valor elevado pode ser explicado por alguma execução em particular onde o método caiu em um ótimo local. Nessas situações, geralmente, um grande número de soluções foi encontrado já na primeira fase. O tempo de execução pode ser reduzido caso um espaçamento maior entre as soluções na primeira fase seja imposto, ou caso o número de vizinhanças utilizadas na etapa de PLS seja reduzido (Tabelas 6.3 – 6.14).

Quando se analisa os resultados associados às instâncias do Grupo B, um maior equilíbrio pode ser encontrado entre os métodos. Como explicado em Kramer et al (2015b), as JT encontradas nos clientes desse grupo de instâncias são mais apertadas. Isso pode ser apontado como uma das razões para o menor número de soluções eficientes geradas pelo 2PPLS. O método de duas fases, entretanto, segue sendo o mais eficiente no que diz respeito ao número de soluções geradas. Em metade das instâncias, o 2PPLS foi o método mais rápido. Para as outras instâncias, o MSP foi aquele que apresentou o menor tempo de execução. O 2PPLS apresentou melhores valores de $\mathcal{H}$ em 10 instâncias. Esse desempenho foi auxiliado, em partes, pelo número de soluções geradas pelo método, uma vez que, quanto maior o número de soluções, maior o valor do Hipervolume. O outro método que se destacou nesse indicador foi o MSPN, que tem por característica gerar soluções melhor distribuídas ao longo da fronteira devido à normalização dos valores das funções objetivo. Com relação à medida $\mathcal{R}$, o MSP foi superior aos demais métodos em 13 instâncias. Esse resultado pode ser explicado pelo tipo de solução existente na fronteira gerada por esse método. Sendo o MSP um método baseado em agregação, todas as suas soluções são suportadas, isto é, são localizadas na envoltória convexa do espaço de objetivos.

Por fim, a exemplo do que ocorreu para as instâncias do Grupo A, o 2PPLS apresentou um melhor desempenho em todos os aspectos considerados, exceto no tempo de execução. Um remarque importante que deve ser feito diz respeito à excelente melhoria

provida pela fase de PLS. Observando-se a Tabela 7.27, que apresenta os resultados referentes à primeira fase do método na resolução do b-PRP nas instâncias do Grupo C, pode-se verificar que os valores dos indicadores de desempenho para o 2PPLS apresentaram valores inferiores aos dos outros métodos. Após a fase de busca local, entretanto, os indicadores foram drasticamente melhorados e o 2PPLS passou a ser o método com melhor desempenho. A análise estatística confirma a boa performance do método.

Análise da Primeira Fase do 2PPLS

Analisando-se agora o desempenho da primeira fase, com relação aos resultados gerados pelos outros métodos, pode-se verificar que o esquema dicotômico considerado (adaptado por Lust e Teghem (2009) - quando se tomam grandes espaços entre as soluções geradas) apresentou um bom comportamento para as instâncias do Grupo A, isto é, onde as janelas de tempo são largas. A medida $\mathcal{R}$, que avalia a distância dos pontos da Fronteira de Pareto ao ponto ideal, apresentou melhores valores em 19 dos 20 casos considerados, mostrando que as soluções suportadas extremas puderam ser encontradas. Comparando-se os tempos apresentados na 7.25 com os da Tabela 7.22, verifica-se que esta fase é aquela que demanda o maior tempo computacional.

À medida que as JT vão se tornando mais apertadas, os resultados obtidos pelo 2PPLS vão se tornando piores. Nesses casos, a abordagem que apresentou melhores resultados foi a que considerou a soma ponderada das funções. Tanto para as instâncias do Grupo B, quanto para aquelas do Grupo C, o MSP foi o método que gerou as maiores quantidades de soluções, apresentou melhores valores para o indicador $\mathcal{R}$ e foi executado nos menores tempos. Em boa parte das instâncias, o MSPN exibiu melhores valores de $\mathcal{H}$.

É possível que, a medida que o valor de ϵ seja reduzido na primeira fase do 2PPLS, os valores dos indicadores apresentados quando da resolução das instâncias dos Grupos B e C melhorem. Entretanto, o tempo computacional também se elevaria, o que poderia reduzir o interesse pelo uso do método proposto. Situações como a apresentada podem ser toleráveis, uma vez que os resultados podem ser melhores, durante a segunda fase do método. Isso efetivamente ocorreu no caso em estudo.

No caso em análise, preferiu-se, muitas vezes, abrir mão de resultados satisfatórios em um primeiro momento, esperando-se que os resultados viessem a ser melhorados. Essa discussão está associada à definição de um bom compromisso entre o tempo necessário para a execução do método e sua respectiva efetividade.

Tabela 7.22: Resultados Comparativos 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)

Instância	2PPLS				Soma Ponderada				MW		Soma Ponderada Normalizada				MW	
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	84,2	52453,47	0,88877	259,12	9,0	51328,15	0,87214	213,66	>	>	9,3	51125,86	0,87155	375,45	>	>
UK100_02	91,8	47568,43	0,89072	291,95	10,0	46507,47	0,87604	204,89	>	>	10,0	46449,18	0,87580	363,16	>	>
UK100_03	76,1	39518,81	0,89006	354,85	9,9	38719,48	0,87562	207,14	>	>	10,2	38649,67	0,87657	369,91	>	>
UK100_04	91,2	48444,10	0,89473	297,32	9,9	47370,67	0,88171	205,67	>	>	9,9	47260,75	0,87962	356,76	>	>
UK100_05	74,7	38051,35	0,88781	536,89	8,6	36884,73	0,87103	213,20	>	>	9,0	36911,28	0,87077	372,22	>	>
UK100_06	84,4	49241,47	0,88692	309,87	9,5	48028,32	0,87455	192,69	>	>	9,5	47936,04	0,86932	332,33	>	>
UK100_07	68,8	39961,91	0,88740	409,54	8,3	38451,41	0,86937	176,74	>	>	8,8	38469,55	0,87047	313,19	>	>
UK100_08	77,4	40725,26	0,88482	243,91	8,8	39474,72	0,86689	175,68	>	>	9,3	39678,28	0,86701	310,08	>	>
UK100_09	84,3	44915,39	0,88655	289,29	9,6	44159,34	0,86812	202,08	>	>	9,4	44031,96	0,86963	353,30	>	>
UK100_10	77,5	40926,26	0,88507	530,02	9,6	39871,12	0,87067	177,04	>	>	9,9	39737,35	0,86945	311,59	>	>
UK100_11	93,7	57012,19	0,88843	385,10	8,6	55565,90	0,86954	222,74	>	>	9,2	55463,29	0,87002	396,72	>	>
UK100_12	72,4	40936,38	0,88867	544,03	8,6	39842,01	0,86860	182,69	>	>	8,8	39713,18	0,86656	336,80	>	>
UK100_13	75,3	47367,21	0,89052	275,05	10,4	46421,02	0,87597	185,07	>	>	10,1	46377,48	0,87484	323,46	>	>
UK100_14	87,2	47746,05	0,88800	343,75	9,1	46551,45	0,87028	206,91	>	>	10,0	46669,66	0,87141	357,64	>	>
UK100_15	98,3	63123,05	0,89354	297,35	9,9	61908,12	0,87665	228,59	>	>	10,1	61950,99	0,87741	398,35	>	>
UK100_16	80,2	40146,04	0,88771	280,87	9,0	39231,75	0,87312	181,66	>	>	9,4	39316,87	0,87515	316,53	>	>
UK100_17	87,9	56677,48	0,89037	319,07	9,6	55516,43	0,87794	241,05	>	>	9,6	55209,11	0,87419	407,47	>	>
UK100_18	77,9	45336,91	0,89108	469,18	9,5	44456,25	0,87662	207,35	>	>	9,7	44394,66	0,87638	369,77	>	>
UK100_19	80,9	43972,14	0,89431	275,86	9,1	43226,29	0,87641	199,69	>	>	9,3	43005,78	0,87692	348,74	>	>
UK100_20	86,7	56686,47	0,89044	306,73	10,1	55495,36	0,87920	207,11	>	>	9,9	55350,40	0,87649	362,06	>	>

Tabela 7.23: Resultados Comparativos 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)

Instância	2PPLS				Soma Ponderada				MW		Soma Ponderada Normalizada				MW	
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01-B	40,7	155331,10	0,90158	372,82	10,4	154583,80	0,89404	297,00	=	>	9,6	152826,90	0,89104	520,25	>	>
UK100_02-B	35,3	204853,70	0,91765	314,22	10,4	204834,20	0,92059	273,80	=	=	10,0	204260,30	0,90890	495,91	=	>
UK100_03-B	65,6	184359,50	0,91076	389,19	10,3	181918,50	0,90716	300,84	>	=	9,7	182512,20	0,89839	540,47	>	>
UK100_04-B	19,6	181750,40	0,91440	270,16	10,2	182276,90	0,92943	285,54	=	<	9,8	182539,60	0,91699	525,01	=	=
UK100_05-B	33,5	220219,30	0,90090	315,12	10,3	218250,70	0,91221	286,26	>	<	9,2	218512,70	0,89508	510,76	>	=
UK100_06-B	35,6	202676,90	0,90623	249,80	9,5	202595,30	0,89837	273,87	=	=	8,9	203848,40	0,89051	497,34	=	>
UK100_07-B	30,1	212937,00	0,91818	207,12	10,0	214555,50	0,92238	262,46	=	=	9,6	215570,90	0,90491	482,86	<	=
UK100_08-B	34,9	204978,30	0,91612	305,77	10,0	205038,90	0,91339	265,78	=	=	9,9	205444,40	0,91559	485,20	=	=
UK100_09-B	38,8	201374,50	0,91318	278,56	10,6	200447,50	0,92199	256,58	=	=	9,7	200551,30	0,91216	463,31	=	=
UK100_10-B	51,9	210161,60	0,92472	309,03	10,8	209396,00	0,93192	254,70	=	<	9,9	209140,00	0,91783	479,58	>	=
UK100_11-B	36,7	222488,10	0,91529	382,04	10,7	221354,00	0,92127	306,54	=	=	10,0	221490,10	0,91170	554,56	=	=
UK100_12-B	38,6	141211,40	0,90057	240,26	9,0	141804,90	0,88228	265,47	=	>	8,4	142210,20	0,87857	502,89	<	>
UK100_13-B	27,4	226535,00	0,92152	326,46	10,2	226483,20	0,92569	295,06	=	=	9,9	227325,20	0,91473	540,44	=	=
UK100_14-B	29,4	146732,10	0,91013	240,72	9,8	146793,60	0,91100	280,31	=	=	9,6	148331,10	0,90458	507,25	<	=
UK100_15-B	19,9	184583,80	0,92191	294,02	10,2	184623,90	0,92793	301,35	=	<	9,9	185061,70	0,91450	528,24	=	>
UK100_16-B	31,8	185807,30	0,93383	249,08	10,2	185705,00	0,93433	285,14	=	=	9,6	185638,70	0,92404	519,88	=	>
UK100_17-B	32,5	176070,00	0,90314	355,04	10,4	175208,10	0,90925	315,34	=	=	10,1	175458,80	0,89708	546,10	=	=
UK100_18-B	26,6	155270,70	0,90114	260,74	10,1	153895,20	0,90500	270,88	>	=	9,0	155492,00	0,89474	502,54	=	=
UK100_19-B	42,0	235072,40	0,92085	255,68	10,3	234887,50	0,92595	274,79	=	=	9,5	234758,40	0,91080	487,59	=	=
UK100_20-B	24,5	193773,30	0,91847	260,16	10,0	192714,00	0,92237	261,33	=	=	9,4	193859,90	0,91421	479,02	=	=

Tabela 7.24: Resultados Comparativos 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)

Instância	2PPLS				Soma Ponderada				MW		Soma Ponderada Normalizada				MW	
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01-C	73,0	145935,30	0,90391	326,55	10,3	143560,20	0,90094	263,64	>	=	10,1	144149,30	0,89660	473,25	>	>
UK100_02-C	76,9	166730,10	0,91204	305,66	10,4	165683,80	0,91053	261,51	=	=	9,7	165134,00	0,90606	475,98	>	=
UK100_03-C	85,6	137166,80	0,90883	340,10	10,3	135724,70	0,90284	265,79	>	>	9,6	135509,20	0,88915	492,40	>	>
UK100_04-C	86,6	183256,70	0,92029	339,19	10,3	180926,10	0,91415	259,72	>	>	9,8	180931,50	0,90913	470,55	>	>
UK100_05-C	83,0	159119,40	0,92031	339,36	10,4	157817,50	0,91484	254,92	>	>	10,2	157204,20	0,91252	453,62	>	>
UK100_06-C	81,9	163020,50	0,91792	324,92	10,5	162061,90	0,91377	260,94	>	>	10,2	161120,00	0,90554	476,95	>	>
UK100_07-C	66,6	158534,20	0,91176	308,68	10,1	156473,20	0,91003	238,26	>	=	9,6	157193,20	0,89478	442,58	>	>
UK100_08-C	59,7	183556,40	0,91797	287,10	10,1	181985,30	0,91399	230,78	>	=	9,5	182413,80	0,90734	423,40	>	>
UK100_09-C	74,5	180319,60	0,91724	242,33	10,2	178915,60	0,91435	222,89	>	=	9,7	179275,80	0,90678	393,75	>	>
UK100_10-C	55,5	129460,40	0,91307	297,98	10,3	128285,00	0,91049	239,86	>	>	10,2	128212,10	0,90108	441,36	>	>
UK100_11-C	67,4	220223,20	0,91952	291,43	10,0	219143,90	0,91821	266,33	=	=	10,0	219350,20	0,91312	479,83	>	>
UK100_12-C	55,4	98101,55	0,91041	268,12	9,6	96901,65	0,90590	229,61	>	=	9,9	97368,49	0,90468	428,16	>	=
UK100_13-C	75,4	184706,20	0,91762	304,08	10,4	183146,40	0,91645	257,61	>	=	10,3	183856,10	0,90849	473,63	>	>
UK100_14-C	81,5	149517,40	0,90869	297,69	10,3	147516,50	0,90368	256,76	>	>	10,3	148424,50	0,90027	476,88	>	>
UK100_15-C	88,3	171978,20	0,90690	323,32	10,3	168820,10	0,89898	285,87	>	>	9,8	170076,20	0,89326	510,64	>	>
UK100_16-C	65,5	120042,40	0,91302	373,01	9,5	118561,00	0,90969	234,26	>	=	9,4	118382,10	0,89888	429,48	>	>
UK100_17-C	80,2	192915,80	0,91598	312,91	10,1	191787,90	0,91335	277,55	>	=	10,0	190891,00	0,90743	507,20	>	>
UK100_18-C	59,0	141265,90	0,90628	322,61	9,9	140110,60	0,89889	246,96	>	=	9,5	139293,90	0,88688	479,48	>	>
UK100_19-C	70,4	138697,80	0,90691	317,91	10,4	137161,10	0,90542	253,75	>	=	10,1	136736,30	0,90204	499,92	>	=
UK100_20-C	90,2	138180,30	0,90571	285,06	10,1	135908,00	0,89397	257,76	>	>	9,9	136737,20	0,88781	501,32	>	>

Tabela 7.25: Resultados Comparativos 1ª Fase do 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)

Instância	2PPLS				Soma Ponderada				MW		Soma Ponderada Normalizada				MW	
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	8,4	50478,86	0,87735	241,80	9,0	51328,15	0,87214	213,66	<	>	9,3	51125,86	0,87155	375,45	<	>
UK100_02	10,0	46575,84	0,88059	277,85	10,0	46507,47	0,87604	204,89	>	>	10,0	46449,18	0,87580	363,16	>	>
UK100_03	12,0	38854,89	0,88129	342,46	9,9	38719,48	0,87562	207,14	>	>	10,2	38649,67	0,87657	369,91	>	>
UK100_04	9,5	47027,63	0,88285	271,24	9,9	47370,67	0,88171	205,67	<	>	9,9	47260,75	0,87962	356,76	<	>
UK100_05	9,9	36332,60	0,87510	521,53	8,6	36884,73	0,87103	213,20	<	>	9,0	36911,28	0,87077	372,22	<	>
UK100_06	10,3	47644,83	0,87589	297,13	9,5	48028,32	0,87455	192,69	<	>	9,5	47936,04	0,86932	332,33	<	>
UK100_07	12,2	38660,84	0,87794	398,27	8,3	38451,41	0,86937	176,74	>	>	8,8	38469,55	0,87047	313,19	>	>
UK100_08	8,9	39198,98	0,86969	232,37	8,8	39474,72	0,86689	175,68	<	>	9,3	39678,28	0,86701	310,08	<	>
UK100_09	8,9	43669,13	0,87328	255,90	9,6	44159,34	0,86812	202,08	<	>	9,4	44031,96	0,86963	353,30	<	>
UK100_10	15,4	39888,58	0,87672	519,40	9,6	39871,12	0,87067	177,04	>	>	9,9	39737,35	0,86945	311,59	>	>
UK100_11	9,6	54724,83	0,87194	359,86	8,6	55565,90	0,86954	222,74	<	>	9,2	55463,29	0,87002	396,72	<	>
UK100_12	13,1	39814,78	0,87685	530,81	8,6	39842,01	0,86860	182,69	<	>	8,8	39713,18	0,86656	336,80	>	>
UK100_13	10,4	46317,50	0,88077	264,87	10,4	46421,02	0,87597	185,07	<	>	10,1	46377,48	0,87484	323,46	<	>
UK100_14	11,3	46612,89	0,87844	333,84	9,1	46551,45	0,87028	206,91	>	>	10,0	46669,66	0,87141	357,64	<	>
UK100_15	9,5	61665,74	0,88301	282,26	9,9	61908,12	0,87665	228,59	<	>	10,1	61950,99	0,87741	398,35	<	>
UK100_16	9,9	38034,96	0,87390	262,58	9,0	39231,75	0,87312	181,66	<	>	9,4	39316,87	0,87515	316,53	<	<
UK100_17	9,5	55047,37	0,88025	301,63	9,6	55516,43	0,87794	241,05	<	>	9,6	55209,11	0,87419	407,47	<	>
UK100_18	12,0	44245,65	0,88081	456,21	9,5	44456,25	0,87662	207,35	<	>	9,7	44394,66	0,87638	369,77	<	>
UK100_19	8,3	42593,38	0,88043	254,03	9,1	43226,29	0,87641	199,69	<	>	9,3	43005,78	0,87692	348,74	<	>
UK100_20	10,1	55301,25	0,88054	292,03	10,1	55495,36	0,87920	207,11	<	>	9,9	55350,40	0,87649	362,06	<	>

Tabela 7.26: Resultados Comparativos 1ª Fase do 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)

Instância	2PPLS				Soma Ponderada				MW		Soma Ponderada Normalizada				MW	
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01-B	8,2	151829,40	0,89483	353,28	10,4	154583,80	0,89404	297,00	=	>	9,6	152826,90	0,89104	520,25	<	>
UK100_02-B	7,5	201088,60	0,91153	288,37	10,4	204834,20	0,92059	273,80	=	=	10,0	204260,30	0,90890	495,91	=	>
UK100_03-B	7,9	177968,40	0,90447	341,91	10,3	181918,50	0,90716	300,84	>	=	9,7	182512,20	0,89839	540,47	<	>
UK100_04-B	6,0	176392,50	0,90820	257,34	10,2	182276,90	0,92943	285,54	=	<	9,8	182539,60	0,91699	525,01	=	=
UK100_05-B	6,9	212634,80	0,89406	293,30	10,3	218250,70	0,91221	286,26	>	<	9,2	218512,70	0,89508	510,76	<	=
UK100_06-B	5,4	192360,00	0,89095	223,14	9,5	202595,30	0,89837	273,87	=	=	8,9	203848,40	0,89051	497,34	=	>
UK100_07-B	3,7	202411,40	0,89435	161,74	10,0	214555,50	0,92238	262,46	=	=	9,6	215570,90	0,90491	482,86	<	=
UK100_08-B	6,9	201413,40	0,91024	274,76	10,0	205038,90	0,91339	265,78	=	=	9,9	205444,40	0,91559	485,20	=	=
UK100_09-B	5,8	193714,50	0,90233	227,29	10,6	200447,50	0,92199	256,58	=	=	9,7	200551,30	0,91216	463,31	=	=
UK100_10-B	7,6	204639,30	0,91914	274,69	10,8	209396,00	0,93192	254,70	=	<	9,9	209140,00	0,91783	479,58	<	=
UK100_11-B	8,1	216852,20	0,91104	351,77	10,7	221354,00	0,92127	306,54	=	=	10,0	221490,10	0,91170	554,56	=	=
UK100_12-B	4,9	131029,90	0,88100	208,14	9,0	141804,90	0,88228	265,47	=	>	8,4	142210,20	0,87857	502,89	<	>
UK100_13-B	5,9	220651,20	0,91300	300,43	10,2	226483,20	0,92569	295,06	=	=	9,9	227325,20	0,91473	540,44	=	=
UK100_14-B	5,4	140552,70	0,89537	215,58	9,8	146793,60	0,91100	280,31	=	=	9,6	148331,10	0,90458	507,25	<	=
UK100_15-B	7,1	182842,90	0,91869	285,25	10,2	184623,90	0,92793	301,35	=	<	9,9	185061,70	0,91450	528,24	=	>
UK100_16-B	5,5	181100,50	0,92253	214,51	10,2	185705,00	0,93433	285,14	=	=	9,6	185638,70	0,92404	519,88	=	<
UK100_17-B	7,7	170532,40	0,89864	337,34	10,4	175208,10	0,90925	315,34	=	=	10,1	175458,80	0,89708	546,10	=	=
UK100_18-B	6,2	149041,40	0,89138	244,25	10,1	153895,20	0,90500	270,88	>	=	9,0	155492,00	0,89474	502,54	=	=
UK100_19-B	5,6	226759,40	0,91009	220,09	10,3	234887,50	0,92595	274,79	=	=	9,5	234758,40	0,91080	487,59	=	=
UK100_20-B	6,5	187852,50	0,91214	248,34	10,0	192714,00	0,92237	261,33	=	=	9,4	193859,90	0,91421	479,02	=	=

Tabela 7.27: Resultados Comparativos 1ª Fase do 2PPLS x Soma Ponderada (MSP) x Soma Ponderada Normalizada (MSPN)

Instância	2PPLS				Soma Ponderada				MW		Soma Ponderada Normalizada				MW	
	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	#Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01-C	7,7	141075,00	0,89453	284,71	10,3	143560,20	0,90094	263,64	<	=	10,1	144149,30	0,89660	473,25	<	<
UK100_02-C	7,2	162867,20	0,90598	266,04	10,4	165683,80	0,91053	261,51	=	=	9,7	165134,00	0,90606	475,98	<	=
UK100_03-C	8,0	133669,50	0,90088	289,01	10,3	135724,70	0,90284	265,79	<	<	9,6	135509,20	0,88915	492,40	<	>
UK100_04-C	7,5	178797,30	0,91092	281,90	10,3	180926,10	0,91415	259,72	<	<	9,8	180931,50	0,90913	470,55	<	>
UK100_05-C	8,3	155787,60	0,91370	291,34	10,4	157817,50	0,91484	254,92	<	<	10,2	157204,20	0,91252	453,62	<	>
UK100_06-C	8,4	160337,60	0,91036	286,54	10,5	162061,90	0,91377	260,94	<	<	10,2	161120,00	0,90554	476,95	<	>
UK100_07-C	7,6	152210,00	0,90151	272,86	10,1	156473,20	0,91003	238,26	<	=	9,6	157193,20	0,89478	442,58	<	>
UK100_08-C	7,6	178110,30	0,91043	248,64	10,1	181985,30	0,91399	230,78	<	=	9,5	182413,80	0,90734	423,40	<	>
UK100_09-C	6,4	173824,60	0,90532	196,39	10,2	178915,60	0,91435	222,89	<	=	9,7	179275,80	0,90678	393,75	<	<
UK100_10-C	8,4	127436,20	0,90610	277,90	10,3	128285,00	0,91049	239,86	<	<	10,2	128212,10	0,90108	441,36	<	>
UK100_11-C	6,9	213880,40	0,91098	250,90	10,0	219143,90	0,91821	266,33	=	=	10,0	219350,20	0,91312	479,83	<	<
UK100_12-C	7,2	95072,15	0,90230	239,48	9,6	96901,65	0,90590	229,61	<	=	9,9	97368,49	0,90468	428,16	<	=
UK100_13-C	7,4	180807,40	0,91131	258,16	10,4	183146,40	0,91645	257,61	<	=	10,3	183856,10	0,90849	473,63	<	>
UK100_14-C	7,4	145525,80	0,89935	263,23	10,3	147516,50	0,90368	256,76	<	<	10,3	148424,50	0,90027	476,88	<	<
UK100_15-C	7,4	167196,00	0,89751	287,40	10,3	168820,10	0,89898	285,87	<	<	9,8	170076,20	0,89326	510,64	<	>
UK100_16-C	9,0	117143,20	0,90220	338,33	9,5	118561,00	0,90969	234,26	<	=	9,4	118382,10	0,89888	429,48	<	>
UK100_17-C	6,9	186774,30	0,90420	267,25	10,1	191787,90	0,91335	277,55	<	=	10,0	190891,00	0,90743	507,20	<	<
UK100_18-C	8,2	135929,10	0,89721	297,34	9,9	140110,60	0,89889	246,96	<	=	9,5	139293,90	0,88688	479,48	<	>
UK100_19-C	8,2	134954,70	0,89965	284,80	10,4	137161,10	0,90542	253,75	<	=	10,1	136736,30	0,90204	499,92	<	=
UK100_20-C	7,1	133571,80	0,89533	242,16	10,1	135908,00	0,89397	257,76	<	>	9,9	136737,20	0,88781	501,32	<	>

Relações de Desempenho

Por fim, as Fronteiras de Pareto geradas foram comparadas segundo as Relações de Desempenho descritas por Hansen e Jaszekiewicz (1998). Como descrito na Seção 3.5.4, quando se compararam duas Fronteiras de Pareto A e B, quatro situações podem ocorrer: um ponto obtido por A domina pelo menos um ponto presente na outra fronteira; um ponto obtido por A é dominado por pelo menos um ponto presente na fronteira comparada; um ponto obtido por A é igual a alguma ponto obtido pelos outros métodos; ou ainda, os valores das soluções são incomparáveis.

As Tabelas 7.28–7.33 apresentam os resultados correspondentes a esta análise. Dois tipos de comparação são feitas:

1. Compara-se cada uma das fronteiras geradas (uma para cada execução do algoritmo) por um método, a todas as fronteiras geradas por um outro método. Por exemplo, para um método A, existem i fronteiras $(a_1, a_2, \dots, a_i)$ e para um método B existem j $(b_1, b_2, \dots, b_j)$. Para o caso descrito, existem $i \times j$ possibilidades de comparação, assim, tem-se: (a_1, b_1) , (a_1, b_2) , (a_1, b_3) , $\dots$, (a_i, b_{j-1}) , (a_i, b_j) , e analisam-se as relações de desempenho. De posse das análises, faz-se média e obtêm-se os resultados.
2. Toma-se todas as fronteiras obtidas a partir de um método e constrói-se a “fronteira ideal”. Todas as fronteiras são somadas e os pontos dominados são retirados restando apenas soluções não-dominadas. De posse das duas fronteiras ideais, as relações de desempenho são aplicadas.

Quando se considera a análise fronteira a fronteira, exceto para as instâncias UK100_01, UK100_01-B, UK100_02-B e UK100_01-C, o 2PPLS sempre apresenta uma maior taxa de soluções dominam, comparando-se com os método de MSP e MSPN. Para o caso, UK100_01, UK100_01-B, e UK100_01-C, embora o 2PPLS não apresente um melhor desempenho, as soluções obtidas são em sua maioria incomparáveis, isto é, nem dominam sem são dominadas. A única instância na qual o 2PPLS não apresentou um desempenho superior foi a UK100_02-B. Apenas disso, para essa instância os resultados ainda restam competitivos pois a taxa de soluções dominadas foi inferior a 50%.

Analisando-se a abordagem que considera a soma das fronteiras, observa-se uma predominância do *status* **Incomparável**. Esse resultado pode ser justificado pelo fato de que na análise são consideradas as melhores fronteiras (fronteira ideal) obtidas por cada método, em cada instância. Os métodos MSP e MSPN, inclusive, apresentam com certa

frequência resultados melhores do que aqueles apresentados pelo 2PPLS. Ressalta-se aqui mais uma vez o fato de esses métodos gerarem aproximações de soluções suportadas, isto é, soluções localizadas na envoltória convexa da Fronteira de Pareto. Quando se faz a soma das fronteiras formadas por soluções desse tipo, o resultado é uma fronteira com pontos de boa qualidade. Apesar disso, quando se faz análise apenas das taxas de dominância, o 2PPLS apresenta resultados consideráveis.

Tabela 7.28: Relações de Desempenho - Fronteira a Fronteira

Instância	2PPLS x Soma Ponderada				Instância	2PPLS x Soma Ponderada Normalizada			
	Domina	Dominada	Igual	Incomparável		Domina	Dominada	Igual	Incomparável
UK100_01	4,00%	14,81%	0,00%	81,19%	UK100_01	3,43%	16,79%	0,00%	79,78%
UK100_02	52,64%	47,36%	0,00%	0,00%	UK100_02	52,36%	47,64%	0,00%	0,00%
UK100_03	66,53%	33,47%	0,00%	0,00%	UK100_03	66,33%	33,67%	0,00%	0,00%
UK100_04	75,39%	24,61%	0,00%	0,00%	UK100_04	75,25%	24,75%	0,00%	0,00%
UK100_05	79,70%	20,30%	0,00%	0,00%	UK100_05	79,58%	20,42%	0,00%	0,00%
UK100_06	78,44%	21,56%	0,00%	0,00%	UK100_06	78,34%	21,66%	0,00%	0,00%
UK100_07	81,12%	18,88%	0,00%	0,00%	UK100_07	81,03%	18,97%	0,00%	0,00%
UK100_08	83,34%	16,66%	0,00%	0,00%	UK100_08	83,26%	16,74%	0,00%	0,00%
UK100_09	85,28%	14,72%	0,00%	0,00%	UK100_09	85,21%	14,79%	0,00%	0,00%
UK100_10	86,68%	13,32%	0,00%	0,00%	UK100_10	86,61%	13,39%	0,00%	0,00%
UK100_11	83,37%	16,63%	0,00%	0,00%	UK100_11	83,41%	16,59%	0,00%	0,00%
UK100_12	84,63%	15,37%	0,00%	0,00%	UK100_12	84,66%	15,34%	0,00%	0,00%
UK100_13	85,75%	14,25%	0,00%	0,00%	UK100_13	85,77%	14,23%	0,00%	0,00%
UK100_14	79,07%	20,93%	0,00%	0,00%	UK100_14	79,10%	20,90%	0,00%	0,00%
UK100_15	72,75%	27,25%	0,00%	0,00%	UK100_15	72,77%	27,23%	0,00%	0,00%
UK100_16	74,35%	25,65%	0,00%	0,00%	UK100_16	74,38%	25,62%	0,00%	0,00%
UK100_17	69,80%	30,20%	0,00%	0,00%	UK100_17	69,82%	30,18%	0,00%	0,00%
UK100_18	71,38%	28,62%	0,00%	0,00%	UK100_18	71,40%	28,60%	0,00%	0,00%
UK100_19	72,84%	27,16%	0,00%	0,00%	UK100_19	72,86%	27,14%	0,00%	0,00%
UK100_20	69,02%	30,98%	0,00%	0,00%	UK100_20	69,04%	30,96%	0,00%	0,00%

Tabela 7.29: Relações de Desempenho - Soma das Fronteiras

Instância	2PPLS x Soma Ponderada				Instância	2PPLS x Soma Ponderada Normalizada			
	Domina	Dominada	Igual	Incomparável		Domina	Dominada	Igual	Incomparável
UK100_01	8,33%	23,48%	0,00%	68,18%	UK100_01	16,67%	20,45%	0,00%	62,88%
UK100_02	13,94%	23,03%	0,61%	62,42%	UK100_02	11,52%	14,55%	0,61%	73,33%
UK100_03	6,15%	11,17%	1,12%	81,56%	UK100_03	14,53%	15,64%	0,56%	69,27%
UK100_04	49,70%	6,51%	0,59%	43,20%	UK100_04	52,07%	10,06%	0,00%	37,87%
UK100_05	27,35%	9,40%	0,85%	62,39%	UK100_05	62,39%	5,13%	0,00%	32,48%
UK100_06	27,35%	9,40%	0,85%	62,39%	UK100_06	62,39%	5,13%	0,00%	32,48%
UK100_07	43,28%	6,72%	0,00%	50,00%	UK100_07	71,64%	4,48%	0,00%	23,88%
UK100_08	43,28%	6,72%	0,00%	50,00%	UK100_08	71,64%	4,48%	0,00%	23,88%
UK100_09	16,31%	23,40%	0,71%	59,57%	UK100_09	33,33%	19,15%	0,00%	47,52%
UK100_10	16,31%	23,40%	0,71%	59,57%	UK100_10	33,33%	19,15%	0,00%	47,52%
UK100_11	16,31%	23,40%	0,71%	59,57%	UK100_11	33,33%	19,15%	0,00%	47,52%
UK100_12	16,31%	23,40%	0,71%	59,57%	UK100_12	33,33%	19,15%	0,00%	47,52%
UK100_13	16,31%	23,40%	0,71%	59,57%	UK100_13	33,33%	19,15%	0,00%	47,52%
UK100_14	16,31%	23,40%	0,71%	59,57%	UK100_14	33,33%	19,15%	0,00%	47,52%
UK100_15	16,31%	23,40%	0,71%	59,57%	UK100_15	33,33%	19,15%	0,00%	47,52%
UK100_16	39,49%	14,65%	0,00%	45,86%	UK100_16	54,14%	14,65%	0,00%	31,21%
UK100_17	39,49%	14,65%	0,00%	45,86%	UK100_17	54,14%	14,65%	0,00%	31,21%
UK100_18	39,49%	14,65%	0,00%	45,86%	UK100_18	54,14%	14,65%	0,00%	31,21%
UK100_19	39,49%	14,65%	0,00%	45,86%	UK100_19	54,14%	14,65%	0,00%	31,21%
UK100_20	39,49%	14,65%	0,00%	45,86%	UK100_20	54,14%	14,65%	0,00%	31,21%

Tabela 7.30: Relações de Desempenho - Fronteira a Fronteira

Instância	2PPLS x Soma Ponderada				Instância	2PPLS x Soma Ponderada Normalizada			
	Domina	Dominada	Igual	Incomparável		Domina	Dominada	Igual	Incomparável
UK100_01-B	8,95%	25,88%	0,66%	64,51%	UK100_01-B	8,71%	26,39%	0,53%	64,37%
UK100_02-B	20,44%	48,91%	0,44%	30,21%	UK100_02-B	23,06%	48,59%	0,28%	28,07%
UK100_03-B	59,33%	40,40%	0,23%	0,05%	UK100_03-B	60,34%	39,38%	0,14%	0,14%
UK100_04-B	62,85%	36,94%	0,20%	0,02%	UK100_04-B	64,09%	35,74%	0,12%	0,05%
UK100_05-B	64,63%	34,99%	0,21%	0,17%	UK100_05-B	65,74%	33,98%	0,10%	0,18%
UK100_06-B	56,87%	42,88%	0,18%	0,08%	UK100_06-B	57,90%	41,94%	0,08%	0,07%
UK100_07-B	61,88%	37,90%	0,16%	0,06%	UK100_07-B	62,75%	37,12%	0,07%	0,06%
UK100_08-B	67,03%	32,78%	0,14%	0,05%	UK100_08-B	67,67%	32,20%	0,06%	0,06%
UK100_09-B	70,90%	28,93%	0,12%	0,05%	UK100_09-B	71,43%	28,46%	0,06%	0,05%
UK100_10-B	74,73%	25,12%	0,10%	0,04%	UK100_10-B	75,11%	24,81%	0,05%	0,03%
UK100_11-B	70,41%	29,49%	0,09%	0,01%	UK100_11-B	70,63%	29,31%	0,04%	0,02%
UK100_12-B	72,86%	27,04%	0,09%	0,01%	UK100_12-B	73,06%	26,89%	0,04%	0,01%
UK100_13-B	69,18%	30,74%	0,08%	0,01%	UK100_13-B	69,39%	30,56%	0,04%	0,01%
UK100_14-B	65,23%	34,69%	0,08%	0,01%	UK100_14-B	65,43%	34,53%	0,04%	0,01%
UK100_15-B	63,09%	36,83%	0,08%	0,01%	UK100_15-B	63,28%	36,67%	0,04%	0,01%
UK100_16-B	64,97%	34,95%	0,07%	0,00%	UK100_16-B	65,13%	34,83%	0,03%	0,01%
UK100_17-B	61,62%	38,30%	0,07%	0,00%	UK100_17-B	61,77%	38,19%	0,03%	0,01%
UK100_18-B	62,98%	36,95%	0,06%	0,00%	UK100_18-B	63,07%	36,89%	0,03%	0,01%
UK100_19-B	65,03%	34,90%	0,06%	0,00%	UK100_19-B	65,12%	34,84%	0,03%	0,01%
UK100_20-B	62,83%	37,11%	0,06%	0,00%	UK100_20-B	62,91%	37,05%	0,03%	0,01%

Tabela 7.31: Relações de Desempenho - Soma das Fronteiras

Instância	2PPLS x Soma Ponderada				Instância	2PPLS x Soma Ponderada Normalizada			
	Domina	Dominada	Igual	Incomparável		Domina	Dominada	Igual	Incomparável
UK100_01-B	28,57%	27,38%	2,38%	41,67%	UK100_01-B	26,19%	30,95%	1,19%	41,67%
UK100_02-B	39,77%	32,95%	1,14%	26,14%	UK100_02-B	30,68%	36,36%	0,00%	32,95%
UK100_03-B	30,51%	27,12%	0,00%	42,37%	UK100_03-B	37,29%	22,03%	0,85%	39,83%
UK100_04-B	21,21%	36,36%	0,00%	42,42%	UK100_04-B	24,24%	32,32%	0,00%	43,43%
UK100_05-B	18,80%	36,75%	0,85%	43,59%	UK100_05-B	24,79%	28,21%	0,00%	47,01%
UK100_06-B	18,80%	36,75%	0,85%	43,59%	UK100_06-B	24,79%	28,21%	0,00%	47,01%
UK100_07-B	14,66%	54,31%	0,86%	30,17%	UK100_07-B	22,41%	40,52%	0,00%	37,07%
UK100_08-B	18,10%	50,00%	0,86%	31,03%	UK100_08-B	21,55%	41,38%	0,00%	37,07%
UK100_09-B	14,29%	32,97%	3,30%	49,45%	UK100_09-B	28,57%	17,58%	0,00%	53,85%
UK100_10-B	14,29%	32,97%	3,30%	49,45%	UK100_10-B	28,57%	17,58%	0,00%	53,85%
UK100_11-B	14,29%	32,97%	3,30%	49,45%	UK100_11-B	28,57%	17,58%	0,00%	53,85%
UK100_12-B	24,74%	29,90%	3,09%	42,27%	UK100_12-B	16,49%	35,05%	0,00%	48,45%
UK100_13-B	24,74%	29,90%	3,09%	42,27%	UK100_13-B	16,49%	35,05%	0,00%	48,45%
UK100_14-B	24,74%	29,90%	3,09%	42,27%	UK100_14-B	16,49%	35,05%	0,00%	48,45%
UK100_15-B	24,74%	29,90%	3,09%	42,27%	UK100_15-B	16,49%	35,05%	0,00%	48,45%
UK100_16-B	26,80%	29,90%	3,09%	40,21%	UK100_16-B	16,49%	35,05%	0,00%	48,45%
UK100_17-B	26,80%	29,90%	3,09%	40,21%	UK100_17-B	16,49%	35,05%	0,00%	48,45%
UK100_18-B	26,80%	29,90%	3,09%	40,21%	UK100_18-B	16,49%	35,05%	0,00%	48,45%
UK100_19-B	26,21%	31,07%	2,91%	39,81%	UK100_19-B	13,59%	36,89%	0,00%	49,51%
UK100_20-B	26,21%	31,07%	2,91%	39,81%	UK100_20-B	13,59%	36,89%	0,00%	49,51%

Tabela 7.32: Relações de Desempenho - Fronteira a Fronteira

Instância	2PPLS x Soma Ponderada				Instância	2PPLS x Soma Ponderada Normalizada			
	Domina	Dominada	Igual	Incomparável		Domina	Dominada	Igual	Incomparável
UK100_01-C	7,62%	32,36%	0,27%	59,75%	UK100_01-C	5,48%	32,07%	0,27%	62,19%
UK100_02-C	53,67%	45,85%	0,14%	0,34%	UK100_02-C	52,46%	47,10%	0,13%	0,31%
UK100_03-C	70,53%	29,37%	0,09%	0,00%	UK100_03-C	69,66%	30,25%	0,08%	0,01%
UK100_04-C	74,81%	24,45%	0,07%	0,68%	UK100_04-C	74,55%	24,20%	0,06%	1,19%
UK100_05-C	79,77%	20,17%	0,05%	0,00%	UK100_05-C	79,58%	20,36%	0,05%	0,01%
UK100_06-C	69,18%	30,77%	0,05%	0,00%	UK100_06-C	68,69%	31,26%	0,04%	0,01%
UK100_07-C	72,73%	27,23%	0,04%	0,00%	UK100_07-C	72,26%	27,69%	0,04%	0,01%
UK100_08-C	75,27%	24,69%	0,04%	0,00%	UK100_08-C	74,84%	25,13%	0,03%	0,00%
UK100_09-C	77,80%	22,17%	0,03%	0,00%	UK100_09-C	77,38%	22,59%	0,03%	0,00%
UK100_10-C	79,52%	20,45%	0,03%	0,00%	UK100_10-C	79,12%	20,85%	0,03%	0,00%
UK100_11-C	72,84%	27,13%	0,03%	0,00%	UK100_11-C	72,52%	27,45%	0,02%	0,00%
UK100_12-C	74,64%	25,33%	0,03%	0,00%	UK100_12-C	74,34%	25,64%	0,02%	0,00%
UK100_13-C	73,92%	26,06%	0,02%	0,00%	UK100_13-C	73,75%	26,23%	0,02%	0,00%
UK100_14-C	68,14%	31,84%	0,02%	0,00%	UK100_14-C	67,98%	32,00%	0,02%	0,00%
UK100_15-C	62,61%	37,37%	0,02%	0,00%	UK100_15-C	62,46%	37,52%	0,02%	0,00%
UK100_16-C	64,70%	35,28%	0,02%	0,00%	UK100_16-C	64,56%	35,42%	0,02%	0,00%
UK100_17-C	60,57%	39,41%	0,02%	0,00%	UK100_17-C	60,44%	39,54%	0,02%	0,00%
UK100_18-C	62,47%	37,52%	0,02%	0,00%	UK100_18-C	62,34%	37,64%	0,02%	0,00%
UK100_19-C	64,43%	35,55%	0,02%	0,00%	UK100_19-C	64,31%	35,67%	0,01%	0,00%
UK100_20-C	60,68%	39,30%	0,01%	0,00%	UK100_20-C	60,57%	39,42%	0,01%	0,00%

Tabela 7.33: Relações de Desempenho - Soma das Fronteiras

Instância	2PPLS x Soma Ponderada				Instância	2PPLS x Soma Ponderada Normalizada			
	Domina	Dominada	Igual	Incomparável		Domina	Dominada	Igual	Incomparável
UK100_01-C	26,37%	30,77%	0,00%	42,86%	UK100_01-C	28,57%	31,87%	0,00%	39,56%
UK100_02-C	19,08%	26,32%	0,00%	54,61%	UK100_02-C	23,03%	25,00%	0,00%	51,97%
UK100_03-C	37,33%	29,33%	0,00%	33,33%	UK100_03-C	27,33%	26,00%	0,00%	46,67%
UK100_04-C	34,71%	33,53%	0,00%	31,76%	UK100_04-C	25,88%	28,24%	0,00%	45,88%
UK100_05-C	37,72%	38,32%	0,60%	23,35%	UK100_05-C	33,53%	32,93%	0,60%	32,93%
UK100_06-C	37,72%	38,32%	0,60%	23,35%	UK100_06-C	33,53%	32,93%	0,60%	32,93%
UK100_07-C	54,09%	25,16%	0,63%	20,13%	UK100_07-C	42,77%	25,16%	0,63%	31,45%
UK100_08-C	54,09%	25,16%	0,63%	20,13%	UK100_08-C	42,77%	25,16%	0,63%	31,45%
UK100_09-C	34,07%	40,74%	0,00%	25,19%	UK100_09-C	39,26%	23,70%	0,00%	37,04%
UK100_10-C	34,07%	40,74%	0,00%	25,19%	UK100_10-C	39,26%	23,70%	0,00%	37,04%
UK100_11-C	34,07%	40,74%	0,00%	25,19%	UK100_11-C	39,26%	23,70%	0,00%	37,04%
UK100_12-C	23,20%	45,60%	0,00%	31,20%	UK100_12-C	32,80%	27,20%	0,00%	40,00%
UK100_13-C	23,20%	45,60%	0,00%	31,20%	UK100_13-C	32,80%	27,20%	0,00%	40,00%
UK100_14-C	23,20%	45,60%	0,00%	31,20%	UK100_14-C	32,80%	27,20%	0,00%	40,00%
UK100_15-C	23,20%	45,60%	0,00%	31,20%	UK100_15-C	32,80%	27,20%	0,00%	40,00%
UK100_16-C	53,33%	22,86%	0,00%	23,81%	UK100_16-C	53,33%	17,14%	0,00%	29,52%
UK100_17-C	53,33%	22,86%	0,00%	23,81%	UK100_17-C	53,33%	17,14%	0,00%	29,52%
UK100_18-C	53,33%	22,86%	0,00%	23,81%	UK100_18-C	53,33%	17,14%	0,00%	29,52%
UK100_19-C	53,33%	22,86%	0,00%	23,81%	UK100_19-C	53,33%	17,14%	0,00%	29,52%
UK100_20-C	53,33%	22,86%	0,00%	23,81%	UK100_20-C	53,33%	17,14%	0,00%	29,52%

8 CONCLUSÕES E PESQUISAS FUTURAS

Nesta dissertação considerou-se o *Pollution-Routing Problem* bi-Objetivo, uma variante do PRP, que visa minimizar duas funções objetivo conflitantes simultaneamente: uma mensura as emissões de CO₂ e outra que considera os custos com os salários dos motoristas. Na literatura, o único trabalho que considerou esse problema foi o de Demir et al (2014b). Esse trabalho, além de apresentar o problema, o resolveu utilizando-se quatro diferentes métodos multiobjetivo.

O trabalho em questão adaptou o *Two-Phase Pareto Local Search* (2PPLS) para a resolução b-PRP. O 2PPLS foi proposto por Lust e Teghem (2009) e consiste em resolver-se um problema em duas etapas: inicialmente, um conjunto de soluções suportadas é formado a partir da resolução de problemas parametrizados, ponderados através de pesos gerados segundo o esquema dicotômico proposto por Aneja e Nair (1979). Na segunda fase, uma Busca Local de Pareto é utilizada buscando-se a obtenção de soluções eficientes não-suportadas.

A adaptação do 2PPLS para a resolução do b-PRP não foi direta, uma vez que o método de duas fases foi inicialmente desenvolvido para o ataque a problemas combinatórios, e o b-PRP possui variáveis contínuas. A primeira adaptação ocorreu na primeira fase do método, onde uma distância mínima entre soluções precisou ser imposta, a fim de que soluções muito próximas não fossem aceitas. Outra adaptação realizada ocorreu na segunda fase do método. Na método original de Lust e Teghem (2009), vizinhanças simples foram utilizadas na geração de soluções não suportadas. No caso do b-PRP, entretanto, isso não pôde ser adotado. Como cada nova solução além de apresentar uma nova sequência de clientes, também apresenta velocidades diferentes nos arcos, há a necessidade de utilização de um Algoritmo de Otimização das Velocidades (SOA). Tendo o SOA uma complexidade $\mathcal{O}(n^2)$, empregá-lo a cada movimento de vizinhança inviabilizaria o método.

Dessa forma, foi proposto um mecanismo de avaliação eficiente das novas soluções geradas. Essa abordagem, apesar de simples, levou a bons resultados no contexto do b-PRP.

Como as instâncias utilizadas por Demir et al (2014b) não estão mais disponíveis para *download*, os resultados obtidos pelo 2PPLS não puderam ser comparados diretamente. Visando a avaliar o desempenho do 2PPLS na resolução do b-PRP, alguns dos métodos considerados em Demir et al (2014b) foram re-implementados e utilizados para na resolução de instâncias do PRP, que apresenta estrutura semelhante à do b-PRP.

Os resultados obtidos mostraram que o 2PPLS apresentou um desempenho superior ao dos métodos existentes na literatura quando da resolução do b-PRP. Comparados aos dois métodos re-implementados, além de gerar um maior número de soluções, o 2PPLS apresentou soluções de boa qualidade avaliadas segundo os indicadores $\mathcal{H}$ e $\mathcal{R}$. As Relações de Desempenho ainda demonstraram que os pontos presentes nas Fronteiras de Pareto geradas através do 2PPLS dominam boa parte dos pontos gerados seguindo outras abordagens multiobjetivo.

Como trabalhos futuros, sugere-se a consideração de novas relações de dominância durante a resolução do b-PRP. Um exemplo seria a utilização da dominância de Lorenz, que tem por objetivo a obtenção de soluções balanceadas. No caso do b-PRP, um equilíbrio na duração das rotas poderia ser um aspecto pretendido. Além disso, pode-se ainda empregar um mecanismo interativo, que leva em consideração a preferência do decisor no momento da definição da direção que deve ser tomada durante a exploração do espaço de soluções. Por sua vez, como o PRP é uma variante do VRPTW, propõe-se a utilização do 2PPLS no ataque a este último.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AKSOY, A.; KUCUKOGLU, I.; ENE, S.; OZTURK, N. Integrated Emission and Fuel Consumption Calculation Model for Green Supply Chain Management. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, v. 109, p. 1106–1109, 2014.
- ANEJA, Y. P.; NAIR, K. P. K. Bicriteria transportation problem. *Management Science*, v. 25, n. 1, p. 73–78, 1979.
- ANGEL, E.; BAMPIS, E.; GOURVÈS, L. A dynasearch neighborhood for the bicriteria traveling salesman problem. GANDIBLEUX, X.; SEVAUX, M.; SÖRENSEN, K.; T'KINDT, V. (Eds.), *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, volume 535 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, p. 153–176. Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- ARCURI, A.; BRIAND, L. A practical guide for using statistical tests to assess randomized algorithms in software engineering. *Proceedings of the 33rd International Conference on Software Engineering*, ICSE '11, p. 1–10, New York, NY, USA. ACM, 2011.
- ARENALES, M. N.; ARMETANO, V. A.; MORABITO, R.; YANASSE, H. H. *Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia*. Elsevier Brasil, Rio de Janeiro. ISBN 9788535251937, 2007.
- BAÑOS, R.; ORTEGA, J.; GIL, C.; MÁRQUEZ, A. L.; DE TORO, F. A hybrid meta-heuristic for multi-objective vehicle routing problems with time windows. *Computers & Industrial Engineering*, v. 65, n. 2, p. 286–296, 2013.
- BARÁN, B.; SCHAEERER, M. A multiobjective ant colony system for vehicle routing problem with time windows. p. 97–102. IASTED/ACTA Press, 2003.
- BARTH, M.; YOUNGLOVE, T.; SCORA, G. Development of a heavy-duty diesel modal emissions and fuel consumption model. Relatório técnico, California Partners for Advanced Transit and Highways (PATH), UC Berkeley, 2005.

- BARTH, M.; BORIBOONSOMSIN, K. Real-world carbon dioxide impacts of traffic congestion. *Transportation Research Record*, v. 1, n. 2058, p. 163–171, 2008.
- BEKTAŞ, T.; LAPORTE, G. The Pollution-Routing Problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 45, n. 8, p. 1232–1250, 2011.
- BLUM, C.; ROLI, A. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, v. 35, n. 3, p. 268–308, 2003.
- BOUCHEZ, F.-X. Résolution de problèmes d’optimisation combinatoire multi-objectif à l’aide du logiciel d’optimisation cplex. Master’s thesis, Faculté Polytechnique de Mons, 2006.
- BOWMAN, V.JOSEPH, J. On the relationship of the tchebycheff norm and the efficient frontier of multiple-criteria objectives. THIRIEZ, H.; ZIONTS, S. (Eds.), *Multiple Criteria Decision Making*, volume 130 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, p. 76–86. Springer Berlin Heidelberg, 1976.
- CHANG, C.-C.; WANG, C.-M. Evaluating the effects of speed reduce for shipping costs and CO2 emission. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, v. 31, p. 110–115, 2014.
- COHON, J. L. *Multiobjective programming and planning*. Mineola, N.Y. : Dover Publications. Originally published: New York : Academic Press, 1978. in series: Mathematics in science and engineering. With new pref, 2003.
- COLIN, E. C. *Pesquisa operacional - 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas*. LTC, Rio de Janeiro, 2007.
- CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G.; SAVELSBERGH, M. W. P.; VIGO, D. Vehicle Routing. BARNHART, C.; LAPORTE, G. (Eds.), *Handbooks in Operations Research and Management Science - Transportation*, volume 14 of *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Capítulo 6, p. 367–428. Elsevier, Amsterdam, 14 edição, 2007.
- DABIA, S.; DEMIR, E.; WOENSEL, T. V. An Exact Approach for the An Exact Approach for the Pollution-Routing Problem. Disponível em: purl.tue.nl/693264448643433, 2014.

- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959.
- DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *Trans. Evol. Comp*, v. 6, n. 2, p. 182–197. ISSN 1089-778X, 2002.
- DEGOUTIN, F. Problèmes bi-objectifs en optimisation combinatoire et capacité d’infrastructures ferroviaires. Master’s thesis, Université de Valenciennes, 2002.
- DEKKER, R.; BLOEMHOF, J.; MALLIDIS, I. Operations Research for green logistics - An overview of aspects, issues, contributions and challenges. *European Journal of Operational Research*, v. 219, n. 3, p. 671–679, 2012.
- DEMIR, E. *Models and Algorithms for the Pollution-Routing Problem and Its Variations*. PhD thesis, University of Southampton, 2012.
- DEMIR, E.; BEKTAŞ, T.; LAPORTE, G. A comparative analysis of several vehicle emission models for road freight transportation. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, v. 16, n. 5, p. 347–357, 2011.
- DEMIR, E.; BEKTAŞ, T.; LAPORTE, G. An adaptive large neighborhood search heuristic for the Pollution-Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, v. 223, n. 2, p. 346–359, 2012.
- DEMIR, E.; BEKTAŞ, T.; LAPORTE, G. A review of recent research on green road freight transportation. *European Journal of Operational Research*, v. 237, p. 775–793, 2014a.
- DEMIR, E.; BEKTAŞ, T.; LAPORTE, G. The bi-objective Pollution-Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, v. 232, n. 3, p. 464–478, 2014b.
- DUBOIS-LACOSTE, J.; LÓPEZ-IBÁÑEZ, M.; STÜTZLE, T. A hybrid tp+pls algorithm for bi-objective flow-shop scheduling problems. *Computers & Operations Research*, v. 38, n. 8, p. 1219 – 1236, 2011.
- DUBOIS-LACOSTE, J.; LÓPEZ-IBÁÑEZ, M.; STÜTZLE, T. Combining two search paradigms for multi-objective optimization: Two-phase and pareto local search. TALBI,

- E.-G. (Ed.), *Hybrid Metaheuristics*, volume 434 of *Studies in Computational Intelligence*, p. 97–117. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- EGLESE, R.; BLACK, D. Optimizing the routing of vehicles. MCKINNON, A.; CULLIANANE, S.; BROWNE, M.; WHITEING, A. (Eds.), *Green Logistics - Improving the environmental sustainability of logistics*, Capítulo 10, p. 215–228. KoganPage, London, 2010.
- EHRGOTT, M. *Multicriteria Optimization*. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 2 edição, 2005.
- EHRGOTT, M.; GANDIBLEUX, X. *Multiple Criteria Optimization: State of the Art Annotated Bibliographic Surveys*. New York. ISBN 0306481073, 2003.
- EHRGOTT, M.; GANDIBLEUX, X. Hybrid metaheuristics for multi-objective combinatorial optimization. BLUM, C.; AGUILERA, M. J. B.; ROLI, A.; SAMPELS, M. (Eds.), *Hybrid Metaheuristics*, volume 114 of *Studies in Computational Intelligence*, p. 221–259. Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- ERDOĞAN, S.; MILLER-HOOKS, E. A Green Vehicle Routing Problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 48, n. 1, p. 100–114, 2012.
- FIGLIOZZI, M. Vehicle Routing Problem for Emissions Minimization. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, v. 2197, n. -1, p. 1–7, 2010.
- FIGLIOZZI, M. A. The impacts of congestion on time-definitive urban freight distribution networks CO2 emission levels: Results from a case study in Portland, Oregon. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, v. 19, n. 5, p. 766–778, 2011.
- FRANCESCHETTI, A.; HONHON, D.; VAN WOENSEL, T.; BEKTAŞ, T.; LAPORTE, G. The time-dependent pollution-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 56, p. 265–293, 2013.
- FUKASAWA, R.; HE, Q.; SONG, Y. A disjunctive convex programming approach to the pollution routing problem. Disponível em: http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2015/06/4978.html, 2015.

- GARCIA-NAJERA, A.; BULLINARIA, J. A. Bi-objective optimization for the vehicle routing problem with time windows: Using route similarity to enhance performance. EHRGOTT, M.; FONSECA, C. M.; GANDIBLEUX, X.; HAO, J.-K.; SEVAUX, M. (Eds.), *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, volume 5467 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 275–289. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- GARCIA-NAJERA, A.; BULLINARIA, J. A. An improved multi-objective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*, v. 38, n. 1, p. 287 – 300, 2011.
- GARCIA-NAJERA, A.; BULLINARIA, J. Optimizing delivery time in multi-objective vehicle routing problems with time windows. SCHAEFER, R.; COTTA, C.; KOŁODZIEJ, J.; RUDOLPH, G. (Eds.), *Parallel Problem Solving from Nature, PPSN XI*, volume 6239 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 51–60. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- GEOFFRION, A. M. Proper efficiency and the theory of vector maximization. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, v. 22, n. 3, p. 618–630, 1968.
- GHOSEIRI, K.; GHANNADPOUR, S. F. Multi-objective vehicle routing problem with time windows using goal programming and genetic algorithm. *Applied Soft Computing*, v. 10, n. 4, p. 1096 – 1107, 2010.
- GIBBONS, J. D.; CHAKRABORTI, S. *Nonparametric Statistical Inference*. Marcel Dekker, Inc, 4 edição, 2003.
- GOLDEN, B.; RAGHAVAN, S.; WASIL, E. *The Vehicle Routing Problem - Latest Advances and New Challenges*. Springer, New York, 2008.
- GÓMEZ, J. R.; PACHECO, J.; GONZALO-ORDEN, H. A tabu search method for a bi-objective urban waste collection problem. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, v. 30, n. 1, p. 36–53, 2015.
- GRODZEVICH, O.; ROMANKO, O. Normalization and other topics in multi-objective optimization. *Proceedings of the Fields-MITACS Industrial Problems Workshop*, p. 89–101, 2006.

- HAIMES, Y.; LASDON, L.; WISMER, D. On the Performance of Multiple-Objective Genetic Local Search on the 0/1 Knapsack Problem - A Comparative Experiment. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, v. 1, p. 296–297, 1971.
- HANSEN, M. P.; JASZKIEWICZ, A. Evaluating the quality of approximations to the non-dominated set approximations to the non-dominated set. Relatório técnico, Institute of Mathematical Modelling - Technical University of Denmark, 1998.
- HANSEN, P.; MLADENOVIC, N. First vs. best improvement: An empirical study. *Discrete Applied Mathematics*, v. 154, n. 5, p. 802 – 817. IV ALIO/EURO Workshop on Applied Combinatorial Optimization IV ALIO/EURO Workshop on Applied Combinatorial Optimization, 2006.
- HOLM, S. A simple sequentially rejective multiple test procedure. *Scandinavian Journal of Statistics*, v. 6, n. 2, p. 65–70, 1979.
- HSU, W.-H.; CHIANG, T.-C. A multiobjective evolutionary algorithm with enhanced reproduction operators for the vehicle routing problem with time windows. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, p. 1–8. IEEE, 2012.
- HVATTUM, L. M.; NORSTAD, I.; FAGERHOLT, K.; LAPORTE, G. Analysis of an exact algorithm for the vessel speed optimization problem. *Networks*, v. 62, n. 2, p. 132–135, 2013.
- IEA. CO2 Emissions from Fuel Combustion. Relatório técnico, 2013.
- ILOS. Custos Logísticos no Brasil. URL <http://www.ilos.com.br/web/index.php>, 2014.
- JABALI, O.; VAN WOENSEL, T.; DE KOK, A. G. Analysis of Travel Times and CO2 Emissions in Time-Dependent Vehicle Routing. *Production and Operations Management*, v. 21, n. 6, p. 1060–1074, 2012.
- JABIR, E.; PANICKER, V. V.; SRIDHARAN, R. Multi-objective optimization model for a green vehicle routing problem. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, v. 189, p. 33 – 39. Operations Management in Digital Economy, 2015.
- JASZKIEWICZ, A. Genetic local search for multi-objective combinatorial optimization. *European Journal of Operational Research*, v. 137, n. 1, p. 50 – 71, 2002.

- JEMAI, J.; ZEKRI, M.; MELLOULI, K. An NSGA-II Algorithm for the Green Vehicle. *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, p. 37–48, Malaga. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012.
- JOZEFOWIEZ, N.; SEMET, F.; TALBI, E.-G. From Single-Objective to Multi-Objective Vehicle Routing Problems: Motivations, Case Studies, and Methods. GOLDEN, B.; RAGHAVAN, S.; WASIL, E. (Eds.), *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges*, volume 43 of *Operations Research/Computer Science Interfaces*, Capítulo 11, p. 445–471. Springer US, Boston, MA, 2008a.
- JOZEFOWIEZ, N.; SEMET, F.; TALBI, E.-G. Multi-objective vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, v. 189, n. 2, p. 293–309, 2008b.
- KARA, I.; KARA, B. Y.; YETIS, M. K. LNCS 4616 - Energy Minimizing Vehicle Routing Problem. DRESS, ANDREAS AND XU, YINFENG AND ZHU, B. (Ed.), *Combinatorial Optimization and Applications*, volume 1, p. 62–71. Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- KIM, M.; HIROYASU, T.; MIKI, M.; WATANABE, S. Spea2+: Improving the performance of the strength pareto evolutionary algorithm 2. YAO, X.; BURKE, E. K.; LOZANO, J. A.; SMITH, J.; MERELO-GUERVÓS, J. J.; BULLINARIA, J. A.; ROWE, J. E.; TIÑO, P.; KABÁN, A.; SCHWEFEL, H.-P. (Eds.), *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VIII*, volume 3242 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 742–751. Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- KOÇ, C.; BEKTAŞ, T.; JABALI, O.; LAPORTE, G. The fleet size and mix pollution-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 70, p. 239–254, 2014.
- KONTOVAS, C. A. The Green Ship Routing and Scheduling Problem (GSRSP): A conceptual approach. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, v. 31, p. 61–69, 2014.
- KOPFER, H. W.; SCHÖNBERGER, J.; KOPFER, H. Reducing greenhouse gas emissions of a heterogeneous vehicle fleet. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, v. 26, p. 221–248, 2014.

- KOPFER, H.; KOPFER, H. Emissions minimization vehicle routing problem in dependence of different vehicle classes. KREOWSKI, H.-J.; SCHOLZ-REITER, B.; THOBEN, K.-D. (Eds.), *Dynamics in Logistics*, Lecture Notes in Logistics, p. 49–58. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- KRAMER, R.; MACULAN, N.; SUBRAMANIAN, A.; VIDAL, T. O pollution-routing problem com saídas tardias do depósito: Uma nova abordagem para redução dos custos. *XLVI SBPO - A Pesquisa Operacional na Gestão Pública*, p. 1–12, 2014.
- KRAMER, R.; MACULAN, N.; SUBRAMANIAN, A.; VIDAL, T. A speed and departure time optimization algorithm for the pollution-routing problem. *European Journal of Operational Research*. Production, Manufacturing and Logistics, 2015a.
- KRAMER, R.; SUBRAMANIAN, A.; VIDAL, T.; CABRAL, L. A. F. A matheuristic approach for the pollution-routing problem. *European Journal of Operational Research*, v. 243, n. 2, p. 523–539, 2015b.
- KRAMER, R. H. F. R. Uma abordagem Heurística para o Pollution-Routing Problem. Master's thesis, Universidade Federal da Paraíba, disponível em <http://tede.biblioteca.ufpb.br/bitstream/tede/1635/1/arquivototal.pdf>, 2014.
- KÜÇÜKOĞLU, İ.; ENE, S.; AKSOY, A.; ÖZTÜRK, N. A Green Capacitated Vehicle Routing Problem with Fuel Consumption Optimization Model. v. 3, n. 7, p. 16–23, 2013.
- KUMAR, V. S.; THANSEKHAR, M. R.; SARAVANAN, R.; AMALI, S. M. J. Solving multi-objective vehicle routing problem with time windows by {FAGA}. *Procedia Engineering*, v. 97, p. 2176 – 2185, 2014.
- LABADIE, N.; PRODHON, C. A survey on multi-criteria analysis in logistics: Focus on vehicle routing problems. BENYOUCEF, L.; HENNET, J.-C.; TIWARI, M. K. (Eds.), *Applications of Multi-Criteria and Game Theory Approaches*, Springer Series in Advanced Manufacturing, p. 3–29. Springer London, 2014.
- LAPORTE, I. O. G. Metaheuristics: A bibliography. *Annals of Operations Research*, v. 63, n. 5, p. 511–623, 1996.

- LAUMANN, M.; THIELE, L.; ZITZLER, E. An efficient, adaptive parameter variation scheme for metaheuristics based on the epsilon-constraint method. *European Journal of Operational Research*, v. 169, n. 3, p. 932 – 942, 2006.
- LIN, C.; CHOY, K.; HO, G.; CHUNG, S.; LAM, H. Survey of Green Vehicle Routing Problem: Past and future trends. *Expert Systems with Applications*, v. 41, n. 4, p. 1118–1138, 2014.
- LOURENÇO, H. R.; MARTIN, O. C.; STÜTZLE, T. Iterated local search. GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. (Eds.), *Handbook of Metaheuristics*, volume 57 of *International Series in Operations Research & Management Science*, p. 320–353. Springer US, 2003.
- LUST, T.; TUYTTENS, D. Variable and large neighborhood search to solve the multiobjective set covering problem. *Journal of Heuristics*, v. 20, n. 2, p. 165–188, 2014.
- LUST, T. *New metaheuristics for solving MOCO problems: application to the knapsack problem, the traveling salesman problem and IMRT optimization*. PhD thesis, Université de Mons, 2009.
- LUST, T.; TEGHEM, J. Two-phase Pareto local search for the biobjective traveling salesman problem. *Journal of Heuristics*, v. 16, n. 3, p. 475–510, 2009.
- LUST, T.; TEGHEM, J. The multiobjective multidimensional knapsack problem: a survey and a new approach. *International Transactions in Operational Research*, v. 19, n. 4, p. 495–520, 2012.
- MADEN, W.; EGLESE, R.; BLACK, D. Vehicle routing and scheduling with time-varying data: A case study. *Journal of the Operational Research Society*, v. 61, n. 3, p. 515–522, 2010.
- MANN, H. B.; WHITNEY, D. R. On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *Ann. Math. Statist.*, v. 18, n. 1, p. 50–60, 1947.
- MAVROTAS, G. Effective implementation of the ϵ -constraint method in multi-objective mathematical programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, v. 213, n. 2, p. 455 – 465, 2009.

- MELIÁN-BATISTA, B.; SANTIAGO, A. D.; ANGELBELLO, F.; ALVAREZ, A. A bi-objective vehicle routing problem with time windows: A real case in tenerife. *Applied Soft Computing*, v. 17, p. 140 – 152, 2014.
- MOLINA, J. C.; EGUÍA, I.; RACERO, J.; GUERRERO, F. Multi-objective vehicle routing problem with cost and emission functions. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, v. 160, p. 254–263, 2014.
- OBERSCHIEDER, M.; ZAZGORNÍK, J.; HENRIKSEN, C. B.; GRONALT, M.; HIRSCH, P. Minimizing driving times and greenhouse gas emissions in timber transport with a near-exact solution approach. *Scandinavian Journal of Forest Research*, v. 28, n. 5, p. 493–506, 2013.
- OMBUKI, B.; ROSS, B.; HANSHAR, F. Multi-objective genetic algorithms for vehicle routing problem with time windows. *Applied Intelligence*, v. 24, n. 1, p. 17–30, 2006.
- OTT, R. L.; LONGNECKER, M. *An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis*. Thompson Learning, 5 edição, 2001.
- PACHECO, J.; CABALLERO, R.; LAGUNA, M.; MOLINA, J. Bi-objective bus routing: An application to school buses in rural areas. *Transportation Science*, v. 47, n. 3, p. 397–411, 2013.
- PAQUETE, L.; CHIARANDINI, M.; STÜTZLE, T. Pareto local optimum sets in the biobjective traveling salesman problem: An experimental study. GANDIBLEUX, X.; SEVAUX, M.; SÖRENSEN, K.; T’KINDT, V. (Eds.), *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, volume 535 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, p. 177–199. Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- PAQUETE, L.; STÜTZLE, T. A two-phase local search for the biobjective traveling salesman problem. FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J.; ZITZLER, E.; THIELE, L.; DEB, K. (Eds.), *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, volume 2632 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 479–493. Springer Berlin Heidelberg, 2003.
- PARRAGH, S.; DOERNER, K.; HARTL, R. A survey on pickup and delivery problems. *Journal für Betriebswirtschaft*, v. 58, n. 1, p. 21–51, 2008.

- PECIN, D.; PESSOA, A.; POGGI, M.; UCHOA, E. Improved Branch-Cut-and-Price for Capacitated Vehicle Routing. *17th International Conference Integer Programming and Combinatorial Optimization*, p. 393–403, Bonn, Germany, 2014.
- PRADENAS, L.; OPORTUS, B.; PARADA, V. Mitigation of greenhouse gas emissions in vehicle routing problems with backhauling. *Expert Systems with Applications*, v. 40, n. 8, p. 2985–2991, 2013.
- PRZYBYLSKI, A.; GANDIBLEUX, X.; EHRGOTT, M. Two phase algorithms for the bi-objective assignment problem. *European Journal of Operational Research*, v. 185, n. 2, p. 509 – 533, 2008.
- PRZYBYLSKI, A.; GANDIBLEUX, X.; EHRGOTT, M. A two phase method for multi-objective integer programming and its application to the assignment problem with three objectives. *Discrete Optimization*, v. 7, n. 3, p. 149 – 165, 2010.
- R CORE TEAM. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>. ISBN 3-900051-07-0, 2013.
- RAMOS, T. R. P.; GOMES, M. I.; BARBOSA-PÓVOA, A. P. Planning a sustainable reverse logistics system: Balancing costs with environmental and social concerns. *Omega*, v. 48, p. 60–74, 2014.
- SALIMIFARD, K.; SHAHBANDARZADEH, H.; RAEESI, R. Green Transportation and the Role of Operation Research. *Proceedings of 2012 International Conference on Traffic and Transportation Engineering*, volume 26, p. 1–6, Singapore. IACSIT Press, 2012.
- SBIHI, A.; EGGLESE, R. W. Combinatorial optimization and Green Logistics. *4Or*, v. 5, n. 2, p. 99–116, 2007.
- SCORA, M.; BARTH, M. Comprehensive modal emission model (CMEM), version 3.01, user’s guide. Relatório técnico, Center for Environmental Research and Technology, University of California, Riverside, 2006.
- SERAFINI, P. Some considerations about computational complexity for multi objective combinatorial problems. JAHN, J.; KRABS, W. (Eds.), *Recent Advances and Historical Development of Vector Optimization*, volume 294 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, p. 222–232. Springer Berlin Heidelberg, 1987.

- SIU, W. S. H.; CHAN, C.-K.; CHAN, H. C. B. Green Cargo Routing Using Genetic Algorithms. *Proceedings of the Internacional MultiConference of Engineers and Compute Scientists*, volume I, p. 12–17, Hong Kong, 2012.
- SUBRAMANIAN, A. *Heuristic, Exact and Hybrid Approaches for Vehicle Routing Problems*. PhD thesis, Universidade Federal Fluminense, 2012.
- TAJIK, N.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R.; VAHDANI, B.; MEYSAM MOUSAVI, S. A robust optimization approach for pollution routing problem with pickup and delivery under uncertainty. *Journal of Manufacturing Systems*, v. 33, p. 277–286, 2014.
- TOTH, P.; VIGO, D. Models, relaxations and exact approaches for the capacitated vehicle routing problem. *Discrete Applied Mathematics*, v. 123, p. 487–512, 2002a.
- TOTH, P.; VIGO, D. *The Vehicle Routing Problem*. SIAM, Philadelphia, 1 edição, 2002b.
- TOTH, P.; VIGO, D. *The Vehicle Routing Problems, Methods, and Applications*. SIAM, Philadelphia, 2 edição, 2014.
- ULUNGU, E. L.; TEGHEM, J. Multi-objective combinatorial optimization problems: A survey. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, v. 3, p. 83–94, 1994.
- ULUNGU, E.; TEGHEM, J. The two phases method: An efficient procedure to solve bi-objective combinatorial optimization problems. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, v. 20, n. 2, p. 149–165, 1995.
- VICENT, T. *Caractérisation des solutions efficaces et algorithmes d'énumération exacts pour l'optimisation multiobjectif en variables mixtes binaires*. PhD thesis, Université de Nantes, 2013.
- VIDAL, T.; CRAINIC, T. G.; GENDREAU, M.; PRINS, C. Heuristics for multi-attribute vehicle routing problems: A survey and synthesis. *European Journal of Operational Research*, v. 231, n. 1, p. 1 – 21, 2013a.
- VIDAL, T.; CRAINIC, T. G.; GENDREAU, M.; PRINS, C. A hybrid genetic algorithm with adaptive diversity management for a large class of vehicle routing problems with time-windows. *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 1, p. 475 – 489, 2013b.

- VISÉE, M.; TEGHEM, J.; PIRLOT, M.; ULUNGU, E. Two-phases method and branch and bound procedures to solve the bi-objective knapsack problem. *Journal of Global Optimization*, v. 12, n. 2, p. 139–155, 1998.
- WILLIAMS, H. P. *Model Building in Mathematical Programming, 5th Edition*. Wiley, 5 edição, 2013.
- XIAO, Y.; KONAK, A. Green Vehicle Routing Problem with Time-Varying Traffic Congestion. *14th INFORMS Computing Society Conference*, p. 134–148, Richmond, Virginia, 2015.
- XIAO, Y.; ZHAO, Q.; KAKU, I.; XU, Y. Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, v. 39, n. 7, p. 1419–1431, 2012.
- ZACHARIADIS, E. E.; TARANTILIS, C. D.; KIRANOUDIS, C. T. The load-dependent vehicle routing problem and its pick-up and delivery extension. *Transportation Research Part B*, v. 71, p. 158–181. ISSN 0191-2615, 2015.
- ZADEH, L. A. Optimality and Non-Scalar-Valued Performance Criteria. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 8, p. 59–60, 1963.
- ZITZLER, E. *Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*. PhD thesis, 1999.
- ZITZLER, E.; DEB, K.; THIELE, L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms : Empirical results. *Evolutionary Computation*, v. 8, n. 2, p. 173–195, 2000.
- ZITZLER, E.; THIELE, L.; LAUMANN, M.; FONSECA, C. M.; GRUNERT, V. Performance Assessment of Multiobjective Optimizers : An Analysis and Review. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 7, n. 2, p. 117–132, 2003.