

# Universidade Federal da Paraíba Centro de Tecnologia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - Mestrado - Doutorado

# CONTROLE PID CONVENCIONAL E GPC ADAPTATIVO APLICADOS EM UM ROBÔ MANIPULADOR PLANAR

por

Gustavo de Sá Ferreira

Dissertação de Mestrado apresentada à Universidade Federal da Paraíba para obtenção do grau de Mestre

## GUSTAVO DE SÁ FERREIRA

# CONTROLE PID CONVENCIONAL E GPC ADAPTATIVO APLICADOS EM UM ROBÔ MANIPULADOR PLANAR

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal da paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Grau de Mestre.

Orientador: Professor Paulo Henrique de Miranda Montenegro

F383c Ferreira, Gustavo de Sá.

Controle PID convencional e GPC adaptativo aplicados em um robô manipulador planar / Gustavo de Sá Ferreira.- João Pessoa, 2016.

104f.

Orientador: Paulo Henrique de Miranda Montenegro Dissertação (Mestrado) - UFPB/CT

- 1. Engenharia mecânica. 2. Identificação em tempo real.
- 3. Controlador adaptativo. 4. Controle de posição.

UFPB/BC CDU: 621(043)

# CONTROLE PID CONVENCIONAL E GPC ADAPTATIVO APLICADOS EM UM ROBÔ MANIPULADOR PLANAR

por

#### Gustavo de Sá Ferreira

Dissertação aprovada em 28 de janeiro de 2016

Período letivo 2015.2

Prof. Dr. FAULO HENRIQUE DE MIRANDA MONTENEGRO
Orientador – UFPB

Prof. Dr. JOSÉ ANTÔNIO RIUL Examinador Interno - UFPB

Prof. Dr. KOJE DANIEL VASCONCELOS MISHINA

Examinador Externo – UFPB

João Pessoa - PB

# DEDICATÓRIA

Aos meus pais Carlos Ferreira de Sousa e Maria das Graças Sá.

#### **AGRADECIMENTOS**

A CAPES, pelo apoio financeiro durante a vigência do curso.

Aos meus pais Carlos Ferreira de Sousa e Maria das Graças Sá.

Ao meu orientador Paulo Henrique de Miranda Montenegro, pela competência e dedicação ao ofício do ensino, pela amizade e pelo apoio.

Aos demais professores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Aos colegas e amigos de mestrado e doutorado, Wagner, Joab, Pedro, Marlio, Felipe, Gabriel, Bárbara, Fábio, Henrique, Verilton, Rafael, entre outros, pela amizade, apoio e troca de conhecimentos.

Aos funcionários do antigo bloco de elétrica da UFPB.

A todos os demais que de algum modo contribuíram a realização deste trabalho.

# CONTROLE PID CONVENCIONAL E GPC ADAPTATIVO APLICADOS EM UM ROBÔ MANIPULADOR PLANAR

#### **RESUMO**

O presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento e implementação do controlador preditivo generalizado (GPC) adaptativo e do controlador proporcional integral derivativo (PID) convencional, em um robô manipulador planar de dois graus de liberdade (2 GDL) composto por um elo rotacional e outro prismático. O elo rotacional possui como estrutura um ramo extenso de alumínio em perfil U, possuindo como atuador um motor-redutor de corrente contínua, e como sensoriamento um potenciômetro de dez voltas, que atua como transdutor de posição angular. O elo prismático é constituído por um cilindro pneumático de dupla ação com haste passante, fixado no interior do elo rotacional, possuindo como atuador uma válvula eletropneumática proporcional de cinco vias e três posições e como sensoriamento uma régua potenciométrica, que atua como transdutor de posição linear. A obtenção do modelo matemático representativo do robô se dará através do estimador dos mínimos quadrados recursivos (MQR). São apresentados resultados experimentais dos modelos estimados e respostas do sistema sob ação dos controladores projetados.

Palavras chave: Identificação em tempo real, controlador adaptativo, controle de posição.

# CONVENTIONAL PID CONTROL AND ADAPTIVE GPC APPLIED IN A PLANAR MANIPULATOR ROBOT

#### **ABSTRACT**

This work aims the development and implementation of the adaptive generalized predictive control (GPC) and the proportional integral derivative controller (PID) conventional, in a manipulator planar two degrees of freedom (2DOF) composed of a rotational link and other prismatic. The rotational link structure has a large U-channel made of aluminum having as actuator a direct current motor, and sensing as a potentiometer ten turns, acting as angular position transducer. The prismatic link is a double acting pneumatic cylinder, and it is fixed inside the rotational link, having as actuator a 5/3-way eletro-pneumatic proportional valve, and as sensing a potentiometric rule, which acts as linear position transducer. Obtaining a representative mathematical model of the robot will be through the estimator of recursive least squares (RLS). It's presented experimental results of the estimated models and system responses under the action of the designed controllers..

Keywords: Identification in real time, adaptive controller, position control.

# **SUMÁRIO**

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 ROBÔS MANIPULADORES	1
1.2 ESTADO DA ARTE	2
1.3 OBJETIVOS	7
1.3.1 Objetivo Geral	7
1.3.2 Objetivos Específicos	7
1.4 METODOLOGIA	8
1.5 DEFINIÇÃO DO TRABALHO	8
2 DESCRIÇÃO DO SISTEMA EXPERIMENTAL	10
2.1 INTRODUÇÃO	10
2.2 DESCRIÇÃO DO ROBÔ MANIPULADOR DE DOIS GRAUS DE	LIBERDADE
PLANAR	10
2.3 BANCADA DE TESTES	12
2.3.1 Especificações técnicas dos componentes do servoposicionador do elo c	de rotação14
2.3.2 Especificações técnicas dos componentes do servoposicionador do elo	de translação
	16
2.4 CONCLUSÃO	18
3 PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DO ROBÔ MANIPULADOR	19
3.1 INTRODUÇÃO	
3.2 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS	
5	

3.3 MEDIDAS DO PROCESSO
3.3.1 Determinação do tempo de amostragem
3.3.2 Escolha do sinal de excitação
3.4 DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA DO MODELO23
3.5 VALIDAÇÃO DO MODELO
3.6 ESTIMAÇÃO DO MODELO
3.7 CONCLUSÃO
4 CONSIDERAÇÕES SOBRE CONTROLADORES31
4.1 INTRODUÇÃO31
4.2 CONTROLADOR PID CONVENCIONAL 31
4.3 CONTROLADORES ADAPTATIVOS
4.2.1 Definições sobre controladores adaptativos
4.2.3 Tipos de controladores adaptativos
4.4 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO38
4.5 CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO40
4.6 CONCLUSÕES
5 CONTROLE APLICADO AO ELO PRISMÁTICO DO MANIPULADOR PLANAR
DE 2 GDL
5.1 INTRODUÇÃO49
5.2 CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DO SISTEMA49
5.3 PROJETO DOS CONTROLADORES APLICADOS AO MANIPULADOR DE 2
GDL PLANAR51
5.3.1 Formulação do controlador GPC adaptativo aplicado ao robô manipulador51
5.3.2 Formulação do controlador PID convencional aplicado ao robô manipulador57
5.4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS PELA IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR PID CONVENCIONAL NOS ELOS DO ROBÔ MANIPULADOR57

5.5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS PELA IMPLEMENTAÇÃO DO
CONTROLADOR GPC ADAPTATIVO NO ELO PRISMÁTICO DO ROBÔ
MANIPULADOR61
5.6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS PELA IMPLEMENTAÇÃO DO
CONTROLADOR GPC ADAPTATIVO NO ELO ROTACIONAL DO ROBÔ
MANIPULADOR63
5.7 ESFORÇO DA VARIÁVEL DE CONTROLE65
5.8 CONCLUSÕES
6 CONCLUSÕES FINAIS
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS70
APÊNDICE A: FORMULAÇÃO DO ESTIMADOR DOS MÍNIMOS QUADRADOS
RECURSIVOS75
KECUKSIVUS/3
APÊNDICE B: ALGORÍTMO DE CONTROLE IMPLEMENTADO82

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Descrição do robô manipulador planar	11
Figura 2.2 – Fotografia da bancada de testes	12
Figura 2.3 – Diagrama de blocos da bancada de testes	13
Figura 2.4 – Componentes do elo rotacional	15
Figura 2.5 – Componentes do elo prismático	17
Figura 3.1 – Procedimento para identificação de sistemas em malha fechado	la20
Figura 3.2 – Etapas do procedimento de identificação	21
Figura 3.3 – Sinal de excitação aplicado ao elo de rotação	22
Figura 3.4 – Sinal de excitação aplicado ao elo prismático	23
Figura 3.5 – Respostas real e estimada do elo rotacional em malha aberta	28
Figura 3.6 – Respostas real e estimada do elo prismático em malha aberta .	28
Figura 3.7 - Parâmetros estimados do elo rotacional em malha aberta	29
Figura 3.8 - Parâmetros estimados do elo prismático em malha aberta	29
Figura 4.1 – Diagrama de blocos ilustrativo do controlador PID paralelo	33
Figura 4.2 - Diagrama de blocos do controlador adaptativo por esca	ılonamento de
ganhos	36
Figura 4.3 – Diagrama de blocos do controlador MRAC	36
Figura 4.4 – Diagrama de blocos do controlador STR explícito	37
Figura 4.5 – Diagrama de blocos do controlador STR implícito	38
Figura 4.6 – Horizontes de previsão do MBPC	39
Figura 4.7 – Diagrama de blocos do controlador GPC convencional	41
Figura 5.1 – Critérios de desempenho do sistema	50
Figura 5.2 - Respostas real e estimada do elo rotacional sob ação do co	ontrolador PID
convencional	58
Figura 5.3 – Respostas real e estimada do elo prismático sob ação do co	ontrolador PID
convencional	58

Figura 5.4 – Variável de controle do elo rotacional sob ação do controlador PID
convencional
Figura 5.5 - Variável de controle do elo prismático sob ação do controlador PID
convencional
Figura 5.6 - Respostas real e estimada do elo prismático sob ação do controlador GPC
adaptativo61
Figura 5.7 - Variável de controle do elo prismático sob ação do controlador GPC
adaptativo
Figura 5.8 - Parâmetros estimados do elo prismático sob ação do controlador GPC
adaptativo
Figura 5.9 - Respostas real e estimada do elo rotacional sob ação do controlador GPC
adaptativo
Figura 5.10 - Parâmetros estimados do elo rotacional sob ação do controlador GPC
adaptativo
Figura 5.11 – Variáveis de controle do elo prismático sob ação do GPC adaptativo e PID
convencional

# LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Especificações técnicas da placa de aquisição de dados
Tabela 2.2 – Especificações técnicas da fonte variável de alimentação
Tabela 2.3 – Especificações técnicas do compressor
Tabela 2.4 – Caracterização do amplificador de potência
Tabela 2.5 – Especificações técnicas do transdutor de posição angular1
Tabela 2.7 – Especificações técnicas do cilindro pneumático
Tabela 2.6 – Especificações técnicas da válvula eletropneumática proporcional1
Tabela 3.1 – Modelos testados para o elo rotacional
Tabela 3.2 – Modelos testados para o elo prismático
Tabela 5.2 - Desempenho do elo rotacional sob a ação do controlador PID convenciona
6
Tabela 5.3 – Desempenho do elo prismático sob a ação do controlador PID convenciona
6
Tabela 5.4 – Desempenho do elo prismático sob a ação do controlador GPC adaptativo
6
Tabela 5.4 - Esforço médio da variável de controle para o elo prismático do robo
manipulador6

### LISTA DE SÍMBOLOS

```
A(z), B(z) – Polinômios discretos do sistema;
a<sub>i</sub>, b<sub>i</sub> – Parâmetros do modelo;
d – Atraso de transporte discreto;
e(k) – Erro de referência discreto, tal que e(k) = r(k) - y(k);
ess - Erro em regime estacionário
E<sub>médioU</sub> – Esforço médio da variável de controle
\epsilon – Erro de previsão, tal que \epsilon = Y - \hat{Y};
ε – Perturbação, ruído branco;
G_x(z) – Função de transferência discreta do elo rotacional;
G_v(z) – Função de transferência discreta do elo prismático;
j – Número de passos a frente de k;
J – Função custo do GPC;
\Phi(k-1) – Vetor de medidas;
k – Instante de tempo discreto;
K<sub>p</sub> – Ganho proporcional;
K<sub>i</sub> – Ganho integral;
K<sub>d</sub> – Ganho derivativo;
K<sub>p1</sub> – Ganho proporcional referente ao elo rotacional;
```

K<sub>i1</sub> – Ganho integral referente ao elo rotacional;

K<sub>i2</sub> – Ganho integral referente ao elo prismático;

 $\lambda_{mqr}$  – Fator de esquecimento do MQR;

M<sub>p</sub> – Sobre sinal máximo (overshot);

K<sub>d2</sub> – Ganho derivativo referente ao elo prismático;

λ – Seqüência ponderadora sobre a variável de controle da função custo do GPC

K<sub>d1</sub> – Ganho derivativo referente ao elo rotacional;

K<sub>p2</sub> – Ganho proporcional referente ao elo prismático;

N – Número de amostras; N<sub>1</sub> – Horizonte mínimo de predição; N<sub>2</sub> – Horizonte náximo de predição; N<sub>u</sub> – Horizonte de controle; n<sub>a</sub> – Número de polos; n<sub>b</sub> – Número de zeros; n<sub>p</sub> – Número total de parâmetros;  $\zeta$  – Fator de esquecimento;  $\theta$  – Vetor de parâmetros;  $\theta_1$  – Vetor de parâmetros do elo rotacional;  $\theta_2$  – Vetor de parâmetros do elo prismático;  $\hat{\theta}$  – Vetor de parâmetros estimados; p<sub>n</sub> – Número de parâmetros; R<sup>2</sup> – Coeficiente de correlação múltipla; T<sub>a</sub>-Tempo de amostragem; T<sub>s</sub>-Tempo de assentamento;  $T_I$  – Tempo integral; T<sub>D</sub> – Tempo derivativo; t – Tempo contínuo; t<sub>s</sub> – Tempo de estabelecimento; t<sub>95%</sub> – Tempo necessário para que a resposta do sistema atinja 95% do seu valor final; u – Variável de controle; V - Volts;y – Resposta do sistema; w – Referência a ser seguida pelo sistema;  $\overline{y}$  – Média das amostras;

 $\hat{y}$  – Resposta estimada;

z – Símbolo operacional da transformada Z.

## LISTA DE ABREVIAÇÕES

ARIMAX – Auto-regressivo Integral com Média Móvel e Exógeno;

ARX – Auto-Regressivo com entrada externas;

CC – Corrente Contínua;

DMV – Controle do tipo Dahlin Variância Mínima;

EPSAC – Controle Preditivo auto ajustável estendido;

GDL – Grau de liberdade;

GMV – Variância Mínima Generalizada;

GPC – Controle Preditivo Generalizado;

GS – Ganho Escalonado;

IAE – Análise do Erro Integral Absoluto;

ISO – Organização Internacional de Normalização;

LQG – Linear Quadrático Gaussiano;

LDMC – Controle por Matriz Dinâmica Linear;

MBPC – Controle Preditivo Baseado no Modelo;

MQ – Mínimos Quadráticos;

MQR – Mínimos Quadráticos Recursivos;

MAC – Controle por Modelo de Algoritmo;

MRAC – Controle Adaptativo por Modelo de Referência;

MV – Variância Mínima;

PFC – Controle Preditivo Funcional;

PI – Proporcional Integral;

PD – Proporcional Derivativo;

PID – Proporcional Integral Derivativo;

PP – Alocação de Polos;

QDMC – Controle por Matriz Dinâmica Quadrática;

SEQ – Somatório do Erro Quadrático;

SPC – Controle Preditivo Estático;

SI – Sistema Internacional;

STR – Regulador Auto Ajustável;

UPC – Controle Preditivo Unificado.

### **CAPÍTULO I**

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo projetar e implementar controladores do tipo GPC adaptativo auto ajustável para o elo prismático e PID convencional, para o controle de posição dos elos do manipulador robótico em estudo. Este capítulo apresenta na seção 1.1 um breve histórico sobre robôs manipuladores e suas características. A seção 1.2 apresenta um breve histórico da projeção dos diferentes tipos de controladores adaptativos em sistemas dinâmicos. A seção 1.3 apresenta o objetivo geral e os específicos da dissertação. A seção 1.4 apresenta a metodologia adotada em todas as etapas do trabalho. A seção 1.5 discorre sobre a definição dos capítulos.

#### 1.1 ROBÔS MANIPULADORES

A norma técnica ISO 8373, de 1994, define o robô industrial como um "Manipulador controlado automaticamente, reprogramável, multifunção e programável em 3 ou mais eixos, podendo ser fixo ou móvel, para uso em aplicações industriais automatizadas". Virtualmente qualquer coisa que opera com algum grau de autonomia, usualmente sobre controle computacional, em algum momento pode ser chamado de robô. Sendo assim, um robô é um manipulador multifuncional reprogramável, designado para mover objetos, partes, ferramentas, ou, dispositivos especializados através de movimentos programáveis para executar uma variedade de tarefas. (BASTOS, 2013). Um robô manipulador é composto por uma série de vínculos (do inglês link) e juntas, onde as juntas, também denominadas como articulações ou eixos, conectam os vínculos e permitem a realização de movimentos de um vínculo em relação ao vínculo anterior. Um robô manipulador possui uma base fixa e o primeiro vínculo está preso a esta base. A

mobilidade dos robôs depende do número de vínculos e articulações que o mesmo possui (SPONG et al., 2006).

Dentre alguns fundamentos importantes para a robótica, é possível destacar a dinâmica da cinemática, o planejamento de movimentos, a visão computacional e o controle do mesmo. A área de trabalho de um manipulador é o volume total varrido pela garra do manipulador executando todos possíveis movimentos, tal que o espaço de trabalho é limitado pela geometria do manipulador, bem como as restrições mecânicas sobre as articulações (BASTOS, 2013).

Os servoposicionadores eletropneumáticos oferecem inúmeras vantagens para serem utilizados no campo industrial. Uma das maiores preocupações é com a determinação dos modelos matemáticos que regem o comportamento dinâmico dos mesmos, pois são difíceis de serem determinados com precisão através das leis da física. Modelos determinados através dessas leis têm demonstrado comportamento não linear, o que dificulta o desenvolvimento de projetos de controladores com baixos custos e com bons desempenhos. A integração de novas técnicas de controle, juntamente com o desenvolvimento de novos dispositivos eletrônicos, tem contribuído desenvolvimento de diversas pesquisas com resultados satisfatórios, proporcionando uma maior aceitação da aplicação desses sistemas na execução de tarefas que antes eram difíceis de serem efetuadas pelos mesmos (OLIVEIRA, 2002). O controle de posição é fundamental em aplicações industriais para garantir a produção, qualidade dos produtos e segurança dos processos. Controle de servo-válvula, servo-motores, máquinas-ferramenta, robôs industriais (manipuladores) e células de manufatura integrada são exemplos dessa importância. Os manipuladores industriais de longe são as máquinas em sistemas de automação flexível que mais dependem do controle de posição, vários modelos de manipuladores calculam suas variáveis internas como velocidades e aceleração baseadas no controle de posição (SILVA et al., 2014).

#### 1.2 ESTADO DA ARTE

As primeiras técnicas de MBPC (Controle Preditivo Baseado no Modelo) foram desenvolvidas nos anos 70 em decorrência de os controladores convencionais de malha simples serem incapazes de atender às exigências de performance cada vez mais restringentes. O interesse por essas técnicas começou a surgir somente nos anos 80, após a

publicação dos trabalhos pioneiros realizados por dois grupos industriais nos anos 70 e da primeira exposição ampla do controle GPC (controle preditivo generalizado (CLARK *et al.*, 1987). O controlador PID constitui a estrutura de controle convencional de maior sucesso em termos de aplicação industrial. As ações de controle proporcional (P), integral (I) e derivativa (D) são bem entendidas pelo engenheiro de controle e, devido a sua simplicidade e robustez, são aplicadas à maior parcela dos processos industriais (ASTRÖM & HÄGGLUND, 1995).

MONTENEGRO (2004) apresentou em sua dissertação projetos teóricos e experimentais de controladores convencionais (P, PD, PI-D, PID em série com compensador) e um híbrido (PID em conjunto com um controlador obtido via alocação de polos com observador de estado de ordem plena) para um túnel de combustão usado em geradores de sistemas de refrigeração por absorção. O sistema utilizado para o controle da temperatura do túnel é constituído por um motor de corrente contínuo acoplado a uma válvula tipo borboleta, que regula o fluxo de ar ambiente a ser misturado com fluxo de ar quente. Através do estimador dos mínimos quadrados recursivos, foram obtidos uma família de modelos matemáticos representativos da planta. Todos os controladores foram ajustados, testados e comparados em modo simulado e experimental. O controlador não convencional híbrido, mostrou ser o mais adequado para o túnel de combustão pelo fato da resposta do sistema ter atingido as especificações de desempenho de forma superior às dos outros controladores.

MONTENEGRO *et al.* (2004) em seu artigo foi obtido resultados de um projeto de controlador adaptativo por técnica de alocação de polos, para um sistema eletropneumático com o objetivo de controlar a posição da haste do cilindro. As limitações apresentadas pelas técnicas convencionais (diante incertezas paramétricas, dinâmicas não modeladas e não-linearidades) justifica o uso desta metodologia.

RIUL *et al.* (2004) em seu artigo apresentaram resultados do uso de controladores adaptativos descentralizados, visando controlar a posição de uma mesa de coordenadas de dois graus de liberdade, composta de duas bases e acionadas por motores de corrente contínua. A técnica de projeto utilizada foi a de alocação de polos, sendo considerado que as mesas operam desacopladas dinamicamente. Partindo de uma estrutura pré-definida para a mesa, os parâmetros desta são estimados em tempo real pelo MQR. Os resultados experimentais obtidos confirmam a eficiência da metodologia apresentada.

MONTENEGRO (2007) em sua tese foram apresentados projetos de controladores

adaptativos para um túnel psicrométrico, que é constituído de um motor de corrente contínua acoplado a um ventilador, que produz um fluxo de ar variável, e de um transdutor de temperatura e de umidade, em que o objetivo do controlador a ser projetado é controlar a temperatura de um fluxo de ar em um túnel psicrométrico. Através do estimador dos mínimos quadrados recursivos, foram obtidos uma família de modelos matemáticos representativos da planta. Foi projetado um controlador PI com ganho tabelado, e controladores PI auto ajustáveis utilizando técnicas de: alocação de pólos, variância mínima (MV) definido por ISERMANN *et al.* (1992), e por controle preditivo generalizado (GPC) definido por CLARKE *et al.* (1987). Dos resultados experimentais, observou-se que os controladores adaptativos foram capazes de rastrear a referência, entretanto apresentaram desempenhos parcialmente satisfatórios considerando os índices das especificações de desempenho impostas ao funcionamento do túnel psicrométrico. Da comparação dos resultados obtidos verificou-se que a utilização do controlador GPC auto ajustável possibilitou um desempenho global superior ao túnel psicrométrico.

CORDEIRO (2009) apresentou em sua dissertação a simulação de um sistema hidráulico de dois graus de liberdade para posicionamento de uma carga num plano horizontal, em que foi utilizado o algoritmo MQR (mínimos quadrados recursivos), para obter os valores dos parâmetros do sistema identificado, obtendo-se a equação da lei de controle do referido controlador, que é um adaptativo auto ajustável do tipo GMV (variância mínima generalizada), definido por ISERMANN *et al.* (1992). Fazendo uma análise dos resultados de simulação por tipo de trajetória, observou-se que o sistema hidráulico, pode-se considerar que a utilização do GMV para controlar o sistema hidráulico em estudo foi uma escolha adequada, por fazer com que o referido sistema seguisse as trajetórias de referência obedecendo às especificações de desempenho.

RIUL *et al.* (2010) apresentou a identificação pelo MQR dos parâmetros nos três elos de um robô manipulador eletropneumático de 3 GDL, sendo assim foram projetados controladores adaptativos auto ajustáveis explícitos com os parâmetros obtidos. Os resultados indicam que o algoritmo q a identificação do sistema foi satisfatório, pois os controladores projetados atenderam as especificações de desempenho impostas ao sistema.

CARVALHO (2009) em sua tese projetou e implementou controladores adaptativos GMV-I auto ajustáveis, no manipulador planar em estudo nessa dissertação, de dois graus de liberdade (2 GDL) composto por um elo rotacional e outro translacional, objetivando assim o controle de posição do robô planar para trajetórias específicas em ambos os elos. O

5

modelo matemático da planta foi obtido através do algoritmo dos MQR em que se estima em tempo real e a cada período de amostragem os parâmetros dos elos que serão empregados na lei de controle. Os resultados obtidos experimentalmente apresentaram um desempenho satisfatório para ambos os elos, em que os valores dos erros no segmento de trajetória atenderam muito bem aos critérios de desempenhos estabelecidos. Na resposta referente ao elo de translação para a configuração acoplada (MIMO) observou-se um sobre-sinal muito acima do pré-estabelecido.

De acordo com CORREIA (2010), um mecanismo de controle adaptativo deve incluir amostras da saída do sistema e do sinal de controle, além de atualizar parâmetros do controlador de modo a garantir o seguimento de referência. Neste sentido, pode-se imaginar a existência de outro sinal de controle que possa coexistir com o sinal do GPC calculado. Esta idéia se fundamenta no princípio da hibridização de controladores, em que dois tipos de controladores são combinados para produzir um único sinal de controle.

SOUZA (2010) em sua dissertação projetou e implementou controladores adaptativos auto ajustáveis de Dahlin-Variância Mínima (DMV), para modelar e controlar em tempo real dois elos de um robô manipulador eletropneumático de três graus de liberdade (3 GDL) cartesiano. O controlador DMV tem como objetivo minimizar a variância na saída de um sistema que é submetido a uma perturbação estocástica, combinando a estratégia de controle MV com a ideia desenvolvida por DAHLIN (1968), em que a estratégia de controle faz com que a dinâmica do sistema em malha fechada comporte-se como um sistema de primeira ordem com atraso de transporte. A desvantagem desta estratégia dá-se a seu fraco desempenho em relação à fase não-mínima, porém tem bom desempenho frente a atrasos de transporte, simplicidade analítica e controle do tempo de convergência para referência através de um único parâmetro de projeto. Os resultados obtidos com a implementação do controlador no sistema, mostrou Os resultados experimentais obtidos atenderam as especificações de desempenho impostas ao sistema, ou seja, não ocorreu sobre-sinal considerável e baixo erro em regime estacionário, assim como não ocorreu um tempo de estabilização maior que 10s, demonstrando que os controladores adaptativos projetados foram satisfatórios para o seguimento das referências utilizadas.

MEIRA (2010) projetou e implementou controladores adaptativos utilizando a técnica de controle Dahlin variância mínima (DMV) com o critério de Favier e Hassani, para controle de posição dos três elos de um robô manipulador eletropneumático com três GDL. O estimador utilizado para realizar a identificação paramétrica em tempo real do

modelo matemático representativo do manipulador foi o MQR. Com os controladores projetados, o sistema alcançou as especificações de desempenho preestabelecidas.

PINTO (2011) em sua tese projetou e implementou controladores adaptativos descentralizados e centralizados, com e sem integradores, utilizando a técnica polinomial, proposto por KUBALCIK e BOBÁL (2006), para o controle de posição dos elos de um robô manipulador eletromecânico de 5 GDL, composto por cinco juntas rotativas. O algoritmo MQR é utilizado, em tempo real, para a identificação dos parâmetros dos modelos que representam os elos do robô manipulador. A análise do erro integral absoluto (IAE) acumulado permitiu concluir que o controlador descentralizado sem integrador, que não incorpora em seu projeto as interações presentes do sistema, apresentou melhor desempenho no acompanhamento da trajetória especificada para os elos em estudo. Verificou-se que com os controladores adaptativos descentralizados e centralizados, sem integrador, projetados e implementados, as saídas dos elos atenderam às especificações de desempenho impostas; e, desta forma, conclui-se que os controladores podem ser usados em tarefas a serem realizadas por este robô. O controlador descentralizado sem integrador apresentou melhor desempenho no acompanhamento da trajetória especificada para os elos do robô.

VALE (2011) em sua dissertação apresentou projetos e a implementação de três controladores adaptativos preditivos auto ajustáveis, sendo um GPC convencional, um híbrido (GPC+PD) e um GPC com restrição da variável de controle, todos aplicados em um manipulador eletropneumático cartesiano de 3 GDL e três elos. Para o controlador GPC adaptativo a especificação de sobre sinal, para os três elos, foi atendida na maioria dos experimentos realizados, entretanto a condição de erro em regime permanente não foi atendida para os três elos em quase nenhum pulso dos experimentos. A resposta para o GPC restrito foi mais adequada que a do GPC híbrido, uma vez que o último apresentou elevados picos durante recuos da referência. Somado a isso, os valores obtidos para os esforços médios das variáveis de controle os obtidos para os erros de estimação atribuíram os melhores resultados para o GPC restrito. Entretanto analisando o comportamento das variáveis de controle, o GPC híbrido apresentou uma resposta mais condizente com o esperado, diferentemente do GPC com restrição, que apresentou apenas curvas saturadas em sua limitação.

RÉGIS (2013) projetou controladores adaptativos auto ajustáveis do tipo proporcional derivativo (PD) via técnica de controle por alocação de polos (PP) e os

implementou em no robô manipulador planar de 2 GDL em estudo, para obter o controle de posição dos elos. A identificação do modelo matemático representativo sistema foi realizada através do algoritmo MQR. Os resultados experimentais foram obtidos, comprovando boa eficácia do controlador no elo rotacional, e razoável eficácia no controle de posição do elo prismático.

SILVA (2014) em sua tese projetou e implementou controladores adaptativos do tipo GMV, visando controle em tempo real de um sistema de bombeamento de água por meio do uso simultâneo de válvulas de controle e conversor de frequência utilizado no acionamento de um conjunto motor-bomba, visando reduzir o consumo de água e energia elétrica. O controlador atuou na determinação da velocidade de rotação do motor e no ângulo de abertura da válvula de controle. O modelo matemático representativo da bancada experimental cujos parâmetros são estimados em tempo real pelo método dos mínimos quadrados recursivo (MQR), em função de entradas impostas ao conversor de frequência e nas válvulas, como também de saídas nos ramais considerando que o sistema é acoplado, isto é, considerando os ramais como dois sistemas MIMO. O controlador projetado apresentou um bom desempenho no controle da pressão nos ramais e uma redução satisfatória no consumo de energia elétrica na operação da bancada experimental apresentada, logo foi considerado adequado para aplicações em redes hidráulicas, devido à possibilidade de se adaptar satisfatoriamente as diversas condições de operação, atuando em quaisquer valores de referência de pressão.

#### 1.3 OBJETIVOS

#### 1.3.1 Objetivo Geral

Projetar controladores do tipo preditivo generalizado (GPC) adaptativo auto ajustável e PID convencional, para um robô manipulador planar de dois graus de liberdade.

#### 1.3.2 Objetivos Específicos

 Realizar a identificação em tempo real dos parâmetros do manipulador robótico planar em estudo através de um programa em labVIEW<sup>®</sup> e Matlab<sup>®</sup>. Projetar e implementar controles adaptativos para o elo rotacional e prismático, objetivando o controle de posição ao impor uma trajetória previamente definida.

- Realizar uma análise dos resultados experimentais obtidos através da implementação dos controladores projetados do tipo PID convencional e GPC adaptativo para o sistema.
- Apresentar as conclusões do trabalho proposto.

#### 1.4 METODOLOGIA

Inicialmente, serão realizados testes experimentais no robô manipulador, objetivando a obtenção do tempo de amostragem representativo para ambos os elos. Após definir a representação matemática a ser utilizada no trabalho, a escolha do sinal de excitação é necessária para obtenção dos índices de desempenho, que servem de parâmetros para escolha da melhor estrutura de modelo para representar os elos do robô manipulador. A identificação em malha aberta dos parâmetros do sistema experimental é realizada, terminando o processo de identificação com a validação do modelo estimado.

A segunda etapa se trata da projeção e implementação de controladores do tipo, PID convencional e GPC adaptativo auto ajustável, visando o controle de posição dos elos do robô manipulador.

Na etapa final, será realizada uma análise criteriosa dos resultados experimentais obtidos do robô manipulador sobre efeito da implementação dos controladores projetados, em que os critérios de desempenhos impostos e o esforço da variável de controle do sistema serão avaliados.

### 1.5 DEFINIÇÃO DO TRABALHO

A presente dissertação está disposta em seis capítulos e dois apêndices.

O capítulo I apresenta uma introdução sobre manipuladores robóticos, como também sua utilização em conjunto aos mais diversos sistemas de controle, comenta-se sobre trabalhos realizados na área, logo após está descrito os objetivos a serem alcançados, juntamente com a metodologia utilizada.

O capítulo II contém a descrição do sistema experimental em estudo e as especificações técnicas dos componentes constituintes.

O capítulo III faz uma descrição das etapas necessárias no processo de

identificação, como também apresenta o modelo matemático representativo dos elos do manipulador planar em estudo.

O capítulo IV apresenta conceitos sobre controladores, dando ênfase ao GPC adaptativo e PID convencional, abordando suas características através de equações matemáticas e diagrama de blocos.

O capítulo V discorre sobre o projeto de controladores do tipo PID convencional e GPC adaptativo auto ajustável, e implementação dos mesmos nos elos do manipulador planar em estudo, além dos resultados experimentais obtidos do sistema em estudo sob ação desses controladores.

O capítulo VI apresenta as devidas conclusões sobre o trabalho.

O apêndice A contém a formulação matemática referente à identificação de sistemas.

O apêndice B contém o algoritmo (rotina computacional) do robô manipulador, em plataforma LabVIEW<sup>®</sup>, sendo escrito em ambiente Matlab<sup>®</sup>.

### CAPÍTULO II

# DESCRIÇÃO DO SISTEMA EXPERIMENTAL

## 2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta uma breve descrição sobre o sistema experimental em estudo, o "Robô Manipulador Planar de Dois Graus de Liberdade", que se encontra no Laboratório de Automação e Controle, do departamento de engenharia mecânica, do Centro de Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba. A seção 2.2 apresenta todos os componentes do sistema experimental em uso, além de uma breve explicação sobre o seu funcionamento. Na seção 2.3 está a descrição sobre os componentes que compõem a bancada de testes (hardware computacional, placa de aquisição de dados e unidade de suprimento de ar comprimido). A subseção 2.3.1 apresenta as especificações técnicas dos componentes do servoposicionador eletromecânico do elo de rotação. A subseção 2.3.2 apresenta as especificações técnicas dos componentes do servoposicionador eletropneumático do elo de translação. A seção 2.4 apresenta as conclusões referentes ao capítulo.

# 2.2 DESCRIÇÃO DO ROBÔ MANIPULADOR DE DOIS GRAUS DE LIBERDADE PLANAR

O robô manipulador de 2 GDL planar é constituído por dois elos, sendo um eletromecânico rotacional e outro eletropneumático translacional. Os componentes constituintes do sistema experimental, conforme ilustra a Fig. (2.1), são: base de sustentação (1), o elo rotacional, que possui como estrutura um ramo extenso de alumínio

em perfil U (5), possuindo como atuador um motor-redutor de corrente contínua (2), e como sensoriamento um potenciômetro de dez voltas, que atua como transdutor de posição angular (3) através do uso de engrenagens (4). O elo prismático é constituído por um cilindro pneumático de dupla ação com haste passante (6), possuindo como atuador uma válvula eletropneumática proporcional de 5/3 vias (8), e como sensor de posição linear uma régua potenciométrica (7).

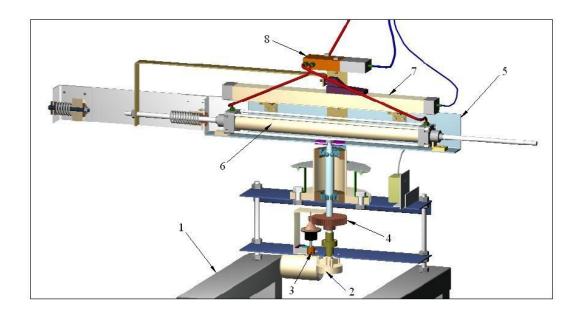


Figura 2.1 – Descrição do robô manipulador planar Fonte: CARVALHO, 2009

O elo rotacional percorre uma trajetória de 190° e para que ocorra seu acionamento em malha aberta é necessário que o receba um sinal analógico de excitação variando de 0 à 5 V DC. O robô ao receber uma tensão entre 0 V e 2,38 V no elo rotacional, este gira no sentido anti-horário (avanço), se a tensão recebida no elo rotacional for de 2,4 V elo permanece imóvel e se estiver entre 2,42 V e 5 V, este gira no sentido horário (retorno).

O elo prismático possui um curso de 200 mm. A válvula eletropneumática é alimentada por uma tensão de 24 V DC e recebe sinal analógico de excitação variando de 0 à 5 V DC, objetivando o posicionamento do carretel do êmbolo da válvula e assim controlar o fluxo de ar comprimido. O robô ao receber em malha aberta tensão entre 0 V e 2,6 V no elo prismático, este translada no sentido de avanço. Se a tensão recebida for de 2,63 V, o elo translacional permanece imóvel e se receber entre 2,65 V e 5 V, este translada no sentido de retorno.

#### 2.3 BANCADA DE TESTES

A Fig. (2.2) apresenta uma vista geral da bancada de testes, que é constituída por um robô manipulador de 2 GDL planar, um computador pessoal (PC), uma placa de aquisição de dados, e de uma fonte variável de tensão contínua, e por um compressor de ar comprimido.



Figura 2.2 – Fotografia da bancada de testes

O computador é responsável por gerar os sinais de controle e realizar a identificação em tempo real através do algoritmo escrito em um programa da plataforma LabVIEW® para o robô manipulador. A placa de aquisição de dados é necessária para realizar a aquisição e controle de dados entre o computador e o robô, em que através dos conversores A/D (analógico/digital) e D/A (digital/analógico) realiza a interface dos algoritmos de identificação e controle durante o processo. A Fig. (2.3) apresenta o diagrama de blocos da bancada de testes.

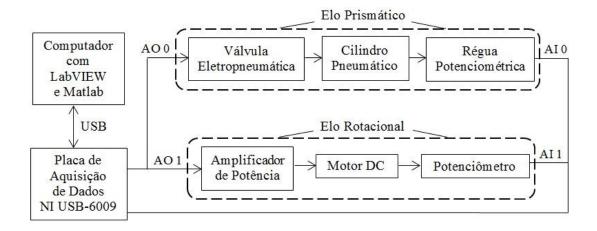


Figura 2.3 – Diagrama de blocos da bancada de testes

Tabela 2.1 – Especificações técnicas da placa de aquisição de dados

Modelo/Fabricação	NI USB 6008/National Instruments
Faixa de tensão de entrada	±10 V
Faixa de tensão de saída	0 a 5 V
Corrente de saída	5 mA
Taxa de amostragem	10kS/s
Canais de entrada analógico	4 canais
Canais de saída	2 canais
Resolução	12 bits
Transferência de dados	USB

A fonte variável de alimentação CC é necessária para fornecer tensão à válvula eletropneumática e aos transdutores de posição linear. A válvula eletropneumática é alimentada a uma tensão fixa de 24 V CC e os terminais a, b do transdutor de posição angular e linear, com uma tensão fixa de 5 V CC. A Tab. (2.2) mostra as especificações da fonte variável.

Tabela 2.2 – Especificações técnicas da fonte variável de alimentação

Modelo/Fabricação	MPE-3303/MINIPA®
Alimentação	115V/230V ± 10% - 50/60Hz
Faixa de tensão de saída	0 a 30 V CC
Corrente de saída (máximo)	3 A por canal
Taxa de amostragem	10kS/s

O compressor é responsável por fornecer ar comprimido ao cilindro pneumático do elo translacional. Utiliza-se uma pressão de 4 bar de fornecimento do compressor. A Tab. (2.3) mostra as especificações técnicas do compressor.

Tabela 2.3 – Especificações técnicas do compressor

Modelo/Fabricação	MSI 5,2ML/100/SCHULZ®	
Capacidade de compressão	147,55 l/min	
Pressão de operação	80 lbf/pol <sup>2</sup> - 5,5 bar (mínima)	
	120 lbf/pol <sup>2</sup> - 8,3 bar (máxima)	
Unidade compressora	N° de estágios = 1	
	$N^{o}$ de Pistões = 1	
RPM	2275	
Motor	1 hp − 0,75 kW − 2pólos	
Volume do reservatório	100 1	
Volume de óleo	90 ml	

O elemento responsável por reter as impurezas e reduzir a umidade contida no ar é a unidade de conservação de ar, que é composto por de um filtro de ar e possui um elemento lubrificador de ar comprimido que tem como função adicionar em uma quantidade controlada o óleo lubrificante objetivando lubrificar as partes internas dos componentes pneumáticos do elo prismático, além de um regulador de pressão que permite o controle do nível da pressão de utilização.

#### 2.3.1 Especificações técnicas dos componentes do servoposicionador do elo de rotação

A Fig. (2.4) apresenta os principais componentes do sistema posicionador do elo de rotação, que é composto pelos seguintes elementos: motor CC, amplificador de potência, transdutor de posição angular (potenciômetro), engrenagem e redutor de velocidade para o motor CC.

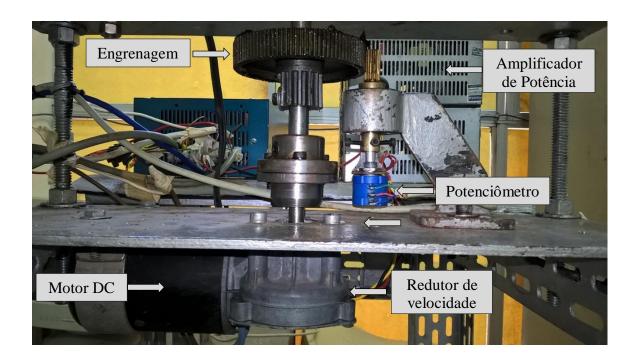


Figura 2.4 – Componentes do elo rotacional

**Motor de corrente contínua**: Motor de imã permanente controlado pela armadura. Possui tensão nominal de alimentação  $\pm 12$  V CC e corrente nominal de 1,34 A. É o atuador do elo rotacional.

**Amplificador de Potência:** Tem como função fornecer a potência necessária para acionamento do motor DC. Conforme ilustra a Tab. (2.4), os sinais de excitação proveniente da placa de aquisição de dados fornecerá uma polaridade aos terminais do motor, podendo-se controlar o sentido de rotação do eixo do motor ou mantê-lo estático.

Tabela 2.4 – Caracterização do amplificador de potência

Tensão de excitação	Tensão de saída	Sentido de rotação
<b>(V)</b>	$(\mathbf{V})$	
0	-12	Anti-horário
5	0	Parado
12	12	Horário

**Transdutor de posição angular:** É responsável por converter a posição momentânea de seu cursor móvel em uma tensão elétrica, que é processada pelo sistema de aquisição de dados. A Tab. (2.5) apresenta as especificações técnicas deste componente.

Tabela 2.5 – Especificações técnicas do transdutor de posição angular

Modelo/Fabricante	WXD3590/TRIMMER®
Resistência elétrica	$10\text{K}\Omega \pm 10\%$
Faixa de tensão de saída	5 V CC
Curso efetivo	Dez voltas

É dotado de três terminais (a, b, c), sendo os terminais de entrada "a" e "b" alimentados pela fonte de alimentação com uma tensão fixa 5 V CC, e o terminal de saída "c", que está conectado a placa de aquisição de dados e possui tensão variável de acordo com a rotação de seu cursor.

Engrenagens: Componentes que em conjunto interliga o eixo do motor DC com o cursor móvel do transdutor potenciométrico. Possui uma relação de 10:1, ou seja, quando o cursor do transdutor realiza dez voltas, o elo rotacional descreve uma volta ou um ângulo de 360 graus. Posicionou-se inicialmente o cursor do transdutor potenciométrico em cinco voltas, em seguida as engrenagens são posicionadas em conjunto para gerar a referência "zero grau". Dessa forma o cursor do transdutor ao executar um total de 5 voltas no sentido horário, o elo descreve um deslocamento 180 graus neste sentido. O processo ocorre de forma análoga quando o transdutor se deslocar no sentido contrário.

# 2.3.2 Especificações técnicas dos componentes do servoposicionador do elo de translação

A Fig. (2.5) apresenta os principais componentes do sistema posicionador do elo de rotação, que é composto pelos seguintes elementos: cilindro pneumático, válvula eletropneumática e régua potenciométrica.

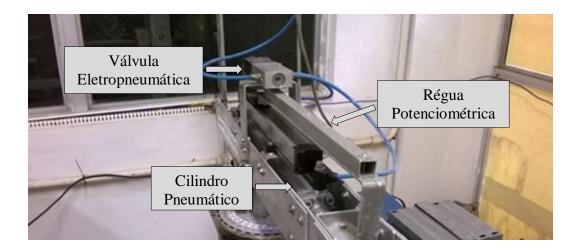


Figura 2.5 – Componentes do elo prismático

Cilindro pneumático de dupla ação com haste passante: Componente responsável por exercer um deslocamento na haste passante.

Tabela 2.7 – Especificações técnicas do cilindro pneumático

Modelo/Fabricante	DNG-32-400 PPV/FESTO®
Tipo	Dupla ação e haste simples
Pressão absoluta de trabalho	0,6 a 10x10 <sup>5</sup> Pa
Faixa de temperatura de trabalho	-20°C a 80°C
Meio operacional	Ar comprimido filtrado
Amortecimento	Pneumático, aos finais do curso
Curso efetivo	400 mm
Força teórica 6x10 <sup>5</sup> Pa, retorno	415 N
Força teórica 6x10 <sup>5</sup> Pa, avanço	415 N

Válvula eletropneumática proporcional: Atuador do elo rotacional responsável por receber os sinais de excitação analógicos provenientes da placa de aquisição de dados, e assim direcionar proporcionalmente a vazão da linha de suprimento para as câmaras do cilindro e destas para atmosfera, fazendo com que a diferença de pressão nos êmbolos do cilindro forneça a força necessária ao movimento de sua haste. A Tab. (2.6) apresenta as especificações técnicas da válvula eletropneumática proporcional.

Tabela 2.6 – Especificações técnicas da válvula eletropneumática proporcional

Modelo/Fabricante	MPYE-5-1/8 HF-010B/FESTO®
Faixa de tensão de entrada	5/3
Faixa de tensão de saída	0 a 10 <sup>5</sup> Pa
Corrente de saída	700 1/min (0,012 m <sup>3</sup> /s) $\pm$ 10%
Temperatura de trabalho	+5 a 40°C, sem condensado
Temperatura ambiente	0 a 50°C
Tensão de alimentação	24 V CC ±25%
Tensão de excitação	0 a 10 V CC, posição central em 5 V
Tempo de resposta	4,8 ms (238,1 Hz)
Potencia máxima absorvida	20 W

**Régua potenciométrica:** Responsável por converter a posição linear de seu cursor móvel em uma tensão elétrica, que é processada pelo sistema de aquisição de dados. É de fabricação FESTO e de especificação NLO-POT-225-TFL.

Similar ao transdutor rotacional, é dotado de três terminais (a, b, c), sendo os terminais de entrada "a" e "b" alimentados pela fonte de alimentação com uma tensão fixa 5 V CC, e o terminal de saída "c", que está conectado a placa de aquisição de dados e possui tensão variável de acordo com a posição linear de seu cursor.

#### 2.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentado o robô manipulador de dois graus de liberdade planar, as especificações técnicas dos componentes da bancada de testes, do servoposicionador do elo de rotação e de translação, e por fim o seu funcionamento.

## CAPÍTULO III

# PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DO ROBÔ MANIPULADOR

# 3.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta todas as etapas referentes ao processo de identificação do sistema para determinação do modelo paramétrico dos elos do robô manipulador, que melhor represente o sistema real em estudo. A seção 3.2 apresenta a definição sobre identificação de sistemas e uma visão geral sobre as etapas pertencentes ao processo. Em seguida, é apresentada na seção 3.3 a determinação do período de amostragem e do sinal de excitação do sistema. A seção 3.4 descreve o modelo matemático determinado para representar o sistema. Na seção 3.5 encontra-se o processo de estimação dos parâmetros do sistema utilizando-se o algoritmo MQR, desenvolvido em plataforma LabVIEW<sup>®</sup>. A seção 3.6 apresenta o procedimento realizado para validação do modelo matemático identificado. Na seção 3.7 se encontram as conclusões referentes ao capítulo.

# 3.2 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Identificação de sistemas consiste na determinação de um modelo matemático que represente os aspectos essenciais do sistema, caracterizado pela manipulação dos sinais de entrada e saída e que estão relacionados através de uma função de transferência contínua ou discreta. (ISERMANN e LACHMANN, 1985; LJUNG, 1999). O modelo matemático encontrado é uma forma do conhecimento da relação existente entre os sinais de entrada e saída, caracterizada no processo físico pela função de transferência. (COELHO e COELHO, 2004).

Modelos de sistemas são obtidos usando-se as leis físicas (modelos caixa branca) ou usando-se dados de entrada e saída dos sistemas (modelos caixa preta). A identificação tipo caixa preta é utilizada no modelamento do robô manipulador sob análise, tendo em vista sua utilização posterior no projeto e implementação dos controladores adaptativos. O estimador dos mínimos quadrados manipula medidas de entrada/saída de um sistema nas formas não-iterativa e iterativa através de algoritmos não-recursivo e recursivo. Para a estimação dos parâmetros do modelo matemático representativo do processo, selecionado a priori, o algoritmo dos mínimos quadrados recursivo (MQR) é utilizado em tempo real e para a identificação do sistema funcionando em malha fechada. A Fig. (3.1) apresenta a composição básica em blocos de um procedimento de identificação.

20

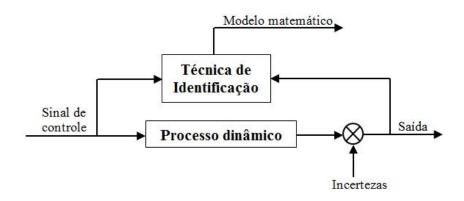


Figura 3.1 – Procedimento para identificação de sistemas em malha fechada

As técnicas clássicas para a identificação de sistemas podem ser divididas em não paramétricas e paramétricas. Os modelos que buscam determinar funções de transferência através de técnicas diretas, sem selecionar um conjunto de modelos possíveis, nem empregando um vetor de parâmetros de dimensão finita de forma direta, são ditos não paramétricos, destacam-se assim a análise da resposta transitória do sistema, a análise de correlação e a análise espectral. Enquanto que nas técnicas paramétricas é selecionado um modelo de sistema com um vetor de parâmetros, dado um vetor de observações da entrada e da saída do sistema, objetivando-se obter os parâmetros do modelo que melhor descrevem o sistema. (VALE, 2011). A identificação de sistemas é um claro exercício que envolve múltiplos e conflitantes objetivos, tipicamente complexidade do modelo, critérios de desempenho e validação, que influenciam a seleção das estruturas do modelo matemático. (ISERMANN, 1980; LJUNG, 1996).

Assim, devido às complexidades dos sistemas reais e mais especificamente dos manipuladores robóticos, a análise empírica e paramétrica é a mais utilizada em controle moderno, ou seja, as relações entre saídas e entradas são obtidas por métodos numéricos para um dado modelo paramétrico (CARVALHO, 2009, KIRECCI *et al.*, 2003).

COELHO (2004) divide o processo de identificação em quatro etapas, conforme ilustra a Fig. (3.2).

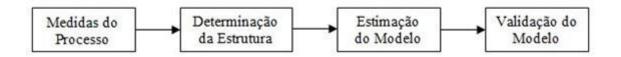


Figura 3.2 – Etapas do procedimento de identificação

Caso o resultado esperado não seja obtido, é feita uma nova estimação até que o modelo seja validado. Nas seções a seguir é detalhada cada uma dessas etapas:

#### 3.3 MEDIDAS DO PROCESSO

Para que ocorra o processo de identificação do sistema, inicialmente é necessário excitar o sistema, gerando respostas dinâmicas, e assim realizar a aquisição das medidas do processo (dados experimentais). É necessário definir a priori o tempo de amostragem e escolher os sinais de excitação nessa etapa, para a coleta de um conjunto de medidas durante o processo.

#### 3.3.1 Determinação do tempo de amostragem

A determinação do tempo de amostragem é um ponto importante na identificação. Para que um sinal amostrado retenha algumas das características fundamentais do sistema original, é necessário que o tempo de amostragem seja suficientemente curto (AGUIRRE, 2000).

$$\frac{t_{95\%}}{15} \le T_a \le \frac{t_{95\%}}{5} \tag{3.1}$$

Onde T<sub>95%</sub> corresponde ao tempo necessário para que a resposta do sistema à

22

entrada degrau atinja 95% do seu valor final. O tempo de amostragem utilizado para realização do experimento foi de 150 ms.

#### 3.3.2 Escolha do sinal de excitação

A qualidade do modelo estimado de um sistema depende em parte da natureza do sinal de entrada aplicado durante a fase de coleta de amostras. Deve-se escolher um sinal de excitação que demonstre toda a dinâmica do sistema, minimizando erros de modelagem, ou seja, o sinal de entrada deve forçar o sistema a revelar na saída todas as suas características dinâmicas. Uma forma de excitar os elos do robô manipulador é através de uma seqüência de pulsos construídos, de tal forma que o sistema efetue movimentos de avanço e retorno (VALE, 2011). Para a escolha de um sinal de entrada que excite a dinâmica da planta do sistema, é fundamental que este contenha suficiente energia na faixa de frequências dominantes do sistema a ser identificado. (AGUIRRE, 2000).

Para o estudo em questão, foi criada uma série de pulsos de tal forma que ambos os elos de rotação e translação se movimentem simultaneamente. A Fig. (3.5) e a Fig. (3.6) mostram os sinais de excitação escolhidos para cada elo do robô manipulador.

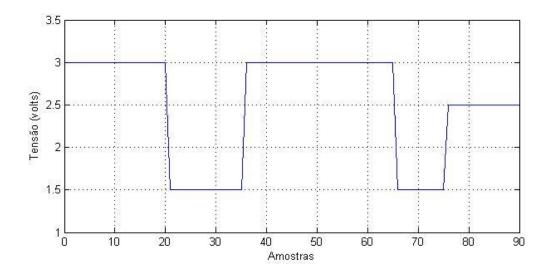


Figura 3.3 – Sinal de excitação aplicado ao elo de rotação

23

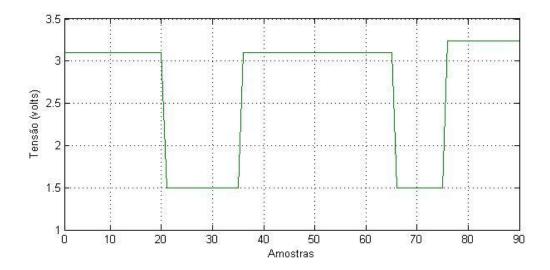


Figura 3.4 – Sinal de excitação aplicado ao elo prismático

# 3.4 DETERMINAÇÃO DA ESTRUTURA DO MODELO

A complexidade de um modelo depende de sua finalidade e da complexidade do sistema a ser modelado, porém, no ato de sua escolha é sempre bom que seja considerado o princípio da parcimônia e assim, optando por modelos mais simples quanto possível. (CARVALHO, 2009).

O robô manipulador é composto por um elo rotacional (eletromecânico) e outro prismático (eletropneumático), então os movimentos podem ser considerados independentes, logo a identificação é realizada de forma independente para cada elo. Sendo assim cada elo do sistema físico tem uma estrutura SISO (uma entrada e uma saída) e uma perturbação. O GPC utiliza um modelo paramétrico para o sistema do tipo Auto-regressivo Integral com Média Móvel e Exógeno (ARIMAX).

Conforme AGUIRRE (2000), se a ordem utilizada para o modelo for muito menor do que a ordem efetiva do sistema real, o modelo não possuirá a complexidade estrutural necessária para reproduzir a dinâmica do sistema. Por outro lado, se a ordem do modelo for muito maior do que a necessária, a estimação de parâmetros será provavelmente mal condicionada, ocasionando cancelamento de polos e zeros na função de transferência do sistema.

Para validação da estrutura do modelo, foram utilizados os seguintes índices de desempenho: somatório do erro quadrático (SEQ), coeficiente de correlação múltipla (R<sup>2</sup>) e

critério de informação de Akaike (AIC), representados respectivamente por Eq. (3.2), Eq. (3.3) e Eq. (3.4).

$$SEQ = \sum_{k=1}^{N} [y(k) - \hat{y}(k)]^{2}$$
(3.2)

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{k=1}^{N} [y(k) - \hat{y}(k)]^{2}}{\sum_{k=1}^{N} [y(k) - \bar{y}]^{2}}$$
(3.3)

AIC = N ln 
$$\left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} [y(k) - \hat{y}(k)]^2 \right] + 2p_n$$
 (3.4)

Onde: N é o número de amostras; n é o número de parâmetros, y(t) são as amostras;  $\hat{y}(t)$  são as estimações da saída do processo;  $\bar{y}(t)$  é a média das amostras e  $p_n$  é o número de parâmetros do modelo.

O valor calculado pelo SEQ diminui a fim de se obter um melhor ajuste à medida que a ordem do modelo utilizado na estimação paramétrica é aumentada. Se a diminuição desse valor não for significativa, então prevalece o modelo de ordem menor. Uma exata adequação do modelo para os dados medidos durante o processo ocorre quando o valor de R<sup>2</sup> é igual a 1. Para muitas aplicações práticas em identificação o valor de R<sup>2</sup> entre 0.9 e 1 pode ser considerado satisfatório (COELHO e COELHO, 2004). A medida que a ordem do modelo é alterada o Critério de Informação de Akaike (AIC) atingirá um mínimo para um determinado número de parâmetros no modelo, quando isso ocorrer o procedimento pode ser finalizado (AGUIRRE, 2000).

Com o valor de  $T_a$  e utilizando algoritmo do estimador MQR com fator de esquecimento unitário, e utilizando as Eq. (3.2), Eq. (3.3) e Eq. (3.4) equações que representam os critérios de validação para determinar a estrutura, foram obtidos resultados análogos que são representados pela Tab. (3.1) para o elo rotacional, e Tab. (3.2) para o elo prismático, que foram retirados do trabalho de CARVALHO (2009). Em que  $n_a$ ,  $n_b$ , d e  $n_p$  representam número de polos, número de zeros, atraso de transporte e número total de parâmetros, respectivamente.

Tabela 3.1 – Modelos testados para o elo rotacional

Modelo	na	n <sub>b</sub>	d	SEQ	$\mathbb{R}^2$	AIC	n <sub>p</sub>
01	1	1	1	0,10668	0.9999096	-4737,083	3
02	1	0	2	0,14818	0.9998690	-4558,720	3
03	2	1	3	0,10779	0.9999071	-4731,308	6
*04	2	1	1	0,05661	0,9995727	-5080,660	4
05	2	2	1	0,07394	0.9999294	-4883,536	5
06	3	1	1	0,05120	0.9999617	-5136,536	5
07	3	1	3	0,05185	0.9999604	-5129,515	7
08	3	2	2	0,03706	0.9999712	-5311,816	7
09	3	0	4	0,06810	0.9999463	-4982,205	7
10	4	1	1	0,03966	0.9999683	-5274,194	6
11	4	2	4	0,03966	0.9999691	-5286,065	10
12	4	3	3	0,02912	0.9999772	-5441,624	10
13	4	3	2	0,02063	0.9999834	-5628,890	9

Tabela 3.2 – Modelos testados para o elo prismático

Modelo	na	$n_b$	d	SEQ	$\mathbb{R}^2$	AIC	$\mathbf{n}_{\mathbf{p}}$
01	1	1	1	0,09058	0.9999096	-4827,586	3
02	1	0	2	0,13120	0.9998690	-4626,379	3
03	2	1	2	0,07037	0,9999294	-4963,986	5
*04	2	1	1	0,06304	0,9999371	-5025,037	4
05	2	2	1	0,04598	0.9999539	-5196,173	5
06	3	1	2	0,04157	0.9999583	-5252,108	6
07	3	1	3	0,03925	0.9999604	-5283,952	7
08	3	2	1	0,02862	0.9999713	-5455,321	6
09	3	0	4	0,05327	0.9999463	-5118,456	7
10	4	1	2	0,03398	0.9999658	-5360,092	7
11	4	2	3	0,02249	0.9999772	-5585,021	9
12	4	3	2	0,01636	0.9999834	-5757,667	9
13	4	3	1	0,01542	0.9999844	-5790,445	8

Conforme os resultados da Tab. (3.1) e da Tab. (3.2) verifica-se que o modelo 04 em ambas tabelas, com dois pólos, um zero e o atraso de transporte equivalente a um, têm os melhores índices de desempenho, pois baseado no que foi definido anteriormente pelo critério de AIC e conforme o princípio da parcimônia, se tratam de modelos simples e que podem representar de forma satisfatória o sistema. Os modelos apresentaram um R<sup>2</sup> entre o

intervalo de 0,99 a 1, o que credencia quaisquer das configurações acima como aptas para serem utilizadas para o projeto de controle (COELHO E COELHO, 2004). Sendo assim para realização do experimento foi utilizado os modelos com dois polos, um zero e um atraso de transporte para utilização no projeto de controle. Dessa forma as Eq. (3.5) e Eq. (3.6) representam a estrutura da função de transferência discreta dos elos rotacional e prismático respectivamente.

$$G_{x}(z) = \frac{y_{x}(k)}{u_{x}(k)} = \frac{b1x z^{-1} + b2x z^{-2}}{1 + a1x z^{-1} + a2x z^{-2}}$$
(3.5)

$$G_{y}(z) = \frac{y_{y}(k)}{u_{y}(k)} = \frac{b1y z^{-1} + b2y z^{-2}}{1 + a1y z^{-1} + a2y z^{-2}}$$
(3.6)

# 3.5 VALIDAÇÃO DO MODELO

Utilizando como referência o estudo desenvolvido por CARVALHO (2009) no robô manipulador, serviu como base para selecionar a ordem de modelo mais apropriado, conforme a realização de uma análise na Tab (3.1) e Tab (3.2), em que foi escolhido um modelo de 2° ordem para ambos os elos, com dois polos, um zero e o atraso de transporte unitário. Os valores obtidos através do cálculo dos índices de desempenho referente ao elo rotacional foram SEQ = 0,05661, R<sup>2</sup> = 0,9995727 e AIC = -5080,660ne para o elo prismático obteve-se os valores de SEQ = 0,06304, R<sup>2</sup> = 0,9999371 e AIC = -5025,037.

Conforme visto na seção 3.4, analisando esses parâmetros, o valor do R<sup>2</sup> de ambos os elos é um valor satisfatório, pois está dentro do intervalo correspondente entre 0,9 e 1. Outro critério utilizado para validação do modelo são os gráficos das Fig. (3.7) e Fig. (3.8), vistos na seção 3.6, onde o modelo estimado demonstra possuir as características similares a dos sistemas reais para ambos os elos. Dessa forma, conclui-se que o modelo ARMAX de 2º ordem representa de forma satisfatória os elos do robô manipulador, portanto esses modelos serão utilizados para os projetos dos controladores.

## 3.6 ESTIMAÇÃO DO MODELO

Como visto anteriormente o tempo de amostragem utilizado para realizar a identificação é de 150 ms. O fator de esquecimento (λ) utilizado no MQR será de 1. De acordo com as equações do apêndice A, é possível obter as equações que compõem o estimador MQR, que será implementado para realização da identificação dos parâmetros.

$$P(k+1) = P(k) - \frac{P(k)\phi(k+1)\phi^{T}(k+1)P(k)}{\lambda + \phi^{T}(k+1)P(t)\phi(k+1)}$$
(A. 29)

$$K(k+1) = \frac{P(k)\phi(k+1)}{\lambda + \phi^{T}(k+1)P(k)\phi(k+1)}$$
(A. 32)

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k+1) \{ y(k+1) - \phi^{T}(k+1) \hat{\theta}(k) \}$$
(A. 33)

Onde: P(k+1) representa a matriz de covariância, K(k+1) é o ganho do estimador e  $\hat{\theta}(k+1)$  é o vetor de parâmetros estimados.

Para a estimação dos parâmetros dos elos de rotação e de translação do robô foi desenvolvido um programa computacional na plataforma LabVIEW® composto pelas equações Eq. (A.29), Eq. (A.32) e Eq. (A.33) que definem o algoritmo MQR, e pelas equações Eq. (3.2), Eq. (3.3) e Eq. (3.4), que representam o cálculo dos critérios utilizados para definição do modelo estimado, considerando o modelo de 2º ordem com na=2, nb=1 e d=1. Durante todo o processo ambos os elos foram excitados de forma simultânea pelos sinais de entrada definidos na seção 3.3.2 utilizando um tempo de amostragem igual a 150 ms. Inicialmente os parâmetros do modelo foram considerados nulos, a matriz de covariância é igual a uma matriz identidade cuja dimensão é definida pelo número de parâmetros do modelo com sua diagonal principal multiplicada por 10⁴ e o fator de esquecimento λ recebe valor igual a 1. Os sinais de entrada foram enviados para os elos e os sinais de resposta correspondente a posição de cada elo foram recebidos e funcionam como dados de entrada para o algoritmo de estimação dos parâmetros em tempo real. Após todo o desenvolvimento do programa para efetuar o cálculo dos parâmetros para cada elo de forma independente, foram salvos em arquivo todos os dados e resultados onde

posteriormente os gráficos correspondentes a esses dados foram plotados através de um programa computacional desenvolvido na plataforma Matlab<sup>®</sup>.

As Fig. (3.7) e Fig. (3.8) representam as respostas real e estimada dos elos rotacional e prismático do robô manipulador.

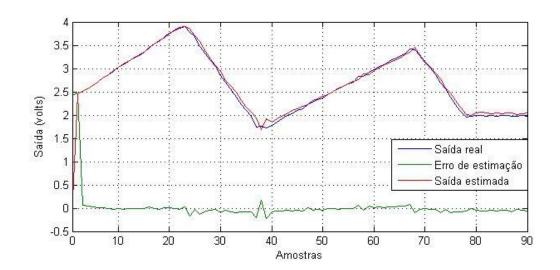


Figura 3.5 – Respostas real e estimada do elo rotacional em malha aberta

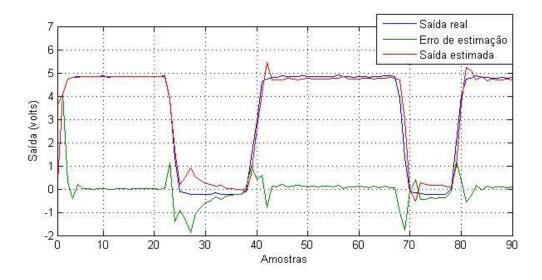


Figura 3.6 – Respostas real e estimada do elo prismático em malha aberta

A Fig. (3.9) e Fig (3.10) mostra a evolução dos parâmetros ao longo do tempo para os elos de rotação e de translação respectivamente.

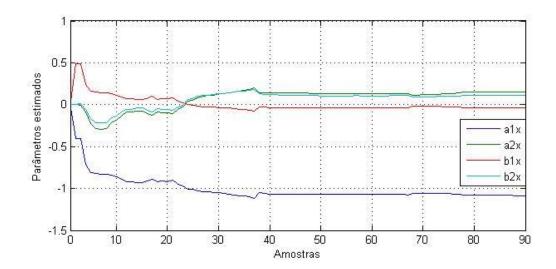


Figura 3.7 - Parâmetros estimados do elo rotacional em malha aberta

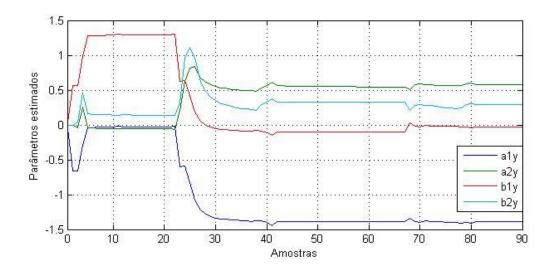


Figura 3.8 - Parâmetros estimados do elo prismático em malha aberta

Conforme realizado a análise nos gráficos das Fig. (3.9) e Fig. (3.10), é possível obter os parâmetros estimados do sistema correspondente a amostra 90, conforme mostrado por Eq. (3.12) e Eq. (3.13).

$$\theta_1 = [a1x \ a2x \ b1x \ b2x] = [-1,085 \ 0,152 \ -0,037 \ 0,109]$$
 (3.7)

$$\theta_2 = [a1y \ a2y \ b1y \ b2y] = [-1,381 \ 0,572 \ -0,027 \ 0,287]$$
 (3.8)

Como visto na seção (3.4), a estrutura de modelo das Eq. (3.5) e Eq. (3.6) foram selecionadas para representar a estrutura da função de transferência discreta dos elos rotacional e prismático respectivamente. Sendo assim as Eq. (3.14) e Eq. (3.15) representam a função de transferência discreta do elo rotacional e prismático:

$$G_{\rm r}(z) = \frac{-0.037z^{-1} + 0.109z^{-2}}{1 - 1.085z^{-1} + 0.152z^{-2}}$$
(3.9)

$$G_{p}(z) = \frac{-0.027z^{-1} + 0.287z^{-2}}{1 - 1.381z^{-1} + 0.572z^{-2}}$$
(3.10)

### 3.7 CONCLUSÃO

Neste capítulo inicialmente foi apresentado conceitos sobre identificação de sistemas, as etapas para efetuar a estimação dos parâmetros do sistema, e o modelo estimado do sistema. Foi selecionado os sinais de excitação para os elos do manipulador robótico para realizar posteriormente a identificação do mesmo. A escolha da representação matemática para o sistema foi determinado com base no estudo desenvolvido por CARVALHO (2009), no tipo de controlador a ser utilizado, e pelo princípio da parcimônia, em que foi selecionado um modelo de 2° ordem, de dois pólos, um zero e o atraso de transporte de valor unitário para representar o sistema. A estimação dos parâmetros em malha aberta foi realizada através do algoritmo desenvolvido na plataforma LabVIEW®, obtendo as Fig. (3.7) e Fig. (3.8). O capítulo finaliza com os critérios utilizados para validar a ordem do modelo escolhido, verificando que o modelo em questão representa bem a dinâmica do sistema.

## CAPÍTULO IV

# CONSIDERAÇÕES SOBRE CONTROLADORES

# 4.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo apresentar conceitos sobre o controladores convencionais PID e preditivos, dando ênfase ao GPC adaptativo auto ajustável (STR – *Self-Tuning Regulator*), abordando suas características através de equações matemáticas e diagrama de blocos. A seção 4.2 apresenta um breve histórico e conceitos sobre controle adaptativo, abordando algumas configurações em diagrama de blocos sobre algumas estruturas que compõem os mesmos. Na seção 4.3 é apresentado conceitos sobre o controlador PID, por diagrama de bloco e equações matemáticas que regem a sua configuração. A seção 4.4 apresenta um breve histórico e conceitos sobre o conjunto de técnicas do MBPC. A seção 4.5 discorre sobre os conceitos e a formulação matemática que rege o controlador GPC. O capítulo é finalizado com as conclusões referentes ao capítulo, que se encontram na seção 4.6.

#### 4.2 CONTROLADOR PID CONVENCIONAL

Controladores PID mantiveram-se como os controladores mais usados em controle de processo industrial há mais de 50 anos, apesar dos avanços na teoria de controle matemática. A principal razão é que tais controladores têm uma estrutura simples que seja facilmente compreendida pelos engenheiros, e nas condições práticas, eles executam de forma mais confiável do que os controladores mais avançados e complexos. Ao longo dos anos, têm sido sugeridas numerosas técnicas para o ajuste dos parâmetros PID. No entanto,

muitas dessas técnicas são aplicáveis apenas a uma classe limitada de processos. (TAN et al., 2002).

O módulo proporcional do controlador PID, emite um sinal de controle proporcional à perturbação do sistema. Se a perturbação do sistema for grande, o valor da variável manipulada também é. Se o valor da perturbação for pequena, o valor da variável manipulada, mais uma vez, também o é. A resposta temporal do controlador proporcional no estado ideal é do tipo da variável de entrada A relação entre a variável manipulada e a perturbação do sistema é o coeficiente proporcional ou o ganho proporcional (BORGES *et al.*, 2004). O Modo proporcional é responsável por fornecer uma ação de controle de amplitude proporcional a amplitude do sinal de entrada, normalmente o erro. A Eq. (4.1) mostra a ação de controle do termo proporcional do controlador PID no tempo contínuo.

$$u_p(t) = K_p e(t) \tag{4.1}$$

Onde u(t) é a variável de controle do sistema, e(t) é a variável que representa o erro de referência, tal que e = w - y,  $K_p$  é o ganho proporcional do controlador PID.

O controlador integrativo adiciona a perturbação do sistema por mais tempo. Este integra a perturbação do sistema. Como resultado, a taxa de alteração (e não o valor) da variável manipulada é proporcional à perturbação do sistema. Isto é demonstrado pela resposta ao degrau do controlador integrativo: se a perturbação do sistema aumentar instantaneamente, a variável manipulada aumente continuamente. Quanto maior for a perturbação do sistema, maior será a inclinação na variável manipulada (BORGES *et al.*, 2004).

A ação de controle do modo integral reduz o erro de estado estacionário em relação a um sinal de referência de valor constante. É responsável por conseguir atenuar o erro de estado estacionário, sem precisar de ganhos excessivamente grandes do controlador. O termo integral do controlador PID no tempo contínuo é dado pela Eq. (4.2).

$$u_i(t) = K_i \int_0^t e(t)dt$$
 (4.2)

Em que Ki é dado pela Eq. (4.3).

$$K_{i} = \frac{K_{p}}{T_{i}} \tag{4.3}$$

Onde  $K_i$  é o ganho integral e  $T_i$  é a constante de tempo integral.

O modo derivativo do controlador PID é responsável por melhorar a resposta transitória do processo, que usa a taxa de variação do sinal do erro para introduzir um elemento de predição na ação de controle. A Eq. (4.4) mostra no tempo contínuo a ação de controle do termo derivativo do controlador PID.

$$u_{d}(t) = K_{d} \frac{de(t)}{dt}$$
(4.4)

Tal que Kd é dado pela Eq. (4.5).

$$k_{d} = T_{d}K_{p} \tag{4.5}$$

Onde Kd é o ganho derivativo do controlador e  $T_d$  é a constante de tempo integral. A Fig. (4.5) mostra a configuração da estrutura do controlador PID paralelo.

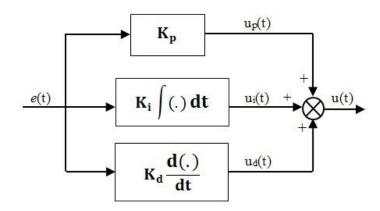


Figura 4.1 – Diagrama de blocos ilustrativo do controlador PID paralelo

A lei de controle de um controlador PID paralelo, no domínio do tempo contínuo é representado pela Eq. (4.6).

$$u(t) = K_{p} \left[ e(t) + \frac{1}{T_{i}} \int_{0}^{t} e(t)dt + T_{d} \frac{de(t)}{dt} \right]$$
 (4.6)

O sinal de controle do PID paralelo no domínio do tempo discreto é representado pela Eq. (4.7).

$$u(k) = K_p \left[ e(k) + \frac{T_S}{T_i} \sum_{j=1}^{t} e(j)dt + \frac{T_d}{T_a} (e(k) - e(k-1)) \right]$$
(4.7)

Em que  $T_a$  é o tempo de amostragem do sistema, definido de acordo com a seção 3.3.1 deste trabalho. Da Eq. (4.7) é possível obter a lei de controle do controlador PID, que é representada pela Eq. (4.8).

$$\Delta u(k) = \frac{K_p(k)T_a}{T_i}e(k) - K_p(k)\left(\Delta + \frac{T_d}{T_a}\Delta^2\right)y(k)$$
(4.8)

A lei de controle do controlador PID em equação a diferenças, é representado pela Eq. (4.9).

$$\Delta u(k) = u(k-1) + K_p(e(k) - e(k-1)) + K_i e(k) + K_d(e(k) - 2e(k-1) + e(k-2))$$
 (4.9)

#### 4.3 CONTROLADORES ADAPTATIVOS

#### 4.2.1 Definições sobre controladores adaptativos

Os primeiros trabalhos de pesquisa e desenvolvimento de controladores adaptativos tem início nos começo da década de 1950, em que se desejava projetar o piloto automático do sistema de voo de aeronaves. Inicialmente houveram problemas ao implementar controle adaptavo nos sistemas de voo, pois as técnicas de controle avaliadas ate o momento não facilitavam seu uso. Nos anos de 1960 houve uma maior compreensão sobre sobre as técnicas de controle adaptativo, em que o estudo sobre a teoria do espaço de

estados foi desenvoldido. SASTRY e BODSON (1989) o definem como uma estratégia que aplica uma técnica de identificação de sistemas para obter um modelo do processo e sua vizinhança a partir de dados experimentais de entrada e saída e usa esse modelo para projetar o controlador. Os parâmetros do controlador são ajustados durante a operação da planta na medida em que os dados disponíveis para identificação aumentam.

Controle adaptativo consiste, portanto, em aplicar alguma técnica de estimação para obter os parâmetros do modelo do processo e de seu meio a partir de medições de entradas e saídas e usar este modelo para projetar um controlador (ASTRÖM e WITTENMARK, 1995). Sendo assim, se trata de um controlador que pode modificar seu comportamento em resposta às mudanças na dinâmica do processo e em resposta ao caráter dos distúrbios.

A principal motivação para o uso dos controladores adaptativos é a sua capacidade para adaptar-se às circunstâncias imprevisíveis relativas a dinâmica dos sistemas. Estas circunstâncias podem ser produto das não linearidades dos sistemas e dos atuadores, do envelhecimento e consequente desgaste de componentes mecânicos, ou ainda de alterações no ambiente onde os sistemas estão inclusos. Tais afirmações justificam a superioridade do controle adaptativo sobre o controle convencional mesmo que este seja suficientemente robusto. (MONTENEGRO, 2007).

#### 4.2.3 Tipos de controladores adaptativos

Os esquemas de controladores adaptativos mais utilizados são o de Ganho Escalonado (GS – Gain Scheduling), Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC – Model Reference Adaptive Control), Regulador Auto Ajustável (STR – Self-Tuning Regulator) (AGUIRRE, 2007a).

Os controladores adaptativos de ganho escalonado (GS – Gain Scheduling) surgiram da necessidade de desenvolver um sistema de controle de voo, cuja altitude do avião era medida por um sensor e esse valor utilizado como uma variável escalonada. A Fig. (4.1) ilustra o diagrama de blocos do controlador adaptativo por escalonamento de ganhos, em que as variáveis mensuradas são utilizadas para alterar o ganho do controlador, ou seja, os parâmetros do controlador são alterados de acordo com as mudanças na dinâmica da planta (ASTRÖM e WITTENMARK, 1995).

36

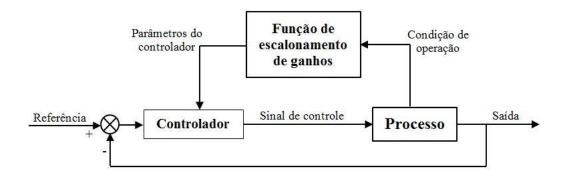


Figura 4.2 – Diagrama de blocos do controlador adaptativo por escalonamento de ganhos

No controlador adaptativo por modelo de referência (MRAC), conforme ilustra a Fig. (4.2), procura-se determinar um mecanismo de ajuste para o controlador no intuito de fazer com que o sistema controlado se comporte como modelo de referência para que consiga representar a dinâmica desejada do sistema, ou seja, tenta fazer com que o valor do sinal de saída do sistema seja o mais próximo possível do valor do sinal de entrada (ASTRÖM e WITTENMARK, 1995).

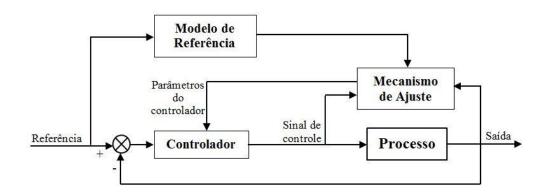


Figura 4.3 – Diagrama de blocos do controlador MRAC

A configuração do controlador adaptativo que possibilita automatizar as tarefas de modelagem matemática, projeto e implementação da lei de controle a cada período de amostragem é o do tipo auto ajustável (STR). Segundo CARVALHO (2009, apud RUBIO e SÁNCHEZ, 1996; HERMELY, 1996) a idéia básica em que se baseiam os controladores STR, reside na aplicação do princípio da Equivalência à certeza, o que implica em utilizar no projeto do controlador os parâmetros estimados considerando-os como se fossem os parâmetros reais do sistema. Algumas das técnicas de controle que utilizam a metodologia STR são Controle Preditivo Generalizado (GPC), PID, PI, PD, Variância Mínima (MV),

37

Variância Mínima Generalizada (GMV), Alocação de Pólos (PP) e controle Linear Quadrático Gaussiano (LQG). O controlador STR pode ser caracterizado por duas abordagens distintas, o algoritmo auto ajustável explícito (indireto) e o algoritmo auto ajustável implícito (direto).

A Fig. (4.3) mostra o diagrama de blocos representativo do controlador STR explícito, em que a ação de controle é calculada supondo que os parâmetros do processo sejam conhecidos. Os parâmetros do processo são obtidos através de um estimador a partir das medidas de entrada e saída do processo, e ao substituir os parâmetros pelos valores estimados de forma recursiva, calcula-se os parâmetros do controlador. Sendo assim, o sistema é parametrizado utilizando-se um estimador recursivo e o projeto do controlador é realizado com base no modelo estimado do sistema.

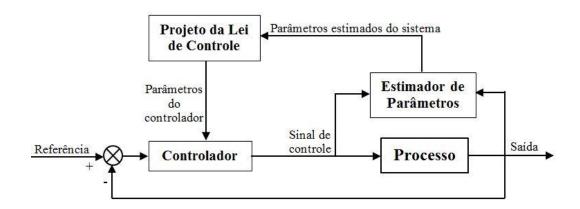


Figura 4.4 – Diagrama de blocos do controlador STR explícito

No esquema de controle STR implícito, representado pelo diagrama de blocos da Fig. (4.4), o modelo do processo é reparametrizado em termos dos parâmetros do controlador. De modo análogo ao modelo indireto, também se faz necessário nesse modelo a utilização de um algoritmo recursivo, logo um estimador é utilizado para obter os parâmetros do controlador a partir das medidas de entrada e saída. Sendo assim no controle direto, os parâmetros do controlador são diretamente ajustados pela otimização de um índice de desempenho baseado na saída do processo.

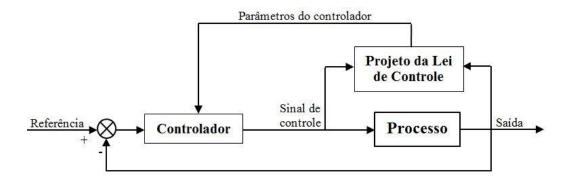


Figura 4.5 – Diagrama de blocos do controlador STR implícito

#### 4.4 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO

O controle preditivo baseado no modelo (MBPC) é um conjunto de métodos de controle, que utilizam o conceito de predição da saída de um sistema para obter os parâmetros do mesmo. O projeto e desenvolvimento do MBPC tem início no final dos 70, quando a indústria de processos mostrou interesse em utilizar os métodos de predição para controle. A formulação desse tipo de controlador naquela época era basicamente através de algoritmo, logo ocasionou um aumento do potencial dos processadores digitais. O princípio de recuo de horizonte, que é uma caracteristica relevante para a maioria dos algoritmos MBPC surgiu no ínicio dos anos 60. Muitos algoritmos MBPC foram usados em sistemas multivariáveis com restrições, mas não houveram provas formais de estabilidade ou robustez (SOLOWAY et al., 2003).

O sinal de controle no MBPC é determinado através da predição do comportamento futuro do processo. As predições são realizadas através do modelo matemático representativo do processo definido sobre um intervalo de tempo denominado horizonte de predição ( $N_1$  ate  $N_2$ ). A Fig. (4.6) mostra os horizontes de predição do MBPC.

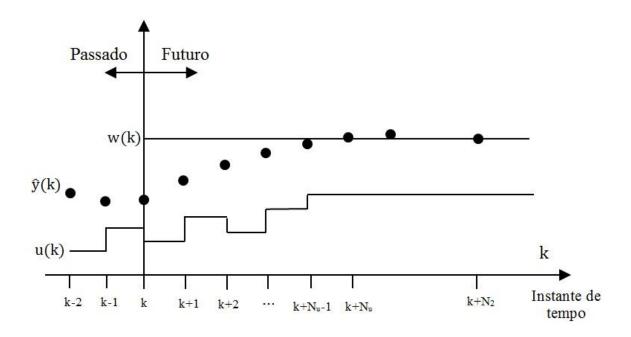


Figura 4.6 – Horizontes de previsão do MBPC

Em que  $N_2$  representa o horizonte máximo de predição, isto é, o intervalo de iterações em que é considerado o comportamento da saída do processo a ser determinado.  $N_u$  é o horizonte de controle, que corresponde ao número de ações de controle consideradas. Conforme CAMACHO e BORDONS (2004) as ações de controle futuras do MBPC são calculadas mediante a otimização de uma função objetivo de forma a levar a saída da planta ao encontro de uma trajetória de referência pré-estabelecida. Na escolha da função objetivo podem-se adotar, ainda, outros critérios como o esforço de controle. Após a aplicação da ação de controle calculada para o instante atual (u(t)), com base nas novas informações obtidas, o procedimento é repetido e, assim, sucessivamente, a cada instante de amostragem.

Logo, de acordo com DONGBING e HUOSHENG (2004) o MBPC consiste num conjunto de métodos de controle que usa um modelo conhecido do processo (que pode ser identificado) para obter um sinal de controle ótimo, minimizando uma função custo. O caráter preditivo proporciona uma mudança na saída antes da mudança da referência, ao conhecer a evolução no tempo, situações adequadas em robótica. A Tab. (4.1) mostra os principais métodos de controle do MBPC.

Tabela 4.1 – Métodos do MBPC

Abreviação	Nome
GPC	Generalized Predictive Control
GMV	Generalized Minima Variance Control
EPSAC	Extended Predictive Self Adaptive Control
LDMC	Linear Dynamic Matrix Control
QDMC	Quadratic Dynamic Matrix Control
MAC	Model Algorithmic Control
PFC	Predictive Functional Control
SPC	Statistic Predictive Control
UPC	Unified Predictive Control

A escolha do método de controle GPC para o sistema experimental em estudo se deve por possibilitar tratar de processos de dinâmica semelhante, tais os que possuem atrasos de transporte desconhecidos ou variantes, não-linearidades, sistemas sob restrições, de fase não-mínima, bem como plantas instáveis em malha aberta. Atualmente apenas foi implementado controle do tipo GMV adaptativo (CARVALHO, 2009) e PD adaptativo (RÉGIS, 2013) no robô manipulador em estudo

#### 4.5 CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO

Proposto como um novo membro da família dos controladores de horizonte estendido em (CLARKE *et al.* 1987), o Controle Preditivo Generalizado (Generalized Predictive Control ou GPC) se tornou um dos algoritmos de controle preditivo mais populares do gênero. Apesar de possuir muitas idéias em comum com outros controladores preditivos, uma vez que se baseia nos mesmos conceitos, A aplicabilidade do GPC se encontra pela possibilidade de prover, na ausência de restrições, uma solução analítica que o permite lidar com plantas instáveis e de fase não-mínima. Além disso, incorpora o conceito de horizonte de controle e considera a ponderação de incrementos de controle na função custo. Com essas características o GPC pode ser facilmente implementado e ajustado para uma ampla variedade de processos industriais CAMACHO e BORDONS (1999). Pertencente à ordem dos MBPC, o GPC faz uso de um modelo do processo com a

41

finalidade de predizer os sinais de saída em instantes futuros, bem como uma sequência de sinais de controle que minimiza uma determinada função custo. O índice a ser otimizado envolve a medida do erro entre a predição da saída e a referência, somada a uma função da medida do esforço de controle. Nesse ponto pode-se distinguir duas etapas para o sistema de controle: a predição da saída e o cálculo da lei de controle preditiva OLIVEIRA (2004). A idéia básica do controlador GPC consiste em calcular uma sequência de ações de controle futuras, a partir da minimização de uma função custo de múltiplas etapas, definida dentro de um horizonte de predição. Nesta função custo considera-se o erro entre a saída predita do sistema e uma sequência de referências futuras conhecidas sobre um horizonte, assim como a ponderação do esforço de controle. O algoritmo de controle GPC pode ser abordado em duas partes: na primeira calcula-se um preditor ótimo para o cálculo da saída esperada, como função de controles futuros; na segunda encontra-se a lei de controle que minimiza a função custo (CLARKE et al., 1987). Quando o modelo matemático do processo é atualizado a cada iteração de tempo através de um estimador de parâmetros, o controlador será considerado do tipo adaptativo. A utilização do GPC possibilita tratar processos que possuam atrasos de transporte desconhecidos ou variantes, sistemas sob restrições, não-linearidades, sistemas de fase não-mínima, bem como plantas instáveis em malha aberta. Assim como o DMC, na prática, somente o primeiro sinal de controle é aplicado e, a cada iteração, um novo problema de minimização é resolvido. (Clarke et al., 1987b). A Fig. (4.7) apresenta o diagrama de blocos do controlador GPC.

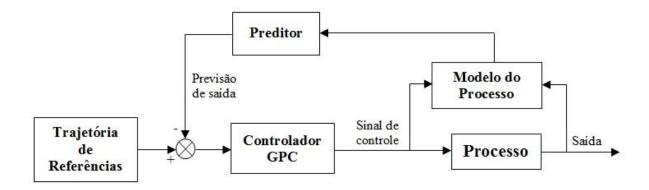


Figura 4.7 – Diagrama de blocos do controlador GPC

O método GPC utiliza um modelo linear aplicável a processos do tipo SISO e MIMO. Admiti-se que um modelo representante de uma planta SISO é expresso como

modelo CARIMA (Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average), descrito pela Eq. (4.10).

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k-1) + \frac{C(z^{-1})\varepsilon(k)}{\Delta}$$
(4.10)

Em que os termos  $A(z^{-1})y(k)$ ,  $B(z^{-1})u(k-1)$  e  $C(z^{-1})\epsilon(k)$  representam uma auto-regressão, uma entrada extra e o uma média móvel do ruído branco respectivamente,  $\Delta$  é o operador responsável por propiciar ação integral no controlador e, assim, cancelar o efeito de distúrbios degraus.

Os polinômios  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  e o operador  $\Delta$  são representados pela relação da Eq. (4.11).

$$\begin{cases} A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na} \\ B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \\ C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{nc} z^{-nc} \end{cases}$$

$$(4.11)$$

Os parâmetros a ser estimados pelo algoritmo do sistema são  $a_i$  (i=1,...,na),  $b_j$  (j=0,...,nb) e  $c_k$  (k=1,...,nc). Porém de acordo com KWONG (2005) o número total de parâmetros do sistema é dado por (na+nb+1), pois considera-se o atraso de transporte discreto com valor unitário e  $C(z^{-1})$  igual a 1, dessa forma, facilita-se o desenvolvimento dos cálculos. Dessa forma é possível representar o modelo da Eq. (4.10) através da Eq. (4.12).

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})\Delta u(k-1) + \varepsilon(k)$$
(4.12)

Em que  $\Delta u(k)$  corresponde ao incremento na ação de controle. Através da Eq. (4.12), um problema de controle ótimo quadrático pode ser proposto em termos de incrementos nas entradas e saídas do processo. A função custo a ser minimizada é descrita por Eq. (4.13)

$$J(u,k) = \sum_{j=N_1}^{N_y} [\hat{y}(k+j) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda [\Delta u(k+j-1)]^2$$
 (4.13)

Onde  $N_1$  é o horizonte mínimo de saída,  $N_y$  é o horizonte máximo de saída,  $N_u$  é o horizonte máximo de saída,  $\hat{y}$  é o sinal referente a predição ótima do processo, r(k+j) é o sinal de referência que a saída do sistema deve seguir no instante (k+j),  $\lambda$  corresponde a uma sequência de ponderação sobre o sinal de controle e os vetores  $u, \hat{y}$  e w são representados pela relação da Eq. (4.14).

$$\begin{cases} u = [u(k) \dots u(k + N_u - 1)]^T \\ \hat{y} = [\hat{y}(k+1) \dots \hat{y}(k+N_y)]^T \\ w = [w(k+1) \dots w(k+N_y)]^T \end{cases}$$
(4.14)

De acordo com CLARKE *et al.*, (1987), a ideia básica do controlador GPC consiste em calcular uma sequência de ações de controle futuras, a partir da minimização de uma função custo de múltiplas etapas, definida dentro de um horizonte de predição. Nesta função custo considera-se o erro entre a saída predita do sistema e uma sequência de referências futuras conhecidas sobre um horizonte, assim como a ponderação do esforço de controle. O Algoritmo de controle GPC pode ser abordado em duas partes: na primeira calcula-se um preditor ótimo para o cálculo da saída esperada, como função de controles futuros; na segunda encontra-se a lei de controle que minimiza a função custo.

Logo para resolver a minimização da Eq. (4.13), tem-se que computar um conjunto de predições da saída  $\{\hat{y}(k+1), j=N_{1,\dots,}N_y\}$  com base em informações conhecidas no instante k e nos valores futuros dos incrementos de controle, que serão determinadas de modo que o critério J do GPC seja minimizado. Essas predições envolvem o uso da equação Diofantina que surge de modelos ARIMAX (Auto-Regressive Integrated with Moving Average and Exogenous Input), da teoria das predições de processos estocásticos. Especificamente, para obter a predição da saída j-passos adiante, a equação Diofantina representada pela relação da Eq. (4.15) é utilizada.

$$1 = E_{i}(z^{-1})\widetilde{A}(z^{-1}) + z^{-1}F_{i}(z^{-1})$$
(4.15)

Os polinômios  $E_j$  e  $F_j$  possuem graus j-1 e na, e o termo  $\Delta A(z^{-1})$  pode ser reduzido, conforme ilustra a Eq. (4.16).

$$\begin{cases} \Delta A(z^{-1}) = \widetilde{A}(z^{-1}) \\ E_{j}(z^{-1}) = e_{j,0} + e_{j,1}z^{-1} + \dots + e_{j,j-1}z^{-(j-1)} \\ F_{j}(z^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1}z^{-1} + \dots + f_{j,na}z^{-na} \end{cases}$$

$$(4.16)$$

Prosseguindo com a implementação dos cálculos, ao multiplicar ambos os lados da Eq. (4.12) por  $\Delta E_i(z^{-1})$ , obtém-se a Eq. (4.17).

$$\begin{split} E_j(z^{-1})\widetilde{A}(z^{-1})y(k+j) &= E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(k+j-1) + E_j(z^{-1})\epsilon(k+j) \end{split} \label{eq:energy}$$
 (4.17)

Ao utilizar a equação Diofantina na Eq. (4.17), obtemos a relação de implementações, representada por Eq. (4.18).

$$\begin{cases} \left[1-z^{-j}F_{j}(z^{-1})\right]y(k+j) = E_{j}(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(k+j-1) + E_{j}(z^{-1})\epsilon(k+j) \\ y(k+j) - z^{-j}F_{j}(z^{-1})y(k+j) = E_{j}(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(k+j-1) + E_{j}(z^{-1})\epsilon(k+j) \\ y(k+j) - F_{j}(z^{-1})y(k) = E_{j}(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(k+j-1) + E_{j}(z^{-1})\epsilon(k+j) \\ y(k+j) = E_{j}(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(k+j-1) + F_{j}(z^{-1})y(k) + E_{j}(z^{-1})\epsilon(k+j) \end{cases}$$

$$(4.18)$$

Logo, a melhor predição de y(k + j) estando no instante k é dada pela Eq. (4.19), pois todos os componentes do ruído no futuro são considerados nulos.

$$\hat{y}(k+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(k+j-1) + F_j(z^{-1})y(k)$$
(4.19)

Considerando que  $G_j(z^{-1})=E(z^{-1})B(z^{-1})$ , então a Eq. (4.19) pode ser escrita por Eq. (4.20).

$$\hat{y}(k+j) = G_j(z^{-1})\Delta u(k+j-1) + F_j(z^{-1})y(k)$$
(4.20)

A próxima etapa é determinar o controle que minimiza a função custo, isto é que otimize a expressão dada por Eq. (4.13), para isso é preciso obter uma sequência de sinais de controle u(k), u(k+1), ...,  $u(k+N_u)$ . Para simplificar o desenvolvimento dos cálculos do conjunto de predições no intervalo  $N_1 \leq j \leq N_2$ , assume-se que d=1,  $N_1=1$  e  $N_2=N_y$ . Dessa forma, é obtido a relação das saídas futuras, como mostra a Eq. (4.21).

$$\begin{cases} \hat{y}(k+1) = G_1 \Delta u(k) + F_1 y(k) \\ \hat{y}(k+2) = G_2 \Delta u(k) + F_2 y(k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_y) = G_{N_y} \Delta u(k) + F_{N_y} y(k) \end{cases}$$
(4.21)

Em que o termo  $G_1\Delta u(k)$  depende das ações de controle passadas e futuras e  $F_1y(k)$  depende dos controles passados conhecidos juntamente com as variáveis medidas filtradas. O polinômio  $G_i$  é descrito por Eq. (4.22).

$$\begin{cases}
G_{j}(z^{-1}) = g_{j0} + g_{j1}z^{-1} + g_{j2}z^{-2} + \dots \\
ou \\
G_{j}(z^{-1}) = E_{j}(z^{-1})B(z^{-1})
\end{cases} (4.22)$$

As saídas preditas podem então ser representadas pela relação da Eq. (4.23).

$$\begin{cases} \hat{y}(k+1) = (g_{10} + g_{11}z^{-1} + g_{j2}z^{-2} + ...)\Delta u(k) + F_1y(k) \\ \hat{y}(k+2) = (g_{20} + g_{21}z^{-1} + g_{j2}z^{-2} + ...)\Delta u(k+1) + F_2y(k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+j) = (g_{j0} + g_{j1}z^{-1} + g_{j2}z^{-2} + ...)\Delta u(k+j-1) + F_jy(k) \end{cases}$$

$$(4.23)$$

Considerando que f(k + j) seja o componente de y(k + j) composto de sinais conhecidos no instante k, a Eq. (4.23) pode ser representada por Eq. (4.24).

$$\begin{cases} \hat{y}(k+1) = g_{10}\Delta u(k) + f(k+1) \\ \hat{y}(k+2) = g_{10}\Delta u(k) + g_{20}\Delta u(k) + f(k+1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_y) = g_{N_y,N_y-1}\Delta u(k) + g_{N_y,N_y-2}\Delta u(k) + \dots + f(k+N_y) \end{cases}$$
(4.24)

Realizando uma síntese da Eq. (4.24), encontra-se a Eq. (4.25), em forma matricial compacta.

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{f} \tag{4.25}$$

Em que, de acordo com a Eq. (4.23) é possível observar que  $\mathbf{f}$  é equivalente a Eq. (4.26).

$$f = F(z^{-1})y(k) + G'(z^{-1})\Delta u(k-1)$$
(4.26)

Onde a matriz **G** é representada pela Eq. (4.27).

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{10} & 0 & \dots & 0 \\ g_{21} & g_{20} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_{\mathcal{V}},N_{\mathcal{V}}-1} & g_{N_{\mathcal{V}},N_{\mathcal{V}}-2} & g_{N_{\mathcal{V}}0} \end{bmatrix}$$
(4.27)

A matriz  $G'(z^{-1})$  é descrita através da Eq. (4.28).

$$\mathbf{G}' = \begin{bmatrix} z(G_1(z^{-1}) - g_0) \\ z^2(G_2(z^{-1}) - g_0 - g_0 z^{-1}) \end{bmatrix}$$
(4.28)

O vetor  $\mathbf{f}$  é dado pela Eq. (4.29).

$$\mathbf{f} = [f(k+1) \quad f(k+2) \dots f(k+N_v)]^T$$
 (4.29)

Em forma matricial expandida, é possível visualizar na Eq. (4.30) os componentes de cada vetor da Eq. (4.25).

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \hat{y}(k+1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N_{y}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{10} & 0 & \dots & 0 \\ g_{21} & g_{20} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_{y},N_{y}-1} & g_{N_{y},N_{y}-2} & g_{N_{y}0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_{y}-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f(k+1) \\ f(k+2) \\ \vdots \\ f(k+N_{y}) \end{bmatrix}$$

$$(4.30)$$

A Eq. (4.13), que representa a função custo a ser minimizado, pode então ser representada por Eq. (4.31).

$$\begin{cases}
J = (\mathbf{y} - \mathbf{w})^{\mathrm{T}} (\mathbf{y} - \mathbf{w}) + \lambda \widetilde{\mathbf{u}}^{\mathrm{T}} \widetilde{\mathbf{u}} \\
\text{ou} \\
J = (\mathbf{G}\widetilde{\mathbf{u}} + \mathbf{f} - \mathbf{w})^{\mathrm{T}} (\mathbf{G}\widetilde{\mathbf{u}} + \mathbf{f} - \mathbf{w}) + \lambda \widetilde{\mathbf{u}}^{\mathrm{T}} \widetilde{\mathbf{u}}
\end{cases} (4.31)$$

O vetor do sinal de referência a ser seguida pelo sistema (w) é definido pela Eq. (4.32).

$$\mathbf{w} = [w(k+d+1) \quad w(k+d+2) \dots \quad w(k+d+N_y)]^T$$
 (4.32)

O controlador ao minimizar a função custo, considerando que não há restrições nos controles futuros, e que o gradiente J é considerado zero, obtém-se a lei de controle do sistema, que é representada pela Eq. (4.33).

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \tag{4.33}$$

O sinal de controle aplicado ao processo é a primeira linha da matriz  $\bar{\mathbf{g}}^T$ , multiplicada pelos elementos (w - f), em que é apenas considerado o primeiro elemento do vetor  $\Delta u(k)$ , que é descrito por Eq. (4.34).

$$\Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}) = \bar{\mathbf{g}}^{\mathrm{T}}(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \tag{4.34}$$

Em que  $\bar{\mathbf{g}}^T$  é a primeira linha de  $(\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1}\mathbf{G}^T$ . A implementação detalhada desse algoritmo pode ser encontrada em KWONG (2005).

#### 4.6 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi apresentado um breve histórico e conceitos sobre controladores convencionais PID e preditivos, dando ênfase ao GPC, e sobre algumas configurações e detalhamento dos blocos que compõe o controlador adaptativo auto-ajustável (STR). Foi

apresentado um breve histórico e conceitos sobre o MBPC e sobre a formulação matemática que rege o controlador GPC.

## CAPÍTULO V

# CONTROLE APLICADO AO ELO PRISMÁTICO DO MANIPULADOR PLANAR DE 2 GDL

# 5.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo apresentar o projeto dos controladores do tipo GPC adaptativo auto ajustável e PID convencional, para controle de posição dos elos do robô manipulador de 2 GDL planar em estudo, além de discorrer sobre os resultados experimentais realizados com os controladores projetados, através de gráficos, critérios de desempenho impostos e esforço da variável de controle.

A seção 5.2 apresenta os critérios de desempenho impostos ao sistema. A seção 5.3 apresenta o projeto dos controladores, sendo assim determinado a lei de controle aplicado ao manipulador robótico em questão. A seção 5.4 apresenta os resultados experimentais obtidos pela implementação do controlador desenvolvido nos elos do robô manipulador. A seção 5.5 descreve sobre o esforço médio da variável de controle, fator este utilizado para definir qual o melhor desempenho entre os controladores projetados. Na seção 5.6 encontram-se as conclusões referentes ao capítulo.

#### 5.2 CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DO SISTEMA

A Fig. (5.1) apresenta os critérios de desempenho utilizados nesse trabalho, para avaliar o sistema sob efeito dos controladores projetados.

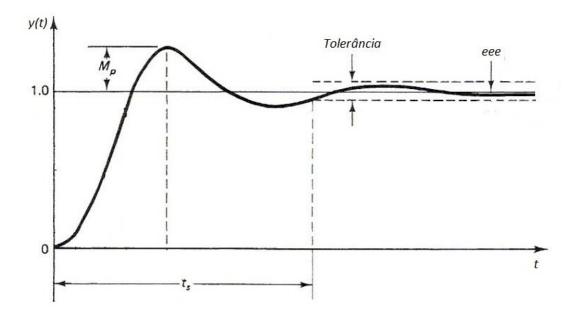


Figura 5.1 – Critérios de desempenho do sistema

O tempo de assentamento (t<sub>s</sub>) é o tempo gasto para que o sinal de saída do sistema se acomode na faixa de tolerância em torno da referência. Nesse trabalho a faixa de tolerância imposta foi de 5%. O erro de estado estacionário (e<sub>ss</sub>) é a diferença que há entre a saída do sistema e a referência imposta quando o tempo tende ao infinito. O %Mp (também conhecido como *overshoot*) é a diferença entre o primeiro valor máximo de pico atingido e a referência de saída em percentual da referência, e é representado pela Eq. (5.1).

$$\%Mp = \frac{y_{\text{máx}} - \text{referência}}{\text{referência}} * 100$$
 (5.1)

Os critérios de desempenho escolhidos para serem impostos aos elos do robô manipulador são apresentadas na Tab. (5.1), em que os valores definidos são desejados para se obter nas respostas, além de adequados a dinâmica do sistema.

Tabela 5.1 - Critérios de desempenho dos elos de rotação e de translação

	Elo de Rotação	Elo de Translação
Sobressinal máximo(M <sub>p</sub> )	10%	10%
Tempo de Assentamento (Ts)	5s	2s
Erro em Regime Estacionário (e <sub>ss</sub> )	±5%	±5%

# 5.3 PROJETO DOS CONTROLADORES APLICADOS AO MANIPULADOR DE 2 GDL PLANAR

#### 5.3.1 Formulação do controlador GPC adaptativo aplicado ao robô manipulador

O sistema experimental desse trabalho é composto por um elo rotacional e outro prismático, sendo assim foram projetados dois controladores do tipo PID convencional e GPC adaptativo. Nessa seção, será abordada a formulação do algoritmo do controlador GPC adaptativo para ambos os elos. A seção 4.4 deste trabalho apresenta de forma abstrata a lei de controle do controlador GPC. Logo a parte preditiva do controlador é representado pela Eq. (5.2).

$$\Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}) = (\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\mathbf{w} - \mathbf{f})$$
(5.2)

Foi definido que o horizonte mínimo de predição  $(N_1)$  é considerado de valor unitário, o horizonte de controle (Nu) e o horizonte de predição (Ny) serão considerados de valor dois, isto é,  $N_1 = 1$ , Nu = Ny = 2. Conforme visto na seção 3.5, o sistema é do tipo Na = 2, Nb = 1 e d = 1, isto é, com dois pólos, um zero e o atraso de transporte unitário. Logo A e B é representado pela Eq. (5.3).

$$\begin{cases}
A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \\
B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1}
\end{cases}$$
(5.3)

O sinal de controle do sistema é representado pela Eq. (5.4).

$$\Delta \mathbf{u} = [\Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}) \ \Delta \mathbf{u}(\mathbf{k}+1)]^{\mathrm{T}} \tag{5.4}$$

Partindo da equação CARIMA, para representação do processo, conforme apresentado na seção 4.5, é preciso definir os polimônios  $E_j$ ,  $\Delta A$  e  $F_j$  da Equação diofantina, afim de determinar a saída ótima do controlador GPC.

$$1 = E_{i}(z^{-1})\Delta A(z^{-1}) + z^{-1}F_{i}(z^{-1})$$
(5.5)

Os polinômios  $E_j$  e  $F_j$  possuem graus j-1 e na respectivamente, e o termo  $\Delta A(z^{-1})$  pode ser reduzido, conforme ilustra a Eq. (5.6).

$$\begin{cases}
\Delta A(z^{-1}) = \tilde{A}(z^{-1}) \\
E_{j}(z^{-1}) = e_{j0} + e_{j1}z^{-1} \\
F_{j}(z^{-1}) = f_{j0} + f_{j1}z^{-1} + f_{j2}z^{-2}
\end{cases}$$
(5.6)

O termo  $\tilde{A}(z^{-1})$  é definido pela relação da Eq. (5.7).

$$\begin{cases}
\widetilde{A}(z^{-1}) = A(z^{-1})(1 - z^{-1}) \\
\widetilde{A}(z^{-1}) = (1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2})(1 - z^{-1}) \\
\widetilde{A}(z^{-1}) = 1 + (a_1 - 1)z^{-1} + (a_2 - a_1)z^{-2} - a_2 z^{-3}
\end{cases}$$
(5.7)

Considerando o passo j=1,  $E_1=1$ . Utilizando a equação diofantina citada anteriormente, é possível obter a Eq. (5.8), que representa os elementos do polinômio  $F_1$  de  $F_i$ .

$$\begin{cases} 1 = E_{1}(z^{-1})\widetilde{A}(z^{-1}) + z^{-1}F_{1}(z^{-1}) \\ 1 = 1 + (a_{1} - 1)z^{-1} + (a_{2} - a_{1})z^{-2} - a_{2}z^{-3} + f_{10}z^{-1} + f_{11}z^{-2} + f_{12}z^{-3} \\ -(a_{1} - 1)z^{-1} - (a_{2} - a_{1})z^{-2} + a_{2}z^{-3} = f_{10}z^{-1} + f_{11}z^{-2} + f_{12}z^{-3} \end{cases}$$

$$(5.8)$$

Ao realizar a comparação de ambos os lados da Eq. (5.8), é possível obter os parâmetros do polinômio  $F_1$  de  $F_i$ , representados pela Eq. (5.9).

$$\begin{cases}
f_{10} = -(a_1 - 1) \\
f_{11} = -(a_2 - a_1) \\
f_{12} = a_2
\end{cases}$$
(5.9)

Considerando o passo j=2,  $E_2=1+f_{10}z^{-1}$ . Utilizando a equação diofantina citada anteriormente, é possível obter a Eq. (5.10), que representa os elementos do polinômio  $F_2$  de  $F_j$ .

$$1 = E_2(z^{-1})\widetilde{A}(z^{-1}) + z^{-2}F_2(z^{-1})$$
(5.10)

$$1 = [1 + f_{10}z^{-1}][1 + (a_1 - 1)z^{-1} + (a_2 - a_1)z^{-2} - a_2z^{-3}] + \cdots$$
$$\dots + f_{20}z^{-2} + f_{21}z^{-3} + f_{22}z^{-4}$$
 (5.11)

$$-((a_1 - 1) + f_{10})z^{-1} - ((a_2 - a_1) + f_{10}(a_1 - 1))z^{-2} - (f_{10}(a_2 - a_1) - a_2)z^{-3} + f_{10}a_2z^{-4} =$$

$$= f_{20}z^{-2} + f_{21}z^{-3} + f_{22}z^{-4}$$
(5.12)

Ao realizar a comparação de ambos os lados da Eq. (5.12), é possível obter os parâmetros do polinômio  $F_2$  de  $F_i$ , representados pela Eq. (5.13).

$$\begin{cases}
f_{20} = -((a_2 - a_1) + f_{10}(a_1 - 1)) \\
f_{21} = -(f_{10}(a_2 - a_1) - a_2) \\
f_{22} = f_{10}a_2
\end{cases} (5.13)$$

A relação descrita pela Eq. (4.22),  $G_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})$  para determinar os elementos de  $G_j(z^{-1})$  para j=1, é dado pela Eq. (5.14).

$$\begin{cases}
G_1(z^{-1}) = E_1(z^{-1})B(z^{-1}) \\
G_1(z^{-1}) = 1(b_1 + b_2 z^{-1})
\end{cases}$$
(5.14)

Logo de acordo com a equação  $G_j(z^{-1})=g_{j0}+g_{j1}z^{-1}+\cdots$ , os parâmetros de  $G_1$  são representados pela Eq. (5.15).

$$\begin{cases} g_{10} = b_1 \\ g_{11} = b_2 \end{cases}$$
(5.15)

Para determinar os elementos de  $G_i(z^{-1})$  para j=2, é dado pela Eq. (5.16).

$$\begin{cases}
G_{2}(z^{-1}) = E_{2}(z^{-1})B(z^{-1}) \\
G_{2}(z^{-1}) = (1 + f_{10}b_{1})(b_{1} + b_{2}z^{-1}) \\
G_{2}(z^{-1}) = b_{1} + b_{2}z^{-1} + f_{10}b_{1}z^{-1} + f_{10}b_{2}z^{-2} \\
G_{2}(z^{-1}) = b_{1} + (b_{2} + f_{10}b_{1})z^{-1} + f_{10}b_{2}z^{-2}
\end{cases} (5.16)$$

Logo de acordo com a equação  $G_j(z^{-1})=g_{j0}+g_{j1}z^{-1}+\cdots$ , os parâmetros de  $G_2$  são representados pela Eq. (5.17).

$$\begin{cases}
g_{20} = b_1 \\
g_{21} = (b_2 + f_{10}b_1) \\
g_{22} = f_{10}b_2
\end{cases} (5.17)$$

Como visto na seção 4.4, a matriz G do sistema experimental é de forma representado pela Eq. (5.18).

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{10} & 0 \\ g_{21} & g_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 \\ g_1 & g_0 \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

Com os dados obtidos através das Eq. (5.15) e Eq. (5.17) é possível montar a matriz **G**, descrita pela Eq. (5.19).

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ (b_2 + f_{1,0}b_1) & b_1 \end{bmatrix}$$
 (5.19)

A matriz  $G'(z^{-1})$  do sistema é representado pela Eq. (5.23).

$$\mathbf{G}' = \begin{bmatrix} z(G_1(z^{-1}) - g_0) \\ z^2(G_2(z^{-1}) - g_0 - g_1 z^{-1}) \end{bmatrix}$$
 (5.20)

$$\mathbf{G}' = \begin{bmatrix} z(b_1 + b_2 z^{-1}) - b_1) \\ z^2(b_1 + (b_2 + f_{10}b_1)z^{-1} + f_{10}b_2 z^{-2}) - b_1 - (b_2 + f_{10}b_1)z^{-1}) \end{bmatrix}$$
(5.21)

$$\mathbf{G}' = \begin{bmatrix} z(b_2 z^{-1}) \\ z^2(f_{10}b_2 z^{-2}) \end{bmatrix}$$
 (5.22)

$$\mathbf{G}' = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{f}_{1,0} \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} \tag{5.23}$$

Sendo assim, a saída predita do controlador GPC é definida de acordo com a Eq. (5.24).

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\widetilde{\mathbf{u}} + \mathbf{f} \\ \text{ou} \\ \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\widetilde{\mathbf{u}} + \mathbf{F}(\mathbf{z}^{-1})\mathbf{y}(\mathbf{k}) + \mathbf{G}'(\mathbf{z}^{-1})\widetilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k} - 1) \end{cases}$$
(5.24)

O elemento f é determinado de acordo com a Eq. (5.27).

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{F_1} \\ \mathbf{F_2} \end{bmatrix} \mathbf{y}(\mathbf{k}) + \mathbf{G}'(\mathbf{z}^{-1})\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k} - 1)$$
 (5.25)

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_{10} + f_{11}z^{-1} + f_{12}z^{-2} \\ f_{20} + f_{21}z^{-1} + f_{22}z^{-2} \end{bmatrix} y(k) + \begin{bmatrix} b_2 \\ f_{10}b_2 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}}(k-1)$$
 (5.26)

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_{10}y(k) + f_{11}y(k-1) + f_{12}y(k-2) + b_2\tilde{\mathbf{u}}(k-1) \\ f_{20}y(k) + f_{21}y(k-1) + f_{22}y(k-2) + f_{10}b_2\tilde{\mathbf{u}}(k-1) \end{bmatrix}$$
(5.27)

Ao inserir os valores de  $\mathbf{G}$ ,  $\widetilde{\mathbf{u}}$  e  $\mathbf{f}$ , na Eq. (5.24), é possível obter a Eq. (5.28) que representa a saída predita do sistema.

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \hat{y}(k+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ (b_2 + f_{10}b_1) & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u}(k) \\ \tilde{u}(k+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{10}y(k) + f_{11}y(k-1) + f_{12}y(k-2) + b_2\tilde{u}(k-1) \\ f_{20}y(k) + f_{21}y(k-1) + f_{22}y(k-2) + f_{10}b_2\tilde{u}(k-1) \end{bmatrix}$$
 (5.28)

Considerando os conceitos sobre a lei de controle de controle na seção 4.4, obtémse a lei de controle, que é definida pela Eq. (5.29).

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\mathbf{w} - \mathbf{f})$$
(5.29)

Para facilitar a implementação matemática, foram consideradas as relações descritas por Eq. (5.30) e Eq. (5.31).

$$(\mathbf{G}^{\mathrm{T}}\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_3 & P_4 \end{bmatrix}$$
 (5.30)

$$\mathbf{w} - \mathbf{f} = \begin{bmatrix} -b_2 \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k} - 1) - f_{10} \mathbf{y}(\mathbf{k}) - f_{11} \mathbf{y}(\mathbf{k} - 1) + f_{12} \mathbf{y}(\mathbf{k} - 2) + \mathbf{w}(\mathbf{k} + 1) \\ -f_{10} b_2 \tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k} - 1) - f_{20} \mathbf{y}(\mathbf{k}) - f_{21} \mathbf{y}(\mathbf{k} - 1) - f_{22} \mathbf{y}(\mathbf{k} - 2) + \mathbf{w}(\mathbf{k} + 2) \end{bmatrix}$$
(5.31)

Ao inserir a Eq. (5.31) e a primeira linha da matriz da Eq. (5.30) na Eq. (5.29), é possível obter a Eq. (5.32).

$$\mathbf{u} = [-b_2\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k} - 1)P_1 - f_{10}\mathbf{y}(\mathbf{k})P_1 - f_{11}\mathbf{y}(\mathbf{k} - 1)P_1 + f_{12}\mathbf{y}(\mathbf{k} - 2)P_1 + \mathbf{w}(\mathbf{k} + 1)P_1] + [-f_{10}b_2\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k} - 1)P_2 - f_{20}\mathbf{y}(\mathbf{k})P_2 - f_{21}\mathbf{y}(\mathbf{k} - 1)P_2 - f_{22}\mathbf{y}(\mathbf{k} - 2)P_2 + \mathbf{w}(\mathbf{k} + 2)P_2]$$

$$(5.32)$$

Reorganizando a Eq. (5.32), isto é, colocando em evidência os parâmetros em relação aos instantes de sinais de entrada e saída.

$$\mathbf{u} = (-f_{10}b_{2}P_{2} - b_{2}P_{1})\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{k} - 1) + (-f_{20}P_{2} - f_{10}P_{1})\mathbf{y}(\mathbf{k}) + (-f_{21}P_{2} - f_{11}P_{1})\mathbf{y}(\mathbf{k} - 1)$$

$$+ (-f_{22}P_{2} - f_{12}P_{1})\mathbf{y}(\mathbf{k} - 2) + \mathbf{w}(\mathbf{k} + 1)P_{1} + \mathbf{w}(\mathbf{k} + 2)P_{2}$$

$$(5.32)$$

Para facilitar o entendimento, de acordo com a Eq. (5.32) é possível definir as relações, apresentadas na Eq. (5.34).

$$\begin{cases}
L_{1} = (-f_{10}b_{2}P_{2} - b_{2}P_{1}) \\
L_{2} = (-f_{20}P_{2} - f_{10}P_{1}) \\
L_{3} = (-f_{21}P_{2} - f_{11}P_{1}) \\
L_{4} = (-f_{22}P_{2} - f_{12}P_{1})
\end{cases} (5.34)$$

Logo a lei de controle correspondente ao GPC adaptativo aplicado a ambos os elos

do robô manipulador é definida pela Eq. (5.35).

$$\Delta u = L_1 \tilde{u}(k-1) + L_2 y(k) + L_3 y(k-1) + L_4 y(k-2) + w(k+1) P_1 + w(k+2) P_2$$
(5.35)

#### 5.3.2 Formulação do controlador PID convencional aplicado ao robô manipulador

De acordo com HEMERLY (1996), a lei de controle a equação a diferenças do controlador PID convencional que será implementado no sistema experimental é definida pela Eq. (5.36).

$$u(k) = u(k-1) + k_p(e(k) - e(k-1)) + k_i e(k) + k_d(e(k) - 2e(k-1) + e(k-2))$$

$$(5.36)$$

Os valores das ações de controle foram definidos de forma que os critérios de desempenho fossem atingidos de forma satisfatória durante seu período de funcionamento. As Eq. (5.37) e Eq. (5.38) apresentam esses valores atribuídos ao elo rotacional e prismático respectivamente.

$$\begin{cases}
kp1 = 0.6 \\
ki1 = 0.015 \\
kd1 = 0.1
\end{cases}$$
(5.37)

$$\begin{cases}
kp2 = 0.55 \\
ki2 = 0.015 \\
kd2 = 0.1
\end{cases}$$
(5.38)

# 5.4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS PELA IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR PID CONVENCIONAL NOS ELOS DO ROBÔ MANIPULADOR

Os resultados experimentais relativos ao controlador PID convencional foram obtidos ao implementar o programa ControleIdentPID no robô manipulador, em que foram obtidos gráficos que apresentam as respostas do elo rotacional e prismático em relação as

referências impostas ao sistema, além das respectivas variáveis de controle, conforme mostram as Fig. (5.1), (5.2), (5.3) e (5.4).

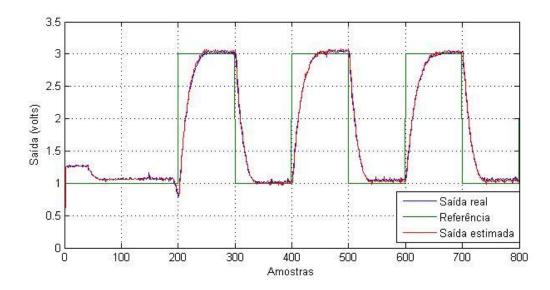


Figura 5.2 – Respostas real e estimada do elo rotacional sob ação do controlador PID convencional

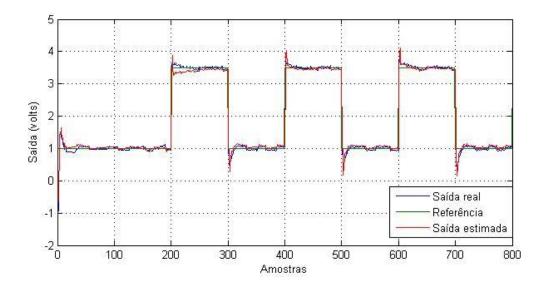


Figura 5.3 – Respostas real e estimada do elo prismático sob ação do controlador PID convencional

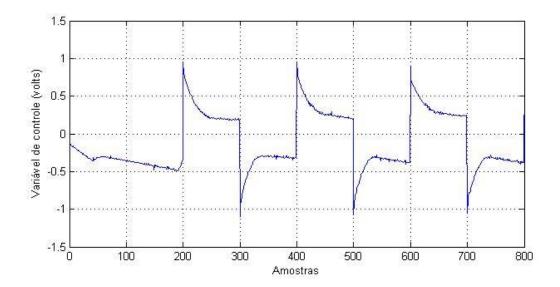


Figura 5.4 – Variável de controle do elo rotacional sob ação do controlador PID convencional

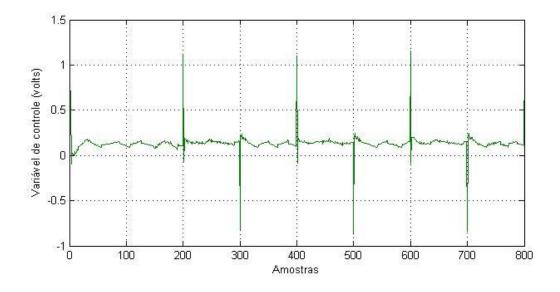


Figura 5.5 – Variável de controle do elo prismático sob ação do controlador PID convencional

Os critérios de desempenho impostos ao sistema, conforme apresentados na seção 5.2 deste trabalho são avaliados através da Tab (5.2) e Tab (5.3), que apresentam os dados de desempenho do elo rotacional e prismático sob ação do PID convencional.

Tabela 5.2 - Desempenho do elo rotacional sob a ação do controlador PID convencional

Estágio	Intervalo	Referência	S. Real	$M_{\rm p}$	$T_{\rm s}$	$\mathbf{e}_{\mathrm{ss}}$
	(amostras)	(volts)	(volts)	(%)	(amostras)	(%)
0	0 a 200	1	0,824	-	55	3,194
1	200 a 300	3	3,03	-	28	0,891
2	300 a 400	1	1,013	-	28	0,941
3	400 a 500	3	3,054	-	27	1,768
4	500 a 600	1	1,058	-	30	2,771
5	600 a 700	3	3,022	-	29	0,891
6	700 a 800	1	1,059	-	30	2,865

<sup>-</sup> Ausência de *overshoot* 

Tabela 5.3 – Desempenho do elo prismático sob a ação do controlador PID convencional

Estágio	Intervalo	Referência	V. Real	$\mathbf{M}_{\mathbf{p}}$	$T_{\rm s}$	$\mathbf{e}_{\mathbf{s}\mathbf{s}}$
	(amostras)	(volts)	(volts)	(%)	(amostras)	(%)
0	0 a 200	1	0,957	20	16	1,224
1	200 a 300	3,5	3,458	6,820	3	0,239
2	300 a 400	1	1,048	19,588	10	2,481
3	400 a 500	3,5	3,484	10,362	3	0,596
4	500 a 600	1	0,944	20,331	10	2,534
5	600 a 700	3,5	3,45	9,387	3	2,343
6	700 a 800	1	1,038	20,025	11	1,768

É possível observar através dos resultados, que o experimento no elo rotacional apresentou ausência de  $M_p$  e que o *setpoint* imposto foi rastreado com êxito em todas as etapas. Os estágios 0, 4 e 6 apresentaram erro em regime estacionário acima de 2%, porém dentro a faixa de tolerância, em relação ao tempo de assentamento. O controlador demorou consideravelmente no estágio 1 (55 amostras) para o elo rotacional, entretanto obteve tempo de assentamento aceitável nas outras etapas, dentro da faixa de 5 s. Em relação ao elo prismático, os estágios 0, 2, 4 e 6 apresentaram os maiores índices de sobre sinal máximo, erro em estado estacionário e tempo de assentamento. O algoritmo do MQR

conseguiu rastrear a saída real a cada iteração de forma satisfatória em ambos os elos.

# 5.5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS PELA IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR GPC ADAPTATIVO NO ELO PRISMÁTICO DO ROBÔ MANIPULADOR

A Fig. (5.6), Fig. (5.7), Fig. (5.8) e Tab. (5.4) apresentam os resultados experimentais relativos ao controlador GPC adaptativo implementado no elo prismático a partir da amostra 350, sendo o controlador PID convencional atuando anteriormente.

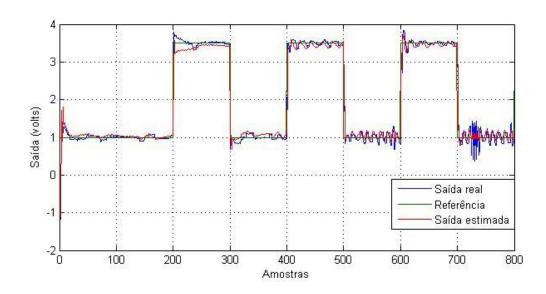


Figura 5.6 – Respostas real e estimada do elo prismático sob ação do controlador GPC adaptativo

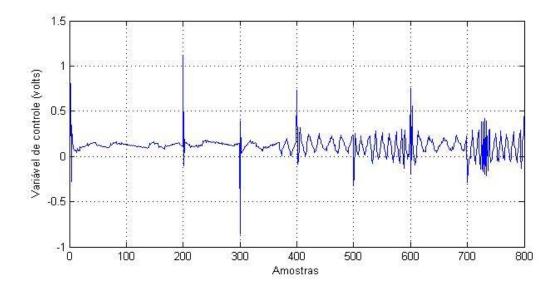


Figura 5.7 – Variável de controle do elo prismático sob ação do controlador GPC adaptativo

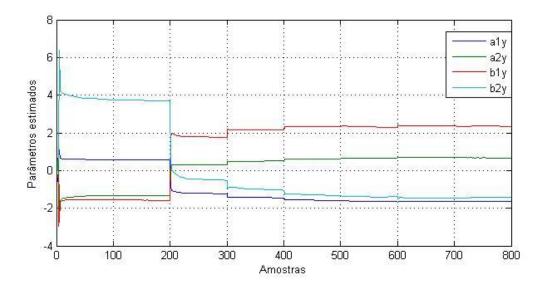


Figura 5.8 – Parâmetros estimados do elo prismático sob ação do controlador GPC adaptativo

Tabela 5.4 – Desempenho do elo prismático sob a ação do controlador GPC adaptativo

Estágio	Intervalo	Referência	V. Real	$M_{\rm p}$	$T_{s}$	$\mathbf{e}_{\mathrm{ss}}$
	(amostras)	(volts)	(volts)	(%)	(amostras)	(%)
0	0 a 200	1	1,044	10,265	14	0,793
1	200 a 300	3,5	3,462	7,646	15	1,185
2	300 a 400	1	0,951	11,504	19	1,768
5	400 a 500	3,5	3,521	0,279	21	0,596
4	500 a 600	1	0,832	6,437	4	3,362
5	600 a 700	3,5	3,42	11,598	14	2,685
6	700 a 800	1	0,837	2,305	15	3,623

Os parâmetros obtidos no processo de implementação do programa no sistema, para o elo prismático, são observados através da Fig. (5.7). A Tab (5.4) apresenta os dados de desempenho do controlador GPC adaptativo projetado referente ao elo prismático. O *setpoint* imposto foi rastreado com êxito em todas as etapas. O sobre sinal máximo foi maior nos estágios 0, 2, 5. Os estágios 4, 5 e 6 apresentaram um erro em regime estacionário acima de 2%, porém dentro a faixa de tolerância. Em relação ao tempo de assentamento os estágios 2 e 3 apresentaram os maiores valores porém dentro da faixa de tolerância imposta, que foi de 5 s.

# 5.6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS PELA IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR GPC ADAPTATIVO NO ELO ROTACIONAL DO ROBÔ MANIPULADOR

A Fig. (5.8), Fig. (5.9), Fig. (5.10) e Fig. (5.11) apresentam os resultados experimentais relativos ao controlador GPC adaptativo, que foi implementado a partir da amostra 350 no elo rotacional do sistema, sendo o controlador PID convencional atuando anteriormente.

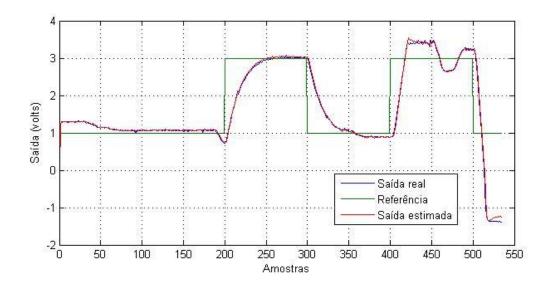


Figura 5.9 – Respostas real e estimada do elo rotacional sob ação do controlador GPC adaptativo

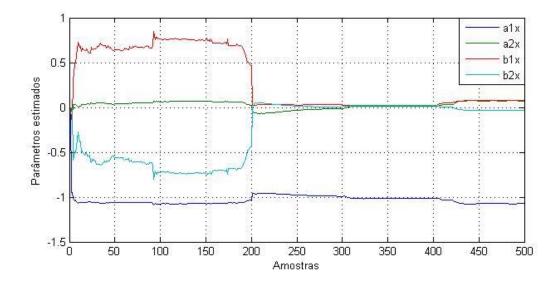


Figura 5.10 – Parâmetros estimados do elo rotacional sob ação do controlador GPC adaptativo

Os resultados mostram que o experimento no elo rotacional com o GPC adaptativo levou o sistema a instabilidade, em que no intervalo de 400 a 550 amostras, o controlador não conseguiu rastrear o *setpoint*.

### 5.7 ESFORÇO DA VARIÁVEL DE CONTROLE

Um critério que foi avaliado para definir qual controlador apresenta melhor desempenho no sistema, é o esforço médio da variável de controle, que é representado pela Eq. (5.39). De modo geral, quanto menor o seu valor melhor o desempenho.

$$E_{\text{médioU}} = \frac{\sum_{k=1}^{N} u^{2}(k)}{N}$$
 (5.39)

A Tab. (5.4) apresenta os valores dos esforços médios a partir da amostra 350, nos experimentos realizados para o elo rotacional e prismático. A Fig. (5.12) apresenta as variáveis de controle do elo prismático sob ação do GPC adaptativo e PID convencional.

Tabela 5.4 – Esforço médio da variável de controle para o elo prismático do robô manipulador

	Elo Prismático
GPC adaptativo	0,0255 V
PID convencional	0,0226 V

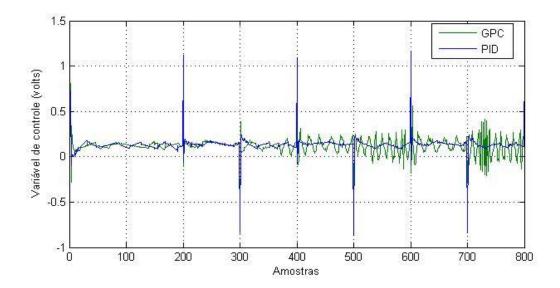


Figura 5.11 – Variáveis de controle do elo prismático sob ação do GPC adaptativo e PID convencional

#### **5.8 CONCLUSÕES**

Neste capítulo foi apresentado equações que regem a sua configuração. Foi apresentado projetos de controladores do tipo PID convencional e GPC adaptativo para controle de posição do robô manipulador de 2 GDL planar. Foi determinado a lei de controle em forma matricial e posteriormente em forma de algoritmo, que é a forma a qual controlador é implementado na plataforma computacional LabVIEW®. Foi implementado o programa computacional nomeado ControleIdent no robô manipulador em estudo, apresentado no apêndice B deste trabalho, em que foram obtidos respostas experimentais para os elos rotacional e prismático. O critério do esforço da variável de controle foi utilizado para averiguar o desempenho dos controladores implementados no elo prismático, em que o controlador PID convencional gastou menos energia na variável de controle foi inferior ao do GPC adaptativo. No entanto, diante dos critérios de desempenho impostos ao sistema, verificou-se que o sobre sinal máximo nas etapas 0, 2, 4 e 6 do elo prismático que o GPC adaptativo apresentou melhor resposta do que o PID convencional, pois um M<sub>p</sub> de valor 20% é considerado crítico para qualquer sistema pneumático, logo devido a esse fator, o GPC adaptativo é considerado melhor para ser implementado no elo prismático do robô manipulador em estudo.

#### CAPÍTULO VI

#### **CONCLUSÕES FINAIS**

O objetivo desta dissertação foi obter o controle de posição para o manipulador planar de 2 GDL. Foi o projeto do controlador GPC adaptativo auto ajustável, aplicado ao elo prismático e PID convencional aplicado a ambos os elos (rotacional e prismático), além da avaliação de desempenho do sistema, através de critérios de desempenhos impostos ao sistema e o esforço da variável de controle no elo prismático.

Foi realizada uma descrição de conceitos sobre modelagem matemática e identificação de sistemas. Foi selecionado o modelo paramétrico do tipo ARMAX, para representar o robô manipulador planar, como forma de testar e preparar a utilização do algoritmo dos mínimos quadrados recursivo (MQR), em tempo real, para implementação no controlador em estudo.

Para selecionar a estrutura de modelo representativo para o sistema, critérios de desempenho, tais como somatório do erro quadrático (SEQ), coeficiente de correlação múltipla (R<sup>2</sup>) e critério de informação de Akaike (AIC) foram avaliados, selecionando assim o modelo paramétrico do tipo ARX de 2ª ordem discreto com o atraso de transporte d=1 para representação do processo.

Através do Coeficiente de Correlação Múltipla verificou-se que os modelos paramétricos finais obtidos através do algoritmo dos mínimos quadrados recursivo (MQR) demonstraram possuir características dinâmicas similares às do sistema real para os respectivos dados de entrada e saída usados no processo de identificação.

Conforme visto no capítulo 3 deste trabalho, a identificação do sistema é realizada considerado a independência de cada um dos dois controladores, como dois sistemas SISO, assim o erro do sistema foi considerado independente em cada elo.

De posse da modelagem e da comprovação de funcionamento do algoritmo dos mínimos quadrados recursivo (MQR), foi desenvolvido e implementado o projeto do controlador GPC adaptativo STR e PID convencional nos elos do robô manipulador.

Elaborado e implementado através de programa computacional desenvolvido no ambiente LabVIEW<sup>®</sup>, o MQR mostrou-se capaz de realizar em tempo real o rastreamento dos parâmetros do elo rotacional e prismático, condição necessária para o funcionamento adequado do controlador GPC adaptativo, do tipo auto-ajustável projetado, que utiliza em sua concepção os parâmetros estimados em tempo real de forma que possam garantir em malha fechada um sistema estável frente à dinâmicas assimétricas.

O tempo de amostragem utilizado para implementar os controladores projetados, foi de mesmo valor definido no capítulo 3, que corresponde a 150 ms. Ao implementar o controlador PID convencional no elo rotacional, este apresentou ausência de M<sub>p</sub> e o *setpoint* imposto foi rastreado com êxito em todas as etapas. Os estágios 0, 4 e 6 apresentaram erro em regime estacionário acima de 2%, porém dentro da faixa de tolerância que foi de ±5%. Em relação ao tempo de assentamento no elo rotacional, o controlador demorou consideravelmente no estágio 1 (55 amostras), entretanto obteve tempo de assentamento aceitável nas outras etapas, dentro da faixa de 5 s. Em relação ao elo prismático sob ação do controlador PID convencional projetado, os estágios 0, 2, 4 e 6 apresentaram os maiores índices de sobre sinal máximo, erro em estado estacionário e tempo de assentamento.

Em relação ao elo prismático, o GPC adaptativo projetado foi capaz de atenuar consideravelmente o sobre sinal máximo, contudo apresentou resposta mais oscilatória, principalmente no estágio 6. Durante todo o experimento, o algoritmo do MQR conseguiu rastrear a saída real a cada iteração de forma satisfatória.

Os resultados mostram que o experimento no elo rotacional com o GPC adaptativo levou o sistema a instabilidade, em que no intervalo de 400 a 550 amostras não conseguiu rastrear o *setpoint*.

O critério do esforço da variável de controle foi utilizado para averiguar o desempenho dos controladores implementados no elo prismático, em que o controlador PID convencional obteve melhor resposta, pois a energia gasta na variável de controle foi inferior ao do GPC adaptativo.

No entanto, diante dos critérios de desempenho impostos ao sistema, verificou-se que o sobre sinal máximo nas etapas 0, 2, 4 e 6 do elo prismático que o GPC adaptativo

apresentou melhor resposta do que o PID convencional, pois um  $M_p$  de valor 20% é considerado crítico para qualquer sistema pneumático, logo devido a esse fator, o GPC adaptativo é considerado melhor para ser implementado no elo prismático do robô manipulador em estudo.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIRRE, L. A., 2000, Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais, 1º ed. Belo Horizonte. Ed. UFMG.
- BASTOS, A. V., 2013, "Modelos Matemáticos e Classificação de Robôs", Disponível em: <a href="http://www.decom.ufop.br/alex/arquivos/rob\_ECA/modelos\_matematicos\_robos">http://www.decom.ufop.br/alex/arquivos/rob\_ECA/modelos\_matematicos\_robos</a>
- ASTRÖM, K. J., HÄGGLUND, T., 1995, "PID Controllers Theory, Design, and Tuning", ISBN, 2° ed, USA.
- ASTRÖM, K. J., WITTENMARK, B., 1995, Adaptive Control, Addison-Wesley, Inc.
- BASTOS, A. V., 2013, "Modelos Matemáticos e Classificação de Robôs", Disponível em: <a href="http://www.decom.ufop.br/alex/arquivos/rob\_ECA/modelos\_matematicos\_robos.">http://www.decom.ufop.br/alex/arquivos/rob\_ECA/modelos\_matematicos\_robos.</a> pdf>
- BOBÁL, V., BÖHM, J., FESSL, J., MACHÁCEK, J., 2005, *Digital Self-Tuning Controllers*, 1° ed., Germany: Springer-Verlang London Limited.
- BORGES, L., PAIVA, M., BOAVENTURA, J., OLIVEIRA, P., 2004, "Implementação e Desenvolvimento de Controlo Adaptativo", Disciplina de Projecto, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Portugal.
- CAMACHO, E. F. e BORDONS, C., 2004, "Control Predictivo: Pasado, Presente y Futuro", *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 1, n. 3, pp. 5-28.

- CAMACHO, E. F. e BORDONS, C., 1999, *Model Predictive Control*, 1° ed. London, UK. Ed. Springer-Verlag.
- CARVALHO, J. S. F., 2009, "Controle Adaptativo Aplicado em um Robô Manipulador de Dois Graus de Liberdade Planar" Tese D. Sc., UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.
- CLARKE, D.W., MOHTADI, C., TUFFS, P.S., 1987. "Generalized Predictive Control Part I: The Basic Algorithm. Part II: Extensions and Interpretation", *Automatica*, v. 23, pp. 137-148, 149-160.
- COELHO, A. A. R., COELHO, L. S., 2004, *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*, 1° ed., Florianópolis, Ed. Universidade Federal de Santa Catarina.
- CORDEIRO, E. Z., 2009, "Controle de Posição de uma Mesa de Coordenadas de Dois Graus de Liberdade", Dissertação, UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.
- CORREIA, W. B., 2010 Controlador preditivo GPC com Restrições Implementado em um Compressor de Ar. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE.
- DONGBING, G. e HUOSHENG, H., 2004, "Model Predictive Control for Simultaneous Robot Tracking and Regulation". *International Conference on Intelligent Mechatronics and Automation*, 212-217.
- HEMERLY, E. M., 1996, *Controle Por Computador de Sistemas Dinâmicos*, 1º ed., São Paulo: Ed. Edgard Blucher LTDA.
- ISERMANN, R., 1980, "Practical Aspects of Process Identification", *Automatica*, great Britain: v. 16, pp. 575-587.
- ISERMANN, R., LACHMANN, K. H., MATKO, D. 1992, *Adaptive Control Systems*, 1° ed, Ed. Prentice Hall. Grã-Bretanha.

- ISO 8373, Manipulating Industrial Robots, 1994.
- JONATAS, A.F.,2014, "Automação e Robótica", Disponível em: <a href="http://automacaoerobotica.blogspot.com.br/2012/07/11-robos-manipuladores-industriais.html">http://automacaoerobotica.blogspot.com.br/2012/07/11-robos-manipuladores-industriais.html</a>
- KUBALCIK, M. e BOLBÁL, V., 2006, "Adaptive control of coupled-drive apparatus based on polynomial theory", in *IEEE International Conference on Control Applications*, Glasgow, Scotland, pp. 594-599.
- KWONG, W. H. 2005, *Introdução ao Controle Preditivo com Matlab*, 1º ed., São Paulo SP, Ed. EdUFSCar.
- LJUNG, L., 1996, *Development of System Identification*, 13<sup>th</sup> IFAC World Congress, San Francisco, USA, pp. 141-146.
- MEIRA, A. S., 2010, "Controle Adaptativo Aplicado em um Robô Manipulador Eletropneumático de Três Graus de Liberdade Cartesiano", Dissertação, UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.
- MONTENEGRO, P. H. M., RIUL, J. A., OLIVEIRA, B. S., SILVA, S. A., 2004, "Controle Adaptativo em um Sistema Eletropneumático", *In: VI Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional*, Itajubá, MG.
- MONTENEGRO, P. H. M., 2007, "Controle de Temperatura de Ar em um Túnel Psicrométrico Por Meio de Técnicas Adaptativas", Tese D. Sc., UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.
- PINTO, C., R., A., 2011, "Controle Adaptativo Aplicado em Dois Elos de um Robô Manipulador Eletromecânico de Cinco Graus de Liberdade", Tese D. Sc., UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.
- OLIVEIRA, B. S., 2002, "Avaliação de desempenho de um servoposicionador pneumático

- sob a ação de um controlador LQG", Tese D. Sc., UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.
- OLIVEIRA, M. A., 2004, "Controle PID Preditivo para Plantas com Atraso de Transporte Estudo de caso em um laminador", Dissertação, UFSC, Florianópolis SC, Brasil.
- RÉGIS, L. P., 2013, "Projeto de um Controlador PD Adaptativo em um Robô de Dois Graus de Liberdade Planar", Dissertação, UFPB, João Pessoa PB, Brasil.
- RIUL, J. A.; MONTENEGRO, P. H. M.; SILVA, S. A.; MELO, B.A., 2004, "Position Adaptive Control in a Co-ordinate Table." In: XXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Recife, PE.
- RIUL, J. A., VALE, F. A., MONTENEGRO, P. H. M., 2010, "Controlador Adaptativo Aplicado em um Robô Manipulador Eletropneumático de Três GDL Cartesiano", Nono Simpósio de Mecânica Computacional, São João Del-Rei, MG, Brasil.
- RÉGIS, L. P., 2013, "Projeto de um controlador PD adaptativo em um robô de dois graus de Liberdade planar", Dissertação, UFPB, João Pessoa PB, Brasil.
- SALAMANCA, H. L. L., 2007, "Análise, Sintonia e Experimentação de Controladores PID Via Projetos GMV e GPC", Dissertação, UFSC, Florianópolis SC, Brasil.
- SASTRY, S. E., BODSON, M., 1989, *Adaptive Control Stability, Convergence and Robustness*, Pretence-Hall, New Jersey, USA.
- SILVA, J. L. N., BATISTA, J. G., FILHO, J. R. M. F., THE, G. A. P., 2014, "Controle de Posição de manipulador eletropneumático com redes neurais artificiais". *In: Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática*, MG, Brasil.
- SILVA, M. J. G., 2014, "Controle Adaptativo Aplicado a um Sistema de Bombeamento de Água Visando a Redução das Perdas de Energia Elétrica e Água". Tese D. Sc., UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.

- SOLOWAY, D., SHI, J., KELKAR, A., 2004, "GPC-Based Stable Reconfigurable Control" NAG2-1471.
- SPONG, M. W., HUTCHINSON, S., VIDYASAGAR, M., 2006, "Robot Modeling and Control". John Wiley & Sons, USA.
- SOUZA, O. B. 2010, "Controle Adaptativo Aplicado em Dois Elos de um Robô Manipulador Eletropneumático de Três Graus de Liberdade Cartesiano", Dissertação, UFPB, João Pessoa PB, Brasil.
- VALE, V. A. C., 2011, "Controle de Posição de um Robô Cartesiano por Meio de Técnicas Adaptativas", Dissertação, UFPB, João Pessoa PB, Brasil.

#### APÊNDICE A

## FORMULAÇÃO DO ESTIMADOR DOS MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVOS

O estimador dos mínimos quadrados recursivos (MQR) consiste na determinação dos parâmetros desconhecidos de um modelo matemático, tal que a soma quadrática das diferenças entre os dados estimados e calculados, multiplicada por fatores que ao medir o grau de precisão seja mínimo (BORGES *et al.*, 2004). A equação que representa a saída de um processo real é dada por Eq. (A.1).

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k-1) + \frac{C(z^{-1})\epsilon(k)}{\Delta}$$
(A.1)

Em que termo  $A(z^{-1})y(k)$  representa uma auto-regressão, enquanto que  $B(z^{-1})u(k-1)$  representa uma entrada extra,  $C(z^{-1})\epsilon(k)$  representa o polinômio de perturbações, que corresponde a uma média móvel do ruído branco e  $\Delta$  é o operador responsável por propiciar ação integral no controlador e, assim, cancelar o efeito de distúrbios degraus. Em que os polinômios  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  são representados pela Eq. (A.2).

$$\begin{cases} A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{na} z^{-na} \\ B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{nb} z^{-nb} \\ C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_{nc} z^{-nc} \end{cases}$$

$$(A. 2)$$

$$\Delta = 1 - z^{-1}$$

Os parâmetros a serem estimados pelo algoritmo do sistema são  $a_i$  (i=1,...,na),  $b_j$  (j=0,...,nb) e  $c_k$  (k=1,...,nc). O número total de parâmetros do sistema é dado por na+nb+1, pois considera-se o atraso de transporte discreto com

valor unitário.

Para tornar a implementação dos cálculos para obtenção do estimador do MQR, o modelo ARX (Auto-Regressão Exógena), representado por Eq. (A.3) é utilizado, uma vez que é a base para o desenvolvimento de outros métodos de identificação de modelos lineares.

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k) + \varepsilon(k)$$
(A.3)

Em que y(k) representa a saída do processo, u(k) é o sinal de controle (sinal de entrada do processo) e  $\varepsilon$ (k) pode representar o erro de modelagem, o erro de medição ou o ruído na saída do tipo estocástico. Conforme visto na Eq. (A.2), é possível determinar a equação a diferenças, representado por Eq. (A.4).

$$y(k) = -a_1 y(k-1) ... - a_{na} y(k-na) + b_0 u(k-d) + b_{nb} u(k-d-1) + b_{nb} u(k-d-nb) + \varepsilon(k)$$
(A.4)

Os vetores de medida e parâmetros do sistema, definidos respectivamente por  $\phi(k)$  de dimensão (na + nb + 1) x 1 e  $\theta(k)$ , são apresentados conforme Eq. (A.5) e Eq. (A.6).

$$\phi^T(k) = \left[ -\, y(k-1) \,\, ... \,\, -\, y(k-n_a) \quad u(k-d) \,\, ... \,\, u(k-d-n_b) \right] \eqno(A.5)$$

$$\theta^{T}(k) = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n_a} \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{n_b}]$$
 (A.6)

Logo a saída do sistema no instante k, é dada na Eq. (A.7).

$$y(k) = \phi^{T}(k) \theta(k) + \varepsilon(k)$$
(A.7)

Para determinar os parâmetros  $a_i$  e  $b_j$  do modelo referente ao processo, é necessário a realização de N medidas, em que a Eq (A.7) pode ser representada por Eq. (A.8) e na representação matricial por Eq. (A.9).

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi^{T}(0) \\ \phi^{T}(1) \\ \vdots \\ \phi^{T}(N-1) \end{bmatrix} \theta(t) + \begin{bmatrix} \varepsilon(0) \\ \varepsilon(1) \\ \vdots \\ \varepsilon(N-1) \end{bmatrix}$$
(A.8)

$$Y = \Phi\theta + E \tag{A.9}$$

Onde  $\Phi$  é a matriz de observação do sistema, apresentada por Eq. (A.10).

$$\begin{split} \Phi &= \begin{bmatrix} \phi^{T}(0) \\ \phi^{T}(1) \\ \vdots \\ \phi^{T}(N-1) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -y(-1) & \dots & -y(-na) & u(-d) & \dots & u(-d-nb) \\ -y(0) & \dots & -y(1-na) & u(1-d) & \dots & u(1-d-nb) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -y(N-2) & \dots & -y(N-na-1) & u(N-d-2) & \dots & u(N-d-nb-1) \end{bmatrix} \end{split}$$

$$(A.10)$$

O vetor de parâmetros estimado  $\hat{\theta}$  pode ser obtido pelo método dos mínimos quadrados (MQ). Sendo assim, ao empregar  $\hat{\theta}$  é possível obter a previsão da saída do processo, em que  $\hat{Y}$  é o vetor de saída estimado, conforme ilustra a Eq. (A.11).

$$\widehat{\mathbf{Y}} = \Phi \widehat{\mathbf{\theta}} \tag{A.11}$$

O erro de previsão, Eq. (A.12), denominado  $\epsilon$ ,  $\acute{e}$  a diferença entre a saída real e a estimada.

$$\epsilon = Y - \widehat{Y} = Y - \Phi \widehat{\theta} \tag{A.12}$$

O estimador de Markov (também denominado estimador dos mínimos quadrados ponderado), é obtido minimizando a função na Eq. (A.13).

$$J_{\text{Markov}} = \min_{\hat{\theta}} \| Y - \Phi \hat{\theta} \|_{w}^{2} = [Y - \Phi \hat{\theta}]^{T} W [Y - \Phi \hat{\theta}]$$
(A. 13)

Onde W, Eq. (A.14), é uma matriz simétrica, composta por elementos correspondentes a ponderação em cada componente do erro e função da precisão da medida.

$$W = \begin{bmatrix} w(0) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & w(N-1) \end{bmatrix}$$
(A. 14)

Logo, ao derivar a Eq. (A.13) em relação a  $\hat{\theta}$  e igualando-a a zero, é obtida a relação da Eq. (A.15).

$$\frac{\partial(J)}{\partial\hat{\theta}} = -2[Y^{T}W\Phi]^{T} + 2\Phi^{T}W\Phi\hat{\theta}$$
(A. 15)

O estimador dos mínimos quadrados não-recursivo, para amostras variando de  $N=[1 \rightarrow t]$  é então descrito pela Eq. (A.16).

$$\hat{\theta} = [\Phi^{\mathrm{T}}\Phi]^{-1}\Phi^{\mathrm{T}}Y \tag{A.16}$$

Em que no instante k, os vetores de medida  $\Phi$  e de saída Y, correspondem respectivamente por Eq. (A.17) e Eq. (A.18).

$$\Phi(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \varphi(1) \\ \varphi(2) \\ \vdots \\ \varphi^{\mathrm{T}}(\mathbf{k}) \end{bmatrix}$$
 (A. 17)

$$Y(k) = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}$$
(A. 18)

Logo no instante (k+1) obtém-se nova medida do sistema, então os vetores de medida e saída são representados respectivamente por Eq. (A.19) e Eq. (A.20):

$$\Phi(k+1) = \begin{bmatrix} \varphi(1) \\ \varphi(2) \\ \vdots \\ \varphi^{T}(k) \\ \varphi^{T}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(k) \\ \varphi(k+1) \end{bmatrix}$$

$$Y(k+1) = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(k) \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y(k) \\ y(k+1) \end{bmatrix}$$

$$(A. 19)$$

$$Y(k+1) = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(k) \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y(k) \\ y(k+1) \end{bmatrix}$$
(A. 20)

Sendo assim, as estimativas no instante k e (k+1) são representadas respectivamente por Eq. (A.21) e (Eq. A.22).

$$\hat{\theta}(k) = [\Phi^{T}(k)\Phi(k)]^{-1}\Phi^{T}(k)Y(k) \tag{A.21}$$

$$\hat{\theta}(k+1) = [\Phi^{T}(k+1)\Phi(k+1)]^{-1}\Phi^{T}(k+1)Y(k+1)$$
(A. 22)

Da Eq. (A.22) é possível obter a relação da Eq. (A.23).

$$\begin{cases} \Phi^{T}(k+1)\Phi(k+1) = [\Phi^{T}(k+1) \ \phi(k+1)] \begin{bmatrix} \Phi(k) \\ \phi^{T}(k+1) \end{bmatrix} \\ \Phi^{T}(k+1)\Phi(k+1) = \Phi^{T}(k)\Phi(k) + \phi(k+1)\phi^{T}(k+1) \end{cases}$$
(A. 23)

Uma vez conhecido  $\varphi(k+1)$ , pode-se atualizar a matriz anterior das correções  $\Phi^{T}(k)\phi(k)$  para obter a matriz atual  $\Phi^{T}(k+1)\phi(k+1)$ . Entretanto, é necessário encontrar uma maneira de atualizar a inversa de  $\Phi^{T}(k)\varphi(k)$  sem calcular a matriz inversa em cada instante de tempo. Adicionalmente, necessita-se atualizar o termo  $\Phi^{T}(k+1)Y(k+1)$ , de acordo com a relação Eq. (A.24).

$$\begin{cases} \Phi^T(k+1)Y(k+1) = \left[\phi^T(k+1) \ \phi(k+1)\right] \begin{bmatrix} Y(k) \\ y(k+1) \end{bmatrix} \\ \Phi^T(k+1)Y(k+1) = \Phi^T(k)Y(k) + \phi(k+1)y(k+1) \end{cases} \tag{A. 24} \label{eq:A. 24}$$

Prosseguindo com as implementações, é possível definir as relações descrita por Eq. (A.25).

$$\begin{cases}
P(k) = [\Phi^{T}(k)\Phi(k)]^{-1} \\
R(k) = \Phi^{T}(k)Y(k)
\end{cases}$$
(A. 25)

Ao introduzir as relações da Eq. (A.25) na Eq. (A.21), obtém-se as relações da Eq. (A.26).

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k) = P(k)R(k) \\ \hat{\theta}(k+1) = P(k+1)R(k+1) \end{cases}$$
(A. 26)

De forma semelhante, ao introduzir as relações da Eq. (A.25) em Eq. (A.23) e Eq. (A.20), obtém-se as relações da Eq. (A.27) e Eq. (A.28).

$$P^{-1}(k+1) = P^{-1}(k) + \varphi(k+1)\varphi^{T}(k+1)$$
(A. 27)

$$R(k+1) = R(k) + \varphi(k+1)y(k+1)$$
(A.28)

A relação P no instante k para (k+1), pode ser obtida através da seguinte identidade  $(A + BCD)^{-1} = A - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$ , onde  $A = P^{-1}(k)$ , C = 1,  $B = \phi(k+1)$  e  $D = \phi^{T}(k+1)$  e considerando o lado direito da Eq. (A.28) por  $[P^{-1}(k) + \phi(k+1)\phi^{T}(k+1)]^{-1}$ , logo é possível obter a relação da Eq. (A.29) que representa o calculo da matriz de covariância.

$$P(k+1) = P(k) - \frac{P(k)\phi(k+1)\phi^{T}(k+1)P(k)}{1 + \phi^{T}(k+1)P(k)\phi(k+1)}$$
(A. 29)

Ao passo que ao introduzir a Eq. (A.17), referente ao erro de previsão na Eq. (A.28), obtém-se as relações da Eq. (A.30).

$$\begin{cases} R(k+1) = R(k) + \phi(k+1) \{ \epsilon(k+1) + \phi^{T}(k+1) \hat{\theta}(k) \} \\ R(k+1) = R(k) + \phi(k+1) \epsilon(k+1) + \phi(k+1) \phi^{T}(k+1) \hat{\theta}(k) \end{cases}$$
(A. 30)

Substituindo as Eq. (A.24) e Eq. (A.27) na Eq. (A.30), resulta-se na Eq. (A.31).

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + P(k+1)\phi(k+1)\epsilon(k) \tag{A.31}$$

O ganho do estimador pode ser obtido através do termo  $P(k+1)\phi(k+1)$ , definido pela Eq. (A. 32).

$$K(k+1) = \frac{P(k)\phi(k+1)}{1 + \phi^{T}(k+1)P(t)\phi(k+1)} = P(k+1)\phi(k+1)$$
 (A. 32)

Combinando Eq. (A.29), Eq. (A.31) e o erro de previsão no instante (k+1), obtém-se a forma recursiva de  $\hat{\theta}(k+1)$ , representado por Eq. (A.33).

$$\begin{cases} \hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k+1) \{ y(k+1) - \phi^{T}(k+1) \hat{\theta}(k) \} \\ K(k+1) = \frac{P(k)\phi(k+1)}{1 + \phi^{T}(k+1)P(t)\phi(k+1)} \\ \epsilon(k+1) = Y(k+1) - \phi^{T}(k) \hat{\theta}(k) \end{cases}$$
(A. 33)

A explicação completa desse algoritmo pode ser encontrado em LJUNG (1999) e COELHO e COELHO (2004), em que o algoritmo MQR foi implementado matematicamente partindo de um modelo ARX do sistema.

### APÊNDICE B

#### ALGORÍTMO DE CONTROLE IMPLEMENTADO

O Algoritmo (rotina computacional) a seguir foi implementado na plataforma LabVIEW<sup>®</sup>, sendo escrito em ambiente Matlab<sup>®</sup>. A rotina se encontra dentro de um laço (loop), logo as variáveis de entrada e saída são provenientes do ambiente LabVIEW<sup>®</sup>. A Tab. (B.01) e Tab. (B.02) ilustram as variáveis de entrada e saída e seus respectivos significados.

```
% 2 – Elo prismático
% SINAIS DE EXCITAÇÃO EM MALHA FECHADA
if i>=1 & i<200
w1=1; w2=1;
elseif i>=200 & i<300
w1=3; w2=3.5;
elseif i>=300 & i<400
w1=1; w2=1.0;
elseif i>=400 & i<500
w1=3; w2=3.5;
elseif i>=500 & i<600
w1=1; w2=1.0;
elseif i>=600 & i<700
w1=3; w2=3.5;
elseif i>=700 & i<800
w1=1; w2=1.0;
end
%ESTIMADOR MQR
% Vetor de medidas
fiy1 = [-y11; -y12; u11; u12];
fiy2 = [-y21; -y22; u21; u22];
```

% 1 − Elo rotacional

```
%Erro de estimação
erroy1 = y1 - tetay1*fiy1;
erroy2 = y2 - tetay2*fiy2;
%Ganho do estimador
ky1 = py1*fiy1/(lamby1 + fiy1'*py1*fiy1);
ky2 = py2*fiy2/(lamby2 + fiy2'*py2*fiy2);
% Vetor de parâmetros estimados
tetay1 = tetay1' + ky1*erroy1;
tetay2 = tetay2' + ky2*erroy2;
%Matriz de covariância
py1 = 1/lamby1*(py1 - ky1*fiy1'*py1);
py2 = 1/lamby2*(py2 - ky2*fiy2'*py2);
%Saída estimada
y1est = tetay1'*fiy1;
y2est = tetay2'*fiy2;
%Parâmetros estimados da planta
a1y1 = tetay1(1); a2y1 = tetay1(2);
b1y1 = tetay1(3); b2y1 = tetay1(4);
a1y2 = tetay2(1); a2y2 = tetay2(2);
b1y2 = tetay2(3); b2y2 = tetay2(4);
% GPC ADAPTATIVO
% Ponderação da variável de controle
lambyy1=1;
lambyy2=6.5;
% Matriz identidade
I=[1\ 0;0\ 1];
% Parâmetros da matriz G
g0y1=b1y1;
g1y1=(-a1y1*g0y1)+b1y1+b2y1;
g0y2=b1y2;
g1y2=(-a1y2*g0y2)+b1y2+b2y2;
f10y1=(1-a1y1);
f11y1=(a1y1-a2y1);
f12y1=(a2y1);
f10y2=(1-a1y2);
f11y2=(a1y2-a2y2);
f12y2=(a2y2);
```

```
f20y1 = -((a2y1-a1y1)+f10y1*(a1y1-1));
f21y1 = -(f10y1*(a2y1-a1y1)-a2y1);
f22y1=f10y1*a2y1;
f20y2 = -((a2y2-a1y2)+f10y2*(a1y2-1));
f21y2=-(f10y2*(a2y2-a1y2)-a2y2);
f22y2=f10y2*a2y2;
% Matriz G
Gy1=[g0y1 \ 0;g1y1 \ g0y1];
Gy2=[g0y2\ 0;g1y2\ g0y2];
Py1=(Gy1'*Gy1+lambyy1*I)^{(-1)}*Gy1';
Py2=(Gy2'*Gy2+lambyy2*I)^{(-1)}*Gy2';
p1y1=Py1(1,1); p2y1=Py1(1,2);
p3y1=Py1(2,1);p4y1=Py1(2,2);
p1y2=Py2(1,1); p2y2=Py2(1,2);
p3y2=Py2(2,1);p4y2=Py2(2,2);
% Termos em evidência da lei de controle
L1y1=(-f10y1*b2y1*p2y1-b2y1*p1y1);
L2y1=(-f20y1*p2y1-f10y1*p1y1);
L3y1=(-f21y1*p2y1-f11y1*p1y1);
L4y1 = (-f22y1*p2y1-f12y1*p1y1);
L1y2=(-f10y2*b2y2*p2y2-b2y2*p1y2);
L2y2 = (-f20y2 * p2y2 - f10y2 * p1y2);
L3y2=(-f21y2*p2y2-f11y2*p1y2);
L4y2=(-f22y2*p2y2-f12y2*p1y2);
% Lei de controle do GPC adaptativo
u1G=(L1y1+1)*u11-L1y1*u12+L2y1*y1+L3y1*y11+L4y1*y12+w1*p1y1+w1*p2y1;
u2G = (L1y2+1)*u21-L1y2*u22+L2y2*y2+L3y2*y21+L4y2*y22+w2*p1y2+w2*p2y2;
% PID CONVENCIONAL
% Ganhos do controlador
kp1 = 0.52; ki1 = 0.02; kd1 = 0.1
kp2 = 0.25; ki2 = 0.05; kd2 = 0.1;
% Erro de referência
esai1 = w1 - v1:
esai2 = w2 - y2;
% Lei de controle do PID convencional
u1pid=u11+kp1*(esai1-esai11)+kd1*(esai1-2*esai11+esai12)+ki1*esai1;
u2pid=u21+kp2*(esai2-esai21)+kd2*(esai2-2*esai21+esai22)+ki2*esai2;
```

Tabela B.01 – Variáveis de entrada da rotina em Matlab $^{\tiny \circledR}$ 

Variáveis de entrada	Significado
y1, y11, y12	Posições do elo rotacional medido pelo potenciômetro de giro
	nos instantes (k), (k-1) e (k-2).
22122	Posições do elo prismático medido pela régua potenciometrica
y2, y21, y22	nos instantes (k), (k-1) e (k-2).
u11, u12	Variáveis de controle do elo rotacional nos instantes (k-1) e (k-
	2)
u21, u22	Variáveis de controle do elo prismático nos instantes (k-1) e (k-2)
a1y1, a2y1, b1y1, b2y1	Parâmetros referentes ao elo rotacional
a1y2, a2y2, b1y2, b2y2	Parâmetros referentes ao elo prismático
w1, w2	Referências no instante (k)
assil assill	Erros entre posição medida e referência de trajetória do elo
esai1, esai11	rotacional nos instantes (k) e (k-1).
:2:21	Erros entre posição medida e referência de trajetória do elo
esai2, esai21	prismático nos instantes (k) e (k-1).
tetay1, tetay2	Vetor de parâmetros estimados do elo rotacional e prismático.
py1, py2	Matriz de covariância do elo rotacional e prismático.
lamby1, lamby2	Fator de esquecimento do elo rotacional e prismático.
i	Contador de amostras

Tabela B.02 – Variáveis de saída da rotina em Matlab®

Variáveis de saída	Significado
y1, y2	Posição do elo rotacional e prismático no tempo amostrado (k)
u1, u2	Variáveis de controle do elo rotacional e prismático no instante (k)
uxG, uyG	Variáveis de controle GPC do elo rotacional e prismático no instante (k).
uxpid, uypid	Variáveis de controle PID do elo rotacional e prismático no instante (k).
py1, py2	Matriz de covariância do elo rotacional e prismático.
tetay1, tetay2	Vetor de parâmetros estimados do elo rotacional e prismático.
esai1, esai2	Erro de referência do elo rotacional e prismático
i	Contador de amostras