

José Geilson Ferreira Júnior

O Bóson de Higgs no Contexto do Modelo 331 Supersimétrico Reduzido

João Pessoa - PB

Abril/2016

José Geilson Ferreira Júnior

O Bóson de Higgs no Contexto do Modelo 331 Supersimétrico Reduzido

Tese apresentada à Universidade Federal
Paraíba para obtenção do Título de Dou-
tor em Física.

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Orientador: Paulo Sérgio Rodrigues da Silva

João Pessoa - PB
Abril/2016

José Geilson Ferreira Júnior

O Bóson de Higgs no Contexto do Modelo 331 Supersimétrico Reduzido

Trabalho aprovado. João Pessoa - PB, DATA: 27 de Abril de 2016.

Paulo Sérgio Rodrigues da Silva
Orientador

Albert Petrov
Interno

Jorge Gabriel Gomes de Souza Ramos
Interno

Eduardo Marcos Rodrigues dos Passos
Externo

Marcos Antônio Anacleto
Externo

João Pessoa - PB
Abril/2016

Agradecimentos

Aos meus orientadores Prof. Paulo Sérgio e Carlos Pires, por acreditarem em mim, me mostrarem o caminho da ciência e pelo encorajamento em todas as circunstâncias.

A minha esposa Elinalda, por todo carinho, atenção e incentivo dado, tendo sido minha melhor amiga durante todos estes anos.

Aos amigos que fizeram parte desses momentos sempre me ajudando e incentivando.

A todos os professores da pós-graduação em Física pelo convívio e aprendizado.

A CAPES pelo suporte financeiro.

*Não vos moldeis às estruturas deste mundo,
mas transformai-vos pela renovação da mente.*

Resumo

A presente tese busca construir a versão supersimétrica do modelo 3-3-1 mínimo reduzido, proposto recentemente, utilizando o formalismo de supercampos. Desenvolvemos o espectro de massa de todas as partículas, dando ênfase ao espectro de massa dos escalares mais leves do modelo. Mostramos que uma massa de 125 GeV para o bóson de Higgs requer correções radiativas substanciais. Para tal, os superparceiros do quark top não necessitam desenvolver uma grande mistura e devem ter massa em torno dos TeV. Além disso, alguns termos de quebra soft de supersimetria podem estar na escala eletrofraca, o que alivia um pouco o ajuste fino destes parâmetros. O mais leve escalar duplamente carregado pode ter massa em torno de algumas centenas de GeV, podendo ser sondado no LHC, enquanto os escalares restantes do modelo têm massas em escala TeV.

Palavras-chave: Supersimetria, modelos 331, massa do Higgs.

Abstract

In this work we built a supersymmetric version of the recently proposed reduced minimal 3-3-1 model using the superfield formalism. We study the mass spectrum of all particles emphasizing on the mass spectrum of the lightest scalars of the model. We show that Higgs mass of 125 GeV requires substantial radiative corrections. To do this, stops do not need develop a large mixing and must have mass around TeV. Moreover, some soft SUSY breaking terms may lie at the electroweak scale, which alleviates some tension concerning fine tuning of the related parameters. The lightest doubly charged scalar may have mass around few hundreds of GeV, which can be probed at the LHC, while the remaining scalars of the model have masses at TeV scale.

Keywords: SuSy, 331 models, Higgs mass.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Loop fermiônico-escalar para massa dos Férmions	18
Figura 2 – Correção quântica para massa do Higgs	19
Figura 3 – RGE para o MP	21
Figura 4 – RGE para o MSSM	22
Figura 5 – Gráfico da seção de choque de interação (pb) em função da massa (GeV) de vários candidatos à matéria escura, figura tirada da Ref. [1]	24
Figura 6 – Contribuição radiativa para o potencial efetivo	62
Figura 7 – Valores para $\tan \beta_\rho$ compatíveis com $m_h > 60$	88
Figura 8 – Comportamento de m_h em função dos demais parâmetros do modelo.	89
Figura 9 – Mistura do setor dos stops em função da massa do stop mais leve. Valores necessários para obter $124.5 \text{ GeV} \leq m_h \leq 126.8 \text{ GeV}$	91
Figura 10 – Comparação da massa do stop mais leve com $\tan \beta$ e a massa do stop mais pesado. (esquerda) $\tan \beta$ deve possuir valores entre 1.5 e 2.5 para estar em acordo com a massa do Higgs. (direita) A massa do stop mais pesado deve possuir valores maiores que $m_{\tilde{t}_1} \approx 1625 \text{ GeV}$ para se ter o stop mais leve com massa de $m_{\tilde{t}_2} \approx 1180 \text{ GeV}$	92
Figura 11 – Massas do pseudo-escalar e dos escalares com carga dupla e simples mais leves. (esquerda-acima) A massa do pseudo-escalar está entre 1125 GeV e 1700 GeV para $1.5 < \tan \beta < 2.5$. (direita-acima) Para $\tan \beta$ no mesmo intervalo, a massa do duplamente carregado mais leve está entre 25 GeV e 650 GeV. (abaixo) Como esperado, a massa do escalar carregado e do pseudo-escalar são quase degeneradas.	93

Lista de tabelas

Tabela 1	– Os supercampos quirais do MSSM. Os valores da última coluna referem-se às transformações pelos grupos $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ respectivamente.	46
Tabela 2	– Os supercampos vetoriais do MSSM.	46

Sumário

	Introdução	12
1	ASPECTOS GERAIS DE SUPERSIMETRIA	16
1.1	Motivações para SuSy	17
1.1.1	Problema da Hierarquia	18
1.1.2	Unificação dos Acoplamentos de Gauge	20
1.1.3	Quebra de Simetria Eletrofraca	22
1.1.4	Matéria Escura	23
1.1.5	Inclusão da gravidade	25
1.1.6	Predições	25
1.2	Superespaço e Supercampos	26
1.2.1	Variáveis de Grassmann	26
1.2.2	Superespaço	27
1.2.3	Supercampos	28
1.2.3.1	Supercampos Quirais	29
1.2.3.2	Supercampos Vetoriais (Reais)	31
1.3	Lagrangianas Supersimétricas	32
1.3.1	Superpotencial	33
1.3.2	Potencial de Kähler	34
1.3.3	Invariância de Gauge	35
1.3.4	Tensor de Força	36
1.3.5	Teoria de Gauge Supersimétrica	37
1.3.6	Quebra <i>soft</i> de Supersimetria	39
2	MSSM	41
2.1	Breve Revisão do Modelo Padrão	41
2.2	Supercampos do MSSM	45
2.3	Superpotencial	46
2.4	Quebra <i>Soft</i> de Supersimetria	48

2.5	Potencial de Higgs e a Quebra de Simetria Eletrofraca	49
2.6	Espectro de Massa e Partículas	52
2.6.1	Bósons de Gauge	52
2.6.2	Setor de Higgs	53
2.6.3	Quarks e Léptons	55
2.6.4	SFermions	57
2.6.5	Gluinos, Neutralinos e Charginos	58
2.7	Potencial Efetivo	61
3	MODELO RM331 SUPERSIMÉTRICO	66
3.1	Revisão do RM331	66
3.1.1	Conteúdo de Partículas	67
3.1.2	Quebra de Simetria e o Setor Escalar	69
3.1.3	Bósons de Gauge	71
3.1.4	Férmions	73
3.2	SUSYRM331	74
3.2.1	Quebra Espontânea da Simetria $SU(3)_L \times U(1)_X$	77
3.2.2	Massa dos Bósons de Gauge	81
3.2.3	Quarks e Léptons	82
3.2.4	Partículas Supersimétricas	83
3.2.5	Fenomenologia do Higgs	86
4	CONCLUSÃO	94
A	NOTAÇÃO E IDENTIDADES	96
A.1	Notação de Weyl	96
B	ÁLGEBRA SUPERSIMÉTRICA	99
B.1	Algebra de Poincaré	99
B.2	Super Álgebra de Poincaré	100
C	CANCELAMENTO DAS ANOMALIAS TRIÂNGULO	102

REFERÊNCIAS	104
-------------	-----

Introdução

O Modelo Padrão das interações eletrofracas e fortes (MP) [2–4], apesar do enorme sucesso que obteve ao longo dos anos, ainda está incompleto, uma vez que existem diversos fenômenos observados, aos quais o MP não consegue explicar, ou não consegue fornecer uma explicação apropriada. Por exemplo, observações astrofísicas e cosmológicas, tais como a curva de rotação de galáxias, a radiação cósmica de fundo e a formação de grandes estruturas indicam a existência de uma forma de matéria que não interage eletromagneticamente ou fortemente, denominada de Matéria Escura [5, 6]. Como o MP não fornece um candidato para a composição deste tipo de matéria, isto já seria uma indicação para física nova. Outro ponto é o fato de que experimentos mostram que neutrinos oscilam entre seus estados físicos e são massivos [7, 8]. Uma vez que no MP os neutrinos são partículas sem massa, já seria outro indício de que o MP não é a teoria final, ou seja, a teoria que forneceria explicações para todos os fenômenos na física de partículas. De uma perspectiva teórica existem fortes razões para ir além do MP. Podemos citar: o problema da hierarquia, o qual destaca a ineficiência do MP para altas escalas de energia (região do ultravioleta) e sua naturalidade; a não unificação das interações descritas por ele; uma explicação para a replicação das famílias de férmions; predição para os valores de massas observados das partículas; uma explicação do porquê o universo visível é praticamente formado de matéria em detrimento de uma divisão igualitária entre matéria e antimatéria, entre outros. De posse tanto de argumentos experimentais quanto teóricos, faz-se necessária alguma forma de extensão do MP. Uma vez que o MP explica a maioria dos fenômenos observados experimentalmente com uma precisão elevada, ele agora serve como o ponto de partida para o estudo de física das partículas elementares.

Nas últimas décadas várias extensões do MP, tais como Technicolor [9, 10] que fornecia uma quebra dinâmica para a teoria eletrofraca, Teorias de Grande Unificação (GUT) [11] tendo como principal característica a unificação das três interações em uma alta escala de energia ($\mathcal{O}(10^{16} \text{ GeV})$), Supersimetria [12–14] que através da extensão da álgebra do espaço-tempo consegue transformar estados

bosônicos em fermiônicos e vice-versa ou Teoria de Cordas [15] a qual consegue acomodar uma teoria quântica da gravidade. Até o momento nenhum indício experimental aponta para alguma em particular. Porém, devido ao enorme êxito do uso de simetrias para a construção do MP, é natural buscar novos tipos de simetrias que possam orientar a construção de suas possíveis extensões. Nos últimos anos extensões supersimétricas tornaram-se bastante populares, tanto entre os físicos teóricos quanto experimentais, devido forma eficaz de solução de alguns dos problemas citados acima. Dentre eles: a existência de candidato natural a matéria escura [16, 17] pois a conservação da paridade-R faz com que a partícula supersimétrica mais leve seja estável; a inclusão natural de uma teoria quântica da gravidade [18] ocorre quando supersimetria é uma simetria local e ao quebra-la o graviton (mediador da interação gravitacional) aparece naturalmente; a unificação das interações eletrofracas e forte em altas escalas de energia [19]; a predição de um parceiro supersimétrico fermiônico para cada bóson e um bosônico para cada férmion surge como possível solução para o problema da hierarquia; promove física entre a escala eletrofraca e a escala de GUT e, também, o fato da teoria de cordas de baixas energias ser supersimétrica.

O maior desafio das teorias supersimétricas é o mecanismo correto para uma quebra da supersimetria (SSB). Sendo supersimetria uma realização da natureza, ela deve ser quebrada em baixa escala de energia, pois não foi observado qualquer degenerescência de massa entre bósons e férmions no espectro de partículas, pelo menos em energias de ordem 10^2 GeV ou menor. Contudo, sendo a supersimetria uma possível solução para o problema da hierarquia, esta deve ser uma simetria aproximada da teoria acima de uma determinada escala de energia. A ideia é que a supersimetria é quebrada em alguma escala M_s , de tal forma que a energias $E > M_s$ a teoria se comporte de maneira supersimétrica, enquanto em energias $E < M_s$ isso não aconteça. Espera-se que esta escala de energia seja da ordem de poucos TeV. De um ponto de vista fenomenológico, supersimetria de baixa energia deverá manifestar-se em breve no LHC.

Dentro da diversidade de extensões existentes na literatura, estudaremos o modelo proposto de maneira independente por F. Pisano - V. Pleitez e P. Frampton [20, 21]. Este modelo tem como base a simetria do grupo de gauge $SU(3)_C \times$

$SU(3)_L \times U(1)_X$, conhecido como o modelo 331 mínimo. O modelo 331 mínimo apresenta interessantes características, sendo que a principal delas reside no fato do modelo exigir um mínimo de três famílias para possuir consistência teórica através do cancelamento de anomalias triângulo [20–22]. Fenomenologicamente, o modelo 331 mínimo é muito atrativo, porque seu conteúdo leptônico é idêntico ao do MP e prediz uma nova física numa escala de energia muito próxima a do MP (TeV). Desta forma, as predições deste modelo poderão ser testadas tanto nos atuais experimentos do *Large Hadron Collider* (LHC) como nos próximos aceleradores, mostrando a importância de seu estudo. Algo que caracteriza este modelo é a presença de biléptons: campos vetoriais, escalares e fermiônicos, com duas unidades de número leptônico [23], e que podem ser detectados nos próximos aceleradores, podendo ser a assinatura desta classe de modelos.

Considerando este leque de atrativos fenomenológicos e tendo em conta que o escalar encontrado no LHC ainda não está completamente associado ao do MP, focamos nosso estudo no setor escalar do modelo 331, o qual em sua versão original apresenta três tripletos e um sexteto, totalizando trinta graus de liberdade. Tendo que a quebra espontânea de simetria (QES) do modelo 331 requer apenas oito graus de liberdade em forma dos bósons de Goldstone, o espectro físico do setor escalar ainda possuirá vinte e dois graus de liberdade. Este é um gigantesco espectro, comparado com o MP. Agora, introduzimos o principal ponto de nossa proposta: estender supersimetricamente o modelo 331 reduzido (RM331) [24], o qual utiliza apenas dois tripletos de escalares para gerar de forma correta a quebra da simetria $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$ para $SU(3)_C \times U(1)_{em}$, reduzindo o setor escalar e mostrando que as principais características presentes na forma original do modelo 331 também estão presentes no modelo RM331. Neste trabalho focamos sobre o espectro escalar com ênfase ao escalar mais leve que aparece neste espectro, o qual será associado ao escalar visto pelo LHC.

Esboço da tese.

No primeiro capítulo revisaremos as motivações teóricas e experimentais para a utilização de supersimetria, como também a construção de modelos em física de partículas. No segundo capítulo revisaremos rapidamente os conceitos do MP seguido de sua versão supersimétrica (MSSM), um pouco mais detalhada. No

capítulo 3 iniciaremos o trabalho da tese com a revisão do RM331 e a construção de sua versão supersimétrica com uma análise de seu setor escalar. Por fim, as conclusões.

1 Aspectos Gerais de Supersimetria

Supersimetria [12–14, 25] é uma simetria que relaciona partículas de spin inteiro à partículas de spin semi-inteiro. Uma transformação supersimétrica transforma um estado bosônico em fermiônico, e vice-versa. Matematicamente isto é descrito por:

$$Q|Fermion\rangle \rightarrow |Boson\rangle \text{ e } Q|Boson\rangle \rightarrow |Fermion\rangle, \quad (1.1)$$

onde Q é o operador que gera esta transformação em um espaço quadridimensional. Este operador possui uma forma spinorial anticomutante, consequentemente seu hermitiano conjugado ($\bar{Q}$) também será um gerador de supersimetria, ambos com spin 1/2 (natureza fermiônica). Desta definição, duas coisas ficam bem estabelecidas: 1) transformações supersimétricas mudam apenas o spin de uma partícula e, portanto, apenas suas propriedades do espaço-tempo. É por isso que a supersimetria não é uma simetria interna, mas uma simetria espaço-tempo. 2) se supersimetria é realizada, cada partícula tem pelo menos um superparceiro. Portanto, em vez de campos individuais, lidaremos com (super)multipletos destes campos, reunindo um conjunto mínimo de campos que se transformam entre si.

As formas possíveis de tais simetrias em uma teoria quântica de campos interagentes são restringidas pela extensão Haag-Lopuszanski-Sohnius do teorema de Coleman-Mandula, o qual demonstra que a supersimetria é a única maneira que espaço-tempo e simetrias internas podem ser consistentemente combinados [26]. Os operadores Q e $\bar{Q}$, juntamente com os geradores de translação (P_μ) e das transformações de Lorentz ($M_{\mu\nu}$) formam a álgebra da supersimetria¹. Teorias supersimétricas podem conter um número arbitrário de geradores Q : Q^N , $N = 1, \dots, n$. As transformações supersimétricas mais simples são geradas com apenas um gerador no espaço-tempo quadridimensional ($N=1$)². Este obedece a relação de anti-comutação:

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 2\sigma^\mu_{\alpha\beta} P_\mu, \quad (1.2)$$

¹ Ver apêndice B.

² Coincidentemente $N=1$ é a única possibilidade de realização de supersimetria a baixas energias.

com σ^μ sendo as matrizes de Pauli e α e β índices spinoriais. Isto mostra que supersimetria inclui a álgebra de Poincaré. Com estes novos geradores, a álgebra supersimétrica também é conhecida como super-álgebra de Poincaré.

As representações irredutíveis de supersimetria são os super-multipletos. Cada super-multipeto conterá ambos estados, fermiônico e bosônico, compartilhando as mesmas cargas quânticas e o mesmo número de graus de liberdade. Os dois mais importantes são:

- **Supermultipletos Quirais**, contendo um escalar complexo (ϕ), um férmion quiral de duas componentes (férmion de Weyl ψ) e um campo escalar auxiliar (F);
- **Supermultipletos Vetorial**, contendo um bóson de gauge (V_μ), um spinor de Weyl (λ_a) e um campo escalar (D_a), com a sendo o índice da representação adjunta do grupo de gauge.

Como o gerador Q comuta com P^2 , todas as partículas dentro do mesmo supermultipeto terão a mesma massa. Sendo supersimetria uma realização da natureza, ela deve ser quebrada em baixa escala de energia, pois não foi observado qualquer degenerescência de massa entre bósons e férmions no espectro de partículas, pelo menos em energias de ordem 10^2 GeV ou menor.

1.1 Motivações para SuSy

O século XX foi um triunfo das simetrias de gauge como a estrutura base para todas as teorias das forças e partículas fundamentais. A supersimetria é uma generalização do conceito de simetrias contínuas, razão pela qual muitos teóricos pensam que seria surpreendente se a natureza não fizesse uso dela. Existem argumentos teóricos, bem como dicas fenomenológicas e consequências experimentais para o uso de supersimetria, como descritos a seguir.

1.1.1 Problema da Hierarquia

No MP, férmions e o Higgs se acoplam através do termo $\lambda H \bar{f} f$, e a correção quântica da massa dos férmions (m_f) devido a escalares (Figura 1) é:

$$\delta m_f \approx -\frac{3\lambda^2 m_f}{64\pi^2} \log \frac{\Lambda_{UV}^2}{m_f^2} + \dots, \quad (1.3)$$

onde Λ_{UV} é o cut-off ultravioleta usado para regular a integral, correspondendo a escala na qual teorias de baixas energias não são mais aplicáveis e a nova física se faz necessária a fim de dar conta dos fenômenos em altas energias. As reticências indicam termos independentes do cut-off. Esta correção corresponde a uma expansão bem definida para m_f . Supondo como escala base para $\Lambda_{UV} \approx 10^{19}\text{GeV}$ (escala de Planck), a correção fornecerá, aproximadamente, um acréscimo de cerca de 10% na massa dos férmions. Desta forma, as massas férmions são ditas naturais. Esta proteção as massas dos férmions é devido à simetria quiral. No MP esta simetria é quebrada pelos acoplamentos de Yukawa, contudo, no limite em que $m_f \rightarrow 0$ esta simetria é restaurada impedindo o surgimento de termos de massa para os férmions em níveis de loop. Portanto, qualquer correção a massa dos férmions deve ser proporcional a sua massa à nível de árvore por causa da simetria quiral. Semelhantemente aos férmions, as massas dos bósons mediadores também são protegidas por meio de simetrias, neste caso, as simetrias de gauge.

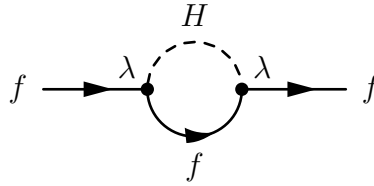


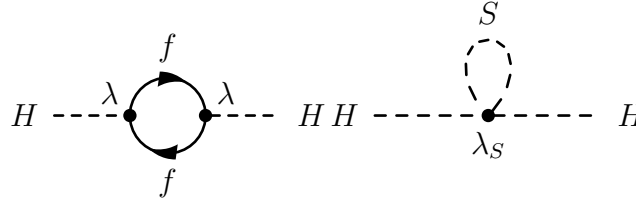
Figura 1 – Correção quântica da massa dos Férmions, através de um loop fermiônico-escalar.

A situação é bastante diferente quando se considera a variação de massa de um campo escalar (m_s). Por exemplo, a variação da massa do Higgs devido a um

loop fermiônico (Figura 2a) é:

$$\delta m_s \approx -\frac{\lambda^2}{8\pi^2} \Lambda^2 + \dots, \quad (1.4)$$

mostrando que a massa do bóson de Higgs diverge de forma quadrática em Λ . O cut-off Λ deveria ser naturalmente da ordem da escala de TeV para proteger a massa do Higgs. Entretanto, sendo Λ da ordem da escala de Planck, a correção à massa do Higgs se tornará enorme, necessitando de ajuste-fino muito grande para estabilizar a massa física em 100GeV (para ser preciso aproximadamente 126 GeV). Diferentemente dos férmions e bósons de gauge, os escalares não possuem nenhuma simetria que proteja suas massas dessa divergência quadrática. Contudo, férmions e bósons de gauge adquirem massa através do mecanismo de quebra espontânea de simetria, fazendo com que todo o espectro de massa seja direta ou indiretamente sensível ao cut-off Λ^2 .



(a) Loop fermiônico (b) Loop escalar

Figura 2 – Correção quântica da massa quadrada do bóson de Higgs.

Supondo que existe um escalar complexo S com massa M_S que acopla com o Higgs através do termo $-\lambda H^2 S^2$, a contribuição para a correção da massa do Higgs devido a este escalar será (Figura 2b):

$$\delta m_s \approx \frac{\lambda_S}{16\pi^2} \Lambda^2. \quad (1.5)$$

Esta correção é bem semelhante a apresentada pelo loop fermiônico, entretanto, com sinal oposto. Supersimetria oferece este tipo de solução para o problema da hierarquia. Como para qualquer férmion existente no modelo também existirá dois superparceiros escalares complexos com mesma massa e mesmos acoplamentos (supersimetria intacta). Para cada diagrama fermiônico também serão acrescentados os

diagramas escalares com sinal relativo oposto na contribuição de loop. Com isso, os efeitos das correções quânticas na massa do higgs são cancelados em todas as ordens. Se supersimetria não for quebrada, este cancelamento é exato. Entretanto, como sabemos que a supersimetria não pode ser uma teoria exata, este cancelamento é aproximado. Para que a solução do problema funcione, as escalas de massas das partículas supersimétricas não podem ser muito maiores que a escala de TeV, coincidentemente a escala em que o LHC está trabalhando.

1.1.2 Unificação dos Acoplamentos de Gauge

Em uma teoria quântica de campos renormalizável, as constantes de acoplamento e parâmetros de massa da teoria possuem uma dependência da escala de energia. A dependência da escala para os parâmetros é especificado pelas equações do grupo de renormalização (RGE). Em particular, a evolução de uma constante de acoplamento g com a escala de renormalização μ é governada pela função β de Callan-Symanzik [27, 28]

$$\beta(g) = Q \frac{\partial g}{\partial Q}. \quad (1.6)$$

Para uma teoria de gauge genérica não supersimétrica, a função β em nível de um loop é dada por [29]:

$$\beta(g) = \frac{g^3}{16\pi^2} \left(-\frac{11}{3}C(G) + \frac{2}{3}n_F S(R_F) + \frac{1}{3}n_H S(R_H) \right), \quad (1.7)$$

onde $C(G)$ é o Casimir para a representação adjunta da álgebra de Lie associada [30], $S(R_{F(H)})$ é o índice de Dynkin da representação $R_{F(H)}$ dos campos fermiônicos (escalares), e $n_{F(H)}$ é o número de férmions de Dirac (escalares complexos) presentes no modelo. Definida a estrutura de grupo, o coeficiente entre parêntesis da equação (1.7) é determinado. Para o MP, estes coeficientes (b_i) são:

$$(b_1, b_2, b_3) = \left(\frac{41}{10}, -\frac{19}{6}, -7 \right), \quad (1.8)$$

para os grupos $U(1)_Y$, $SU(2)_L$ and $SU(3)_c$ respectivamente. No grupo $U(1)_Y$ foi usada a normalização de GUT [31] fazendo $g_1 = \sqrt{\frac{5}{3}}g'$. O comportamento dos acoplamentos de gauge em função da escala de energia $t = \log \mu$ é mostrado na figura 3, onde foram usados valores experimentais em $Q = M_{Z0}$ [32] como valores

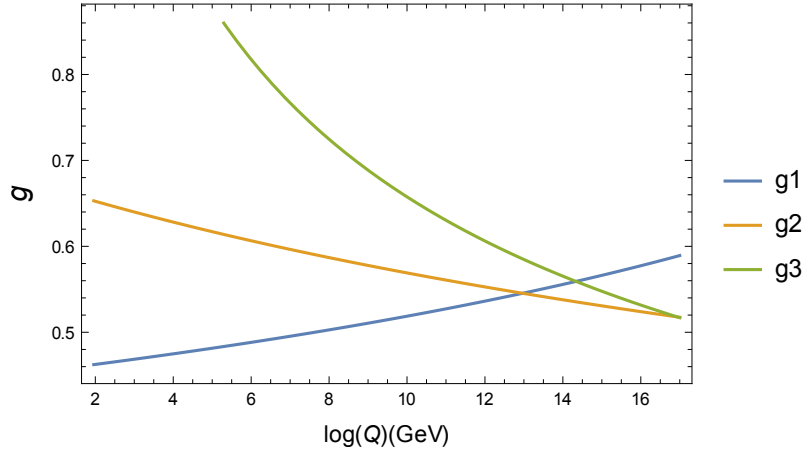


Figura 3 – Evolução das RGEs dos acoplamentos de gauge do MP, tendo apenas seu conteúdo válido até a escala de Planck.

iniciais para o cálculo. Fica claro que os acoplamentos não unificam-se em nenhuma escala de energia.

A extensão do conteúdo de partículas utilizando supersimetria influencia a dependência com a escala de energia dos acoplamentos de gauge. Estes graus de liberdade adicionados (gauginos, higgsinos e sfermions) fazem com que a função β dada pela equação (1.7) seja modificada. Em nível de um loop a função β para uma teoria supersimétrica é dada por [33, 34]:

$$\beta(g) = \frac{g^3}{16\pi^2} (-3C(G) + S(R)), \quad (1.9)$$

onde o índice de Dynkin $S(R)$ será somado agora incluindo todo o conteúdo de matéria (férmions, bósons e superparceiros). Para MSSM (versão supersimétrica do MP que será revisada no capítulo 2), os coeficientes b_i da função β dada pela equação (1.9) são:

$$(b1, b2, b3) = \left(\frac{33}{5}, 1, -3\right). \quad (1.10)$$

A correspondente evolução da RGE para o MSSM é mostrada na Figura 4 a partir da qual fica claro que os três acoplamentos de gauge unificam-se com uma precisão satisfatória, definindo assim uma escala para SUSY-GUT $M_{GUT} \sim 2 \times 10^{16}$ GeV, bem como confirmando a validade da perturbatividade da teoria. Esta é mais uma motivação para supor que SUSY é o próximo passo no sentido de uma descrição unificada da física de partículas.

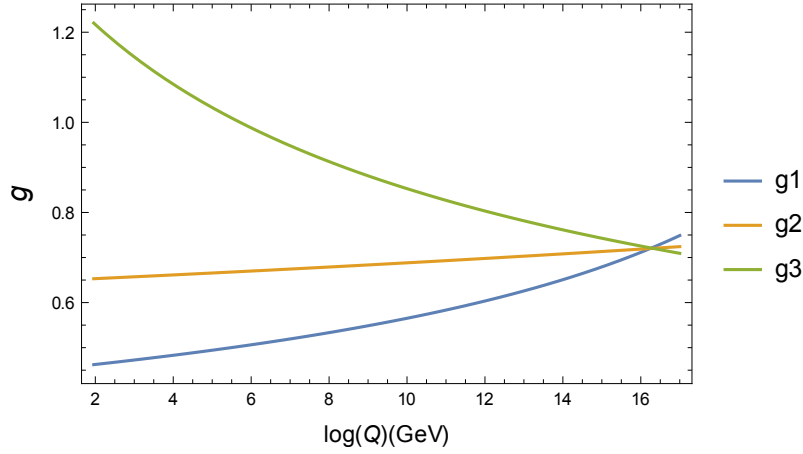


Figura 4 – Evolução das RGEs dos acoplamentos de gauge com o conteúdo de partículas do MSSM

1.1.3 Quebra de Simetria Eletrofraca

No MP a quebra de simetria eletrofraca é parametrizada pelo bóson de Higgs H e seu potencial $V(H) = m^2 H^2 + \lambda H^4$. No entanto, como já mencionado, os parâmetros do setor de Higgs não são limitados por nenhum princípio de simetria e, portanto, a escala de energia de quebra da simetria eletrofraca e a massa do Higgs não são consequências deste potencial. O parâmetro de massa quadrático do potencial, se negativo, conduz a um valor esperado do vácuo v não nulo, o qual gera as massas dos bósons e férmions por meio do mecanismo de Higgs. Contudo, este valor negativo é introduzido a mão e sem qualquer justificação mais profunda, sendo, a partir do ponto de vista teórico, insatisfatório.

Partindo de condições de contorno adequadas em uma escala alta de energia (tais como o acoplamento de Yukawa para o quark top $\mathcal{O}(1)$), supersimetria de baixa energia pode fornecer uma explicação para a origem da quebra de simetria eletrofraca [35, 36]. Primeiro, supersimetria faz com que os acoplamentos quárticos entre os escalares sejam uma função dos acoplamentos dos grupos de gauge, através dos quais os escalares se transformam e, com isso, faz com que eles estejam vinculados a uma simetria. Para o MSSM, $\lambda = (g_1^2 + g_2^2)/2$. Segundo, em teorias supersimétricas renormalizáveis, os parâmetros de massa que entram na lagrangiana são também dependentes da escala de energia, desta forma, as equações de grupo

de renormalização podem ser usadas para evoluir os parâmetros. Usando-as, o parâmetro m^2 vai para valores negativos na escala eletrofraca, impulsionado pelo acoplamento de Yukawa do quark top. Assim, o potencial com o formato de “chapéu mexicano” emerge naturalmente, proporcionando com isso uma explicação plausível para a quebra de simetria eletrofraca.

Tal como é típico para o progresso na física, esta explicação não vem de primeiros princípios, sendo uma explicação que depende de suposições, tais como: os parâmetros de massa que quebram supersimetria tenham valores da ordem da escala eletrofraca. Entretanto, uma vez respondida a questão acerca da quebra de supersimetria, o mecanismo que a promove também será capaz de resolver a questão da quebra eletrofraca.

1.1.4 Matéria Escura

Ao longo dos últimos cinquenta anos, cosmólogos têm acumulado diversas medidas que mostram que a matéria visível descreve apenas uma pequena parte de energia do universo. De acordo com dados recentes [37], o teor de matéria do universo pode ser subdividido em três categorias: Bariônica constituindo cerca de 4-5% do total de energia do universo; matéria escura detendo aproximadamente 26-27%; e a energia escura com os 68-70% restantes.

A matéria escura deve ser eletricamente neutra e não possuir carga de cor. Deve ser massiva, possuir tempo de vida maior que a idade do universo e de interação fraca. Os únicos candidatos à matéria escura do MP são os neutrinos, mas eles são desfavorecidos por dados experimentais. Supersimetria, no entanto, pode conter um candidato a matéria escura. Como vimos, os modelos supersimétricos podem resolver muitos problemas do MP. Contudo, sem qualquer estrutura adicional, as teorias supersimétricas podem dar origem à violação do número bariônico e leptônico em níveis inaceitáveis, por exemplo, o decaimento do próton, $p \rightarrow \pi^0 e^+$, pode ser mediado pelos superparceiros de quarks. A não observação de tais decaimentos levou à introdução de uma simetria discreta conhecida como paridade-R [38], a qual proíbe tais decaimentos assegurando a conservação do número bariônico e leptônico de uma forma elegante. Como consequência, a mais leve partícula supersimétrica

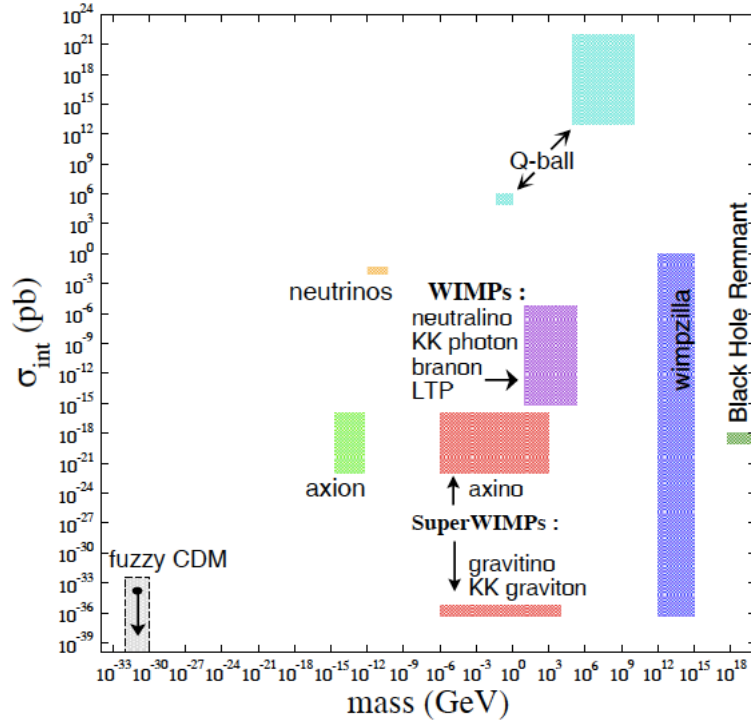


Figura 5 – Gráfico da seção de choque de interação (pb) em função da massa (GeV) de vários candidatos à matéria escura, figura tirada da Ref. [1]

(LSP³) é absolutamente estável e, se for eletricamente neutra, proporciona um bom candidato à matéria escura fria [39, 40].

O candidato a matéria escura descrita no parágrafo anterior é denominado por WIMPs⁴: partículas bastante massivas (da ordem de GeV) que interagem via interação fraca com as demais. Estes tipos de candidatos são muito populares, em grande parte, devido ao fato de sua abundância correta (da ordem de 23%) ocorrer somente se sua seção de choque estiver na escala eletrofraca [41]. Este é o chamado “WIMP Miracle”. Além desse fato, os WIMPs são particularmente mais fáceis de serem detectados em comparação a outros candidatos à matéria escura (ver figura 5).

³ Do inglês: *Lightest Supersymmetric Particle*.

⁴ Do inglês: *Weakly Interacting Massive Particles*.

1.1.5 Inclusão da gravidade

Supersimetria também pode ser o elo entre teorias de partículas elementares e uma teoria mais fundamental que inclui gravidade. O parâmetro da transformação supersimétrica é uma constante em relação ao espaço-tempo. A fim de ter em conta a gravidade, supersimetria deve ser promovida a uma simetria local. Assim, a parametrização de sua transformação não será mais constante, variando de um ponto a outro no espaço-tempo. Uma teoria supersimétrica localmente parametrizada é chamada de supergravidade [42], e unifica as simetrias do espaço-tempo da relatividade geral ordinária com transformações supersimétricas locais. Sendo assim, supersimetria é considerada como uma chave na busca de uma teoria que descreva as quatro interações fundamentais. Teorias quânticas de campos consistentes que incorporam gravidade possuem supersimetria em algum estágio na teoria.

1.1.6 Predições

Além das vantagens teóricas que entram juntamente com a introdução de supersimetria, existem também algumas indicações teóricas para a sua realização na natureza. Embora não haja evidência experimental direta, várias previsões corretas foram feitas [43]:

- Previsão que o quark top seria pesado na década de 80 [44, 45], sendo esta uma condição necessária para a explicação da quebra de simetria eletrofraca;
- Teorias de grande unificação supersimétricas previram com precisão o valor experimental do ângulo de mistura eletrofraco ($\sin^2 \theta_w$) antes de ser medido [46–49];
- A existência de um bóson de Higgs leve [50, 51], em acordo com medições feita pelo LHC [52, 53].

Finalizando esta breve motivação para construções de teorias que utilizem supersimetria, podemos considerá-lo apenas como um convite ao estudo da supersimetria e seu fascinante mundo. Na próxima seção desenvolveremos as ferramentas necessárias a construção de lagrangianas utilizando supersimetria.

1.2 Superespaço e Supercampos

1.2.1 Variáveis de Grassmann

Variáveis de Grassmann são variáveis que satisfazem relações de anti-comutação,

$$\{\eta, \theta\} = \eta\theta + \theta\eta = 0. \quad (1.11)$$

A principal consequência desta relação é que o produto de uma única variável (η) por ela mesma será sempre nulo, $\eta^2 = 0$. Devido a isso, uma expansão em série de uma função destas variáveis sempre conterá apenas termos de primeira potência em cada variável. Por exemplo, considerando uma única variável θ . Ao expandir uma função genérica em θ como uma série de potência, o fato de termos quadráticos em θ serem zero anula todos os termos condições, exceto dois,

$$f(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k \theta^k = f_0 + f_1 \theta + f_2 \underbrace{\theta^2}_0 + \underbrace{\dots}_0 = f_0 + f_1 \theta. \quad (1.12)$$

Onde f_0 e f_1 podem ser funções de outras variáveis mas não de θ . Assim a função mais geral $f(\theta)$ é uma função linear.

Como estas variáveis obedecem relações de anti-comutação, os operadores derivativos e integrais em relação a estas variáveis também irão obedecer. Para derivação defini-se:

$$\frac{df(\theta)}{d\theta} = f_1, \quad (1.13)$$

e consequentemente

$$\frac{d(\theta'\theta)}{d\theta} = -\frac{d(\theta\theta')}{d\theta} = -\theta'. \quad (1.14)$$

Para integração define-se

$$\begin{aligned} \int d\theta \frac{df(\theta)}{d\theta} &:= 0 \Rightarrow \int d\theta = 0 \\ \int d\theta \theta &:= 1 \Rightarrow \delta(\theta) = \theta \end{aligned} \quad (1.15)$$

A integração de $f(\theta)$ resulta

$$\int d\theta f(\theta) = \int d\theta (f_0 + f_1 \theta) = f_1 = \frac{df(\theta)}{d\theta}. \quad (1.16)$$

A equação acima demonstra um fato peculiar, que a diferenciação e a integração resultam na mesma coisa para uma variável anti-comutante.

Considerando agora θ^α e $\theta_{\dot{\alpha}}$ serem espinores compostos por variáveis de Grassmann. As derivadas são definidas por

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial \theta^\alpha}(\theta^\beta) &= \delta_\alpha^\beta, & \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha}(\bar{\theta}_{\dot{\beta}}) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}}(\bar{\theta}_{\dot{\beta}}) &= \delta_{\dot{\beta}}^{\dot{\alpha}}, & \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}}(\theta^\beta) &= 0.\end{aligned}\tag{1.17}$$

As derivadas funcionam em analogia com coordenadas do espaço de Minkowski. Para a integração, define-se

$$d^2\theta = -\frac{1}{4}d\theta^\alpha d\theta^\beta \epsilon_{\alpha\beta}, \quad d^2\bar{\theta} = -\frac{1}{4}d\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} d\bar{\theta}_{\dot{\beta}} \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}},\tag{1.18}$$

desta forma,

$$\int d^2\theta \theta\theta = 1, \quad \int d^2\bar{\theta} \bar{\theta}\bar{\theta} = 1.\tag{1.19}$$

Podendo novamente identificar integração e diferenciação

$$\begin{aligned}\int d^2\theta &= \frac{1}{4} \epsilon^{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} \frac{\partial}{\partial \theta^\beta} \\ \int d^2\bar{\theta} &= -\frac{1}{4} \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}} \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}_{\dot{\beta}}}.\end{aligned}\tag{1.20}$$

1.2.2 Superespaço

Uma transformação supersimétrica é definida como:

$$S(\theta, \bar{\theta}, x) = \exp^{i(\theta Q + \bar{\theta} \bar{Q} + x.P)}\tag{1.21}$$

onde θ e $\bar{\theta}$ são espinores de Weyl compostos por anti-comutantes variáveis de Grassmann. Desta forma fica claro que transformações supersimétricas também dependerão destas variáveis. Como já mencionado, em teorias supersimétricas devemos aumentar o grupo de simetria com a introdução de geradores fermiônicos Q e $\bar{Q}$. Logo, é conveniente também introduzir coordenadas fermiônicas ao espaço de Minkowski. A inclusão destas novas coordenadas implica na ampliação do espaço de Minkowski para um novo superespaço $Z = (x, \theta, \bar{\theta})$. Como já era esperado, o superespaço conterá a mesma quantidade de coordenadas bosônicas e fermiônicas.

Para translações usuais temos,

$$\exp[i(a.P)] \exp[i(x.P)] = \exp^{i((x+a).P)}, \quad (1.22)$$

pois $[P_m, P_n] = 0$. Para transformações supersimétricas,

$$S(\xi, \bar{\xi}, a) S(\theta, \bar{\theta}, x) = S(\theta', \bar{\theta}', x'). \quad (1.23)$$

Usando a fórmula de Baker-Campbell-Hausdorff, são induzidas as seguintes transformações

$$x \rightarrow x' = x + a + i\xi\sigma\bar{\theta} - i\theta\sigma\bar{\xi} \quad (1.24)$$

$$\theta \rightarrow \theta' = \theta + \xi \quad (1.25)$$

$$\bar{\theta} \rightarrow \bar{\theta}' = \bar{\theta} + \bar{\xi}. \quad (1.26)$$

Como podemos ver, as transformações no espaço-tempo ocorrem mesmo se $a = x = 0$. Também mostra que transformações no espaço-tempo também envolvem as coordenadas fermiônicas, com isso não podemos definir

$$Q = i\frac{\partial}{\partial\theta} \quad (1.27)$$

em analogia ao operador de translação. Assim definimos,

$$\hat{Q}_\alpha = i\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - (\sigma^m\bar{\theta})_\alpha\partial_m \quad (1.28)$$

$$\hat{\bar{Q}}_{\dot{\alpha}} = -i\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + (\theta\sigma^m)_{\dot{\alpha}}\partial_m. \quad (1.29)$$

É possível verificar que estes operadores satisfazem a álgebra supersimétrica (B.11).

1.2.3 Supercampos

O conceito de supercampos foi primeiro proposto por [54, 55]. Nesta proposição, uma função das coordenadas do superspaço $Z(x, \theta, \bar{\theta})$ que seja invariante sob transformações supersimétricas consegue gerar as componentes dos supercampos (supermultipletos). Como, θ e $\bar{\theta}$ anti-comutam, qualquer produto que envolva mais de dois θ 's ou de dois $\bar{\theta}$ anulam-se. Assim, o supercampo mais geral $\Phi = \Phi(x, \theta, \bar{\theta})$ tem a seguinte expansão de Taylor:

$$\begin{aligned} \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = & \phi(x) + \theta\psi(x) + \bar{\theta}\bar{\chi}(x) + \theta\theta M(x) + \bar{\theta}\bar{\theta} N(x) + \theta\sigma^m\bar{\theta} V_m(x) \\ & + (\theta\theta)\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) + (\bar{\theta}\bar{\theta})\theta\rho(x) + (\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})D(x). \end{aligned} \quad (1.30)$$

Este supercampo contém espinores de Weyl de mão esquerda ψ e $\rho(x)$, de mão direita $\bar{\chi}$ e $\bar{\lambda}$, campos escalares ϕ , M , N e D , e um campo vetorial V_m . Ao considerarmos que todos os campos sejam complexos, o supercampo Φ possui oito graus de liberdade fermiônicos e oito graus de liberdade bosônicos. Usando a equação acima pode-se mostrar que o produto de dois supercampos satisfaz a forma de supercampo e, portanto, também é um supercampo [56]. Tendo este supercampo uma dimensão de massa unitária, a dimensão de massa das coordenadas Grasmannianas são $[\theta] = [\bar{\theta}] = -1/2$.

Por ser a expressão mais geral de um supercampo, este não fornece uma representação irredutível. Os supercampos fundamentais possuem apenas duas partículas (caso não massivo) ou três partículas (caso massivo). Assim, pode-se eliminar alguns de seus componentes mantendo-o ainda como um supercampo. Em geral, podemos impor restrições covariantes em $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$, levando-os a supercampos menores que podem ser representações irredutíveis da álgebra supersimetria [56]. Estas restrições devem ser invariantes sob transformações supersimétricas e, portanto, anti-comutem com os operadores $\hat{Q}$ e $\hat{\bar{Q}}$. Assim são definidas as seguintes derivadas covariantes [57]:

$$\begin{aligned} D_\alpha &= \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} - i(\sigma^m \bar{\theta})_\alpha \partial_m \\ \bar{D}_{\dot{\alpha}} &= \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + i(\theta \sigma^m)_{\dot{\alpha}} \partial_m. \end{aligned} \quad (1.31)$$

1.2.3.1 Supercampos Quirais

Como todas as derivadas covariantes, D e $\bar{D}$ podem ser usadas para impor restrições covariantes aos supercampos. As mais simples e amplamente usadas são

$$\begin{aligned} \bar{D}_{\dot{\alpha}} \Phi &= 0 \\ D_\alpha \Phi^\dagger &= 0. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Onde Φ é chamado de supercampo quiral (ou supercampo quiral de mão esquerda) e $\Phi^\dagger$ de supercampo anti-quiral (ou supercampo quiral de mão direita). Para encontrar suas componentes definimos uma nova coordenada,

$$x^m \rightarrow y^m = x^m + i \theta \sigma^m \bar{\theta}. \quad (1.33)$$

Sendo $\Phi = \Phi(y, \theta, \bar{\theta})$, então a restrição para Φ assume a forma

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}} \Phi(y, \theta, \bar{\theta}) = \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} \Phi(y, \theta, \bar{\theta}) = 0 \quad (1.34)$$

e assim o supercampo quiral não depende explicitamente de $\bar{\theta}$, fornecendo-o uma expansão simples da seguinte forma:

$$\Phi(y, \theta) = \phi(y) + \theta \psi(y) + \theta \theta F(y), \quad (1.35)$$

onde $\phi(y)$ irá descrever os escalares físicos do modelo, $\psi(y)$ irá descrever os férmions e $F(y)$ é um campo escalar auxiliar necessário para garantir que tenhamos um número igual de componentes bosônicos e fermiônicos. De maneira análoga encontra-se o supercampo anti-quiral

$$\Phi^\dagger(y^\dagger, \bar{\theta}) = \phi^\dagger(y^\dagger) + \bar{\theta} \bar{\psi}(y^\dagger) + \bar{\theta} \bar{\theta} F^\dagger(y^\dagger). \quad (1.36)$$

As equações (1.35) e (1.36) fornecem uma expressão simples para Φ , podendo ser a representação mais conveniente. No entanto, reescrever Φ em termos de x^m pode fornecer maiores detalhes para o desenvolvimento de modelos. Para fazer isso, expande-se cada componente dos supercampos em torno de $y_0 = x$, resultando em:

$$\begin{aligned} \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) &= \phi(x) + \theta \psi(x) + \theta \theta F(x) - i \theta \sigma^m \bar{\theta} \partial_m \phi(x) \\ &\quad + \frac{i}{2} \theta \theta \partial_m \psi(x) \sigma^m \bar{\theta} - \frac{1}{4} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \partial_m \partial^m \phi(x) \\ \Phi^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}) &= \phi^\dagger(x) + \bar{\theta} \bar{\psi}(x) + \bar{\theta} \bar{\theta} F^\dagger(x) + i \theta \sigma^m \bar{\theta} \partial_m \phi^\dagger(x) \\ &\quad - \frac{i}{2} \bar{\theta} \bar{\theta} \theta \sigma^m \partial_m \bar{\psi}(x) - \frac{1}{4} \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \partial_m \partial^m \phi^\dagger(x), \end{aligned} \quad (1.37)$$

onde Φ e $\Phi^\dagger$ satisfazem a eq.(1.32).

Para finalizar, aplicando uma transformação de supersimetria infinitesimal $\delta_\epsilon \Phi \equiv -i(\epsilon^\alpha \hat{Q}_\alpha + \bar{\epsilon}_{\dot{\alpha}} \hat{\bar{Q}}^{\dot{\alpha}}) \Phi$ resulta:

$$\delta \phi = \epsilon \psi \quad (1.38)$$

$$\delta \psi_\alpha = 2 \epsilon_\alpha F - 2i (\sigma^m \bar{\epsilon})_\alpha \partial_m \phi \quad (1.39)$$

$$\delta F = i (\partial_m \psi) \sigma^m \bar{\epsilon}. \quad (1.40)$$

Uma característica importante que podemos observar é que a variação da componente F corresponde a um divergente total. Este fato mostrará seu valor na construção de uma ação supersimétrica invariante.

1.2.3.2 Supercampos Vetoriais (Reais)

Até agora usando apenas supercampos quirais será possível construir uma “superlagrangiana” de Yukawa, composta apenas por espinores e escalares. Os supercampos definidos na seção anterior não possuem como componentes um campo vetorial, essencial para construção de teorias de gauge. A fim de ter interações de gauge, precisa-se encontrar uma nova projeção invariável supersimétrica que poupa o campo vetorial V^m na expressão geral (1.30) e o torna real. Para tal, é necessário introduzir uma nova classe de supercampos, chamados de supercampos vetoriais (ou reais), definidos pela imposição de realidade no supercampo, (1.30). Assim um supercampo vetorial é definido por:

$$\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) \rightarrow V(x, \theta, \bar{\theta}) = V^\dagger(x, \theta, \bar{\theta}). \quad (1.41)$$

O mais geral supercampo vetorial $V(x, \theta, \bar{\theta})$ possui a forma

$$\begin{aligned} V(x, \theta, \bar{\theta}) = & C(x) + i\theta\chi(x) - i\bar{\theta}\bar{\chi}(x) + \frac{i}{2}\theta\bar{\theta}(M(x) + iN(x)) \\ & - \frac{i}{2}\bar{\theta}\bar{\theta}(M(x) - iN(x)) + \theta\sigma^\mu\bar{\theta}A_\mu(x) \\ & + i\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\left(\bar{\lambda}(x) - \frac{i}{2}\bar{\sigma}^m\partial_m\chi(x)\right) \\ & - i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\left(\lambda(x) - \frac{i}{2}\sigma^m\partial_m\bar{\chi}(x)\right) \\ & + \frac{1}{2}(\theta\bar{\theta})(\bar{\theta}\bar{\theta})\left(D - \frac{1}{2}\partial_m\partial^m C\right). \end{aligned} \quad (1.42)$$

Um supercampo não pode ser ao mesmo tempo, ambos quiral e real, a menos que seja identicamente constante. No entanto, se Φ é um supercampo quiral, então $\Phi\Phi^\dagger$ ou $\Phi + \Phi^\dagger$ ou $i(\Phi - \Phi^\dagger)$ serão todos supercampos reais.

Como no supercampo quiral, deve-se construir uma representação irredutível para o supercampo vetorial. A forma da equação (1.42) sugere que as componentes desta representação irredutível contenham apenas o campo vetorial A_m , o campo fermiônico λ e o campo escalar auxiliar D , e que os outros campos sejam absorvidos ou eliminados por uma transformação de (super)gauge. Para isto, usa-se um supercampo quiral Λ tal que

$$V(x, \theta, \bar{\theta}) \rightarrow V(x, \theta, \bar{\theta}) + i(\Lambda(x, \theta, \bar{\theta}) - \Lambda^\dagger(x, \theta, \bar{\theta})), \quad (1.43)$$

a qual induz uma transformação de gauge padrão para a componente de vetorial A_m . Então, pode-se escolher as componentes de Λ de forma a eliminar alguns dos componentes de V . A escolha mais comum é fazer $C = M = N = \chi = 0$. Nesta escolha, o supercampo vetorial está no gauge de Wess-Zumino (WZ), e é simplesmente dado por:

$$V_{WZ}(x, \theta, \bar{\theta}) = \theta \sigma^\mu \bar{\theta} A_\mu(x) + i \theta \theta \bar{\theta} \bar{\lambda}(x) - i \bar{\theta} \bar{\theta} \theta \lambda(x) + \frac{1}{2} (\theta \theta) (\bar{\theta} \bar{\theta}) (D). \quad (1.44)$$

Porém, supercampos no gauge de WZ não são invariantes supersimétricos. No entanto sempre é possível combinar transformações supersimétricas e transformações de gauge generalizadas, de tal forma que V sempre esteja no gauge WZ [56]. Outro motivo para o uso deste gauge está na simplicidade de calcular potências de V_{WZ} . De fato, apenas duas potências de V_{WZ} são diferentes de zero, com $V_{WZ}^n = 0$, $\forall n \geq 3$.

Analisando as transformações supersimétricas das componentes de um supercampo vetorial, temos que:

$$\delta D = \partial_m (\epsilon \sigma^m \bar{\lambda} - \lambda \sigma^m \bar{\epsilon}), \quad (1.45)$$

o qual mostra que a componente D do supercampo vetorial transforma-se como uma derivada total, tal como o campo F do supercampo quiral.

1.3 Lagrangianas Supersimétricas

O critério para construção de lagrangianas supersimétricas é sua invariância sob transformações supersimétricas. Dito de outra forma, que a ação seja invariante sob estas transformações,

$$\delta_\epsilon \int d^4x \mathcal{L} = 0. \quad (1.46)$$

Esta condição é satisfeita se $\mathcal{L}$ transforma-se por uma derivada total

$$\mathcal{L} \longrightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L} + \partial_m(\dots). \quad (1.47)$$

Desde que as componentes F de um supercampo quiral (componente $\theta\theta$) e D de um supercampo vetorial (componente $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$) possuem esta característica, estes podem

ser usados para construir uma lagrangiana supersimétrica. Uma ação (S) invariante sob transformações pode ser escrita da forma:

$$S = \int d^4x \left(\int d^2\theta [W]_F + \int d^2\theta d^2\bar{\theta} [K]_D \right), \quad (1.48)$$

onde W é um supercampo quiral, K é um supercampo vetorial e $[X]_Y$ representa a componente Y do supercampo X . Os supercampos W e K são chamados, respectivamente, de superpotencial e potencial de Kähler.

Em geral, as lagrangianas de teorias supersimétricas são construídas em termos de produtos de supercampos quirais.

1.3.1 Superpotencial

Como discutido anteriormente, o produto de supercampos quirais resulta em um supercampo quiral. Portanto, em geral, o superpotencial W será um polinômio nos supercampos quirais. Em princípio W pode conter qualquer potência de supercampos quirais. No entanto, considerando apenas os termos renormalizáveis,

$$\dim(\mathcal{L}) = 4, \quad (1.49)$$

faz com que a dimensão de W seja no máximo 3, resultando em um polinômio com grau cúbico nos supercampos quirais⁵. Assim, o superpotencial W é definido por:

$$W(\Phi_i) = \sum_i k_i \Phi_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j} m_{ij} \Phi_i \Phi_j + \frac{1}{3} \sum_{i,j,k} g_{ijk} \Phi_i \Phi_j \Phi_k, \quad (1.50)$$

onde Φ_i são os supercampos quirais e k_i , m_{ij} e g_{ijk} são constantes com dimensão de massa 2, 1 e 0, respectivamente.

Para supercampos quirais dados pela equação (1.37), as expressões para os produtos $[\Phi_i \Phi_j]_F$ e $[\Phi_i \Phi_j \Phi_k]_F$ são dadas por [57]:

$$\begin{aligned} [\Phi_i \Phi_j]_F &= F_i \phi_j + F_j \phi_i - \frac{1}{2} \chi_i \chi_j \\ [\Phi_i \Phi_j \Phi_k]_F &= F_i \phi_j \phi_k + F_j \phi_i \phi_k + F_k \phi_i \phi_j - \frac{1}{2} \chi_i \chi_k \phi_j - \frac{1}{2} \chi_j \chi_k \phi_i - \frac{1}{2} \chi_i \chi_j \phi_k. \end{aligned} \quad (1.51)$$

⁵ Lembrando que $\dim(\theta) = \dim(\bar{\theta}) = \frac{1}{2}$.

Podemos notar que o último termo do produto de dois supercampos quirais pode ser relacionado as massas dos férmions, como também que os três últimos termos do produto de três supercampos quirais descrevem interações entre férmions e escalares associados a lagrangiana de Yukawa. Os termos restantes são de interações entre escalares, os quais estão associados ao potencial escalar.

1.3.2 Potencial de Kähler

De análoga ao superpotencial, a dimensão do potencial de Kähler deve ser no máximo 2 para lagrangianas renormalizáveis. Utilizando apenas supercampos quirais, a potencial de Kähler mais genérico é dado por:

$$K(\Phi_i^\dagger \Phi_i) = \Phi_i^\dagger \Phi_i. \quad (1.52)$$

Como K deve ser real, a única outra forma que poderia ser atribuída seria $\Phi^\dagger + \Phi$, no entanto este termo leva a uma derivada total na lagrangiana e por isso, não contribui.

A expressão para $[\Phi_i^\dagger \Phi_i]_D$, desprezando derivadas totais, é:

$$[\Phi_i^\dagger \Phi_i]_D = F_i^\dagger F_i - (\partial_m \phi_i^\dagger)(\partial^m \phi_i) + \frac{i}{2} \chi_i \sigma^m \partial_m \bar{\chi}_i. \quad (1.53)$$

Da expressão acima nota-se que o potencial de Kähler fornece os termos de energia cinética para a componente escalar ϕ e para componente fermiônica χ . Podemos ver também que o campo escalar F não possui termo cinético, portanto, este campo não se propaga, o qual pode ser retirado da teoria por meio de sua equação de movimento.

Até agora, usando apenas supercampos quirais seria possível construir uma lagrangiana de Yukawa, composta apenas por espinores e escalares. Até este momento não foi mencionado a invariância de gauge para a construção da lagrangiana. De maneira semelhante as teorias não supersimétricas, os supercampos também devem se transformar para que interações de gauge se tornem presentes no modelo.

1.3.3 Invariância de Gauge

Por serem operadores escalares (em geral não abelianos), os geradores do grupo de gauge devem comutar com os geradores do grupo supersimétrico. Desta forma todas as partículas em um supermultiplete se transformarão pela mesma representação do grupo de gauge⁶. Sabendo que os termos cinéticos surgem do potencial de Kähler, precisamos verificar que este termo permaneça invariante após a introdução das transformações dos supercampos quirais.

Para uma transformação de gauge

$$\begin{aligned}\Phi^\dagger &\rightarrow \Phi'^\dagger = \Phi^\dagger e^{-i\Lambda^\dagger T} \\ \Phi &\rightarrow \Phi' = e^{i\Lambda T} \Phi,\end{aligned}\tag{1.54}$$

o potencial de Kähler transforma-se da forma

$$\Phi^\dagger \Phi \rightarrow \Phi'^\dagger \Phi' = \Phi^\dagger e^{-i\Lambda^\dagger T} e^{i\Lambda T} \Phi \neq \Phi^\dagger \Phi,\tag{1.55}$$

onde Λ é o parâmetro da transformação e T o gerador⁷. Percebemos que o potencial de Kähler não é invariante sob transformações de gauge, como já era esperado. A solução é a introdução de supercampos de gauge (supercampos vetoriais) tal que o potencial de Kähler seja invariante. Define-se um novo supercampo G de forma que:

$$G \equiv e^{-2VT} \rightarrow G' = e^{i\Lambda^\dagger T} G e^{-i\Lambda T},\tag{1.56}$$

onde V é um supercampo vetorial, e assim o termo

$$\Phi^\dagger G \Phi \rightarrow \Phi'^\dagger G' \Phi' = \Phi^\dagger G \Phi\tag{1.57}$$

seja invariante sob as transformações

$$\begin{aligned}\Phi &\rightarrow e^{i\Lambda T} \Phi \\ V_A T^A &\rightarrow V_A T^A + \frac{i}{2} (\Lambda_A T^A - \Lambda_A^\dagger T^A) + \frac{1}{2} f_{ABC} V_B (\Lambda_C + \Lambda_C^\dagger),\end{aligned}\tag{1.58}$$

⁶ Para manter o caráter quiral dos supercampos, os parâmetros da transformação de gauge (Λ) também devem ser supercampos quirais.

⁷ Por conveniência os índices de grupos não estão explícitos, $\Lambda T \equiv \Lambda_A T^A$ onde A é o índice de grupo.

sendo f_{ABC} as constantes de estrutura do grupo de gauge. O termo $\Phi^\dagger G \Phi$ é o potencial de Kähler generalizado.

Da mesma maneira que em teoria não-supersimétricas, os termos cinéticos fornecem a maneira como os supercampos quirais irão interagir com os supercampos vetoriais. Assumindo que o supercampo vetorial está no gauge de WZ,

$$\Phi^\dagger e^{-2VT} \Phi = \Phi^\dagger (1 - 2V_A T^A + 2V_A T^A V_B T^B) \Phi. \quad (1.59)$$

Para supercampos dados pelas equações (1.37) e (1.44) temos:

$$\begin{aligned} [-2\Phi^\dagger V_A T^A \Phi]_D &= (-i\partial_m \phi^\dagger V_A^m T^A \phi + h.c.) + (i\sqrt{2}\bar{\chi}\bar{\lambda}_A T^A \phi + h.c.) \\ &\quad - \phi^\dagger D_A T^A \phi + \bar{\chi} V_A^m T^A \bar{\sigma}_m \chi \\ [2\Phi^\dagger V_A T^A V_B T^B \Phi]_D &= \phi^\dagger V_A^m T^A V_m^B T_B \phi. \end{aligned} \quad (1.60)$$

Dos termos acima, observamos que além dos termos habituais para as interações de gauges com escalares e férmions, obtemos uma interação adicional entre os gauginos (λ), os férmions e escalares da teoria. Nota-se também que não estão incluídos os termos cinéticos para os bósons de gauge e seus parceiros supersimétricos. Estes termos devem vir de um tensor de força supersimétrico, que generalize o tensor F_{mn} usual para teorias de gauge.

1.3.4 Tensor de Força

Seguindo os mesmos passos de teorias não-supersimétricas, precisamos aplicar derivadas aos supercampo V . Porém, como queremos um tensor de força supersimétrico é conveniente aplicarmos derivadas covariantes (eq. 1.31) a V , de modo a construir supercampos quirais.

Para um supercampo vetorial V , defini-se [58]:

$$W_\alpha = -\bar{D}\bar{D} \left(e^{-2gVT} D_\alpha e^{2gVT} \right). \quad (1.61)$$

onde D e $\bar{D}$ denotam as derivadas covariantes supersimétricas, as quais carregam índices espinoriais⁸. Usando a equação (1.56) e que $\bar{D}\Lambda = D\Lambda^\dagger = 0$, mostra-se que o supercampo W_α transforma-se por

$$W_\alpha \rightarrow W'_\alpha = e^{-ig\Lambda T} W_\alpha e^{ig\Lambda T}. \quad (1.62)$$

⁸ Para simetrias abelianas esta expressão é reduzida para $W_\alpha = -\bar{D}\bar{D} (D_\alpha V)$.

Assim, o traço do produto $W_\alpha W^\alpha$ é um invariante de gauge. Como $\bar{D}_{\dot{\alpha}} \bar{D} \bar{D} = 0$, observa-se que o supercampo W_α é um supercampo quiral. Sendo W_α um supercampo quiral, o produto $W_\alpha W^\alpha$ também será um supercampo quiral. Portanto, o termo F deste produto será um invariante supersimétrico.

Para obter as componentes do tensor de força W_α , é mais conveniente escrevê-lo em termos das coordenadas $y^m = x^m + i\theta\sigma^m\theta$. Utilizando o gauge de WZ, o tensor de força, reescrito por $W_\alpha \equiv 2g_A T^A W_\alpha^A$, é dado como

$$W_\alpha^A(y, \theta) = -4i\lambda_\alpha^A(y) + 4\theta_\alpha D^A(y) - 2i(\sigma^m \bar{\sigma}^n \theta)_\alpha F_{mn}^A(y) - 4(\theta\theta)(\sigma^m)_{\alpha\dot{\alpha}} D_m \bar{\lambda}^{A\dot{\alpha}}(y), \quad (1.63)$$

onde:

$$F_{mn}^A = \partial_m V_n^A - \partial_n V_m^A - g f_{BC}^A V_m^B V_n^C \quad (1.64)$$

$$D_m \bar{\lambda}^A = \partial_m \bar{\lambda}^A - g f_{BC}^A V_m^B \bar{\lambda}^C \quad (1.65)$$

são o tensor de força usual e a derivada covariante para os gauginos, respectivamente.

O termo F fornecido pelo produto dos tensores de força é

$$\frac{1}{32g_A^2} \text{Tr}[W^\alpha W_\alpha]_F = \frac{1}{2} D^A D^A + i\lambda^A \sigma^m D_m \bar{\lambda}^A - \frac{1}{4} F_{mn}^A F_A^{mn}. \quad (1.66)$$

Da expressão acima vemos que, além de fornecer os termos cinéticos para o campo de gauge V_m , o tensor de força W_α também gera os termos cinéticos invariantes de gauge para o gaugino λ . O campo D não possui termo cinético e, assim como o campo F , é um campo auxiliar que pode ser eliminado utilizando as equações do movimento.

1.3.5 Teoria de Gauge Supersimétrica

Com todos os resultados acima, pode-se construir a lagrangiana (renormalizável) mais geral possível, que seja tanto invariante de gauge como supersimétrica:

$$\mathcal{L}_{Susy} = [K(\Phi, \Phi^\dagger)]_D + [W(\Phi) + h.c.]_F + [W_\alpha W^\alpha + h.c.]_F, \quad (1.67)$$

onde $K(\Phi, \Phi^\dagger)$, $W(\Phi)$ e W_α são o potencial de Kähler generalizado, o superpotencial e o tensor de força, respectivamente⁹.

Reescrevendo $\mathcal{L}_{SuSy}$ em termos das componentes do supercampos,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SuSy} = & (D_m \phi_i^\dagger)(D^m \phi_i) + i\bar{\chi}_i \bar{\sigma}^m D_m \chi_i + i\lambda^A \sigma^m D_m \bar{\lambda}_A - \frac{1}{4} F_{mn}^A F_A^{mn} \\ & + (m_{ij} F_i \phi_j - \frac{m_{ij}}{2} \chi_i \chi_j + \frac{y_{ijk}}{2} F_i \phi_j \phi_k - \frac{y_{ijk}}{2} \chi_i \chi_j \phi_k + h.c.) \\ & + (i\sqrt{2} g_A \phi_i T^A \lambda^A \chi_j + h.c.) + g_A \phi_i^\dagger D^A T_{ij}^A \phi_j + F_i^\dagger F_i + \frac{1}{2} D^A D^A. \end{aligned} \quad (1.68)$$

Como dito anteriormente, os campos F_i e D_A são campos auxiliares e podem ser eliminados de $\mathcal{L}_{SuSy}$ através das equações do movimento:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}_{SuSy}}{\partial F_i} = 0 & \Rightarrow F_i^\dagger + -m_{ij} \phi_j - \frac{y_{ijk}}{2} \phi_j \phi_k \\ \frac{\partial \mathcal{L}_{SuSy}}{\partial D_A} = 0 & \Rightarrow D_A = -g_A \phi_i^\dagger T_{ij}^A \phi_j. \end{aligned} \quad (1.69)$$

Substituindo estas expressões em $\mathcal{L}_{SuSy}$ obtemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SuSy} = & (D_m \phi_i^\dagger)(D^m \phi_i) + i\bar{\chi}_i \bar{\sigma}^m D_m \chi_i + i\lambda^A \sigma^m D_m \bar{\lambda}_A - \frac{1}{4} F_{mn}^A F_A^{mn} \\ & - (\frac{m_{ij}}{2} \chi_i \chi_j + \frac{y_{ijk}}{2} \chi_i \chi_j \phi_k + h.c.) \\ & + (i\sqrt{2} g_A \phi_i T^A \lambda^A \chi_j + h.c.) + V(\phi), \end{aligned} \quad (1.70)$$

onde

$$V(\phi) = |m_{ij} \phi_j + \frac{y_{ijk}}{2} \phi_j \phi_k|^2 + \frac{1}{2} |g_A \phi_i^\dagger T_{ij}^A \phi_j|^2 \quad (1.71)$$

é o potencial escalar da teoria.

A primeira linha de $\mathcal{L}_{SuSy}$ mostra os termos cinéticos para os escalares, férmions, gaugions e bósons de gauge. Na segunda linha temos termos de massa para os férmions e os acoplamentos de Yukawa. A última linha consiste das interações entre escalares, gauginos e férmions e por ultimo o potencial escalar. Mostrando que contém todos os termos presentes em teorias não-supersimétricas

⁹ Se a simetria possuir um grupo abeliano um outro termo pode ser adicionado. Este tipo de termo é chamado de termo de Fayet-Iliopoulos e é importante para a quebra espontânea de supersimetria, que não será discutida aqui

Da forma final de $\mathcal{L}_{SuSy}$ observa-se que: trocando os supercampos quirais por suas componentes escalares no superpotencial,

$$W(\Phi) = \frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{3!}y_{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k \rightarrow W(\phi) = \frac{1}{2}m_{ij}\phi_i\phi_j + \frac{1}{3!}y_{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k \quad (1.72)$$

os termos de interação do tipo F podem ser dados por

$$m_{ij}\phi_j + \frac{y_{ijk}}{2}\phi_j\phi_k = \frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi_i} \quad (1.73)$$

$$m_{ij}\chi_i\chi_j + y_{ijk}\chi_i\chi_j\phi_k = \frac{\partial^2 W(\phi)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \chi_i\chi_j. \quad (1.74)$$

Assim a lagrangiana pode ser reescrita

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SuSy} = & (D_m \phi_i^\dagger)(D^m \phi_i) + i\bar{\chi}_i \bar{\sigma}^m D_m \chi_i + i\lambda^A \sigma^m D_m \bar{\lambda}_A - \frac{1}{4}F_{mn}^A F_A^{mn} \\ & + (i\sqrt{2}g_A \phi_i T^A \lambda^A \chi_j + h.c.) - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\phi)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \chi_i \chi_j + h.c. \right) + V(\phi) \end{aligned} \quad (1.75)$$

com

$$V(\phi) = \left| \frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi_i} \right|^2 + \frac{1}{2} |g_A \phi_i^\dagger T_{ij}^A \phi_j|^2. \quad (1.76)$$

Concluindo que: uma vez definida a simetria de gauge, as interações de um modelo em supersimetria dependerá da forma do superpotencial.

1.3.6 Quebra *soft* de Supersimetria

Como ainda não há evidências de partículas supersimétricas, estas partículas devem ter massas significativamente mais elevadas do que as partículas do modelo padrão. Em outras palavras, supersimetria é quebrada. O mecanismo de quebra de supersimetria está além do escopo desta tese, no entanto, acredita-se que supersimetria deve ser quebrado de forma espontânea, onde o estado de vácuo da teoria não é invariante sob transformações supersimétricas, mas a dinâmica seja. Diversos mecanismos têm sido propostos, tais como o de Fayet-Iliopoulos [59, 60] e O’Raifeartaigh [61]. Embora o mecanismo de produzir a quebra espontânea de supersimetria em altas energias ainda não esteja completamente compreendido - e não há consenso sobre qual dos vários modelos é a escolha certa - é possível parametrizar os efeitos desta quebra adicionando à lagrangiana termos que quebrem

explicitamente supersimetria. Estes termos adicionais não podem reintroduzir as divergências quadráticas para as massas dos escalares que foram eliminadas justamente adotando supersimetria [62].

A fim de incorporar todas as possíveis interações, deve-se ter em mente que eles devem permanecer invariantes sob todas as outras simetrias presentes na teoria. Assim a lagrangiana soft é dada por [63]:

$$\mathcal{L}_{soft} = -M_{ij}^2 \phi_i^\dagger \phi_i - \left(\frac{M_A}{2} \bar{\lambda}_A \lambda_A + \frac{B_{ij}}{2} \phi_i \phi_j + \frac{A_{ijk}}{6} \phi_i \phi_j \phi_k + h.c. \right), \quad (1.77)$$

onde M_A é a massa dos gauginos para cada grupo de gauge, M_{ij}^2 é o termo de massa quadrática dos escalares, B_{ij} e A_{ijk} são acoplamentos presentes no superpotencial. O fato de $\mathcal{L}_{soft}$ conter apenas termos envolvendo os escalares e gauginos, e não seus superparceiros, quebra a supersimetria.

Finalmente, a lagrangiana completa para uma teoria supersimétrica consiste da soma da lagrangiana supersimétrica (eq. 1.75) e da lagrangiana de quebra soft (eq. 1.77). No próximo capítulo será realizado um breve desenvolvimento do modelo padrão supersimétrico mínimo.

2 MSSM

O Modelo Padrão Supersimétrico Mínimo (MSSM) é uma extensão simples e atraente do Modelo Padrão [2–4] da física de partículas. Esta extensão é mínima, uma vez que usa apenas um único gerador espinorial de SuSy ($N = 1$), e tanto as partículas adicionalmente introduzidas, quanto os acoplamentos são apenas os necessários para a consistência do modelo. Estende-se o teor de partícula do MP de duas maneiras diferentes. Por um lado, cada partícula terá uma superparceira, por outro lado, o setor Higgs será maior, com dois dupletos complexos. Os superparceiros diferenciar-se-ão das partículas padrão pelo spin, mantendo todos os outros números quânticos internos idênticos. No MP, a matéria (quarks e léptons) é formada por férmions de spin meio e os escalares de spin zero, enquanto os mediadores são os bósons de gauge que possuem spin um. Os superparceiros dos campos fermiônicos serão campos escalares¹ denominados de **sfermions** e classificados em **sleptons** (parceiros dos léptons) e **squarks** (parceiros dos quarks). Os superparceiros dos bósons de gauge serão partículas de spin meio² que serão chamados de **gauginos**. Os escalares de Higgs terão como superparceiros campos de spin meio, denominados **higgsinos**.

Antes de iniciar o MSSM, faremos uma rápida revisão da notação utilizada e alguns ingredientes básicos do MP.

2.1 Breve Revisão do Modelo Padrão

O MP é baseado no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, onde os índices denotam, respectivamente, cor (interações fortes), isospin e hipercarga fraca (interações eletrofracas). Os campos fermiônicos são campos com quiralidade esquerda que se transformam como dupletos, e com quiralidade direita que se transformam como singletos de $SU(2)_L$. A hipercarga de cada férmion está relacionada

¹ Os superparceiros dos férmions não podem ter spin 1 pois supõe-se que estes campos sejam campos de matéria.

² A introdução de partículas de spin 3/2 implica na introdução da gravidade.

com sua carga eletromagnética através da relação de Gell-mann-Nishijima

$$\frac{Q}{e} = \frac{\sigma_3}{2} + \frac{Y}{2} \Rightarrow \frac{Q}{e} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} y+1 & 0 \\ 0 & y-1 \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

onde σ_i são as matrizes de Pauli. O conteúdo de representação de um modelo baseado em um determinado grupo de gauge semi-simples, cuja quebra possui como produto final o grupo abeliano da QED, pode ser conhecido por meio deste operador³, cuja expressão geral é uma combinação linear dos geradores diagonais dos grupos de gauge.

Usando a relação anterior, as propriedades de transformação dos campos fermiônicos ($f_{L/R} \equiv \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)f$) são

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L \sim (2, -1) \quad \text{e} \quad Q_L = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L \sim (2, +\frac{1}{3}), \quad (2.2)$$

e

$$l_R \sim (1, -2) \quad \text{e} \quad u_{iR} \sim (1, +\frac{4}{3}); \quad d_{iR} \sim (1, -\frac{2}{3}), \quad (2.3)$$

onde $l = e, \mu, \tau$ denominam as três gerações leptônicas, $i = 1, 2, 3$ as três gerações de quarks, e as quantidades (x, y) indicam as propriedades de transformação por $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$, respectivamente⁴.

Os bósons de gauge de uma teoria estão associados aos geradores do grupo de simetria local de tal teoria. O setor eletro-fraco do MP possui quatro geradores e consequentemente quatro bósons de gauge. Associamos o bóson de gauge B_μ ao gerador Y do grupo $U(1)_Y$ e três bósons de gauge W_μ^a associados aos geradores $T_i = \frac{\sigma_i}{2}$ do grupo $SU(2)_L$. Inicialmente, todos os bósons de gauge não possuem massa no limite de uma simetria eletrofraca exata. Entretanto, a simetria eletrofraca quebra espontaneamente para o grupo $U(1)$ eletromagnético tornando alguns dos bósons de gauge massivos. Esta quebra espontânea de simetria é conduzida pelo

³ De fato, para modelos 331 este operador é determinante. Sua mudança acarreta em diferentes versões do modelo, como veremos adiante.

⁴ Nosso foco será apenas as interações eletrofracas, de modo que não indicaremos as transformações por $SU(3)_c$, embora apenas os quarks se transformem não-trivialmente sob este grupo.

mecanismo de Higgs [64, 65], o qual utiliza um campo escalar dubleto por $SU(2)_L$

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

com $Y = 1$ e um valor esperado do vácuo (VEV) real diferente de zero, decorrente da minimização do potencial de Higgs $V(\phi)$, e dado por

$$\langle \phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

onde v é o parâmetro do VEV. Enquanto o fóton, γ , permanece sem massa, os bósons $W^\pm$ e Z adquirem massa por meio deste VEV. Estas massas ($M_{W,Z}$) e os acoplamentos do grupo eletrofraco ($g_{2,Y}$) estão relacionadas por

$$M_W = \frac{gv}{2}, \quad M_Z = \frac{1}{2}\sqrt{g_Y^2 + g_2^2}v, \quad v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}G_F} \right)^{1/2} \simeq 246\text{GeV}. \quad (2.6)$$

Os campos $W_\mu^\pm$, Z_μ e A_μ , os quais são autoestados de massa, são dados em termos dos campos B_μ e W_μ^a como

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad (2.7)$$

$$Z_\mu^0 \equiv \frac{g_2 W_\mu^3 - g_Y B_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}} \quad \text{e} \quad A_\mu \equiv \frac{g_Y W_\mu^3 + g_2 B_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}}. \quad (2.8)$$

Da última relação, define-se o ângulo de mistura eletrofraco

$$\tan(\theta_w) = \frac{g_Y}{g_2}, \quad (2.9)$$

tal que a carga elétrica

$$e \equiv g_2 \sin(\theta_w) = g_Y \cos(\theta_w). \quad (2.10)$$

O VEV v , introduzido em (2.5), também é responsável pela geração das massas dos férmions do MP através dos termos de interações de Yukawa

$$\mathcal{L}_{Yuk}^1 = -G_{ab}^e \bar{L}_L^a \phi_L^b - G_{ab}^d \bar{Q}_L^a \phi_L^b + h.c., \quad (2.11)$$

para os férmions “tipo down” (e_i, d_i) e

$$\mathcal{L}_{Yuk}^2 = -G_{ab}^u \overline{Q}_L^a \tilde{\phi} u_R^b + h.c., \quad (2.12)$$

para os férmions “tipo up” (u_i). Além disso,

$$\tilde{\phi} = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix} \sim (2, -1), \quad (2.13)$$

é o campo conjugado de carga do escalar ϕ , $\tilde{\phi} = i\sigma_2 \phi^*$. O fato do MP não ter o campo ν_R faz com que os neutrinos não possuam massa. A substituição de (2.5) em (2.11) e (2.12) torna evidente o mecanismo de geração de massa dos férmions carregados. Podemos definir as matrizes de massa m_{ij} para os férmions tal que

$$\mathcal{L}_{Yuk} \supset -(\overline{f}_L^a m_{ab} f_R^b + h.c.). \quad (2.14)$$

Desta forma, podemos escrever as massas dos léptons carregados, quarks tipo down e quarks tipo up, respectivamente, por

$$(m_e)_{ab} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} G_{ab}^e v, \quad (m_d)_{ab} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} G_{ab}^d v \quad \text{e} \quad (m_u)_{ab} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} G_{ab}^u v. \quad (2.15)$$

O primeiro termo pode ser visto com sendo diagonal sem perda de generalidade, devido ao fato dos neutrinos não possuírem massa. Contudo, os termos de massa para os quarks não possuem essa vantagem e apenas serão diagonalizados por meio de transformações bi-unitárias. Assim, se os autoestados de massa dos quarks up e down de quiralidade esquerda e direita são unitariamente transformados pelas matrizes U_L^u , U_R^u , U_L^d e U_R^d , as matrizes de massa dos quarks se transformam como

$$\begin{aligned} (U_L^u)^\dagger m_u U_R^u &= \left[m_u^{(diag)} \right]_{ab} \equiv m_{u_a} \delta_{ab} \\ (U_L^d)^\dagger m_d U_R^d &= \left[m_d^{(diag)} \right]_{ab} \equiv m_{d_a} \delta_{ab}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Na equação anterior, $m_u^{(diag)}$ e $m_d^{(diag)}$ são as matrizes de massa diagonais para os quarks tipo up e down, respectivamente.

Os números bariônicos e leptônicos são conservados no MP. Estas simetrias “acidentais” globais são consequência do conteúdo de partículas e do grupo de gauge. Como iremos discutir a seguir, no MSSM esta situação será um pouco diferente. O

MSSM pode acomodar diversas interações que violam algumas destas simetrias ou até mesmo todas.

Após esta brevíssima revisão do Modelo Padrão, retomaremos o tema principal deste capítulo: MSSM.

2.2 Supercampos do MSSM

Nesta seção revisaremos o MSSM utilizando as ferramentas desenvolvidas nos apêndices. Primeiro passo é reescrever o conteúdo fermiônico do MP em termos de espinores de Weyl com quiralidade esquerda para a construção dos supercampos quirais. Em particular, os férmions de quiralidade direita podem ser expressos em função de espinores de quiralidade esquerda, tal que, para qualquer férmion de quiralidade direita f_R ,

$$f_R = (\bar{f}_L)^C = i\sigma_2(\bar{f}_L)^*. \quad (2.17)$$

Na equação acima $\bar{f}_L$ corresponde a antipartícula de f_L , e assim, possuindo números quânticos opostos. Portanto, quando nos referimos ao supercampo dos léptons de mão direita, por exemplo, na verdade estamos falando do supercampo quiral cuja componente espinorial é o anti-lépton de mão esquerda.

O MP também incorpora apenas um campo escalar complexo, a fim de gerar massas para férmions tipo up e down. Em uma teoria supersimétrica, todas as informações relativas aos supercampos quiral são armazenada no superpotential, e como pode ser visto no apêndice 1.3, o superpotential deve ser uma função apenas de supercampos quirais. Assim, para gerar massas dos férmions tipo up e down no MSSM não podemos usar o campo conjugado de Higgs como no MP. Desta forma, deve-se incorporar um campo escalar complexo adicional. O acréscimo deste campo, além de gerar adequadamente massas dos férmions tipo up e down, seu superparceiro fermiônico também servirá para cancelar as anomalias que surgem pela extensão do Higgs a uma supercampo [56]. Em resumo, os supercampos quirais do MSSM estão listados na Tabela 1. A notação de quiralidade para os escalares é apenas para enfatizar de qual supercampo ele foi originado.

Como o grupo de gauge é o mesmo do MP, ou seja, $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$,

Tabela 1 – Os supercampos quirais do MSSM. Os valores da última coluna referem-se às transformações pelos grupos $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ respectivamente.

Supercampo	spin-0	spin-1/2	Transformação de gauge
L	$\begin{pmatrix} \tilde{\nu}_L \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1)$
E^c	$\tilde{e}_R^\dagger$	$(e^c)_L$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, +2)$
Q	$\begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, +1/3)$
U^c	$\tilde{u}_R^\dagger$	$(u^c)_L$	$(\mathbf{3}^*, \mathbf{1}, -4/3)$
D^c	$\tilde{d}_R^\dagger$	$(d^c)_L$	$(\mathbf{3}^*, \mathbf{1}, +2/3)$
H_u	$\begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} H_u^+ \\ \tilde{H}_u^0 \end{pmatrix}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, +1)$
H_d	$\begin{pmatrix} H_d^- \\ H_d^0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \tilde{H}_d^- \\ \tilde{H}_d^0 \end{pmatrix}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -1)$

os bósons de gauge serão promovidos a supercampos vetoriais, os quais estão listados na Tabela 2. Observando que os campos representados com o símbolo “ $\sim$ ” são os

Tabela 2 – Os supercampos vetoriais do MSSM.

Supercampo	spin-1/2	spin-1	Transformação de gauge
G	$\tilde{g}$	g_μ	$(\mathbf{8}, \mathbf{1}, 0)$
W	$\tilde{W}$	W_μ	$(\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0)$
B	$\tilde{B}$	B_μ	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0)$

campos supersimétricos.

2.3 Superpotencial

Nesta seção, busca-se a forma do superpotencial para o MSSM e discute-se algumas de suas propriedades e limitações, a fim de construir uma teoria fenomenológica consistente com as observações experimentais. Para obter todas as interações presentes no MSSM só precisamos especificar um superpotencial consistente com todas as simetrias do modelo, e que possa reproduzir todas as interações já testadas por colaborações experimentais. Devido ao fato do MP ser uma teoria renormalizável, devemos iniciar apenas com interações renormalizáveis

no superpotential. Impondo-se apenas invariância de gauge e renormalizabilidade, temos o seguinte superpotencial:

$$W = y_u^{ij} Q_i \cdot H_u U_j^c + y_d^{ij} Q_i \cdot H_d D_j^c + y_e^{ij} L_i \cdot H_d E_j^c - \mu H_d \cdot H_u \\ + \lambda_u^{ijk} U_i^c D_j^c D_k^c + \lambda_d^{ijk} Q_i \cdot L_k D_j^c + \lambda_e^{ijk} L_i \cdot L_k E_j^c + \mu'_i L_i \cdot H_u, \quad (2.18)$$

onde i, j e k são índices de geração. Na equação anterior foi feito o uso do “.” para representar o produto anti-simétrico de $SU(2)_L$. Os três primeiros termos são análogos aos acoplamentos Yukawa do MP (com exatamente o mesmo número de parâmetros). O parâmetro μ tem dimensão de massa um e fornece uma contribuição puramente supersimétrica para ambas componentes fermiônicas e bosônicas dos supercampos quirais H_u e H_d . Os termos na segunda linha são em geral problemáticos porque violam os números bariônico e/ou leptônico.

A possibilidade da existência destes termos que violam os números bariônicos e leptônicos são bastante intrigantes e ao mesmo tempo preocupantes, uma vez que apenas processos que conservam tanto o número leptônico quanto bariônico foram observados experimentalmente. Como o superpotencial induz interações de Yukawa e escalares, a fenomenologia destes termos deve ser problemática. Um exemplo seria a construção de operadores que levam ao decaimento do próton tal como

$$\mathcal{O} \propto \frac{\lambda_u^{112} \lambda_d^{121}}{m_{\tilde{s}}^2} (u_R d_R)(Q_1 L_1). \quad (2.19)$$

Tal operador contribuiria para o processo de decaimento do próton $p \rightarrow e^+ \pi^0$ com uma taxa de decaimento de $\Gamma \sim \lambda'^4 m_p^5 / m_{\tilde{s}}^4$ e, portanto, um tempo de vida da ordem de

$$\tau_p \sim 6 \times 10^{-13} \text{ sec} \left(\frac{m_{\tilde{s}}}{1 \text{ TeV}} \right)^4 \frac{1}{\lambda'^4}, \quad (2.20)$$

sendo uma pequena fração de segundos para acoplamentos da ordem da unidade e squarks com massas da ordem de poucos TeV. Este valor está em completo desacordo com o tempo de decaimento do próton em léptons + mésons, o qual é conhecido experimentalmente e é maior que 10^{33} anos [66].

Para evitar estes termos usamos o fato da super-álgebra admitir uma simetria abeliana⁵. Esta simetria é chamada de paridade R [38] (ou paridade da

⁵ Ver apêndice B.

matéria [46, 47, 67, 68]) e atribui a cada partícula do MSSM um número quântico conservado. Esta simetria é dada por

$$R_p = (-1)^{2s+3(B-L)} \quad (2.21)$$

onde s é o spin da partícula, e L e B são seus números leptônico e bariônico respectivamente. Da equação acima, podemos deduzir que as partículas presentes no mesmo supercampo não possuem a mesma paridade R . Usando estas convenções, notamos que todas as partículas do MP possuem $R_p = +1$ e seus parceiros supersimétricos $R_p = -1$. Como já mencionado, além de proibir a violação de número bariônico e leptônico, a paridade R tem interessantes consequências fenomenológicas. Uma delas é que a mais leve partícula tipicamente supersimétrica deve ser completamente estável, e sendo eletricamente e fortemente neutra, fornece um excelente candidato à matéria escura fria [39, 40]. Outra consequência é que a produção ou aniquilação destas superpartículas ocorre apenas em pares. Estes dois pontos possuem importantes implicações para estudos em colisores e na cosmologia.

2.4 Quebra *Soft* de Supersimetria

Como discutido no Apêndice 1.3, devemos incluir termos que quebrem supersimetria explicitamente. Seguindo a equação (1.77), e supondo a conservação da paridade R , a lagrangiana de quebra soft é dada por [69]

$$\mathcal{L}_{soft} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2, \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = & -\tilde{Q}^\dagger m_Q^2 \tilde{Q} - \tilde{U}_R^\dagger m_U^2 \tilde{U}_R - \tilde{D}_R^\dagger m_D^2 \tilde{D}_R \\ & -\tilde{L}^\dagger m_L^2 \tilde{L} - \tilde{E}_R^\dagger m_E^2 \tilde{E}_R - m_{H_u}^2 |H_u|^2 - m_{H_d}^2 |H_d|^2, \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2 = & -\frac{1}{2} (M_3 \tilde{g} \tilde{g} + M_2 \tilde{W} \tilde{W} + M_1 \tilde{B} \tilde{B}) \\ & -\tilde{U}_R^\dagger A_u \tilde{Q} \cdot H_u - \tilde{D}_R^\dagger A_d \tilde{Q} \cdot H_d - \tilde{E}_R^\dagger A_l \tilde{L} \cdot H_d \\ & + B H_d \cdot H_u + h.c. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Os parâmetros M_3 , M_2 e M_1 denotam os termos de massa soft para os gauginos. Os parâmetros de massa quadrática para os squarks e sleptons são todas matrizes hermitianas 3×3 . Essas matrizes serão aproximadamente diagonais, caso contrário,

eles vão introduzir contribuições para troca de sabor das correntes neutras [70, 71], e também, fontes adicionais de violação de CP que ainda não foram observadas [72–74]. Na verdade, a fim de garantir que a única fase de violação de CP surja a partir da matriz CKM, todos os parâmetros soft devem ter exatamente a mesma fase. Além disso, os acoplamentos trilineares A_f e o bilinear B de dimensão de massa um e dois, respectivamente, são geralmente complexos e devem ser proporcionais aos acoplamentos fornecidos pelo superpotencial (eq. (2.18)), isto é, pode-se escrever $A_f \rightarrow a_f y_f$ e $B \rightarrow B\mu$.

A lagrangiana do MSSM está agora completa. Assim podemos proceder à análise do potencial Higgs⁶ e consequentemente às condições para a quebra de simetria eletrofraca.

2.5 Potencial de Higgs e a Quebra de Simetria Eletrofraca

Como já vimos, os termos soft não geram massa nem para os quarks e léptons nem para os bósons de gauge, apenas para seus superparceiros. Portanto, de maneira análoga ao MP, o potencial de Higgs deve permitir a quebra espontânea de simetria do grupo eletrofraco. Para que isto ocorra, as componentes neutras dos dubletos escalares devem possuir VEVs não nulos⁷

$$\langle H_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix} \text{ e } \langle H_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_d \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

Para construir o potencial de Higgs, devemos somar as três diferentes contribuições. A contribuição do termo D , contendo as interações quárticas entre os escalares,

$$\begin{aligned} V_D &= \frac{1}{2} |g_A \phi_i^\dagger T_{ij}^A \phi_j|^2 \\ &= \frac{g_Y^2}{8} (H_u^\dagger H_u - H_d^\dagger H_d)^2 + \frac{g_2^2}{8} (H_u^\dagger \vec{\sigma} H_u + H_d^\dagger \vec{\sigma} H_d)^2. \end{aligned} \quad (2.26)$$

⁶ Denominamos aqui o potencial para os escalares não supersimétricos como potencial de Higgs.

⁷ Os escalares H_u e H_d são os únicos campos que podem adquirir VEV sem quebrar a simetria leptônica ou bariônica.

A contribuição do termo F do superpotencial

$$V_F = \left| \frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi_i} \right|^2. \quad (2.27)$$

O termo relevante do superpotencial é

$$W_H = -\mu H_d \cdot H_u, \quad (2.28)$$

do qual obtemos

$$V_F = \mu^2(|H_u|^2 + |H_d|^2). \quad (2.29)$$

E finalmente, o termo originado da lagrangiana de quebra soft,

$$V_{soft} = m_{H_u}^2 |H_u|^2 + m_{H_d}^2 |H_d|^2 + B\mu(H_d \cdot H_u + h.c.). \quad (2.30)$$

O potencial de Higgs completo é a soma destes três termos

$$\begin{aligned} V_H = & m_1^2 |H_u|^2 + m_2^2 |H_d|^2 + m_{12}^2 (H_d \cdot H_u + H_u^\dagger \cdot H_d^\dagger) \\ & + \frac{g_Y^2 + g_2^2}{8} (H_u^\dagger H_u - H_d^\dagger H_d)^2 + \frac{g_2^2}{2} |H_u^\dagger H_d|^2, \end{aligned} \quad (2.31)$$

onde foram usadas as abreviações $m_1^2 = m_{H_u}^2 + \mu^2$, $m_2^2 = m_{H_d}^2 + \mu^2$ e $m_{12}^2 = B\mu$. Em contraste com o MP, no qual o acoplamento quártico é um parâmetro livre desconhecido, as interações quárticas entre os escalares do MSSM são completamente determinadas pelos acoplamentos de gauge g_Y e g_2 .

O mecanismo de quebra de simetria eletrofraca é um pouco mais complicado no MSSM do que no MP, devido à presença de dois dupletos de Higgs, ao invés de um. Para análise da quebra de simetria eletrofraca, podemos fazer $H_u^+ = H_d^- = 0$ e assim

$$\begin{aligned} V_H = & m_1^2 |H_u^0|^2 + m_2^2 |H_d^0|^2 - m_{12}^2 (H_u^0 H_d^0 + h.c.) \\ & + \frac{g_Y^2 + g_2^2}{8} (|H_u^0|^2 - |H_d^0|^2)^2. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Para assegurar que a quebra de simetria eletrofraca ocorra, este potencial deve ter um máximo local próximo do ponto $H_u^0 = H_d^0 = 0$. Isto ocorre se

$$m_{12}^4 > m_1^2 m_2^2. \quad (2.33)$$

Se esta inequação não for satisfeita, então $H_u^0 = H_d^0 = 0$ será um mínimo estável e a quebra de simetria eletrofraca não acontecerá.

Sendo satisfeita a inequação (2.33), devemos garantir que o potencial seja inferiormente limitado para quaisquer valores dos campos escalares. Observando o potencial da equação (2.32), os termos quárticos são positivos definidos, e assim, para valores arbitrariamente grande dos campos H_u^0 e H_d^0 o potencial será positivo. Contudo, para $|H_u^0| = |H_d^0|$ os termos quárticos se anulam e o potencial pode não ser inferiormente limitado. Para que isto não ocorra precisamos que

$$m_{12}^2 < \frac{1}{2} (m_1^2 + m_2^2). \quad (2.34)$$

Se estas condições forem satisfeitas, temos que o potencial escalar desenvolve um mínimo não trivial bem definido no qual a simetria eletrofraca é quebrada espontaneamente.

Uma observação a ser feita é que as condições (2.33) e (2.34) não são simultaneamente satisfeitas para $m_1^2 = m_2^2$, deste modo, devemos ter termos de quebra soft não nulos $m_{H_u}^2$ e $m_{H_d}^2$, revelando que, para quebrar a simetria eletrofraca precisamos também quebrar supersimetria.

Tendo estabelecido as condições necessárias para H_u^0 e H_d^0 obterem VEVs não nulos, agora podemos escrever as condições de mínimo para o potencial,

$$\begin{aligned} m_1^2 v_u - m_{12}^2 v_d + \frac{g_Y^2 + g_2^2}{8} (v_u^2 - v_d^2) v_u &= 0, \\ m_2^2 v_d - m_{12}^2 v_u - \frac{g_Y^2 + g_2^2}{8} (v_u^2 - v_d^2) v_d &= 0. \end{aligned} \quad (2.35)$$

É fácil ver que estas condições de mínimo satisfazem as equações (2.33) e (2.34).

Para finalizar podemos reescrever as condições de mínimo (2.35) em função dos parâmetros da teoria:

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \frac{v_u}{v_d}, \\ M_Z^2 &= \frac{g_Y^2 + g_2^2}{4} (v_u^2 + v_d^2), \end{aligned} \quad (2.36)$$

onde M_Z é a massa do bóson Z (obtida adiante). Fazendo a substituição temos que

$$\begin{aligned}\mu^2 &= -\frac{M_Z^2}{2} + \frac{m_{H_d}^2 - m_{H_u}^2 \tan^2 \beta}{\tan^2 \beta - 1}, \\ B\mu &= (2\mu^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2) \sin \beta \cos \beta.\end{aligned}\tag{2.37}$$

Como μ é um parâmetro supersimétrico, espera-se que este reflita a escala em que supersimetria seja quebrada sendo, portanto, muito maior do que os parâmetros soft m_{H_u} e m_{H_d} , que devem ser da ordem de alguns TeV. Contudo, da eq. (2.37), temos que μ deve ser da ordem de grandeza da escala eletrofraca. Ou seja, a existência de um parâmetro de massa supersimétrico com muitas ordens de grandeza menor do que a escala de GUT (ou a escala de Planck)⁸, resulta em um novo problema de hierarquia (também conhecido como problema do parâmetro μ). Dito de outra forma: de onde a hierarquia $\mu \ll M_{GUT}, M_{Planck}$ surge?

2.6 Espectro de Massa e Partículas

Uma vez que temos a certeza do padrão correto da quebra de simetria eletrofraca, podemos calcular as massas das partículas e, conseqüentemente, os estados físicos as quais pertencem. Nesta seção, vamos calcular este espectro iniciando com os bósons de gauge.

2.6.1 Bósons de Gauge

Como o grupo remanescente da quebra de simetria eletrofraca é o grupo $U(1)_{em}$, esperamos que o fóton A_μ permaneça sem massa, e que os bósons $W^\pm$ e Z adquiram massa através do mecanismo de Higgs. Como no MP, os termos de massa dos bósons de gauge surgem dos termos cinéticos dos campos de Higgs,

$$\mathcal{L} \supset |D_\mu H_u|^2 + |D_\mu H_d|^2,\tag{2.38}$$

⁸ Espera-se que esta escala seja a escala natural que supersimetria seja quebrada.

os quais fornecem

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset & \frac{g_2^2(v_u^2 + v_d^2)}{8}(W_\mu^1 - iW_\mu^2)(W^{\mu 1} + iW^{\mu 2}) \\ & + \frac{v_u^2 + v_d^2}{8}(g_2^2 W_\mu^3 W^{\mu 3} - 2g_2 g_Y W_\mu^3 B^\mu + g_Y^2 B_\mu B^\mu). \end{aligned} \quad (2.39)$$

Fazendo a identificação $v_u^2 + v_d^2 \rightarrow v^2$, sendo v o VEV do MP, observamos que a equação (2.39) é idêntica ao termo de massa dos bósons de gauge na lagrangiana do MP. Assim identificamos:

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (2.40)$$

com massa

$$M_W^2 = \frac{g_2^2}{4}(v_u^2 + v_d^2). \quad (2.41)$$

E os campos neutros como:

$$Z_\mu \equiv \frac{g_2 W_\mu^3 - g_Y B_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}} \quad \text{e} \quad A_\mu \equiv \frac{g_Y W_\mu^3 + g_2 B_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}}. \quad (2.42)$$

com massas

$$M_Z^2 = \frac{g_2^2 + g_Y^2}{4}(v_u^2 + v_d^2) \quad \text{e} \quad M_A^2 = 0, \quad (2.43)$$

respectivamente. Definindo o ângulo de mistura eletrofraco como

$$\tan \theta_w = \frac{g_Y}{g_2} \quad (2.44)$$

recuperamos a relação $M_W = M_Z \cos \theta_w$.

2.6.2 Setor de Higgs

Uma vez que a quebra de simetria eletrofraca do MSSM é a mesma que a do MP, esperamos o mesmo conjunto de candidatos a bósons de Goldstone. Entretanto, o MSSM possui dois conjuntos de dubletos complexos, com isso um escalar carregado e três bósons neutros devem permanecer no espectro físico do MSSM. Para identificar esses estados e calcular as suas massas devemos examinar o potencial de Higgs (2.31).

Para os dois escalares neutros escolhemos a seguinte parametrização:

$$H_u^0 \rightarrow v_u + H_u^0 \quad \text{e} \quad H_d^0 \rightarrow v_d + H_d^0. \quad (2.45)$$

E assim, o espectro de massa é obtido calculando a derivada segunda do potencial em relação ao campos,

$$M_{ij}^2 = \left. \frac{\partial^2 V_H}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{\phi_a=0}, \quad (2.46)$$

com ϕ representando todos os escalares individuais do setor de Higgs, $\phi = H_u^+, H_u^-, Re(H_u^0), Re(H_d^0), Im(H_u^0), Im(H_d^0)$. O resultado é uma matriz 6×6 a qual deverá conter três blocos 2×2 separados. Esta separação ocorre devido à conservação de carga elétrica, que não permite a mistura entre escalares carregados e neutros, como também a invariância de CP, que não permite a mistura entre as componentes reais e imaginárias dos escalares neutros. Assim, os escalares apresentam as seguintes matrizes de massa quadráticas

$$M_{CP-\text{ímpar}}^2 = \begin{pmatrix} \sin^2(\beta) M_A^2 & \cos(\beta) \sin(\beta) M_A^2 \\ \cos(\beta) \sin(\beta) M_A^2 & \cos^2(\beta) M_A^2 \end{pmatrix}; \quad (2.47)$$

$$M_{CP-\text{par}}^2 = \begin{pmatrix} \sin^2(\beta) M_A^2 + \cos^2(\beta) M_Z^2 & -\cos(\beta) \sin(\beta) (M_A^2 + M_Z^2) \\ -\cos(\beta) \sin(\beta) (M_A^2 + M_Z^2) & \cos^2(\beta) M_A^2 + \sin^2(\beta) M_Z^2 \end{pmatrix}; \quad (2.48)$$

$$M_{\pm}^2 = \begin{pmatrix} \sin^2(\beta) (M_A^2 + M_W^2) & \cos(\beta) \sin(\beta) (M_A^2 + M_W^2) \\ \cos(\beta) \sin(\beta) (M_A^2 + M_W^2) & \cos^2(\beta) (M_A^2 + M_W^2) \end{pmatrix}. \quad (2.49)$$

A diagonalização das matrizes acima resulta nas seguintes massas diferentes de zero:

$$m_A^2 = 2 \csc(2\beta) B\mu, \quad m_{H^{\pm}}^2 = m_W^2 + m_A^2, \quad (2.50)$$

e

$$M_{h^0}^2, M_{H^0}^2 = \frac{1}{2} \left(M_A^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(M_A^2 + M_Z^2)^2 - 4M_Z^2 M_A^2 \cos^2 2\beta} \right). \quad (2.51)$$

Comprovando a existência de 5 estados físicos remanescentes no espectro. Sendo dois CP-Par (h^0, H^0), um CP-ímpar A^0 e dois carregados $H^{\pm}$. Os escalares não massivos são absorvidos pelos bósons de gauge Z e $W^{\pm}$, fornecendo sua componente longitudinal.

O parâmetro da matriz que diagonaliza as matrizes dos pseudo-escalares (CP-ímpar) e dos escalares carregados é o ângulo β . Como devemos ter

$$M_A^2 > 0 \Rightarrow 0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}. \quad (2.52)$$

O parâmetro da matriz que diagonaliza a matriz dos escalares (CP-par) é

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta \frac{M_A^2 + M_Z^2}{M_A^2 - M_Z^2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq 0. \quad (2.53)$$

Uma consequência importante da eq. (2.51) é que a massa do escalar CP-par mais leve $m_{h^0}^2$ possui um valor máximo quando $\cos^2 2\beta = 1$:

$$M_{h^0}^2 = \frac{1}{2} (M_A^2 + M_Z^2 - |M_A^2 - M_Z^2|). \quad (2.54)$$

Então, se:

- $M_A < M_Z$, obtemos $M_{h^0}^2 = M_A^2 < M_Z^2$;
- $M_A > M_Z$, obtemos $M_{h^0}^2 = M_Z^2$

Logo, em qualquer caso, encontramos

$$M_{h^0} \leq M_Z, \quad (2.55)$$

uma relação aparentemente desastrosa, uma vez que os limites experimentais excluem $M_{h^0} \leq M_Z$. Os resultados apresentados até agora, contudo, só são válidos em nível de árvore. Felizmente, sabe-se que o bóson de Higgs recebe contribuições adicionais a sua massa por meio de correções radiativas. As principais contribuições para a massa do Higgs surgem dos loops envolvendo o quark top e seus superparceiros escalares. Na próxima seção vamos rever a forma dessas contribuições usando a abordagem do potencial efetivo.

2.6.3 Quarks e Léptons

Usando a notação adotada no apêndice A, um férmion de Dirac é composto por

$$\Psi_D = \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix}, \quad (2.56)$$

onde as componentes ξ_α e $\bar{\chi}^{\dot{\alpha}}$ são identificadas como as componentes de mão esquerda (partículas) e de mão direita (anti-partículas), respectivamente.

Os férmions do MP adquirem massa por meio de seus acoplamentos de Yukawa do superpotential,

$$\mathcal{L} \supset - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\phi)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \chi_i \chi_j + h.c. \right), \quad (2.57)$$

com χ_i representando as componentes fermiônicas dos supercampos quirais. Supondo a existência da quebra espontânea de simetria do setor eletrofraco, os termos que geram massa para os quarks e léptons serão idênticos aos do Modelo Padrão:

$$y_e^{ij} L_i \cdot H_d E_j^c + h.c. \rightarrow \frac{v_d}{\sqrt{2}} (e_L y_e e_L^c + \bar{e}_L^c y_e^\dagger \bar{e}_L) \quad (2.58)$$

$$y_d^{ij} Q_i \cdot H_d D_j^c + h.c. \rightarrow \frac{v_d}{\sqrt{2}} (d_L y_d d_L^c + \bar{d}_L^c y_d^\dagger \bar{d}_L) \quad (2.59)$$

$$y_u^{ij} Q_i \cdot H_u U_j^c + h.c. \rightarrow \frac{v_u}{\sqrt{2}} (u_L y_u u_L^c + \bar{u}_L^c y_u^\dagger \bar{u}_L). \quad (2.60)$$

Nas equações (2.58), (2.59) e (2.60), o lado esquerdo representa o termo do superpotencial relevante e o lado direito os termos de massa construídos com a lagrangiana (2.57).

Definindo os espinores de Dirac para os férmions padrão como sendo

$$\psi_{f_i} = \begin{pmatrix} f_{iL} \\ \bar{f}_{iL}^c \end{pmatrix}, \quad (2.61)$$

e por simplicidade supondo as matrizes de Yukawa y_f diagonais, temos que:

$$\frac{v_d}{\sqrt{2}} (e_L y_e e_L^c + \bar{e}_L^c y_e^\dagger \bar{e}_L) = \frac{v_d y_e}{\sqrt{2}} (e_L e_L^c + \bar{e}_L^c \bar{e}_L) = M_{e_i} \bar{\psi}_{e_i} \psi_{e_i}. \quad (2.62)$$

De maneira análoga aos léptons⁹

$$\frac{v_d}{\sqrt{2}} (d_L y_d d_L^c + \bar{d}_L^c y_d^\dagger \bar{d}_L) = M_{d_i} \bar{\psi}_{d_i} \psi_{d_i} \quad (2.63)$$

$$\frac{v_u}{\sqrt{2}} (u_L y_u u_L^c + \bar{u}_L^c y_u^\dagger \bar{u}_L) = M_{u_i} \bar{\psi}_{u_i} \psi_{u_i}. \quad (2.64)$$

Isto justifica os acoplamentos y_f do superpotencial como os acoplamentos de Yukawa dos férmions. Os neutrinos permanecem sem massa, tal como no MP, uma vez que não foi introduzido nenhum acoplamento de Yukawa para eles.

⁹ Para os quarks as matrizes não são diagonais. A diagonalização deve ser feita por meio da redefinição dos campos como no MP.

2.6.4 SFermions

Da mesma forma que o potencial de Higgs, a origem dos termos de massa dos sfermions vem de

$$\mathcal{L} \supset \mathcal{L}_{soft} - \left| \frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi_i} \right|^2 - \frac{1}{2} |g_A \phi_i^\dagger T_{ij}^A \phi_j|^2. \quad (2.65)$$

Também de maneira análoga, quaisquer tipos de escalares podem se misturar arbitrariamente uns com os outros, desde que tenham os mesmos números quânticos. Isto quer dizer que: para o MSSM teremos três matrizes de massa quadráticas 6×6 para os squarks tipo up ($\tilde{u}_L, \tilde{c}_L, \tilde{t}_L, \tilde{u}_R, \tilde{c}_R, \tilde{t}_R$), os squarks tipo down ($\tilde{d}_L, \tilde{s}_L, \tilde{b}_L, \tilde{d}_R, \tilde{s}_R, \tilde{b}_R$), e os sleptons carregados ($\tilde{e}_L, \tilde{\mu}_L, \tilde{\tau}_L, \tilde{e}_R, \tilde{\mu}_R, \tilde{\tau}_R$), e uma matriz 3×3 para os sneutrinos ($\tilde{\nu}_e, \tilde{\nu}_\mu, \tilde{\nu}_\tau$).

Por conveniência, vamos desenvolver os termos apenas para os squarks top, contudo, será claro a analogia para os termos correspondentes aos outros squarks, bem como os sleptons. Iniciamos calculando a contribuição fornecida pelo termo D ,

$$\begin{aligned} V_D^f = & \frac{g_2^2}{2} \left| \tilde{Q}^\dagger T_{3q} \tilde{Q} + H_u^\dagger \frac{\sigma_3}{2} H_u - H_d^\dagger \frac{\sigma_3}{2} H_d \right|^2 \\ & + \frac{g_Y^2}{2} \left| H_u^\dagger \left(\frac{1}{2} \right) H_u + H_d^\dagger \left(-\frac{1}{2} \right) H_d + \tilde{Q}^\dagger Y_Q \tilde{Q} + \tilde{t}_R^\dagger Y_{U^c} \tilde{t}_R \right|^2. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Contribuições de massa surgem apenas de termos cruzados entre os squark e os bósons de Higgs,

$$\begin{aligned} V_D^f \supset & M_Z^2 \cos^2(\theta_w) \cos(2\beta) \tilde{t}_L^\dagger T_{3q} \tilde{t}_L \\ & - M_Z^2 \sin^2(\theta_w) \cos(2\beta) \left(\tilde{t}_L^\dagger Y_Q \tilde{t}_L + \tilde{t}_R^\dagger Y_{U^c} \tilde{t}_R \right). \end{aligned} \quad (2.67)$$

Eliminando a hipercarga em função da carga elétrica, por meio da equação de Gell-mann-Nishijima (2.1), podemos reescrever a última equação da forma

$$V_D^f \supset M_Z^2 \cos(2\beta) (T_3 - Q \sin^2 \theta_w) \left(\tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_L + \tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_R \right). \quad (2.68)$$

Esta contribuição é idêntica para qualquer sfermion.

A segunda contribuição é fornecida pela lagrangiana de quebra soft,

$$\begin{aligned} V_{soft}^f = & \tilde{Q}^\dagger m_Q^2 \tilde{Q} + \tilde{U}_R^\dagger m_U^2 \tilde{U}_R + (\tilde{U}_R^\dagger A_u \tilde{Q} \cdot H_u + h.c.) \\ & = m_{\tilde{t}_L}^2 \tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_L + m_{\tilde{t}_R}^2 \tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_R + A_t m_t (\tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_R + \tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_L), \end{aligned} \quad (2.69)$$

onde m_t é a massa do quark top. Aqui a analogia para os outros sfermions é clara.

Finalmente, a terceira e última contribuição vem do termo F . A parte relevante do superpotencial é,

$$W \supset y_u^{ij} Q_i \cdot H_u U_j^c - \mu H_d \cdot H_u, \quad (2.70)$$

de onde obtemos,

$$V_F^{\tilde{f}} \supset M_t^2 (\tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_L + \tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_R) - \mu m_t \cot \beta (\tilde{t}_L^\dagger \tilde{t}_R + \tilde{t}_R^\dagger \tilde{t}_L). \quad (2.71)$$

Finalizadas as contribuições, podemos montar a matriz de massa quadrática para os sfermions. Portanto, a matriz de massa dos stops é dada por

$$\mathcal{L} \supset -(\tilde{t}_L^\dagger \ \tilde{t}_R^\dagger) \begin{pmatrix} m_{\tilde{t}_L}^2 + m_t^2 + D(\tilde{t}_L) & m_t(A_t - \mu \cot \beta) \\ m_t(A_t - \mu \cot \beta) & m_{\tilde{t}_R}^2 + m_t^2 + D(\tilde{t}_R) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{t}_L \\ \tilde{t}_R \end{pmatrix}, \quad (2.72)$$

onde

$$D(\tilde{t}_L) = M_Z^2 \cos(2\beta) \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right), \quad (2.73)$$

$$D(\tilde{t}_R) = M_Z^2 \cos(2\beta) \left(-\frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right). \quad (2.74)$$

De modo análogo, para os sbottoms a matriz é dada por

$$\mathcal{L} \supset -(\tilde{b}_L^\dagger \ \tilde{b}_R^\dagger) \begin{pmatrix} m_{\tilde{b}_L}^2 + m_b^2 + D(\tilde{b}_L) & m_b(A_b - \mu \tan \beta) \\ m_b(A_b - \mu \tan \beta) & m_{\tilde{b}_R}^2 + m_b^2 + D(\tilde{b}_R) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{b}_L \\ \tilde{b}_R \end{pmatrix}, \quad (2.75)$$

onde

$$D(\tilde{b}_L) = M_Z^2 \cos(2\beta) \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_w \right) \quad (2.76)$$

$$D(\tilde{b}_R) = M_Z^2 \cos(2\beta) \left(\frac{1}{3} \sin^2 \theta_w \right). \quad (2.77)$$

E assim por diante para todos os sfermions do modelo.

2.6.5 Gluinos, Neutralinos e Charginos

O gluino $\tilde{g}$, o gaugino parceiro do glúon, é o único férmion eletricamente neutro com carga de cor. Desta forma, o gluino não se mistura com qualquer outro

férmion, e assim, seu estado simétrico é um estado físico. Como as quebras de simetrias não afetam o grupo de cor, o único termo de massa será proveniente dos termos de quebra soft,

$$\mathcal{L} \supset -\frac{1}{2}M_3\tilde{g}\tilde{g} + h.c., \quad (2.78)$$

de modo que a sua massa é simplesmente $m_{\tilde{g}} = |M_3|$.

Os demais gauginos misturam-se com os parceiros fermiônicos dos dubletos de Higgs, uma vez que a simetria eletrofraca e supersimetria foram quebradas, apenas a carga elétrica os diferenciam. As contribuições para os termos de massa dos gauginos/higgsinos são dados por

$$\mathcal{L} \supset \mathcal{L}_{soft} - (\sqrt{2}g_A\phi_i T^A \lambda^A \chi_i + h.c.) - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 W(\phi)}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \chi_i \chi_j + h.c.\right), \quad (2.79)$$

com a parte relevante do superpotencial sendo

$$W \supset \mu H_d \cdot H_u. \quad (2.80)$$

Como o único número quântico que diferencia os gauginos/higgsinos é a carga elétrica, podemos desenvolver os estados físicos eletricamente carregados dos neutros. Considerando apenas os gauginos e higgsinos carregados,

$$\mathcal{L} \supset -M_2 \tilde{W}^- \tilde{W}^+ - \frac{g_2}{\sqrt{2}} (v_d \tilde{H}_d^- \tilde{W}^+ + v_u \tilde{W}^- \tilde{H}_u^+) - \mu \tilde{H}_d^- \tilde{H}_u^+ + h.c., \quad (2.81)$$

onde $\tilde{H}_d^-$ e $\tilde{H}_u^+$ são as componentes fermiônicas dos bósons de Higgs carregados e $\tilde{W}^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tilde{W}^1 \mp \tilde{W}^2)$ os superparceiros dos bósons de gauge $W^\pm$. Definindo a base

$$\chi^+ = \begin{pmatrix} \tilde{W}^+ & \tilde{H}_u^+ \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \chi^- = \begin{pmatrix} \tilde{W}^- \\ \tilde{H}_d^- \end{pmatrix}, \quad (2.82)$$

a lagrangiana (2.81) pode ser simplificada para

$$\mathcal{L} \supset -\chi^+ M_{\chi^\pm} \chi^- + h.c., \quad (2.83)$$

com

$$M_{\chi^\pm} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}M_W \cos \beta \\ \sqrt{2}M_W \sin \beta & \mu \end{pmatrix}. \quad (2.84)$$

Como esperado, a mistura entre os higgsinos e gauginos ocorre por meio da quebra de simetria eletrofraca. Para $M_W = 0$ a matriz $M_{\chi^\pm}$ é diagonal. Ocorrendo a quebra de simetria eletrofraca, $M_{\chi^\pm}$ não será uma matriz hermitiana (típica de férmions carregados) e, portanto, deve ser diagonalizada por transformações bi-unitárias,

$$\begin{aligned}\chi^+ &\rightarrow \chi'^+ = \chi^+ V_\chi^\dagger \\ \chi^- &\rightarrow \chi'^- = U_\chi \chi^-.\end{aligned}\tag{2.85}$$

Após esta última transformação podemos definir os espinores de Dirac:

$$\tilde{\chi}_i^+ = \begin{pmatrix} \chi_i'^+ \\ \bar{\chi}_i'^- \end{pmatrix},\tag{2.86}$$

sendo o índice $i = 1, 2$. Concluindo, os estados físicos $\tilde{\chi}^\pm$ são uma combinação linear dos gauginos e higgsinos carregados, sendo chamados de charginos.

De maneira análoga aos charginos, para os higgsinos e gauginos neutros temos os seguintes termos de massa:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \supset & -\frac{M_1}{2} \tilde{B} \tilde{B} + \frac{M_2}{2} \tilde{W}_3 \tilde{W}_3 - \frac{g_2}{2} \tilde{W}_3 (v_d \tilde{H}_d^0 - v_u \tilde{H}_u^0) \\ & + \frac{g_Y}{2} \tilde{B} (v_d \tilde{H}_d^0 - v_u \tilde{H}_u^0) + \mu \tilde{H}_d^0 \tilde{H}_u^0 + h.c..\end{aligned}\tag{2.87}$$

Definindo,

$$(\chi^0)^T = \begin{pmatrix} \tilde{B} & \tilde{W}_3 & \tilde{H}_d^0 & \tilde{H}_u^0 \end{pmatrix},\tag{2.88}$$

a lagrangiana (2.87) pode ser reescrita como

$$\mathcal{L} \supset -\frac{1}{2} (\chi^0)^T M_{\chi^0} \chi^0 + h.c.,\tag{2.89}$$

com a matriz de massa M_{χ^0} dada por

$$M_{\chi^0} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_Z c_\beta s_w & M_Z s_\beta s_w \\ 0 & M_2 & M_Z c_\beta c_w & -M_Z s_\beta c_w \\ -M_Z c_\beta s_w & M_Z c_\beta c_w & 0 & -\mu \\ M_Z s_\beta s_w & M_Z s_\beta c_w & -\mu & 0 \end{pmatrix},\tag{2.90}$$

onde $s_\beta \equiv \sin \beta$, $c_\beta \equiv \cos \beta$, $s_w \equiv \sin \theta_w$ e $c_w \equiv \cos \theta_w$. Da mesma forma que os charginos, os higgsinos e gauginos se misturam devido à quebra de simetria

eletrofraca. Além disso, como a matriz acima é hermitiana ela pode ser diagonalizada por uma única matriz unitária U_{χ^0} [75], tal que:

$$\chi^0 \rightarrow \chi'^0 = U_{\chi^0} \chi^0. \quad (2.91)$$

Diferentemente dos charginos, os estados físicos neutros serão espinores de Majorana, dados por

$$\tilde{\chi}_i^0 = \begin{pmatrix} \chi_i'^0 \\ \bar{\chi}_i'^0 \end{pmatrix}, \quad (2.92)$$

com o índice $i = 1, 2, 3, 4$. Devido ao fato de usar apenas uma matriz na diagonalização de massa para férmions, seus valores de massa provenientes desta diagonalização, embora reais, não são necessariamente positivos. Desta forma, aqueles que correspondem a valores de massa negativa precisam ser redefinidos por meio de rotações quirais, tornando-os positivos. Os estados físicos acima são chamados de neutralinos.

Convencionando os auto-valores de massa para os neutralinos como sendo $M_{\chi_1^0} < M_{\chi_2^0} < M_{\chi_3^0} < M_{\chi_4^0}$, supõe-se que o neutralino mais leve $\tilde{\chi}_1^0$ será a partícula mais leve do espectro supersimétrico (LSP), e o candidato natural a matéria escura fria do modelo. Embora a matriz de mistura seja uma matriz 4×4 , ela é completamente determinada por poucos parâmetros livres M_1 , M_2 , μ e $\tan \beta$, facilitando sua fenomenologia.

2.7 Potencial Efetivo

Nesta seção revisaremos o formalismo do potencial efetivo [76] para calcular as correções radiativas das massas dos Higgs do MSSM. A contribuição dominante para estas correções é dada por loops envolvendo o quark top e seus superparceiros [77, 78]. Isto ocorre devido ao fato de que o acoplamento de Yukawa entre o higgs e o quark top tem um valor muito grande comparado aos outros acoplamentos. Aqui focaremos apenas na correção de massa do higgs mais leve, cujo estado pode corresponder ao escalar visto pelo LHC [52, 53].

O potencial efetivo para o MSSM consiste de duas partes: a primeira sendo

o potencial em nível de árvore já apresentado,

$$V_0 = m_1^2 |H_u^0|^2 + m_2^2 |H_d^0|^2 - m_{12}^2 (H_u^0 H_d^0 + h.c.) + \frac{g_Y^2 + g_2^2}{8} (|H_u^0|^2 - |H_d^0|^2)^2. \quad (2.93)$$

E a segunda contribuição é dada pelas correções de um loop para as auto-energias do Higgs, figura 6, expressa por:

$$\Delta V_1 = \frac{1}{64\pi^2} \sum_J (-1)^{2s_J} (2s_J + 1) m_J^4 \left(\ln \frac{m_J^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right), \quad (2.94)$$

onde m_J são matrizes de massa dependentes dos campos, as quais podem ser obtidas substituindo os VEVs por seus respectivos campos, s_J denota o spin da partícula J e Q sendo a escala de energia em que os acoplamentos são renormalizados¹⁰. Assim, o potencial efetivo total até um loop, na escala de referência Q , é

$$V_1(Q) \equiv V_0(Q) + \Delta V_1(Q). \quad (2.95)$$

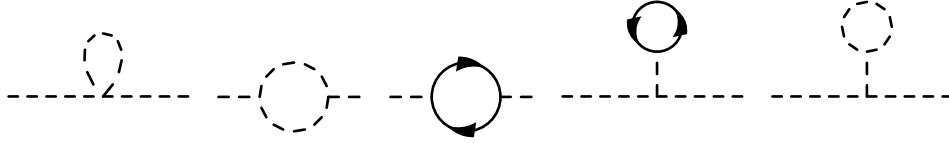


Figura 6 – Contribuição radiativa de 1-loop para o potencial efetivo. As linhas contínuas representam férmions, enquanto as tracejadas representam escalares.

Para loop envolvendo apenas o quark top e seus parceiros supersimétricos, as matrizes de massa dependentes dos campos são:

$$m_t^2 = y_t^2 |H_u^0|^2; \quad (2.96)$$

$$m_{\tilde{t}_{1,2}}^2 = y_t^2 |H_u^0|^2 + \frac{1}{2} \left(m_{\tilde{t}_L}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 \pm \sqrt{(m_{\tilde{t}_L}^2 - m_{\tilde{t}_R}^2)^2 + 4y_t^2 |A_t H_u^0 + \mu H_d^{0*}|^2} \right). \quad (2.97)$$

¹⁰ Uma derivação mais detalhada pode ser encontrada em [79].

Substituindo as equações anteriores em ΔV_1 ,

$$\Delta V_1(Q) = \frac{3}{32\pi^2} \left[m_{\tilde{t}_1}^4 \left(\ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) + m_{\tilde{t}_2}^4 \left(\ln \frac{m_{\tilde{t}_2}^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) - 2m_t^4 \left(\ln \frac{m_t^2}{Q^2} - \frac{3}{2} \right) \right]. \quad (2.98)$$

Incluindo a contribuição de 1-loop ao potencial devemos calcular novamente as condições de mínimo. Na prática, esta alteração provoca a mudança

$$m_i^2 \rightarrow \bar{m}_i^2 = m_i^2 + \frac{\partial V_1}{\partial (\text{Re} H_i^0)} \Big|_{\langle H_i^0 \rangle}, \quad (2.99)$$

e assim, as equações (2.35) tornam-se

$$\begin{aligned} m_1^2 &= m_{12}^2 \tan \beta - \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta - \frac{3y_t^2}{32\pi^2} \frac{\mu(\mu + A_t \tan \beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \left(f(m_{\tilde{t}_1}^2) - f(m_{\tilde{t}_2}^2) \right), \\ m_2^2 &= m_{12}^2 \cot \beta + \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta - \frac{3y_t^2}{32\pi^2} \left[f(m_{\tilde{t}_1}^2) + f(m_{\tilde{t}_2}^2) - 2f(m_t^2) \right. \\ &\quad \left. + \frac{A_t(\mu + A_t \tan \beta)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \left(f(m_{\tilde{t}_1}^2) - f(m_{\tilde{t}_2}^2) \right) \right], \end{aligned} \quad (2.100)$$

onde

$$f(m^2) = 2m^2 \left(\ln \frac{m^2}{Q^2} - 1 \right). \quad (2.101)$$

O próximo passo é o calculo das matrizes de massa. Como em (2.46), calcularemos a massa por meio da derivada segunda do potencial total ($V_1(Q)$), utilizando as equações de mínimos (2.100). Para o completo desenvolvimento da massa do escalar CP-par mais leve, também precisaremos calcular a massa corrigida do pseudo-escalar pois, a matriz (2.48) é escrita em função de M_A . O cálculo direto da matriz dos pseudo-escalares resulta em

$$M_{CP-\text{impar}}^2 = (m_{12} + \delta) \begin{pmatrix} \tan \beta & 1 \\ 1 & \cot \beta \end{pmatrix}, \quad (2.102)$$

com

$$\delta = -\frac{3y_t^2}{32\pi^2} \frac{\mu A_t}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \left(f(m_{\tilde{t}_1}^2) - f(m_{\tilde{t}_2}^2) \right). \quad (2.103)$$

Assim, a massa do pseudo escalar corrigida torna-se

$$M_A^2 = \frac{2(m_{12} + \delta)}{\sin 2\beta}. \quad (2.104)$$

A equação anterior mostra a massa do pseudo-escalar dependente da escala Q . Em geral, esta escala de energia é escolhida próximo da massa das partículas mais pesadas envolvidas no loop, no nosso caso, próximo a massa dos stops. É comum esta escala ser escolhida por $Q = \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$.

De maneira análoga, podemos calcular a correção para a matriz de massa do higgs. Uma expressão útil para as correções radiativas à massa do Higgs é dada no limite de desacoplamento do Higgs. Neste limite, a massa do pseudo-escalar $M_A \rightarrow \infty$ ($M_A \gg M_Z$), fazendo com que a massa em nível de árvore do Higgs obtenha seu valor máximo. Neste limite, as correções de 1-loop envolvendo o top e seu superparceiros é dada por [80]:

$$\delta_{loop} m_h^2 \simeq \frac{12}{16\pi^2} \frac{m_t^4}{v^2} \left[\ln \left(\frac{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}{m_t^2} \right) + \frac{|X_t|^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \ln \left(\frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} \right) \right] \quad (2.105)$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\frac{|X_t|^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \right)^2 \left(2 - \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \ln \left(\frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} \right) \right), \quad (2.106)$$

onde $X_t = A_t - \mu \cot \beta$ é o parâmetro que parametriza a mistura dos stops. Tomando a mistura nula, ou seja, $X_t = 0$, a equação anterior reduz-se para

$$\delta_{loop} m_h^2 \simeq \frac{12}{16\pi^2} \frac{m_t^4}{v^2} \ln \left(\frac{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}{m_t^2} \right). \quad (2.107)$$

Na ausência de mistura dos stops, a massa corrigida do Higgs mais leve necessita de stops com massas ≥ 500 GeV para superar apenas os limites do LEP II [81]. Para o caso dos stops não possuírem mistura, deve-se aumentar o valor previsto de suas massas e, assim, aumentar a contribuição de 1-loop para a massa do Higgs. Contudo, para supersimetria continuar sendo uma boa solução para o problema da hierarquia, os parceiros supersimétricos precisam ter massas próximo a escala eletrofraca (com valor máximo de poucos TeV). No cenário em que ocorre a mistura, a massa do Higgs ainda possuirá um limite superior. Para o valor máximo de $X_t \sim \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$, obtemos um valor máximo para a massa do Higgs de $m_h \sim 135$ GeV [82]. O fato deste escalar possuir um limite baixo para sua massa torna crítica

a situação do MSSM. A não associação deste escalar com o escalar descoberto pelo LHC pode fazer com que o MSSM deixe de ser uma teoria viável em física de partículas.

3 Modelo RM331 Supersimétrico

As primeiras extensões do grupo de simetria $SU(2) \times U(1)$ para um grupo $SU(3) \times U(1)$, foram feitas em meados da década de 70 [83–86]. Entretanto, estas extensões foram descartadas por não apresentarem uma estrutura $V - A$ nas correntes neutras, e/ou incluírem partículas adicionais ao MP em desacordo com os dados experimentais. Na década de 90 novos modelos foram propostos fazendo ressurgir a ideia da simetria $SU(3)$ no setor eletrofraco [20, 21].

Estes Modelos 331 são extensões interessantes pois preservam as propriedades do MP em baixas energias e também preveem um novo conteúdo de matéria e novos campos de gauge intermediando as interações eletrofracas, os quais devem provavelmente surgir na escala dos TeV, tornando-os bastante atrativos do ponto de vista fenomenológico, como também, devido ao fato deles poderem oferecer direções para questões fundamentais que não são satisfatoriamente explicadas pelo MP. Por exemplo, esses modelos colocam uma restrição ao número de famílias por uma questão de consistência teórica interna; à quantização da carga elétrica ocorre para as três famílias [87–90]; a simetria de Peccei-Quinn surge naturalmente podendo ser a solução para o problema da CP forte [91]; impõem limites a algumas grandezas do MP, a exemplo do ângulo de Weinberg.

Neste capítulo, apresentaremos as principais características do modelo RM331 juntamente com sua versão supersimétrica, seguindo os passos descritos no capítulo anterior.

3.1 Revisão do RM331

Como já mencionado, a estrutura do grupo de gauge é $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, onde $SU(3)_C$ denota o grupo das interações fortes e $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ é a extensão do grupo eletrofraco e que deve conter todas as interações do MP. Da mesma forma que o MP, os modelos baseados na estrutura 331 não quebram o grupo de cor. Portanto, nosso estudo será voltado apenas à extensão do grupo

eletrofraco.

Como qualquer grupo que possui como simetria final a QED, podemos definir um operador de carga, tal como no MP. Tomando o grupo de gauge $SU(3)_L \otimes U(1)_X$, o operador de carga elétrica mais geral, considerando os geradores de $SU(3)$ na forma matricial, é dado por:

$$\frac{Q_{331}}{e} = \alpha \frac{\lambda_3}{2} + \beta \frac{\lambda_8}{2} + X \mathbb{I}_3, \quad (3.1)$$

onde λ_i são as matrizes de Gell-Mann. Contudo, $\alpha \equiv 1$ é requerido para obter o dubleto de isospin do MP, incorporando adequadamente a simetria do MP no modelo 331. Da relação anterior, observamos que podem existir diversos modelos no contexto da teoria 331, cada um associado ao parâmetro livre β , sendo a assinatura do modelo. Para o modelo 331 mínimo e conseqüentemente o RM331 $\beta = -\sqrt{3}$, resultando, na representação fundamental, em

$$\frac{Q_{331}}{e} = \text{diag}(X, -1 + X, 1 + X). \quad (3.2)$$

3.1.1 Conteúdo de Partículas

Tomando o operador de carga elétrica dado pela eq. (3.2), os léptons são dispostos da forma

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \\ l^c \end{pmatrix}_L \sim (3,0), \quad (3.3)$$

onde $l = e, \mu, \tau$ denomina os diferentes sabores leptônicos e (3,0) indica as propriedades de transformação sob os grupos $SU(3)_L$ e $U(1)_X$, respectivamente.

No caso dos quarks, temos a necessidade de introduzir quarks novos com cargas exóticas para suas acomodações em tripletos. E também, para que a teoria seja livre de anomalias, duas das três gerações devem se transformar pela representação anti-triplete e, a outra, pela representação triplete (ver Apêndice C). Assim, as anomalias são canceladas para as três famílias ou múltiplos inteiros destas três, tendo em conta a liberdade assintótica da QCD [92, 93], que requer um número de famílias menor que seis. Os modelos 331 possuem, como dito antes,

um caminho para a explicação de haver apenas três famílias de férmions. Dessa maneira, definimos

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ -u_i \\ J_i \end{pmatrix}_L \sim (3^*, -\frac{1}{3}) \quad \text{e} \quad Q_{3L} = \begin{pmatrix} u_3 \\ d_3 \\ J_3 \end{pmatrix}_L \sim (3, \frac{2}{3}), \quad (3.4)$$

onde $i = 1, 2$ é o índice de geração da primeira e segunda família dos quarks. Aqui, os quarks exóticos possuem diferentes valores de carga elétrica. Para a terceira família, o quark J_3 possui carga elétrica $\frac{5}{3}$ e, para as outras famílias os quarks J_i possuem carga elétrica $-\frac{4}{3}$, em unidades de módulo da carga do elétron.

Os respectivos estados de mão direita dos léptons carregados pertencem ao tripleto de $SU(3)_L$, compondo o terceiro elemento do tripleto. Já os quarks de mão direita se transformam como singletos de $SU(3)_L$,

$$u_R \sim (1, +\frac{2}{3}); \quad d_R \sim (1, -\frac{1}{3}); \quad (3.5)$$

$$J_{iR} \sim (1, -\frac{4}{3}); \quad J_{3R} \sim (1, \frac{5}{3}). \quad (3.6)$$

Agora vamos introduzir a principal diferença do modelo RM331 em relação à versão original. Aqui, ao invés de três tripletos e um sexteto de escalares, a geração de massa das partículas se dá mediante à introdução de apenas dois tripletos de escalares

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (3, 1); \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (3, -1). \quad (3.7)$$

Com esta configuração de escalares, podemos supor que o escalar χ desenvolve VEV diferente de zero,

$$\langle \chi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

quebrando a simetria $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ para $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, o escalar ρ também desenvolve VEV diferente de zero

$$\langle \rho \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

ocorrendo a quebra da simetria $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ para $U(1)_{em}$. O fato de utilizar este conteúdo reduzido de escalares tem como consequência que a geração de massa dos férmions não se origina apenas dos acoplamentos de Yukawa renormalizáveis, sendo necessária a introdução de acoplamentos efetivos para complementação da geração da massa dos férmions¹.

De forma semelhante ao MP, a quantidade de bósons de gauge está associada ao número de geradores do grupo de simetria. No modelo RM331, os bósons de gauge são descritos por um octeto W_μ^a associado ao $SU(3)_L$, e um singlete W_μ^x associado ao $U(1)_X$. Desta forma, a derivada covariante é definida para cada representação do grupo de transformação por:

$$\begin{aligned} D_\mu^3 &= \left(\partial_\mu + ig \left(\frac{\lambda^a}{2} W_\mu^a \right) + ig' X W_\mu^x \right); \\ D_\mu^{3*} &= \left(\partial_\mu - ig \left(\frac{\lambda^{*a}}{2} W_\mu^a \right) + ig' X W_\mu^x \right); \\ D_\mu^R &= \left(\partial_\mu + ig' X W_\mu^x \right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Uma vez apresentado o conteúdo de campos juntamente com suas transformações, podemos construir lagrangiana do modelo e consequentemente obter seu espectro físico.

3.1.2 Quebra de Simetria e o Setor Escalar

Tomando o conteúdo de campos escalares dado na eq. (3.7), o potencial mais geral invariante pelas simetrias de Lorentz, gauge e renormalizável é dado por

$$\begin{aligned} V(\chi, \rho) &= \mu_\rho^2 \rho^\dagger \rho + \mu_\chi^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_2 (\chi^\dagger \chi)^2 \\ &\quad + \lambda_3 (\rho^\dagger \rho) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_4 (\rho^\dagger \chi) (\chi^\dagger \rho). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Este potencial escalar demonstra a simplicidade do modelo RM331 em comparação ao potencial do modelo 331 mínimo [96]. No setor escalar existem apenas doze graus de liberdade, um número bem menor que os trinta graus de liberdade dados no potencial do modelo 331 mínimo.

¹ Este fato não representa um grande problema, pois sabemos que esta extensão não representa uma teoria final, visto que sai do regime perturbativo em torno de 4-5 TeV onde, possivelmente, alguma nova física deva dominar [94, 95].

Para que ocorra a quebra espontânea de simetria, tanto μ_ρ^2 quanto μ_χ^2 devem ser negativos. Definindo os VEVs para os escalares ρ e χ da forma habitual:

$$\rho^0, \chi^0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\rho, \chi} + R_{\rho, \chi} + iI_{\rho, \chi}), \quad (3.12)$$

obtemos as seguintes condições de mínimo do potencial:

$$\begin{aligned} \mu_1^2 + \lambda_1 v_\rho^2 + \frac{\lambda_3 v_\chi^2}{2} &= 0; \\ \mu_2^2 + \lambda_2 v_\chi^2 + \frac{\lambda_3 v_\rho^2}{2} &= 0. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Usando a eq. (2.46), as matrizes de massa para os campos escalares são

$$m_{h^0}^2 = \frac{v_\chi^2}{2} \begin{pmatrix} 2\lambda_2 & \lambda_3 \bar{v} \\ \lambda_3 \bar{v} & 2\lambda_1 \bar{v}^2 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

e

$$m_{h^{\pm\pm}}^2 = \frac{\lambda_4 v_\chi^2}{2} \begin{pmatrix} \bar{v}^2 & \bar{v}^2 \\ \bar{v}^2 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

nas bases (R_χ, R_ρ) e (χ^{++}, ρ^{++}) para os escalares neutros e duplamente carregados, respectivamente. Observamos que todos os escalares com carga elétrica unitária e os pseudo-escalares neutros possuem massa nula. Desta maneira, vemos que a quebra espontânea de simetria teremos, no mínimo, dois bósons de gauge neutros massivos e quatro com carga elétrica unitária.

Diagonalizando as matrizes (3.14) e (3.15) obtemos os seguintes auto-valores:

$$\begin{aligned} M_{h^0}^2 &= v_\rho^2 \lambda_1 + v_\chi^2 \lambda_2 - \sqrt{(v_\rho^2 \lambda_1 - v_\chi^2 \lambda_2)^2 + v_\rho^2 v_\chi^2 \lambda_3^2}; \\ M_{H^0}^2 &= v_\rho^2 \lambda_1 + v_\chi^2 \lambda_2 + \sqrt{(v_\rho^2 \lambda_1 - v_\chi^2 \lambda_2)^2 + v_\rho^2 v_\chi^2 \lambda_3^2}; \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} M_{G^{\pm\pm}}^2 &= 0; \\ M_{h^{\pm\pm}}^2 &= \frac{\lambda_4}{2}(v_\chi^2 + v_\rho^2). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Observamos que os escalares $G^{\pm\pm}$ são os bósons de Goldstones absorvidos pelos bósons de gauge duplamente carregados, enquanto os escalares $h^{\pm\pm}$ permanecem como escalares físicos do espectro. Estudos em processos com troca de sabor em correntes neutras impõe vínculos a massa do escalar neutro mais pesado de $M_{H^0}^2 \geq 889 \text{ GeV}$ [97].

Para que o potencial seja inferiormente limitado e que a eq. (3.12) seja um ponto de mínimo, implica a observância das condições

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &> 0, \\
 \lambda_2 &> 0, \\
 \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 &> 0, \\
 \lambda_3 &> 2\sqrt{\lambda_1\lambda_2}, \\
 \lambda_4 &> 0.
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Concluimos que o espectro de escalares físicos do modelo RM331 é composto pelos escalares duplamente carregados $h^{\pm\pm}$ e pelos escalares neutros h_0 e H_0 . O escalar neutro mais leve (h_0) pode ser identificado como o bóson escalar visto pelo LHC [98, 99], e também recupera as interação presentes no MP do Higgs. A fenomenologia dos escalares duplamente carregados pode ser uma assinatura do modelo, por conter além da carga elétrica também duas unidades de carga leptônica (bilépton).

3.1.3 Bósons de Gauge

A obtenção dos bósons de gauge físicos ocorre quando os escalares ρ e χ adquirem um VEV diferente de zero. Como já mencionado, temos 9 bósons de gauge no espectro e vimos que o setor escalar possui 8 campos sem massa, que possivelmente serão absorvidos. Desta forma, um campo de gauge continuará sem massa e este será associado ao fóton da QED.

De maneira semelhante ao capítulo anterior, podemos definir

$$\begin{aligned}
 W^\pm &= \frac{W^1 \mp iW^2}{\sqrt{2}} \\
 V^\pm &= \frac{W^4 \pm iW^5}{\sqrt{2}} \\
 U^{\pm\pm} &= \frac{W^6 \pm iW^7}{\sqrt{2}}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

tal que estes estados possuem massa

$$\begin{aligned} M_{W^\pm}^2 &= \frac{1}{4} g_3^2 v_\rho^2 \\ M_{V^\pm}^2 &= \frac{1}{4} g_3^2 v_\chi^2 \\ M_{U^{\pm\pm}}^2 &= \frac{1}{4} g_3^2 (v_\rho^2 + v_\chi^2). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Mostrando que os 6 escalares carregados sem massa foram realmente absorvidos pelos bósons de gauge. Aqui, os bósons $W^\pm$ são os bósons $W^\pm$ eletricamente carregados do MP e consequentemente o acoplamento de gauge $g_3 \equiv g_2$. Nota-se que os bósons $V^\pm$ e $U^{\pm\pm}$ possuem massa maior que os bósons $W^\pm$, uma vez que suas massas são proporcionais a v_χ . Outra observação é que estes novos bósons de gauge pesados também possuem número leptônico igual a dois. Juntamente com os escalares $h^{\pm\pm}$, estes bósons são a assinatura do modelo, com sua testabilidade podendo vir por meio destas partículas.

Os bósons de gauge neutros vêm da diagonalização da matriz de massa,

$$M_0^2 = \begin{pmatrix} v_\rho^2 g_x^2 + v_\chi^2 g_x^2 & \frac{g_3 g_x v_\rho^2}{2\sqrt{3}} + \frac{v_\chi^2 g_3 g_x}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} v_\rho^2 g_3 g_x \\ \frac{g_3 g_x v_\rho^2}{2\sqrt{3}} + \frac{v_\chi^2 g_3 g_x}{\sqrt{3}} & \frac{1}{12} v_\rho^2 g_3^2 + \frac{1}{3} v_\chi^2 g_3^2 & -\frac{v_\rho^2 g_3^2}{4\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{2} v_\rho^2 g_3 g_x & -\frac{v_\rho^2 g_3^2}{4\sqrt{3}} & \frac{1}{4} v_\rho^2 g_3^2 \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

Esta diagonalização fornece dois estados massivos, e um sem massa. Estes dois estados massivos denominamos de Z e Z' e o estado sem massa, associamos ao fóton. Fazendo a aproximação $v_\chi \gg v_\rho$, as massas destas partículas são

$$M_Z^2 \approx \frac{g_3^2 v_\rho^2 (4g_x^2 + g_3^2)}{4(3g_x^2 + g_3^2)} + \mathcal{O}\left(\frac{v_\rho^3}{v_\chi^3}\right) \quad (3.22)$$

$$M_{Z'}^2 \approx \frac{1}{3} v_\chi^2 (3g_x^2 + g_3^2) + \frac{v_\rho^2 (6g_x^2 + g_3^2)^2}{12(3g_x^2 + g_3^2)} + \mathcal{O}\left(\frac{v_\rho^3}{v_\chi^3}\right). \quad (3.23)$$

Em boa aproximação, o bóson Z é o mesmo do MP e, portanto, a relação de massa $M_W = \cos \theta_w M_Z$ também pode ser feita no RM331. Relacionando o ângulo de mistura fraca e as constantes de acoplamento do RM331 obtemos:

$$\frac{g_x^2}{g_3^2} = \frac{\sin^2(\theta_w)}{1 - 4 \sin^2(\theta_w)}. \quad (3.24)$$

Observa-se por consistência do modelo que a expressão anterior possui um polo de Landau que condiciona o valor do $\sin^2(\theta_w) < \frac{1}{4}$. De fato, essa é uma característica interessante do modelo, explicando o fato do ângulo de Weinberg ser menor que 0.25, estando de acordo com a experiência, uma vez que as medidas precisas fornecem o valor $\sin^2(\theta_w) = 0.23126(5)$ [32].

Como o novo bóson de gauge neutro medeia processos de troca de sabor em correntes neutras, e os bósons carregados possuem uma boa contribuição para o cálculo do momento anômalo magnético do múon, suas massas podem ser vinculadas a fim do modelo conseguir explicar tais processos. Trabalhos foram feitos neste sentido [97, 100], fornecendo os seguinte vínculos: $M_{Z'} \geq 3326$ GeV, $M_{V^\pm} \geq 910$ GeV e $M_{U^{\pm\pm}} \geq 914$ GeV.

Finalizado o espectro dos bósons de gauge, na próxima seção desenvolveremos o espectro fermiônico.

3.1.4 Férmions

Para a configuração de campos do RM331, o setor de Yukawa renormalizável mais geral é dado por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yuk}^{RM331} = & -\lambda_{ij}^J \bar{Q}_{iL} \chi^* J_{jR} - \lambda_{33}^J \bar{Q}_{3L} \chi J_{3R} - \lambda'_{3a} \bar{Q}_{3L} \rho d_{aR} \\ & - \lambda'_{ia} \bar{Q}_{iL} \rho^* u_{aR} + h.c., \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde $i, j = 1, 2$ representam a primeira e a segunda família dos quarks. Como podemos observar, este setor não possui acoplamentos suficientes para gerar a massa de todos os férmions. O reduzido setor escalar do modelo é suficiente para uma correta quebra de simetria e uma fenomenologia do setor escalar mais clara. Contudo, não consegue fornecer massa para todos os férmions por acoplamentos renormalizáveis.

Com apenas dois escalares, a modelo necessita da inclusão de operadores efetivos de dimensões maiores. Para o complemento da massa dos quarks, utilizamos operadores específicos de dimensão cinco,

$$\frac{\lambda_{ia}^d}{\Lambda} \varepsilon_{nmp} \left(\bar{Q}_{iLn} \rho_m \chi_p \right) d_{aR} + \frac{\lambda_{3a}^u}{\Lambda} \varepsilon_{nmp} \left(\bar{Q}_{3Ln} \rho_m^* \chi_p^* \right) u_{aR} + h.c., \quad (3.26)$$

onde ε_{nmp} é o tensor de Levi-Civita e Λ é a escala de energia mais alta em que o modelo deixa de ser perturbativo, sendo da ordem de $\Lambda = 4 - 5 \text{ TeV}$ [94, 95]. Torna-se possível escrever estes operadores devido ao fato do escalar χ possuir o VEV da ordem de grandeza do *cut-off* natural do modelo, resultando em termos de massa da ordem eletro-fraca, sem a necessidade de um ajuste fino nas constantes de acoplamentos presentes nestas novas interações não-renormalizáveis.

Para os léptons carregados, sua massa também é desenvolvida por um operador de dimensão cinco [101, 102]

$$\frac{\kappa^l}{\Lambda} (\bar{f}_L^c \rho^*) (\chi^\dagger f_L) + h.c.. \quad (3.27)$$

Supondo que não ocorre mistura de sabor entre os léptons, κ^l será apenas uma constante de acoplamento adimensional, não uma matriz. Para os neutrinos, existe uma complexidade na construção de um operador que lhe forneça massa sem a necessidade de um grande ajuste fino devido ao cut-off do modelo ser apenas de poucos TeV e sua massa ser da ordem de eV^2 .

Definidas as interações, a lagrangiana de massa para os férmions é

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \supset & -\frac{\lambda_{ij}^J v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}_{iL} J_{jR} - \frac{\lambda_{33}^J v_\chi}{\sqrt{2}} \bar{J}_{3L} J_{3R} - \frac{\lambda_{ia}^d v_\rho v_\chi}{2\Lambda} \bar{d}_{iL} d_{aR} - \frac{\lambda_{3a}' v_\rho}{\sqrt{2}} \bar{d}_{3L} d_{aR} \\ & + \frac{\lambda_{ia}' v_\rho}{\sqrt{2}} \bar{u}_{iL} u_{aR} - \frac{\lambda_{3a}^u v_\rho v_\chi}{2\Lambda} \bar{u}_{3L} u_{aR} - \frac{\kappa^l v_\rho v_\chi}{2\Lambda} \bar{e}_L e_R + h.c.. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Supondo $v_\chi \approx \Lambda$, todos os férmions carregados associados ao MP possuem massa na escala eletrofraca. Concluimos assim, a apresentação dos espectro de campos físicos do modelo RM331, seguindo para a construção de sua versão supersimétrica (SUSYRM331).

3.2 SUSYRM331

Seguindo os passos do MSSM, para a construção do SUSYRM331 [103] precisamos promover todos campos presentes na seção anterior a supercampos. Os

² Para desenvolver a massa para os neutrinos existe um operador de dimensão sete [24]. Contudo, mesmo sendo o operador efetivo mais relevante, ele não é suficiente para fornecer pequenas massas aos neutrinos (escala dos eV) sem um grande ajuste nas constantes de acoplamento deste operador. Desta forma, preferimos não descrevê-lo aqui.

campos de matéria em supercampos quirais e os bósons de gauge em supercampos vetoriais. Desta forma, os léptons serão compostos por

$$\hat{L}_L = \begin{pmatrix} \hat{\nu}_l \\ \hat{l} \\ \hat{l}^c \end{pmatrix}_L \sim (1, 3, 0), \quad (3.29)$$

onde “ $\hat{}$ ” caracteriza um supercampo e $l = e, \mu, \tau$. O conteúdo hadrônico é dado pelos supercampos,

$$\begin{aligned} \hat{Q}_{1L} &= \begin{pmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{d}_1 \\ \hat{J}_1 \end{pmatrix}_L \sim (3, 3, \frac{2}{3}), \quad \hat{Q}_{iL} = \begin{pmatrix} \hat{d}_i \\ -\hat{u}_i \\ \hat{J}_i \end{pmatrix}_L \sim (3, 3^*, -\frac{1}{3}), \\ \hat{u}_{1L}^c &\sim (3^*, 1, -\frac{2}{3}), \quad \hat{d}_{1L}^c \sim (3^*, 1, +\frac{1}{3}), \quad \hat{J}_{1L}^c \sim (3^*, 1, -\frac{5}{3}), \\ \hat{u}_{iL}^c &\sim (3^*, 1, -\frac{2}{3}), \quad \hat{d}_{iL}^c \sim (3^*, 1, +\frac{1}{3}), \quad \hat{J}_{iL}^c \sim (3^*, 1, +\frac{4}{3}), \end{aligned} \quad (3.30)$$

com $i = 2, 3$.

Como vimos na seção anterior, o setor escalar é composto por dois tripletos. Considerando os mesmos argumentos que no MSSM, o cancelamento das anomalias requer a inclusão de mais dois tripletos com cargas do grupo $U(1)_X$ opostas. Assim, SUSYRM331 possuirá quatro supercampos quirais,

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= \begin{pmatrix} \hat{\rho}^+ \\ \hat{\rho}^0 \\ \hat{\rho}^{++} \end{pmatrix} \sim (1, 3, +1), \quad \hat{\chi} = \begin{pmatrix} \hat{\chi}^- \\ \hat{\chi}^{--} \\ \hat{\chi}^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3, -1), \\ \hat{\rho}' &= \begin{pmatrix} \hat{\rho}'^- \\ \hat{\rho}'^0 \\ \hat{\rho}'^{--} \end{pmatrix} \sim (1, 3^*, -1), \quad \hat{\chi}' = \begin{pmatrix} \hat{\chi}'^+ \\ \hat{\chi}'^{++} \\ \hat{\chi}'^0 \end{pmatrix} \sim (1, 3^*, +1). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Infelizmente, mesmo com a inclusão destes dois novos tripletos, o modelo SUSYRM331 não será capaz de fornecer as massas para todos os férmions presentes no modelo por meio de um superpotencial renormalizável. Da maneira semelhante ao modelo não supersimétrico, o modelo SUSYRM331 utilizará da prerrogativa de não ser a resposta final e, portanto, nos permite construir operadores efetivos e inclui-los no modelo. Dito isto, o superpotential capaz de gerar as massas dos férmions

carregados no modelo SUSYRM331 é composto pelos seguintes termos,

$$\hat{f} = \hat{f}' + \hat{f}_{E.O.}, \quad (3.32)$$

onde,

$$\begin{aligned} \hat{f}' = & \lambda_{11}^J \hat{Q}_{1L} \hat{\chi}' \hat{J}_{1L}^c + \lambda_{ij}^J \hat{Q}_{iL} \hat{\chi} \hat{J}_{jL}^c + \lambda_{1a} \hat{Q}_{1L} \hat{\rho}' \hat{d}_{aL}^c \\ & + \lambda_{ia}'' \hat{Q}_{iL} \hat{\rho} \hat{u}_{aL}^c + \mu_\rho \hat{\rho} \hat{\rho}' + \mu_\chi \hat{\chi} \hat{\chi}', \end{aligned} \quad (3.33)$$

é a parte renormalizável do superpotencial e,

$$\begin{aligned} \hat{f}_{E.O.} = & \frac{k_{u_{1a}}}{\Lambda} \varepsilon_{nmp} \left(\hat{Q}_{1Ln} \hat{\rho}_m \hat{\chi}_p \right) \hat{u}_{aL}^c \\ & + \frac{k_{d_{ia}}}{\Lambda} \varepsilon_{nmp} \left(\hat{Q}_{iLn} \hat{\rho}'_m \hat{\chi}_p \right) \hat{d}_{aL}^c + \frac{k_l}{\Lambda} \left(\hat{L}_L \hat{\rho}' \right) \left(\hat{L}_L \hat{\chi}' \right). \end{aligned} \quad (3.34)$$

constitui a parte originada por operadores efetivos. Os índices, $i, j = 2, 3$ e $a = 1, 2, 3$ são índices de gerações das famílias fermiônicas. Vale ressaltar que ambas as partes do superpotencial respeitam a paridade R definida pela eq. (2.21), e assim, como no MSSM a partícula mais leve supersimétrica pode ser um candidato à matéria escura.

Os termos de quebra soft do modelo são dados por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{soft} = & -\frac{1}{2} [M_{\lambda_c} \lambda_c^a \lambda_c^a + M_{\lambda_L} (\lambda_a \lambda_a) + M_{\lambda_x} \lambda_x \lambda_x + h.c.] \\ & -m_L^2 \tilde{L}^\dagger \tilde{L} - m_{Q_1}^2 \tilde{Q}_1^\dagger \tilde{Q}_1 + m_{u_\alpha}^2 \tilde{u}_\alpha^\dagger \tilde{u}_\alpha - m_{d_\alpha}^2 \tilde{d}_\alpha^\dagger \tilde{d}_\alpha \\ & -m_{J_1}^2 \tilde{J}_1^\dagger \tilde{J}_1 - m_{J_i}^2 \tilde{J}_i^\dagger \tilde{J}_i - m_{Q_i}^2 \tilde{Q}_i^\dagger \tilde{Q}_i - m_\chi^2 \chi^\dagger \chi \\ & -m_\rho^2 \rho^\dagger \rho - m_{\chi'}^2 \chi'^\dagger \chi' - m_{\rho'}^2 \rho'^\dagger \rho' + b_\rho \rho^a \rho'^a \\ & + b_\chi \chi^a \chi'^a + A_{1\alpha}^d \tilde{Q}_1 \rho' \tilde{d}_\alpha^c + B_{11}^J \tilde{Q}_1 \chi' \tilde{J}_1^c \\ & + A_{i\alpha}^u \tilde{Q}_i \rho \tilde{u}_\alpha^c + B_{ij}^J \tilde{Q}_i \chi \tilde{J}_j^c + A_{1\alpha}^{u'} \varepsilon_{nmp} \left(\tilde{Q}_{1Ln} \rho_m \chi_p \right) \tilde{u}_\alpha^c \\ & + A_{i\alpha}^{d'} \varepsilon_{nmp} \left(\tilde{Q}_{iLn} \rho'_m \chi_p \right) \tilde{d}_\alpha^c + A^l \left(\tilde{L}_L \rho' \right) \left(\tilde{L}_L \chi' \right) + h.c., \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde os parâmetros dos termos bilineares dos escalares, m_s^2 e b_s , possuem dimensão de massa quadrática, com s representando qualquer campo escalar. Os parâmetros dos termos trilineares, A e B , e dos termos de massa para os gauginos M_{λ_L} possuem dimensão de massa unitária. Os parâmetros dos termos quárticos A' são adimensionais.

3.2.1 Quebra Espontânea da Simetria $SU(3)_L \times U(1)_X$

Nesta seção desenvolveremos as condições para que a simetria $SU(3)_L \times U(1)_X$ quebre espontaneamente para a simetria $U(1)_{em}$. Para tal, precisamos montar o potencial escalar do modelo. Utilizando a configuração de supercampos da seção anterior e nos atendo apenas aos escalares não supersimétricos, obtemos:

$$\begin{aligned}
 V_h = & \frac{g_3^2}{8} \left(\rho^\dagger \vec{\lambda} \rho + \chi^\dagger \vec{\lambda} \chi - \rho'^\dagger \vec{\lambda}^* \rho' - \chi'^\dagger \vec{\lambda}^* \chi' \right)^2 + \mu_\rho \rho^\dagger \rho + \mu_{\rho'} \rho'^\dagger \rho' + \\
 & \frac{g_x^2}{2} \left(\rho^\dagger \rho - \chi^\dagger \chi - \rho'^\dagger \rho' + \chi'^\dagger \chi' \right)^2 + \mu_\chi \chi^\dagger \chi + \mu_{\chi'} \chi'^\dagger \chi' + m_\chi^2 \chi^\dagger \chi \\
 & + m_{\rho'}^2 \rho'^\dagger \rho' + m_{\chi'}^2 \chi'^\dagger \chi' + m_{\rho'}^2 \rho'^\dagger \rho' - b_\rho \rho^a \rho'^a - b_\chi \chi^a \chi'^a + h.c.,
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

com $\vec{\lambda}$ sendo as matrizes de Gell-Mann. Novamente, como a simetria remanescente é a simetria da QED, podemos analisar este potencial fazendo todas as componentes eletricamente carregadas iguais a zero no mínimo do potencial. Assim,

$$\begin{aligned}
 V_h \supset & \frac{g_3^2}{8} \left[\left(|\rho_0|^2 - |\rho'_0|^2 \right)^2 + \frac{1}{3} \left(|\rho_0|^2 - |\rho'_0|^2 - 2|\chi_0|^2 + 2|\chi'_0|^2 \right)^2 \right] + \\
 & \frac{g_x^2}{2} \left(|\rho_0|^2 - |\chi_0|^2 - |\rho'_0|^2 + |\chi'_0|^2 \right)^2 + \mu_\rho |\rho_0|^2 + \mu_{\rho'} |\rho'_0|^2 + \mu_\chi |\chi_0|^2 \\
 & + \mu_{\chi'} |\chi'_0|^2 + m_\chi^2 |\chi_0|^2 + m_\rho^2 |\rho_0|^2 + m_{\chi'}^2 |\chi'_0|^2 + m_{\rho'}^2 |\rho'_0|^2 \\
 & - b_\rho \rho_0 \rho'_0 - b_\chi \chi_0 \chi'_0 + h.c..
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

Definindo a seguinte sequência de quebra de simetria,

$$SU(3)_L \otimes U(1)_X \xrightarrow{\langle \chi \rangle, \langle \chi' \rangle} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\langle \rho \rangle, \langle \rho' \rangle} U(1)_{QED},$$

podemos analisar as condições para as direções (χ, χ') e (ρ, ρ') separadamente. Em uma análise semelhante ao potencial do MSSM, as condições para que a quebra espontânea de simetria ocorra são:

$$\begin{aligned}
 b_\chi^2 & > (m_\chi^2 + \mu_\chi^2)(m_{\chi'}^2 + \mu_{\chi'}^2); \\
 b_\rho^2 & > (m_\rho^2 + \mu_\rho^2)(m_{\rho'}^2 + \mu_{\rho'}^2).
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

E para que o potencial seja inferiormente limitado são:

$$\begin{aligned}
 b_\chi & < \frac{1}{2} (m_\chi^2 + m_{\chi'}^2 + 2\mu_\chi^2); \\
 b_\rho & < \frac{1}{2} (m_\rho^2 + m_{\rho'}^2 + 2\mu_\rho^2).
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

Se as condições (3.38) e (3.39) forem satisfeitas, temos que o potencial escalar desenvolve um mínimo bem definido no qual a simetria $SU(3)_L \times U(1)_X$ é quebrada espontaneamente para $U(1)_{QED}$.

Realizando a transformação habitual sobre os escalares neutros, deslocando-os pelos respectivos VEVs:

$$\rho_0, \rho'_0, \chi_0, \chi'_0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(v_{\rho, \rho', \chi, \chi'} + R_{\rho, \rho', \chi, \chi'} + i I_{\rho, \rho', \chi, \chi'}), \quad (3.40)$$

as condições de mínimo do potencial são dadas por

$$\begin{aligned} \frac{g_3^2}{12} (2v_\rho^2 - 2v_{\rho'}^2 - v_\chi^2 + v_{\chi'}^2) + \frac{g_x^2}{2} (v_\rho^2 - v_{\rho'}^2 - v_\chi^2 + v_{\chi'}^2) + m_\rho^2 + \mu_\rho^2 - \frac{v_{\rho'}}{v_\rho} b_\rho &= 0, \\ -\frac{g_3^2}{12} (2v_\rho^2 - 2v_{\rho'}^2 - v_\chi^2 + v_{\chi'}^2) - \frac{g_x^2}{2} (v_\rho^2 - v_{\rho'}^2 - v_\chi^2 + v_{\chi'}^2) + m_{\rho'}^2 + \mu_{\rho'}^2 - \frac{v_\rho}{v_{\rho'}} b_\rho &= 0, \\ -\frac{g_3^2}{12} (v_\rho^2 - v_{\rho'}^2 - 2v_\chi^2 + 2v_{\chi'}^2) - \frac{g_x^2}{2} (v_\rho^2 - v_{\rho'}^2 - v_\chi^2 + v_{\chi'}^2) + m_\chi^2 + \mu_\chi^2 - \frac{v_{\chi'}}{v_\chi} b_\chi &= 0, \\ \frac{g_3^2}{12} (v_\rho^2 - v_{\rho'}^2 - 2v_\chi^2 + 2v_{\chi'}^2) + \frac{g_x^2}{2} (v_\rho^2 - v_{\rho'}^2 - v_\chi^2 + v_{\chi'}^2) + m_{\chi'}^2 + \mu_{\chi'}^2 - \frac{v_\chi}{v_{\chi'}} b_\chi &= 0. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Como os VEVs v_χ e $v_{\chi'}$ quebram a simetria do 331 para a simetria do MP, estes obedecem a relação: $v_{331}^2 = v_\chi^2 + v_{\chi'}^2$, com v_{331} sendo a escala característica de quebra da simetria 331. Analogamente, os VEVs v_ρ e $v_{\rho'}$ quebram a simetria do modelo e, portanto, $v^2 = v_\rho^2 + v_{\rho'}^2 = (246 \text{ GeV})^2$. Como no MSSM, podemos definir a razão entre VEVs,

$$\begin{aligned} \tan \beta_\rho &= \frac{v_\rho}{v_{\rho'}} \\ \tan \beta_\chi &= \frac{v_\chi}{v_{\chi'}}, \end{aligned} \quad (3.42)$$

com β_ρ sendo idêntico ao definido no MSSM. Definidas as condições para a quebra da simetria do modelo SUSYRM331, podemos calcular seu espectro físico.

Iniciando com o espectro de Higgs do modelo. Neste setor temos quatro campos complexos com carga elétrica unitária, quatro duplamente carregados e quatro neutros³. O desenvolvimento do potencial (3.36) com as condições de mínimo

³ Nos campos neutros a parte real separa-se da parte imaginária após a quebra de simetria.

(3.41) fornece as seguintes matrizes de massa para os pseudo escalares:

$$\begin{pmatrix} \frac{v_{\chi'} b_\chi}{2v_\chi} & \frac{b_\chi}{2} & 0 & 0 \\ \frac{b_\chi}{2} & \frac{v_\chi b_\chi}{2v_{\chi'}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{v_{\rho'} b_\rho}{2v_\rho} & \frac{b_\rho}{2} \\ 0 & 0 & \frac{b_\rho}{2} & \frac{v_\rho b_\rho}{2v_{\rho'}} \end{pmatrix}, \quad (3.43)$$

onde foi usada a base $(I_\rho, I'_\rho, I_\chi, I'_\chi)^T$. Observa-se que esta matriz separa-se em dois blocos 2×2 , fornecendo claramente a fonte dos bósons de Goldstone para bósons de gauge Z e Z' . Como os dois blocos possuem o mesmo padrão, são facilmente diagonalizados, fornecendo os seguintes autovalores:

$$\begin{aligned} M_{A_0}^2 &= \frac{(v_{\rho'}^2 + v_\rho^2) b_\rho}{v_\rho v_{\rho'}} = \frac{2b_\rho}{\sin 2\beta_\rho}, \\ M_{A'_0}^2 &= \frac{(v_{\chi'}^2 + v_\chi^2) b_\chi}{v_\chi v_{\chi'}} = \frac{2b_\chi}{\sin 2\beta_\chi}, \\ M_G^2 &= M_{G'}^2 = 0, \end{aligned} \quad (3.44)$$

cujos autovetores são respectivamente dados por,

$$\begin{aligned} A_0 &= \cos \beta_\rho I_\rho + \sin \beta_\rho I_{\rho'}, \\ A'_0 &= \cos \beta_\chi I_\chi + \sin \beta_\chi I_{\chi'}, \\ G &= -\sin \beta_\rho I_\rho + \cos \beta_\rho I_{\rho'}, \\ G' &= -\sin \beta_\chi I_\chi + \cos \beta_\chi I_{\chi'}, \end{aligned} \quad (3.45)$$

onde A_0 e A'_0 são os pseudo-escalares físicos e G e G' são os bósons de Goldstone absorvidos pelos bósons Z e Z' , como já mencionado. Da mesma forma que no MSSM, os pseudo-escalares são diagonalizados pela ângulo definido pela razão entre os VEVs e, portanto, devemos ter

$$0 \leq \beta_\rho, \beta_\chi \leq \frac{\pi}{2}. \quad (3.46)$$

Para o escalares carregados com carga unitária, temos também uma separação em dois blocos de matrizes 2×2 . O primeiro, na base $(\rho^+, \rho'^+)^T$, possui a forma:

$$\begin{pmatrix} \frac{g^2 v_{\rho'}^2}{4} + \frac{b_\rho v_{\rho'}}{v_\rho} & -(\frac{1}{4} v_\rho v_{\rho'} g^2 + b_\rho) \\ -(\frac{1}{4} v_\rho v_{\rho'} g^2 + b_\rho) & \frac{g^2 v_\rho^2}{4} + \frac{b_\rho v_\rho}{v_{\rho'}} \end{pmatrix}, \quad (3.47)$$

enquanto o segundo, na base $(\chi^+, \chi'^+)^T$, é

$$\begin{pmatrix} \frac{g^2 v_{\chi'}^2}{4} + \frac{b_{\chi} v_{\chi'}}{v_{\chi}} & -(\frac{1}{4} v_{\chi} v_{\chi'} g^2 + b_{\chi}) \\ -(\frac{1}{4} v_{\chi} v_{\chi'} g^2 + b_{\chi}) & \frac{g^2 v_{\chi}^2}{4} + \frac{b_{\chi} v_{\chi}}{v_{\chi'}} \end{pmatrix}. \quad (3.48)$$

Semelhantemente aos pseudo-escalares, as matrizes dos escalares carregados possuem o mesmo padrão. Estas matrizes fornecem os seguintes autovalores:

$$\begin{aligned} M_{H^+}^2 &= \frac{(v_{\rho'}^2 + v_{\rho}^2)(4b_{\rho} + g_3^2 v_{\rho} v_{\rho'})}{4v_{\rho} v_{\rho'}} = M_A^2 + M_W^2, \\ M_{H'^+}^2 &= \frac{(v_{\chi'}^2 + v_{\chi}^2)(4b_{\chi} + g_3^2 v_{\chi} v_{\chi'})}{4v_{\chi} v_{\chi'}} = M_{A'}^2 + M_V^2, \\ M_{G^+}^2 &= M_{G'^+}^2 = 0, \end{aligned} \quad (3.49)$$

onde M_W e M_V são respectivamente as massas dos bósons $W_{\mu}^{\pm}$ e $V_{\mu}^{\pm}$, a serem definidas na próxima seção. Os autovetores dos escalares carregados são:

$$\begin{aligned} H^+ &= -\cos \beta_{\rho} \rho^+ + \sin \beta_{\rho} \rho'^+, \\ H'^+ &= -\cos \beta_{\chi} \chi^+ + \sin \beta_{\chi} \chi'^+, \\ G^+ &= \sin \beta_{\rho} \rho^+ + \cos \beta_{\rho} \rho'^+, \\ G'^+ &= \sin \beta_{\chi} \chi^+ + \cos \beta_{\chi} \chi'^+, \end{aligned} \quad (3.50)$$

Como pode ser visto, existem dois bósons de Goldstone, os quais serão absorvidos pelos bósons de gauge $W_{\mu}^{\pm}$ e $V_{\mu}^{\pm}$. Dos dois estados físicos carregados, o estado H'^+ também irá possuir carga leptônica, sendo um bilépton escalar.

Para os escalares duplamente carregados, teremos uma matriz 4×4 pois, todos possuem os mesmos números quânticos. Na base $(\rho^{++}, \rho'^{++}, \chi^{++}, \chi'^{++})^T$, a matriz toma a forma

$$\begin{pmatrix} \frac{g^2(v_{\rho'}^2 + v_{\chi}^2 - v_{\chi'}^2)}{4} + \frac{b_{\rho}}{\tan \beta_{\rho}} & -\frac{g^2 v_{\rho} v_{\rho'}}{4} - b_{\rho} & \frac{g^2 v_{\rho} v_{\chi}}{4} & -\frac{g^2 v_{\rho} v_{\chi'}}{4} \\ -\frac{g^2 v_{\rho} v_{\rho'}}{4} - b_{\rho} & \frac{g^2(v_{\rho}^2 - v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2)}{4} + \frac{b_{\rho}}{\cot \beta_{\rho}} & -\frac{g^2 v_{\rho'} v_{\chi}}{4} & \frac{g^2 v_{\rho'} v_{\chi'}}{4} \\ \frac{g^2 v_{\rho} v_{\chi}}{4} & -\frac{g^2 v_{\rho'} v_{\chi}}{4} & \frac{g^2(v_{\rho}^2 - v_{\rho'}^2 + v_{\chi'}^2)}{4} + \frac{b_{\rho}}{\tan \beta_{\chi}} & -\frac{g^2 v_{\chi} v_{\chi'}}{4} - b_{\chi} \\ -\frac{g^2 v_{\rho} v_{\chi'}}{4} & \frac{g^2 v_{\rho'} v_{\chi'}}{4} & -\frac{g^2 v_{\chi} v_{\chi'}}{4} - b_{\chi} & \frac{g^2(-v_{\rho}^2 + v_{\rho'}^2 + v_{\chi}^2)}{4} + \frac{b_{\rho}}{\cot \beta_{\chi}} \end{pmatrix}. \quad (3.51)$$

A obtenção dos autovalores e autovetores analiticamente não é uma tarefa fácil. Entretanto, como seu determinante é igual a zero, mostra que pelo menos um autovalor será nulo. Uma análise numérica desta matriz fornece apenas um autovalor

nulo, cujo autovetor correspondente será o bóson de Goldstone absorvido pelo bóson de gauge U^{++} . Na seção de análise numérica, vamos apresentar que o mais leve escalar duplamente carregado possuirá massa em torno de algumas poucas centenas de GeV.

Por último, mas não menos importante, os escalares neutros. Tomando como base $(R_\rho, R_{\rho'}, R_\chi, R_{\chi'})^T$, a matriz de massa possui a forma:

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{g^2}{3} + g_N^2\right) v_\rho^2 + \frac{b_\rho}{\tan \beta_\rho} & -\left(\frac{g^2}{3} + g_N^2\right) v_{\rho'} v_\rho - b_\rho & -\left(\frac{g^2}{6} + g_N^2\right) v_\rho v_\chi & \left(\frac{g^2}{6} + g_N^2\right) v_\rho v_{\chi'} \\ -\left(\frac{g^2}{3} + g_N^2\right) v_{\rho'} v_\rho - b_\rho & \left(\frac{g^2}{3} + g_N^2\right) v_{\rho'}^2 + \frac{b_\rho}{\cot \beta_\rho} & \left(\frac{g^2}{6} + g_N^2\right) v_{\rho'} v_\chi & -\left(\frac{g^2}{6} + g_N^2\right) v_{\rho'} v_{\chi'} \\ -\left(\frac{g^2}{6} + g_N^2\right) v_\rho v_\chi & \left(\frac{g^2}{6} + g_N^2\right) v_{\rho'} v_\chi & \left(\frac{g^2}{3} + g_N^2\right) v_\chi^2 + \frac{b_\chi}{\tan \beta_\chi} & -\left(\frac{g^2}{3} + g_N^2\right) v_\chi v_{\chi'} - b_\chi \\ \left(\frac{g^2}{6} + g_N^2\right) v_\rho v_{\chi'} & -\left(\frac{g^2}{6} + g_N^2\right) v_{\rho'} v_{\chi'} & -\left(\frac{g^2}{3} + g_N^2\right) v_\chi v_{\chi'} - b_\chi & \left(\frac{g^2}{3} + g_N^2\right) v_{\chi'}^2 + \frac{b_\chi}{\cot \beta_\chi} \end{pmatrix}. \quad (3.52)$$

Desta matriz de massa surgem os quatro escalares físicos neutros, sendo que o mais leve reproduz as propriedades do Higgs do MP, que supomos como sendo o bóson escalar candidato a ser o escalar recentemente encontrado no LHC. A fim de garantir que tal escalar desempenha o papel do bóson de Higgs, nós exigiremos ao longo deste trabalho que o estado físico mais leve possua pelo menos 95% da parte real de ρ^0 . Isto é obrigatório para certificar que tal escalar comporta-se semelhantemente ao Higgs padrão, uma vez que esta escolha nos assegura que seus decaimentos em partículas do MP são basicamente os mesmos computados nas Ref. [98, 99, 104, 105] e que estão em acordo com as medidas experimentais.

3.2.2 Massa dos Bósons de Gauge

Assim como foi feito para RM331, podemos dividir as massas dos bósons de gauge em duas partes: massas para os bósons de gauge eletricamente carregados e neutros. O estados carregados são os mesmos definidos pela eq. (3.19), com massas

$$\begin{aligned} M_{W^\pm}^2 &= \frac{g_3^2}{4} (v_\rho^2 + v_{\rho'}^2) \\ M_{V^\pm}^2 &= \frac{g_3^2}{4} (v_\chi^2 + v_{\chi'}^2) \\ M_{U^{\pm\pm}}^2 &= M_{W^\pm}^2 + M_{V^\pm}^2. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Comparando estas massas com a eq. (3.20) observamos a correta associação entre os VEVs do modelo. A massa dos bósons de gauge neutros vêm da diagonalização

da matriz,

$$M_0^2 = \begin{pmatrix} (v_\rho^2 + v_{\rho'}^2 + v_\chi^2 + v_{\chi'}^2)g_x^2 & \frac{g_3 g_x (v_\rho^2 + v_{\rho'}^2 + 2v_\chi^2 + 2v_{\chi'}^2)}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2}(v_\rho^2 + v_{\rho'}^2)g_3 g_x \\ \frac{g_3 g_x (v_\rho^2 + v_{\rho'}^2 + 2v_\chi^2 + 2v_{\chi'}^2)}{2\sqrt{3}} & \frac{g_3^2}{12}(v_\rho^2 + v_{\rho'}^2 + 4v_\chi^2 + 4v_{\chi'}^2) & -\frac{(v_\rho^2 + v_{\rho'}^2)g_3^2}{4\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{2}(v_\rho^2 + v_{\rho'}^2)g_3 g_x & -\frac{(v_\rho^2 + v_{\rho'}^2)g_3^2}{4\sqrt{3}} & \frac{1}{4}(v_\rho^2 + v_{\rho'}^2)g_3^2 \end{pmatrix}. \quad (3.54)$$

Esta diagonalização, sob a aproximação $M_V^2 \gg M_W^2$, resulta em dois bósons massivos, Z_μ e Z'_μ , com massas,

$$M_Z^2 \approx \frac{M_W^2}{\cos^2(\theta_w)} + \mathcal{O}\left(\frac{M_W^3}{M_V^3}\right) \quad (3.55)$$

$$M_{Z'}^2 \approx \frac{4 \cos^2 \theta_w}{3(1 - 4 \sin^2 \theta_w)} M_V^2 + \mathcal{O}\left(\frac{M_W^3}{M_V^3}\right), \quad (3.56)$$

e um bóson sem massa, o qual será associado ao fóton, A_μ . Os respectivos autovetores são:

$$\begin{aligned} A^\mu &= \sqrt{1 - 4 \sin^2 \theta_w} B^\mu - \sqrt{3} \sin \theta_w W_8^\mu + \sin \theta_w W_3^\mu, \\ Z^\mu &\approx -\sin \theta_w \sqrt{1 - 4 \sin^2 \theta_w} B^\mu + \sqrt{3} \sin \theta_w \tan \theta_w W_8^\mu + \cos \theta_w W_3^\mu, \\ Z'^\mu &\approx \sqrt{3} \tan \theta_w B^\mu + \sec \theta_w \sqrt{1 - 4 \sin^2 \theta_w} W_8^\mu. \end{aligned} \quad (3.57)$$

De acordo com as expressões obtidas nesta seção, os bósons de gauge do modelo SUSYRM331 possuem a seguinte hierarquia:

$$M_{Z'} > M_U > M_V > M_Z > M_W. \quad (3.58)$$

3.2.3 Quarks e Léptons

Os termos de massa para os léptons e quarks são semelhantes à versão não supersimétrica. As massas dos léptons carregados são obtidas utilizando exclusivamente o superpotencial que contém os operadores efetivos (eq. 3.34) por meio da lagrangiana (2.57). Procedendo analogamente ao MSSM, a massa dos léptons é

$$m_\ell = \frac{k_\ell}{2\Lambda} v_{\rho'} v_{\chi'}. \quad (3.59)$$

No que se refere às massas de quarks, o superpotencial da eq.(3.33) juntamente com os dois primeiros termos da eq.(3.34) usados na eq. (2.57) fornece as

seguintes matrizes para os quarks tipo up,

$$M_u = \begin{pmatrix} -\frac{k_{u11}}{\Lambda} v_\rho v_\chi & -\frac{k_{u12}}{\Lambda} v_\rho v_\chi & -\frac{k_{u13}}{\Lambda} v_\rho v_\chi \\ \lambda''_{21} v_\rho & \lambda''_{22} v_\rho & \lambda''_{23} v_\rho \\ \lambda''_{31} v_\rho & \lambda''_{32} v_\rho & \lambda''_{33} v_\rho \end{pmatrix}, \quad (3.60)$$

e para os quarks tipo down,

$$M_d = \begin{pmatrix} \lambda'_{11} v_{\rho'} & \lambda'_{12} v_{\rho'} & \lambda'_{13} v_{\rho'} \\ \frac{k_{d21}}{\Lambda} v_{\rho'} v_{\chi'} & \frac{k_{d22}}{\Lambda} v_{\rho'} v_{\chi'} & \frac{k_{d23}}{\Lambda} v_{\rho'} v_{\chi'} \\ \frac{k_{d31}}{\Lambda} v_{\rho'} v_{\chi'} & \frac{k_{d32}}{\Lambda} v_{\rho'} v_{\chi'} & \frac{k_{d33}}{\Lambda} v_{\rho'} v_{\chi'} \end{pmatrix}. \quad (3.61)$$

Naturalmente, podemos atribuir os valores de Λ , v_χ e $v_{\chi'}$ na escala de TeV, enquanto v_ρ e $v_{\rho'}$ possuem a escala eletrofraca obedecendo a restrição $v_\rho^2 + v_{\rho'}^2 = 246^2 \text{ GeV}^2$. Assim, para valores semelhantes aos acoplamentos de Yukawa do MSSM, obtemos as massas observadas experimentalmente de todos os férmions carregados presentes no MP.

Os novos férmions (leptoquarks), cujas massas são geradas utilizando apenas o superpotencial (3.33) fornece o leptoquark J_1 em seu autoestado de massa, com massa $M_{J_1} = \frac{\lambda_{11}^J v_\chi}{\sqrt{2}}$, como também a matriz de massa, na base (J_2, J_3) ,

$$M_J = \frac{v_\chi}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \lambda_{22}^J & \lambda_{23}^J \\ \lambda_{32}^J & \lambda_{33}^J \end{pmatrix}. \quad (3.62)$$

O fato de todos os leptoquarks serem proporcionais a escala típica do 331, explica o motivo deles ainda não terem sido detectados.

3.2.4 Partículas Supersimétricas

Seguindo o procedimento adotado nas seções (2.6.4) e (2.6.5), desenvolveremos nesta seção os estados físicos supersimétricos presentes no modelo. Iniciando com os sfermions.

Diferentemente do MSSM, em que todos os férmions de quiralidade esquerda estão contidos na representação fundamental e os de quiralidade direita são singletos do grupo fraco com replicação das famílias, os férmions do SUSYRM331 não possuem esta característica, tendo uma das gerações de quarks se transformando

de maneira distinta das outras, e os léptons carregados de diferentes quiralidades dentro do mesmo multiplete. Desta forma, os estados físicos dos sfermions devem ser desenvolvidos geração por geração. Como o procedimento é análogo a qualquer sfermion, por conveniência, apenas desenvolverei para a última geração dos sfermions, a qual possui um acoplamento maior com o bóson de higgs e, portanto, a maior contribuição para correções quânticas a sua massa.

Fazendo uso da eq. (2.65), a lagrangiana de massa para os sleptons carregados pode ser escrita como,

$$\mathcal{L}_{\tilde{\tau}} = - \left(\tilde{\tau}_L^\dagger \tilde{\tau}_R^\dagger \right) \mathcal{M}_{\tilde{\tau}}^2 \left(\tilde{\tau}_L \tilde{\tau}_R \right)^T, \quad (3.63)$$

onde

$$\mathcal{M}_{\tilde{\tau}}^2 = \begin{pmatrix} m_L^2 + m_\tau^2 + \frac{g_3^2}{12}(V_\chi^2 - 2V_\rho^2) & (\mu_\rho \tan \beta_\rho + \mu_\chi \tan \beta_\chi + A_{\tilde{\tau}})m_\tau \\ (\mu_\rho \tan \beta_\rho + \mu_\chi \tan \beta_\chi + A_{\tilde{\tau}})m_\tau & m_L^2 + m_\tau^2 - \frac{g_3^2}{12}(2V_\chi^2 - V_\rho^2) \end{pmatrix}, \quad (3.64)$$

com $V_\chi^2 = (v_\chi^2 + v_{\chi'}^2) \cos 2\beta_\chi$ e $V_\rho^2 = (v_\rho^2 + v_{\rho'}^2) \cos 2\beta_\rho$. Como veremos adiante ambos β_ρ e β_χ devem está próximos a $\pi/2$ e, portanto, $\cos 2\beta_\rho \sim \cos 2\beta_\chi \approx -1$. Assim, a componente 11 da matriz anterior possui um termo $(v_\chi^2 + v_{\chi'}^2)$ com sinal negativo, enquanto a componente 22, com sinal positivo. Desta forma, o estado físico com maior proporção de $\tilde{\tau}_R$ será o estado mais pesado.

Para os sbottoms, a matriz de massa é dada por

$$\mathcal{M}_b^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{Q}_3}^2 + m_b^2 - \frac{g_3^2 + 2g_x^2}{12}V_\chi^2 - \frac{g_3^2 - 2g_x^2}{12}V_\rho^2 & (\mu_\rho \tan \beta_\rho + \mu_\chi \tan \beta_\chi + A_{\tilde{b}})m_b \\ (\mu_\rho \tan \beta_\rho + \mu_\chi \tan \beta_\chi + A_{\tilde{b}})m_b & m_{\tilde{d}_3}^2 + m_b^2 + \frac{g_x^2}{6}(V_\chi^2 - V_\rho^2) \end{pmatrix}. \quad (3.65)$$

Diferentemente dos staus, o estado físico mais pesado esta associado ao $\tilde{b}_L$.

Para os stops, a matriz é

$$\mathcal{M}_t^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{Q}_3}^2 + m_t^2 - \frac{g_3^2 + 2g_x^2}{12}V_\chi^2 + \frac{g_3^2 + g_x^2}{6}V_\rho^2 & (\mu_\rho \cot \beta_\rho + A_{\tilde{t}})m_t \\ (\mu_\rho \cot \beta_\rho + A_{\tilde{t}})m_t & m_{\tilde{u}_3}^2 + m_t^2 - \frac{g_x^2}{3}(V_\chi^2 - V_\rho^2) \end{pmatrix}. \quad (3.66)$$

Para os stops, a hierarquia de massas não é clara, dependendo fortemente dos termos de quebra soft. Vale ressaltar que todos os sfermions contêm termos em sua diagonal principal proporcionais a V_χ^2 , fazendo que suas massas sejam, no mínimo, próximos a escala dos TeV.

Para os férmions supersimétricos, os gluinos terão os mesmos estados físicos do MSSM, já que o grupo de cor permanece inalterado. Os outros férmions supersimétricos misturar-se-ão entre si quando possuírem os mesmos números quânticos. Além da carga elétrica, o número leptônico também permanece como simetria do modelo e, portanto, será um número quântico que diferenciará a mistura. Como os bósons $V_\mu^\pm$ possuem carga leptônica, seus superparceiros e os higgsinos dos supercampos $\hat{\chi}'^+$ e $\hat{\chi}^{-4}$ também irão possuir, assim eles se misturam para fornecer férmions supersimétricos eletricamente carregados com carga leptônica. Utilizando a eq. (2.79), a lagrangiana de massa para estes estados é dada por

$$\mathcal{L} \supset - \left(\tilde{V}^+ \tilde{\chi}'^+ \right) \mathcal{M}_{\chi^\pm}^2 \left(\tilde{V}^- \tilde{\chi}^- \right)^T, \quad (3.67)$$

onde

$$\mathcal{M}_{\chi^\pm}^2 = \begin{pmatrix} M_{\lambda_L} & \sqrt{2}M_V \sin \beta_\chi \\ \sqrt{2}M_V \cos \beta_\chi & \mu_\chi \end{pmatrix}. \quad (3.68)$$

Como podemos observar, estes estados são férmions supersimétricos típicos do SUSYRM331 com massas típicas da escala de TeV. Os outros estados com carga elétrica unitária recuperam os charginos do MSSM dados na seção (2.6.5).

Além destes estados com carga elétrica unitária, o SUSYRM331 também possui estados físicos de férmions supersimétricos duplamente carregados. Eles são fornecidos por meio da mistura entre os superparceiros dos bósons de gauge $U_\mu^{\pm\pm}$ e os higgsinos dos supercampos $\hat{\rho}^{++}$, $\hat{\rho}'^{--}$, $\hat{\chi}^{--}$ e $\hat{\chi}'^{++}$. A lagrangiana de massa é dada por

$$\mathcal{L} \supset - \left(\tilde{U}^{++} \tilde{\rho}^{++} \tilde{\chi}'^{++} \right) \mathcal{M}_{\chi^{\pm\pm}}^2 \left(\tilde{U}^{--}, \tilde{\rho}'^{--}, \tilde{\chi}^{--} \right)^T, \quad (3.69)$$

onde

$$\mathcal{M}_{\chi^{\pm\pm}}^2 = \begin{pmatrix} M_{\lambda_L} & \sqrt{2}M_W \cos \beta_\rho & \sqrt{2}M_V \sin \beta_\chi \\ \sqrt{2}M_W \sin \beta_\rho & \mu_\rho & 0 \\ \sqrt{2}M_V \cos \beta_\chi & 0 & \mu_\chi \end{pmatrix}. \quad (3.70)$$

Estes férmions além de possuir carga elétrica também possuem carga leptônica já que o bóson de gauge $U_\mu^{\pm\pm}$ possui. Estes dois conjuntos de férmions supersimétricos são a assinatura do SUSYRM331.

⁴ Estes higgsinos irão possuir carga leptônica pois a mistura dos escalares destes supercampos fornece o bóson de goldstone do $V_\mu^\pm$.

Finalizado os férmions carregados, resta apenas os neutros. Os estados físicos serão fornecidos por meio da mistura de sete campos: os superparceiros dos três bósons de gauge neutros e dos quatro escalares neutros. De modo análogo, a matriz de massa para os neutralinos, na base $(\tilde{B}, \tilde{W}_3, \tilde{\rho}'_0, \tilde{\rho}_0, \tilde{W}_8, \tilde{\chi}'_0, \tilde{\chi}_0)$, é

$$M_{\chi^0} = \begin{pmatrix} M_{\lambda_x} & 0 & -g_x v_{\rho'} & g_x v_{\rho} & 0 & g_x v_{\chi'} & -g_x v_{\chi} \\ 0 & M_{\lambda_L} & \frac{g_3 v_{\rho'}}{2} & -\frac{g_3 v_{\rho}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -g_x v_{\rho'} & \frac{g_3 v_{\rho'}}{2} & 0 & \mu_{\rho} & \frac{g_3 v_{\rho'}}{2\sqrt{3}} & 0 & 0 \\ g_x v_{\rho} & -\frac{g_3 v_{\rho}}{2} & \mu_{\rho} & 0 & -\frac{g_3 v_{\rho}}{2\sqrt{3}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g_3 v_{\rho'}}{2\sqrt{3}} & -\frac{g_3 v_{\rho}}{2\sqrt{3}} & M_{\lambda_L} & -\frac{g_3 v_{\chi'}}{\sqrt{3}} & \frac{g_3 v_{\chi}}{\sqrt{3}} \\ g_x v_{\chi'} & 0 & 0 & 0 & -\frac{g_3 v_{\chi'}}{\sqrt{3}} & 0 & \mu_{\chi} \\ -g_x v_{\chi} & 0 & 0 & 0 & \frac{g_3 v_{\chi}}{\sqrt{3}} & \mu_{\chi} & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.71)$$

Como a paridade R não é quebrada, supõe-se que o neutralino mais leve seja um candidato natural à matéria escura.

Os métodos de diagonalização e construção dos espinores de Dirac ou Majorana dos férmions apresentados nesta seção são os mesmos desenvolvidos na seção (2.6.5).

3.2.5 Fenomenologia do Higgs

Nesta seção iremos desenvolver as condições para que o Higgs mais leve do modelo reproduza os resultados das colaborações ATLAS [53] e CMS [52].

Como pode ser visto na matriz de massa (3.52), existem apenas cinco parâmetros livres que definem os estados físicos e suas respectivas massas. São eles β_{ρ} , v_{χ} , $v_{\chi'}$, b_{ρ} e b_{χ} . Antes de iniciar a análise, faz-se necessário chamar a atenção para alguns pontos: primeiro, as massas dos léptons carregados e dos quarks tipo down impõem restrições nos VEVs $v_{\rho'}$ e $v_{\chi'}$, consequentemente aos ângulos β_{ρ} e β_{χ} , a fim de evitar que as constantes de Yukawa para estes férmions entrem em um regime não-perturbativo ($Y_{e/d} > 4\pi$). Esta preocupação se faz presente apenas para o acoplamento de Yukawa (k_{τ}) para a massa do lépton tau $m_{\tau} = \frac{k_{\tau}}{2\Lambda} v_{\rho'} v_{\chi'}$; segundo, estabelecemos que $v_{\chi}^2 + v_{\chi'}^2 = v_{331}^2$, onde v_{331} é a escala de energia característica da quebra espontânea de simetria do SUSYRM331. É importante evidenciar que o valor de v_{331} não pode exceder a escala de corte ($\Lambda \sim 4\text{--}5 \text{ TeV}$), do contrário a

teoria estará em um regime não-perturbativo; terceiro, os parâmetros de quebra soft b_ρ e b_χ possuem dimensão de massa quadrática. Em nossa análise, supomos que os efeitos da quebra de supersimetria em baixas energias sejam da ordem de poucos TeV, assim o intervalo entre estes dois parâmetros pode ser dado, sem perda de generalidade, por

$$10^5 \text{ GeV}^2 < b_\rho, b_\chi \leq 10^6 \text{ GeV}^2; \quad (3.72)$$

Por último, requerendo a estabilidade do potencial, as massas quadráticas de todo espectro físico escalar devem ser reais e positivas. Esta condição recai sobre os valores dos parâmetros b_ρ e b_χ e nos garante que tachyons não estarão presentes no espectro escalar, um problema presente na Ref. [106], a qual possui, por exemplo, escalares carregados sem massa⁵. O intervalo escolhido na eq. (3.72) já satisfaz esta condição. Para os outros parâmetros, nós consideramos os seguintes intervalos,

$$\begin{aligned} 1000 \text{ GeV} &\leq v_{331} \leq 4500 \text{ GeV}, \\ 0.1 &\leq k_\tau \leq 0.9, \\ \frac{\pi}{4} &< \beta_\rho < \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (3.73)$$

Nas figuras 7 e 8 mostramos o comportamento da massa do escalar mais leve (m_h) em nível de árvore em função dos parâmetros livres apresentados. Como pode ser visto na figura 7, m_h irá atingir um máximo para grandes valores de $\tan \beta_\rho$. Já na figura 8, a escala de quebra do 331, v_{331} , deve possuir os valores mais altos possíveis para que m_h seja máximo (esquerda-acima); o acoplamento de Yukawa, k_τ , deve ser maior que 0.5 para chegar ao valor máximo de m_h (direita-acima); b_ρ deve ser maior que $5 \times 10^5 \text{ GeV}^2$ para ter os valores mais altos da massa do Higgs (esquerda-abixo); m_h não possui sensibilidade ao parâmetro b_χ (direita-abaixo).

Por meio dos gráficos nota-se que a massa do Higgs em nível de árvore possui um limite superior de $m_h < 90 \text{ GeV}$. Este limite recupera, em parte, o comportamento do Higgs no MSSM e é consistente com estimativas feitas na versão do 331 mínimo [107]. Com isto, concluímos que este escalar deve ser o Higgs no modelo SUSYRM331. Como o escalar medido pelas colaborações ATLAS e CMS

⁵ A existência de escalares eletricamente carregados sem massa já teria sido verificada.

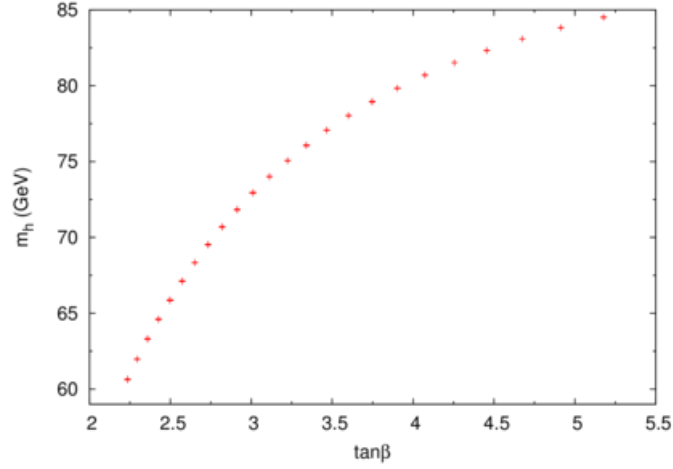


Figura 7 – Valores para $\tan \beta_\rho$ compatíveis com $m_h > 60$.

possui massa de 125 GeV, da mesma forma que no MSSM, o Higgs do nosso modelo precisará de correções quânticas de sua massa para alcançar os 125 GeV. Nesse sentido, torna-se imperativo a análise das contribuições quânticas para a massa do Higgs. Tendo que o Higgs do SUSYRM331 está associado basicamente à componente real de ρ_0 , a principal contribuição quântica será fornecida por meio de loop com o quark top e seus superparceiros. Para tal, utilizaremos o método do potencial efetivo desenvolvido da seção (2.7).

Em boa aproximação, para a correção da massa do escalar mais leve, a matriz de massa dada pela eq. (3.52) receberá apenas correções quânticas nas entradas 11, 12 e 22. Para isso, faremos uso das massas do quark top e dos stops dependentes dos campos ρ_0 e ρ'_0 ,

$$m_t^2 = y_t^2 |\rho_0|^2, \quad (3.74)$$

$$m_{\tilde{t}_{1,2}}^2 \approx y_t^2 |\rho_0|^2 + \frac{1}{2} \left(m_{\tilde{t}_L}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 \pm \sqrt{(m_{\tilde{t}_L}^2 - m_{\tilde{t}_R}^2)^2 + 4y_t^2 |A_t \rho_0 + \mu \rho_0'^*|^2} \right), \quad (3.75)$$

onde

$$m_{\tilde{t}_L}^2 = m_{\tilde{Q}_3}^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{g_3^2}{2} + g_x^2 \right) V_\chi^2, \quad (3.76)$$

$$m_{\tilde{t}_R}^2 = m_{\tilde{u}_3}^2 - \frac{g_x^2}{3} V_\chi^2. \quad (3.77)$$

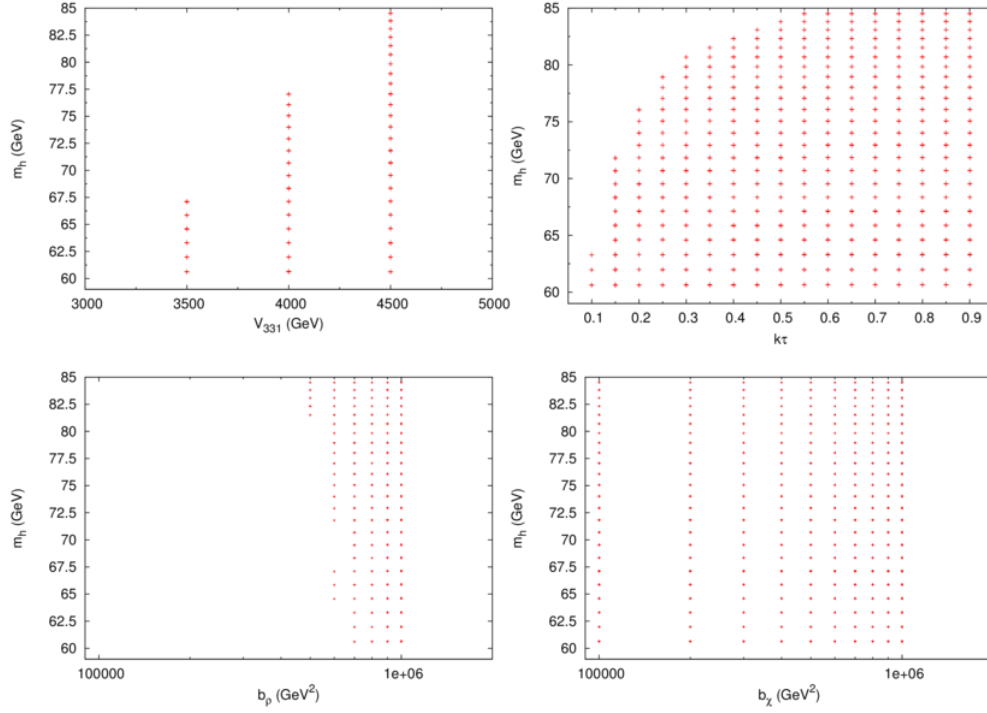


Figura 8 – Comportamento de m_h em função dos demais parâmetros do modelo.

Vale ressaltar que o stop mais leve será o $\tilde{t}_2$. Com estas definições, as correções para as entradas 11, 12 e 22 da matriz (3.52) são dadas por

$$\begin{aligned}
 \delta M_{11} = & \frac{3G_F m_t^4 \operatorname{cosec}^2 \beta \left(A_t (A_t + \mu_\rho \cot \beta) \ln \left(\frac{m_{\tilde{t}_1}^4}{m_{\tilde{t}_2}^4} \right) - (m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2) \ln \left(\frac{m_t^4}{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2} \right) \right)}{2\sqrt{2}\pi^2 (m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)} \\
 & + \frac{3G_F m_t^4 A_t^2 (A_t + \mu_\rho \cot \beta)^2 \operatorname{cosec}^2 \beta \left(2m_{\tilde{t}_1}^2 - 2m_{\tilde{t}_2}^2 - (m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) \ln \left(\frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} \right) \right)}{2\sqrt{2}\pi^2 (m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^3},
 \end{aligned} \tag{3.78}$$

$$\begin{aligned}
\delta M_{12} = & \frac{3G_F m_t^4 \mu_\rho^2 (A_t + \mu_\rho \cot \beta)^2 \operatorname{cosec}^2 \beta \ln\left(\frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2}\right)}{2\sqrt{2}\pi^2 (m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)} \\
& + \frac{3G_F m_t^4 A_t \mu_\rho (A_t + \mu_\rho \cot \beta)^2 \operatorname{cosec}^2 \beta \left(2m_{\tilde{t}_1}^2 - 2m_{\tilde{t}_2}^2 - (m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) \ln\left(\frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2}\right)\right)}{2\sqrt{2}\pi^2 (m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^3},
\end{aligned} \tag{3.79}$$

$$\delta M_{22} = \frac{3G_F m_t^4 \mu_\rho^2 (A_t + \mu_\rho \cot \beta)^2 \operatorname{cosec}^2 \beta \left(2m_{\tilde{t}_1}^2 - 2m_{\tilde{t}_2}^2 - (m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) \ln\left(\frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2}\right)\right)}{2\sqrt{2}\pi^2 (m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^3}. \tag{3.80}$$

Encontradas as correções, calcularemos a matriz de massa dos escalares no nível de 1-loop, a qual é fornecida pela soma da matriz de massa (3.52) e as correções acima. Contudo, escolhemos o espaço de parâmetros que maximiza m_h em nível de árvore, como também impomos que o escalar mais leve deva ser composto de no mínimo 95% de ρ_0 . Neste sentido, restringimos ainda mais o intervalo dos valores dos parâmetros que entram nos cálculos, ou seja,

$$2500 \text{ GeV} \leq v_{331} \leq 4500 \text{ GeV}, \tag{3.81}$$

$$1 < \beta_\rho < 1.55, \tag{3.82}$$

$$k_\tau = 0.5, \tag{3.83}$$

$$10^5 \text{ GeV}^2 < b_\rho, b_\chi \leq 10^6 \text{ GeV}^2. \tag{3.84}$$

Também foram escolhidos os parâmetros de quebra soft, m_{Q_3} e m_{u_3} , entre 100 GeV and 1.5 TeV, e os trilineares $-2 \text{ TeV} < A_t < 2 \text{ TeV}$.

Considerando todas as definições, agora podemos determinar as massas e a mistura dos stops necessária para que o Higgs do SUSYRM331 seja o escalar descrito pelas colaborações ATLAS e CMS. Na figura 9 apresentamos o comportamento do stop mais leve em função de seu termo de mistura $X_t = A_t + \mu_\rho \cot \beta_\rho$. Diferentemente do MSSM, o stop mais leve não pode ser mais leve que 1180 GeV. Entretanto, a mistura entre os stops pode ser pequena ou até mesmo nula se a massa do stop mais leve for maior que 1750 GeV. Como já mencionado, esta escala

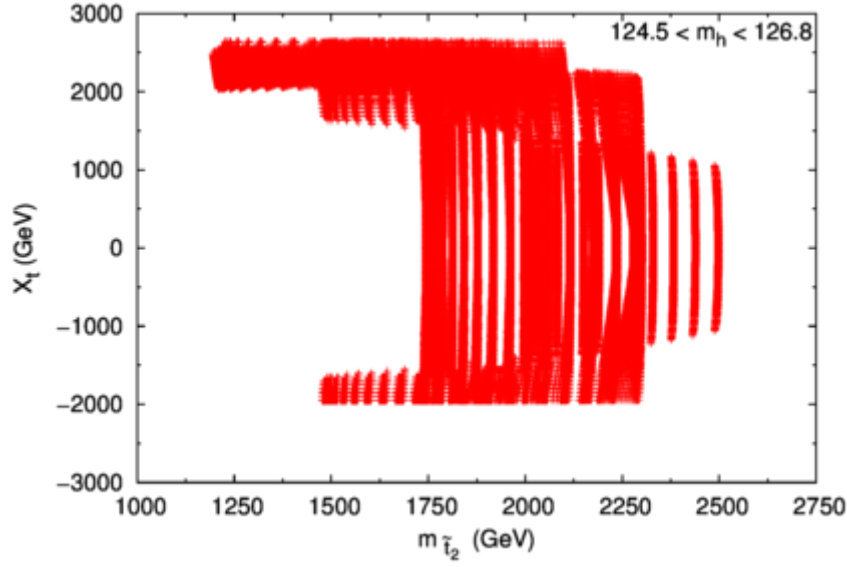


Figura 9 – Mistura do setor dos stops em função da massa do stop mais leve. Valores necessários para obter $124.5 \text{ GeV} \leq m_h \leq 126.8 \text{ GeV}$.

de massa dos stop é natural, uma vez que as entradas diagonais dos sfermions possuem termos proporcionais à escala de quebra da simetria 331. Devido a isso, os valores para os termos quadráticos de quebra soft podem ser tão baixos quanto 100 GeV. Este é um interessante fato porque requer um menor ajuste fino se comparado ao MSSM [108, 109]. Para completar, na figura 10 mostramos o comportamento do stop mais leve em função da $\tan \beta_\rho$, e um comparativo com a massa do stop mais pesado.

Em relação aos outros escalares do modelo, apresentamos na figura 11 o comportamento dos estados físicos mais leves dos escalares com carga elétrica dupla e unitária e dos pseudo-escalares, respeitando m_h dentro dos limites do LHC. Um fato interessante surge nesta análise, a massa do escalar duplamente carregado mais leve é da ordem de poucas centenas de GeV, podendo ser a assinatura do modelo.

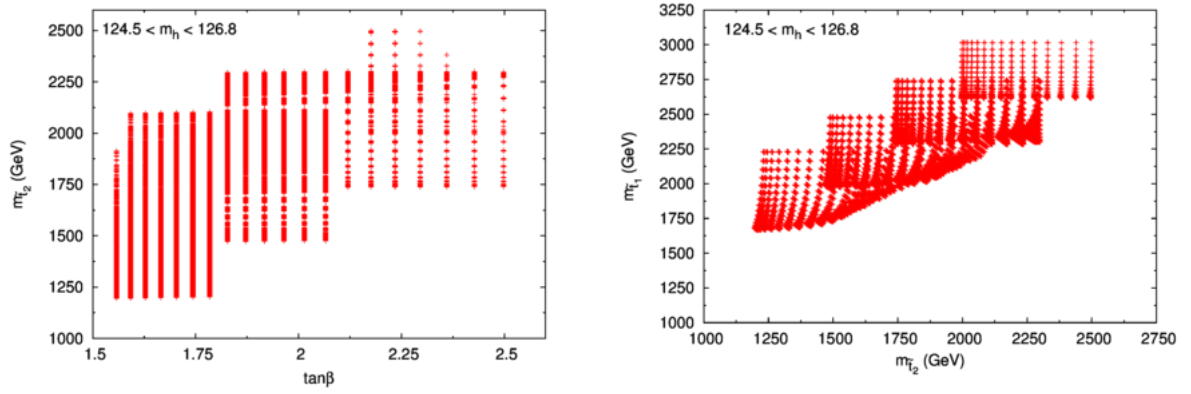


Figura 10 – Comparação da massa do stop mais leve com $\tan\beta$ e a massa do stop mais pesado. (esquerda) $\tan\beta$ deve possuir valores entre 1.5 e 2.5 para estar em acordo com a massa do Higgs. (direita) A massa do stop mais pesado deve possuir valores maiores que $m_{\tilde{t}_1} \approx 1625$ GeV para se ter o stop mais leve com massa de $m_{\tilde{t}_2} \approx 1180$ GeV.

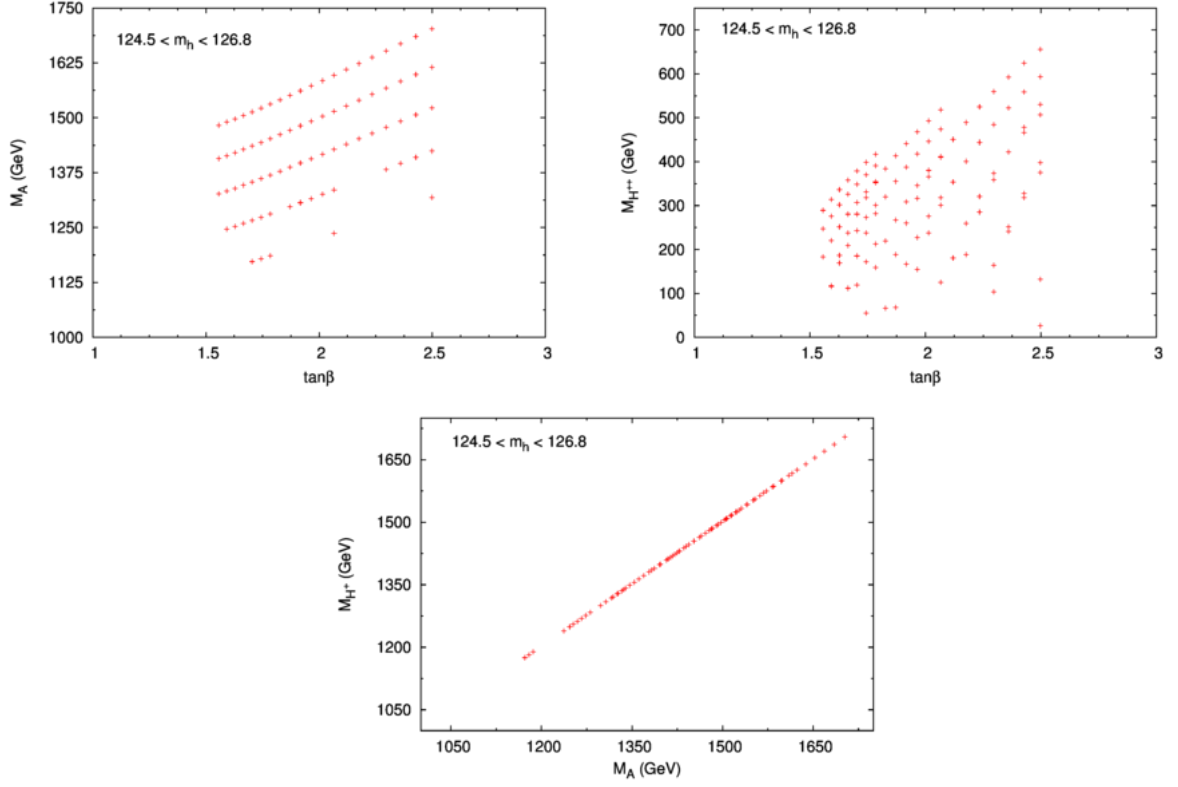


Figura 11 – Massas do pseudo-escalar e dos escalares com carga dupla e simples mais leves. (esquerda-acima) A massa do pseudo-escalar está entre 1125 GeV e 1700 GeV para $1.5 < \tan\beta < 2.5$. (direita-acima) Para $\tan\beta$ no mesmo intervalo, a massa do duplamente carregado mais leve está entre 25 GeV e 650 GeV. (abaixo) Como esperado, a massa do escalar carregado e do pseudo-escalar são quase degeneradas.

4 Conclusão

A extensão de gauge não-abeliana mais simples do modelo padrão eletrofraco, o $SU_C(3) \otimes SU_L(3) \otimes U_X(1)$, conhecido como modelo 331, possui uma versão mínima que exige o conteúdo fermiônico mínimo possível, levando-se em conta a fenomenologia estabelecida para as partículas e as interações conhecidas. No entanto, em sua forma original, o modelo mínimo de 3-3-1 foi proposto com um conjunto de três tripletos escalares e um sexteto, a fim de produzir a quebra espontânea da simetria de gauge e gerar as massas dos férmions observados. Desta forma, contendo um enorme setor escalar que dificulta identificar claramente o espectro escalar, sendo um obstáculo para o desenvolvimento de sua fenomenologia.

Neste trabalho realizamos o desenvolvimento da versão supersimétrica do RM331. Este modelo reduz de forma elegante o setor escalar, mostrando que as principais características presentes na forma original do modelo 331 mínimo também estão presentes no modelo RM331. Facilitado pelo menor conteúdo escalar, este setor foi desenvolvido atendo-se à massa do escalar CP-par mais leve, o qual direcionamos para ser semelhante ao Higgs do modelo padrão. Demonstramos que este escalar, semelhantemente ao do MSSM, requer uma correção quântica para alcançar a massa de 125 GeV e assim ser compatível com o escalar observado pelas colaborações ATLAS e CMS.

Mostramos também um ganho relativo ao MSSM no tocante ao setor dos stops. Tendo que a maior correção quântica à massa do Higgs vem de loops envolvendo o quark top e os stops, no modelo SUSYRM331 os stops não precisam de um termo de mistura muito grande para gerar a correção necessária à massa do Higgs. Outro ponto é o fato da massa dos stops serem naturalmente na escala de TeV, fazendo com que os termos de massa quadrática da lagrangiana de quebra soft, para os stops, possuam uma maior liberdade e, portanto, evitando um ajuste fino.

Por fim, notamos a predição de um escalar duplamente carregado com massa de algumas centenas de GeV, o qual pode ser sondado pelo LHC. Também, por

possuir um setor escalar reduzido, o modelo mostra-se adequado para realizar uma análise da leve partícula supersimétrica, a qual pode ser a candidata a matéria escura, candidato este ausente na versão não-supersimétrica.

A Notação e Identidades

A seguir algumas das convenções e propriedades utilizadas¹, assim como a relação entre espinores de 2 e 4 componentes.

A.1 Notação de Weyl

Nesta representação torna-se conveniente expressar as matrizes gamma na forma de blocos 2×2 ,

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

sendo

$$\begin{aligned} \sigma^0 = \bar{\sigma}^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, & \sigma^1 = -\bar{\sigma}^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \sigma^2 = -\bar{\sigma}^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, & \sigma^3 = -\bar{\sigma}^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Além disso, a métrica adotada é:

$$\eta_{mn} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1). \quad (\text{A.3})$$

Espinores de Dirac (Ψ_D) podem ser construídos a partir de dois espinores de Weyl (ξ_α e $\bar{\chi}^{\dot{\alpha}}$) da seguinte maneira:

$$\Psi_D = \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

sendo $\alpha = 1, 2$ e $\dot{\alpha} = 1, 2$. Da definição anterior segue que: $P_L \Psi_D \equiv \xi_\alpha$ e $P_R \Psi_D \equiv \bar{\chi}^{\dot{\alpha}}$. Como consequência, os espinores ξ_α e $\bar{\chi}^{\dot{\alpha}}$ são chamados, respectivamente, de

¹ Os índices de Lorentz serão representados por letras latinas e os índices espinoriais por letras gregas

espinores de Weyl de mão esquerda e de mão direita. De maneira semelhante, espinores de Majorana (Ψ_M) são dados por:

$$\Psi_M = \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Os índices espinoriais são levantados ou abaixados com o auxílio do seguinte tensor anti-simétrico

$$\begin{aligned} \epsilon^{\alpha\beta} &= \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = i \sigma_2, \\ \epsilon_{\alpha\beta} &= \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = -i \sigma_2, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

de maneira que²

$$\begin{aligned} \xi_\alpha &= \epsilon_{\alpha\beta} \xi^\beta, & \xi^\alpha &= \epsilon^{\alpha\beta} \xi_\beta, \\ \bar{\chi}_{\dot{\alpha}} &= \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\chi}^{\dot{\beta}}, & \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} &= \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\chi}_{\dot{\beta}}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

De posse destas convenções, define-se:

$$\begin{aligned} \xi\chi &\equiv \xi^\alpha \chi_\alpha = \chi^\alpha \xi_\alpha \equiv \chi\xi, \\ \bar{\xi}\bar{\chi} &\equiv \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} = \bar{\chi}_{\dot{\alpha}} \bar{\xi}^{\dot{\alpha}} \equiv \bar{\chi}\bar{\xi}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

De maneira similar, outras identidades podem ser desenvolvidas. Algumas delas estão listadas abaixo:

$$\begin{aligned} \chi_\alpha \chi_\beta &= \frac{1}{2} \epsilon_{\alpha\beta} \chi\chi \\ \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \bar{\xi}_{\dot{\beta}} &= -\frac{1}{2} \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\xi}\bar{\xi} \\ (\theta\chi)(\theta\psi) &= -\frac{1}{2} (\theta\theta)(\chi\psi) \\ (\bar{\theta}\bar{\chi})(\bar{\theta}\bar{\psi}) &= -\frac{1}{2} (\bar{\chi}\bar{\psi})(\bar{\theta}\bar{\theta}) \\ \chi\sigma^\mu \bar{\xi} &= -\bar{\xi}\bar{\sigma}^\mu \chi \\ (\chi\sigma^m \bar{\chi})(\chi\sigma^n \bar{\chi}) &= \frac{1}{2} \eta^{mn} (\chi\chi)(\bar{\chi}\bar{\chi}), \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

² As notações e propriedades para espinores de Weyl também serão usadas para os parâmetros das transformações supersimétricas $(\theta, \bar{\theta})$.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^m \bar{\sigma}_m^{\dot{\beta}\beta} &= 2\delta_{\alpha}^{\beta}\delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} \\
 \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^m \sigma_{m\beta\dot{\beta}} &= 2\epsilon_{\alpha\beta}\epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \\
 \bar{\sigma}^{m\dot{\alpha}\alpha} \bar{\sigma}_m^{\dot{\beta}\beta} &= 2\epsilon^{\alpha\beta}\epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \\
 (\sigma^m \bar{\sigma}^n + \sigma^n \bar{\sigma}^m)_{\alpha}{}^{\beta} &= 2\eta^{mn}\delta_{\alpha}^{\beta} \\
 (\bar{\sigma}^m \sigma^n + \bar{\sigma}^n \sigma^m)^{\dot{\beta}}{}_{\dot{\alpha}} &= 2\eta^{mn}\delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}}.
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

Com todas estas definições é fácil reescrever lagrangianas compostas por espinores de 4 componentes em função de espinores de Weyl. Por exemplo, um férmion livre de Dirac Ψ_D com massa M é descrito pela lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{Dirac} = i\bar{\Psi}_D \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \Psi_D - M\bar{\Psi}_D \Psi_D. \tag{A.11}$$

Na notação de Weyl, esta lagrangiana torna-se

$$\mathcal{L}_{Dirac} = i\bar{\xi}\bar{\sigma}^m \partial_m \xi + i\bar{\chi}\bar{\sigma}^m \partial_m \chi - M(\xi\chi + \bar{\xi}\bar{\chi}). \tag{A.12}$$

B Álgebra Supersimétrica

B.1 Algebra de Poincaré

O grupo de Poincaré contém como subgrupo o grupo de Lorentz, com transformações definidas por:

$$x^i \mapsto x'^i = \Lambda^i_j x^j, \quad (\text{B.1})$$

onde x^i são coordenadas no espaço de Minkowski. A transformação Λ^i_j é um tensor anti-simétrico que inaltera a métrica do espaço $\eta_{mn} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$,

$$\Lambda^T \eta \Lambda = \eta. \quad (\text{B.2})$$

As transformações de Lorentz em 4 dimensões contém seis geradores: três relacionados com rotações (J_n) e três relacionados aos *boosts* (K_n), com as seguintes relações de comutação:

$$\begin{aligned} [J_m, J_n] &= i \epsilon_{mnl} J_l \\ [K_m, K_n] &= -i \epsilon_{mnl} J_l \\ [J_m, K_n] &= i \epsilon_{mnl} K_l. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Definindo novos geradores através da combinação linear,

$$J_n^\pm = \frac{1}{2} (J_n \pm i K_n) \quad (\text{B.4})$$

as relações de comutação (B.3) tornam-se:

$$\begin{aligned} [J_m^\pm, J_n^\pm] &= i \epsilon_{mnl} J_l^\pm \\ [J_m^\pm, J_n^\mp] &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Vemos que J_n^+ e J_n^- são geradores de dois grupos $SU(2)$, e estes dois grupos comutam. Pode-se facilmente mostrar que o grupo de Lorentz é então essencialmente o produto $SU(2) \otimes SU(2) = SL(2, C)$.

O grupo de translação também é um subgrupo do grupo de Poincaré, com 4 parâmetros, definido de acordo com a transformação:

$$x^i \mapsto x'^i = x^i + a^i, \quad (\text{B.6})$$

onde a^i são os parâmetros de translação. O grupo de translação requer 4 operadores (P_n), um para cada direção.

Assim, o grupo de Poincaré consiste de transformações de Lorentz juntamente com as translações:

$$x^i \mapsto x'^i = \Lambda^i_j x^j + a^i. \quad (\text{B.7})$$

Pode-se reescrever as transformações de Lorentz como $M_{0i} = K_i$ e $M_{ij} = \epsilon_{ijk} J_k$ e assim a álgebra de Poincaré torná-se:

$$\begin{aligned} [P_m, P_n] &= 0 \\ [M_{mn}, P_l] &= i(\eta_{nl} P_m - \eta_{ml} P_n) \\ [M_{mn}, M_{rs}] &= i(\eta_{nr} M_{ms} + \eta_{ms} M_{nr} - \eta_{ns} M_{mr} - \eta_{mr} M_{ns}). \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Uma forma de representar os geradores M_{mn} e P_l é

$$\begin{aligned} M_{mn} &= i(x_m \partial_n - x_n \partial_m) + \frac{i}{4} [\gamma_m, \gamma_n] \\ P_l &= i \partial_l. \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

B.2 Super Álgebra de Poincaré

Como já mencionado, a álgebra da supersimetria é uma extensão da álgebra de Poincaré com a introdução de dois geradores espinoriais Q e $\bar{Q}$, assegurado pelo teorema de Haag-Lopuszanski-Sohnius. Não será demonstrado, no entanto estes são os únicos geradores que podem ser adicionados. Estes operadores obedecerão diferentes tipos de relações as quais estamos habituados, uma vez que normalmente grupos de Lie obedecem relações de comutação. Todavia, as relações com espinor obedecem ao que é conhecido como *Graded Algebra*,

$$\mathcal{O}_a \mathcal{O}_b - (-1)^{\zeta_a \zeta_b} \mathcal{O}_b \mathcal{O}_a = i C_{ab}^c \mathcal{O}_c, \quad (\text{B.10})$$

onde $\zeta_a = 0$ se $\mathcal{O}_a$ for um operador bosônico e $\zeta_a = 1$ se $\mathcal{O}_a$ for um operador fermiônico. Para dois operadores bosônicos ou um operador bosônico e um fermiônico temos relações de comutações. Já para dois operadores fermiônicos temos relações de anti-comutação.

Os geradores da álgebra de supersimetria são M_{mn} , P_l , Q e $\bar{Q}$. Já é conhecida as relações entre os geradores bosônicos, restando mostrar as relações entre os operadores bosônicos e fermiônicos e entre apenas operadores fermiônicos. Considerando apenas um gerador de supersimetria Q ($N = 1$), a álgebra é dada por

$$\begin{aligned} [Q_\alpha, M^{mn}] &= (\sigma^{mn})_\alpha{}^\beta Q_\beta \\ [\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, M^{mn}] &= (\sigma^{mn})^{\dot{\alpha}}{}_{\dot{\beta}} \bar{Q}^{\dot{\beta}} \\ [Q_\alpha, P^m] &= [\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, P^m] = 0 \\ \{Q_\alpha, Q_\beta\} &= \{\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, \bar{Q}^{\dot{\beta}}\} = 0 \\ \{Q_\alpha, \bar{Q}^{\dot{\beta}}\} &= 2(\sigma^m)_\alpha{}^{\dot{\beta}} P_m. \end{aligned} \tag{B.11}$$

Há uma coisa que ainda temos de discutir, que são relações das simetrias internas com supersimetria. Em geral transformações supersimétricas comutam com todas as simetrias internas. Entretanto, a álgebra supersimétrica tem um automorfismo que muda

$$\begin{aligned} Q_\alpha &\rightarrow \exp[i\lambda] Q_\alpha \\ \bar{Q}_{\dot{\alpha}} &\rightarrow \exp[-i\lambda] \bar{Q}_{\dot{\alpha}}. \end{aligned} \tag{B.12}$$

A multiplicação simultânea de Q por uma fase e $\bar{Q}$ por uma fase oposta não altera a álgebra supersimétrica. Essas exceções a essa regra são conhecidas como simetrias R (uma simetria $U(1)$)¹. Se esta é uma simetria do modelo, então o gerador R possui as seguintes relações de comutação

$$\begin{aligned} [Q_\alpha, R] &= Q_\alpha \\ [\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, R] &= -\bar{Q}_{\dot{\alpha}}. \end{aligned} \tag{B.13}$$

Nota-se que simetrias R agem de forma diferente em bósons e férmions de um mesmo super-multipeto, por exemplo, a paridade- R no MSSM tem valor 1 para partículas do Modelo Padrão e -1 para os seus superparceiros.

¹ Para muitos modelos baseados em supersimetria, esta será a simetria responsável pela estabilidade da matéria escura

C Cancelamento das Anomalias Triângulo

Para o MP, o cancelamento das anomalias quirais ocorre em cada família fermiônica. Entretanto, a explicação para o fato de termos três famílias não é fornecida pelo MP. Por outro lado, no modelo 331 o número de famílias deve estar relacionado ao número de cores para haver o necessário cancelamento destas anomalias. Com o conteúdo de matéria fermiônica descrita no Cap. 2, as anomalias cancelam-se, envolvendo as três famílias fermiônicas [110]. Veremos como isto ocorre.

As relações que devem ser satisfeitas para que a teoria seja livre das anomalias do triângulo são:

$$\begin{aligned}
 I) \quad & [SU(3)_C]^2 U(1)_X \quad Tr(\{T_C^i, T_C^j\}X) = 0 \\
 II) \quad & [SU(3)_L]^3 \quad Tr(\{T^i, T^j\}T^k) = 0 \\
 III) \quad & [SU(3)]^2 U(1)_X \quad Tr(\{T^i, T^j\}X) = 0 \\
 IV) \quad & [U(1)_X]^3 \quad Tr(\{X, X\}X) = 0
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

onde as matrizes T_C^i , T^i e X referem-se, respectivamente, aos geradores dos grupos de cor, isospin e ao grupo abeliano.

Para o caso da anomalia triangular associada com as 2 correntes de $SU(3)_C$, a relação *I* diz que a soma das cargas X dos quarks *left* menos a soma das cargas X dos quarks *right* deve ser nula. Usando as propriedades de transformação dos quarks, temos que

$$Tr(\{T_C^i, T_C^j\}X) \equiv \delta^{ij} Tr X = 3 \sum_{Q_L} X_{Q_L} - \sum_{Q_R} X_{Q_R} = 0. \tag{C.2}$$

A próxima anomalia esta associada as correntes $[SU(3)_L]^3$ nos três vértices, relação *II*. Esta é cancelada tendo em conta que a disposição dos férmions apresenta o mesmo número de tripletos e antitripletos de $[SU(3)_L]^3$, uma vez que $T^{i*} = -T^i$. De fato, temos três tripletos em L_{aL} , mais três tripletos em Q_{1L} e seis anti-tripletos

em Q_{iL} , levando em conta o número de famílias e os graus de liberdade de cor dos quarks. Por isso se faz necessário considerar uma das famílias dos quarks de maneira diferente.

Em seguida, temos a anomalia triangular associada a duas correntes de $SU(3)_L$, relação *III*. Esta relação nos fornece que a soma de todas as cargas X dos férmions que se transformam por este grupo deve ser nula. Utilizando as propriedades de transformação dos férmions obtemos,

$$Tr\left(\{T^i, T^j\}X\right) \equiv \delta^{ij}TrX = 3 \sum_{Q_L} X_{Q_L} + 3 \sum_{L_L} X_{L_L} = 0. \quad (C.3)$$

Finalmente temos a anomalia associada com as três correntes do grupo $U(1)_X$, relação *IV*. Esta determina que a diferença entre a soma dos cubos das cargas X dos férmions *left* e dos férmions *right* devem-se anular. Assim,

$$\begin{aligned} Tr\left(\{T^i, T^j\}X\right) &\equiv TrX_L^3 - TrX_R^3 \\ &= 18\left(\frac{-1}{3}\right)^3 + 9\left(\frac{2}{3}\right)^3 - 3\left(3\left[\frac{-1}{3}\right]^3 + 3\left[\frac{2}{3}\right]^3 + \left[\frac{5}{3}\right]^3 + 2\left[\frac{-4}{3}\right]^3\right) \\ &= 0. \end{aligned} \quad (C.4)$$

Devemos notar que o cancelamento acontece entre as três famílias, pois no modelo 331 cada família apresenta anomalias não canceladas. De fato devemos combinar o número de famílias e o número de cores de quarks e assim obter o devido cancelamento. Isto pode representar o primeiro passo na direção de resolver o problema das famílias.

Vale observar que o cancelamento das anomalias se daria da mesma forma se tivéssemos n cópias do conjunto das representações do conteúdo de matéria. Isso significa que a estrutura de representação do modelo 331 permite o cancelamento das anomalias para um conteúdo de representação que seja um múltiplo n de três famílias. Ou seja, seria possível ter $3n$ famílias no modelo 331, $n = 1$ corresponderia ao modelo mínimo.

Referências

- [1] Report on the direct detection and study of dark matter. Technical report, The Dark Matter Scientific Assessment Group, 2007.
- [2] GLASHOW, S. L. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, v. 22, n. 4, p. 579 – 588, 1961.
- [3] WEINBERG, S. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*, v. 19, p. 1264–1266, Nov 1967.
- [4] SALAM, A. Weak and electromagnetic interactions - in elementary particle theory: relativistic groups and analyticity. *Almqvist and Wiksell*, 1968.
- [5] OORT, J. H. The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems. *Bull. Astron. Inst. Netherl*, v. 6, p. 249, 1932.
- [6] ZWICKY, F. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helv. Phys. Acta*, v. 6, p. 110–127, 1933.
- [7] FUKUDA, Y. et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, v. 81, p. 1562–1567, 1998.
- [8] CLEVELAND, B. T.; DAILY, T.; DAVIS, JR., R.; DISTEL, J. R.; LANDE, K.; LEE, C. K.; WILDENHAIN, P. S.; ULLMAN, J. Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector. *Astrophys. J.*, v. 496, p. 505–526, 1998.
- [9] SUSSKIND, L. Dynamics of Spontaneous Symmetry Breaking in the Weinberg-Salam Theory. *Phys. Rev.*, v. D20, p. 2619–2625, 1979.
- [10] WEINBERG, S. Implications of dynamical symmetry breaking: An addendum. *Phys. Rev. D*, v. 19, p. 1277–1280, Feb 1979.

- [11] GEORGI, H.; GLASHOW, S. L. Unity of all elementary-particle forces. *Phys. Rev. Lett.*, v. 32, p. 438–441, Feb 1974.
- [12] WESS, J.; ZUMINO, B. Supergauge transformations in four dimensions. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 70, n. 1, p. 39 – 50, 1974.
- [13] FAYET, P.; FERRARA, S. Supersymmetry. *Physics Reports*, v. 32, n. 5, p. 249 – 334, 1977.
- [14] SOHNIUS, M. F. Introducing Supersymmetry. *Phys. Rept.*, v. 128, p. 39–204, 1985.
- [15] NILLES, H. Supersymmetry, supergravity and particle physics. *Physics Reports*, v. 110, n. 1–2, p. 1 – 162, 1984.
- [16] BERGSTROM, L. Dark Matter Candidates. *New J. Phys.*, v. 11, p. 105006, 2009.
- [17] JUNGMAN, G.; KAMIONKOWSKI, M.; GRIEST, K. Supersymmetric dark matter. *Phys. Rept.*, v. 267, p. 195–373, 1996.
- [18] LAHANAS, A.; NANOPOULOS, D. The road to no-scale supergravity. *Physics Reports*, v. 145, n. 1, p. 1 – 139, 1987.
- [19] AMALDI, U.; DE BOER, W.; FÜRSTENAU, H. Comparison of grand unified theories with electroweak and strong coupling constants measured at lep. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 260, n. 3, p. 447 – 455, 1991.
- [20] PISANO, F.; PLEITEZ, V. $su(3) \otimes u(1)$ model for electroweak interactions. *Phys. Rev. D*, v. 46, p. 410–417, Jul 1992.
- [21] FRAMPTON, P. H. Chiral dilepton model and the flavor question. *Phys. Rev. Lett.*, v. 69, p. 2889–2891, Nov 1992.
- [22] PISANO, F. A Simple solution for the flavor question. *Mod.Phys.Lett.*, v. A11, p. 2639–2647, 1996.
- [23] CUYPERS, F.; DAVIDSON, S. Bileptons: Present limits and future prospects. *Eur.Phys.J.*, v. C2, p. 503–528, 1998.

- [24] FERREIRA, J.G., J.; PINHEIRO, P.; PIRES, C. S.; DA SILVA, P. R. The Minimal 3-3-1 model with only two Higgs triplets. *Phys.Rev.*, v. D84, p. 095019, 2011.
- [25] GOLFAND, YU. A.; LIKHTMAN, E. P. Extension of the Algebra of Poincare Group Generators and Violation of p Invariance. *JETP Lett.*, v. 13, p. 323–326, 1971. [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.13,452(1971)].
- [26] HAAG, R.; ŁOPUSZAŃSKI, J. T.; SOHNIUS, M. All possible generators of supersymmetries of the s-matrix. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 88, n. 2, p. 257 – 274, 1975.
- [27] CALLAN, C. G. Broken scale invariance in scalar field theory. *Phys. Rev. D*, v. 2, p. 1541–1547, Oct 1970.
- [28] SYMANZIK, K. Small distance behaviour in field theory and power counting. *Comm. Math. Phys.*, v. 18, n. 3, p. 227–246, 1970.
- [29] MACHACEK, M. E.; VAUGHN, M. T. Two-loop renormalization group equations in a general quantum field theory: (i). wave function renormalization. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 222, n. 1, p. 83 – 103, 1983.
- [30] GEORGI, H. *Lie algebras in particle physics: from isospin to unified theories*. Westview Press, 1999.
- [31] MOHAPATRA, R. N. *Unification and supersymmetry: The frontiers of quark-lepton physics*. Springer, 2010.
- [32] OLIVE, K. A. et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, v. C38, p. 090001, 2014.
- [33] JONES, D. Asymptotic behaviour of supersymmetric yang-mills theories in the two-loop approximation. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 87, n. 1, p. 127 – 132, 1975.
- [34] JONES, D.; MEZINCESCU, L. The β -function in supersymmetric yang-mills theory. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 136, n. 4, p. 242 – 244, 1984.

- [35] IBÁÑEZ, L.; ROSS, G. G. $su(2)_l \times u(1)$ symmetry breaking as a radiative effect of supersymmetry breaking in guts. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 110, n. 3, p. 215 – 220, 1982.
- [36] ALVAREZ-GAUMÉ, L.; CLAUDSON, M.; WISE, M. B. Low-energy supersymmetry. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 207, n. 1, p. 96 – 110, 1982.
- [37] ADE, P. A. R. et al. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. *Astron. Astrophys.*, v. 571, p. A1, 2014.
- [38] FARRAR, G. R.; FAYET, P. Phenomenology of the production, decay, and detection of new hadronic states associated with supersymmetry. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 76, n. 5, p. 575 – 579, 1978.
- [39] PAGELS, H.; PRIMACK, J. R. Supersymmetry, cosmology, and new physics at teraelectronvolt energies. *Phys. Rev. Lett.*, v. 48, p. 223–226, Jan 1982.
- [40] GOLDBERG, H. Constraint on the photino mass from cosmology. *Phys. Rev. Lett.*, v. 50, p. 1419–1422, May 1983.
- [41] SREDNICKI, M.; WATKINS, R.; OLIVE, K. A. Calculations of Relic Densities in the Early Universe. *Nucl. Phys.*, v. B310, p. 693, 1988.
- [42] NATH, P.; ARNOWITT, R. Generalized super-gauge symmetry as a new framework for unified gauge theories. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 56, n. 2, p. 177 – 180, 1975.
- [43] CHUNG, D. J. H.; EVERETT, L. L.; KANE, G. L.; KING, S. F.; LYKKEN, J. D.; WANG, L.-T. The Soft supersymmetry breaking Lagrangian: Theory and applications. *Phys. Rept.*, v. 407, p. 1–203, 2005.
- [44] IBANEZ, L. E.; ROSS, G. G. TOWARDS A REALISTIC SUGRA GUT. *Phys. Lett.*, v. B131, p. 335, 1983.
- [45] PENDLETON, B.; ROSS, G. G. Mass and Mixing Angle Predictions from Infrared Fixed Points. *Phys. Lett.*, v. B98, p. 291, 1981.

- [46] DIMOPOULOS, S.; RABY, S.; WILCZEK, F. Supersymmetry and the scale of unification. *Phys. Rev. D*, v. 24, p. 1681–1683, Sep 1981.
- [47] DIMOPOULOS, S.; GEORGI, H. Softly broken supersymmetry and $su(5)$. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 193, n. 1, p. 150 – 162, 1981.
- [48] IBANEZ, L. E.; ROSS, G. G. Low-Energy Predictions in Supersymmetric Grand Unified Theories. *Phys. Lett.*, v. B105, p. 439, 1981.
- [49] EINHORN, M. B.; JONES, D. R. T. The Weak Mixing Angle and Unification Mass in Supersymmetric $SU(5)$. *Nucl. Phys.*, v. B196, p. 475, 1982.
- [50] KANE, G. L.; KOLDA, C. F.; WELLS, J. D. Calculable upper limit on the mass of the lightest Higgs boson in any perturbatively valid supersymmetric theory. *Phys. Rev. Lett.*, v. 70, p. 2686–2689, 1993.
- [51] ESPINOSA, J. R.; QUIROS, M. Upper bounds on the lightest Higgs boson mass in general supersymmetric Standard Models. *Phys. Lett.*, v. B302, p. 51–58, 1993.
- [52] CHATRCHYAN, S. et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 716, n. 1, p. 30 – 61, 2012.
- [53] AAD, G. et al. Observation of a new particle in the search for the standard model higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 716, n. 1, p. 1 – 29, 2012.
- [54] SALAM, A.; STRATHDEE, J. Super-gauge transformations. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 76, n. 3, p. 477 – 482, 1974.
- [55] SALAM, A.; STRATHDEE, J. Super-symmetry and non-abelian gauges. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 51, n. 4, p. 353 – 355, 1974.
- [56] WEINBERG, S. *The quantum theory of fields*. Cambridge University Press, 2000. v. 3, Cambridge Books Online.

-
- [57] M. DREES, R. G.; ROY, P. *Theory and phenomenology of sparticles: An account of four-dimensional $n = 1$ supersymmetry in high energy physics*. World Scientific, 2005.
- [58] BAILIN, D.; LOVE, A. *Supersymmetric Gauge Field Theory and String Theory*. Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 1994.
- [59] FAYET, P.; ILIOPOULOS, J. Spontaneously broken supergauge symmetries and goldstone spinors. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 51, n. 5, p. 461 – 464, 1974.
- [60] FAYET, P. Supergauge invariant extension of the higgs mechanism and a model for the electron and its neutrino. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 90, p. 104 – 124, 1975.
- [61] O’RAIFEARTAIGH, L. Spontaneous symmetry breaking for chirals scalar superfields. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 96, n. 2, p. 331 – 352, 1975.
- [62] GRISARU, M.; SIEGEL, W.; ROČEK, M. Improved methods for supergraphs. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 159, n. 3, p. 429 – 450, 1979.
- [63] GIRARDELLO, L.; GRISARU, M. Soft breaking of supersymmetry. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 194, n. 1, p. 65 – 76, 1982.
- [64] HIGGS, P. Broken symmetries, massless particles and gauge fields. *Physics Letters*, v. 12, n. 2, p. 132 – 133, 1964.
- [65] HIGGS, P. W. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Phys. Rev. Lett.*, v. 13, p. 508–509, Oct 1964.
- [66] NISHINO, H. et al. Search for Proton Decay via $p \rightarrow e^+ \pi^0$ and $p \rightarrow \mu^+ \pi^0$ in a Large Water Cherenkov Detector. *Phys. Rev. Lett.*, v. 102, p. 141801, 2009.
- [67] WEINBERG, S. Supersymmetry at ordinary energies. masses and conservation laws. *Phys. Rev. D*, v. 26, p. 287–302, Jul 1982.

- [68] SAKAI, N.; YANAGIDA, T. Proton decay in a class of supersymmetric grand unified models. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 197, n. 3, p. 533 – 542, 1982.
- [69] MARTIN, S. P. A Supersymmetry primer. 1997. [Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.18,1(1998)].
- [70] MISIAK, M.; POKORSKI, S.; ROSIEK, J. Supersymmetry and FCNC effects. *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.*, v. 15, p. 795–828, 1998.
- [71] GABBIANI, F.; GABRIELLI, E.; MASIERO, A.; SILVESTRINI, L. A Complete analysis of FCNC and CP constraints in general SUSY extensions of the standard model. *Nucl. Phys.*, v. B477, p. 321–352, 1996.
- [72] CIUCHINI, M. et al. Delta M(K) and epsilon(K) in SUSY at the next-to-leading order. *JHEP*, v. 10, p. 008, 1998.
- [73] BARBIERI, R.; HALL, L. J.; STRUMIA, A. Violations of lepton flavor and CP in supersymmetric unified theories. *Nucl. Phys.*, v. B445, p. 219–251, 1995.
- [74] GROSSMAN, Y.; NIR, Y.; RATTAZZI, R. CP violation beyond the standard model. *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.*, v. 15, p. 755–794, 1998.
- [75] GUNION, J. F.; HABER, H. E. Higgs bosons in supersymmetric models (i). *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 272, n. 1, p. 1 – 76, 1986.
- [76] SHER, M. Electroweak Higgs Potentials and Vacuum Stability. *Phys. Rept.*, v. 179, p. 273–418, 1989.
- [77] ELLIS, J. R.; RIDOLFI, G.; ZWIRNER, F. Radiative corrections to the masses of supersymmetric Higgs bosons. *Phys. Lett.*, v. B257, p. 83–91, 1991.
- [78] HABER, H. E.; HEMPFLING, R. Can the mass of the lightest Higgs boson of the minimal supersymmetric model be larger than $m(Z)$? *Phys. Rev. Lett.*, v. 66, p. 1815–1818, 1991.
- [79] QUIROS, M. Finite temperature field theory and phase transitions. In: . c1999. p. 187–259.

- [80] DINE, M.; SEIBERG, N.; THOMAS, S. Higgs physics as a window beyond the MSSM (BMSSM). *Phys. Rev.*, v. D76, p. 095004, 2007.
- [81] SCHAEEL, S. et al. Search for neutral MSSM Higgs bosons at LEP. *Eur. Phys. J.*, v. C47, p. 547–587, 2006.
- [82] HABER, H. E.; HEMPFLING, R.; HOANG, A. H. Approximating the radiatively corrected Higgs mass in the minimal supersymmetric model. *Z. Phys.*, v. C75, p. 539–554, 1997.
- [83] YOSHIMURA, M. Muon number nonconservation in a unified scheme of all interactions. *Progress of Theoretical Physics*, Kyoto, v. 58, n. 3, p. 972–977, 1977.
- [84] KOMATSU, H. Neutral current reactions and $su(3) \otimes u(1)$ gauge models. *Progress of Theoretical Physics*, Kyoto, v. 59, n. 6, p. 2013–2027, 1978.
- [85] LANGACKER, P.; SEGRE, G. Heavy Leptons and Trimuons in an $SU(3) \times U(1)$ Model. *Phys.Rev.Lett.*, v. 39, p. 259, 1977.
- [86] LEE, B. W.; WEINBERG, S. $SU(3) \times U(1)$ Gauge Theory of the Weak and Electromagnetic Interactions. *Phys.Rev.Lett.*, v. 38, p. 1237, 1977.
- [87] SLADKOWSKI, J.; ZRALEK, M. Charge quantization in the standard model with the three generations of fermions. *Phys.Rev.*, v. D45, p. 1701–1707, 1992.
- [88] FOOT, R.; JOSHI, G. C.; LEW, H.; VOLKAS, R. Charge quantization in the standard model and some of its extensions. *Mod.Phys.Lett.*, v. A5, p. 2721–2732, 1990.
- [89] NOWAKOWSKI, M.; PILAFTSIS, A. Note on charge quantization through anomaly cancellation. *Phys. Rev. D*, v. 48, p. 259–263, Jul 1993.
- [90] DE SOUSA PIRES, C. A.; RAVINEZ, O. Charge quantization in a chiral bilepton gauge model. *Phys.Rev.*, v. D58, p. 035008, 1998.
- [91] PAL, P. B. The Strong CP question in $SU(3)(C) \times SU(3)(L) \times U(1)(N)$ models. *Phys. Rev.*, v. D52, p. 1659–1662, 1995.

- [92] GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Phys. Rev. Lett.*, v. 30, p. 1343–1346, Jun 1973.
- [93] POLITZER, H. D. Reliable perturbative results for strong interactions? *Phys. Rev. Lett.*, v. 30, p. 1346–1349, Jun 1973.
- [94] DIAS, A. G.; MARTINEZ, R.; PLEITEZ, V. Concerning the Landau pole in 3-3-1 models. *Eur.Phys.J.*, v. C39, p. 101–107, 2005.
- [95] DIAS, A. G.; PLEITEZ, V. Stabilization of the Electroweak Scale in 3-3-1 Models. *Phys.Rev.*, v. D80, p. 056007, 2009.
- [96] TONASSE, M. D. The Scalar sector of 3-3-1 models. *Phys. Lett.*, v. B381, p. 191–201, 1996.
- [97] COGOLLO, D.; QUEIROZ, F. S.; VASCONCELOS, P. Flavor Changing Neutral Current Processes in a Reduced Minimal Scalar Sector. *Mod. Phys. Lett.*, v. A29, p. 1450173, 2014.
- [98] CAETANO, W.; DE S. PIRES, C. A.; RODRIGUES DA SILVA, P. S.; COGOLLO, D.; QUEIROZ, F. S. Explaining ATLAS and CMS Results Within the Reduced Minimal 3-3-1 model. *Eur. Phys. J.*, v. C73, n. 10, p. 2607, 2013.
- [99] ALVES, A.; RAMIREZ BARRETO, E.; DIAS, A. G.; DE S. PIRES, C. A.; QUEIROZ, F. S.; RODRIGUES DA SILVA, P. S. Explaining the Higgs Decays at the LHC with an Extended Electroweak Model. *Eur. Phys. J.*, v. C73, n. 2, p. 2288, 2013.
- [100] KELSO, C.; PINHEIRO, P. R. D.; QUEIROZ, F. S.; SHEPHERD, W. The Muon Anomalous Magnetic Moment in the Reduced Minimal 3-3-1 Model. *Eur. Phys. J.*, v. C74, p. 2808, 2014.
- [101] MONTERO, J.; DE S. PIRES, C.; PLEITEZ, V. Lepton masses from a TeV scale in a 3-3-1 model. *Phys.Rev.*, v. D66, p. 113003, 2002.
- [102] QUEIROZ, F.; DE S. PIRES, C.; DA SILVA, P. R. A minimal 3-3-1 model with naturally sub-eV neutrinos. *Phys.Rev.*, v. D82, p. 065018, 2010.

- [103] FERREIRA, J. G.; DE S. PIRES, C. A.; RODRIGUES DA SILVA, P. S.; SAMPIERI, A. Higgs sector of the supersymmetric reduced 331 model. *Phys. Rev.*, v. D88, n. 10, p. 105013, 2013.
- [104] ALVES, A.; RAMIREZ BARRETO, E.; DIAS, A. G.; DE S. PIRES, C. A.; QUEIROZ, F. S.; RODRIGUES DA SILVA, P. S. Probing 3-3-1 Models in Diphoton Higgs Boson Decay. *Phys. Rev.*, v. D84, p. 115004, 2011.
- [105] YUE, C.-X.; SHI, Q.-Y.; HUA, T. Vector bileptons and the decays $h \rightarrow \gamma\gamma, Z\gamma$. *Nucl. Phys.*, v. B876, p. 747–757, 2013.
- [106] HUONG, D. T.; HUE, L. T.; RODRIGUEZ, M. C.; LONG, H. N. Supersymmetric reduced minimal 3-3-1 model. *Nucl. Phys.*, v. B870, p. 293–322, 2013.
- [107] DUONG, T. V.; MA, E. Supersymmetric SU(3) x U(1) gauge models: Higgs structure at the electroweak energy scale. *Phys. Lett.*, v. B316, p. 307–311, 1993.
- [108] HARDY, E. Is Natural SUSY Natural? *JHEP*, v. 10, p. 133, 2013.
- [109] BAER, H.; BARGER, V.; HUANG, P.; MICKELSON, D.; MUSTAFAYEV, A.; TATA, X. Naturalness, Supersymmetry and Light Higgsinos: A Snowmass Whitepaper. In: . c2013.
- [110] DIAS, A. G. *O problema da violação cp forte e o limite perturbativo em extensões $su(3)_c \times su(3)_l \times u(1)_x$ do modelo padrão*. 2005. Tese (Doutorado em Física) - Universidade de São Paulo, 2005.