

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE INFORMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INFORMÁTICA

FÁBIO CRUZ BARBOSA DE ALBUQUERQUE

UMA ABORDAGEM HEURÍSTICA PARA UM PROBLEMA DE
REBALANCEAMENTO ESTÁTICO EM SISTEMAS DE COMPARTILHAMENTO
DE BICICLETAS

João Pessoa

2016

FÁBIO CRUZ BARBOSA DE ALBUQUERQUE

UMA ABORDAGEM HEURÍSTICA PARA UM PROBLEMA DE
REBALANCEAMENTO ESTÁTICO EM SISTEMAS DE COMPARTILHAMENTO
DE BICICLETAS

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Informática do Centro de Informática da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Informática.

Orientador: Prof. D.Sc. Anand Subramanian

João Pessoa

2016

A345u Albuquerque, Fábio Cruz Barbosa de.
 Uma abordagem heurística para um problema de
 rebalanceamento estático em sistemas de compartilhamento
 de bicicletas / Fábio Cruz Barbosa de Albuquerque.- João
 Pessoa, 2016.
 89f. : il.
 Orientador: Anand Subramanian
 Dissertação (Mestrado) - UFPB/CI
 1. Informática. 2. Metaheurísticas. 3. *Bike-sharing*.
 4. Roteamento de veículos. 5. Coleta e entrega com múltiplas
 visitas. 6. *Iterated Local Search* (ILS).

UFPB/BC

CDU: 004(043)

FÁBIO CRUZ BARBOSA DE ALBUQUERQUE

UMA ABORDAGEM HEURÍSTICA PARA UM PROBLEMA DE
REBALANCEAMENTO ESTÁTICO EM SISTEMAS DE COMPARTILHAMENTO
DE BICICLETAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Informática do Centro de Informática da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Informática.

Aprovada em 20 de maio de 2016.

Membros da Banca

Prof. D.Sc. Anand Subramanian — Orientador
Departamento de Engenharia de Produção — UFPB

Prof. D.Sc. Lucídio dos Anjos Formiga Cabral
Departamento de Computação Científica — UFPB

Prof. Ph.D. Manuel Iori
Dipartimento di Scienze e Metodi dell'Ingegneria — Unimore
João Pessoa

2016

“For millions of years mankind
lived just like the animals.

Then something happened which
unleashed the power of our imagination.

We learned to talk.

We learned to listen.

Speech has allowed the communication of ideas, enabling human beings to work together.

To build the impossible.”

Stephen Hawking

AGRADECIMENTOS

- À minha mãe Maria Luiza pela dedicação incondicional, pelo amor e por tudo que recebi a vida inteira, sem os quais não teria chegado até aqui.
- À toda minha família, ao meu pai Flávio, à minha avó, “otinha”, aos meus padrinhos, Guilherme e Rejane, todos os meus tios e tias pelo apoio, o aprendizado e a sabedoria repassados e pelos momentos de serenidade e reflexão.
- Ao Prof. Anand, pela sua orientação e contribuição que vão além do Mestrado.
- Ao Prof. Manuel pela sugestão e acompanhamento deste trabalho.
- A Bruno pelas importantes contribuições ao longo de toda dissertação.
- Aos membros da banca pelas contribuições que ajudaram a melhorar a qualidade deste trabalho.
- Aos meus primos, aos meus amigos e a Naiadja, pelo amor, carinho, companheirismo, pelos momentos alegres e ímpares e pelas conversas sérias ou não.
- Aos companheiros do LabMeQa pela amizade e pelas contribuições diversas, em especial a Teobaldo, por me apresentar a Anand e incentivar esta parceria.

RESUMO

O Problema do Rebalanceamento Estático de Bicicletas (*Static Bike Rebalancing Problem*, SBRP) é um recente problema motivado pela tarefa de reposicionar bicicletas entre estações em um sistema *self-service* de compartilhamento de bicicletas. Este problema pode ser visto como uma variante do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega de um único tipo de produto, onde realizar múltiplas visitas à cada estação é permitido, isto é, a demanda da estação pode ser fracionada. Além disso, um veículo pode descarregar sua carga temporariamente em uma estação, deixando-a em excesso, ou, de maneira análoga, coletar mais bicicletas (até mesmo todas elas) de uma estação, deixando-a em falta. Em ambos os casos são necessárias visitas adicionais para satisfazer as demandas reais de cada estação. Este trabalho lida com um caso particular do SBRP, em que apenas um veículo está disponível e o objetivo é encontrar uma rota de custo mínimo que satisfaça as demandas de todas as estações e não viole os limites de carga mínimo (zero) e máximo (capacidade do veículo) durante a rota. Portanto, o número de bicicletas a serem coletadas ou entregues em cada estação deve ser determinado apropriadamente a respeitar tais restrições. Trata-se de um problema $\mathcal{NP}$ -Difícil uma vez que contém outros problemas $\mathcal{NP}$ -Difícil como casos particulares, logo, o uso de métodos exatos para resolvê-lo é intratável para instâncias maiores. Diversos métodos foram propostos por outros autores, fornecendo valores ótimos para instâncias pequenas e médias, no entanto, nenhum trabalho resolveu de maneira consistente instâncias com mais de 60 estações. O algoritmo proposto para resolver o problema é baseado na metaheurística *Iterated Local Search (ILS)* combinada com o procedimento de busca local *variable neighborhood descent* com ordenação aleatória (*randomized variable neighborhood descent*, RVND). O algoritmo foi testado em 980 instâncias de referência na literatura e os resultados obtidos são bastante competitivos quando comparados com outros métodos existentes. Além disso, o método foi capaz de encontrar a maioria das soluções ótimas conhecidas e também melhorar os resultados de instâncias abertas.

Palavras-chave: Metaheurísticas. *Bike-sharing*. Roteamento de veículos. Coleta e entrega com múltiplas visitas. *Iterated local search*.

ABSTRACT

The Static Bike Rebalancing Problem (SBRP) is a recent problem motivated by the task of repositioning bikes among stations in a self-service bike-sharing systems. This problem can be seen as a variant of the one-commodity pickup and delivery vehicle routing problem, where multiple visits are allowed to be performed at each station, i.e., the demand of a station is allowed to be split. Moreover, a vehicle may temporarily drop its load at a station, leaving it in excess or, alternatively, collect more bikes (even all of them) from a station, thus leaving it in default. Both cases require further visits in order to meet the actual demands of such station. This work deals with a particular case of the SBRP, in which only a single vehicle is available and the objective is to find a least-cost route that meets the demand of all stations and does not violate the minimum (zero) and maximum (vehicle capacity) load limits along the tour. Therefore, the number of bikes to be collected or delivered at each station should be appropriately determined in order to respect such constraints. This is a $\mathcal{NP}$ -Hard problem since it contains other $\mathcal{NP}$ -Hard problems as special cases, hence, using exact methods to solve it is intractable for larger instances. Several methods have been proposed by other authors, providing optimal values for small to medium sized instances, however, no work has consistently solved instances with more than 60 stations. The proposed algorithm to solve the problem is an iterated local search (ILS) based heuristic combined with a randomized variable neighborhood descent (RVND) as local search procedure. The algorithm was tested on 980 benchmark instances from the literature and the results obtained are quite competitive when compared to other existing methods. Moreover, the method was capable of finding most of the known optimal solutions and also of improving the results on a number of open instances.

Keywords: Metaheuristics. Bike-sharing. Vehicle routing. Split pickup and delivery. Iterated local search.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Definição do tema	1
1.2	Motivação	2
1.3	Objetivos	6
1.4	Estrutura da dissertação	7
2	Trabalhos relacionados	8
3	Definição do problema e formulação matemática	16
3.1	Formulação matemática	17
3.2	Verificação de viabilidade	19
4	Uma abordagem metaheurística	21
4.1	<i>Iterated Local Search</i>	21
4.2	Heurística proposta	22
4.3	Representação da solução	24
4.4	Reparando soluções inviáveis	27
4.5	Procedimento construtivo	29
4.6	Busca local	29
4.7	Mecanismos de perturbação	32
5	Resultados computacionais	36
5.1	Instâncias	36
5.2	Impacto dos mecanismos de perturbação	37
5.3	Calibração de parâmetros	38
5.4	Comparação com a literatura	39

	ix
5.5 Resultados para instâncias com até 60 estações	40
5.6 Resultados para instâncias com 100 estações	45
6 Conclusão	49
6.1 Sugestões de trabalhos futuros	50
Apêndice A Resultados detalhados	58

LISTA DE FIGURAS

3.1	Rede de fluxo para verificação de viabilidade	20
4.1	ILS _{SBRP} flowchart	23
4.2	Exemplos de soluções ótimas com preempção e sem preempção no SBRP	26
4.3	Modificação de solução inviável com visitas às estações desbalanceadas	28
4.4	Exemplos gráficos da aplicação das estruturas de vizinhanças	33
4.5	Exemplos da aplicação dos mecanismos de perturbação	35
5.1	Médias dos <i>gaps</i> (%) e dos tempos de CPU (s) por Q ($\alpha = 1$)	44
5.2	Médias dos <i>gaps</i> (%) e dos tempos de CPU (s) por Q ($\alpha = 3$)	44
5.3	Médias dos <i>gaps</i> (%) e dos tempos de CPU (s) por n ($\alpha = 1$)	45
5.4	Médias dos <i>gaps</i> (%) e dos tempos de CPU (s) por n ($\alpha = 1$)	45

LISTA DE TABELAS

2.1	Trabalhos relacionados ao BRP	15
5.1	Impacto das diferentes combinações dos mecanismos de perturbação . .	38
5.2	Resultados agregados (por grupos de instâncias) para $n \in$ $\{20, 30, 40, 50, 60\}$ e $\alpha = 1$	42
5.3	Resultados agregados (por grupos de instâncias) para $n \in$ $\{20, 30, 40, 50, 60\}$ e $\alpha = 3$	43
5.4	Resumo do desempenho das melhores soluções agregadas por n	46
5.5	Resultados detalhados para $n = 100$ e $\alpha = 1$	47
5.6	Resultados detalhados para $n = 100$ e $\alpha = 3$	48
A.1	Resultados detalhados para $n \in \{20, 30, 40, 50, 60\}$ e $\alpha = 1$	58
A.2	Resultados detalhados para $n \in \{20, 30, 40, 50, 60\}$ e $\alpha = 3$	67

GLOSSÁRIO

1-PDTSP	<i>One-commodity pickup and delivery traveling salesman problem</i>
1-PDVRP	<i>One-commodity pickup and delivery vehicle routing problem</i>
B&C	<i>Branch-and-cut</i>
BRP	<i>Bike rebalancing problem</i>
BSS	<i>Bike-sharing systems</i>
CP	<i>Constraint programming</i>
CVRP	<i>Capacitated vehicle routing problem</i>
DBRP	<i>Dynamic bike rebalancing problem</i>
GRASP	<i>Greedy randomized adaptive search procedure</i>
ILS	<i>Iterated local search</i>
IP	<i>Integer programming</i>
LNS	<i>Large neighborhood search</i>
LP	<i>Linear programming</i>
MILP	<i>Mixed-integer linear programming</i>
OC	Otimização combinatória
PCV	Problema do caixeiro viajante
PDP	<i>Pickup and delivery with split loads</i>
PDP	<i>Pickup and delivery problem</i>
PRV	Problema de roteamento de veículos
RVND	<i>Randomized variable neighborhood descent</i>
SBRP	<i>Static bike rebalancing problem</i>
SP1PDTSP	<i>Split demand one-commodity pickup and delivery traveling salesman</i>
VND	<i>Variable Neighborhood Descent</i>
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>

Capítulo 1

Introdução

1.1 Definição do tema

A tarefa de reposicionar um produto de um lugar a outro é um problema bem conhecido que surge em diferentes contextos como logística, transporte, e várias outras disciplinas, notoriamente engenharia industrial e pesquisa operacional, etc. Um problema particular surge quando um produto precisa ser trocado entre locais com diferentes demandas, e um veículo com capacidade limitada periodicamente coleta e entrega o produto para assim atender tais requisições.

Uma aplicação prática ocorre em sistemas *self-service* de compartilhamento de bicicletas (*self-service bike-sharing systems*, BSS), que estão se tornando cada vez mais populares nos últimos anos. Usuários alugam bicicletas e as retornam em estações distribuídas em uma região. Nesses sistemas, cada estação tem uma capacidade de armazenamento, um número de bicicletas disponíveis para aluguel e espaços (*slots*) livres onde os usuários podem retorná-las ao sistema.

A frequente atividade de reposicionar bicicletas entre estações é chamada de rebalanceamento. Essa pode ser executada por uma frota de veículos com capacidade limitada que regularmente coleta e entrega bicicletas, transportando-as de uma estação à outra com o objetivo de atualizar o número de bicicletas disponíveis para uma configuração desejada, possivelmente refletindo os picos de demandas dos usuários (Chemla

et al, 2013b).

O rebalanceamento de BSS pode ser modelado como um problema de otimização combinatória (OC), ou seja, onde as decisões são feitas sobre valores discretos, por exemplo, o número de bicicletas a serem coletadas ou entregues nas estações. Esse problema é um caso especial de um outro problema de OC, o problema do roteamento de veículos (PRV), que consiste na criação de um conjunto de rotas ótimas para uma frota de veículos com capacidades limitadas, com o objetivo de servir um conjunto de locais ou clientes. Ambos os problemas são generalizações do clássico problema do caixeiro viajante (PCV).

Há inúmeros problemas de OC que pertencem à classe de problemas $\mathcal{NP}$ -Difícil. Exemplos de tais problemas são os PRV e o PCV, e são comumente resolvidos por duas abordagens distintas: algoritmos exatos, que garantidamente acham soluções ótimas, embora possam consumir tempos computacionais exponenciais; e algoritmos heurísticos, que são métodos aproximativos, normalmente encontrando soluções de qualidade, e com frequência ótimos, em tempos computacionais relativamente menores.

Este trabalho se concentra em uma abordagem heurística para um problema de rebalanceamento de bicicletas entre um conjunto de bicicletas de um BSS por um único veículo.

1.2 Motivação

Alternativas ao tráfego em ruas e avenidas são importantes não apenas pelo seu impacto na congestionamento urbano, como também no meio-ambiente. Os programas de compartilhamento de bicicletas emergindo em todo o mundo estão se mostrando soluções eficazes para mitigar os efeitos de problemas relacionados ao tráfego em grandes centros urbanos.

Até 2009, existiam cerca de 120 programas de compartilhamento de bicicletas no mundo e de acordo com DeMaio (2009), eles tem um impacto positivo em: diminuir os congestionamentos, melhorar a saúde pública e ajudar a reduzir o nível de emissões de CO_2 . Um dos sistemas mais famosos é o Vélib' em Paris, com 1800 estações e mais de 20000 bicicletas, funcionando 24 horas por dia, todos os dias da semana. No Brasil,

podem ser citadas Fortaleza, Recife, Belo Horizonte e São Paulo entre as cidades que já contam com tais programas, algumas com até 60 estações, como o *BikeRio* no Rio de Janeiro. Um mapa interativo com detalhes de vários sistemas em todo o mundo está disponível em <http://bikesharingmap.com>.

De acordo com DeMaio (2009), sistemas de rebalanceamento eficazes estão presentes em programas implantados com sucesso. De fato, melhorias na distribuição de bicicletas são fatores chave para eficiências de sistemas de compartilhamento de bicicletas modernos, mais precisamente a atual 4ª geração. Entre as alternativas para manter o balanceamento das estações, é comum a utilização de uma frota de veículos que se locomove em uma determinada área urbana. Dessa forma, pode-se aplicar métodos de otimização de roteamento dos veículos utilizados. Trata-se, portanto, de um tema promissor cujas soluções de melhorias para BSS (e outros problemas envolvidos) podem impactar positivamente na vida de muitas pessoas. Apesar de que poucos trabalhos possam ser encontrados na literatura, o número de estudos vem aumentando vertiginosamente nos últimos anos.

O rebalanceamento pode ser estático, executado quando nenhuma bicicleta está em uso, ou dinâmico, em que o veículo opera enquanto o sistema está em uso. O problema do rebalanceamento estático de bicicletas (*static bike rebalancing problem*, SBRP) é motivado pelo fato de que poucas bicicletas ou mesmo nenhuma são usadas durante a noite. De fato, de acordo com Chemla et al (2013b); Dell’Amico et al (2014), há sistemas sistemas que são fechados durante a noite.

Embora o SBRP seja uma simplificação do rebalanceamento dinâmico (*dynamic bike rebalancing problem*, DBRP), a variante estática é claramente um problema $\mathcal{NP}$ -Difícil, uma vez que inclui, entre outros, o PCV como caso especial. Ainda, as quantidades de entrega e coletas tornam o espaço de soluções maior quando comparado ao PCV. Portanto, esse problema pode ser visto como uma variante do problema do caixeiro viajante com entrega e coleta de um único produto (*one-commodity pickup and delivery traveling salesman problem*, 1-PDTSP), onde as estações ou clientes podem ser atendidos em múltiplas visitas, ou seja, as demandas de uma estação podem ser fracionadas. Outra distinção do SBRP diz respeito à obrigatoriedade de visitas, o veículo pode ou não realizar visitas às estações balanceadas (demanda zero).

Além disso, o veículo pode arbitrariamente descarregar suas bicicletas em uma estação, deixando-a em excesso de bicicletas, ou de maneira análoga, coletar (até mesmo todas) as unidades de uma estação, deixando-a em falta. Em ambos os casos visitas posteriores são necessárias para satisfazer as demandas dessas estações. Essa estratégia de permitir que estações sirvam como depósitos temporários (*buffer*) é denotada por alguns autores como preempção (operações temporárias). Vale ressaltar que deve-se respeitar o número de bicicletas disponíveis tanto para coleta quanto para entregas temporárias e as capacidades de armazenamento tanto do veículo quanto das estações usadas para esse propósito.

Um problema similar mas diferente foi considerado por Salazar-Gonzalez and Santos-Hernandez (2015), em que também apenas um veículo é utilizado, mas cada estação deve ser visitada, chamado de problema do caixeiro viajante com entrega e coleta de um único produto com demanda fracionada (*split demand one-commodity pickup and delivery traveling salesman*, SP1PDTSP).

Usar métodos exatos para solucionar problemas de OC pode ser computacionalmente intratável para instâncias grandes, necessitando tempos computacionais excessivamente longos para propósitos práticos (Blum and Roli, 2003), pois são frequentemente problemas $\mathcal{NP}$ -Difícil. Esse é o caso para os métodos exatos propostos por outros autores para o SBRP. Como alternativa, algoritmos heurísticos, os quais não garantem soluções ótimas, são computacionalmente mais baratos e frequentemente encontram soluções viáveis de alta qualidade em um tempo computacional aceitável. Apesar dos avanços no desenvolvimento de abordagens exatas eficientes e os métodos exatos propostos na literatura fornecerem valores ótimos para instâncias pequenas e médias, esses usam tempos exponenciais e se tornam intratáveis à medida que as instâncias se tornam maiores. Diversos algoritmos exatos foram propostos, porém, nenhum trabalho solucionou de maneira consistente instâncias com mais de 60 estações para um único veículo.

Portanto, métodos heurísticos ainda surgem como alternativas mais adequadas para lidar com instâncias de tamanho médio e grande para esta classe de problemas mais desafiadores. O uso de abordagens heurísticas podem ajudar a mitigar as dificuldades do SBRP e suas variantes ao resolver instâncias maiores, provendo como entrada para

outras abordagens soluções ótimas ou de alta qualidade de maneira eficiente, podendo ser crucial para a melhoria na performance e no tempo de execução dessas.

Heurísticas são geralmente projetadas para um problema específico seja construindo soluções iniciais ou melhorando uma dada solução pela exploração de soluções adjacentes (vizinhanças), chamada busca local (Souza, 2007). Portanto, heurísticas são restritas a uma variação de um problema.

Metaheurísticas são procedimentos gerais de mais alto nível amplamente reconhecidos como abordagens eficientes para resolver muitos problemas difíceis de otimização (Boussaïd et al, 2013). Portanto, metaheurísticas podem ser vistas como estratégias de orientação da utilização de heurísticas subordinadas, projetadas para um problema específico (Talbi, 2009). Também de acordo com o autor, metaheurísticas pertencem à classe de métodos aproximativos. Ainda, elas são projetadas para serem altamente eficiente quando comparadas aos métodos exatos.

Exemplos de metaheurísticas são: *iterated local search* (ILS), *greedy randomized search procedures* (GRASP), *variable neighborhood search* (VNS), *large neighborhood search* (LNS), algoritmos genéticos (*genetic algorithms*), colônia de formigas (*ant colony*, AC) e recozimento simulado (*simulated annealing*). Diversas abordagens são criadas combinando diferentes conceitos e estratégias, usando heurísticas subordinadas e analogias a outras maneiras de solucionar um problema, incluindo mas não limitados à: evolução biológica e seleção natural, sistemas neuronais, mecanismos estatísticos, procedimentos heurísticos (Osman and Kelly, 2012).

Este trabalho propõe uma metaheurística híbrida baseada no ILS e no procedimento de descida em vizinhança variável (*variable neighborhood descent*, VND). De acordo com Lourenço et al (2003), é desejável que as metaheurísticas sejam simples, eficazes e de propósito suficientemente geral. Idealmente, uma metaheurística seria aplicável independentemente de um conhecimento específico do problema. Ainda, modularidade é crucial, uma vez que a busca por performance pode eliminar a clareza do algoritmo, tornando difícil a distinção entre heurísticas e metaheurísticas. Segundo os autores, ILS garante de maneira simples todas essas características.

Implementação de sucesso do ILS para problemas de OC como o PRV podem ser encontradas em Subramanian et al (2010); Subramanian (2012); Penna et al (2013a);

Silva et al (2015). O ILS híbrido, principalmente combinado com o VND com ordem aleatória (*randomized variable neighborhood descent*, RVND) se mostrou bastante eficaz para resolver uma ampla variedade de problemas de roteamento de veículos (Subramanian et al, 2010; Subramanian, 2012; Penna et al, 2013b; Silva et al, 2015; Vidal et al, 2015), incluindo aqueles envolvendo apenas um único veículo (Silva et al, 2012; Subramanian and Battarra, 2013).

Há algumas implementações de metaheurísticas para variantes do SBRP: AC, GRASP, VNS e busca tabu. Para o conhecimento do autor, esta é a primeira vez que a metaheurística ILS é utilizada para resolver essa variante do SBRP. O algoritmo desenvolvido combina componentes eficazes em trabalhos anteriores com alguns procedimentos específicos para o SBRP sugeridos em Chemla et al (2013b) para melhoria da qualidade e viabilização de soluções, bem como verificação de viabilidade dessas. Alguns mecanismos de perturbação foram implementados e o impacto de cada possível combinação desses na qualidade da soluções e no tempo de CPU foram medidos em extensivos experimentos computacionais sobre instâncias mais desafiadoras. Ainda, os resultados obtidos em 980 instâncias de referência da literatura mostram que o algoritmo proposto é bastante competitivo quando comparado a outros métodos, sendo inclusive reportado um grande número de soluções de melhor custo. Por fim, foi conduzida uma análise sobre a performance em termos de qualidade da solução e tempo de CPU do algoritmo proposto e de dois outros métodos da literatura, de acordo com o número de estações e a capacidade do veículo.

1.3 Objetivos

Os objetivos deste trabalho são os seguintes:

- Implementar um procedimento de construção de soluções iniciais.
- Implementar esquemas de vizinhanças e perturbação baseados na literatura.
- Explorar e propor novas estruturas de vizinhança e perturbação.
- Desenvolver uma metaheurística baseada no *iterated local search*.
- Coletar as instâncias utilizadas na literatura.

- Testar o algoritmo proposto nas instâncias utilizadas em outros trabalhos da literatura.
- Comparar os resultados a outros métodos da literatura.

1.4 Estrutura da dissertação

O restante deste trabalho está organizado como segue:

- Capítulo 2 apresenta uma revisão dos trabalhos relacionados ao tema de compartilhamento de bicicletas.
- Capítulo 3 descreve o problema, algumas definições e uma formulação matemática.
- Capítulo 4 explica em detalhes a abordagem metaheurística e o algoritmo proposto, discutindo seus componentes.
- Capítulo 5 apresenta os experimentos computacionais conduzidos e uma comparação dos resultados com outros métodos da literatura.
- Capítulo 6 contém as considerações finais e comentários sobre possíveis melhorias para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Trabalhos relacionados

O problema do rebalanceamento estático de bicicletas com um único veículo contém similaridades com diversos problemas de roteamento na literatura, como o caixeiro viajante com entrega e coleta de um único produto (1-PDTSP) (Hernández-Pérez and Salazar-González, 2004a,b), pois apenas um único produto (bicicletas) é reposicionado entre as estações. Entretanto, os clientes do 1-PDTSP devem ser servidos em uma só visita. Nesse aspecto, o SBRP é relacionado a um caso particular do problema de *swapping* (*swapping problem*) (Anily and Hassin, 1992) onde apenas um único tipo de produto é movido entre clientes (estações). Não obstante, no SBRP a capacidade do veículo e as demandas não são limitadas à unidade como no SP.

Um outro problema correspondente é o problema descrito em Nowak et al (2008, 2009), o problema de entrega e coleta com cargas fracionadas (*pickup and delivery problem with split loads*, PDPSL), em que o veículo pode servir uma estação em mais de uma visitas, ou seja, as demandas podem ser fracionadas.

Finalmente, apesar das diferenças, todos esses trabalhos compartilham das mesmas operações, seja coletas ou entregas de um produto em um cliente (estações) e, portanto, caracterizados como problemas de entrega e coleta (*pickup and delivery problems*, PDP) (Berbeglia et al, 2007). Esses problemas podem ser vistos, de acordo com o esquema de classificação em Berbeglia et al (2007), como um PDP de muitos para muitos.

Entre os trabalhos sobre o 1-PDTSP, pode-se referir a Hernández-Pérez and Salazar-

González (2004a,b, 2007); Hernández-Pérez et al (2009); Paes et al (2010); Mladenović et al (2012). Embora em menor quantidade, um número crescente de trabalhos relacionados a programas de compartilhamento de bicicletas e problemas presentes, como sistemas de rebalanceamento de estações, vem sendo compartilhados nos últimos anos.

Nowak et al (2008) introduziram o PDPSL. De acordo com os autores, diversos outros trabalhos mostraram os ganhos de fracionar as entregas para o PRV, no entanto, eles afirmam serem os primeiros a identificar importantes resultados estruturais dos benefícios de executar não só entregas em múltiplas visitas mas também fracionar as coletas. Os autores também propuseram uma heurísticas para resolver instâncias com um grande número de clientes posicionados aleatoriamente, que mostraram as vantagens das cargas fracionadas. Porém, os ganhos foram reduzidos quando resolvendo instâncias do mundo real devido às difíceis condições impostas como o tamanho das cargas e o custo das visitas. Em Nowak et al (2009), os autores estenderam seu trabalho em Nowak et al (2008) estudando as características como o impacto da capacidade do veículo e sua carga, agrupamento de clientes, entre outras particularidades de problemas reais. Eles também desenvolveram um experimento sobre diversas instâncias e identificaram que os benefícios eram maiores quando a distância entre origem e destino aumentava, ou quando as cargas eram maiores que metade da capacidade do veículo, ou quando as cargas compartilhavam das mesmas origens e destinos.

Benchimol et al (2011) explicitamente usaram os programas de compartilhamento de bicicletas como motivação principal para o problema tratado, o qual eles chamaram de balanceamento estático de estações (*static stations balancing*). De acordo com os autores, essa foi a primeira tentativa de solucionar o rebalanceamento de BSS, especificamente o caso estático (quando nenhuma bicicleta está em uso) e quando há apenas um veículo executando a tarefa. Eles apresentaram os primeiros resultados de complexidade do problema, algoritmos aproximativos (9,5-aproximativo adaptado de Chalasani and Motwani (1999) e 2-aproximativo no caso particular em que todo o grafo tem custo unitário), e a demonstração de um caso polinomial. Ainda, foi levado em consideração o uso de preempção, no sentido de que depósitos temporários eram permitidos. Os autores mencionaram um outro cenário onde o problema pode ser encontrado, isso é, o reposicionamento de carrinhos de feira em supermercados.

Chemla et al (2013b) propuseram uma formulação matemática para a variante com um único veículo, em que são consideradas múltiplas visitas e preempção no sentido amplo, ou seja, o veículo pode usar estações como depósitos temporários, seja para entregas ou para coletas além das demandas (respeitando os limites de armazenamento). Os autores se referiram como não-monótona a este tipo de convergência das demandas. Eles também provaram, entre outras contribuições, que é possível encontrar em tempo polinomial as quantidades relacionadas a cada operação do veículo de modo que uma determinada rota estabeleça o balanceamento do sistema (quando possível). A prova apresentada é a construção de um grafo em que é possível computar as quantias ótimas de entrega e coleta de bicicletas em uma determinada sequência de vértices (visitas às estações), e consequentemente uma verificação de viabilidade. Além disso, os autores propuseram um modelo exato definido sobre um grafo estendido (cada estação é replicada de acordo com um limite superior no número de visitas). Devido à visível intratabilidade do modelo, duas relaxações foram desenvolvidas. Não obstante, a primeira delas exigia um número de variáveis considerado bastante elevado para resolvidores padrões, e não levava em consideração a natureza sequencial do problema, de forma que soluções dessa podiam ser inviáveis para o problema original. A segunda relaxação foi obtida por uma formulação de programação inteira (*integer programming*, IP) equivalente. Os autores mostraram, no entanto, que a tarefa de verificar se uma solução das relaxações era viável para o SBRP é $\mathcal{NP}$ -Completo. Foram implementados um algoritmo *branch-and-cut* para a segunda relaxação e uma busca tabu. Por fim, foram reportados limites inferiores e superiores bem como diversos ótimos para instâncias de tamanho variando entre 20 e 100 estações.

Schuijbroek et al (2013) consideraram dois aspectos estudados de forma separada anteriormente, isto é, determinar o número de bicicletas desejável em cada estação (balanço) e encontrar as rotas (ótimas) de modo a tornar o sistema balanceado. Eles propuseram considerar ambos os problemas em uma procedimento de primeiro agrupar e depois rotear (*cluster-first route-second*), e obtiveram soluções usando abordagem heurística e de programação por restrições. A formulação considerou intervalo de demandas, ou seja, as quantidades finais desejadas podem variar entre um limite inferior e um limite superior.

Erdoğan et al (2015) lidaram com o SBRP com um único veículo, considerando as mesmas características em Chemla et al (2013b), ou seja, múltiplas visitas, preempção e demandas como restrições fortes (todas as demandas devem ser estritamente respeitadas em soluções viáveis), e propuseram um algoritmo exato baseado em formulação IP. Os autores basearam sua formulação na segunda relaxação de Chemla et al (2013b) e em uma transformação de variáveis inteiras em variáveis binárias. Soluções inteiras inviáveis era removidas por desigualdades válidas (*no-good cuts*). Esse foi o primeiro método exato eficaz para SBRP com instâncias pequenas e médias, com até 60 estações. O cenário não-preemptivo também foi abordado, argumentando-se que uma análise adicional é necessária para identificar a vantagem de permitir operações temporárias em oposição aos custos de carga e descarga envolvidos. Os autores encontraram ótimos para instâncias com até 60 estações com e sem a estratégia de preempção. Também foi apresentada uma listagem de trabalhos sobre problemas de otimização no contexto de sistemas de compartilhamento de bicicletas.

Erdoğan et al (2014) estudaram uma variante do SBRP, com intervalo de demandas, a qual eles chamaram de realocação estática de bicicletas com intervalo de demandas (*static bicycle relocation problem with demand intervals*), em que o número de bicicletas desejado deve estar dentro de um intervalo, como em Schuijbroek et al (2013), ao invés de um valor exato. Além disso, há um custo de manuseio associado durante as visitas (*handling cost*), ou seja, operações de coletas e entregas tem um custo proporcional à quantidade de bicicletas envolvidas na visita à estação. Uma formulação IP foi descrita, juntamente a desigualdades válidas de outros problemas de roteamento, isto é, um *branch-and-cut* tradicional, e um *branch-and-cut* com decomposição *Benders*. Os autores também mencionam o fato de que a flexibilidade dos intervalos de demandas torna o SBRP-DI menos desafiador que o 1-PDTSP.

Utilizando métodos heurísticos para o SBRP com um único veículo, pode-se citar Ho and Szeto (2014), que apresentaram uma nova formulação para um caso particular do rebalanceamento de BSS. Os autores consideraram que na prática não é possível garantir todas as entregas uma vez que as bicicletas fornecidas pelo depósito e pelas estações de coleta podem ser insuficientes, e chamaram de problema de entrega e coleta seletiva (*selective pickup and drop-off problem*). Eles afirmaram que algumas estações

podem não ser totalmente atendidas, e definiram um custo de penalidade, baseados em Raviv et al (2013), para demandas não atendidas. Uma abordagem com busca tabu foi proposta para resolução dessa variante.

Pal and Zhang (2015) apresentaram uma heurística híbrida entre LNS e VNS para o caso não-preemptivo do SBRP, considerado por Erdoğan et al (2015).

Para variante do SBRP com múltiplos veículos, é possível identificar similaridades com problemas como o problema do roteamento de veículos capacitados (*capacitated vehicle routing problem*, CVRP), onde uma frota de veículos atende um conjunto de clientes, nesse caso estações. Variantes desse incluem o CVRP com coleta e entrega de um único produto (*one-commodity pickup and delivery vehicle routing problem*, 1-PDVRP) (Nagy et al, 2013), o qual é também um PDP de muitos para muitos.

Raviv et al (2013) consideraram o rebalanceamento de BSS usando uma frota de veículos dedicados. Segundo os autores, um cenário ideal onde as demandas de todas as estações são satisfeitas pode não ser viável devido a outras restrições impostas, como incerteza das demandas. Portanto, eles discutem uma nova abordagem de modelo considerando uma quantidade esperada e uma função de penalidade associada, e generalizam outras premissas adotadas em Benchimol et al (2011); Chemla et al (2013b); Erdoğan et al (2014). Segundo os autores o cenário estático tem o benefício de evitar o tráfego e problemas de estacionamento. Sua definição do problema envolve *handling cost* e veículos com capacidades não-idênticas. Finalmente, os autores apresentaram duas formulações lineares inteira-mista (*mixed-integer linear program*, MILP), sendo uma arco indexada e outra tempo indexada considerando diversas características (restrição de tempo, número de visitas, *transshipment*, ou seja, entregas de um veículo coletadas por outro, etc.), algumas desigualdades válidas, e soluções de alta qualidade para instâncias reais com até 104 estações e dois veículos.

Dell’Amico et al (2014) também trataram do SBRP com múltiplos veículos. No entanto, características próprias foram levadas em consideração, como a carga inicial do veículo, ou seja, quando deixa o depósito (e de maneira alternativa, ao fim da rota, quando retorna ao depósito). Cada estação deve ser visitada uma única vez, portanto, todas as requisições somadas à carga inicial do veículo ao deixar o depósito devem ser não-negativas e menor igual à capacidade do veículo. Os autores apresentam qua-

tro formulações MILP, sendo duas delas baseadas no 1-PDTSP Hernández-Pérez and Salazar-González (2004a,b). Um algoritmo *branch-and-cut* projetado especificamente foi proposto, juntamente a algumas desigualdades válidas e procedimentos de separação usados nas quatro formulações. Ainda, programas de compartilhamento de bicicletas reais de todo o mundo foram utilizados para criação de instâncias com até 116 estações.

Dell’Amico et al (2016) propuseram uma metaheurística de destruir e reparar, um procedimento de construção, e técnicas de *speedup* para um conjunto de vizinhanças. Os autores também adaptaram o método para resolver a variante do 1-PDTSP em que cada rota é restrita a uma duração máxima. Ainda, os resultados reportados em instâncias de referência na literatura e de instâncias derivadas de programas reais mostraram uma melhor performance quando comparada ao método exato.

Outras abordagens incluem Di Gaspero et al (2013a), com uma abordagem híbrida para o rebalanceamento estático usando uma frota de veículos, combinando a metaheurística colônia de formigas com técnicas de programação por restrições (*constraint programming*, CP) baseados em um modelo de restrições para o PRV. Os autores apresentaram resultados em instâncias derivadas de programas BSS em funcionamento na cidade de Viena. Em Di Gaspero et al (2013b), os autores estenderam o trabalho anterior através de um novo modelo de CP embutido em uma abordagem LNS. Essa abordagem superou os resultados reportados no trabalho anterior.

Também através de abordagens heurísticas para o cenário estático com múltiplos veículos, Rainer-Harbach et al (2013) trataram de uma variante em que um tempo limite é imposto a cada rota. Uma metaheurística VNS/VND foi proposta. A fim de obter o número de bicicletas em cada operação, os autores propuseram um modelo de programação linear (*linear program*, LP), um procedimento guloso, e uma adaptação para múltiplos veículos da rede de fluxos de Chemla et al (2013b), embora apenas o LP foi capaz de obter cargas ótimas com preempção.

Raidl et al (2013) melhoraram os métodos de Rainer-Harbach et al (2013) ao determinar cargas ótimas com preempção através da computação de fluxo máximo. Os autores aplicaram todos os procedimentos em combinação resultando em uma abordagem mais eficiente. Melhorias adicionais sobre os trabalhos de Rainer-Harbach et al (2013); Raidl et al (2013) foram obtidas por Papazek et al (2013); Rainer-Harbach

et al (2014), em que estenderam as abordagens anteriores com uma técnica chamada de *preferred iterative look ahead technique* (PILOT) e também um algoritmo baseado nas metaheurísticas GRASP e VNS. Em Rainer-Harbach et al (2014), os autores reportaram os resultados para experimentos em instâncias de tamanhos variados, de 10 a 700 estações e uma frota de 1 a 21 veículos. Finalmente, Papazek et al (2014) apresentaram a heurística de reconexão por caminhos (*path relinking*) para a variante com as mesmas características dos trabalhos anteriores.

Outros trabalhos considerando múltiplos veículos e diferentes aspectos incluem Kloimüller et al (2015) (uma abordagem exata para o SBRP com rota com limite de tempo), Alvarez-Valdes et al (2015) (previsão de demandas não atendidas), Caggiani and Ottomanelli (2013) (um modelo de simulação para o rebalanceamento dinâmico), Forma et al (2015) (uma abordagem híbrida), e Di Gaspero et al (2015) (dois modelos de CP embutidos em uma LNS para instâncias do mundo real).

Salazar-Gonzalez and Santos-Hernandez (2015) consideraram um problema similar, onde as estações são visitadas ao menos uma vez e limitadas a um máximo de visitas, de acordo com um parâmetro m (e um parâmetro k para o depósito, tratado como uma estação). Os autores chamaram essa variante de PCV com entregas fracionárias de um único produto (*Split-delivery one-commodity traveling salesman problem*, SP1PDTSP) e apresentaram um algoritmo *branch-and-cut* com decomposição *Benders*.

Ademais, em contraste ao rebalanceamento estático, há relativamente menos trabalhos sobre o cenário dinâmico: Contardo et al (2012); Caggiani and Ottomanelli (2013); Chemla et al (2013a); Schuijbroek et al (2013); Kloimüller et al (2014). Uma formulação matemática e abordagens alternativas usando decomposições *Dantzig-Wolfe* e *Benders* para computação dos limites inferiores e de soluções viáveis foram apresentadas em Contardo et al (2012). Chemla et al (2013a) discutem a estrutura teórica e a complexidade envolvidas nesse cenário, bem como apresentam alguns meios de contornar essa dificuldade. Os autores também propuseram um algoritmo de *pricing*. Kloimüller et al (2014) lidaram com o caso dinâmico através da metaheurística GRASP.

Finalmente, os trabalhos de Chemla et al (2013b) e Erdoğan et al (2015) foram os únicos a considerar as mesmas características que a variante estudada neste trabalho. A Tabela 2.1 apresenta um resumo dos principais trabalhos sobre BRP.

Tabela 2.1: Trabalhos relacionados ao BRP

Trabalho	Ano	Contribuições e/ou abordagem
Nowak et al	2008	Benefícios de cargas fracionadas para o PDP
Nowak et al	2009	Extensão do trabalho anterior
Benchimol et al	2011	Primeiros resultados em complexidade, limites inferiores e algoritmos aproximativos
Contardo et al	2012	Decomposições <i>Dantzig-Wolfe</i> e <i>Benders</i> para o DBRP
Caggiani and Ottomanelli	2013	Modelo de simulação para o rebalanceamento dinâmico de BSS
Chemla et al	2013a	<i>Pricing</i> para o DBRP
Chemla et al	2013b	B&C e busca tabu para a variante do SBRP com um único veículo
Di Gaspero et al	2013a	Otimização por AC e técnicas de CP
Di Gaspero et al	2013b	Dois novos modelos de CP em conjunto com uma LNS
Papazek et al	2013	Abordagem heurística com PILOT/VND/GRASP para o SBRP
Raidl et al	2013	Determinação de cargas ótimas para melhoria do VNS
Rainer-Harbach et al	2013	Abordagem VNS/VND
Raviv et al	2013	Duas formulações MILP com soluções de alta qualidade para instâncias reais
Schuijbroek et al	2013	Formulações CP para rebalanceamento com múltiplos veículos e intervalo de demandas
Dell’Amico et al	2014	Formulações MILP para o SBRP
Erdoğan et al	2014	B&C e decomposição <i>Benders</i> para o SBRP com <i>handling cost</i> e intervalo de demandas
Ho and Szeto	2014	Busca tabu para o problema de entrega e coleta seletiva, uma variante do BRP
Kloimüller et al	2014	GRASP para o DBRP
Papazek et al	2014	Investigações adicionais com GRASP e PR
Rainer-Harbach et al	2014	PILOT/GRASP/VNS para o SBRP
Alvarez-Valdes et al	2015	Previsão de demandas não atendidas no cenário estático com múltiplos veículos
Di Gaspero et al	2015	Dois modelos de CP combinados com LNS para solução de instâncias reais
Erdoğan et al	2015	Primeiro método exato eficaz para instâncias com até 60 estações e um veículo
Forma et al	2015	Abordagem matemática-heurística para o SBRP com múltiplos veículos
Kloimüller et al	2015	Abordagem exata para o rebalanceamento estático com um único veículo e rotas com tempo limite
Pal and Zhang	2015	LNS/VND para o SBRP não-preemptivo
Salazar-G. and Santos-H.	2015	B&C com decomposição <i>Benders</i> para o SP1PDTSP
Dell’Amico et al	2016	Metaheurística destruir e reparar BRP estático com múltiplos veículos

Capítulo 3

Definição do problema e formulação matemática

Neste capítulo serão definidos os conjuntos de variáveis envolvidas na formulação matemática do problema, o objetivo, as restrições e as características envolvidas e, por fim, um mecanismo de checagem de viabilidade de uma solução em tempo polinomial.

Seja n o número de estações, e seja $V = \{1, \dots, n\}$ o conjunto de vértices representando os locais, mais um vértice 0 representando o depósito. Seja A o conjunto de arcos em um grafo direcionado completo $G = (V \cup \{0\}, A)$. Para cada arco $a_{(i,j)} \in A$, há um custo associado c_a , satisfazendo a desigualdade triangular $(c_{(i,j)} + c_{(j,k)} \geq c_{(i,k)}, \forall i, j, k \in V)$.

Para cada $i \in V$, seja $p_i \in \mathbb{Z}$ a quantidade de bicicletas inicialmente armazenadas, $p'_i \in \mathbb{Z}$ o número de bicicletas necessárias na estação i depois da execução do serviço de rebalanceamento, e $d_i = p'_i - p_i$ a demanda total de i . Quando $d_i > 0$, assume-se que i é uma estação de entrega, e quando $d_i < 0$, tem-se uma estação de coleta. Uma estação $i \in V$ pode ter demanda zero ($p_i = p'_i$) e nesse caso visitas à i são opcionais. Ainda, cada estação $i \in V$ tem uma capacidade $q_i \in \mathbb{Z}$. Convenciona-se que o depósito não tem bicicletas nem capacidade de armazenamento, ou seja, $q_0 = p_0 = p'_0 = 0$. Finalmente, seja $Q \in \mathbb{Z}$ a capacidade do veículo.

O objetivo é achar uma rota de custo mínimo que satisfaça as demandas de todas

as estações (ou seja, a quantidade de bicicletas armazenadas no início p_i é modificado para quantidade desejada $p'_i, \forall i \in V$) e não viole os limites de carga mínimo (zero) e máximo (Q) ao longo do ciclo que começa e termina no depósito. Portanto, o número de bicicletas a ser coletado ou entregue em cada estação deve ser determinado apropriadamente de forma que respeite tais restrições.

Por fim, estações podem servir como depósitos temporários (preempção), ou seja, temporariamente fornecer ou armazenar mais bicicletas que sua demanda, sujeito à quantidade de bicicletas disponíveis no momento da visita e respeitando sua capacidade, respectivamente. Ambos os casos requerem visitas adicionais para satisfazer as quantidades apropriadas. Essa estratégia pode levar a melhoria de soluções comparando-se ao caso sem preempção, como mencionado na Seção 1.

3.1 Formulação matemática

Considere as variáveis: para cada arco $a \in A$, x_a assume 1 se o arco faz parte da rota, 0 caso contrário; f_a representa o número de bicicletas transportadas pelo veículo ao atravessar o arco a . Seja C o custo total de uma rota viável, assume-se um limite superior $m_i = C / \min_{j \neq i} c_{(i,j)}$ no número de visitas a i para qualquer solução ótima (Chemla et al, 2013b), para todo $i \in V$ ($m_0 = 2$). Seja V' o conjunto formado pelas m_i possíveis visitas a estação i , e para cada $v = (i, k) \in V'$, o conjunto de variáveis y_v assume 1 se a k -ésima visita à estação i é realizada. Ainda, g_v expressa o número de bicicletas coletadas (se positivo) ou entregues (se negativo) quando o veículo realiza uma visita v . Por fim, para um dado sub-conjunto de estações S , seja $\delta^+(S) = \{(v, w) \in A : v \in S \text{ e } w \notin S\}$ e $\delta^-(S) = \{(v, w) \in A : v \notin S \text{ e } w \in S\}$.

Uma formulação matemática para o SBRP, baseada em Chemla et al (2013b); Salazar-Gonzalez and Santos-Hernandez (2015), é obtida como segue:

$$\min \sum_{a \in A} c_a x_a \tag{3.1}$$

sujeito a:

$$y_{0,k} = 1 \quad \forall k = 1, m_0 \quad (3.2)$$

$$y_{i,k} \geq y_{i,k+1} \quad \forall k = 1, \dots, m_i - 1, \forall i \in V \quad (3.3)$$

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} x_a = \sum_{a \in \delta^-(v)} x_a = y_v \quad \forall v \in V' \quad (3.4)$$

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} x_a \geq y_v + y_w - 1 \quad \forall S \subset V', \forall v \in S, \forall w \in V' \setminus S \quad (3.5)$$

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} f_a - \sum_{a \in \delta^-(v)} f_a = g_v \quad \forall v \in V' \quad (3.6)$$

$$0 \leq f_a \leq Qx_a \quad \forall a \in A \quad (3.7)$$

$$\sum_{l=1}^{m_i} g_{i,l} = d_i \quad \forall i \in V \quad (3.8)$$

$$0 \leq p_i + \sum_{1 \leq l \leq k} g_{i,l} \leq q_i \quad \forall k = 1, \dots, m_i - 1, \forall i \in V \quad (3.9)$$

$$-q_i y_{i,k} \leq g_{i,k} \leq q_i y_{i,k} \quad \forall k = 1, \dots, m_i, \forall i \in V \quad (3.10)$$

$$y_v, x_a \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V', \forall a \in A. \quad (3.11)$$

Assim como em Chemla et al (2013b), que apresentam uma formulação matemática similar, assume-se um limite superior no número de visitas a uma estação para qualquer solução ótima. Essa abordagem, bem como a apresentada nesta seção, é visivelmente intratável devido aos quatro conjuntos de variáveis e ao número de restrições estarem em função de $m_i, i \in \{V \cup 0\}$. Em Salazar-Gonzalez and Santos-Hernandez (2015), assume-se um único limite superior m para todas as estações.

Restrições (3.2) garantem que o depósito é visitado exatamente duas vezes (início e fim da rota). Restrições (3.3) impõem uma ordem nos vértices representando visitas às estações, e restrições (3.4) garantem o mesmo grau entrando e saindo de cada visita v , isto é, $y_v = 1$.

Restrições (3.5) são a eliminação de sub-ciclo. As demandas de cada estação são satisfeitas pelas restrições (3.6) e (3.8), enquanto as restrições (3.7) e (3.9), respectivamente, asseguram que a carga do veículo e de cada estação é respeitada, isto é, sempre entre 0 e sua capacidade. As quantidades de coleta e entrega são definidas em (3.10).

Ainda, o modelo apresentado é uma relaxação da formulação para o SP1PDTSP Salazar-Gonzalez and Santos-Hernandez (2015). No presente trabalho as estações sem demandas podem não ser visitas. Essa formulação é equivalente, exceto por: (i) todas as estações são visitadas ao menos uma vez, e (ii) o depósito é tratado como uma estação qualquer, podendo ser visitado durante a rota, mas limitado a um parâmetro k . Os autores assumem $k = m$, para simplificação da notação, mas lembram que algumas aplicações podem exigir diferentes valores. Para garantir que cada estação seja visitada ao menos uma vez, a seguinte restrição pode ser adicionada ao modelo:

$$y_{i,1} = 1 \quad \forall i \in V \quad (3.12)$$

3.2 Verificação de viabilidade

Como em Chemla et al (2013b), uma rede de fluxos é usada para verificar em tempo polinomial se uma dada sequência de vértices representando as estações (em ordem de visita) é viável ou não, com respeito às quantidades de bicicletas coletadas ou entregues durante as visitas e a capacidade do veículo. Seja $L = i_1, i_2, \dots, i_k$ uma sequência de visitas, em que $i_1 = i_k = 0$. Um grafo direcionado pode ser construído usando os valores p_i, p'_i e q_i para cada estação i na sequência L , como segue:

- Seja s a fonte da rede de fluxo, e para cada vértice i que represente a primeira visita de cada estação na sequência, define-se um conjunto de arcos u_i com capacidade p_i ;
- Seja t o sumidouro da rede de fluxo, e para cada vértice i' representando a última visita de cada estação na sequência, define-se um conjunto de arcos $w_{i'}$ com capacidade p'_i ;
- Para cada $j = 2, \dots, k - 1$ define-se um arco $b_{j,j+1}$ com capacidade Q ; e
- Se uma estação i é visitada mais de uma vez, define-se um arco $d_{e,e+1}$ com capacidade q_i , entre a e -ésima e a $(e + 1)$ -ésima visita a i .

Ao computar o fluxo máximo $s-t$, é possível encontrar as quantidades ótimas de bicicletas coletas e entregues ao longo da sequência L . Para cada estação i , o fluxo resultante dos arcos u e w definem, respectivamente, as quantidades ótimas de bicicletas iniciais $\hat{p}_i$ e finais $\hat{p}'_i$. Fluxos nos arcos b representam o número de bicicletas de i_j para i_{j+1} e fluxos nos arcos d denotam as quantidades de bicicletas presentes na estação i após o veículo realizar a aquela visita. Figura 3.1 apresenta uma rede de fluxo para a sequência $L = 0, 1, 4, 2, 3, 5, 2, 4, 1, 0$, em que s e t correspondem ao depósito.

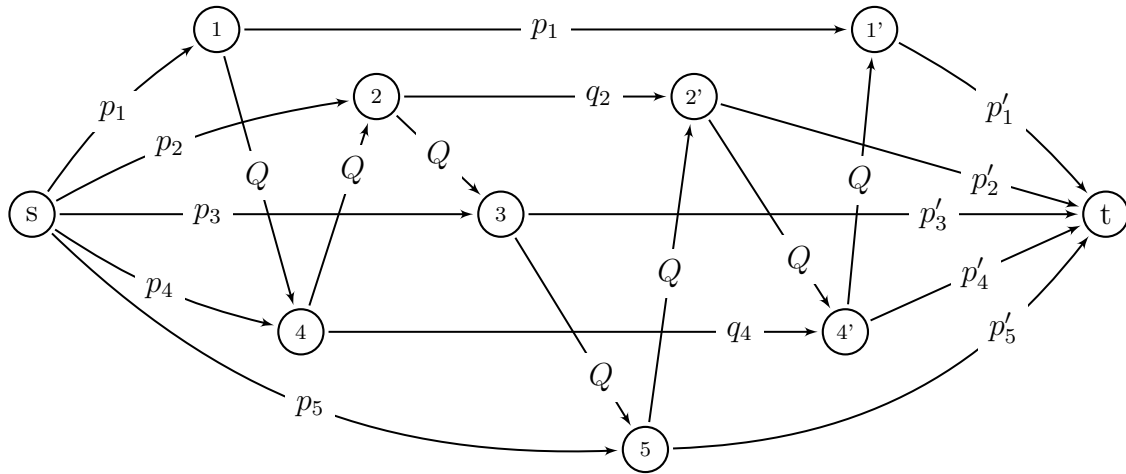


Figura 3.1: Rede de fluxo para verificação de viabilidade

Segundo Chemla et al (2013b), a sequência L induz uma solução viável quando $\hat{p}_i = p_i$, para cada estação i da sequência. Ainda, se um vértice i' não está presente em L , então $\hat{p}_{i'} = \hat{p}'_{i'} = 0$.

Capítulo 4

Uma abordagem metaheurística

Este capítulo apresenta a heurística proposta para resolver o problema de *static bike rebalancing*. O método é baseado no *framework* do *iterated local search* (ILS) e nos trabalhos de Subramanian et al (2008); Chemla et al (2013b). As próximas seções descrevem o algoritmo em detalhes, incluindo a representação de soluções e mecanismos usados para lidar com instâncias mais desafiadoras.

4.1 *Iterated Local Search*

O Algoritmo 1 descreve o *framework* ILS em relação a seus componentes. A ideia principal consiste em considerar um subconjunto menor a ser explorado no procedimento de busca local sobre soluções as melhores soluções temporárias, e mecanismos de perturbação para escapar de ótimos locais e explorar outras regiões. Na fase de busca local, pode-se utilizar métodos de descida ou mesmo outras metaheurísticas, no entanto, a escolha do método impacta diretamente no desempenho do ILS em relação à convergência e à qualidade das soluções encontradas. Em outras palavras, o ILS de maneira iterativa alterna entre as fases de busca local (intensificação), permanecendo uma região do espaço de soluções, e uma fase de perturbação (diversificação), modificando a região do espaço a ser explorado. Dessa forma, durante a intensificação, com uso de algumas estruturas de vizinhanças novas soluções vizinhas são obtidas através

de movimentos relativamente menores, mantendo a as características do ótimo local temporário, enquanto na diversificação, movimentos mais impactantes são aplicados (Souza, 2007).

Algorithm 1 *Framework ILS*

```

1: Procedimento ILS
2:  $s_0 \leftarrow \text{GeracaoSolucaoInicial}$ 
3:  $s^* \leftarrow \text{BuscaLocal}(s_0)$ 
4: while condição de parada não satisfeita do
5:    $s' \leftarrow \text{Perturbacao}(s^*, \text{historico})$ 
6:    $s^{*'} \leftarrow \text{BuscaLocal}(s')$ 
7:    $s^* \leftarrow \text{CritérioDeAceitacao}(s^*, s^{*'}, \text{historico})$ 
8: end while
9: fim ILS.

```

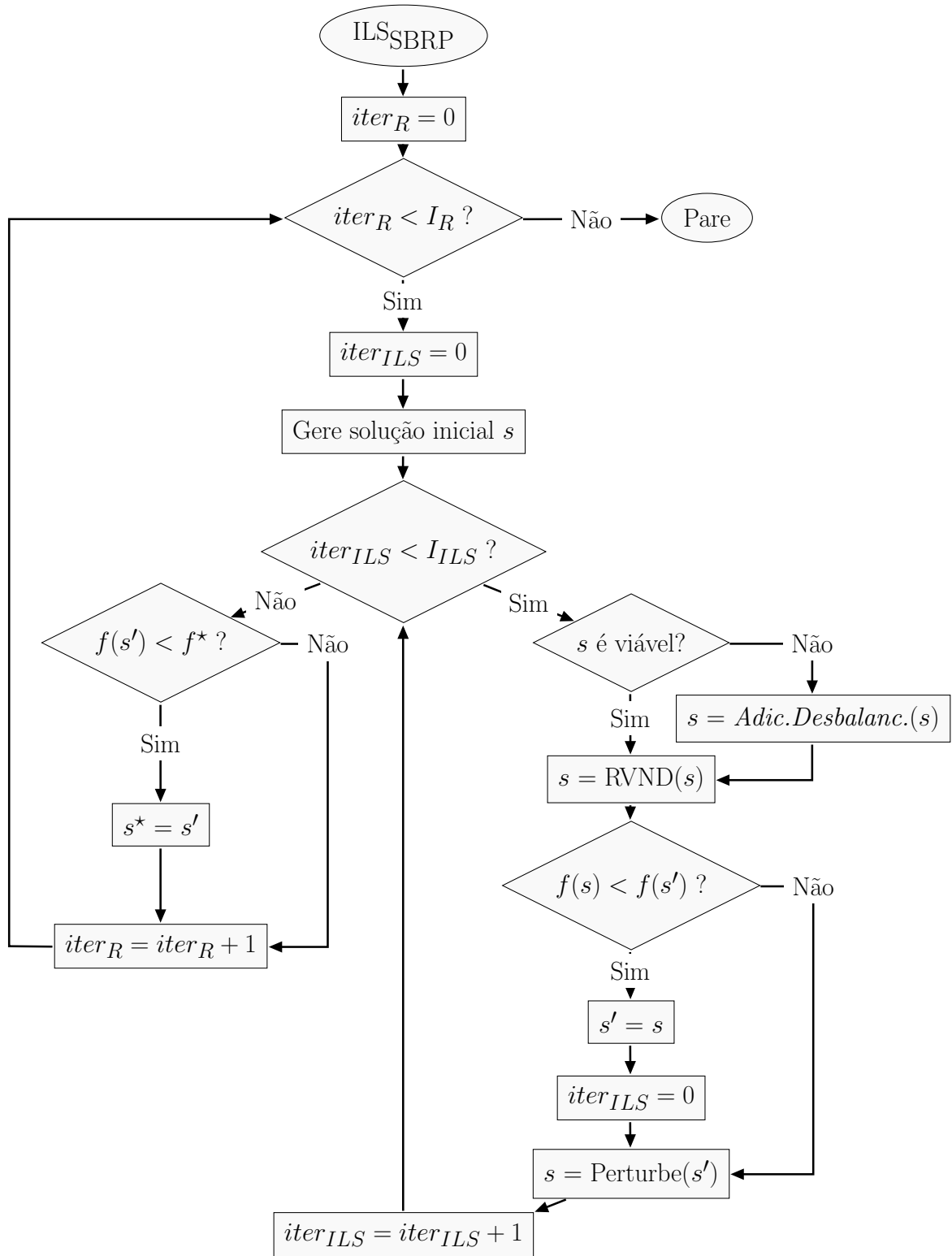
Fonte: Lourenço et al (2003)

4.2 Heurística proposta

A heurística proposta contém um procedimento baseado no método de busca em vizinhança variável integrado à busca local da metaheurística. Como em trabalhos anteriores (por exemplo, Penna et al, 2013b; Silva et al, 2015), adotou-se o RVND, ou seja, a escolha das vizinhanças é feita de maneira aleatória durante a busca.

Mecanismos de perturbação objetivam o escape de ótimos locais. Esses movimentos podem levar a soluções inviáveis. Em oposição à maioria das implementações anteriores do ILS citadas na Seção 1, soluções inviáveis são temporariamente aceitas após a aplicação de movimentos de perturbação. Dessa forma, consegue-se não apenas uma maior diversificação de soluções, mas também escapar de ótimos locais já conhecidos. Essa modificação foi crucial para a performance da heurística proposta. A variante de um único veículo do SBRP, considerada neste trabalho, mostra-se mais desafiadora de resolver do que outros problemas de roteamento de veículo onde o ILS foi aplicado com sucesso, obtendo soluções de alta qualidade considerando apenas a busca em espaços de soluções viáveis.

A metaheurística proposta, chamada de ILS_{SBRP} , combina os elementos mencionados, a saber múltiplos reinícios, busca local, mecanismos de perturbação, e uma fase adicional de reparo de soluções. A Figura 4.1 ilustra o fluxograma do ILS_{SBRP} , onde

Figura 4.1: ILS_{SBRP} flowchart

é possível observar cada uma das etapas do método. Para cada um dos I_R reinícios, uma solução inicial viável é gerada através de um algoritmo de construção guloso e

aleatório (vide Seção 4.5). Em seguida, busca local, perturbação e o procedimento de reparo são sucessivamente aplicados até que um critério de parada seja alcançado, ou seja, quando o número de tentativas consecutivas para escapar de ótimos locais alcança I_{ILS} . Como soluções inviáveis podem ser geradas por mecanismos de perturbação, um procedimento chamado *AdicionarDesbalanceadas* (Chemla et al, 2013b) foi implementado (vide Seção 4.4) com o objetivo de consertar tais soluções. Não obstante, não há garantia de que a nova solução seja viável após a aplicação desse procedimento. Quando uma solução inviável não é totalmente reparada e a busca local não encontra um movimento que leva a uma solução viável, então aquela é descartada. Vale ressaltar que a perturbação é sempre aplicada sobre a melhor solução da iteração. Por fim, ILS_{SBRP} retorna a melhor solução encontrada entre todos os reinícios.

4.3 Representação da solução

Uma solução para a variante do SBRP com um único veículo considerada no presente trabalho pode ser representada como uma sequência de visitas às estações, iniciando e terminando no depósito, em conjunto com a quantidade de bicicletas coletadas ou entregues em cada visita. É importante frisar que a carga do veículo em qualquer etapa da rota pode ser facilmente computada a partir de tal informação.

Três vetores são usados como estrutura de dados: (i) a rota, onde o primeiro e o último elementos são fixados com 0, ou seja, o depósito; (ii) a operação realizada pelo veículo durante a visita, em que valores positivos e negativos indicam a quantidade de bicicletas entregues e coletadas, respectivamente; e (iii) a carga do veículo (ou de maneira análoga, sua capacidade remanescente) durante a rota. A última estrutura pode ser facilmente computada em tempo linear.

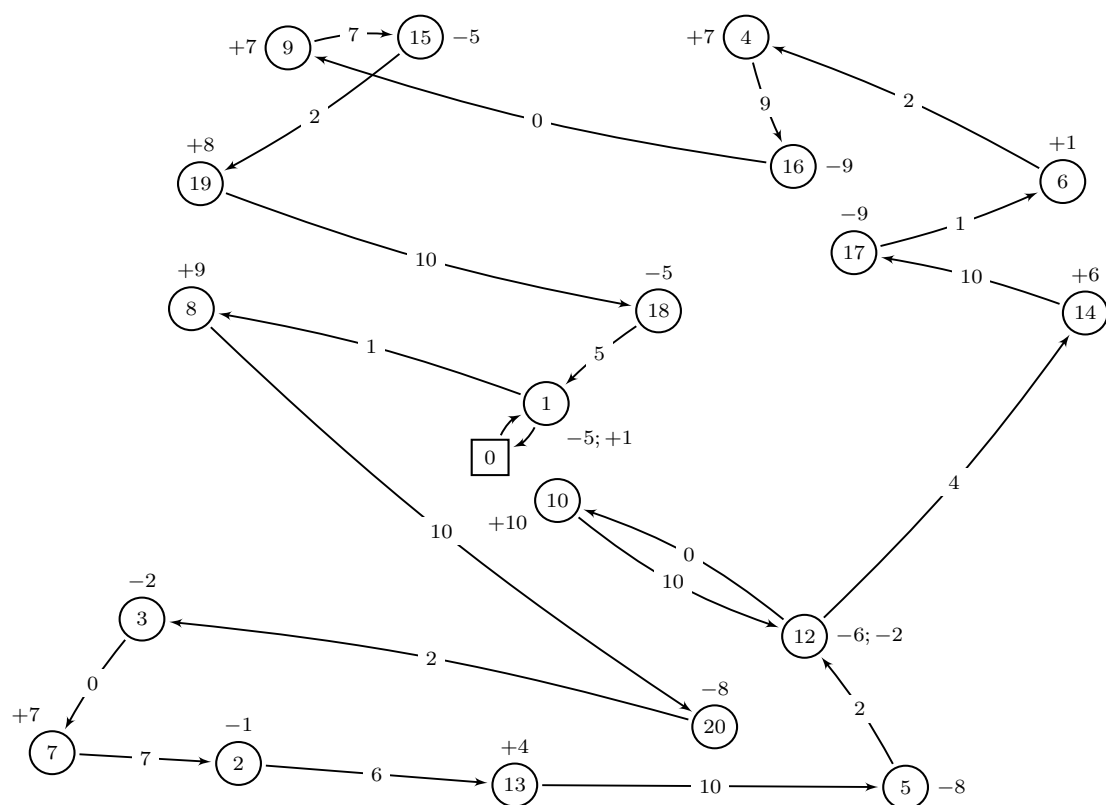
Também foi utilizada uma estrutura de dados que consiste em um mapa chave-valor composto por $|V \cup \{0\}|$ elementos que armazena o número de visitas realizadas à cada estação e ao depósito. Essa estrutura é útil, por exemplo, para verificar se uma solução inclui visitas às todas as estações com demanda.

Figura 4.2a apresenta uma representação gráfica da solução ótima para uma instância de referência da literatura, n20q10D ($n = 20$ e $Q = 10$). Os vértices (estações e

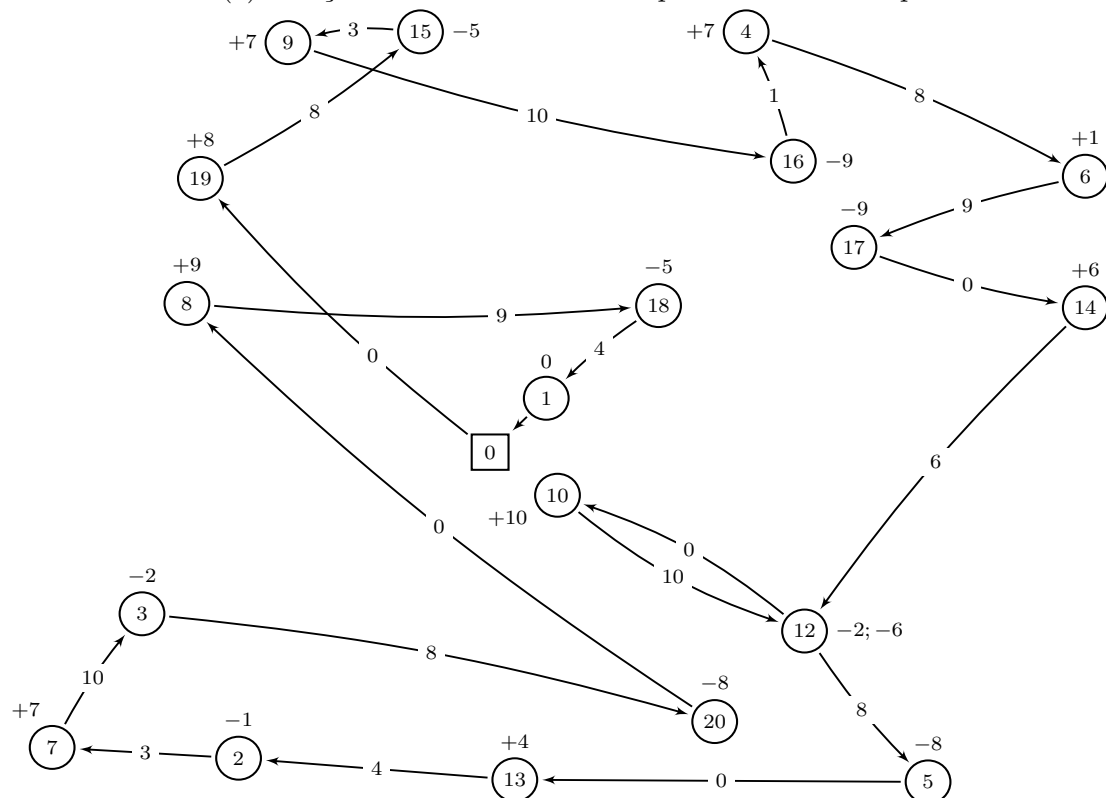
depósitos) são distribuídos espacialmente de acordo com suas coordenadas. Os valores positivos e negativos próximos a cada vértice são os números de bicicletas coletadas e entregues, respectivamente. Os arcos e seus respectivos valores representam o veículo se deslocando à próxima estação na sequência e sua carga, respectivamente. Por exemplo, o veículo entregou 2 bicicletas na primeira visita à estação 12, coletou 10 na estação 10, retornou a 12 para entregar mais 6 (satisfazendo sua demanda de 8) e então deslocou-se até a estação 14 com uma carga de 4 bicicletas.

A solução apresentada na Figura 4.2a faz uso da estratégia de preempção, discutida no Capítulo 1, em que é permitido ocorrer uma coleta temporária na estação 1 (estação de entrega cuja demanda é 4). Dessa forma, sua demanda é acrescida em uma bicicleta. Assim, para satisfazer a demanda, na visita posterior a entrega de 4 bicicletas referente à sua demanda e uma adicional coletada anteriormente.

Em seguida, na Figura 4.2b, a preempção não é permitida, obrigando o veículo a se direcionar diretamente a uma estação de coleta (19 no exemplo). Para esse exemplo, permitir a preempção torna possível a melhoria da solução do caso sem preempção em 54 unidades.



(a) Solução ótima com valor 5989 para instância n20q10D



(b) Solução ótima para variante sem preempção com valor 6043 para instância n20q10D

Figura 4.2: Exemplos de soluções ótimas com preempção e sem preempção no SBRP

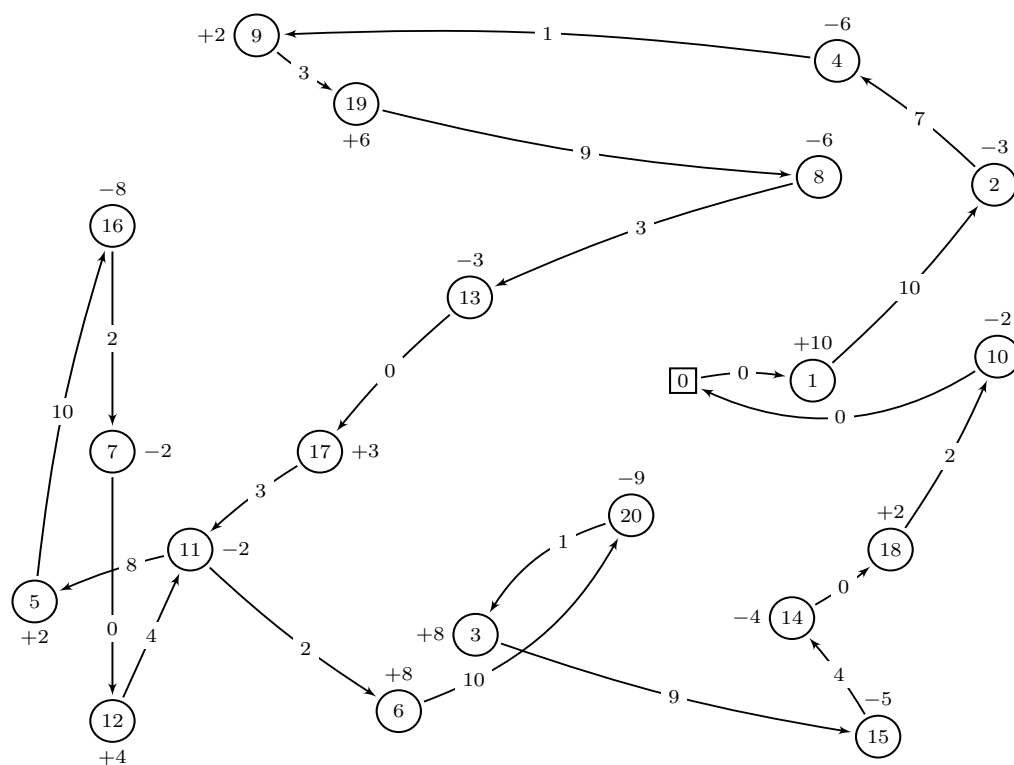
4.4 Reparando soluções inviáveis

Como mencionado, soluções inviáveis são aceitas após movimentos de perturbação. Dessa forma, um procedimento chamado *AdicionarDesbalanceadas*, baseado em (Chemla et al, 2013b), foi implementado, o qual tenta reparar uma solução inviável adicionando à rota (sequência de visitas) novas visitas a estações. Mais precisamente, ambas as estações mais desbalanceadas para mais e para menos, bicicletas em excesso e em falta, respectivamente, são consideradas. Seja i a estação com mais unidades em excesso em relação à sua demanda, e j a estação com mais bicicletas em falta (em relação à sua demanda), três movimentos são possíveis: (i) adicionar os arcos (j, i) e (i, j) após a última visita à j na sequência; (ii) adicionar os arcos (i, j) e (j, i) após a última visita à i na sequência; (iii) se ambos i e j não fazem parte da rota, adicionar (i, j) no final da sequência, antes do retorno ao depósito.

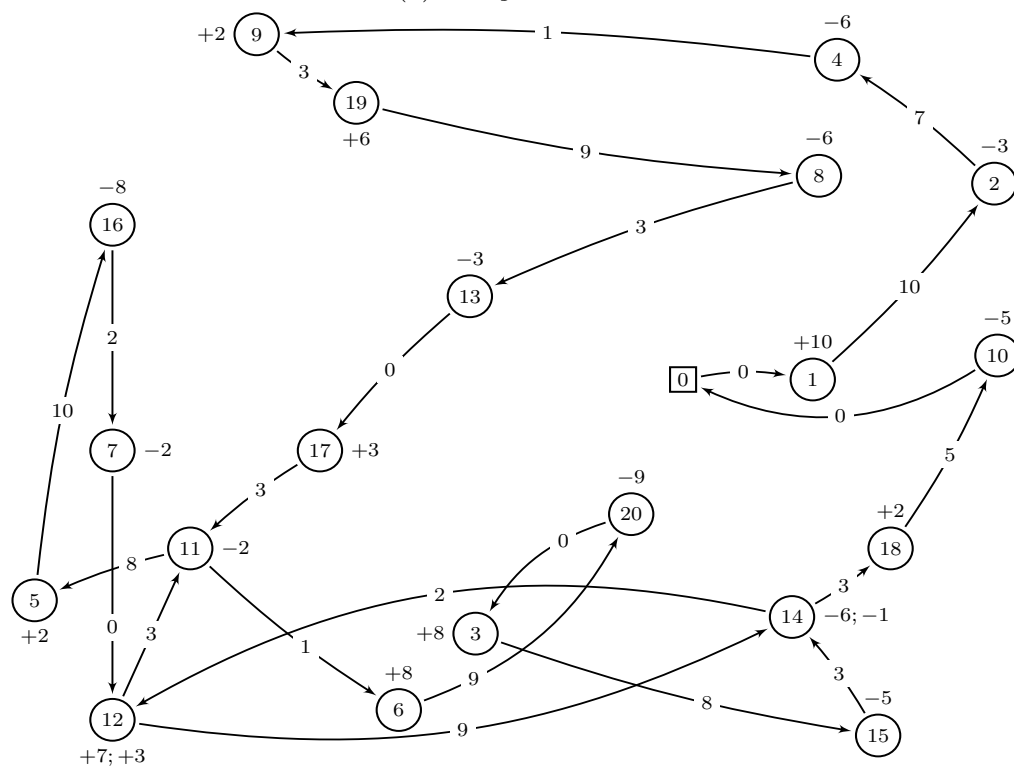
Por exemplo, dado o cenário onde as estações $i = 12$ e $j = 14$ são as mais desbalanceadas. Mais precisamente, i tem 20 bicicletas inicialmente e uma demanda de -10 , ou seja, uma estação de coleta, enquanto j tem armazenadas 3 das 10 bicicletas necessárias (demanda de 7), ou seja, uma estação de entrega. Uma solução inviável é apresentada na Figura 4.3a, em que as demandas das estações mencionadas foram satisfeitas, uma vez que apenas 4 bicicletas foram coletadas na estação 12 (i) e apenas 4 entregues na estação 14 (j). A Figura 4.3b mostra a solução modificada pelo procedimento *AdicionarDesbalanceadas*, de forma que após a adição dos arcos $(14, 12)$ e $(12, 14)$, uma nova e viável configuração de entregas e coletas pôde ser computada pelo procedimento de fluxo máximo descrito na Seção 3.2. Na solução modificada as visitas adicionais complementam a entrega e a coleta das primeiras visitas, satisfazendo as demandas de ambas as estações: no primeiro momento, o veículo entrega 1 bicicletas na estação 14, coleta as 7 restantes na estação 12, agora balanceada, e finalmente atende a demanda da estação 14 em uma segunda visita entregando mais 6 bicicletas.

São necessários $\mathcal{O}(k^2)$ passos para avaliar todos os possíveis movimentos desse procedimento, em que k é o tamanho da sequência de visitas. Vale ressaltar que esse procedimento não leva necessariamente à uma solução viável. No entanto, observou-se experimentalmente que *AdicionarDesbalanceadas* tem uma alta taxa de sucesso em

reparar totalmente soluções inviáveis.



(a) Solução inviável



(b) Solução viável após visitas adicionais à estações desbalanceadas 12 e 14

Figura 4.3: Modificação de solução inviável com visitas às estações desbalanceadas

4.5 Procedimento construtivo

O pseudo-código de um procedimento guloso aleatório é apresentado no Algoritmo 2. O algoritmo armazena e mantém uma lista de vértices abertos (OV) correspondente às estações cujas demandas não foram totalmente atendidas. Estações sem demanda também são incluídas aleatoriamente nessa lista. A fim de garantir uma maior diversidade durante o processo de geração de soluções iniciais, OV é ordenada de forma aleatória (linha 4).

Assumindo que o veículo parte do depósito, o algoritmo de construção de soluções iniciais segue um procedimento guloso selecionando o primeiro vértice a ser inserido no final da rota (antes do retorno ao depósito) cuja demanda é completamente atendida por uma única visita do veículo sem violar os limites de carga ($[0, Q]$), isto é, a quantidade de coleta é menor ou igual à capacidade remanescente do veículo ou a carga transportada pelo veículo é maior igual à demanda de entrega. Em seguida, a carga do veículo é atualizada e a estação atendida é inserida na rota da solução parcial e removida da lista OV (linhas 8–13).

No entanto, é possível chegar em uma situação em que nenhuma estação pode ter sua demanda completamente atendida em uma única visita, seja porque o veículo não tem bicicletas suficientes para entrega, ou a sua capacidade residual não é o bastante para coletar as bicicletas de uma só vez. Portanto, um fracionamento da demanda (*split demand*) se torna necessário. A segunda parte do procedimento construtivo (linhas 15–22) itera sobre OV na busca de uma estação cuja demanda maximize o número de bicicletas que podem ser entregues ou coletadas. Em caso de empate, o critério de maior proximidade é aplicado. A demanda da estação e a capacidade remanescente do veículo são atualizados. O algoritmo então recomeça da linha 5 e todo o procedimento é repetido até que OV esteja vazia. Vale ressaltar que a solução inicial é sempre viável.

4.6 Busca local

Soluções iniciais ou resultantes de um mecanismo de perturbação são possivelmente melhoradas por meio de um procedimento de busca local baseado no RVND, que consiste em examinar diferentes estruturas de vizinhança. Mais precisamente, uma vizi-

Algorithm 2 Procedimento de construção de soluções iniciais

```

1: Procedimento GeraSolucaoInicial
2:  $Q' \leftarrow Q$ 
3:  $Solucao \leftarrow \emptyset$ 
4:  $OV \leftarrow$  Lista com ordem aleatória com todas as estações cujo  $d_i \neq 0$ 
   + estações escolhidas aleatoriamente cujo  $d_i = 0$ 
5: repeat
6:    $inserido \leftarrow FALSE$ 
7:   for all  $i \in OV$  do
8:     if  $d_i \leq Q'$  or  $Q - Q' \geq d_i$  then
9:        $Solucao \leftarrow Solucao \cup i$ 
10:      atualize  $Q'$  e remova  $i$  de  $OV$ 
11:       $inserido \leftarrow TRUE$ 
12:      BREAK
13:     end if
14:   end for
15:   if not  $inserido$  then
16:     for all  $j \in OV$  do
17:       compute  $troca_j$ 
18:     end for
19:      $i \leftarrow \max\{troca_j \mid j \in troca\}$ 
20:      $Solucao \leftarrow Solucao \cup i$ 
21:     atualize  $d_i$ 
22:   end if
23:   atualize  $OV$ 
24:   atualize  $Q'$ 
25: until  $OV \neq \emptyset$ 
26: return  $Solucao$ 
27: end GeraSolucaoInicial.

```

nhança é completamente enumerada e se o melhor vizinho consiste em um movimento de melhoria, então a busca local continua com qualquer uma das vizinhanças (incluindo a última a ser explorada). Caso contrário, uma vizinhança diferente das que falharam em encontrar um movimento é selecionada. O procedimento encerra quando todas as vizinhanças não conseguem melhorar a solução atual. Vale ressaltar que em todas as etapas as vizinhanças são escolhidas aleatoriamente, e apenas movimentos que resultem em soluções viáveis são aceitos.

Foram implementadas as seis estruturas de vizinhanças descritas a seguir.

- *Reinserção* — $N^{(1)}$: Um vértice (visita a uma estação) é removida e então inserida em uma outra posição da sequência.

- *Or-opt2* — $N^{(2)}$: Dois vértices consecutivos são removidos e inseridos em outra posição da sequência.
- *Or-opt3* — $N^{(3)}$: Similar à $N^{(2)}$, três vértices adjacentes são removidos e inseridos em uma outra posição.
- *2-opt* — $N^{(4)}$: Um movimento clássico do PCV; dois arcos não adjacentes são removidos da rota e dois novos são inseridos, isto é, uma sub-sequência de vértices (visitas às estações) da rota é invertida.
- *Swap* — $N^{(5)}$: Permutação de dois vértices (correspondentes à estações diferentes).
- *Supressão* — $N^{(6)}$: Seja uma sequência $L = i_0, i_1, \dots, i_k$, uma lista de *supressão* é composta por visitas às estações $i_j, \forall j \in \{1, \dots, k-1\}$, tal que $p'_{i_j} = p_{i_j}$ (demanda zero) ou $p'_{i_j} \neq p_{i_j}$ e i_j foi visitado mais de uma vez na rota. O melhor movimento consiste em selecionar uma visita para ser removida de L de modo que o custo da solução seja minimizado e a sequência resultante L' seja viável. Por exemplo, Figura 4.4b mostra a remoção de uma visita adicional à estação 2, portanto modificando a sub-sequência 2, 6, 2, 9, 0 para 2, 6, 9, 0. Esta vizinhança foi originalmente proposta por Chemla et al (2013b), mas os autores consideravam qualquer vértice para remoção.

Para cada uma das cinco vizinhanças $N^{(1)}$ a $N^{(5)}$, são necessários $\mathcal{O}(k^2)$ passos para exploração da vizinhança de um solução s com uma sequência de vértices (visitas) L de tamanho k . Para estrutura de vizinhança $N^{(6)}$, a exploração tem complexidade de $\mathcal{O}(k)$, visto que L é verificada linearmente.

Algoritmo 3 mostra o pseudo-código do procedimento RVND. Linha 2 inicializa uma lista de vizinhanças NL com as seis estruturas descritas anteriormente. Linha 11 remove a vizinhança selecionada caso ela falhe em produzir um movimento de melhoria. Sempre que s é melhorada, linha 7, as vizinhanças removidas são adicionadas novamente em NL (linha 8).

As cinco primeiras estruturas de vizinhanças são bem conhecidas na literatura do PCV, enquanto a última é uma vizinhança orientada ao problema. As figuras 4.4a–4.4g são uma visualização gráfica das estações distribuídas em uma região e a uma

Algorithm 3 RVND

```

1: Procedimento RVND( $s$ ,  $currCost$ )
2:  $NL \leftarrow$  Lista de vizinhanças
3: while  $NL \neq \emptyset$  do
4:   Escolha uma vizinhança  $N^{(\eta)} \in NL$  de maneira aleatória
5:    $s' \leftarrow$  melhor vizinho viável  $s \in N^{(\eta)}$ 
6:   if  $f(s') < currCost$  then
7:      $s \leftarrow s'$ 
8:      $currCost \leftarrow f(s')$ 
9:     atualize  $NL$ 
10:  else
11:    remova  $N^{(\eta)}$  de  $NL$ 
12:  end if
13: end while
14: return  $s$ 
15: fm RVND.

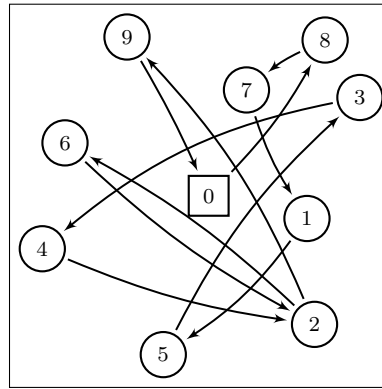
```

sequência de vértices (ordem das visitas) induzidas pelos arcos (iniciando e finalizando em 0, o depósito). A partir de uma solução inicial (Figura 4.4a), as figuras 4.4b–4.4g ilustram as soluções obtidas pela aplicação de uma das estruturas de vizinhança descritas sobre a solução anterior. Por exemplo, Figura 4.4d apresenta uma solução em que um movimento *2-opt* é aplicado sobre a solução apresentada na Figura 4.4c. Para uma melhor visualização, os valores das operações de entrega/coleta bem como a carga do veículo são omitidos.

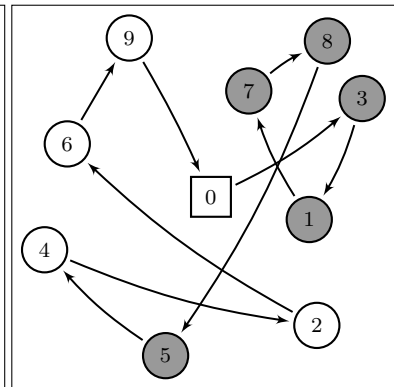
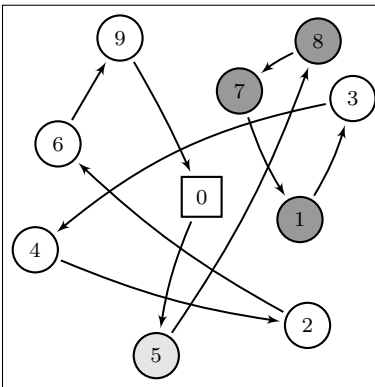
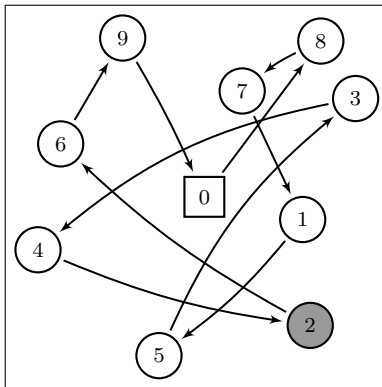
4.7 Mecanismos de perturbação

Na fase de perturbação do ILS_{SBRP}, um dos quatro mecanismos descritos a seguir é selecionado aleatoriamente.

- *AdicionarBuffer* — $P^{(1)}$: Uma visita adicional à uma estação é incluída na sequência, na expectativa de servir como um depósito temporário (*buffer*). O critério da inserção mais barata é adotado, e estações não incluídas na rota são inseridas duas vezes usando o mesmo critério (Chemla et al, 2013b).
- *AdicionarEstacoes* — $P^{(2)}$: Este mecanismo de perturbação generaliza o mecanismo anterior no sentido de adicionar múltiplas visitas à solução, mas com um critério de inserção diferente. Mais precisamente, uma visita adicional (ou duas



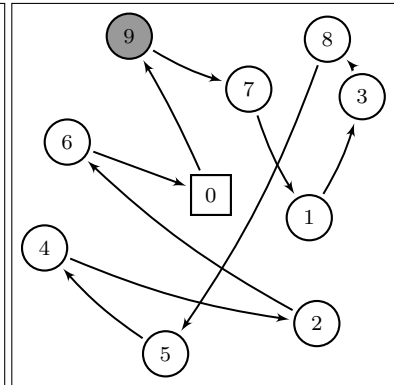
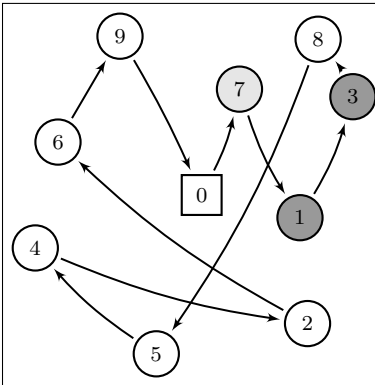
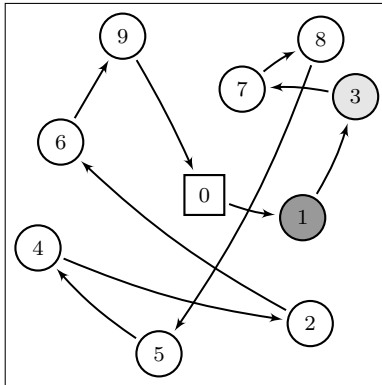
(a) Solução inicial



(b) Supressão da visita à estação 2 após visitar 6

(c) Or-Opt3 de três vértices consecutivos (8, 7 e 1)

(d) 2-opt da sub-sequência 5, 8, 7, 1, 3



(e) Swap entre as visitas às estações 1 e 3

(f) Or-Opt2 dos dois vértices consecutivos 1 e 3

(g) Reinserção da visita à estação 9 antes da visita à 7

Figura 4.4: Exemplos gráficos da aplicação das estruturas de vizinhanças

para estações fora da rota) em até três estações são inseridas ao final de uma sequência (antes do retorno ao depósito). Apenas estações sem múltiplas visitas (no máximo uma visita) são consideradas. Visitas adjacentes à mesma estação são proibidas.

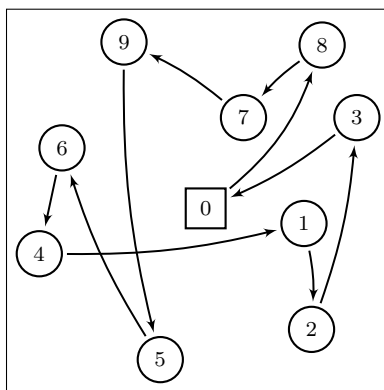
- *Double-Bridge* — $P^{(3)}$: Introduzido por Martin et al (1991) para o PCV, esta

perturbação consiste na permutação de duas sub-sequências. Como resultado, quatro arcos são removidos e quatro novos são adicionados de forma a gerar uma nova sequência.

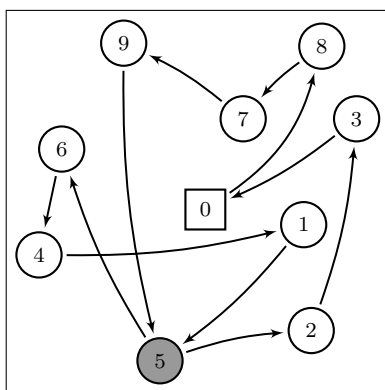
- *Supressão* — $P^{(4)}$: Um movimento de supressão (vide Seção 4.6) é aplicado aleatoriamente; porém, nesse caso, é permitido que a sequência resultante seja inviável.

Figura 4.5 mostra um exemplo de cada uma dos mecanismos descritos anteriormente aplicado em um fase de perturbação sobre uma (suposta) solução ótima local. Figura 4.5b apresenta a perturbação *AdicionarBuffer*, em que uma visita adicional à estação 7 é realizada, para possivelmente agir como um depósito temporário. Na Figura 4.5c, a perturbação *AdicionarEstacoes* adiciona duas visitas aleatórias: uma à estação 8 e outra à estação 6. Finalmente, na Figura 4.5d, o movimento *Double-Bridge* resulta na permutação entre a sub-sequência 6, 4, 1 e a sub-sequência 7, 9. Nos exemplos as soluções resultantes de cada mecanismo é obtida a partir do ótimo local da Figura 4.5a. Da mesma forma que na Seção 4.6, apenas a visualização gráfica das estações em um plano e os arcos das visitas são apresentados.

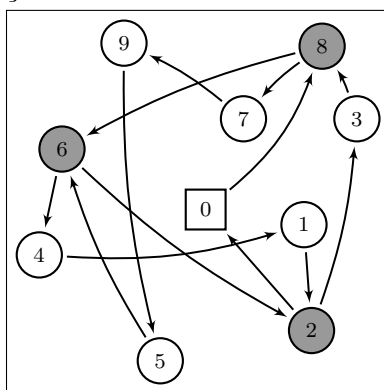
As perturbações $P^{(1)}$ e $P^{(2)}$ tem complexidade $\mathcal{O}(k^2)$, em que k é o número de vértices (visitas) de uma sequência. Por outro lado, $P^{(3)}$ e $P^{(4)}$ são executados em tempo constante ($\mathcal{O}(1)$), pois tanto as sub-sequências em $P^{(3)}$ quanto o vértice a ser removido em $P^{(4)}$ são selecionados aleatoriamente.



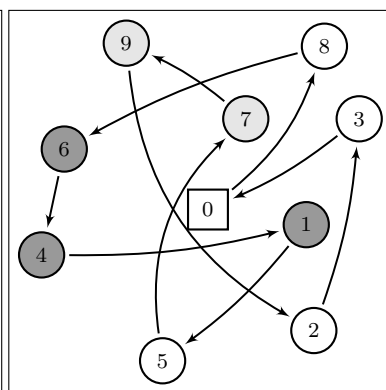
(a) Solução antes da perturbação



(b) *AdicionarBuffer*



(c) *AdicionarEstacoes*



(d) *Double-Bridge*

Figura 4.5: Exemplos da aplicação dos mecanismos de perturbação

Capítulo 5

Resultados computacionais

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos pelo algoritmo proposto, uma comparação com dois outros trabalhos da literatura, bem como uma análise no desempenho de acordo com as características das instâncias, e também um experimento sobre os mecanismos de perturbação propostos. O algoritmo ILS_{SBRP} foi implementado em C++ (g++ 4.6.4) e os experimentos computacionais foram executados em um Intel® Core™ i7-3770 com 3,40 GHz e 16 GB de memória RAM com sistema operacional *Ubuntu* 14.04. Apenas uma *thread* foi utilizada durante os testes.

5.1 Instâncias

As instâncias de referência da literatura (*benchmark*) usadas para testar o algoritmo proposto são as mesmas sugeridas por Hernández-Pérez and Salazar-González (2004a), as quais foram originalmente criadas para o 1-PDTSP. O conjunto de *benchmark* contém instâncias variando de 20 a 500 clientes (estações), e a capacidade do veículo com valores entre 10 e 1000. Para tamanho das instâncias (número de estações e capacidade do veículo), há 10 nomeadas de A a J. As demandas de cada estação são inteiros no intervalo $[-10, 10]$. Chemla et al (2013b) e Erdoğan et al (2015) reportaram resultados apenas para um subconjunto de instâncias, portanto, a fim de comparar os resultados obtidos com aqueles produzidos nos trabalhos citados, o ILS_{SBRP} foi testado

apenas nas instâncias testadas por pelo menos um dos trabalhos (vide Seção 5.4), a saber $n \in \{20, 30, 40, 50, 60, 100\}$, e $Q \in \{10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 1000\}$.

Ademais, para determinar as quantidades de bicicletas iniciais e finais bem como a capacidade de cada estação, os mesmos procedimentos utilizados pelos autores foram adotados: dado o conjunto de n estações V , para cada vértice $i \in V$, tem-se $p_i = \alpha \times 10$, $p'_i = \alpha \times (10 + d_i)$, $q_i = \alpha \times 20$, em que α é um parâmetro. Os experimentos foram conduzidos com $\alpha = 1$ e $\alpha = 3$. Por fim, foi utilizado a mesma convenção de arredondamento para baixo (inteiro mais próximo) dos valores da matriz de custo, da mesma forma que Chemla et al (2013b); Erdoğan et al (2015).

5.2 Impacto dos mecanismos de perturbação

Esta seção descreve um experimento para avaliar o impacto dos mecanismos de perturbação descritos na Seção 4.7, isto é, *AdicionarBuffer* ($P^{(1)}$), *AdicionarEstações* ($P^{(2)}$), *Double-Bridge* ($P^{(3)}$) e *Supressão* ($P^{(4)}$). Em vista disso, 30 instâncias mais desafiadoras foram selecionadas para compor um conjunto de testes para o experimento. De acordo com o *gap*, ou seja, a relação do custo de uma solução e os limites inferiores (*lower bounds*), reportados em Erdoğan et al (2015), foram escolhidas as instâncias cujas soluções encontradas pelo ILS_{SBRP} apresentavam a pior relação. Para cada uma das 30 instâncias, e considerando todas as possíveis combinações entre os mecanismos de perturbação, o ILS_{SBRP} foi executado 10 vezes. Para esses testes, $I_R = 10$ e $I_{ILS} = n$ foram arbitrariamente adotados.

A Tabela 5.1 apresenta o impacto de cada combinação sobre as médias dos *gaps* e dos tempos de CPU para as instâncias. Dos resultados obtidos, a combinação $P^{(2)} + P^{(3)} + P^{(4)}$ oferece um bom custo benefício na relação entre qualidade da solução (*gap* médio $< 1\%$) e tempos computacionais. Logo, nos experimentos descritos no restante deste trabalho foi utilizada essa configuração para os mecanismos de perturbação.

Tabela 5.1: Impacto das diferentes combinações dos mecanismos de perturbação

Perturbações usadas	<i>Gap</i> médio (%)	Tempo (s)
$P^{(1)}$	2,43	244,40
$P^{(2)}$	1,08	773,49
$P^{(3)}$	1,04	498,24
$P^{(4)}$	1,56	249,88
$P^{(1)} + P^{(2)}$	1,27	506,45
$P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(3)}$	1,05	514,41
$P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(3)} + P^{(4)}$	1,11	431,43
$P^{(1)} + P^{(2)} + P^{(4)}$	1,25	417,30
$P^{(1)} + P^{(3)}$	1,21	371,44
$P^{(1)} + P^{(3)} + P^{(4)}$	1,30	331,70
$P^{(1)} + P^{(4)}$	1,78	248,69
$P^{(2)} + P^{(3)}$	0,91	630,29
$P^{(2)} + P^{(3)} + P^{(4)}$	0,99	505,70
$P^{(2)} + P^{(4)}$	1,08	503,75
$P^{(3)} + P^{(4)}$	1,29	341,32

5.3 Calibração de parâmetros

Os parâmetros do ILS_{SBRP} a serem calibrados são o número de reinícios (I_R) e o número máximo de iterações consecutivas do ILS sem melhoria da atual solução ótima local (I_{ILS}). Assim, foi inicialmente ajustado $I_R = 10$, como em Silva et al (2015), em que os autores desenvolveram um ILS capaz de obter as soluções estado da arte do roteamento de veículos com entrega fracionada.

Em implementações anteriores do ILS, como os trabalhos mencionados na Seção 1, o parâmetro equivalente ao I_{ILS} do ILS_{SBRP} foi calibrado baseado no tamanho da instância. Em PRVs (por exemplo, Subramanian, 2012; Penna et al, 2013b; Silva et al, 2015; Vidal et al, 2015), esse parâmetro é usualmente definido como em função do número de clientes e veículos. Em variantes do PCV ou problemas de programação de operações para máquina única (por exemplo, Silva et al, 2012; Subramanian and Battarra, 2013; Subramanian et al, 2014), I_{ILS} foi definido em função do número de clientes (ou tarefas) apenas. Dessa forma, foi decidido utilizar o mesmo raciocínio exposto em Silva et al (2012) definindo $I_{ILS} = \max\{I_{min}, \beta \times n\}$, em que I_{min} e β são parâmetros de entrada. Baseado em Subramanian et al (2014), foi definido $\beta = 4$. Vale ressaltar que I_{min} é crucial para evitar valores muito baixos para I_{ILS} , por exemplo,

para instâncias menores, o que poderia levar a um número insuficiente de iterações do ILS necessárias para obtenção de soluções de alta qualidade (ou mesmo soluções ótimas). Assim, foram testados vários valores para I_{min} , mais especificamente, 100, 120, 140, 160 e 180. Para cada valor, ILS_{SBRP} foi executado 10 vezes para as 30 instâncias selecionadas na Seção 5.2. Os resultados obtidos sugerem que $I_{min} = 160$ apresenta um bom compromisso entre a qualidade das soluções e o tempo de CPU, uma vez que o algoritmo alcançou quase todas as melhores soluções conhecidas em um tempo relativamente curto quando usando esse valor. Consequentemente, foi definido $I_{ILS} = \max\{160, 4 \times n\}$.

5.4 Comparação com a literatura

ILS_{SBRP} foi executado 10 vezes para cada instância com um tempo limite de 1 hora. Os resultados encontrados pelo algoritmo proposto são comparados com os limites superiores *upper bounds* determinados pelas duas versões da metaheurística busca tabu de Chemla et al (2013b). A primeira (TS1) começa a partir de uma solução inicial gerada por um procedimento de construção guloso, enquanto a segunda versão (TS2) recebe de entrada a solução produzida pelo algoritmo *branch-and-cut* proposto pelos autores (que se trata de uma relaxação do problema original) como solução inicial. Resultados detalhados de TS1 e de TS2 estão disponíveis em <http://cermics.enpc.fr/~meunief/SVOCPDP.html>. De acordo com os autores, os valores encontrados nas colunas **UB1** referem-se à melhor solução encontrada por TS1, enquanto a coluna **UB2** apresenta a melhor solução obtida considerando TS1 e TS2. Também é feita uma comparação com os *upper bounds* e *lower bounds* obtidos através da abordagem exata de Erdoğan et al (2015). Ademais, em relação às instâncias de *benchmark* utilizadas, Chemla et al (2013b) realizou os testes com $n \in \{20, 40, 60, 100\}$ e $Q \in \{10, 30, 45, 1000\}$, enquanto Erdoğan et al (2015) considerou $n \in \{20, 30, 40, 50, 60\}$ e $Q \in \{10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 1000\}$.

Chemla et al (2013b) realizaram seus experimentos em um computador com CPU *AMD Athlon* 5600+ de 2,8 GHz e com 16 GB de memória RAM, enquanto Erdoğan et al (2015) executaram seus testes em um *Intel i7* 3,60 GHz com 8 GB de RAM. Por

um lado, uma vez que o *hardware* utilizado por aqueles é bastante inferior a esses, bem como ao *Intel i7 3,40 GHz* utilizado neste trabalho, decidiu-se estimar um fator de aproximação baseado em valores de desempenho por uma única *thread*, reportados em [https://www.cpubenchmark.net/compare.php?cmp\[\]=86&cmp\[\]=896](https://www.cpubenchmark.net/compare.php?cmp[]=86&cmp[]=896), a fim de uma comparação mais igualitária do desempenho no tempo de execução dos métodos. De acordo com o *website* citado, a CPU *AMD Athlon 5600+ 2.8 GHz* é aproximadamente 2,43 vezes mais lenta que o processador usado neste trabalho. Logo, foram considerados os valores de tempo de CPU de Chemla et al (2013b) divididos por um fator de 2,43. Por outro lado, o processador utilizado neste trabalho é bastante equivalente àquele em Erdoğan et al (2015), até mesmo ligeiramente mais lento, então decidiu-se não alterar os valores originais de tempo de execução reportados pelos autores.

5.5 Resultados para instâncias com até 60 estações

Os resultados médios agregados (por grupos de instâncias) para instâncias contendo 20, 30, 40, 50 e 60 estações são reportados nas Tabelas 5.2-5.3, em que ***Instance group*** refere-se ao conjunto de 10 instâncias de um grupo particular (por exemplo, grupo n20q10 contém as 10 instâncias com $n = 20$ e $Q = 10$); ***Gap (%)***, ***UB1 Gap (%)*** and ***UB2 Gap (%)*** correspondem ao *gap* entre os *upper bounds* encontrados por Erdoğan et al (2015), TS1 e TS2, respectivamente, e os *lower bounds* reportados por Erdoğan et al (2015); ***Time (s)***, ***UB1 Time (s)*** and ***UB2 Time (s)*** indicam, respectivamente, o tempo de CPU em segundos nas execuções de Erdoğan et al (2015), TS1 e TS2, em que os dois últimos foram reajustados para o processador deste trabalho (vide Seção 5.4). ***Avg. Gap (%)*** and ***Best Gap (%)*** são os *gaps* entre os *lower bounds* reportados Erdoğan et al (2015) e a média das soluções e da melhor solução, respectivamente, encontrados pelo ILS_{SBRP} nas 10 execuções; ***Avg. Time (s)*** é a média dos tempos computacionais em segundos das 10 execuções do ILS_{SBRP}. ***TT_{UB2} (s)*** refere-se à média de tempo das 10 execuções para encontrar ou melhorar a melhor solução encontrada pela heurística de Chemla et al (2013b) (UB2); e ***Avg. NV*** é a média do número de visitas da solução final encontrada pelo ILS_{SBRP}. Resultados detalhados são reportados no Apêndice A, incluindo as melhores soluções encontradas

considerando todos os experimentos realizados ao longo deste trabalho (*Best of all exp.*).

Da Tabela 5.2, pode-se observar que a qualidade das soluções encontradas pelo ILS_{SBRP} , bem como àquelas encontradas pelo algoritmo de Erdoğan et al (2015), são visivelmente superiores àquelas computadas pela busca tabu de Chemla et al (2013b), principalmente TS1. Tal superioridade se torna ainda mais evidente para $\alpha = 3$, como apresentado na Tabela 5.3. Também, a média dos tempo de CPU gastos pelo ILS_{SBRP} para encontrar ou melhorar as melhores soluções reportadas por Chemla et al (2013b) (UB2) são bem menores na maioria dos casos, sendo por vezes relativamente poucos segundos, exceto para o grupo de instâncias n40q10 com $\alpha = 3$, em que o algoritmo proposto necessitou mais tempo computacional.

Ademais, assumindo os mesmos valores para as demandas, quanto menor a capacidade do veículo, maior o número de visitas às estações. Isso aumenta o tamanho da rota, portanto, afetando o número de procedimentos realizados na busca local, e possivelmente o número de iterações do ILS, uma vez que um número maior de movimentos precisam ser avaliados.

Figuras 5.1-5.2 apresentam o comportamento das médias dos *gaps* e dos tempos de CPU para cada método considerado neste trabalho em relação à variação da capacidade do veículo (Q). Os resultados de TS1 são omitidos pois os *gaps* são bastante altos quando comparados aos obtidos pelos outros algoritmos. Embora a média dos *gaps* do ILS_{SBRP} tendem a ser mais altas para valores muito pequenos de Q , a média do tempo de CPU diminui à medida que Q aumenta, tanto para $\alpha = 1$ quanto para $\alpha = 3$. Um comportamento similar a respeito da performance no tempo computacional pode ser observado na heurística de Chemla et al (2013b), ao contrário do algoritmo de Erdoğan et al (2015), que não apresenta um padrão consistente quando considerado esse aspecto. Também é fácil observar que as instâncias com $Q \geq 20$ e $\alpha = 1$ são mais fácil de se resolver na prática, com *gaps* médios inferiores a 0,1.

Tabela 5.2: Resultados agregados (por grupos de instâncias) para $n \in \{20, 30, 40, 50, 60\}$ e $\alpha = 1$

<i>Instance group</i>	Erdoğan et al. 2015		Chemla et al. 2013b				ILS _{SBRP}				
	<i>Gap</i> (%)	<i>Time</i> (s)	UB1 <i>Gap</i> (%)	UB1 <i>Time</i> (s)	UB2 <i>Gap</i> (%)	UB2 <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> TT _{UB2} (s)	<i>Avg.</i> NV
n20q10	0,00	0,35	2,57	2,75	0,00	3,53	0,06	0,00	5,84	0,38	20,10
n20q15	0,00	0,30	-	-	-	-	0,00	0,00	2,13	-	19,19
n20q20	0,00	0,13	-	-	-	-	0,00	0,00	0,94	-	18,65
n20q25	0,00	0,15	-	-	-	-	0,00	0,00	0,63	-	18,62
n20q30	0,00	1,96	2,47	2,22	0,39	2,38	0,00	0,00	0,62	0,01	18,66
n20q35	0,00	1,12	-	-	-	-	0,00	0,00	0,46	-	18,70
n20q40	0,00	1,22	-	-	-	-	0,00	0,00	0,46	-	18,65
n20q45	0,00	1,13	1,52	2,71	0,01	2,83	0,00	0,00	0,45	0,01	18,62
n20q1000	0,00	0,83	2,43	2,92	0,00	3,04	0,00	0,00	0,45	0,01	18,62
Média	0,00	0,80	2,25	2,65	0,10	2,95	0,01	0,00	1,33	0,10	18,87
n30q10	0,00	6,22	-	-	-	-	0,02	0,00	28,08	-	30,14
n30q15	0,00	3,87	-	-	-	-	0,12	0,00	10,29	-	28,49
n30q20	0,00	163,59	-	-	-	-	0,02	0,02	5,06	-	27,84
n30q25	0,00	5,61	-	-	-	-	0,00	0,00	2,36	-	27,53
n30q30	0,00	82,20	-	-	-	-	0,00	0,00	1,85	-	27,53
n30q35	0,00	293,27	-	-	-	-	0,02	0,00	1,89	-	27,70
n30q40	0,00	584,62	-	-	-	-	0,00	0,00	1,61	-	27,62
n30q45	0,00	221,69	-	-	-	-	0,01	0,00	1,47	-	27,62
n30q1000	0,00	190,20	-	-	-	-	0,00	0,00	1,42	-	27,64
Média	0,00	172,36	-	-	-	-	0,02	0,00	6,00	-	28,01
n40q10	0,00	124,80	3,56	151,92	0,09	1752,75	0,09	0,04	56,89	14,02	39,76
n40q15	0,00	25,55	-	-	-	-	0,01	0,00	21,78	-	37,53
n40q20	0,00	14,72	-	-	-	-	0,01	0,00	9,33	-	37,01
n40q25	0,03	723,88	-	-	-	-	0,04	0,03	5,79	-	36,83
n40q30	0,00	36,56	4,05	92,72	0,00	93,87	0,00	0,00	4,43	0,06	36,79
n40q35	0,00	38,66	-	-	-	-	0,00	0,00	3,36	-	36,77
n40q40	0,00	70,65	-	-	-	-	0,00	0,00	3,13	-	36,79
n40q45	0,00	74,28	4,69	93,63	0,61	94,82	0,00	0,00	2,99	0,04	36,83
n40q1000	0,00	70,17	5,07	112,48	0,77	114,54	0,00	0,00	2,95	0,03	36,82
Média	0,00	131,03	4,34	112,69	0,37	514,00	0,02	0,01	12,29	3,54	37,24
n50q10	0,79	1198,48	-	-	-	-	0,30	0,23	210,98	-	49,64
n50q15	0,43	1970,12	-	-	-	-	0,29	0,23	75,07	-	46,71
n50q20	0,00	295,45	-	-	-	-	0,05	0,00	35,85	-	46,11
n50q25	0,00	272,82	-	-	-	-	0,00	0,00	25,52	-	45,71
n50q30	0,00	177,40	-	-	-	-	0,00	0,00	13,18	-	45,47
n50q35	0,24	1461,09	-	-	-	-	0,16	0,16	10,61	-	45,63
n50q40	0,01	1408,94	-	-	-	-	0,01	0,01	8,83	-	45,48
n50q45	0,00	1221,33	-	-	-	-	0,00	0,00	8,35	-	45,41
n50q1000	0,11	1909,76	-	-	-	-	0,09	0,09	6,70	-	45,44
Média	0,18	1101,71	-	-	-	-	0,10	0,08	43,90	-	46,18
n60q10	1,24	3924,62	13,62	412,18	2,57	4533,96	0,67	0,57	419,95	35,15	60,21
n60q15	0,51	1957,50	-	-	-	-	0,30	0,27	140,29	-	56,48
n60q20	0,00	1285,03	-	-	-	-	0,00	0,00	72,99	-	55,65
n60q25	0,07	943,42	-	-	-	-	0,07	0,07	44,32	-	55,13
n60q30	0,13	1252,65	7,17	416,50	0,57	911,58	0,08	0,07	29,63	2,46	55,22
n60q35	0,13	1096,98	-	-	-	-	0,06	0,05	22,52	-	55,01
n60q40	0,22	2607,91	-	-	-	-	0,19	0,19	21,10	-	55,33
n60q45	0,15	2795,20	7,11	410,29	1,78	427,01	0,16	0,15	19,85	0,43	55,42
n60q1000	0,18	2816,42	7,14	413,87	1,76	515,42	0,18	0,18	16,28	0,49	55,31
Média	0,29	2075,52	8,76	413,21	1,67	1596,99	0,19	0,17	87,44	9,63	55,97

Tabela 5.3: Resultados agregados (por grupos de instâncias) para $n \in \{20, 30, 40, 50, 60\}$ e $\alpha = 3$

<i>Instance group</i>	Erdoğan et al. 2015		Chemla et al. 2013b				ILS _{SBRP}				
	<i>Gap</i> (%)	<i>Time</i> (s)	UB1 <i>Gap</i> (%)	UB1 <i>Time</i> (s)	UB2 <i>Gap</i> (%)	UB2 <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> TT _{UB2} (s)	<i>Avg.</i> NV
n20q10	0,00	0,48	0,73	40,71	0,00	51,72	0,02	0,00	219,94	18,77	39,38
n20q15	0,00	0,32	-	-	-	-	0,01	0,00	46,86	-	29,27
n20q20	0,00	0,37	-	-	-	-	0,01	0,00	32,96	-	27,16
n20q25	0,00	0,39	-	-	-	-	0,00	0,00	12,10	-	22,29
n20q30	0,00	0,35	3,93	3,29	0,00	4,44	0,07	0,00	5,69	0,28	20,03
n20q35	0,00	0,33	-	-	-	-	0,16	0,05	4,46	-	19,71
n20q40	0,00	0,28	-	-	-	-	0,00	0,00	2,72	-	19,34
n20q45	0,00	0,31	3,39	2,67	0,00	3,62	0,00	0,00	2,12	0,05	19,17
n20q1000	0,00	0,93	3,47	2,63	0,00	2,63	0,00	0,00	0,45	0,01	18,60
Média	0,00	0,42	2,88	12,33	0,00	15,60	0,03	0,01	36,37	4,78	23,88
n30q10	0,00	153,85	-	-	-	-	0,04	0,00	1115,36	-	57,39
n30q15	0,00	65,36	-	-	-	-	0,03	0,00	206,32	-	42,47
n30q20	0,00	8,16	-	-	-	-	0,03	0,00	133,46	-	39,38
n30q25	0,00	10,27	-	-	-	-	0,10	0,03	65,47	-	33,97
n30q30	0,00	9,91	-	-	-	-	0,02	0,00	28,78	-	30,12
n30q35	0,00	9,37	-	-	-	-	0,22	0,00	24,29	-	29,83
n30q40	0,00	5,92	-	-	-	-	0,08	0,05	11,85	-	28,32
n30q45	0,00	2,96	-	-	-	-	0,14	0,00	9,96	-	28,49
n30q1000	0,00	221,30	-	-	-	-	0,02	0,00	1,39	-	27,59
Média	0,00	54,12	-	-	-	-	0,08	0,01	177,43	-	35,28
n40q10	0,00	235,42	4,76	408,07	0,39	3983,91	0,07	0,00	2619,68	457,03	73,67
n40q15	0,00	28,83	-	-	-	-	0,05	0,01	390,64	-	53,45
n40q20	0,00	62,22	-	-	-	-	0,01	0,00	331,38	-	50,29
n40q25	0,00	177,39	-	-	-	-	0,06	0,01	136,27	-	43,57
n40q30	0,00	108,31	4,64	101,43	0,00	1524,21	0,10	0,04	57,86	19,28	39,63
n40q35	0,00	304,70	-	-	-	-	0,13	0,03	55,48	-	39,35
n40q40	0,00	21,68	-	-	-	-	0,01	0,00	34,54	-	38,30
n40q45	0,00	25,74	5,14	113,43	0,00	219,71	0,01	0,00	21,41	3,29	37,49
n40q1000	0,00	80,91	4,58	91,08	0,30	95,60	0,00	0,00	2,97	0,03	36,81
Média	0,00	116,13	4,78	178,50	0,17	1455,86	0,05	0,01	405,58	119,91	45,84
n50q10	0,99	2693,41	-	-	-	-	0,33	0,19	3579,49	-	95,30
n50q15	0,00	1702,17	-	-	-	-	0,06	0,03	1503,56	-	69,44
n50q20	0,89	3085,39	-	-	-	-	0,53	0,42	1374,12	-	64,04
n50q25	0,59	2024,55	-	-	-	-	0,34	0,24	544,63	-	54,96
n50q30	0,46	1345,21	-	-	-	-	0,38	0,29	215,59	-	49,75
n50q35	1,27	4212,45	-	-	-	-	0,79	0,59	201,46	-	49,60
n50q40	0,45	3545,41	-	-	-	-	0,45	0,39	143,50	-	48,49
n50q45	0,23	2057,76	-	-	-	-	0,23	0,18	74,94	-	46,75
n50q1000	0,10	1938,98	-	-	-	-	0,09	0,09	6,66	-	45,41
Média	0,55	2511,70	-	-	-	-	0,36	0,27	849,33	-	58,19
n60q10	2,83	3718,02	46,25	401,91	5,97	4524,10	0,63	0,30	3602,77	39,70	115,50
n60q15	2,73	2932,58	-	-	-	-	0,41	0,36	2613,02	-	85,09
n60q20	0,39	3772,60	-	-	-	-	0,26	0,19	2619,83	-	78,76
n60q25	2,63	3636,12	-	-	-	-	0,59	0,46	1153,57	-	67,26
n60q30	2,88	4702,35	13,48	412,35	5,06	4533,51	0,74	0,57	430,87	5,75	60,34
n60q35	2,42	4795,69	-	-	-	-	0,87	0,66	418,48	-	60,05
n60q40	0,46	3829,99	-	-	-	-	0,37	0,31	244,74	-	57,60
n60q45	0,26	2223,52	15,14	413,41	2,04	3840,61	0,26	0,23	136,54	7,77	56,44
n60q1000	0,18	2940,39	7,47	414,81	1,94	483,46	0,18	0,17	15,97	0,11	55,26
Média	1,64	3616,81	20,59	410,62	3,75	3345,42	0,48	0,36	1248,42	13,33	70,70

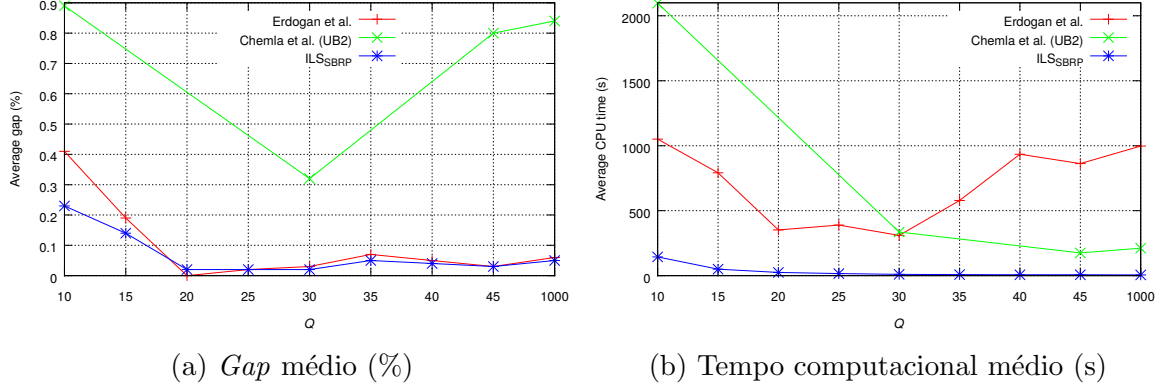


Figura 5.1: Médias dos *gaps* (%) e dos tempos de CPU (s) por Q ($\alpha = 1$)

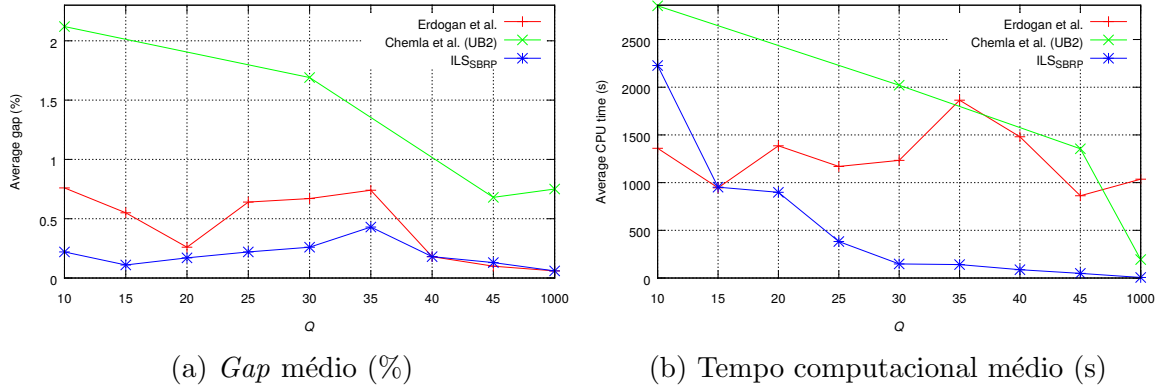


Figura 5.2: Médias dos *gaps* (%) e dos tempos de CPU (s) por Q ($\alpha = 3$)

As Figuras 5.3-5.4 ilustram o comportamento da média dos *gaps* e dos tempos computacionais dos algoritmos à medida que o número de estações aumenta. No geral, a qualidade das soluções obtidas pelo ILS_{SBRP} e pelo algoritmo de Erdoğan et al (2015) são equivalentes (ambos superiores a busca tabu como mencionado anteriormente), exceto para $n = 60$ e $\alpha = 3$, em que o primeiro nitidamente supera o segundo. Ademais, há um aumento considerável nos tempos computacionais de ambos os métodos da literatura para $n > 40$, em contraste ao ILS_{SBRP}, cujo aumento é mais moderado. No entanto, esse desempenho é algo esperado uma vez que os tempos de execução dos algoritmos de Erdoğan et al (2015) e Chemla et al (2013b) tendem à aumentar exponencialmente com o aumento no número de estações (n).

Finalmente, Tabela 5.4 apresenta um resumo das melhores soluções encontradas pelo algoritmo proposto em relação às melhores soluções conhecidas (resultados obtidos por Erdoğan et al (2015)), em quem $\#Opt$ denota o número soluções ótimas, $\#Impr.$

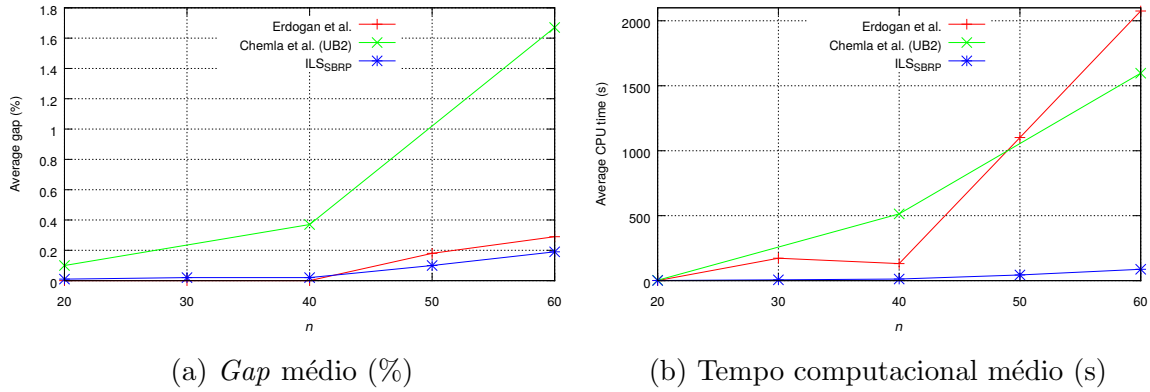


Figura 5.3: Médias dos *gaps* (%) e dos tempos de CPU (s) por n ($\alpha = 1$)

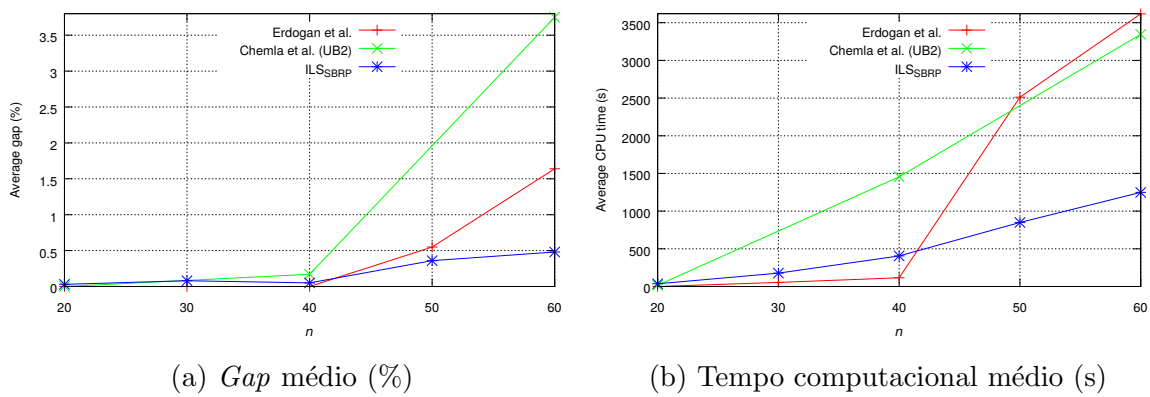


Figura 5.4: Médias dos *gaps* (%) e dos tempos de CPU (s) por n ($\alpha = 1$)

corresponde ao número de soluções melhoradas, $\# \textbf{Equal}$ indica o número de soluções iguais e $\# \textbf{Worse}$ o número de soluções piores. Vale ressaltar que os resultados de Chemla et al (2013b) não foram incluídos nessa tabela pois eles são dominados pelos obtidos neste trabalho para todas as instâncias. Para $\alpha = 1$, o ILS_SBRP encontrou 419 das 424 soluções ótimas conhecidas e melhorou os resultados de 17 das 26 instâncias que permanecem abertas. Para $\alpha = 3$, o ILS_SBRP alcançou 377 das 399 soluções ótimas provadas e melhorou as melhores soluções conhecidas de 44 das 51 instâncias abertas.

5.6 Resultados para instâncias com 100 estações

Tabelas 5.5-5.6 expõe os resultados detalhados encontrados pelo algoritmo proposto e pelas buscas tabu de Chemla et al (2013b) para cada instância contendo 100 estações. Nesse caso, os *gaps* foram computados com respeito aos *lower bounds* reportados em Chemla et al (2013b). Os resultados obtidos mostram que o ILS_SBRP é nitidamente

Tabela 5.4: Resumo do desempenho das melhores soluções agregadas por n

	n	Erdoğan et al. 2015	ILS _{SBRP}			
		# <i>Opt</i>	# <i>Opt</i>	# <i>Impr.</i>	# <i>Equal</i>	# <i>Worse</i>
$\alpha = 1$	20	90	90	0	90	0
	30	90	89	0	89	1
	40	89	87	0	88	2
	50	83	83	5	85	0
	60	72	70	12	76	2
	Total	424	419	17	428	5
$\alpha = 3$	20	90	89	0	89	1
	30	90	87	0	87	3
	40	90	83	0	83	7
	50	69	63	17	67	6
	60	60	55	27	58	5
	Total	399	377	44	384	22

superior àqueles métodos, tanto em termos de qualidade da solução (*gap*) quanto em tempo computacional. No geral, a heurística deste trabalho foi capaz de melhorar significativamente as melhores soluções conhecidas para todas as instâncias.

Por fim, quando considerando $\alpha = 1$, o ILS_{SBRP} gastou, em média, no máximo 8 segundos para encontrar ou melhorar os melhores resultados de Chemla et al (2013b). Em alguns casos, como aqueles com $Q \geq 30$, o algoritmo proposto necessitou, em média, apenas uma fração de segundo para determinar uma solução superior à melhor solução conhecida na literatura. Para $\alpha = 3$, mais tempo foi utilizado, em média, para alcançar os mesmos fins, principalmente para $Q = 10$.

Tabela 5.5: Resultados detalhados para $n = 100$ e $\alpha = 1$

<i>Instance</i>	Chemla et al. 2013b						ILS _{SBRP}						
	UB1		UB1		UB2		<i>Avg. Sol.</i>	<i>Avg. Gap (%)</i>	<i>Best Sol.</i>	<i>Best Gap (%)</i>	<i>Avg. Time (s)</i>	<i>Avg. TT_{UB2} (s)</i>	<i>Avg. NV</i>
	UB1	<i>Gap</i> (%)	<i>Time</i> (s)	UB2	<i>Gap</i> (%)	<i>Time</i> (s)							
n100q10A	14921	45,58	681,15	13273	29,50	4805,44	11283,20	10,09	11258	9,84	3558,39	3,23	97,30
n100q10B	17658	59,29	470,81	14981	35,14	4588,93	12669,20	14,29	12609	13,75	3600,31	5,28	102,20
n100q10C	17138	44,75	617,06	15636	32,07	4758,60	13251,00	11,92	13224	11,69	3600,47	4,72	100,70
n100q10D	19278	57,05	489,29	16586	35,12	4620,98	13832,80	12,69	13783	12,29	3600,54	3,23	98,40
n100q10E	16867	69,73	368,51	12513	25,91	4485,81	10974,90	10,44	10954	10,23	3385,98	6,10	105,70
n100q10F	14759	46,88	486,42	12621	25,60	4603,72	11226,20	11,72	11191	11,37	3600,31	5,26	101,30
n100q10G	16772	63,48	380,01	13820	34,71	4498,96	11186,60	9,04	11160	8,78	3347,66	2,40	100,10
n100q10H	15941	45,21	393,16	14863	35,39	4511,70	12339,70	12,41	12308	12,12	3600,40	4,02	106,70
n100q10I	17799	50,46	485,19	16602	40,34	4603,72	13540,70	14,46	13469	13,86	3600,81	4,15	104,60
n100q10J	20044	75,98	459,71	14988	31,59	4578,66	12491,30	9,67	12462	9,41	3600,54	3,72	96,90
Média	-	55,84	483,13	-	32,54	4605,65	-	11,67	-	11,33	3549,54	4,21	101,39
n100q30A	12175	62,41	518,46	8033	7,16	4634,94	7820,00	4,31	7820	4,31	225,57	1,47	91,00
n100q30B	11066	48,70	537,77	10223	37,37	4657,54	8094,50	8,77	8094	8,76	570,56	0,26	93,50
n100q30C	12106	50,14	430,96	9149	13,47	4549,08	8505,70	5,49	8503	5,46	480,66	0,70	91,80
n100q30D	11317	45,52	589,95	9690	24,60	4706,43	8339,90	7,24	8336	7,19	602,54	0,52	91,10
n100q30E	10446	35,42	451,91	8479	9,92	4569,21	7992,90	3,62	7986	3,53	403,74	1,03	95,90
n100q30F	11960	61,14	373,85	8281	11,57	4497,73	8028,60	8,17	8020	8,05	316,18	1,24	93,40
n100q30G	11290	46,31	490,94	8872	14,97	4609,88	8075,00	4,64	8075	4,64	246,69	0,24	90,00
n100q30H	11144	42,19	387,82	8944	14,12	4503,89	8257,00	5,35	8257	5,35	630,06	0,52	97,00
n100q30I	12112	45,32	450,68	9189	10,25	4568,80	8674,60	4,08	8652	3,81	547,99	1,61	96,50
n100q30J	10636	44,70	560,37	9014	22,63	4678,90	7923,00	7,79	7923	7,79	475,18	0,36	90,40
Média	-	48,19	479,27	-	16,61	4597,64	-	5,95	-	5,89	449,92	0,80	93,06
n100q45A	8494	18,12	757,56	8103	12,69	4876,10	7632,00	6,14	7632	6,14	179,88	0,12	91,00
n100q45B	8838	27,33	391,93	8020	15,54	4508,82	7660,00	10,36	7660	10,36	260,68	0,36	92,50
n100q45C	10056	30,21	435,07	8270	7,09	4551,96	7993,00	3,50	7993	3,50	189,28	0,97	90,40
n100q45D	9442	27,15	614,19	8535	14,94	4729,85	7914,70	6,58	7900	6,38	318,62	0,27	88,20
n100q45E	10258	39,47	613,77	7864	6,92	4729,85	7835,00	6,53	7835	6,53	171,33	7,82	94,10
n100q45F	10348	37,36	485,60	7817	3,76	4602,90	7731,00	2,62	7731	2,62	175,23	1,07	93,30
n100q45G	9856	31,59	668,00	8286	10,63	4791,88	7864,00	4,99	7864	4,99	139,25	0,10	90,00
n100q45H	9506	25,94	481,49	7796	3,28	4597,56	7740,00	2,54	7740	2,54	266,65	5,06	94,00
n100q45I	10334	32,23	426,85	8667	10,90	4543,33	8042,20	2,90	8037	2,84	288,97	0,21	96,10
n100q45J	9021	27,53	536,95	7860	11,12	4656,31	7588,50	7,28	7566	6,96	260,60	0,41	89,70
Média	-	29,69	541,14	-	9,69	4658,86	-	5,34	-	5,29	225,05	1,64	91,93
n100q1000A	8447	18,81	682,38	8199	15,32	4803,38	7453,00	4,83	7453	4,83	132,76	0,10	92,00
n100q1000B	8669	22,76	543,52	8183	15,88	4664,11	7491,00	6,08	7491	6,08	172,13	0,09	93,30
n100q1000C	8692	15,81	647,05	8673	15,56	4766,82	7898,50	5,24	7895	5,19	118,31	0,09	90,10
n100q1000D	10116	41,08	489,71	8363	16,63	4605,78	7572,80	5,61	7565	5,50	163,68	0,11	88,80
n100q1000E	8922	17,62	355,78	8071	6,40	4472,26	7771,00	2,44	7771	2,44	125,79	0,09	94,30
n100q1000F	10348	42,47	483,54	8053	10,87	4602,49	7648,00	5,30	7648	5,30	129,92	0,17	93,10
n100q1000G	10954	45,12	432,19	8516	12,82	4549,49	7817,50	3,57	7813	3,51	96,81	0,06	90,10
n100q1000H	9275	22,86	397,68	7786	3,14	3374,94	7593,00	0,58	7593	0,58	185,62	0,36	94,00
n100q1000I	10145	31,58	399,32	8461	9,74	4517,45	7975,00	3,44	7975	3,44	118,25	0,13	96,00
n100q1000J	9178	30,27	446,57	8655	22,84	4565,93	7315,00	3,82	7315	3,82	117,66	0,06	89,40
Média	-	28,84	487,77	-	12,92	4492,27	-	4,09	-	4,07	136,09	0,13	92,11

Tabela 5.6: Resultados detalhados para $n = 100$ e $\alpha = 3$

<i>Instance</i>	Chemla et al. 2013b						ILS _{SBRP}						
	UB1		UB1		UB2		<i>Avg. Sol.</i>	<i>Avg. Gap (%)</i>	<i>Best Sol.</i>	<i>Best Gap (%)</i>	<i>Avg. Time (s)</i>	<i>Avg. TT_{UB2} (s)</i>	<i>Avg. NV</i>
	UB1	<i>Gap (%)</i>	<i>Time (s)</i>	UB2	<i>Gap (%)</i>	<i>Time (s)</i>							
n100q10A	36057	60,84	5133,28	28277	26,14	9301,11	24121,60	7,60	24014	7,12	3610,42	22,11	97,30
n100q10B	47107	71,99	7200,56	35199	28,51	11434,53	29709,60	8,47	29438	7,48	3631,88	49,10	102,20
n100q10C	50606	72,67	486,01	35779	22,08	4682,60	31802,50	8,51	31540	7,62	3623,25	67,37	100,70
n100q10D	47489	51,18	7768,73	37972	20,88	12010,51	33846,70	7,75	33654	7,14	3641,22	92,56	98,40
n100q10E	41002	75,89	776,05	30222	29,65	4938,55	25092,60	7,64	24917	6,89	3613,53	23,73	105,70
n100q10F	43544	86,70	459,30	28488	22,14	4660,42	25307,10	8,51	25176	7,94	3619,96	50,33	101,30
n100q10G	38539	69,26	454,37	28822	26,58	4629,19	24877,20	9,26	24642	8,23	3616,24	34,89	100,10
n100q10H	44411	67,69	587,89	33853	27,83	4816,94	29039,70	9,65	28794	8,72	3615,54	63,92	106,70
n100q10I	48727	65,76	5187,92	37199	26,54	9423,95	32380,00	10,15	32023	8,94	3643,19	62,52	104,60
n100q10J	45590	66,76	355,78	34086	24,68	4543,33	29373,50	7,44	29147	6,61	3630,50	71,32	96,90
Média	-	68,87	2840,99	-	25,50	7044,11	-	8,50	-	7,67	3624,57	53,79	101,39
n100q30A	16110	55,73	441,64	13366	29,20	4560,58	11278,00	9,02	11258	8,83	3550,25	2,40	91,00
n100q30B	18739	68,61	346,74	15537	39,80	4464,04	12650,70	13,83	12605	13,41	3600,72	4,28	93,50
n100q30C	18871	61,46	437,53	16116	37,89	4577,84	13231,50	13,21	13224	13,14	3600,42	3,55	91,80
n100q30D	18262	49,67	722,23	16419	34,56	4865,01	13786,00	12,98	13783	12,96	3600,72	3,61	91,10
n100q30E	16867	69,83	368,10	13118	32,08	4486,23	10984,10	10,59	10954	10,29	3194,65	3,51	95,90
n100q30F	14838	46,49	453,55	13674	35,00	4569,62	11245,80	11,02	11191	10,48	3600,31	2,21	93,40
n100q30G	16772	69,37	381,66	13262	33,92	4505,12	11183,30	12,93	11160	12,70	3404,20	3,92	90,00
n100q30H	15609	40,53	543,52	14495	30,50	4660,00	12332,80	11,03	12296	10,70	3600,52	4,03	97,00
n100q30I	19159	57,85	266,63	16620	36,93	4410,22	13519,20	11,38	13469	10,97	3600,51	3,48	96,50
n100q30J	20044	78,22	459,71	15423	37,13	4578,66	12513,00	11,26	12462	10,81	3600,43	3,17	90,40
Média	-	59,78	442,13	-	34,70	4567,73	-	11,73	-	11,43	3535,27	3,42	93,06
n100q45A	11372	36,43	717,71	10694	28,30	4833,78	9229,40	10,73	9192	10,28	1597,41	1,78	91,00
n100q45B	16114	74,68	409,59	14520	57,40	4526,08	10233,70	10,93	10209	10,67	2955,64	0,99	92,50
n100q45C	14817	50,09	516,00	13243	34,15	4633,30	10871,50	10,12	10815	9,55	3093,03	1,55	90,40
n100q45D	15845	62,58	424,79	15845	62,58	4540,87	11143,90	14,34	11103	13,92	3562,47	1,03	88,20
n100q45E	11628	32,52	602,68	11400	29,92	4718,34	9521,70	8,51	9498	8,24	1687,03	1,60	94,10
n100q45F	12821	50,90	446,16	12243	44,10	4742,17	9437,70	11,08	9398	10,62	1663,30	1,09	93,30
n100q45G	14829	71,60	436,30	10827	25,29	4553,60	9445,00	9,30	9445	9,30	1215,65	2,09	90,00
n100q45H	13072	42,35	652,80	12319	34,15	4768,87	10226,60	11,37	10206	11,14	2391,88	2,09	94,00
n100q45I	14366	46,89	387,00	14366	46,89	4503,07	10864,10	11,08	10841	10,85	3066,06	1,68	96,10
n100q45J	13989	53,75	494,64	11850	30,24	4611,12	10138,10	11,43	10131	11,35	2469,49	2,09	89,70
Média	-	52,18	508,77	-	39,30	4643,12	-	10,89	-	10,59	2370,20	1,60	91,93
n100q1000A	9402	29,43	469,57	8017	10,36	4590,16	7457,20	2,66	7453	2,60	117,51	0,08	92,00
n100q1000B	8793	25,68	506,96	7595	8,55	4627,14	7491,00	7,07	7491	7,07	182,14	0,82	93,30
n100q1000C	9312	21,43	422,74	8554	11,55	4541,69	7904,30	3,08	7895	2,96	118,19	0,07	90,10
n100q1000D	9832	33,73	531,61	7595	3,31	4649,73	7574,00	3,02	7565	2,90	154,08	26,25	88,80
n100q1000E	8922	15,87	355,78	8071	4,82	707,85	7771,00	0,92	7771	0,92	119,50	0,30	94,30
n100q1000F	9371	28,57	721,41	8783	20,50	4838,30	7648,00	4,93	7648	4,93	124,09	0,06	93,10
n100q1000G	10954	46,16	431,78	8219	9,67	4549,08	7816,50	4,30	7813	4,25	103,84	0,18	90,10
n100q1000H	8829	20,19	549,28	8488	15,55	4666,17	7593,00	3,37	7593	3,37	174,74	0,08	94,00
n100q1000I	10664	40,10	306,07	8149	7,06	4421,73	7975,00	4,78	7975	4,78	124,87	0,38	96,00
n100q1000J	8311	20,04	534,49	7976	15,20	4650,56	7315,00	5,65	7315	5,65	111,68	0,12	89,40
Média	-	28,12	482,97	-	10,66	4224,24	-	3,98	-	3,94	133,06	2,83	92,11

Capítulo 6

Conclusão

Neste trabalho foi proposta uma abordagem heurística baseada no ILS projetado particularmente para uma variante considerada desafiadora do problema de rebalanceamento estático de estações em sistemas de compartilhamento de bicicletas.

Extensos experimentos computacionais foram conduzidos em 980 instâncias de referência na literatura, com o número de estações variando entre 20 e 100. Os resultados foram comparados com os reportados em Chemla et al (2013b) e Erdoğan et al (2015). Para as 900 instâncias contendo até 60 estações, o algoritmo proposto, chamado ILS_{SBRP} , foi capaz de encontrar 796 soluções ótimas das 823 conhecidas (97%), e de melhorar os resultados de 79% (61 das 77) instâncias abertas. O ILS_{SBRP} falhou em encontrar ao menos soluções de mesmo custo às melhores soluções conhecidas em apenas 27 instâncias (3%). Ademais, o *gap* médio entre os limites inferiores computados por Erdoğan et al (2015) e as soluções encontradas pelo ILS_{SBRP} , para cada grupo, foi sempre inferior a 0,7%, portanto ratificando a robustez do método proposto.

Para as 80 instâncias envolvendo 100 estações, o ILS_{SBRP} superou a melhor heurística até então desenvolvida para o problema, provendo soluções de maior qualidade (*gaps* consideravelmente inferiores, em média 68,6% menores) que as melhores soluções conhecidas para todas as instâncias.

6.1 Sugestões de trabalhos futuros

Sugestões de trabalhos futuros incluem a melhoria no processo de checagem de viabilidade ou mesmo o desenvolvimento de um procedimento mais eficiente. No estado atual, esta verificação é responsável pela maior parcela de tempo computacional do algoritmo, em que um algoritmo baseado relativamente custoso de fluxo máximo em redes baseado em Chemla et al (2013b) é utilizado para tarefa. Portanto, quaisquer melhorias nesse procedimento pode diminuir o tempo computacional total.

Outra sugestão é o estudo de demais métodos de reparo de soluções inviáveis, estruturas de vizinhança para busca local e mecanismos de perturbação. Também experimentar outros tipos de hibridização, por exemplo, combinando a heurística proposta com outras heurísticas ou com algoritmos exatos eficientes.

Apesar de considerar a preempção neste trabalho, existem questionamentos da viabilidade de aplicar essa estratégia em programas de compartilhamento de bicicletas existentes, visto que a complexidade envolvida na carga e descarga de estas pode impactar no tempo total da rota. Portanto, outra sugestão de trabalho futuro é um estudo sobre a viabilidade e o impacto da preempção na prática e estender o presente trabalho para a variante sem preempção.

É possível observar uma variabilidade de premissas adotadas por outros autores na literatura, algumas até mesmo impostas pelo BSS utilizado como caso de estudo. Dessa forma, pesquisas futuras podem ser direcionadas para casos particulares com uma ou mais características como visitar obrigatoriamente todas as estações (por exemplo, para verificação da integridade da estação), visitas únicas, custos de carga e descarga (*handling cost*), restrições de tempo ou de distância da rota, múltiplos veículos, troca de cargas entre veículos Raviv et al (2013), etc.

Finalmente, pode-se considerar o cenário dinâmico, sendo necessários também meios de simulação ou de previsão das demandas das estações baseadas no histórico de uso com respeito aos horários.

Referências Bibliográficas

- ALVAREZ-VALDES, R.; BELENGUER, J. M.; BENAVENT, E.; BERMUDEZ, J. D.; MUÑOZ, F.; VERCHER, E.; VERDEJO, F. Optimizing the level of service quality of a bike-sharing system. *Omega*, v. 62, 2015.
- ANILY, S.; HASSIN, R. The swapping problem. *Networks*, v. 22, n. 4, p. 419–433, 1992.
- BENCHIMOL, M.; BENCHIMOL, P.; CHAPPERT, B.; DE LA TAILLE, A.; LAROCHE, F.; MEUNIER, F.; ROBINET, L. Balancing the stations of a self service "bike hire" system. *RAIRO Operations Research*, v. 45, n. 1, p. 33–61, 2011.
- BERBEGLIA, G.; CORDEAU, J.-F.; GRIBKOVSKAIA, I.; LAPORTE, G. Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey. *TOP*, v. 15, n. 1, p. 1–31, 2007.
- BLUM, C.; ROLI, A. Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Comput. Surv.*, v. 35, n. 3, p. 268–308. ISSN 0360-0300. doi: 10.1145/937503.937505. URL <http://doi.acm.org/10.1145/937503.937505>, 2003.
- BOUSSAÏD, I.; LEPAGNOT, J.; SIARRY, P. A survey on optimization metaheuristics. *Information Sciences*, v. 237, p. 82 – 117. ISSN 0020-0255. Prediction, Control and Diagnosis using Advanced Neural Computations, 2013.
- CAGGIANI, L.; OTTOMANELLI, M. A dynamic simulation based model for optimal fleet repositioning in bike-sharing systems. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, v. 87, p. 203–210, 2013.

- CHALASANI, P.; MOTWANI, R. Approximating capacitated routing and delivery problems. *SIAM Journal on Computing*, v. 28, n. 6, p. 2133–2149. ISSN 0097-5397, 1999.
- CHEMLA, D.; MEUNIER, F.; PRADEAU, T.; WOLFLER CALVO, R.; YAHIAOUI, H. Self-service bike sharing systems: simulation, repositioning, pricing. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00824078>. Working paper, 2013a.
- CHEMLA, D.; MEUNIER, F.; CALVO, R. W. Bike sharing systems: Solving the static rebalancing problem. *Discrete Optimization*, v. 10, n. 2, p. 120–146, 2013b.
- CONTARDO, C.; MORENCY, C.; ROUSSEAU, L.-M. Balancing a dynamic public bike-sharing system. Technical report, CIRRELT-2012-09, CIRRELT, Montreal, Canada, 2012.
- DELL’AMICO, M.; HADJICOSTANTINO, E.; IORI, M.; NOVELLANI, S. The bike sharing rebalancing problem: Mathematical formulations and benchmark instances. *Omega*, v. 45, n. 0, p. 7–19. ISSN 0305-0483, 2014.
- DELL’AMICO, M.; IORI, M.; NOVELLANI, S.; STÜTZLE, T. A destroy and repair algorithm for the bike sharing rebalancing problem. *Computers & Operations Research*, v. 71, 2016.
- DEMAIO, P. Bike-sharing: History, impacts, models of provision, and future. *Journal of Public Transportation*, v. 12, n. 4, p. 3, 2009.
- DI GASPERO, L.; RENDL, A.; URLI, T. Constraint-based approaches for balancing bike sharing systems. *Principles and Practice of Constraint Programming*, volume 8124 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 758–773. Springer, 2013a.
- DI GASPERO, L.; RENDL, A.; URLI, T. A hybrid ACO+CP for balancing bicycle sharing systems. *Hybrid Metaheuristics*, volume 7919 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 198–212. Springer, 2013b.
- DI GASPERO, L.; RENDL, A.; URLI, T. Balancing bike sharing systems with constraint programming. *Constraints*, v. 21, p. 1–31, 2015.

- ERDOĞAN, G.; BATTARRA, M.; CALVO, R. W. An exact algorithm for the static rebalancing problem arising in bicycle sharing systems. *European Journal of Operational Research*, v. 245, n. 3, p. 667–679, 2015.
- ERDOĞAN, G.; LAPORTE, G.; CALVO, R. W. The static bicycle relocation problem with demand intervals. *European Journal of Operational Research*, v. 238, n. 2, p. 451–457, 2014.
- FORMA, I. A.; RAVIV, T.; TZUR, M. A 3-step math heuristic for the static repositioning problem in bike-sharing systems. *Transportation research part B: methodological*, v. 71, p. 230–247, 2015.
- HERNÁNDEZ-PÉREZ, H.; RODRÍGUEZ-MARTÍN, I.; SALAZAR-GONZÁLEZ, J.-J. A hybrid grasp/vnd heuristic for the one-commodity pickup-and-delivery traveling salesman problem. *Computers & Operations Research*, v. 36, n. 5, p. 1639 – 1645. ISSN 0305-0548. Selected papers presented at the Tenth International Symposium on Locational Decisions (ISOLDE X), 2009.
- HERNÁNDEZ-PÉREZ, H.; SALAZAR-GONZÁLEZ, J.-J. A branch-and-cut algorithm for a traveling salesman problem with pickup and delivery. *Discrete Applied Mathematics*, v. 145, p. 126–139, 2004a.
- HERNÁNDEZ-PÉREZ, H.; SALAZAR-GONZÁLEZ, J.-J. Heuristics for the one-commodity pickup-and-delivery traveling salesman problem. *Transportation Science*, v. 38, p. 245–255, 2004b.
- HERNÁNDEZ-PÉREZ, H.; SALAZAR-GONZÁLEZ, J.-J. The one-commodity pickup-and-delivery traveling salesman problem: Inequalities and algorithms. *Networks*, v. 50, n. 4, p. 258–272. ISSN 1097-0037, 2007.
- HO, S. C.; SZETO, W. Solving a static repositioning problem in bike-sharing systems using iterated tabu search. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, v. 69, n. 0, p. 180–198. ISSN 1366-5545, 2014.
- KLOIMÜLLNER, C.; PAPAZEK, P.; HU, B.; RAIDL, G. R. Balancing bicycle sharing systems: An approach for the dynamic case. *Evolutionary Computation in Combi-*

- natorial Optimisation*, volume 7832 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 73–84, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg, 2014.
- KLOIMÜLLNER, C.; PAPAZEK, P.; HU, B.; RAIDL, G. R. A cluster-first route-second approach for balancing bicycle sharing systems. *Computer Aided Systems Theory — EUROCAST 2015*, volume 9520 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 439–446. Springer, 2015.
- LOURENÇO, H. R.; MARTIN, O. C.; STÜTZLE, T. *Handbook of Metaheuristics*, Chapter Iterated Local Search, p. 320–353. Springer US, Boston, MA, 2003.
- MARTIN, O.; OTTO, S. W.; FELTEN, E. W. Large-step markov chains for the traveling salesman problem. *Complex Systems*, v. 5, p. 299–326, 1991.
- MLADENović, N.; UROŠEVIĆ, D.; HANAFI, S.; ILIĆ, A. A general variable neighborhood search for the one-commodity pickup-and-delivery travelling salesman problem. *European Journal of Operational Research*, v. 220, n. 1, p. 270 – 285. ISSN 0377-2217, 2012.
- NAGY, G.; WASSAN, N. A.; SPERANZA, M. G.; ARCHETTI, C. The vehicle routing problem with divisible deliveries and pickups. *Transportation Science*, v. 49, n. 2, p. 271–294, 2013.
- NOWAK, M.; ERGUN, Ö.; III, C. C. W. Pickup and delivery with split loads. *Transportation Science*, v. 42, n. 1, p. 32–43, 2008.
- NOWAK, M.; ERGUN, Ö.; III, C. C. W. An empirical study on the benefit of split loads with the pickup and delivery problem. *European Journal of Operational Research*, v. 198, n. 3, p. 734–740, 2009.
- OSMAN, I.; KELLY, J. *Meta-Heuristics: Theory and Applications*. Springer US, 2012.
- PAES, B. C.; SUBRAMANIAN, A.; OCHI, L. S. Uma heurística híbrida para o problema do caixeiro viajante com coleta e entrega envolvendo um único tipo de produto. *Anais do XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (XLII SBPO)(Bento Gonçalves, RS, Brasil, 2010)*, p. 1513–1524, 2010.

- PAL, A.; ZHANG, Y. Free-floating bike sharing: Solving real-life large-scale static rebalancing problems. Technical report, University of South Florida, 2015.
- PAPAZEK, P.; KLOIMÜLLNER, C.; HU, B.; RAIDL, G. R. Balancing bicycle sharing systems: an analysis of path relinking and recombination within a grasp hybrid. *Parallel Problem Solving from Nature — PPSN XIII*, volume 8672 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 792–801. Springer, 2014.
- PAPAZEK, P.; RAIDL, G. R.; RAINER-HARBACH, M.; HU, B. A PILOT / VND / GRASP hybrid for the static balancing of public bicycle sharing systems. *Computer Aided Systems Theory — EUROCAST 2013*, volume 8111 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 372–379. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- PENNA, P. H. V.; SUBRAMANIAN, A.; OCHI, L. S. An iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Journal of Heuristics*, v. 19, n. 2, p. 201–232. ISSN 1381-1231, 2013a.
- PENNA, P. H. V.; SUBRAMANIAN, A.; OCHI, L. S. An iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Journal of Heuristics*, v. 19, p. 201–232, 2013b.
- RAIDL, G. R.; HU, B.; RAINER-HARBACH, M.; PAPAZEK, P. Balancing bicycle sharing systems: Improving a vns by efficiently determining optimal loading operations. *Hybrid Metaheuristics*, volume 7919 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 130–143. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- RAINER-HARBACH, M.; PAPAZEK, P.; HU, B.; RAIDL, G. Balancing bicycle sharing systems: A variable neighborhood search approach. *Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, volume 7832 of *Lecture Notes in Computer Science*, p. 121–132. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- RAINER-HARBACH, M.; PAPAZEK, P.; RAIDL, G. R.; HU, B.; KLOIMÜLLNER, C. PILOT, GRASP, and VNS approaches for the static balancing of bicycle sharing systems. *Journal of Global Optimization*, v. 63, n. 3, p. 597–629, 2014.

- RAVIV, T.; TZUR, M.; FORMA, I. A. Static repositioning in a bike-sharing system: models and solution approaches. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, v. 2, n. 3, p. 187–229, 2013.
- SALAZAR-GONZALEZ, J.-J.; SANTOS-HERNANDEZ, B. The split-demand one-commodity pickup-and-delivery travelling salesman problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 75, p. 58–73, 2015.
- SCHUIJBROEK, J.; HAMPSHIRE, R.; VAN HOEVE, W.-J. Inventory rebalancing and vehicle routing in bike sharing systems. Technical report, Carnegie Mellon University, 2013.
- SILVA, M. M.; SUBRAMANIAN, A.; VIDAL, T.; OCHI, L. S. A simple and effective metaheuristic for the minimum latency problem. *European Journal of Operational Research*, v. 221, n. 3, p. 513–520, 2012.
- SILVA, M. M.; SUBRAMANIAN, A.; OCHI, L. S. An iterated local search heuristic for the split delivery vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, v. 53, p. 234–249, 2015.
- SOUZA, M. J. F. Inteligência computacional para otimização. Notas de Aula. Universidade Federal de Ouro Preto, 2007.
- SUBRAMANIAN, A.; BATTARRA, M. An iterated local search algorithm for the travelling salesman problem with pickups and deliveries. *Journal of the Operational Research Society*, v. 64, n. 3, p. 402–409, 2013.
- SUBRAMANIAN, A. *Heuristic, exact and hybrid approaches for vehicle routing problems*. PhD thesis, Ph. D. thesis, Universidade Federal Fluminense, Niterói, Brazil, 2012.
- SUBRAMANIAN, A.; BATTARRA, M.; POTTS, C. N. An iterated local search heuristic for the single machine total weighted tardiness scheduling problem with sequence-dependent setup times. *International Journal of Production Research*, v. 52, n. 9, p. 2729–2742, 2014.

- SUBRAMANIAN, A.; DOS ANJOS FORMIGA CABRAL, L.; OCHI, L. S. An efficient heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Technical Report RT07/08, Universidade Federal Fluminense, 2008.
- SUBRAMANIAN, A.; DRUMMOND, L. M. D. A.; BENTES, C.; OCHI, L. S.; FARIAS, R. A parallel heuristic for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Computers & Operations Research*, v. 37, n. 11, p. 1899–1911, 2010.
- TALBI, E. *Metaheuristics: From Design to Implementation*. Wiley Series on Parallel and Distributed Computing. Wiley, 2009.
- VIDAL, T.; BATTARRA, M.; SUBRAMANIAN, A.; ERDOĞAN, G. Hybrid metaheuristics for the clustered vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*., v. 58, p. 87 – 99. ISSN 0305-0548, 2015.

Apêndice A

Resultados detalhados

Este apêndice apresenta os resultados detalhados para instâncias com até 60 estações, encontrados pelo ILS_{SBRP}, bem como aqueles obtidos pelo algoritmo exato de Erdoğan et al (2015) para fins de comparação.

Tabela A.1: Resultados detalhados para $n \in \{20, 30, 40, 50, 60\}$ e $\alpha = 1$

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> NV	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n20q10A	4702	4702	0,00	0,26	4702,00	0,00	4702	0,00	2,93	18,00	4702
n20q10B	4769	4769	0,00	0,11	4769,00	0,00	4769	0,00	4,04	19,00	4769
n20q10C	6012	6012	0,00	0,68	6012,00	0,00	6012	0,00	18,64	24,00	6012
n20q10D	5989	5989	0,00	0,20	5989,00	0,00	5989	0,00	7,77	20,00	5989
n20q10E	6245	6245	0,00	1,31	6245,00	0,00	6245	0,00	8,81	20,00	6245
n20q10F	4717	4717	0,00	0,25	4717,00	0,00	4717	0,00	3,49	22,00	4717
n20q10G	5070	5070	0,00	0,07	5070,00	0,00	5070	0,00	2,74	19,10	5070
n20q10H	5542	5542	0,00	0,30	5575,20	0,60	5542	0,00	2,77	19,90	5542
n20q10I	4576	4576	0,00	0,14	4576,00	0,00	4576	0,00	5,07	21,00	4576
n20q10J	4078	4078	0,00	0,16	4078,00	0,00	4078	0,00	2,12	18,00	4078
n20q15A	3948	3948	0,00	0,21	3948,00	0,00	3948	0,00	0,97	17,00	3948
n20q15B	4174	4174	0,00	0,05	4174,00	0,00	4174	0,00	1,31	19,00	4174
n20q15C	5137	5137	0,00	1,20	5137,00	0,00	5137	0,00	4,12	21,00	5137
n20q15D	5446	5446	0,00	0,44	5446,00	0,00	5446	0,00	5,31	20,00	5446
n20q15E	5560	5560	0,00	0,60	5560,80	0,01	5560	0,00	3,73	18,90	5560
n20q15F	4290	4290	0,00	0,04	4290,00	0,00	4290	0,00	1,60	21,00	4290
n20q15G	4489	4489	0,00	0,08	4489,00	0,00	4489	0,00	1,03	19,00	4489
n20q15H	4559	4559	0,00	0,11	4559,00	0,00	4559	0,00	1,27	19,00	4559
n20q15I	4051	4051	0,00	0,08	4051,00	0,00	4051	0,00	0,88	19,00	4051

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n20q15J	3905	3905	0,00	0,22	3905,00	0,00	3905	0,00	1,13	18,00	3905
n20q20A	3585	3585	0,00	0,06	3585,00	0,00	3585	0,00	0,53	17,00	3585
n20q20B	4073	4073	0,00	0,03	4073,00	0,00	4073	0,00	1,10	18,00	4073
n20q20C	4486	4486	0,00	0,15	4486,00	0,00	4486	0,00	2,20	20,00	4486
n20q20D	4674	4674	0,00	0,35	4674,00	0,00	4674	0,00	1,73	19,00	4674
n20q20E	4599	4599	0,00	0,29	4599,00	0,00	4599	0,00	1,04	18,00	4599
n20q20F	4108	4108	0,00	0,09	4108,00	0,00	4108	0,00	0,44	20,00	4108
n20q20G	4351	4351	0,00	0,10	4351,00	0,00	4351	0,00	0,49	19,00	4351
n20q20H	4143	4143	0,00	0,06	4143,00	0,00	4143	0,00	0,60	19,00	4143
n20q20I	4051	4051	0,00	0,11	4051,00	0,00	4051	0,00	0,69	19,00	4051
n20q20J	3674	3674	0,00	0,08	3674,00	0,00	3674	0,00	0,57	17,50	3674
n20q25A	3583	3583	0,00	0,06	3583,00	0,00	3583	0,00	0,40	17,00	3583
n20q25B	3792	3792	0,00	0,04	3792,00	0,00	3792	0,00	0,41	18,00	3792
n20q25C	4189	4189	0,00	0,07	4189,00	0,00	4189	0,00	1,43	20,00	4189
n20q25D	4226	4226	0,00	0,41	4226,00	0,00	4226	0,00	0,85	19,00	4226
n20q25E	4556	4556	0,00	0,32	4556,00	0,00	4556	0,00	0,83	18,00	4556
n20q25F	4108	4108	0,00	0,11	4108,00	0,00	4108	0,00	0,40	20,00	4108
n20q25G	4216	4216	0,00	0,24	4216,00	0,00	4216	0,00	0,45	19,00	4216
n20q25H	3992	3992	0,00	0,07	3992,00	0,00	3992	0,00	0,48	19,00	3992
n20q25I	3960	3960	0,00	0,08	3960,00	0,00	3960	0,00	0,60	19,00	3960
n20q25J	3650	3650	0,00	0,10	3650,00	0,00	3650	0,00	0,45	17,20	3650
n20q30A	3583	3583	0,00	0,03	3583,00	0,00	3583	0,00	0,36	17,00	3583
n20q30B	3792	3792	0,00	0,03	3792,00	0,00	3792	0,00	0,37	18,00	3792
n20q30C	4184	4184	0,00	16,48	4184,00	0,00	4184	0,00	1,19	20,00	4184
n20q30D	4089	4089	0,00	0,14	4089,00	0,00	4089	0,00	1,20	19,00	4089
n20q30E	4388	4388	0,00	2,28	4388,00	0,00	4388	0,00	0,90	18,00	4388
n20q30F	4108	4108	0,00	0,18	4108,00	0,00	4108	0,00	0,37	20,00	4108
n20q30G	4216	4216	0,00	0,12	4216,00	0,00	4216	0,00	0,39	19,00	4216
n20q30H	3992	3992	0,00	0,13	3992,00	0,00	3992	0,00	0,42	19,00	3992
n20q30I	3960	3960	0,00	0,07	3960,00	0,00	3960	0,00	0,55	19,00	3960
n20q30J	3650	3650	0,00	0,12	3650,00	0,00	3650	0,00	0,42	17,60	3650
n20q35A	3583	3583	0,00	0,03	3583,00	0,00	3583	0,00	0,37	17,30	3583
n20q35B	3792	3792	0,00	0,04	3792,00	0,00	3792	0,00	0,35	18,00	3792
n20q35C	4045	4045	0,00	7,82	4045,00	0,00	4045	0,00	0,71	20,00	4045
n20q35D	3806	3806	0,00	1,83	3806,00	0,00	3806	0,00	0,48	19,00	3806
n20q35E	4277	4277	0,00	0,87	4277,00	0,00	4277	0,00	0,56	18,00	4277
n20q35F	4108	4108	0,00	0,18	4108,00	0,00	4108	0,00	0,37	20,00	4108
n20q35G	4216	4216	0,00	0,14	4216,00	0,00	4216	0,00	0,37	19,00	4216
n20q35H	3992	3992	0,00	0,14	3992,00	0,00	3992	0,00	0,42	19,00	3992
n20q35I	3960	3960	0,00	0,07	3960,00	0,00	3960	0,00	0,52	19,00	3960
n20q35J	3650	3650	0,00	0,10	3650,00	0,00	3650	0,00	0,40	17,70	3650
n20q40A	3583	3583	0,00	0,03	3583,00	0,00	3583	0,00	0,36	17,00	3583
n20q40B	3792	3792	0,00	0,03	3792,00	0,00	3792	0,00	0,36	18,00	3792
n20q40C	4042	4042	0,00	8,82	4042,00	0,00	4042	0,00	0,74	20,20	4042
n20q40D	3806	3806	0,00	1,91	3806,00	0,00	3806	0,00	0,45	19,00	3806
n20q40E	4277	4277	0,00	0,85	4277,00	0,00	4277	0,00	0,54	18,00	4277
n20q40F	4108	4108	0,00	0,11	4108,00	0,00	4108	0,00	0,38	20,00	4108
n20q40G	4216	4216	0,00	0,13	4216,00	0,00	4216	0,00	0,37	19,00	4216
n20q40H	3992	3992	0,00	0,13	3992,00	0,00	3992	0,00	0,41	19,00	3992
n20q40I	3960	3960	0,00	0,07	3960,00	0,00	3960	0,00	0,53	19,00	3960

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n20q40J	3650	3650	0,00	0,12	3650,00	0,00	3650	0,00	0,41	17,30	3650
n20q45A	3583	3583	0,00	0,02	3583,00	0,00	3583	0,00	0,37	17,00	3583
n20q45B	3792	3792	0,00	0,03	3792,00	0,00	3792	0,00	0,36	18,00	3792
n20q45C	4042	4042	0,00	7,88	4042,00	0,00	4042	0,00	0,69	20,00	4042
n20q45D	3806	3806	0,00	1,93	3806,00	0,00	3806	0,00	0,44	19,00	3806
n20q45E	4277	4277	0,00	0,86	4277,00	0,00	4277	0,00	0,54	18,10	4277
n20q45F	4108	4108	0,00	0,11	4108,00	0,00	4108	0,00	0,37	20,00	4108
n20q45G	4216	4216	0,00	0,14	4216,00	0,00	4216	0,00	0,38	19,00	4216
n20q45H	3992	3992	0,00	0,13	3992,00	0,00	3992	0,00	0,40	19,00	3992
n20q45I	3960	3960	0,00	0,07	3960,00	0,00	3960	0,00	0,55	19,00	3960
n20q45J	3650	3650	0,00	0,13	3650,00	0,00	3650	0,00	0,39	17,10	3650
n20q1000A	3583	3583	0,00	0,03	3583,00	0,00	3583	0,00	0,37	17,00	3583
n20q1000B	3792	3792	0,00	0,04	3792,00	0,00	3792	0,00	0,36	18,00	3792
n20q1000C	4042	4042	0,00	4,97	4042,00	0,00	4042	0,00	0,66	20,00	4042
n20q1000D	3806	3806	0,00	1,99	3806,00	0,00	3806	0,00	0,44	19,00	3806
n20q1000E	4277	4277	0,00	0,69	4277,00	0,00	4277	0,00	0,53	18,00	4277
n20q1000F	4108	4108	0,00	0,11	4108,00	0,00	4108	0,00	0,38	20,00	4108
n20q1000G	4216	4216	0,00	0,13	4216,00	0,00	4216	0,00	0,37	19,00	4216
n20q1000H	3992	3992	0,00	0,13	3992,00	0,00	3992	0,00	0,42	19,00	3992
n20q1000I	3960	3960	0,00	0,08	3960,00	0,00	3960	0,00	0,54	19,00	3960
n20q1000J	3650	3650	0,00	0,13	3650,00	0,00	3650	0,00	0,40	17,20	3650
n30q10A	6236	6236	0,00	7,03	6236,00	0,00	6236	0,00	19,85	30,00	6236
n30q10B	6308	6308	0,00	2,56	6308,00	0,00	6308	0,00	12,98	26,00	6308
n30q10C	6335	6335	0,00	12,45	6339,20	0,07	6335	0,00	29,86	30,90	6335
n30q10D	6076	6076	0,00	1,98	6079,20	0,05	6076	0,00	43,72	33,80	6076
n30q10E	5877	5877	0,00	0,96	5881,20	0,07	5877	0,00	15,78	29,60	5877
n30q10F	5695	5695	0,00	1,78	5695,00	0,00	5695	0,00	15,51	30,00	5695
n30q10G	8891	8891	0,00	26,34	8891,00	0,00	8891	0,00	79,94	31,00	8891
n30q10H	5884	5884	0,00	2,29	5884,00	0,00	5884	0,00	21,81	29,10	5884
n30q10I	5430	5430	0,00	4,71	5430,00	0,00	5430	0,00	21,09	31,00	5430
n30q10J	5764	5764	0,00	2,10	5764,00	0,00	5764	0,00	20,21	30,00	5764
n30q15A	5442	5442	0,00	3,03	5442,00	0,00	5442	0,00	10,01	30,00	5442
n30q15B	5364	5364	0,00	2,18	5364,00	0,00	5364	0,00	6,86	26,20	5364
n30q15C	5170	5170	0,00	2,06	5170,00	0,00	5170	0,00	6,21	28,20	5170
n30q15D	5142	5142	0,00	2,27	5142,00	0,00	5142	0,00	10,61	30,00	5142
n30q15E	5121	5121	0,00	1,68	5121,00	0,00	5121	0,00	6,86	27,00	5121
n30q15F	4895	4895	0,00	1,19	4895,00	0,00	4895	0,00	5,36	29,00	4895
n30q15G	7146	7146	0,00	15,15	7206,00	0,84	7146	0,00	31,21	29,60	7146
n30q15H	5103	5103	0,00	2,32	5120,90	0,35	5103	0,00	9,09	29,00	5103
n30q15I	4622	4622	0,00	2,98	4622,00	0,00	4622	0,00	4,28	27,00	4622
n30q15J	5242	5242	0,00	5,88	5243,90	0,04	5242	0,00	12,43	28,90	5242
n30q20A	4894	4894	0,00	1,41	4894,00	0,00	4894	0,00	3,73	29,00	4894
n30q20B	4831	4831	0,00	2,74	4831,00	0,00	4831	0,00	3,71	26,10	4831
n30q20C	4821	4821	0,00	0,98	4831,00	0,21	4831	0,21	4,37	28,00	4831
n30q20D	4871	4871	0,00	2,02	4871,00	0,00	4871	0,00	6,41	29,00	4871
n30q20E	4547	4547	0,00	0,21	4547,00	0,00	4547	0,00	2,08	27,00	4547
n30q20F	4439	4439	0,00	1,52	4439,00	0,00	4439	0,00	1,99	29,10	4439
n30q20G	6399	6399	0,00	1625,81	6399,00	0,00	6399	0,00	19,71	29,00	6399
n30q20H	4275	4275	0,00	0,41	4275,00	0,00	4275	0,00	3,46	27,00	4275
n30q20I	4325	4325	0,00	0,47	4325,00	0,00	4325	0,00	1,79	27,10	4325

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n30q20J	4536	4536	0,00	0,33	4536,00	0,00	4536	0,00	3,35	27,10	4536
n30q25A	4825	4825	0,00	26,49	4825,00	0,00	4825	0,00	2,40	29,10	4825
n30q25B	4530	4530	0,00	0,66	4530,00	0,00	4530	0,00	2,12	26,10	4530
n30q25C	4586	4586	0,00	15,79	4586,00	0,00	4586	0,00	2,11	28,00	4586
n30q25D	4723	4723	0,00	2,71	4723,00	0,00	4723	0,00	2,86	28,00	4723
n30q25E	4466	4466	0,00	0,25	4466,00	0,00	4466	0,00	1,05	27,00	4466
n30q25F	4439	4439	0,00	1,51	4439,00	0,00	4439	0,00	1,49	29,10	4439
n30q25G	5731	5731	0,00	6,42	5731,00	0,00	5731	0,00	5,63	27,00	5731
n30q25H	4142	4142	0,00	1,15	4142,00	0,00	4142	0,00	2,43	27,00	4142
n30q25I	4272	4272	0,00	0,24	4272,00	0,00	4272	0,00	1,20	27,00	4272
n30q25J	4465	4465	0,00	0,83	4465,00	0,00	4465	0,00	2,35	27,00	4465
n30q30A	4603	4603	0,00	0,12	4603,00	0,00	4603	0,00	1,69	29,00	4603
n30q30B	4496	4496	0,00	753,94	4496,00	0,00	4496	0,00	2,07	26,20	4496
n30q30C	4565	4565	0,00	50,05	4565,00	0,00	4565	0,00	2,22	28,00	4565
n30q30D	4701	4701	0,00	2,99	4701,00	0,00	4701	0,00	2,26	28,00	4701
n30q30E	4466	4466	0,00	0,16	4466,00	0,00	4466	0,00	0,90	27,00	4466
n30q30F	4384	4384	0,00	1,95	4384,00	0,00	4384	0,00	1,54	29,00	4384
n30q30G	5402	5402	0,00	10,20	5402,00	0,00	5402	0,00	3,78	27,00	5402
n30q30H	4030	4030	0,00	0,46	4030,00	0,00	4030	0,00	1,38	27,00	4030
n30q30I	4272	4272	0,00	1,82	4272,00	0,00	4272	0,00	1,09	27,00	4272
n30q30J	4300	4300	0,00	0,34	4300,00	0,00	4300	0,00	1,60	27,10	4300
n30q35A	4603	4603	0,00	0,31	4603,00	0,00	4603	0,00	1,50	29,00	4603
n30q35B	4434	4434	0,00	2706,58	4434,00	0,00	4434	0,00	2,52	27,20	4434
n30q35C	4525	4525	0,00	211,96	4525,00	0,00	4525	0,00	2,19	28,10	4525
n30q35D	4666	4666	0,00	6,18	4675,00	0,19	4666	0,00	2,07	28,70	4666
n30q35E	4466	4466	0,00	0,18	4466,00	0,00	4466	0,00	0,87	27,00	4466
n30q35F	4384	4384	0,00	2,03	4384,00	0,00	4384	0,00	1,30	29,00	4384
n30q35G	5211	5211	0,00	2,42	5211,00	0,00	5211	0,00	4,64	27,00	5211
n30q35H	4030	4030	0,00	0,60	4030,00	0,00	4030	0,00	1,23	27,00	4030
n30q35I	4272	4272	0,00	1,92	4272,00	0,00	4272	0,00	1,04	27,00	4272
n30q35J	4300	4300	0,00	0,56	4300,00	0,00	4300	0,00	1,53	27,00	4300
n30q40A	4603	4603	0,00	0,74	4603,00	0,00	4603	0,00	1,45	29,00	4603
n30q40B	4340	4340	0,00	395,41	4340,00	0,00	4340	0,00	1,28	26,00	4340
n30q40C	4475	4475	0,00	1164,15	4475,00	0,00	4475	0,00	2,23	28,00	4475
n30q40D	4666	4666	0,00	309,23	4666,00	0,00	4666	0,00	2,19	29,00	4666
n30q40E	4466	4466	0,00	0,16	4466,00	0,00	4466	0,00	0,87	27,00	4466
n30q40F	4384	4384	0,00	2,02	4384,00	0,00	4384	0,00	1,26	29,10	4384
n30q40G	5031	5031	0,00	3970,65	5031,00	0,00	5031	0,00	3,28	27,00	5031
n30q40H	4030	4030	0,00	0,38	4030,00	0,00	4030	0,00	1,20	27,00	4030
n30q40I	4272	4272	0,00	0,99	4272,00	0,00	4272	0,00	1,02	27,00	4272
n30q40J	4300	4300	0,00	2,47	4300,00	0,00	4300	0,00	1,33	27,10	4300
n30q45A	4603	4603	0,00	1,32	4603,00	0,00	4603	0,00	1,42	29,10	4603
n30q45B	4340	4340	0,00	409,72	4340,00	0,00	4340	0,00	1,28	26,00	4340
n30q45C	4475	4475	0,00	1479,63	4475,00	0,00	4475	0,00	2,11	28,00	4475
n30q45D	4666	4666	0,00	316,56	4672,00	0,13	4666	0,00	2,04	28,80	4666
n30q45E	4466	4466	0,00	0,17	4466,00	0,00	4466	0,00	0,88	27,00	4466
n30q45F	4384	4384	0,00	2,08	4384,00	0,00	4384	0,00	1,27	29,20	4384
n30q45G	4827	4827	0,00	2,25	4827,00	0,00	4827	0,00	2,17	27,00	4827
n30q45H	4030	4030	0,00	0,25	4030,00	0,00	4030	0,00	1,18	27,00	4030
n30q45I	4272	4272	0,00	2,54	4272,00	0,00	4272	0,00	1,01	27,10	4272

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n30q45J	4300	4300	0,00	2,41	4300,00	0,00	4300	0,00	1,35	27,00	4300
n30q1000A	4603	4603	0,00	1,32	4603,00	0,00	4603	0,00	1,42	29,00	4603
n30q1000B	4340	4340	0,00	453,47	4340,00	0,00	4340	0,00	1,24	26,00	4340
n30q1000C	4475	4475	0,00	1064,21	4475,00	0,00	4475	0,00	2,02	28,10	4475
n30q1000D	4666	4666	0,00	324,79	4666,00	0,00	4666	0,00	2,24	29,00	4666
n30q1000E	4466	4466	0,00	0,17	4466,00	0,00	4466	0,00	0,87	27,00	4466
n30q1000F	4384	4384	0,00	2,13	4384,00	0,00	4384	0,00	1,25	29,10	4384
n30q1000G	4781	4781	0,00	51,13	4781,00	0,00	4781	0,00	1,57	27,00	4781
n30q1000H	4030	4030	0,00	0,66	4030,00	0,00	4030	0,00	1,17	27,00	4030
n30q1000I	4272	4272	0,00	2,29	4272,00	0,00	4272	0,00	1,03	27,10	4272
n30q1000J	4300	4300	0,00	1,79	4300,00	0,00	4300	0,00	1,37	27,10	4300
n40q10A	6949	6949	0,00	41,96	6965,40	0,24	6949	0,00	60,78	40,90	6949
n40q10B	5949	5949	0,00	8,16	5949,00	0,00	5949	0,00	27,50	39,00	5949
n40q10C	7237	7237	0,00	15,90	7237,00	0,00	7237	0,00	59,39	36,50	7237
n40q10D	7692	7692	0,00	13,23	7692,00	0,00	7692	0,00	115,57	39,40	7692
n40q10E	6424	6424	0,00	27,52	6441,00	0,26	6441	0,26	24,83	34,10	6441
n40q10F	7074	7074	0,00	886,39	7094,60	0,29	7085	0,16	70,32	40,80	7074
n40q10G	7375	7375	0,00	162,15	7375,50	0,01	7375	0,00	60,76	43,20	7375
n40q10H	6556	6556	0,00	13,37	6560,00	0,06	6556	0,00	56,63	42,40	6556
n40q10I	6901	6901	0,00	12,44	6902,00	0,01	6901	0,00	54,59	41,10	6901
n40q10J	6267	6267	0,00	66,84	6270,60	0,06	6267	0,00	38,55	40,20	6267
n40q15A	6059	6059	0,00	49,21	6059,00	0,00	6059	0,00	22,28	38,00	6059
n40q15B	5319	5319	0,00	3,12	5319,00	0,00	5319	0,00	10,35	37,00	5319
n40q15C	5912	5912	0,00	14,59	5912,40	0,01	5912	0,00	22,93	35,70	5912
n40q15D	6388	6388	0,00	8,86	6388,00	0,00	6388	0,00	37,94	37,70	6388
n40q15E	5671	5671	0,00	23,90	5671,00	0,00	5671	0,00	11,81	34,00	5671
n40q15F	5847	5847	0,00	57,85	5847,00	0,00	5847	0,00	20,52	38,20	5847
n40q15G	6409	6409	0,00	28,97	6414,10	0,08	6409	0,00	31,49	40,40	6409
n40q15H	5575	5575	0,00	6,62	5575,00	0,00	5575	0,00	20,46	39,20	5575
n40q15I	5732	5732	0,00	8,71	5732,00	0,00	5732	0,00	16,75	37,30	5732
n40q15J	5630	5630	0,00	53,71	5630,20	0,00	5630	0,00	23,26	37,80	5630
n40q20A	5435	5435	0,00	17,81	5435,00	0,00	5435	0,00	9,89	38,00	5435
n40q20B	5150	5150	0,00	3,91	5150,00	0,00	5150	0,00	4,40	37,00	5150
n40q20C	5331	5331	0,00	9,31	5336,20	0,10	5331	0,00	19,02	36,60	5331
n40q20D	5850	5850	0,00	79,70	5850,00	0,00	5850	0,00	11,71	37,00	5850
n40q20E	5271	5271	0,00	5,53	5271,00	0,00	5271	0,00	4,97	33,00	5271
n40q20F	5289	5289	0,00	9,96	5289,00	0,00	5289	0,00	7,52	37,00	5289
n40q20G	5476	5476	0,00	4,97	5476,00	0,00	5476	0,00	10,95	39,20	5476
n40q20H	5117	5117	0,00	3,49	5117,00	0,00	5117	0,00	7,82	38,30	5117
n40q20I	4984	4984	0,00	0,46	4984,00	0,00	4984	0,00	6,61	37,00	4984
n40q20J	4996	4996	0,00	12,05	4996,00	0,00	4996	0,00	10,38	37,00	4996
n40q25A	4949	4949	0,00	0,92	4949,00	0,00	4949	0,00	4,28	38,00	4949
n40q25B	5110	5110	0,00	5,40	5110,00	0,00	5110	0,00	3,09	37,00	5110
n40q25C	5069,67	5087	0,34	7182,69	5092,20	0,44	5087	0,34	14,05	36,70	5087
n40q25D	5748	5748	0,00	31,39	5748,00	0,00	5748	0,00	7,06	36,00	5748
n40q25E	5237	5237	0,00	6,37	5237,00	0,00	5237	0,00	2,62	33,00	5237
n40q25F	5048	5048	0,00	3,32	5048,00	0,00	5048	0,00	5,75	37,20	5048
n40q25G	5361	5361	0,00	2,31	5361,00	0,00	5361	0,00	5,74	39,30	5361
n40q25H	4886	4886	0,00	1,00	4886,00	0,00	4886	0,00	4,98	38,00	4886
n40q25I	4801	4801	0,00	0,41	4801,00	0,00	4801	0,00	5,00	37,00	4801

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n40q25J	4811	4811	0,00	4,98	4811,00	0,00	4811	0,00	5,36	36,10	4811
n40q30A	4949	4949	0,00	1,23	4949,00	0,00	4949	0,00	3,06	38,00	4949
n40q30B	5110	5110	0,00	2,10	5110,00	0,00	5110	0,00	2,70	37,00	5110
n40q30C	4692	4692	0,00	333,72	4692,00	0,00	4692	0,00	9,48	36,60	4692
n40q30D	5378	5378	0,00	5,77	5378,00	0,00	5378	0,00	8,67	36,00	5378
n40q30E	5154	5154	0,00	8,90	5154,00	0,00	5154	0,00	3,15	33,20	5154
n40q30F	4921	4921	0,00	0,66	4921,00	0,00	4921	0,00	2,99	37,00	4921
n40q30G	5312	5312	0,00	9,86	5312,00	0,00	5312	0,00	3,96	39,10	5312
n40q30H	4840	4840	0,00	1,40	4840,00	0,00	4840	0,00	4,03	38,00	4840
n40q30I	4713	4713	0,00	0,50	4713,00	0,00	4713	0,00	3,08	37,00	4713
n40q30J	4753	4753	0,00	1,41	4753,00	0,00	4753	0,00	3,22	36,00	4753
n40q35A	4949	4949	0,00	1,79	4949,00	0,00	4949	0,00	2,74	38,00	4949
n40q35B	5110	5110	0,00	2,66	5110,00	0,00	5110	0,00	2,52	37,00	5110
n40q35C	4570	4570	0,00	326,78	4570,00	0,00	4570	0,00	6,50	36,60	4570
n40q35D	5238	5238	0,00	1,85	5238,00	0,00	5238	0,00	4,59	36,00	5238
n40q35E	5069	5069	0,00	1,24	5069,00	0,00	5069	0,00	1,85	33,10	5069
n40q35F	4921	4921	0,00	2,04	4921,00	0,00	4921	0,00	2,70	37,00	4921
n40q35G	5253	5253	0,00	3,04	5253,00	0,00	5253	0,00	3,85	39,00	5253
n40q35H	4840	4840	0,00	42,44	4840,00	0,00	4840	0,00	3,44	38,00	4840
n40q35I	4713	4713	0,00	0,44	4713,00	0,00	4713	0,00	2,83	37,00	4713
n40q35J	4753	4753	0,00	4,32	4753,00	0,00	4753	0,00	2,52	36,00	4753
n40q40A	4949	4949	0,00	2,08	4949,00	0,00	4949	0,00	2,67	38,00	4949
n40q40B	5110	5110	0,00	6,54	5110,00	0,00	5110	0,00	2,59	37,00	5110
n40q40C	4570	4570	0,00	650,51	4570,00	0,00	4570	0,00	5,91	36,70	4570
n40q40D	5202	5202	0,00	2,71	5202,00	0,00	5202	0,00	4,14	36,00	5202
n40q40E	5069	5069	0,00	1,22	5069,00	0,00	5069	0,00	1,79	33,20	5069
n40q40F	4816	4816	0,00	2,50	4816,00	0,00	4816	0,00	2,32	37,00	4816
n40q40G	5253	5253	0,00	5,64	5253,00	0,00	5253	0,00	3,58	39,00	5253
n40q40H	4804	4804	0,00	30,59	4804,00	0,00	4804	0,00	3,12	38,00	4804
n40q40I	4713	4713	0,00	0,44	4713,00	0,00	4713	0,00	2,70	37,00	4713
n40q40J	4753	4753	0,00	4,31	4753,00	0,00	4753	0,00	2,46	36,00	4753
n40q45A	4949	4949	0,00	2,11	4949,00	0,00	4949	0,00	2,61	38,00	4949
n40q45B	5110	5110	0,00	6,40	5110,00	0,00	5110	0,00	2,51	37,00	5110
n40q45C	4570	4570	0,00	683,60	4570,00	0,00	4570	0,00	5,69	36,80	4570
n40q45D	5202	5202	0,00	6,38	5202,00	0,00	5202	0,00	3,67	36,00	5202
n40q45E	5069	5069	0,00	3,35	5069,00	0,00	5069	0,00	1,78	33,30	5069
n40q45F	4816	4816	0,00	2,50	4816,00	0,00	4816	0,00	2,27	37,00	4816
n40q45G	5253	5253	0,00	5,66	5253,00	0,00	5253	0,00	3,49	39,10	5253
n40q45H	4804	4804	0,00	28,01	4804,00	0,00	4804	0,00	2,87	38,10	4804
n40q45I	4713	4713	0,00	0,45	4713,00	0,00	4713	0,00	2,60	37,00	4713
n40q45J	4753	4753	0,00	4,34	4753,00	0,00	4753	0,00	2,41	36,00	4753
n40q1000A	4949	4949	0,00	1,71	4949,00	0,00	4949	0,00	2,62	38,00	4949
n40q1000B	5110	5110	0,00	6,53	5110,00	0,00	5110	0,00	2,56	37,00	5110
n40q1000C	4570	4570	0,00	657,74	4570,00	0,00	4570	0,00	5,32	36,70	4570
n40q1000D	5202	5202	0,00	5,67	5202,00	0,00	5202	0,00	3,53	36,00	5202
n40q1000E	5069	5069	0,00	3,37	5069,00	0,00	5069	0,00	1,77	33,20	5069
n40q1000F	4816	4816	0,00	3,58	4816,00	0,00	4816	0,00	2,24	37,00	4816
n40q1000G	5253	5253	0,00	8,26	5253,00	0,00	5253	0,00	3,47	39,20	5253
n40q1000H	4804	4804	0,00	12,79	4804,00	0,00	4804	0,00	2,89	38,10	4804
n40q1000I	4713	4713	0,00	0,49	4713,00	0,00	4713	0,00	2,66	37,00	4713

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SB} RP						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n40q1000J	4753	4753	0,00	1,52	4753,00	0,00	4753	0,00	2,41	36,00	4753
n50q10A	6520	6520	0,00	20,99	6527,50	0,12	6520	0,00	50,31	43,50	6520
n50q10B	9025	9025	0,00	255,40	9026,60	0,02	9025	0,00	246,97	50,20	9025
n50q10C	8151	8151	0,00	849,26	8151,00	0,00	8151	0,00	272,58	48,50	8151
n50q10D	9804	9804	0,00	682,26	9806,70	0,03	9804	0,00	433,55	50,90	9804
n50q10E	9086	9086	0,00	1636,88	9093,20	0,08	9086	0,00	253,79	50,20	9086
n50q10F	7661	7661	0,00	192,68	7664,70	0,05	7661	0,00	200,99	50,90	7661
n50q10G	6986	6986	0,00	64,50	6987,60	0,02	6986	0,00	65,76	49,40	6986
n50q10H	8369,53	9031	7,90	7183,24	8563,20	2,31	8563	2,31	190,83	49,00	8563
n50q10I	7964	7964	0,00	761,12	7996,40	0,41	7964	0,00	233,32	53,00	7964
n50q10J	8054	8054	0,00	338,46	8054,00	0,00	8054	0,00	161,71	50,80	8054
n50q15A	5975	5975	0,00	19,25	5975,00	0,00	5975	0,00	12,77	41,20	5975
n50q15B	7697	7697	0,00	3045,00	7737,50	0,53	7697	0,00	131,53	47,20	7697
n50q15C	6693	6693	0,00	183,62	6693,00	0,00	6693	0,00	133,03	48,00	6693
n50q15D	8042,29	8256	2,66	7183,15	8145,30	1,28	8136	1,17	113,09	49,20	8136
n50q15E	7649	7773	1,62	7183,20	7732,00	1,09	7732	1,09	120,23	47,10	7732
n50q15F	6464	6464	0,00	75,24	6464,00	0,00	6464	0,00	55,51	46,50	6464
n50q15G	6273	6273	0,00	23,75	6273,00	0,00	6273	0,00	34,09	48,10	6273
n50q15H	7005	7005	0,00	1679,01	7005,00	0,00	7005	0,00	53,44	47,00	7005
n50q15I	6423	6423	0,00	46,73	6423,00	0,00	6423	0,00	44,80	47,00	6423
n50q15J	6601	6601	0,00	262,20	6601,00	0,00	6601	0,00	52,19	45,80	6601
n50q20A	5728	5728	0,00	5,75	5728,00	0,00	5728	0,00	9,59	41,00	5728
n50q20B	6888	6888	0,00	190,34	6888,00	0,00	6888	0,00	70,69	47,00	6888
n50q20C	6165	6165	0,00	410,62	6189,40	0,40	6165	0,00	67,35	47,60	6165
n50q20D	7157	7157	0,00	447,11	7157,00	0,00	7157	0,00	38,44	46,00	7157
n50q20E	6905	6905	0,00	1217,13	6905,70	0,01	6905	0,00	40,58	46,00	6905
n50q20F	5921	5921	0,00	129,53	5921,00	0,00	5921	0,00	36,65	48,00	5921
n50q20G	5905	5905	0,00	157,99	5905,00	0,00	5905	0,00	20,02	48,00	5905
n50q20H	6326	6326	0,00	275,42	6326,00	0,00	6326	0,00	29,09	45,00	6326
n50q20I	6023	6023	0,00	76,53	6025,70	0,04	6023	0,00	22,11	47,30	6023
n50q20J	6050	6050	0,00	44,10	6050,00	0,00	6050	0,00	23,98	45,20	6050
n50q25A	5728	5728	0,00	23,51	5728,00	0,00	5728	0,00	7,35	41,00	5728
n50q25B	6687	6687	0,00	871,46	6689,10	0,03	6687	0,00	42,85	47,00	6687
n50q25C	5772	5772	0,00	61,48	5772,00	0,00	5772	0,00	54,78	47,00	5772
n50q25D	6817	6817	0,00	289,86	6817,00	0,00	6817	0,00	35,07	46,00	6817
n50q25E	6381	6381	0,00	81,05	6381,00	0,00	6381	0,00	27,60	46,00	6381
n50q25F	5673	5673	0,00	29,76	5673,00	0,00	5673	0,00	26,47	46,00	5673
n50q25G	5885	5885	0,00	1085,72	5885,00	0,00	5885	0,00	15,97	48,00	5885
n50q25H	5942	5942	0,00	71,60	5942,00	0,00	5942	0,00	17,38	45,10	5942
n50q25I	5615	5615	0,00	13,42	5615,00	0,00	5615	0,00	15,76	47,00	5615
n50q25J	5833	5833	0,00	200,35	5833,00	0,00	5833	0,00	11,96	44,00	5833
n50q30A	5634	5634	0,00	18,47	5634,00	0,00	5634	0,00	4,94	41,00	5634
n50q30B	6285	6285	0,00	59,61	6285,00	0,00	6285	0,00	19,40	46,20	6285
n50q30C	5610	5610	0,00	13,50	5610,00	0,00	5610	0,00	24,69	46,00	5610
n50q30D	6420	6420	0,00	36,88	6421,80	0,03	6420	0,00	16,91	46,30	6420
n50q30E	6219	6219	0,00	26,78	6219,00	0,00	6219	0,00	11,61	45,00	6219
n50q30F	5424	5424	0,00	2,97	5424,00	0,00	5424	0,00	17,15	46,00	5424
n50q30G	5864	5864	0,00	1275,54	5864,00	0,00	5864	0,00	10,45	48,00	5864
n50q30H	5804	5804	0,00	233,77	5804,00	0,00	5804	0,00	10,04	45,00	5804
n50q30I	5491	5491	0,00	18,81	5491,00	0,00	5491	0,00	8,46	47,00	5491

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n50q30J	5747	5747	0,00	87,70	5747,00	0,00	5747	0,00	8,17	44,20	5747
n50q35A	5634	5634	0,00	25,65	5634,00	0,00	5634	0,00	4,14	41,20	5634
n50q35B	6192	6192	0,00	93,65	6195,90	0,06	6192	0,00	17,77	46,50	6192
n50q35C	5503	5503	0,00	12,05	5503,00	0,00	5503	0,00	15,45	46,00	5503
n50q35D	6277	6277	0,00	26,94	6277,00	0,00	6277	0,00	12,24	46,20	6277
n50q35E	6168	6168	0,00	13,05	6168,00	0,00	6168	0,00	9,37	45,00	6168
n50q35F	5276,38	5351	1,41	7182,69	5351,00	1,41	5351	1,41	13,88	47,00	5351
n50q35G	5854,57	5913	1,00	7183,30	5864,00	0,16	5864	0,16	9,67	48,00	5864
n50q35H	5684	5684	0,00	17,72	5684,00	0,00	5684	0,00	8,73	45,00	5684
n50q35I	5462	5462	0,00	11,59	5462,00	0,00	5462	0,00	7,70	47,00	5462
n50q35J	5675	5675	0,00	44,21	5675,00	0,00	5675	0,00	7,18	44,40	5675
n50q40A	5634	5634	0,00	30,73	5634,00	0,00	5634	0,00	3,96	41,20	5634
n50q40B	6105	6105	0,00	79,60	6105,00	0,00	6105	0,00	18,86	46,20	6105
n50q40C	5398	5398	0,00	16,84	5398,00	0,00	5398	0,00	10,31	46,00	5398
n50q40D	6220	6220	0,00	15,81	6220,00	0,00	6220	0,00	9,70	46,20	6220
n50q40E	6089	6089	0,00	21,65	6089,00	0,00	6089	0,00	7,55	45,00	6089
n50q40F	5256,67	5262	0,10	7183,30	5262,00	0,10	5262	0,10	10,02	46,00	5262
n50q40G	5864	5864	0,00	6626,36	5864,00	0,00	5864	0,00	8,42	48,00	5864
n50q40H	5559	5559	0,00	14,95	5559,00	0,00	5559	0,00	6,41	45,00	5559
n50q40I	5462	5462	0,00	7,40	5462,00	0,00	5462	0,00	6,70	47,00	5462
n50q40J	5675	5675	0,00	92,78	5675,00	0,00	5675	0,00	6,36	44,20	5675
n50q45A	5634	5634	0,00	26,44	5634,00	0,00	5634	0,00	3,98	41,00	5634
n50q45B	6042	6042	0,00	280,74	6042,00	0,00	6042	0,00	12,57	46,10	6042
n50q45C	5289	5289	0,00	10,43	5289,00	0,00	5289	0,00	12,80	46,00	5289
n50q45D	6184	6184	0,00	19,76	6184,00	0,00	6184	0,00	11,00	46,00	6184
n50q45E	6080	6080	0,00	42,46	6080,00	0,00	6080	0,00	7,89	45,00	6080
n50q45F	5262	5262	0,00	5273,94	5262,00	0,00	5262	0,00	8,67	46,00	5262
n50q45G	5864	5864	0,00	6438,22	5864,00	0,00	5864	0,00	7,71	48,00	5864
n50q45H	5559	5559	0,00	9,65	5559,00	0,00	5559	0,00	6,03	45,00	5559
n50q45I	5462	5462	0,00	11,38	5462,00	0,00	5462	0,00	6,51	47,00	5462
n50q45J	5675	5675	0,00	100,28	5675,00	0,00	5675	0,00	6,32	44,00	5675
n50q1000A	5634	5634	0,00	30,10	5634,00	0,00	5634	0,00	4,11	41,30	5634
n50q1000B	5901	5967	1,12	7182,50	5955,00	0,92	5955	0,92	8,28	46,00	5955
n50q1000C	5139	5139	0,00	32,40	5139,00	0,00	5139	0,00	7,44	46,00	5139
n50q1000D	5836	5836	0,00	0,95	5836,00	0,00	5836	0,00	6,92	46,00	5836
n50q1000E	6023	6023	0,00	2125,32	6023,00	0,00	6023	0,00	6,85	45,00	6023
n50q1000F	5262	5262	0,00	6000,96	5262,00	0,00	5262	0,00	7,31	46,00	5262
n50q1000G	5864	5864	0,00	2626,17	5864,00	0,00	5864	0,00	7,83	48,00	5864
n50q1000H	5559	5559	0,00	996,30	5559,00	0,00	5559	0,00	5,93	45,00	5559
n50q1000I	5462	5462	0,00	12,57	5462,00	0,00	5462	0,00	5,91	47,00	5462
n50q1000J	5675	5675	0,00	90,28	5675,00	0,00	5675	0,00	6,41	44,10	5675
n60q10A	7810	7810	0,00	5160,79	7844,60	0,44	7843	0,42	314,30	59,00	7843
n60q10B	8156	8156	0,00	2730,44	8184,80	0,35	8156	0,00	254,98	60,70	8156
n60q10C	8931,40	9214	3,16	7182,58	9090,00	1,78	9090	1,78	586,59	61,40	9090
n60q10D	10159	10159	0,00	498,59	10159,00	0,00	10159	0,00	656,44	55,30	10159
n60q10E	8855,06	9339	5,47	7182,63	8974,00	1,34	8949	1,06	423,48	59,80	8949
n60q10F	8163	8163	0,00	552,76	8179,20	0,20	8163	0,00	423,50	64,80	8163
n60q10G	8585,88	8691	1,22	7182,94	8666,60	0,94	8665	0,92	392,32	63,20	8665
n60q10H	8114	8114	0,00	1256,22	8120,30	0,08	8114	0,00	226,46	56,70	8114
n60q10I	9078,09	9313	2,59	7183,23	9188,50	1,22	9188	1,21	670,18	62,20	9188

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n60q10J	8050	8050	0,00	316,00	8078,00	0,35	8078	0,35	251,28	59,00	8050
n60q15A	6730	6730	0,00	1167,23	6730,00	0,00	6730	0,00	120,85	54,00	6730
n60q15B	6990	6990	0,00	388,69	6990,00	0,00	6990	0,00	89,68	55,00	6990
n60q15C	7517,48	7720	2,69	7183,05	7630,00	1,50	7630	1,50	221,01	60,60	7630
n60q15D	8280	8477	2,38	7182,33	8405,00	1,51	8380	1,21	231,82	55,20	8380
n60q15E	7446	7446	0,00	240,49	7446,00	0,00	7446	0,00	122,35	56,00	7446
n60q15F	7075	7075	0,00	688,04	7076,50	0,02	7075	0,00	137,39	58,00	7075
n60q15G	7344	7344	0,00	1835,21	7344,00	0,00	7344	0,00	157,18	58,30	7344
n60q15H	6743	6743	0,00	78,02	6743,00	0,00	6743	0,00	75,41	54,30	6743
n60q15I	7577	7577	0,00	546,46	7577,00	0,00	7577	0,00	176,32	59,20	7577
n60q15J	7043	7043	0,00	265,50	7043,00	0,00	7043	0,00	70,88	54,20	7043
n60q20A	6298	6298	0,00	309,20	6298,00	0,00	6298	0,00	68,95	54,40	6298
n60q20B	6363	6363	0,00	379,83	6363,00	0,00	6363	0,00	38,16	55,10	6363
n60q20C	6962	6962	0,00	1965,36	6962,00	0,00	6962	0,00	92,42	58,50	6962
n60q20D	7570	7570	0,00	7153,15	7571,20	0,02	7570	0,00	113,11	51,90	7570
n60q20E	6980	6980	0,00	700,54	6980,00	0,00	6980	0,00	48,78	54,00	6980
n60q20F	6285	6285	0,00	60,98	6285,00	0,00	6285	0,00	61,26	57,00	6285
n60q20G	6802	6802	0,00	920,04	6802,50	0,01	6802	0,00	94,92	58,00	6802
n60q20H	6248	6248	0,00	36,04	6248,00	0,00	6248	0,00	50,55	55,00	6248
n60q20I	6880	6880	0,00	1084,16	6880,70	0,01	6880	0,00	125,76	59,00	6880
n60q20J	6727	6727	0,00	240,95	6727,00	0,00	6727	0,00	35,98	53,60	6727
n60q25A	6069	6069	0,00	186,60	6069,00	0,00	6069	0,00	40,73	54,00	6069
n60q25B	6195	6195	0,00	103,88	6195,00	0,00	6195	0,00	22,98	55,00	6195
n60q25C	6620	6620	0,00	374,77	6620,00	0,00	6620	0,00	50,53	58,40	6620
n60q25D	7051	7051	0,00	144,17	7051,00	0,00	7051	0,00	63,10	51,00	7051
n60q25E	6633	6633	0,00	59,81	6633,00	0,00	6633	0,00	36,79	54,00	6633
n60q25F	6019,77	6060	0,67	7182,47	6060,00	0,67	6060	0,67	53,22	56,20	6060
n60q25G	6447	6447	0,00	144,27	6447,00	0,00	6447	0,00	49,23	57,10	6447
n60q25H	6030	6030	0,00	180,69	6030,00	0,00	6030	0,00	37,14	54,20	6030
n60q25I	6563	6563	0,00	987,03	6563,00	0,00	6563	0,00	60,55	58,00	6563
n60q25J	6496	6496	0,00	70,55	6496,00	0,00	6496	0,00	28,96	53,40	6496
n60q30A	5924	5924	0,00	98,35	5924,00	0,00	5924	0,00	27,16	54,30	5924
n60q30B	6195	6195	0,00	134,21	6195,00	0,00	6195	0,00	18,56	55,00	6195
n60q30C	6383	6383	0,00	57,45	6385,80	0,04	6383	0,00	37,13	58,10	6383
n60q30D	6596	6596	0,00	126,98	6596,00	0,00	6596	0,00	32,22	51,00	6596
n60q30E	6494	6494	0,00	71,77	6494,00	0,00	6494	0,00	30,39	54,00	6494
n60q30F	5948,67	6028	1,33	7182,20	5988,00	0,66	5988	0,66	29,22	56,00	5988
n60q30G	6360	6360	0,00	87,60	6360,00	0,00	6360	0,00	25,80	57,00	6360
n60q30H	5994	5994	0,00	300,20	5994,00	0,00	5994	0,00	27,56	55,50	5994
n60q30I	6419	6419	0,00	4439,43	6427,00	0,12	6419	0,00	51,29	58,00	6419
n60q30J	6389	6389	0,00	28,28	6389,00	0,00	6389	0,00	16,93	53,30	6389
n60q35A	5773	5773	0,00	7,00	5773,00	0,00	5773	0,00	19,61	54,20	5773
n60q35B	6132	6132	0,00	95,62	6132,00	0,00	6132	0,00	17,84	55,00	6132
n60q35C	6170	6170	0,00	37,07	6170,00	0,00	6170	0,00	21,81	57,30	6170
n60q35D	6491	6491	0,00	115,82	6491,00	0,00	6491	0,00	19,52	51,00	6491
n60q35E	6346	6346	0,00	62,29	6346,00	0,00	6346	0,00	22,76	54,00	6346
n60q35F	5928,33	6004	1,28	7183,22	5960,00	0,53	5960	0,53	28,36	56,00	5960
n60q35G	6308	6308	0,00	144,47	6308,00	0,00	6308	0,00	23,78	57,00	6308
n60q35H	5936	5936	0,00	1794,78	5937,90	0,03	5936	0,00	18,86	54,40	5936
n60q35I	6242	6242	0,00	1488,01	6242,00	0,00	6242	0,00	40,30	58,10	6242

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n60q35J	6374	6374	0,00	41,49	6374,00	0,00	6374	0,00	12,34	53,10	6374
n60q40A	5773	5773	0,00	48,25	5773,00	0,00	5773	0,00	16,95	54,00	5773
n60q40B	6114	6137	0,38	7182,24	6132,00	0,29	6132	0,29	15,04	55,00	6132
n60q40C	6135	6135	0,00	19,67	6135,00	0,00	6135	0,00	23,38	58,40	6135
n60q40D	6369	6369	0,00	31,33	6369,00	0,00	6369	0,00	22,67	51,00	6369
n60q40E	6159	6159	0,00	214,01	6159,00	0,00	6159	0,00	17,49	54,00	6159
n60q40F	5871,17	5925	0,92	7181,92	5915,20	0,75	5912	0,70	33,15	58,00	5912
n60q40G	6273	6273	0,00	1862,08	6273,00	0,00	6273	0,00	23,61	57,00	6273
n60q40H	5884,67	5936	0,87	7182,14	5937,90	0,90	5936	0,87	16,76	54,90	5936
n60q40I	6072	6072	0,00	2335,79	6072,00	0,00	6072	0,00	31,13	58,00	6072
n60q40J	6374	6374	0,00	21,63	6374,00	0,00	6374	0,00	10,78	53,00	6374
n60q45A	5773	5773	0,00	73,34	5773,00	0,00	5773	0,00	15,92	54,70	5773
n60q45B	6125	6132	0,11	7182,23	6133,40	0,14	6132	0,11	14,65	55,00	6132
n60q45C	6135	6135	0,00	34,72	6135,00	0,00	6135	0,00	23,22	58,00	6135
n60q45D	6269	6269	0,00	101,05	6269,00	0,00	6269	0,00	22,94	52,00	6269
n60q45E	6131	6131	0,00	21,50	6131,00	0,00	6131	0,00	14,75	54,00	6131
n60q45F	5816,44	5888	1,23	7183,29	5886,00	1,20	5886	1,20	33,51	58,00	5886
n60q45G	6248	6248	0,00	96,76	6248,00	0,00	6248	0,00	18,51	57,00	6248
n60q45H	5878	5878	0,00	6052,07	5878,00	0,00	5878	0,00	22,28	54,40	5878
n60q45I	5982	5993	0,18	7183,38	5995,40	0,22	5993	0,18	22,40	58,00	5993
n60q45J	6374	6374	0,00	23,67	6374,00	0,00	6374	0,00	10,35	53,10	6374
n60q1000A	5773	5773	0,00	106,51	5773,00	0,00	5773	0,00	15,44	54,50	5773
n60q1000B	6124,50	6132	0,12	7183,33	6132,00	0,12	6132	0,12	14,64	55,00	6132
n60q1000C	6135	6135	0,00	699,03	6135,00	0,00	6135	0,00	21,08	58,00	6135
n60q1000D	6223	6223	0,00	9,94	6223,00	0,00	6223	0,00	11,71	51,00	6223
n60q1000E	6131	6131	0,00	132,15	6131,00	0,00	6131	0,00	13,56	54,00	6131
n60q1000F	5807,14	5879	1,24	7183,32	5878,00	1,22	5878	1,22	25,41	58,00	5878
n60q1000G	6169	6169	0,00	57,57	6169,00	0,00	6169	0,00	15,26	57,00	6169
n60q1000H	5878	5878	0,00	5576,65	5878,00	0,00	5878	0,00	16,31	54,20	5878
n60q1000I	5941	5970	0,49	7183,02	5970,00	0,49	5970	0,49	19,30	58,00	5970
n60q1000J	6374	6374	0,00	32,63	6374,00	0,00	6374	0,00	10,09	53,40	6374

Tabela A.2: Resultados detalhados para $n \in \{20, 30, 40, 50, 60\}$ e $\alpha = 3$

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n20q10A	9084	9084	0,00	0,13	9084,00	0,00	9084	0,00	116,11	35,00	9084
n20q10B	9883	9883	0,00	0,14	9883,00	0,00	9883	0,00	129,78	34,30	9883
n20q10C	14039	14039	0,00	1,62	14039,00	0,00	14039	0,00	384,84	42,40	14039
n20q10D	14925	14925	0,00	0,15	14925,00	0,00	14925	0,00	501,00	46,00	14925
n20q10E	14379	14379	0,00	0,82	14379,00	0,00	14379	0,00	319,86	43,00	14379
n20q10F	9752	9752	0,00	0,62	9752,00	0,00	9752	0,00	125,42	36,00	9752
n20q10G	10600	10600	0,00	0,19	10600,00	0,00	10600	0,00	116,54	37,00	10600
n20q10H	11895	11895	0,00	0,11	11895,00	0,00	11895	0,00	228,47	42,00	11895
n20q10I	9229	9229	0,00	0,86	9243,50	0,16	9229	0,00	163,51	40,70	9229

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n20q10J	9230	9230	0,00	0,15	9230,00	0,00	9230	0,00	113,86	37,40	9230
n20q15A	6613	6613	0,00	0,11	6613,00	0,00	6613	0,00	20,01	24,00	6613
n20q15B	7404	7404	0,00	0,17	7404,00	0,00	7404	0,00	29,77	26,00	7404
n20q15C	9478	9478	0,00	0,13	9478,00	0,00	9478	0,00	74,69	31,10	9478
n20q15D	10376	10376	0,00	0,26	10376,00	0,00	10376	0,00	83,49	33,00	10376
n20q15E	10102	10102	0,00	0,26	10102,00	0,00	10102	0,00	98,31	33,00	10102
n20q15F	7169	7169	0,00	0,09	7169,00	0,00	7169	0,00	28,15	29,00	7169
n20q15G	7796	7796	0,00	0,62	7796,00	0,00	7796	0,00	29,18	27,00	7796
n20q15H*	8475	8475	0,00	0,40	8479,90	0,06	8474	-0,01	41,19	31,60	8474
n20q15I	6652	6652	0,00	0,94	6652,00	0,00	6652	0,00	23,20	29,00	6652
n20q15J	6730	6730	0,00	0,17	6730,00	0,00	6730	0,00	40,63	29,00	6730
n20q20A	5748	5748	0,00	0,41	5748,00	0,00	5748	0,00	13,73	23,00	5748
n20q20B	6296	6296	0,00	0,11	6296,00	0,00	6296	0,00	17,90	24,00	6296
n20q20C	8433	8433	0,00	1,18	8433,00	0,00	8433	0,00	77,78	30,00	8433
n20q20D	8647	8647	0,00	0,30	8652,20	0,06	8647	0,00	73,40	32,90	8647
n20q20E	8623	8623	0,00	0,28	8623,00	0,00	8623	0,00	46,54	30,00	8623
n20q20F	6159	6159	0,00	0,06	6159,00	0,00	6159	0,00	11,38	25,00	6159
n20q20G	6694	6694	0,00	0,10	6694,00	0,00	6694	0,00	17,27	25,20	6694
n20q20H	7208	7208	0,00	0,17	7208,00	0,00	7208	0,00	28,04	28,00	7208
n20q20I	5939	5939	0,00	0,68	5939,00	0,00	5939	0,00	20,14	27,00	5939
n20q20J	6056	6056	0,00	0,37	6056,00	0,00	6056	0,00	23,41	26,50	6056
n20q25A	5083	5083	0,00	0,20	5083,00	0,00	5083	0,00	3,65	19,00	5083
n20q25B	5387	5387	0,00	0,18	5387,00	0,00	5387	0,00	5,00	19,00	5387
n20q25C	7229	7229	0,00	1,15	7229,70	0,01	7229	0,00	25,86	24,90	7229
n20q25D	7182	7182	0,00	0,54	7182,00	0,00	7182	0,00	34,12	26,00	7182
n20q25E	7148	7148	0,00	0,88	7148,00	0,00	7148	0,00	16,10	23,00	7148
n20q25F	5121	5121	0,00	0,10	5121,00	0,00	5121	0,00	6,44	23,00	5121
n20q25G	5501	5501	0,00	0,21	5501,00	0,00	5501	0,00	6,38	22,00	5501
n20q25H	6027	6027	0,00	0,10	6027,00	0,00	6027	0,00	6,45	21,00	6027
n20q25I	5082	5082	0,00	0,08	5082,00	0,00	5082	0,00	9,43	24,00	5082
n20q25J	5150	5150	0,00	0,45	5150,00	0,00	5150	0,00	7,61	21,00	5150
n20q30A	4702	4702	0,00	0,25	4702,00	0,00	4702	0,00	2,83	18,00	4702
n20q30B	4769	4769	0,00	0,11	4769,00	0,00	4769	0,00	3,96	19,00	4769
n20q30C	6012	6012	0,00	0,75	6012,00	0,00	6012	0,00	18,00	24,00	6012
n20q30D	5989	5989	0,00	0,20	5989,00	0,00	5989	0,00	7,83	20,00	5989
n20q30E	6245	6245	0,00	1,34	6245,00	0,00	6245	0,00	8,28	20,00	6245
n20q30F	4717	4717	0,00	0,25	4717,00	0,00	4717	0,00	3,45	22,00	4717
n20q30G	5070	5070	0,00	0,07	5070,00	0,00	5070	0,00	2,75	19,00	5070
n20q30H	5542	5542	0,00	0,26	5579,80	0,68	5542	0,00	2,74	19,30	5542
n20q30I	4576	4576	0,00	0,12	4576,00	0,00	4576	0,00	4,88	21,00	4576
n20q30J	4078	4078	0,00	0,16	4078,00	0,00	4078	0,00	2,15	18,00	4078
n20q35A	4387	4387	0,00	0,14	4387,00	0,00	4387	0,00	1,65	18,00	4387
n20q35B	4688	4688	0,00	0,16	4688,00	0,00	4688	0,00	1,86	18,20	4688
n20q35C	5813	5813	0,00	0,81	5867,40	0,94	5813	0,00	10,87	21,70	5813
n20q35D	5983	5983	0,00	0,29	5983,00	0,00	5983	0,00	8,10	20,00	5983
n20q35E	5808	5808	0,00	0,42	5836,00	0,48	5836	0,48	7,53	20,20	5836
n20q35F	4691	4691	0,00	0,32	4691,00	0,00	4691	0,00	2,16	21,00	4691
n20q35G	5051	5051	0,00	0,38	5051,00	0,00	5051	0,00	2,88	19,10	5051
n20q35H	5320	5320	0,00	0,38	5330,90	0,20	5320	0,00	4,13	20,90	5320
n20q35I	4382	4382	0,00	0,17	4382,00	0,00	4382	0,00	3,41	20,00	4382

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n20q35J	4078	4078	0,00	0,18	4078,00	0,00	4078	0,00	1,97	18,00	4078
n20q40A	4129	4129	0,00	0,09	4129,00	0,00	4129	0,00	1,80	19,00	4129
n20q40B	4295	4295	0,00	0,08	4295,00	0,00	4295	0,00	1,45	19,30	4295
n20q40C	5302	5302	0,00	0,38	5302,00	0,00	5302	0,00	5,30	21,00	5302
n20q40D	5648	5648	0,00	0,79	5648,00	0,00	5648	0,00	6,47	20,10	5648
n20q40E	5568	5568	0,00	0,20	5568,00	0,00	5568	0,00	3,31	18,00	5568
n20q40F	4614	4614	0,00	0,19	4614,00	0,00	4614	0,00	1,44	21,00	4614
n20q40G	4733	4733	0,00	0,29	4733,00	0,00	4733	0,00	1,89	19,00	4733
n20q40H	4954	4954	0,00	0,39	4954,00	0,00	4954	0,00	2,61	19,00	4954
n20q40I	4108	4108	0,00	0,12	4108,00	0,00	4108	0,00	1,10	19,00	4108
n20q40J	4049	4049	0,00	0,22	4049,00	0,00	4049	0,00	1,85	18,00	4049
n20q45A	3948	3948	0,00	0,12	3948,00	0,00	3948	0,00	0,97	17,00	3948
n20q45B	4174	4174	0,00	0,06	4174,00	0,00	4174	0,00	1,35	19,00	4174
n20q45C	5137	5137	0,00	1,48	5137,00	0,00	5137	0,00	4,02	21,00	5137
n20q45D	5446	5446	0,00	0,42	5446,00	0,00	5446	0,00	5,26	20,00	5446
n20q45E	5560	5560	0,00	0,46	5560,00	0,00	5560	0,00	3,74	19,00	5560
n20q45F	4290	4290	0,00	0,04	4290,00	0,00	4290	0,00	1,61	21,00	4290
n20q45G	4489	4489	0,00	0,07	4489,00	0,00	4489	0,00	1,02	19,00	4489
n20q45H	4559	4559	0,00	0,12	4559,00	0,00	4559	0,00	1,25	19,00	4559
n20q45I	4051	4051	0,00	0,07	4051,00	0,00	4051	0,00	0,88	19,00	4051
n20q45J	3905	3905	0,00	0,21	3905,30	0,01	3905	0,00	1,08	17,70	3905
n20q1000A	3583	3583	0,00	0,02	3583,00	0,00	3583	0,00	0,37	17,00	3583
n20q1000B	3792	3792	0,00	0,03	3792,00	0,00	3792	0,00	0,35	18,00	3792
n20q1000C	4042	4042	0,00	5,81	4042,00	0,00	4042	0,00	0,67	20,00	4042
n20q1000D	3806	3806	0,00	2,06	3806,00	0,00	3806	0,00	0,43	19,00	3806
n20q1000E	4277	4277	0,00	0,74	4277,00	0,00	4277	0,00	0,54	18,00	4277
n20q1000F	4108	4108	0,00	0,11	4108,00	0,00	4108	0,00	0,38	20,00	4108
n20q1000G	4216	4216	0,00	0,24	4216,00	0,00	4216	0,00	0,37	19,00	4216
n20q1000H	3992	3992	0,00	0,13	3992,00	0,00	3992	0,00	0,41	19,00	3992
n20q1000I	3960	3960	0,00	0,07	3960,00	0,00	3960	0,00	0,56	19,00	3960
n20q1000J	3650	3650	0,00	0,13	3650,00	0,00	3650	0,00	0,41	17,00	3650
n30q10A	14470	14470	0,00	141,07	14476,40	0,04	14470	0,00	1462,34	59,20	14470
n30q10B	15092	15092	0,00	1359,16	15099,70	0,05	15092	0,00	1260,52	53,30	15092
n30q10C	12746	12746	0,00	16,00	12784,10	0,30	12746	0,00	1083,72	60,40	12746
n30q10D	11818	11818	0,00	2,25	11818,00	0,00	11818	0,00	777,70	57,40	11818
n30q10E	11704	11704	0,00	1,26	11704,00	0,00	11704	0,00	451,25	54,10	11704
n30q10F	12628	12628	0,00	0,90	12633,00	0,04	12628	0,00	458,21	55,90	12628
n30q10G	21203	21203	0,00	6,42	21203,00	0,00	21203	0,00	3255,23	64,10	21203
n30q10H	12656	12656	0,00	4,12	12656,00	0,00	12656	0,00	657,12	53,80	12656
n30q10I	10902	10902	0,00	4,54	10902,00	0,00	10902	0,00	791,06	58,10	10902
n30q10J	12639	12639	0,00	2,73	12639,00	0,00	12639	0,00	956,48	57,60	12639
n30q15A	10099	10099	0,00	617,89	10110,60	0,11	10099	0,00	185,79	41,00	10099
n30q15B	10234	10234	0,00	4,67	10234,00	0,00	10234	0,00	170,59	38,40	10234
n30q15C	9316	9316	0,00	2,86	9316,00	0,00	9316	0,00	205,99	44,20	9316
n30q15D	8662	8662	0,00	10,81	8665,50	0,04	8662	0,00	119,44	43,20	8662
n30q15E	9026	9026	0,00	5,26	9027,10	0,01	9026	0,00	150,12	41,90	9026
n30q15F	9028	9028	0,00	2,71	9029,20	0,01	9028	0,00	99,54	41,70	9028
n30q15G	14752	14752	0,00	6,04	14763,70	0,08	14752	0,00	713,98	48,00	14752
n30q15H	8993	8993	0,00	1,13	8993,00	0,00	8993	0,00	216,54	44,30	8993
n30q15I	7792	7792	0,00	1,38	7792,00	0,00	7792	0,00	97,20	42,00	7792

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n30q15J	8706	8706	0,00	0,86	8706,00	0,00	8706	0,00	103,99	40,00	8706
n30q20A	8794	8794	0,00	27,67	8808,40	0,16	8794	0,00	219,20	42,90	8794
n30q20B	8820	8820	0,00	35,22	8820,00	0,00	8820	0,00	139,48	37,40	8820
n30q20C	8022	8022	0,00	1,37	8022,00	0,00	8022	0,00	120,62	41,40	8022
n30q20D	7544	7544	0,00	5,40	7544,00	0,00	7544	0,00	88,83	38,00	7544
n30q20E	7360	7360	0,00	0,39	7360,00	0,00	7360	0,00	50,86	36,00	7360
n30q20F	8061	8061	0,00	2,12	8068,40	0,09	8061	0,00	88,29	38,80	8061
n30q20G	11978	11978	0,00	4,08	11978,00	0,00	11978	0,00	332,29	44,00	11978
n30q20H	7723	7723	0,00	0,80	7723,00	0,00	7723	0,00	111,12	39,10	7723
n30q20I	6803	6803	0,00	1,53	6803,00	0,00	6803	0,00	76,82	39,00	6803
n30q20J	7788	7788	0,00	3,06	7788,00	0,00	7788	0,00	107,04	37,20	7788
n30q25A	7571	7571	0,00	55,65	7574,20	0,04	7571	0,00	72,23	33,80	7571
n30q25B	7055	7055	0,00	0,87	7055,00	0,00	7055	0,00	97,17	33,40	7055
n30q25C	6821	6821	0,00	3,30	6821,00	0,00	6821	0,00	53,55	34,60	6821
n30q25D	6464	6464	0,00	0,93	6464,00	0,00	6464	0,00	53,31	35,70	6464
n30q25E	6474	6474	0,00	6,17	6474,00	0,00	6474	0,00	52,99	35,00	6474
n30q25F	6721	6721	0,00	1,31	6721,00	0,00	6721	0,00	54,87	37,00	6721
n30q25G	10120	10120	0,00	16,73	10219,40	0,98	10149	0,29	131,83	32,70	10142
n30q25H	7087	7087	0,00	1,78	7087,00	0,00	7087	0,00	47,97	34,10	7087
n30q25I	6207	6207	0,00	2,64	6207,00	0,00	6207	0,00	24,43	31,00	6207
n30q25J	6937	6937	0,00	13,29	6937,00	0,00	6937	0,00	66,31	32,40	6937
n30q30A	6236	6236	0,00	6,92	6236,00	0,00	6236	0,00	20,08	30,00	6236
n30q30B	6308	6308	0,00	2,86	6308,00	0,00	6308	0,00	12,79	26,00	6308
n30q30C	6335	6335	0,00	33,91	6335,00	0,00	6335	0,00	32,19	31,10	6335
n30q30D	6076	6076	0,00	5,05	6079,20	0,05	6076	0,00	42,47	33,80	6076
n30q30E	5877	5877	0,00	1,06	5882,40	0,09	5877	0,00	16,04	29,20	5877
n30q30F	5695	5695	0,00	2,03	5695,00	0,00	5695	0,00	15,52	30,00	5695
n30q30G	8891	8891	0,00	38,10	8891,00	0,00	8891	0,00	86,26	31,00	8891
n30q30H	5884	5884	0,00	1,89	5884,00	0,00	5884	0,00	22,94	29,10	5884
n30q30I	5430	5430	0,00	5,23	5434,00	0,07	5430	0,00	20,16	31,00	5430
n30q30J	5764	5764	0,00	2,00	5764,00	0,00	5764	0,00	19,31	30,00	5764
n30q35A	6024	6024	0,00	12,09	6025,00	0,02	6025	0,02	15,37	29,00	6024
n30q35B	6108	6108	0,00	9,96	6110,50	0,04	6108	0,00	24,41	29,10	6108
n30q35C	5962	5962	0,00	15,10	5962,00	0,00	5962	0,00	21,67	29,40	5962
n30q35D	5826	5826	0,00	3,68	5872,80	0,80	5826	0,00	26,17	30,50	5826
n30q35E	5788	5788	0,00	1,51	5788,30	0,01	5788	0,00	16,36	29,70	5788
n30q35F	5230	5230	0,00	0,54	5230,00	0,00	5230	0,00	9,63	30,00	5230
n30q35G	8275	8275	0,00	35,96	8353,20	0,95	8275	0,00	72,00	31,40	8275
n30q35H	5678	5678	0,00	2,86	5678,00	0,00	5678	0,00	23,14	29,00	5678
n30q35I	5186	5186	0,00	2,69	5204,90	0,36	5186	0,00	13,04	30,20	5186
n30q35J	5622	5622	0,00	9,27	5622,00	0,00	5622	0,00	21,09	30,00	5622
n30q40A	5745	5745	0,00	16,71	5745,00	0,00	5745	0,00	10,84	31,00	5745
n30q40B	5570	5570	0,00	5,85	5570,00	0,00	5570	0,00	10,39	26,30	5570
n30q40C	5209	5209	0,00	0,41	5209,00	0,00	5209	0,00	7,75	28,10	5209
n30q40D	5614	5614	0,00	17,02	5614,00	0,00	5614	0,00	14,24	28,00	5614
n30q40E	5127	5127	0,00	1,06	5127,00	0,00	5127	0,00	6,91	27,00	5127
n30q40F	5221	5221	0,00	0,79	5221,00	0,00	5221	0,00	10,01	30,00	5221
n30q40G	7468	7468	0,00	7,47	7526,80	0,79	7507	0,52	26,47	28,30	7468
n30q40H	5300	5300	0,00	0,78	5300,00	0,00	5300	0,00	11,91	28,00	5300
n30q40I	4775	4775	0,00	4,49	4775,00	0,00	4775	0,00	6,78	28,30	4775

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n30q40J	5469	5469	0,00	4,57	5469,00	0,00	5469	0,00	13,18	28,20	5469
n30q45A	5442	5442	0,00	3,47	5442,00	0,00	5442	0,00	9,50	30,00	5442
n30q45B	5364	5364	0,00	1,94	5364,00	0,00	5364	0,00	6,78	26,10	5364
n30q45C	5170	5170	0,00	1,49	5170,00	0,00	5170	0,00	6,18	28,10	5170
n30q45D	5142	5142	0,00	1,56	5157,60	0,30	5142	0,00	9,50	29,90	5142
n30q45E	5121	5121	0,00	1,90	5121,00	0,00	5121	0,00	7,03	27,00	5121
n30q45F	4895	4895	0,00	1,21	4895,00	0,00	4895	0,00	5,37	29,00	4895
n30q45G	7146	7146	0,00	8,92	7206,00	0,84	7146	0,00	30,23	29,60	7146
n30q45H	5103	5103	0,00	2,06	5112,80	0,19	5103	0,00	9,01	29,20	5103
n30q45I	4622	4622	0,00	2,04	4622,00	0,00	4622	0,00	4,16	27,00	4622
n30q45J	5242	5242	0,00	4,98	5242,90	0,02	5242	0,00	11,87	29,00	5242
n30q1000A	4603	4603	0,00	1,18	4603,00	0,00	4603	0,00	1,43	29,10	4603
n30q1000B	4340	4340	0,00	414,14	4340,00	0,00	4340	0,00	1,29	26,00	4340
n30q1000C	4475	4475	0,00	1414,99	4475,00	0,00	4475	0,00	2,00	28,00	4475
n30q1000D	4666	4666	0,00	324,67	4675,00	0,19	4666	0,00	1,94	28,80	4666
n30q1000E	4466	4466	0,00	0,17	4466,00	0,00	4466	0,00	0,87	27,00	4466
n30q1000F	4384	4384	0,00	2,46	4384,00	0,00	4384	0,00	1,27	29,00	4384
n30q1000G	4781	4781	0,00	52,42	4781,00	0,00	4781	0,00	1,57	27,00	4781
n30q1000H	4030	4030	0,00	0,39	4030,00	0,00	4030	0,00	1,20	27,00	4030
n30q1000I	4272	4272	0,00	1,06	4272,00	0,00	4272	0,00	1,01	27,00	4272
n30q1000J	4300	4300	0,00	1,55	4300,00	0,00	4300	0,00	1,35	27,00	4300
n40q10A	15039	15039	0,00	207,68	15063,80	0,16	15039	0,00	3310,23	78,60	15039
n40q10B	11832	11832	0,00	14,95	11835,70	0,03	11832	0,00	1395,33	71,30	11832
n40q10C	16963	16963	0,00	71,38	17025,80	0,37	16964	0,01	3600,77	76,90	16964
n40q10D	17104	17104	0,00	23,02	17104,00	0,00	17104	0,00	3586,80	71,10	17104
n40q10E	13159	13159	0,00	14,55	13159,00	0,00	13159	0,00	1183,01	69,80	13159
n40q10F	15019	15019	0,00	1858,16	15022,90	0,03	15019	0,00	2606,58	74,50	15019
n40q10G*	16600	16600	0,00	42,55	16605,40	0,03	16599	-0,01	3387,35	75,40	16559
n40q10H	13578	13578	0,00	22,19	13578,00	0,00	13578	0,00	2976,06	74,20	13578
n40q10I	14849	14849	0,00	86,55	14853,30	0,03	14849	0,00	2772,27	74,90	14849
n40q10J	12646	12646	0,00	13,15	12646,00	0,00	12646	0,00	1378,42	70,00	12646
n40q15A	10487	10487	0,00	39,21	10487,00	0,00	10487	0,00	467,21	54,00	10487
n40q15B	8491	8491	0,00	4,27	8491,00	0,00	8491	0,00	145,84	50,00	8491
n40q15C	11406	11406	0,00	6,06	11406,00	0,00	11406	0,00	476,37	53,40	11406
n40q15D	12166	12166	0,00	8,14	12166,00	0,00	12166	0,00	727,55	51,20	12166
n40q15E	9651	9651	0,00	33,92	9651,00	0,00	9651	0,00	213,92	50,80	9651
n40q15F	10590	10590	0,00	109,28	10636,90	0,44	10603	0,12	440,37	57,00	10590
n40q15G	11932	11932	0,00	49,94	11936,30	0,04	11932	0,00	544,03	55,90	11932
n40q15H	9670	9670	0,00	8,14	9670,10	0,00	9670	0,00	377,56	55,50	9670
n40q15I	10654	10654	0,00	6,46	10654,00	0,00	10654	0,00	307,28	54,30	10654
n40q15J	9241	9241	0,00	22,90	9241,00	0,00	9241	0,00	206,26	52,40	9241
n40q20A	9051	9051	0,00	89,13	9052,50	0,02	9051	0,00	306,29	50,00	9051
n40q20B	7523	7523	0,00	27,11	7523,00	0,00	7523	0,00	175,70	49,40	7523
n40q20C	9895	9895	0,00	5,11	9895,00	0,00	9895	0,00	522,16	50,90	9895
n40q20D	10390	10390	0,00	75,67	10390,00	0,00	10390	0,00	541,25	48,50	10390
n40q20E	8387	8387	0,00	122,40	8387,00	0,00	8387	0,00	170,19	46,20	8387
n40q20F	9310	9310	0,00	67,89	9310,00	0,00	9310	0,00	375,20	51,10	9310
n40q20G	10085	10085	0,00	23,98	10085,00	0,00	10085	0,00	377,55	52,70	10085
n40q20H	8685	8685	0,00	200,22	8690,20	0,06	8685	0,00	357,73	53,20	8685
n40q20I	8805	8805	0,00	2,18	8805,00	0,00	8805	0,00	208,50	49,40	8805

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n40q20J	7760	7760	0,00	8,51	7760,00	0,00	7760	0,00	279,23	51,50	7760
n40q25A	7880	7880	0,00	90,05	7880,00	0,00	7880	0,00	134,48	44,00	7880
n40q25B	6607	6607	0,00	18,57	6607,00	0,00	6607	0,00	47,66	41,00	6607
n40q25C	8084	8084	0,00	8,22	8084,00	0,00	8084	0,00	154,79	41,80	8084
n40q25D	9049	9049	0,00	14,28	9053,00	0,04	9049	0,00	219,24	44,60	9049
n40q25E	7119	7119	0,00	12,06	7119,00	0,00	7119	0,00	50,57	39,20	7119
n40q25F	7620	7620	0,00	44,60	7638,00	0,24	7620	0,00	127,40	44,80	7620
n40q25G	9041	9041	0,00	1508,70	9070,90	0,33	9047	0,07	213,53	45,50	9041
n40q25H	7488	7488	0,00	3,26	7488,00	0,00	7488	0,00	126,16	46,00	7488
n40q25I	7913	7913	0,00	42,90	7913,00	0,00	7913	0,00	121,00	43,30	7913
n40q25J	7226	7226	0,00	31,25	7226,00	0,00	7226	0,00	167,90	45,50	7226
n40q30A	6949	6949	0,00	35,89	6961,40	0,18	6949	0,00	62,93	40,90	6949
n40q30B	5949	5949	0,00	7,56	5949,00	0,00	5949	0,00	27,64	39,00	5949
n40q30C	7237	7237	0,00	15,41	7237,00	0,00	7237	0,00	60,97	36,50	7237
n40q30D	7692	7692	0,00	10,21	7692,00	0,00	7692	0,00	117,88	39,10	7692
n40q30E	6424	6424	0,00	16,43	6441,00	0,26	6441	0,26	25,52	34,00	6441
n40q30F	7074	7074	0,00	615,97	7095,90	0,31	7085	0,16	67,10	40,90	7074
n40q30G	7375	7375	0,00	154,15	7376,50	0,02	7375	0,00	63,49	42,70	7375
n40q30H	6556	6556	0,00	16,83	6570,60	0,22	6556	0,00	55,40	41,90	6556
n40q30I	6901	6901	0,00	19,37	6901,00	0,00	6901	0,00	57,97	41,10	6901
n40q30J	6267	6267	0,00	191,32	6269,10	0,03	6267	0,00	39,71	40,20	6267
n40q35A	6780	6780	0,00	133,02	6781,00	0,01	6780	0,00	61,87	40,00	6780
n40q35B	5829	5829	0,00	36,96	5839,00	0,17	5829	0,00	26,70	39,60	5829
n40q35C	6978	6978	0,00	246,70	6978,00	0,00	6978	0,00	72,78	39,10	6978
n40q35D	7341	7341	0,00	57,82	7378,40	0,51	7344	0,04	93,66	39,20	7341
n40q35E	6364	6364	0,00	227,64	6381,00	0,27	6381	0,27	28,57	34,00	6381
n40q35F	6825	6825	0,00	1835,26	6828,70	0,05	6825	0,00	66,96	40,00	6825
n40q35G	7146	7146	0,00	68,81	7146,00	0,00	7146	0,00	64,32	42,30	7146
n40q35H	6335	6335	0,00	60,80	6354,10	0,30	6335	0,00	41,62	39,90	6335
n40q35I	6377	6377	0,00	8,84	6377,00	0,00	6377	0,00	52,64	39,10	6377
n40q35J	6118	6118	0,00	371,13	6118,20	0,00	6118	0,00	45,71	40,30	6118
n40q40A	6119	6119	0,00	12,46	6119,00	0,00	6119	0,00	22,33	38,20	6119
n40q40B	5615	5615	0,00	12,52	5615,00	0,00	5615	0,00	19,81	38,00	5615
n40q40C	6398	6398	0,00	11,59	6398,00	0,00	6398	0,00	64,05	38,80	6398
n40q40D	6898	6898	0,00	43,03	6900,00	0,03	6898	0,00	60,06	39,00	6898
n40q40E	5969	5969	0,00	11,84	5971,10	0,04	5969	0,00	17,00	34,70	5969
n40q40F	6145	6145	0,00	13,00	6145,00	0,00	6145	0,00	24,38	37,30	6145
n40q40G	6532	6532	0,00	18,66	6532,00	0,00	6532	0,00	41,51	40,00	6532
n40q40H	6050	6050	0,00	30,00	6050,00	0,00	6050	0,00	29,62	39,10	6050
n40q40I	6089	6089	0,00	22,98	6091,60	0,04	6089	0,00	29,65	39,60	6089
n40q40J	5801	5801	0,00	40,67	5801,00	0,00	5801	0,00	36,95	38,30	5801
n40q45A	6059	6059	0,00	46,28	6059,00	0,00	6059	0,00	20,77	38,00	6059
n40q45B	5319	5319	0,00	3,24	5319,00	0,00	5319	0,00	10,41	37,00	5319
n40q45C	5912	5912	0,00	14,25	5912,00	0,00	5912	0,00	22,98	35,70	5912
n40q45D	6388	6388	0,00	9,29	6388,00	0,00	6388	0,00	35,07	37,40	6388
n40q45E	5671	5671	0,00	28,87	5671,00	0,00	5671	0,00	11,94	34,00	5671
n40q45F	5847	5847	0,00	55,83	5847,00	0,00	5847	0,00	21,73	38,30	5847
n40q45G	6409	6409	0,00	34,26	6412,40	0,05	6409	0,00	29,74	40,40	6409
n40q45H	5575	5575	0,00	4,65	5575,00	0,00	5575	0,00	21,09	39,20	5575
n40q45I	5732	5732	0,00	9,02	5732,00	0,00	5732	0,00	16,74	37,20	5732

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n40q45J	5630	5630	0,00	51,74	5630,30	0,01	5630	0,00	23,64	37,70	5630
n40q1000A	4949	4949	0,00	1,05	4949,00	0,00	4949	0,00	2,66	38,00	4949
n40q1000B	5110	5110	0,00	2,81	5110,00	0,00	5110	0,00	2,58	37,00	5110
n40q1000C	4570	4570	0,00	759,52	4570,00	0,00	4570	0,00	5,34	36,80	4570
n40q1000D	5202	5202	0,00	3,28	5202,00	0,00	5202	0,00	3,62	36,00	5202
n40q1000E	5069	5069	0,00	4,49	5069,00	0,00	5069	0,00	1,75	33,30	5069
n40q1000F	4816	4816	0,00	3,99	4816,00	0,00	4816	0,00	2,26	37,00	4816
n40q1000G	5253	5253	0,00	4,80	5253,00	0,00	5253	0,00	3,46	39,00	5253
n40q1000H	4804	4804	0,00	27,07	4804,00	0,00	4804	0,00	2,85	38,00	4804
n40q1000I	4713	4713	0,00	0,48	4713,00	0,00	4713	0,00	2,71	37,00	4713
n40q1000J	4753	4753	0,00	1,61	4753,00	0,00	4753	0,00	2,45	36,00	4753
n50q10A	13136	13136	0,00	245,92	13139,00	0,02	13139	0,02	3386,10	83,30	13139
n50q10B	21374,43	21474	0,47	7182,99	21429,80	0,26	21396	0,10	3602,70	98,10	21396
n50q10C	18076,06	19623	8,56	7183,18	18375,60	1,66	18356	1,55	3602,22	96,10	18356
n50q10D	22824	22824	0,00	3131,87	22832,30	0,04	22824	0,00	3603,00	98,10	22824
n50q10E*	21223	21223	0,00	333,13	21222,80	0,00	21222	0,00	3601,88	98,60	21222
n50q10F	16566	16566	0,00	1238,28	16719,70	0,93	16576	0,06	3601,93	98,50	16576
n50q10G	14018	14018	0,00	46,28	14018,00	0,00	14018	0,00	3592,48	95,30	14018
n50q10H	18648,15	18815	0,89	7182,62	18686,00	0,20	18672	0,13	3601,81	89,50	18672
n50q10I	16436	16436	0,00	157,35	16464,60	0,17	16440	0,02	3601,22	94,70	16440
n50q10J	18123	18123	0,00	232,43	18123,00	0,00	18123	0,00	3601,54	100,80	18123
n50q15A	9254	9254	0,00	20,67	9254,00	0,00	9254	0,00	256,58	56,00	9254
n50q15B	14697	14697	0,00	178,59	14730,70	0,23	14697	0,00	1978,48	71,00	14697
n50q15C	12630	12630	0,00	1512,51	12630,00	0,00	12630	0,00	1932,07	65,30	12630
n50q15D	16449	16449	0,00	6444,76	16504,90	0,34	16503	0,33	2827,67	73,20	16503
n50q15E	14812	14812	0,00	1827,90	14812,90	0,01	14812	0,00	2357,85	75,30	14812
n50q15F*	11859	11859	0,00	954,82	11858,00	-0,01	11858	-0,01	1355,71	73,40	11858
n50q15G	10226	10226	0,00	8,27	10226,00	0,00	10226	0,00	435,05	70,30	10226
n50q15H	13137	13137	0,00	2168,21	13137,00	0,00	13137	0,00	1148,34	64,20	13137
n50q15I	11907	11907	0,00	39,15	11907,00	0,00	11907	0,00	1245,20	73,30	11907
n50q15J	13049	13049	0,00	3866,79	13049,00	0,00	13049	0,00	1498,72	72,40	13049
n50q20A	8431	8431	0,00	72,25	8431,70	0,01	8431	0,00	285,18	53,90	8431
n50q20B	12415,31	12662	1,99	7182,50	12562,00	1,18	12562	1,18	2065,70	65,00	12562
n50q20C	10811,35	11220	3,78	7182,39	11038,60	2,10	11031	2,03	2149,52	63,40	11031
n50q20D	13139	13139	0,00	1073,40	13195,60	0,43	13139	0,00	2056,14	65,70	13139
n50q20E	12532	12532	0,00	3099,14	12548,90	0,13	12541	0,07	2551,10	66,90	12533
n50q20F	10075	10075	0,00	2799,06	10080,60	0,06	10075	0,00	1028,47	67,90	10075
n50q20G	8870	8870	0,00	27,19	8870,00	0,00	8870	0,00	561,02	65,50	8870
n50q20H	11195	11551	3,18	7183,28	11341,90	1,31	11297	0,91	943,61	60,30	11297
n50q20I	10042	10042	0,00	379,57	10045,00	0,03	10042	0,00	856,78	63,70	10042
n50q20J	11132	11132	0,00	1855,16	11132,00	0,00	11132	0,00	1243,75	68,10	11132
n50q25A	7279	7279	0,00	54,07	7279,00	0,00	7279	0,00	107,40	45,00	7279
n50q25B	10656	10656	0,00	2116,39	10656,00	0,00	10656	0,00	943,50	57,50	10656
n50q25C	9129,21	9490	3,95	7183,25	9230,20	1,11	9217	0,96	685,99	54,10	9217
n50q25D	11364	11364	0,00	536,81	11369,60	0,05	11364	0,00	1010,26	59,80	11364
n50q25E	10241	10241	0,00	877,12	10241,00	0,00	10241	0,00	946,17	56,90	10241
n50q25F	8685	8685	0,00	1198,90	8707,20	0,26	8685	0,00	529,43	57,50	8685
n50q25G	7536	7536	0,00	15,23	7559,40	0,31	7536	0,00	109,37	53,70	7536
n50q25H	9476,81	9659	1,92	7183,17	9636,80	1,69	9612	1,43	365,71	53,40	9612
n50q25I	8614	8614	0,00	987,56	8614,00	0,00	8614	0,00	367,78	54,10	8614

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n50q25J	9218	9218	0,00	92,99	9218,00	0,00	9218	0,00	380,69	57,60	9218
n50q30A	6520	6520	0,00	23,78	6526,00	0,09	6520	0,00	46,69	43,60	6520
n50q30B	9025	9025	0,00	132,50	9025,00	0,00	9025	0,00	252,04	50,10	9025
n50q30C	8151	8151	0,00	1767,40	8151,00	0,00	8151	0,00	286,87	48,40	8151
n50q30D	9804	9804	0,00	429,98	9813,90	0,10	9804	0,00	441,52	51,00	9804
n50q30E	9086	9086	0,00	1208,29	9086,00	0,00	9086	0,00	262,72	50,60	9086
n50q30F	7661	7661	0,00	247,61	7666,20	0,07	7661	0,00	207,83	51,40	7661
n50q30G	6986	6986	0,00	45,72	6991,20	0,07	6986	0,00	63,68	49,60	6986
n50q30H	8319,01	8699	4,57	7183,29	8564,10	2,95	8563	2,93	188,97	49,30	8563
n50q30I	7964	7964	0,00	2106,01	8002,70	0,49	7964	0,00	242,74	53,00	7964
n50q30J	8054	8054	0,00	307,55	8054,00	0,00	8054	0,00	162,88	50,50	8054
n50q35A	6410	6410	0,00	54,53	6416,00	0,09	6410	0,00	41,22	42,30	6410
n50q35B	8720,50	8963	2,78	7183,24	8785,50	0,75	8763	0,49	360,47	51,20	8763
n50q35C	7730,63	7781	0,65	7183,26	7817,60	1,13	7781	0,65	310,68	51,80	7781
n50q35D	9199,19	9404	2,23	7183,31	9425,80	2,46	9343	1,56	342,79	52,50	9343
n50q35E	8708	8708	0,00	3828,26	8714,10	0,07	8708	0,00	274,12	51,00	8708
n50q35F	7390	7390	0,00	2151,51	7399,70	0,13	7397	0,09	148,34	49,90	7390
n50q35G	6681	6681	0,00	84,18	6681,00	0,00	6681	0,00	56,55	49,00	6681
n50q35H	7927,23	8331	5,09	7183,30	8033,00	1,33	8033	1,33	157,93	48,40	8033
n50q35I	7328	7328	0,00	91,01	7332,10	0,06	7328	0,00	133,07	50,50	7328
n50q35J	7828,19	7981	1,95	7181,87	7976,30	1,89	7970	1,81	189,43	49,40	7970
n50q40A	6249	6249	0,00	35,61	6249,00	0,00	6249	0,00	28,73	41,00	6249
n50q40B	8187,74	8288	1,22	7183,27	8288,00	1,22	8288	1,22	250,35	49,50	8288
n50q40C	7158	7158	0,00	217,36	7158,00	0,00	7158	0,00	277,46	50,60	7158
n50q40D	8520,19	8709	2,22	7182,69	8672,60	1,79	8657	1,61	237,07	50,70	8657
n50q40E	8075	8075	0,00	5944,43	8087,10	0,15	8075	0,00	177,73	49,40	8075
n50q40F	7009,67	7042	0,46	7183,19	7048,00	0,55	7042	0,46	120,14	49,10	7042
n50q40G	6447	6447	0,00	21,15	6447,00	0,00	6447	0,00	39,25	48,00	6447
n50q40H	7561,06	7606	0,59	7183,22	7609,60	0,64	7606	0,59	95,45	46,90	7606
n50q40I	6926	6926	0,00	230,83	6929,20	0,05	6926	0,00	115,65	51,20	6926
n50q40J	7249	7249	0,00	272,31	7254,80	0,08	7249	0,00	93,21	48,50	7249
n50q45A	5975	5975	0,00	28,99	5975,00	0,00	5975	0,00	13,24	41,10	5975
n50q45B	7697	7697	0,00	3701,19	7728,50	0,41	7697	0,00	137,78	47,60	7697
n50q45C	6693	6693	0,00	145,38	6693,00	0,00	6693	0,00	125,46	48,00	6693
n50q45D	8054	8173	1,48	7182,94	8140,10	1,07	8136	1,02	123,78	49,40	8136
n50q45E	7671,50	7737	0,85	7182,80	7732,00	0,79	7732	0,79	120,00	46,70	7732
n50q45F	6464	6464	0,00	82,59	6464,00	0,00	6464	0,00	54,90	46,20	6464
n50q45G	6273	6273	0,00	24,53	6273,00	0,00	6273	0,00	31,05	48,10	6273
n50q45H	7005	7005	0,00	2047,46	7007,90	0,04	7005	0,00	51,98	46,90	7005
n50q45I	6423	6423	0,00	45,12	6423,00	0,00	6423	0,00	46,01	47,30	6423
n50q45J	6601	6601	0,00	136,61	6601,00	0,00	6601	0,00	45,16	46,20	6601
n50q1000A	5634	5634	0,00	22,23	5634,00	0,00	5634	0,00	3,99	41,10	5634
n50q1000B	5903,86	5961	0,97	7183,26	5955,00	0,87	5955	0,87	7,91	46,00	5955
n50q1000C	5139	5139	0,00	26,89	5139,00	0,00	5139	0,00	7,42	46,00	5139
n50q1000D	5836	5836	0,00	0,97	5836,00	0,00	5836	0,00	7,01	46,00	5836
n50q1000E	6023	6023	0,00	2299,40	6023,00	0,00	6023	0,00	6,68	45,00	6023
n50q1000F	5262	5262	0,00	6231,66	5262,00	0,00	5262	0,00	7,33	46,00	5262
n50q1000G	5864	5864	0,00	2546,87	5864,00	0,00	5864	0,00	7,87	48,00	5864
n50q1000H	5559	5559	0,00	957,35	5559,00	0,00	5559	0,00	5,89	45,00	5559
n50q1000I	5462	5462	0,00	11,45	5462,00	0,00	5462	0,00	6,24	47,00	5462

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB Gap (%)	UB Time (s)	Avg. Sol.	Avg. Gap. (%)	Best	Best Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. NV	Best of all exp.
n50q1000J	5675	5675	0,00	109,74	5675,00	0,00	5675	0,00	6,27	44,00	5675
n60q10A	16622	16622	0,00	4811,18	16706,80	0,51	16626	0,02	3602,77	107,50	16624
n60q10B	17874,14	20003	11,91	7183,08	18124,20	1,40	18092	1,22	3601,72	119,50	18092
n60q10C	18765,30	21050	12,18	7182,20	19010,70	1,31	18962	1,05	3602,27	114,60	18962
n60q10D	24095	24095	0,00	481,56	24138,40	0,18	24123	0,12	3604,27	112,40	24123
n60q10E	18777,06	19356	3,08	7183,21	18935,40	0,84	18805	0,15	3602,51	110,80	18805
n60q10F	17303	17303	0,00	168,02	17337,90	0,20	17303	0,00	3602,31	125,20	17303
n60q10G	18713	18713	0,00	748,90	18752,00	0,21	18715	0,01	3602,49	120,00	18715
n60q10H	16888	16888	0,00	211,03	16994,90	0,63	16920	0,19	3602,15	111,00	16888
n60q10I	20469	20698	1,12	7183,21	20665,80	0,96	20526	0,28	3605,08	120,20	20526
n60q10J	16717	16717	0,00	2027,81	16725,10	0,05	16717	0,00	3602,13	113,80	16717
n60q15A	11944,32	12628	5,72	7183,13	12168,00	1,87	12156	1,77	2630,77	81,00	12156
n60q15B	12591	12591	0,00	946,24	12591,00	0,00	12591	0,00	1968,51	83,60	12591
n60q15C	13634,60	16390	20,21	7182,97	13765,70	0,96	13760	0,92	3542,02	87,00	13760
n60q15D	17109	17109	0,00	3765,23	17109,80	0,00	17109	0,00	3600,66	84,60	17109
n60q15E	13720,71	13910	1,38	7182,13	13852,80	0,96	13851	0,95	2910,99	82,50	13851
n60q15F	12392	12392	0,00	356,86	12399,20	0,06	12392	0,00	2028,12	88,30	12392
n60q15G	13092	13092	0,00	235,72	13102,60	0,08	13092	0,00	2440,64	84,50	13092
n60q15H	12417	12417	0,00	116,77	12437,60	0,17	12417	0,00	2171,47	86,80	12417
n60q15I	14695	14695	0,00	1030,42	14695,00	0,00	14695	0,00	3600,77	90,50	14695
n60q15J	12111	12111	0,00	1326,29	12112,80	0,01	12111	0,00	1236,31	82,10	12111
n60q20A	10309,88	10454	1,40	7183,39	10407,00	0,94	10407	0,94	2492,51	77,40	10407
n60q20B	11057	11057	0,00	7163,06	11088,00	0,28	11057	0,00	2767,91	82,70	11057
n60q20C	11253,61	11336	0,73	7183,05	11298,70	0,40	11298	0,39	2698,80	79,10	11298
n60q20D	13842	13842	0,00	1776,27	13858,00	0,12	13842	0,00	3600,77	75,40	13842
n60q20E	11478	11478	0,00	2267,20	11478,00	0,00	11478	0,00	2149,89	76,90	11478
n60q20F	10774	10774	0,00	2947,69	10799,80	0,24	10774	0,00	2709,86	83,30	10774
n60q20G	11523	11523	0,00	1910,91	11523,00	0,00	11523	0,00	3352,74	80,40	11523
n60q20H	10290	10290	0,00	63,28	10293,60	0,03	10290	0,00	1788,85	75,00	10290
n60q20I	12285,72	12506	1,79	7182,26	12363,10	0,63	12354	0,56	3600,55	82,90	12354
n60q20J	10342	10342	0,00	48,91	10342,00	0,00	10342	0,00	1036,41	74,50	10342
n60q25A	8701,14	9318	7,09	7182,44	8900,20	2,29	8870	1,94	761,27	62,90	8870
n60q25B	9378	9378	0,00	1253,64	9399,50	0,23	9378	0,00	1444,62	71,60	9378
n60q25C	9896,91	11090	12,06	7181,93	10089,30	1,94	10045	1,50	984,65	66,50	10045
n60q25D	11897,13	12490	4,98	7182,88	11972,60	0,63	11943	0,39	2335,87	65,50	11937
n60q25E	9701	9701	0,00	454,67	9703,60	0,03	9701	0,00	965,64	64,80	9701
n60q25F	9284	9284	0,00	602,48	9284,00	0,00	9284	0,00	1070,66	70,00	9284
n60q25G	9843,44	10054	2,14	7183,01	9918,00	0,76	9918	0,76	1393,30	69,40	9918
n60q25H	9366	9366	0,00	1213,42	9366,10	0,00	9366	0,00	732,42	64,60	9366
n60q25I	10530	10530	0,00	3794,76	10533,40	0,03	10530	0,00	1208,47	70,30	10530
n60q25J	9224	9224	0,00	312,01	9226,50	0,03	9224	0,00	638,82	67,00	9224
n60q30A	7810	7810	0,00	6719,77	7847,80	0,48	7843	0,42	314,94	58,90	7843
n60q30B	8156	8156	0,00	6096,33	8170,90	0,18	8156	0,00	262,33	61,70	8156
n60q30C	8892,41	10797	21,42	7183,27	9090,00	2,22	9090	2,22	581,86	61,40	9090
n60q30D	10159	10159	0,00	562,02	10159,00	0,00	10159	0,00	658,27	55,40	10159
n60q30E	8864,17	9060	2,21	7183,08	9018,30	1,74	8949	0,96	417,74	58,40	8949
n60q30F	8163	8163	0,00	2719,69	8185,90	0,28	8163	0,00	440,28	64,90	8163
n60q30G	8571,06	8926	4,14	7181,77	8667,80	1,13	8665	1,10	418,34	63,00	8665
n60q30H	8114	8114	0,00	1108,51	8117,60	0,04	8114	0,00	222,52	57,90	8114
n60q30I	9092,66	9189	1,06	7182,42	9188,50	1,05	9188	1,05	720,71	62,30	9188

Continua na próxima página

<i>Instance</i>	Erdoğan et al. 2015				ILS _{SBRP}						
	LB	UB	UB <i>Gap</i> (%)	UB <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>Sol.</i>	<i>Avg.</i> <i>Gap.</i> (%)	<i>Best</i>	<i>Best</i> <i>Gap</i> (%)	<i>Avg.</i> <i>Time</i> (s)	<i>Avg.</i> <i>NV</i>	<i>Best</i> <i>of all</i> <i>exp.</i>
n60q30J	8050	8050	0,00	1086,67	8074,50	0,30	8050	0,00	271,69	59,50	8050
n60q35A	7417,47	7744	4,40	7183,24	7615,40	2,67	7602	2,49	365,33	57,40	7602
n60q35B	7779	7779	0,00	5742,01	7789,40	0,13	7779	0,00	351,48	59,20	7779
n60q35C	8247,64	8916	8,10	7182,12	8372,30	1,51	8359	1,35	496,85	63,00	8359
n60q35D	9684,05	10091	4,20	7182,53	9785,70	1,05	9784	1,03	730,88	56,60	9784
n60q35E	8283	8283	0,00	4143,32	8321,00	0,46	8283	0,00	368,61	58,80	8283
n60q35F	7848	7848	0,00	4910,48	7859,80	0,15	7848	0,00	382,87	63,90	7848
n60q35G	8104	8104	0,00	1125,29	8104,00	0,00	8104	0,00	474,39	64,50	8104
n60q35H	7576	7576	0,00	189,34	7576,00	0,00	7576	0,00	224,77	56,40	7576
n60q35I	8530,25	9166	7,45	7182,00	8718,60	2,21	8675	1,70	530,73	62,60	8675
n60q35J	7876	7876	0,00	3116,61	7917,70	0,53	7876	0,00	258,85	58,10	7876
n60q40A	7112	7112	0,00	6438,93	7113,60	0,02	7112	0,00	190,53	55,50	7112
n60q40B	7259	7259	0,00	408,34	7259,00	0,00	7259	0,00	120,99	55,00	7259
n60q40C	7911,58	8070	2,00	7182,39	8021,40	1,39	8010	1,24	329,08	62,70	8010
n60q40D	8861,50	8959	1,10	7181,43	8943,40	0,92	8942	0,91	475,94	56,80	8942
n60q40E	7810	7810	0,00	1698,27	7810,00	0,00	7810	0,00	153,55	54,20	7810
n60q40F	7314	7314	0,00	401,02	7323,30	0,13	7314	0,00	215,14	61,30	7314
n60q40G	7744,25	7860	1,49	7180,92	7835,10	1,17	7819	0,97	314,84	60,90	7818
n60q40H	7059	7059	0,00	670,18	7059,00	0,00	7059	0,00	150,14	55,40	7059
n60q40I	8126	8126	0,00	4798,57	8131,10	0,06	8126	0,00	394,96	60,90	8126
n60q40J	7407	7407	0,00	2339,85	7407,00	0,00	7407	0,00	102,24	53,30	7407
n60q45A	6730	6730	0,00	1714,17	6730,00	0,00	6730	0,00	122,42	54,00	6730
n60q45B	6990	6990	0,00	280,31	6990,00	0,00	6990	0,00	89,42	55,00	6990
n60q45C	7555,57	7630	0,99	7183,29	7630,00	0,99	7630	0,99	220,51	60,40	7630
n60q45D	8285,54	8421	1,63	7181,34	8418,70	1,61	8395	1,32	213,70	54,10	8380
n60q45E	7446	7446	0,00	467,37	7446,00	0,00	7446	0,00	118,61	56,00	7446
n60q45F	7075	7075	0,00	1217,78	7075,30	0,00	7075	0,00	133,43	58,80	7075
n60q45G	7344	7344	0,00	3280,52	7344,00	0,00	7344	0,00	151,50	58,50	7344
n60q45H	6743	6743	0,00	72,59	6743,00	0,00	6743	0,00	78,77	54,30	6743
n60q45I	7577	7577	0,00	488,83	7577,00	0,00	7577	0,00	168,04	59,10	7577
n60q45J	7043	7043	0,00	349,01	7043,00	0,00	7043	0,00	68,99	54,20	7043
n60q1000A	5773	5773	0,00	131,08	5773,00	0,00	5773	0,00	14,55	54,20	5773
n60q1000B	6124,67	6132	0,12	7183,34	6133,40	0,14	6132	0,12	13,64	55,00	6132
n60q1000C	6135	6135	0,00	564,41	6135,00	0,00	6135	0,00	20,94	58,10	6135
n60q1000D	6223	6223	0,00	9,58	6223,00	0,00	6223	0,00	11,29	51,00	6223
n60q1000E	6131	6131	0,00	119,10	6131,00	0,00	6131	0,00	12,82	54,00	6131
n60q1000F	5810,62	5879	1,18	7183,40	5878,00	1,16	5878	1,16	24,96	58,00	5878
n60q1000G	6169	6169	0,00	43,36	6169,00	0,00	6169	0,00	15,78	57,00	6169
n60q1000H	5878	5878	0,00	6958,60	5878,00	0,00	5878	0,00	16,12	54,20	5878
n60q1000I	5942,83	5970	0,46	7183,21	5970,00	0,46	5970	0,46	19,07	58,00	5970
n60q1000J	6374	6374	0,00	27,81	6374,00	0,00	6374	0,00	10,57	53,10	6374

*Instâncias cujo custo da melhor solução é 1 unidade menor que o custo da solução ótima reportada em Erdoğan et al (2015) (possivelmente devido a problemas de aproximação).