

Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Departamento de Física



Dissertação de Mestrado

# A EXTENSÃO $U_{B-L}(1)$ DO MODELO PADRÃO

Felipe Ferreira de Freitas

João Pessoa, Março de 2013

Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Departamento de Física



Dissertação de Mestrado

# A EXTENSÃO $U_{B-L}(1)$ DO MODELO PADRÃO

Felipe Ferreira de Freitas

Dissertação submetida ao Departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba, sob orientação do professor Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

João Pessoa, Março de 2013

O Céu e Terra já estavam criados. A parte ígnea, mais leve, tinha-se espalhado e formado o firmamento. O ar colocou-se de seguida. A terra, como era mais pesada, ficou por baixo e a água ocupou o ponto inferior, fazendo flutuar a terra. Neste mundo assim criado, habitavam as plantas e os animais. Mas faltava a criatura na qual pudesse habitar o espírito divino.

Foi então que chegou à terra o Titã Prometeu, descendente da antiga raça de deuses destronada por Zeus. O gigante sabia que na terra estava adormecida a semente dos céus. Por isso apanhou um bocado de argila e molhou-a com um pouco de água de um rio. Com essa matéria fez o homem, à semelhança dos deuses, para que fosse o senhor da terra. Tirou das almas dos animais características boas e más, animando assim a sua criatura. E Atena, deusa da sabedoria, admirou a criação do filho dos Titãs e insuflou naquela imagem de argila o espírito com o sopro divino.

Foi assim que surgiram os primeiros seres humanos, que logo povoaram a terra. Mas faltavam-lhes conhecimentos sobre os assuntos da terra e do céu. Vagueavam sem saber a arte da construção, da agricultura, da filosofia. Não sabiam caçar ou pescar - e nada sabiam sobre a sua origem divina.

Prometeu aproximou-se e ensinou às suas criaturas todos esses segredos. Inventou o arado para o homem poder plantar, a cunhagem das moedas para que houvesse o comércio, a escrita e a extracção do minério. Ensinou-lhes a arte da profecia e da astronomia, enfim todas as artes necessárias ao desenvolvimento da humanidade.

No entanto faltava-lhes ainda um último dom para se puderem manter vivos - o fogo. Este dom, entretanto, havia sido negado à humanidade pelo grande Zeus. Porém, Prometeu apanhou um caule do nártecs, aproximou-se da carruagem de Febo (o Sol) e incendiou o caule. Com esta tocha, Prometeu entregou o fogo para a humanidade, o que lhe dava a possibilidade de dominar o mundo e os seus habitantes.

Zeus, porém, irritou-se ao ver que o homem possuía o fogo e que a sua vontade tinha sido contrariada. Por isso tramou no Olimpo a sua vingança. Mandou que Hefesto fizesse uma estátua de uma linda donzela, a que chamou Pandora - "a que possui todos os dons", (uma vez que cada um dos deuses deu à donzela um dom). Afrodite deu-lhe a beleza, Hermes o dom da fala, Apólo, a música. Vários outros encantos foram consedidos à criatura pelos deuses.

Zeus pediu ainda que cada imortal reservasse um malefício para a humanidade. Esses presentes maléficos foram guardados numa caixa, que a donzela levava nas mãos. Pandora, então, desceu à terra, conduzida por Hermes, e aproximou-se de Epimeteu - "o que pensa depois", o irmão de Prometeu - "aquele que pensa antes" e diante dele abriu a tampa do presente de Zeus. Foi então que a humanidade, que até aquele momento havia habitado num mundo sem doenças ou sofrimentos, se viu assaltada por inúmeros malefícios. Pandora tornou a fechar a caixa rapidamente, antes que o único benefício que havia na caixa escapasse - a esperança.

Zeus dirigiu então a sua fúria contra o próprio Prometeu, mandando que Hefesto e seus serviçais Crato e Bia (o poder e a violência) acorrentassem o Titã a um penhasco do monte Cáucaso. Mandou ainda uma águia devorar diariamente o fígado de Prometeu que, por ser ele um Titã, se regenerava. O seu sofrimento durou por inúmeras eras, até que Hércules passou por ele e viu o seu sofrimento. Abateu a gigantesca águia com uma flecha certa e libertou o cativo das suas correntes. Entretanto, para que a vontade de Zeus fosse cumprida, o gigante passou a usar um anel com uma pedra retirada do monte. Assim, Zeus sempre poderia afirmar que Prometeu se mantinha preso ao Cáucaso.

*Os Trabalhos e os Dias, Hesíodo*

# Sumário

Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	iv
Agradecimentos	v
Resumo	vi
Abstract	vii
Introdução	1
<b>1 O Modelo Padrão</b>	<b>3</b>
1.1 O grupo $SU_c(3)$	4
1.2 O grupo $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$	5
1.3 A Interação Eletro-Fraca	7
1.3.1 A corrente Carregada	9
1.3.2 A corrente Neutra	12
1.4 O mecanismo de Higgs e a quebra espontânea de simetria	15
1.5 As Massas dos Férmions	17
1.5.1 A Corrente Neutra e Carregada Após A QES	19
1.6 O Setor de Calibre	25
1.6.1 O Campo Eletromagnético	27
1.6.2 Os bósons W e Z	28
<b>2 A extensão do MP</b>	<b>32</b>
2.1 A extensão $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_L(1) \otimes U_{B-L}(1)$	33
2.1.1 Setor de Yang-Mills	34
2.1.2 Setor Fermiônico	35
2.1.3 Setor escalar	35
2.1.4 Os acoplamentos de Yukawa	36
2.1.5 As interações de calibre com $U_Y(1)$ e $U_{B-L}(1)$	36
2.2 A quebra espontânea $SU_L(2) \otimes U_Y(1) \otimes U_{B-L}(1)$	37
2.2.1 Os setores escalar e de gauge	39
2.3 As Lagrangeanas de interações	41
2.3.1 As Interações de Yukawa e a massa dos neutrinos	41
2.3.2 As interações entre os férmions e os bósons de calibre.	44
2.4 cancelamento das anomalias	45

<b>3</b>	<b>A busca pelo bóson <math>Z'</math></b>	<b>48</b>
3.1	O decaimento $Z'_{B-L}$ . . . . .	48
3.1.1	A produção do bóson $Z'$ em colisões $e^+e^-$ . . . . .	51
3.1.2	A produção do bóson $Z'$ em colisores de hadrons. . . . .	51
3.1.3	Os limites estabelecidos pelo LEP-II. . . . .	53
3.1.4	A busca pelo bóson $Z'$ no LHC . . . . .	53
	<b>Conclusões</b>	<b>55</b>
	<b>Apêndices</b>	<b>56</b>
	<b>A Regras de Feynman para o modelo padrão</b>	<b>56</b>
	<b>B Regras de Feynman para o modelo <math>U_Y(1) \otimes U_{B-L}(1)</math></b>	<b>60</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>65</b>

# Lista de Figuras

- 3.1 Limite superior de  $\sigma(pp \rightarrow xZ' \rightarrow l^+l^-)$  com  $l = e$  ou  $l = \mu$  em função de  $M_{Z'}$ , admitindo que os acoplamentos sejam iguais para o elétron e o múon. 54

# Lista de Tabelas

1.1	Valores de carga elétrica, isospin e hipercarga para todo conteúdo de matéria do modelo padrão. . . . .	6
1.2	Valores para as constantes de acoplamento $g_L^{\nu,l,U,D}$ , $g_R^{\nu,l,U,D}$ , $g_V^{\nu,l,U,D}$ e $g_A^{\nu,l,U,D}$ . . . . .	12
1.3	Valores dos números leptônicos para o elétron, múon e tau . . . . .	20
1.4	Valores dos números leptônicos para o pósitron, antimúon e antitau . . . . .	20
2.1	Números quânticos do conteúdo de matéria utilizado no modelo B-L . . . . .	34
2.2	Números quânticos referentes a transformações sobre as simetrias de calibre e valores de hipercarga e número B-L . . . . .	46
3.1	Valores para os acoplamentos axiais e vetoriais . . . . .	49
3.2	BR do bóson $Z'$ para cada férmion . . . . .	49
3.3	BR do bóson $Z'$ para cada lépton . . . . .	50

# Agradecimentos

Agradeço à Coordenação de Pessoal de Nível Superior pela ajuda financeira, aos professores Carlos Antônio de Sousa Pires e Paulo Sérgio Rodrigues da Silva por toda ajuda, paciência e aprendizado que me foram conferidos nesses últimos dois anos. Agradeço a minha companheira Patrícia Oliveira pela compreensão, por estar sempre ao meu lado e pela ajuda na correção ortográfica desse trabalho. Agradeço também ao programa de pós-graduação em física da UFPB por ter me oferecido a oportunidade de realizar o mestrado em física de partículas e por ter me recebido tão bem. Por último, agradeço a Deus.

# Resumo

O fato de os neutrinos serem massivos indica que o Modelo Padrão (MP) deve ser estendido. Nesta dissertação, é estudada a extensão de calibre denominada B-L, a qual é baseada no grupo de simetria  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1) \otimes U_{B-L}(1)$ . O fator adicional  $U_{B-L}(1)$  faz com que apareça um novo bóson, denominado  $Z'$ . logo, a adição de um novo escalar se faz necessária para quebrarmos essa nova simetria. Vamos mostrar que esse modelo fornece um cenário natural para os neutrinos de mão direita, bem como o mecanismo see-saw de produção de massa para os mesmos. Além disso, verificamos alguns aspectos fenomenológicos desse modelo, como a ausência de anomalias e algumas larguras de decaimento desse novo bóson. Por fim, é feita uma breve análise de como esse novo bóson pode ser produzido nos aceleradores de partículas e seu limite inferior de massa.

**Palavras-chave:** Modelo Padrão. Extensão de calibre. Simetria B-L. Bóson  $Z'$ .

# Abstract

The fact that neutrinos are massive indicates that the Standard Model (SM) should be extended. In this thesis we study the gauge extension called B-L, which is based on the symmetry group  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1) \otimes U_{B-L}(1)$ . The additional factor  $U_{B-L}(1)$  brings up a new boson, called  $Z'$ , then the addition of a new scalar is needed to break this new symmetry. We will show that this model provides a natural background for right-handed neutrinos and the see-saw mechanism of mass production. Moreover, we find some phenomenological aspects of this model, as the absence of anomalies and some decay widths of the new boson. Finally, a brief analysis is made of how this new boson can be produced in accelerators particle and its lower bounds of his mass.

**Keywords:** Standard Model. Gauge Extension. B-L Symmetry. Boson  $Z'$ .

# Introdução

O Modelo Padrão (MP) das partículas elementares[1,2,3] descreve com sucesso o grande número de dados obtidos através dos experimentos de física de partículas, contudo há razões tanto experimentais quanto teóricas que indicam que o MP não é uma teoria fundamental.

Os dados experimentais comprovam que existe oscilação de sabor entre os neutrinos. Esse fenômeno só é possível se os neutrinos possuírem massa(para uma breve revisão sobre o assunto[4]). No MP, os neutrinos não são dotados de massa, portanto, não haveria oscilações entre eles. Contudo, para considerar oscilações entre os neutrinos sem modificar os campos adotados no MP, devemos adicionar operadores não renormalizáveis na lagrangeana do MP, os quais, após a quebra espontânea de simetria, são capazes de produzir massa para os neutrinos de mão esquerda do MP. Em todo caso, é necessário estender o conteúdo dos campos do MP dentro de uma escala de cut-off  $\Lambda$  que caracteriza os operadores não renormalizáveis. Essa escala deve estar entre a eletrofraca( $\mathcal{O}(TeV)$ ) e de grande unificação( $\mathcal{O}(10^{16}GeV)$ ). Outras evidências que apontam que Modelo Padrão possui alguma extensão são o momento magnético anômalo do muon e os limites direto e indireto da massa do bóson de Higgs. Entretanto, nenhum deles pode ser considerado conclusivo (ver [5]). A evidência da matéria escura (para uma revisão [6]) também é um forte indício de física além do MP.

As principais motivações teóricas para estendermos o MP são a inclusão da gravitação quântica e o problema da hierarquia de calibre. Enquanto a gravitação quântica pode ser incluída na escala de Planck( $\mathcal{O}(10^{19}GeV)$ ), o problema da hierarquia exige uma extensão do MP já na escala eletrofraca. De forma resumida, e grosseira, o problema da hierarquia de calibre[7] está relacionado com a impossibilidade de o MP explicar por que a escala eletrofraca é tão pequena se comparada à de cut-off  $\Lambda \gg 1TeV$ . Uma possível solução para esse problema é pensar que o MP próximo a escala de TeV é estendido. O fato de o setor escalar ainda não ter sido completamente testado experimentalmente reforça a plausibilidade de o MP ser estendido ou modificado na escala de TeV.

Uma abordagem plausível consiste no estudo de uma extensão simples do MP, explorando suas implicações fenomenológicas e tentando restringir seus parâmetros por meio dos presentes dados disponibilizados pelos experimentos. Em muitas extensões desse tipo, grande parte das implicações fenomenológicas está relacionada com novos bósons vetoriais e/ou novos setores escalares com mais parâmetros independentes e estados físicos ainda mais complexos que o setor escalar do MP. Os testes de precisão da quebra de simetria eletrofraca[5] e os de mistura de quarks[8] estão em em perfeito acordo com as previsões do MP. Graças a isso, qualquer extensão do MP também deve estar em perfeito acordo com os parâmetros definidos por esses testes. Essa metodologia tornou-se eficiente para descartar extensões inadequadas que apresentam incompatibilidade com os dados experimentais.

Podemos restringir nosso foco nas extensões mais simples do MP, obtidas por meio

da modificação de algumas estruturas básicas do MP: Aumentando os grupos de calibre ou estendendo o conteúdo escalar e/ou fermiônico. Obviamente, isso pode ser feito de diversas formas. A forma tratada nessa dissertação é chamada de "*extensão mínima tripla*" devido aos seguintes fatores:

*i)* É a extensão mínima no setor de calibre: Adicionamos apenas um fator  $U(1)$  ao grupo de simetria do MP. Isso faz com que apenas um único bóson de calibre seja incluído nele.

*ii)* É a extensão mínima no setor de férmions: Adicionamos apenas 3 novos neutrinos de mão direita, um para cada família, aos férmions do MP.

*iii)* É a extensão mínima no setor de Higgs: Adicionamos apenas um novo campo escalar, singleto sobre os grupos simetrias do MP.

Podemos perceber que as três condições acima são fortemente correlacionadas entre si: (i) implica em (ii) devido ao cancelamento de anomalias, enquanto (i) precisa de (iii) para que o novo bóson de calibre desenvolva massa. A nova simetria  $U(1)$  deve ser espontaneamente quebrada, assim o novo campo escalar singleto tem que adquirir um valor esperado do vácuo (VEV) não nulo, e o novo campo escalar também deve ser complexo para que este possua uma carga sobre a nova simetria  $U(1)$  e forneça um grau de liberdade longitudinal para o novo bóson de calibre.

No que diz respeito a anomalias, no MP o setor fermiônico é livre delas[9]. Quando o grupo de calibre é modificado pelo novo fator  $U(1)$ , em que os férmions do MP carregam cargas não triviais, isto pode produzir algumas anomalias. Uma extensão no conteúdo fermiônico acaba se tornando a maneira mais direta para eliminar essas anomalias. Neste trabalho, a extensão abordada inclui três novos férmions, os neutrinos de mão direita, com uma motivação fenomenológica adicional: Os neutrinos de mão direita exigidos para o cancelamento das anomalias também contribuem naturalmente para os termos de massa dos neutrinos[10], sem a necessidade de introduzirmos operadores não renormalizáveis em nosso modelo.

Um forte apelo para a escolha dessa extensão é a simplicidade com que o modelo se torna compatível com os limites experimentais, seja dos experimentos de procura de novas partículas ou dos testes de precisão do MP, através de uma escolha adequada dos parâmetros livres. O novo bóson de calibre neutro e o setor de Higgs estendido contêm duas novas partículas escalares (uma a mais que no MP), as quais podem fornecer sinais interessantes no LHC. A presença dos neutrinos de mão direita com o acoplamento de Yukawa contribui para as massas de Dirac e Majorana dos férmions. Este fato fornece um cenário interessante para as massas dos neutrinos e a violação do número leptônico. A estrutura teórica desse modelo pode permitir novos mecanismos para a quebra de simetria através das correções radiativas[11] e/ou a bariogênese eletrofraca[12], ambas não serão abordadas nesta dissertação.

Esta dissertação é disposta da seguinte forma: No capítulo 1, é feita uma revisão do modelo padrão. No capítulo 2, apresentamos a extensão de calibre  $U_{B-L}(1)$ , analisamos as alterações que surgem em cada setor devido ao novo fator  $U_{B-L}(1)$  e determinamos as novas interações desse modelo, as regras de Feynman para esse modelo encontram-se no apêndice B. Ainda no capítulo 2 verificamos a ausência de anomalias desse modelo. No capítulo 3, analisamos algumas formas de decaimento do novo bóson  $Z'$ , sua produção nos aceleradores de partículas e com a ajuda dos principais dados experimentais do LEP e do LHC estabelecemos um limite inferior para a massa do bóson  $Z'$ .

# Capítulo 1

## O Modelo Padrão

As interações Forte, Fraca e Eletromagnética são denominadas teorias IVB (interchange vetorial bósons) ou teorias de trocas de bósons vetoriais. Teorias IVB também são conhecidas como teorias de calibre. A troca de bósons de spin inteiro ocorre entre partículas de spin semi-inteiro que compõem a matéria que conhecemos. Dentre as teorias de calibre, a que melhor descreve as interações Forte, Fraca e Eletromagnética é o Modelo Padrão [1]-[3]. É possível descrever as interações por meio dos grupos de simetrias. O do modelo padrão é:

$$SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1) \quad (1.1)$$

Os bósons de calibre específicos associados a cada um dos geradores dos grupos são respectivamente:

$$SU_C(3) \Rightarrow 8G_\mu^\alpha \quad SU_L(2) \Rightarrow 3W_\mu^\alpha \quad U_Y(1) \Rightarrow B_\mu^\alpha \quad (1.2)$$

O qual temos oito partículas de spin inteiro  $G_\mu^\alpha$  associadas ao grupo  $SU_C(3)$  são denominadas Glúons e o subscrito "C" é devido a esse grupo carregar um número quântico chamado "cor" (a força forte também é conhecida como força de cor). Os glúons não possuem massa. Qualquer partícula que se transforme através desse grupo de gauge, acoplando-se aos glúons, carrega "cor" e interage fortemente.

Temos também Três Partículas de spin inteiro,  $W_\mu^\alpha$  associadas ao grupo  $SU_L(2)$  e uma partícula  $B_\mu$  associada a  $U_Y(1)$ , o subscrito "L" indica que apenas as componentes de mão esquerda<sup>1</sup> são consideradas por esse grupo de simetria. Este grupo também carrega um novo número quântico chamado "sabor" (flavor). O subscrito "Y" do último grupo indica que as partículas que se transformam por esse grupo carregam o novo número quântico chamado hipercarga, a qual é definida a partir da carga elétrica ordinária Q.

Os quatro bósons associados aos grupos  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$  são relacionados com os bósons físicos que medeiam a interação fraca  $W^\pm, Z^0$  e o fóton já conhecido da QED. Os férmions se transformam através destes grupos de forma um pouco mais complexa por meio de três "famílias" de partículas e cada partícula se acopla da mesma maneira a cada um dos bósons. Léptons são, por definição, partículas de spin semi-inteiro que não participam na interação forte. São seis conhecidos até o momento: elétron ( $e$ ), múon ( $\mu$ ), tau ( $\tau$ ), neutrino do elétron ( $\nu_e$ ), neutrino do múon ( $\nu_\mu$ ) e neutrino do tau ( $\nu_\tau$ ).

Hádrons, por sua vez, são definidos como partículas que participam da interação forte, o espectro de hádrons conhecido é muito extenso, contudo ele aparenta ser constituído por estados ligados de seis tipos de Quarks: Up (u), Charm (c), Top (t), Down (d), Strange (s) e Bottom (b).

---

<sup>1</sup>Uma partícula é dita de mão esquerda ou direita devido a projeção de seu spin na direção do momento, essa projeção também é conhecida como helicidade.

O modelo padrão é uma teoria de calibre baseado na simetria local dos grupos  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ . As teorias de calibre são teorias nas quais as interações entre os campos surgem a partir da introdução de bósons vetoriais por meio da generalização das derivadas usuais, chamadas derivadas covariantes. Esse processo é denominado princípio de calibre. Conforme visto, o MP é constituído pelos grupos  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$  esse, por sua vez, pode ser dividido em dois setores, o 1º setor  $SU_C(3)$  é chamado de setor Forte e toda partícula que se transforma pelo 1º grupo carrega consigo o número quântico "cor". O 2º  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$  é chamado setor eletrofraco e toda partícula que se transforma por ele carrega consigo dois números quânticos o "isospin" e a "hipercarga".

## 1.1 O grupo $SU_c(3)$

Para o estudo desse setor é utilizado uma importante convenção para os campos utilizados e as derivadas covariantes, são elas:

$$G_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu G_\nu^\alpha - \eta_s g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c \quad (\alpha = 1, \dots, 8) \quad (1.3)$$

No qual  $f^{abc}$  é a constante de estrutura do grupo que satisfaz a seguinte relação de comutação:

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c \quad (1.4)$$

$T^a$  São os geradores do grupo. O parâmetro  $\eta_s = \pm 1$ , representa os dois sinais usuais encontrados na literatura. A derivada covariante para os campos dos quarks,  $q$ , na representação dos geradores  $T^a$  é definida como:

$$D_\mu q = (\partial_\mu + i\eta_s g_s G_\mu^a T^a) q \quad (1.5)$$

Na QCD, os quarks estão na representação fundamental e  $T^a = \frac{\lambda^a}{2}$ , na qual  $\lambda^a$  são as matrizes de Gell-Mann. A transformação de gauge é dada pela matriz:

$$U = e^{i\eta_s g_s T^a \beta^a} \quad (1.6)$$

Os campos transformam-se da seguinte forma:

$$\begin{aligned} q &\rightarrow e^{i\eta_s g_s T^a \beta^a} q & \delta q &= i\eta_s g_s T^a \beta^a q \\ G_\mu^a T^a &\rightarrow U G_\mu^a T^a U^{-1} + \frac{i}{\eta_s g_s} \partial_\mu U U^{-1} & \delta G_\mu^a &= -\partial_\mu \beta^a - \eta_s g_s f^{abc} \beta^b G_\mu^c \end{aligned} \quad (1.7)$$

A segunda coluna é a transformação infinitesimal. Uma vez que temos essas definições podemos checar que a derivada covariante se transforma como o próprio campo,

$$\delta(D_\mu q) = i\eta_s g_s T^a \beta^a (D_\mu q) \quad (1.8)$$

assegurando assim a invariância de calibre da Lagrangeana. Para uma demonstração mais formal da invariância de calibre para esse caso vide [32].

## 1.2 O grupo $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$

Este é o grupo que descreve as interações Elétro-Fracas. O grupo  $SU_L(2)$  é não-Abeliano[13] de geradores hermitianos e determinantes igual a um. Por ser um grupo não-Abeliano, seus geradores obedecem a uma álgebra de comutação.

$$[T^i, T^j] = -i\epsilon^{ijk}T^k \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (1.9)$$

em que  $\epsilon^{ijk}$  é o tensor de Levi-Civita. Para permutações cíclicas de abc,  $\epsilon^{abc}$  assume o valor 1 e para permutações não cíclicas, -1. O conjunto de matrizes que obedecem a essas relações são as matrizes de Pauli:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

os geradores do  $SU_L(2)$ (na representação fundamental) são definidos como:

$$T_i = \frac{\sigma_i}{2} \quad (1.11)$$

Para o grupo  $U_Y(1)$  por ser abeliano, possui apenas um gerador, que é a matriz identidade. Esse grupo é gerado a partir do operador hipercarga  $\mathbf{Y}$ , que está relacionado com  $\tau_3$  e com o operador  $\mathbf{Q}$  da carga elétrica por meio da relação de Gell-Man-Nishijima

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \quad (1.12)$$

Essa relação, necessária para corrigir a ação do operador hipercarga  $\mathbf{Y}$  sobre os campos fermiônicos, a qual não é limitada pela teoria devido  $U_Y(1)$  ser abeliano. A relação de Gell-Mann-Nishijima implica na unificação das interações fraca e eletromagnética. Para termos uma invariância de calibre local, devemos introduzir três bósons vetoriais de calibre  $A_i^\mu$  ( $i = 1, 2, 3$ ) associados a cada gerador  $T_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) do grupo  $SU_L(2)$  e mais um bóson vetorial  $B^\mu$  associado à hipercarga  $\mathbf{Y}$  do grupo  $U_Y(1)$ . Esses bósons de calibre são introduzidos pela generalização da derivada ordinária chamada derivada covariante  $D_\mu$ . a qual, já com as transformações de calibre é dada por:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\mathbf{T}\mathbf{A}_\mu + ig'B_\mu\frac{Y}{2} \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_\mu &\equiv (A_1^\mu, A_2^\mu, A_3^\mu) & \mathbf{T} &= (T_1, T_2, T_3) \\ \mathbf{T}\mathbf{A}_\mu &\equiv \sum_{i=1}^3 A_i^\mu T_i \end{aligned} \quad (1.14)$$

De posse dessas informações, o próximo passo é escolher a representação adequada para os campos dos férmions. Historicamente, essa escolha foi conduzida com o conhecimento prévio sobre as teorias Vetor-axial das interações(Feynman and Gell-Mann 1958; Sufarshan and Marshak 1958; Sakurai 1958) e a teoria de duas componentes do neutrino. Sabemos que os férmions podem ser divididos em três famílias de léptons( $e, \mu, \tau$ ) e três quarks( $u, c, t$  ou  $d, s, b$ ) e um dubleto de escalares complexos.

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, e_R \quad Q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, u_R, d_R \quad \phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

	$I_3$	$I$	$Q$	$Y$
$\nu_{eL}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$e_L$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	-1
$e_R$	0	0	-1	-2
$u_L$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
$d_L$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$u_R$	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
$d_R$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
$\phi^+$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
$\phi^0$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1

Tabela 1.1: Valores de carga elétrica, isospin e hipercarga para todo conteúdo de matéria do modelo padrão.

Por simplicidade vamos considerar apenas a primeira família de léptons, a extensão para as outras famílias é direta. O subscrito  $\mathbf{L}$  ou  $\mathbf{R}$  indica em que estado de helicidade o lépton se encontra. A helicidade é definida como a projeção do spin sobre a componente do momento da partícula e pode ser representada pelos operadores  $\mathbf{L} = \frac{1-\gamma_5}{2}$  e  $\mathbf{R} = \frac{1+\gamma_5}{2}$ . De forma mais geral:  $\Psi_L = \mathbf{L}\Psi$  e  $\Psi_R = \mathbf{R}\Psi$ . Uma vez que escolhemos a representação para os léptons na equação (1.15), o isospin para os campos férmionicos é obtido pelos geradores do grupo  $SU_L(2)$ :

$$T_i\Psi_L = \frac{\sigma_i}{2}\Psi_L \quad T_iQ_L = \frac{\sigma_i}{2}Q_L \quad (1.16)$$

Podemos facilmente verificar que o auto valor do isospin é  $\frac{1}{2}$ . Utilizando a relação de Gell-Mann-Nishijima podemos determinar a hipercarga:

$$Y\Psi_L = -\Psi_L \quad YQ_L = \frac{1}{3}Q_L \quad (1.17)$$

Logo, as hipercargas para as componentes de mão-esquerda dos dubletos de léptons e quarks são, respectivamente,  $Y_\Psi = -1$  e  $Y_Q = \frac{1}{3}$ . As componentes de mão direita admitimos que elas não se transformam por  $SU_L(2)$ . Logo suas hipercargas são:

$$\begin{aligned} Y_{e_R} &= 2(-1) - 2(0) & Y_{u_R} &= 2\left(\frac{2}{3}\right) - 2(0) & Y_{d_R} &= 2\left(-\frac{1}{3}\right) - 2(0) \\ Y_{e_R} &= -2 & Y_{u_R} &= \frac{4}{3} & Y_{d_R} &= -\frac{2}{3} \end{aligned} \quad (1.18)$$

Todos os valores de isospin, hipercarga e carga elétrica estão listados na tabela abaixo:

### 1.3 A Interação Eletro-Fraca

Tendo posse das informações básicas sobre as partículas em como as mesmas se transformam sobre as simetrias do MP, o próximo passo é descrever como esas partículas interagem. Para isso, é necessário fazer uso do formalismo Lagrangeano<sup>2</sup>. Uma exigência do MP para que seja utilizado o formalismo lagrangeano é que todos os termos sejam invariantes pelos grupos  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ . Essa invariância é assegurada pela derivada covariante. O termo cinético de um férmion é dado por:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma_\mu \partial^\mu) \Psi \quad (1.19)$$

Podemos verificar que se  $\Psi$  for alterado por  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$  a lagrangeana original será modificada e, portanto, não será invariante de calibre. Para garantir a invariância de calibre, vamos promover a derivada ordinária para derivada covariante que estabelecemos na equação(1.13)

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\mathbf{T}\mathbf{A}_\mu + ig' B_\mu \frac{Y}{2} \quad (1.20)$$

A derivada covariante introduz na lagrangeana os bósons de calibre. Como estes são bósons vetoriais, a liberdade de calibre permite que a lagrangeana torne-se invariante sobre  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ , desde que rededefinamos esses bósons da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_\mu &= W_\mu^a = W_\mu^a + \alpha^b (f_{bac}) W_\mu^c - \frac{1}{\xi} \partial_\mu \alpha^a \\ B'_\mu &= B_\mu - \partial_\mu \alpha' \end{aligned} \quad (1.21)$$

$\alpha$  é um parâmetro numérico local e  $\xi$  é o termo de fixação de calibre. Assim, após as devidas substituições, a lagrangeana torna-se invariante de gauge. Com essas substituições também surgem novos termos, denominados termos de interações.

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} \left( i\cancel{\partial} + g (\tau_a \cdot \mathbf{W}^a) + g' \frac{Y}{2} \cancel{B} \right) \Psi \quad (1.22)$$

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\cancel{\partial}) + g \bar{\Psi} (\tau_a \mathbf{W}^a) \Psi + g' \bar{\Psi} \frac{Y}{2} \cancel{B} \Psi \quad (1.23)$$

Na equação (1.23) surgem termos que contêm o produto entre os campos bosônicos e fermiônicos. Esses termos evidenciam a interação entre esses campos  $\Psi$  e os novos campos de calibre  $W$  e  $B$ . Também é necessário introduzir um novo termo cinético para os bósons de calibre, uma vez que estes foram introduzidos na lagrangeana, para manter a invariância de calibre.

Partindo do princípio que esse novo termo deve ser invariante de calibre e que os termos de interações com os bósons possuem simetrias abeliana e não abeliana, podemos determinar os termos cinéticos para esses bósons utilizando como base a Lagrangeana de Maxwell:

$$-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \quad (1.24)$$

Podemos definir  $F_{\mu\nu}$  da seguinte forma:

$$F_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \mathbf{F}_{\mu\nu} \tau = \frac{1}{2} F_{\mu\nu}^a \tau^a \quad (1.25)$$

---

<sup>2</sup>Aqui será utilizada a convenção de notações naturais

A partir dele podemos construir o termo cinético invariante de gauge

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}\mathbf{F}_{\mu\nu}\mathbf{F}^{\mu\nu} = -\frac{1}{2}tr(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) \quad (1.26)$$

A última igualdade é obtida por meio da identidade das matrizes de pauli  $tr[\tau^a\tau^b] = 2\delta^{ab}$ . Temos que encontrar um campo que sofra uma transformação de gauge local  $G$  da forma:

$$F'_{\mu\nu} = GF_{\mu\nu}G^{-1} \quad (1.27)$$

Para os campos da QED temos:

$$\begin{aligned} \partial_\nu B'_\mu - \partial_\mu B'_\nu &= \partial_\nu \left[ GB_\mu G^{-1} + \frac{i}{g}(\partial_\mu G)G^{-1} \right] - \partial_\mu \left[ GB_\nu G^{-1} + \frac{i}{g}(\partial_\nu G)G^{-1} \right] \\ &= G(\partial_\nu B_\mu - \partial_\mu B_\nu)G^{-1} + [(\partial_\nu G)B_\mu - (\partial_\mu G)B_\nu]G^{-1} \\ &\quad + G[B_\mu(\partial_\nu G^{-1}) - B_\nu(\partial_\mu G^{-1})] \\ &\quad + \frac{i}{g}[(\partial_\mu G)(\partial_\nu G^{-1}) - (\partial_\nu G)(\partial_\mu G^{-1})] \\ &\neq G(\partial_\nu B_\mu - \partial_\mu B_\nu)G^{-1} \end{aligned} \quad (1.28)$$

Esse resultado pode ser modificado para uma forma mais conveniente utilizando a seguinte propriedade:

$$G^{-1}G = GG^{-1} = 1 \quad (1.29)$$

Logo temos

$$\partial_\mu(G^{-1}G) = \partial_\mu(GG^{-1}) = 0 \quad (1.30)$$

$$(\partial_\mu G^{-1})G = -G^{-1}(\partial_\mu G) \quad (1.31)$$

Com o uso criterioso das equações (1.30) e (1.31) podemos reescrever (1.28) como:

$$\begin{aligned} \partial_\nu B'_\mu - \partial_\mu B'_\nu &= G(\partial_\nu B_\mu - \partial_\mu B_\nu)G^{-1} \\ &+ G\{[G^{-1}(\partial_\nu G), B_\mu] - [G^{-1}(\partial_\mu G), B_\nu]\}G^{-1} \\ &+ \frac{1}{ig}G[(\partial_\nu G^{-1})(\partial_\mu G) - (\partial_\mu G^{-1})(\partial_\nu G)]G^{-1} \end{aligned} \quad (1.32)$$

Os termos adicionais aparecem devido ao caráter não-abeliano da estrutura dos grupos envolvidos. Pode-se observar que o campo eletromagnético pode ser escrito na forma

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{ig}[D_\nu, D_\mu] \quad (1.33)$$

O qual  $D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu$ . Desse modo, temos

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu} &= \frac{1}{ig}[(\partial_\nu + igA_\nu), (\partial_\mu + igA_\mu)] \\ &= \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu + ig[A_\nu, A_\mu] \end{aligned} \quad (1.34)$$

O termo com comutador vai a zero para o caso abeliano, o que nos sugere que o campo  $F^{\mu\nu}$  nessa forma é um excelente candidato para preservar a invariância de gauge do novo termo cinético da teoria  $SU_L(2)$ .

$$F_{\mu\nu} = \frac{1}{ig}[D_\nu, D_\mu] = \partial_\nu B_\mu - \partial_\mu B_\nu + ig[B_\nu, B_\mu] \quad (1.35)$$

O comutador se transforma da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} ig[B_\nu, B_\mu] &= ig\left[\left(GB_\nu G^{-1} + \frac{i}{g}(\partial_\nu G)G^{-1}\right), \left(GB_\mu G^{-1} + \frac{i}{g}(\partial_\mu G)G^{-1}\right)\right] \\ &= igG[B_\nu, B_\mu]G^{-1} - G\{[G^{-1}(\partial_\nu G), B_\mu] - [G^{-1}(\partial_\mu G), B_\nu]\}G^{-1} \\ &\quad - \frac{1}{ig}G\{(\partial_\nu G^{-1})(\partial_\mu G) - (\partial_\mu G^{-1})(\partial_\nu G)\} \end{aligned} \quad (1.36)$$

os termos que aparecem logo após o comutador  $[B_\nu, B_\mu]$  são exatamente iguais, exceto pelo sinal, aos termos extras que surgem na equação (1.32), isto faz com que estes termos extras da equação (1.32) sejam anulados. Assim, para que o novo termo cinético seja invariante sobre uma transformação local de gauge devemos escrever seus campos como na equação (1.33). Desse modo, temos a lagrangeana tanto para os léptons quanto para os bósons:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= i\bar{\Psi}_l \not{\partial} \Psi_l + g\bar{\Psi}_l \tau_a \cdot \mathbf{W}^a \Psi_l \\
&\quad - \frac{g'}{2} \bar{\Psi}_l \not{B} \Psi_l + i\bar{l}_R \not{\partial} l_R - g'\bar{l}_R \not{B} l_R \\
&\quad - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\
l &= (e, u, d)
\end{aligned} \tag{1.37}$$

Os termos com massa foram omitidos por hora, porque no MP os termos com massa não são invariantes por  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ . As massas das partículas serão dadas pelo mecanismo de quebra espontânea de simetria introduzido pelo campo escalar  $\phi$ , que será demonstrado na seção (1.4).

Agora, com a lagrangeana completa, podemos escrevê-la de forma mais explicita descrevendo o acoplamento dos léptons com os bósons de calibre:

$$\mathcal{L}_{I,L} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_e & \bar{e} \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} g\mathcal{W}_3 - g'\mathcal{B} & g(\mathcal{W}_1 - i\mathcal{W}_2) \\ g(\mathcal{W}_1 + i\mathcal{W}_2) & -g\mathcal{W}_3 - g'\mathcal{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L + g'\bar{e}_R \not{B} e_R \tag{1.38}$$

Podemos, assim, separar a lagrangeana de interação  $\mathcal{L}_{I,L}$  em duas: uma correspondente à corrente carregada(CC); outra à corrente neutra(CN)

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{I,L}^{CC} &= -\frac{g}{2} \{ \bar{\nu}_{eL} (\mathcal{W}_1 - i\mathcal{W}_2) e_L + \bar{e}_L (\mathcal{W}_1 + i\mathcal{W}_2) \nu_{eL} \} \\
\mathcal{L}_{I,L}^{NC} &= -\frac{1}{2} \{ \bar{\nu}_{eL} (g\mathcal{W}_3 - g'\mathcal{B}) \nu_{eL} - \bar{e}_L (g\mathcal{W}_3 + g'\mathcal{B}) e_L - 2g'\bar{e}_R \not{B} e_R \}
\end{aligned} \tag{1.39}$$

Podemos observar que a lagrangeana da corrente carregada  $\mathcal{L}_{I,L}^{CC}$  é dada pelos termos da diagonal secundária da equação (1.38), enquanto a neutra é dada pela diagonal principal da mesma equação.

### 1.3.1 A corrente Carregada

Antes de analisar a corrente carregada, devemos definir o campo  $W_\mu^\pm$

$$W_\mu^+ \equiv \frac{W_\mu^1 - iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad W_\mu^- \equiv \frac{W_\mu^1 + iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \tag{1.40}$$

Desse modo, a lagrangeana para a corrente carregada reescrita com o campo  $W_\mu^+$  é dada por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{I,L}^{CC} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \{ \bar{\nu}_{eL} \not{W}^+ e_L + \bar{e}_L \not{W}^- \nu_{eL} \} \\
&= -\frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e W_\mu^+ + H.c \\
&= -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_{W,L}^\mu W_\mu^+ + H.c
\end{aligned} \tag{1.41}$$

Cujo  $j_{W,L}^\mu$  é a corrente carregada leptônica, definida como

$$j_{W,L}^\mu = \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e = 2\bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L \tag{1.42}$$

Conforme dito anteriormente, o MP é constituído por 3 famílias de léptons, também chamadas de sabores, e seis quarks. Para introduzirmos todos os léptons e quarks, devemos primeiro definir

$$L'_{eL} = \begin{pmatrix} \nu'_e \\ e' \end{pmatrix}_L \quad L'_{\mu L} = \begin{pmatrix} \nu'_\mu \\ \mu' \end{pmatrix}_L \quad L'_{\tau L} = \begin{pmatrix} \nu'_\tau \\ \tau' \end{pmatrix}_L \quad (1.43)$$

$$Q'_1 = \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}_L \quad Q'_2 = \begin{pmatrix} c' \\ s' \end{pmatrix}_L \quad Q'_3 = \begin{pmatrix} t' \\ b' \end{pmatrix}_L \quad (1.44)$$

$$l'_{eR} \equiv e'_R, \quad l'_{\mu R} \equiv \mu'_R, \quad l'_{\tau R} \equiv \tau'_R \quad (1.45)$$

$$q'^U_{uR} \equiv u'_R, \quad q'^U_{cR} \equiv c'_R, \quad q'^U_{tR} \equiv t'_R \quad (1.46)$$

$$q'^D_{dR} \equiv d'_R, \quad q'^D_{sR} \equiv s'_R, \quad q'^D_{bR} \equiv b'_R \quad (1.47)$$

Os campos dessa forma não possuem massas definidas. Contudo, estes são constituídos por uma combinação linear dos campos com massa definida. Desse modo, a lagrangeana do MP para os três sabores de léptons e seis quarks é escrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{L}'_{\alpha L} \not{D} L'_{\alpha L} + i \sum_{\alpha=1,2,3} \bar{Q}'_{\alpha L} \not{D} Q'_{\alpha L} + i \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{l}'_{\alpha R} \not{D} l'_{\alpha R} \\ & + i \sum_{\alpha=d,s,b} \bar{q}'^D_{\alpha R} \not{D} q'^D_{\alpha R} + i \sum_{\alpha=u,c,t} \bar{q}'^U_{\alpha R} \not{D} q'^U_{\alpha R} \\ & - \frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + (D_\rho \Phi)^\dagger (D^\rho \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \\ & - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} (Y'_{\alpha\beta} \bar{L}'_{\alpha L} \Phi l'_{\beta R} + Y'^{l*}_{\alpha\beta} \bar{l}'_{\beta R} \Phi^\dagger L'_{\alpha L}) \\ & - \sum_{\alpha=1,2,3} \sum_{\beta=d,s,b} (Y'^D_{\alpha\beta} \bar{Q}'_{\alpha L} \Phi q'^D_{\beta R} + Y'^{D*}_{\alpha\beta} \bar{q}'^D_{\beta R} \Phi^\dagger Q'_{\alpha L}) \\ & - \sum_{\alpha=1,2,3} \sum_{\beta=u,c,t} (Y'^U_{\alpha\beta} \bar{Q}'_{\alpha L} \tilde{\Phi} q'^U_{\beta R} + Y'^{U*}_{\alpha\beta} \bar{\tilde{U}}'^D_{\beta R} \tilde{\Phi}^\dagger Q'_{\alpha L}) \end{aligned} \quad (1.48)$$

A qual também foi adicionada a lagrangeana para o campo escalar, também chamada de lagrangeana de Higgs, e a lagrangeana de Yukawa que é responsável por fornecer os termos de massa para as partículas. Descreveremos melhor as lagrangeanas adicionais e suas interações a partir da seção (1.4). A lagrangeana eletromagnética pode ser obtida utilizando as duas primeiras linhas da equação(1.48)

$$\mathcal{L}_I^\gamma = -e j_\gamma^\rho A_\rho \quad (1.49)$$

A corrente eletromagnética é dada por

$$j_\gamma^\rho = j_{\gamma,L}^\rho + j_{\gamma,Q}^\rho \quad (1.50)$$

$j_{\gamma,L}^\rho$  e  $j_{\gamma,Q}^\rho$  são as correntes eletromagnéticas para os léptons e quarks definida, respectivamente, como

$$j_{\gamma,Q}^\rho = \frac{2}{3} \sum_{\alpha=u,c,t} \bar{q}'^U_{\alpha} \gamma^\rho q'^U_{\alpha} - \frac{1}{3} \sum_{\alpha=d,s,b} \bar{q}'^D_{\alpha} \gamma^\rho q'^D_{\alpha} \quad (1.51)$$

$$j_{\gamma,L}^{\rho} = - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{l}' \gamma^{\rho} l'_{\alpha} \quad (1.52)$$

A primeira linha da equação(1.48) fornece a seguinte lagrangeana de interação para a corrente carregada

$$\mathcal{L}^{cc} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_W^{\rho} W_{\rho}^{+} + H.c \quad (1.53)$$

Assim como na corrente eletromagnética dos quarks e léptons,  $j_W^{\rho}$  é a soma das correntes carregadas para os léptons e para os quarks

$$j_W^{\rho} = j_{W,L}^{\rho} + j_{W,Q}^{\rho} \quad (1.54)$$

$$j_{W,L}^{\rho} = 2 (\bar{\nu}'_{eL} \gamma^{\rho} e'_L + \bar{\nu}'_{\mu L} \gamma^{\rho} \mu'_L + \bar{\nu}'_{\tau L} \gamma^{\rho} \tau'_L) \quad (1.55)$$

$$j_{W,Q}^{\rho} = 2 (\bar{u}'_L \gamma^{\rho} d'_L + \bar{c}'_L \gamma^{\rho} s'_L + \bar{t}'_L \gamma^{\rho} b'_L) \quad (1.56)$$

A corrente carregada para os léptons pode ser reescrita de forma mais compacta

$$j_{W,L}^{\rho} = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}'_{\alpha L} \gamma^{\rho} l'_{\alpha L} \quad (1.57)$$

$$l'_{eL} \equiv e'_L, \quad l'_{\mu L} \equiv \mu'_L, \quad l'_{\tau L} \equiv \tau'_L$$

Para que possamos reescrever as correntes e os termos de interações de forma mais conveniente utilizando os acoplamentos axial( $g_A$ ) e vetorial( $g_V$ ) devemos definir o operador de levantamento e abaixamento do isospin  $I_{\pm}$

$$I_{\pm} = I_1 \pm iI_2 \quad (1.58)$$

a partir do qual temos a seguinte relação:

$$[I_3, I_{\pm}] = \pm I_{\pm} \rightarrow I_3 I_{\pm} = I_{\pm} (I_3 \pm 1) \quad (1.59)$$

Para um auto estado de  $I$  e  $I_3$ , definido como  $|i, i_3\rangle$  com auto valores  $i$  e  $i_3$ , então se  $I_{\pm}$  atuar em  $|i, i_3\rangle$  criando o auto estado  $I_{\pm}|i, i_3\rangle$  esse,por sua vez, também deverá ser um auto estado de  $I$  e  $I_3$  cujos auto valores são  $i$  e  $i_3 \pm 1$

$$I_3 |i, i_3\rangle = i_3 |i, i_3\rangle \rightarrow I_3 I_{\pm} |i, i_3\rangle = (I_3 \pm 1) I_{\pm} |i, i_3\rangle \quad (1.60)$$

Escrevendo  $I_{\pm}$  na forma matricial na representação de dubletos

$$I_+ \rightarrow \frac{\sigma_+}{2} = \frac{\sigma_1 + i\sigma_2}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$I_- \rightarrow \frac{\sigma_-}{2} = \frac{\sigma_1 - i\sigma_2}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

Podemos observar que  $I_{\pm}$  levanta ou abaixa uma componente do dubleto no qual está atuando, aumentando ou diminuindo em uma unidade o auto-valor de  $I_3$ . A corrente carregada para os férmions pode ser escrita em termos dos operadores  $I_{\pm}$ .

$$j_{W,L}^{\rho} = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{L}'_{\alpha L} \gamma^{\rho} I_+ L'_{\alpha L} + 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{L}'_{\alpha L} \gamma^{\rho} I_- L'_{\alpha L}$$

$$j_{W,Q}^{\rho} = 2 \sum_{\alpha=1,2,3} \bar{Q}'_{\alpha L} \gamma^{\rho} I_+ Q'_{\alpha L} + 2 \sum_{\alpha=1,2,3} \bar{Q}'_{\alpha L} \gamma^{\rho} I_- Q'_{\alpha L} \quad (1.62)$$

Férmions	$g_L$	$g_R$	$g_V$	$g_A$
$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	$g_L^\nu = \frac{1}{2}$	$g_R^\nu = 0$	$g_V^\nu = \frac{1}{2}$	$g_A^\nu = \frac{1}{2}$
$e, \mu, \tau$	$g_L^l = -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W$	$g_R^l = \sin^2 \theta_W$	$g_V^l = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W$	$g_A^l = -\frac{1}{2}$
$u, c, t$	$g_L^U = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$g_R^U = -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$g_V^U = \frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$	$g_A^U = \frac{1}{2}$
$d, s, b$	$g_L^D = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$	$g_R^D = \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W$	$g_V^D = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$g_A^D = -\frac{1}{2}$

Tabela 1.2: Valores para as constantes de acoplamento  $g_L^{\nu,l,U,D}$ ,  $g_R^{\nu,l,U,D}$ ,  $g_V^{\nu,l,U,D}$  e  $g_A^{\nu,l,U,D}$

A lagrangeana de interação da corrente neutra obtida a partir das duas primeiras linhas da equação(1.48) nos fornece

$$\mathcal{L}_I^Z = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} j_Z^\rho Z_\rho \quad (1.63)$$

Por sua vez, a corrente neutra  $j_Z^\rho$  é a soma das correntes neutras dos léptons e dos quarks definida como

$$\begin{aligned} j_Z^\rho &= j_{Z,L}^\rho + j_{Z,Q}^\rho \\ j_{Z,L}^\rho &= 2g_L^\nu \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}'_{\alpha L} \gamma^\rho \nu'_{\alpha L} + 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} (g_L^l \bar{l}'_{\alpha L} \gamma^\rho l'_{\alpha L} + g_R^l \bar{l}'_{\alpha R} \gamma^\rho l'_{\alpha R}) \\ j_{Z,L}^\rho &= 2 \sum_{\alpha=u,c,t} (g_L^U \bar{q}'_{\alpha L} \gamma^\rho q'_{\alpha L} + g_R^U \bar{q}'_{\alpha R} \gamma^\rho q'_{\alpha R}) + 2 \sum_{\alpha=d,s,b} (g_L^D \bar{q}'_{\alpha L} \gamma^\rho q'_{\alpha L} + g_R^D \bar{q}'_{\alpha R} \gamma^\rho q'_{\alpha R}) \end{aligned} \quad (1.64)$$

Definindo os seguintes campos

$$\begin{aligned} q'_{uL}{}^U &\equiv u'_L & q'_{cL}{}^U &\equiv c'_L & q'_{tL}{}^U &\equiv t'_L \\ q'_{uR}{}^U &\equiv u'_R & q'_{cR}{}^U &\equiv c'_R & q'_{tR}{}^U &\equiv t'_R \\ q'_{dL}{}^D &\equiv d'_L & q'_{sL}{}^D &\equiv s'_L & q'_{bL}{}^D &\equiv b'_L \\ q'_{dR}{}^D &\equiv d'_R & q'_{sR}{}^D &\equiv s'_R & q'_{bR}{}^D &\equiv b'_R \end{aligned} \quad (1.65)$$

Os valores para as constantes  $g_L^{\nu,l,U,D}$  e  $g_R^{\nu,l,U,D}$  são dados pela equação(1.78) e estão listados na tabela abaixo. A corrente neutra será abordada de forma mais detalhada na próxima seção.

### 1.3.2 A corrente Neutra

Considerando agora a lagrangeana da corrente neutra  $\mathcal{L}_{I,L}^{CN}$ , devemos incluir as interações eletromagnéticas descritas pela lagrangeana da eletrodinâmica quântica(QED):

$$\mathcal{L}_{I,L}^\gamma = -e j_{\gamma,L}^\mu A_\mu \quad (1.66)$$

sendo  $e$  a carga elétrica elementar,  $A_\mu$  é o campo eletromagnético e  $j_{\gamma,L}^\mu$  é a corrente leptônica eletromagnética, definida como:

$$j_{\gamma,L}^\mu = -\bar{e} \gamma^\mu e \quad (1.67)$$

A lagrangeana da QED pode ser obtida como parte da lagrangeana da corrente neutra expressando o termo do campo  $A^\mu$  como uma combinação linear de  $W_3^\mu$  e  $B^\mu$ .  $Z^\mu$  também pode ser escrito como uma combinação de  $W_3^\mu$  e  $B^\mu$  desde que  $Z^\mu$  seja ortogonal a  $A^\mu$

$$A_\mu = \sin \theta_W W_3^\mu + \cos \theta_W B^\mu \quad (1.68)$$

$$Z^\mu = \cos \theta_W W_3^\mu - \sin \theta_W B^\mu \quad (1.69)$$

O ângulo  $\theta_W$  é chamado de ângulo de Weinberg[14] e foi introduzido pela primeira vez por Glashow em 1961[15]. Ele é usado para obtermos a lagrangeana da QED que descreve o acoplamento entre os campos eletromagnéticos e fermiônicos. Substituindo  $A_\mu$  e  $Z_\mu$  em  $\mathcal{L}_{I,L}^{CN}$  na equação (1.39)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I,L}^{CN} = & -\frac{1}{2} \{ \bar{\nu}_{eL} [(g \cos \theta_W + g' \sin \theta_W) \not{Z} + (g \sin \theta_W - g' \cos \theta_W) \not{A}] \nu_{eL} \\ & - \bar{e}_L [(g \cos \theta_W - g' \sin \theta_W) \not{Z} + (g \sin \theta_W + g' \cos \theta_W) \not{A}] e_L \\ & - 2g' \bar{e}_R [-\sin \theta_W \not{Z} + \cos \theta_W \not{A}] e_R \} \end{aligned} \quad (1.70)$$

Os neutrinos, por serem partículas eletricamente neutras, não se acoplam ao campo eletromagnético. Dessa maneira, podemos determinar, a partir do termo correspondente ao acoplamento do neutrino com o campo eletromagnético, uma importante relação entre as constantes  $g$  e  $g'$  com o ângulo de weinberg

$$(g \sin \theta_W - g' \cos \theta_W) = 0 \quad \implies \quad \tan \theta_W = \frac{g'}{g} \quad (1.71)$$

Substituindo (1.71) em (1.70) temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I,L}^{CN} = & -\frac{g}{2 \cos \theta_W} \{ \bar{\nu}_{eL} \not{Z} \nu_{eL} - (1 - 2 \sin^2 \theta_W) \bar{e}_L \not{Z} e_L + 2 \sin^2 \theta_W \bar{e}_R \not{Z} e_R \\ & + g \sin \theta_W \bar{e} \not{A} e \} \end{aligned} \quad (1.72)$$

O último termo da equação (1.72) nos fornece o acoplamento do elétron com o campo eletromagnético, que coincide com a lagrangeana de interação da QED descrita anteriormente na equação (1.66)

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e \quad (1.73)$$

Note que foi utilizada a relação descrita na equação (1.73), combinando  $g$  e  $g'$  em uma única equação

$$\begin{aligned} (g \sin \theta_W)^2 + (g' \cos \theta_W)^2 &= e^2 \\ g^2 + g'^2 &= e^2 \end{aligned} \quad (1.74)$$

A lagrangeana da corrente neutra pode ser escrita como a soma de duas lagrangeanas, uma que descreve as interações por parte da QED e outra que descreve a corrente neutra "fraca"

$$\mathcal{L}_{I,L}^{NC} = \mathcal{L}_{I,L}^\gamma + \mathcal{L}_{I,L}^Z \quad (1.75)$$

$\mathcal{L}_{I,L}^Z$  é dado por:

$$\mathcal{L}_{I,L}^Z = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} j_{Z,L}^\mu Z_\mu \quad (1.76)$$

$j_{Z,L}^\mu$  é a corrente neutra "fraca" para léptons e é definida com

$$j_{Z,L}^\mu = 2g_L^{\nu} \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu \nu_{eL} + 2g_L^l \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + 2g_R^l \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \quad (1.77)$$

As novas constantes  $g_L^{\nu}, g_L^l$  e  $g_R^{\nu}$  têm seus valores determinados pela equação (1.78). De forma mais geral, os valores dos coeficientes  $g_L^f$  e  $g_R^f$  para um campo fermiônico são dados pela seguinte relação

$$\begin{aligned} g_L^f &= \tau_3^f - q^f \sin^2 \theta_W \\ g_R^f &= -q^f \sin^2 \theta_W \end{aligned} \quad (1.78)$$

$\tau_3^f$  é a componente do isospin do férmion e  $q^f$  é sua carga elétrica em unidades da carga elementar  $e$ . Devido à mistura dos campos  $W_3^\mu$  e  $B^\mu$ , pode-se observar que as interações entre férmions carregados na corrente neutra "fraca" envolvem tanto férmions de mão-esquerda quanto de mão direita. Entretanto, a interação da componente de mão direita é proporcional à carga elétrica e a  $\sin^2 \theta_W$ . A corrente neutra fraca para léptons pode ser reescrita em função dos acoplamentos axial  $g_A^{\nu,L}$  e vetorial  $g_V^{\nu,L}$  para os neutrinos, assim como para os léptons carregados

$$j_{Z,L}^\mu = \bar{\nu}_e \gamma^\mu (g_V^\nu - g_A^\nu \gamma^5) \nu_e + \bar{e} \gamma^\mu (g_V^l - g_A^l \gamma^5) e \quad (1.79)$$

De forma mais geral, os valores  $g_A^f$  e  $g_V^f$  para um campo fermiônico  $f$ , são dados por

$$g_A^f = g_L^f - g_R^f = \tau_3^f \quad (1.80)$$

$$g_V^f = g_L^f + g_R^f = \tau_3^f - 2q^f \sin^2 \theta_W \quad (1.81)$$

Para os Quarks, temos a seguinte lagrangeana de interação:

$$\mathcal{L}_{I,Q} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{d} \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} g \cdot W_3 + \frac{1}{3} g' \hat{B} & g (W_1 - iW_2) \\ g (W_1 + iW_2) & -g \cdot W_3 + \frac{1}{3} g' \hat{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L - \frac{2}{3} g' \bar{u}_R \hat{B} u_R + \frac{1}{3} g' \bar{d}_R \hat{B} d_R \quad (1.82)$$

Realizando o mesmo procedimento utilizado nos léptons para determinar a corrente carregada

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I,Q}^{CC} &= -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_{W,Q}^\mu W_\mu + H.c. \\ j_{W,Q}^\mu &= \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) d = 2\bar{u}_L \gamma^\mu d_L \end{aligned} \quad (1.83)$$

$j_{W,Q}^\mu$  é a corrente carregada dos quarks. A lagrangeana de interação da corrente neutra para os quarks pode ser dividida, assim como foi feita com os léptons, em duas partes: uma para a interação eletromagnética e outra para a interação fraca

$$\mathcal{L}_{I,Q}^{CN} = \mathcal{L}_{I,Q}^Z + \mathcal{L}_{I,Q}^\gamma \quad (1.84)$$

$$\mathcal{L}_{I,Q}^Z = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} j_{Z,Q}^\mu Z_\mu \quad (1.85)$$

$$\mathcal{L}_{I,Q}^\gamma = -e j_{\gamma,Q}^\mu A_\mu \quad (1.86)$$

A corrente eletromagnética dos quarks  $j_{Z,Q}^\mu$  é dada por:

$$j_{\gamma,Q}^\mu = \frac{2}{3} \bar{u} \gamma^\mu u - \frac{1}{3} \bar{d} \gamma^\mu d \quad (1.87)$$

A corrente neutra "fraca"  $j_{Z,Q}^\mu$  é:

$$\begin{aligned} j_{Z,Q}^\mu &= 2g_L^U \bar{u}_L \gamma^\mu u_L + 2g_R^U \bar{u}_R \gamma^\mu u_R + 2g_L^D \bar{d}_L \gamma^\mu d_L + 2g_R^D \bar{d}_R \gamma^\mu d_R \\ &= \bar{u} \gamma^\mu (g_V^U - g_A^U \gamma^5) u + \bar{d} \gamma^\mu (g_V^D - g_A^D \gamma^5) d \end{aligned} \quad (1.88)$$

## 1.4 O mecanismo de Higgs e a quebra espontânea de simetria

No modelo Padrão(MP) é necessário gerar as massas para os bósons de gauge W e Z, bem como para os férmions. Contudo, o fóton deve continuar sem massa para que a QED se mantenha como uma simetria exata. Podemos gerar essas massas por meio do mecanismo de Higgs[33,34,35,36,37,38]. Portanto, precisamos introduzir um campo escalar com ao menos 3 graus de liberdade. O candidato mais simples é o dubleto escalar complexo  $\Phi$  representado abaixo

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad Y_\phi = +1 \quad (1.89)$$

$\phi^+$  é um campo escalar complexo carregado e  $\phi^0$  é um campo escalar complexo neutro. Adicionando um novo termo invariante na lagrangeana do campo escalar

$$\mathcal{L}_S = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi), \quad V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2. \quad (1.90)$$

$\mu^2$  é chamado de termo de massa. Se o termo de massa for positivo, então o potencial  $V(\Phi)$  também será positivo.  $\lambda$  é chamado de auto-acoplamento, se ele for positivo, condição necessária para que o potencial seja limitado por baixo, o mínimo do potencial pode ser obtido por meio de seu valor esperado  $\langle 0|\phi|0\rangle \equiv \phi_0 = 0$ . Contudo, se  $\mu^2 < 0$ , a componente neutra desenvolverá um valor esperado no vácuo(VEV) diferente de zero. A componente carregada não deve desenvolver VEV para preservar  $U(1)_{QED}$ .

$$\langle \Phi \rangle \equiv \langle 0|\Phi|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad v = \left( -\frac{\mu^2}{\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.91)$$

Ao fazermos  $\mu^2 < 0$ , induzimos a quebra espontânea de simetria do grupo  $SU_L(2) \otimes U_Y(1) \rightarrow U(1)_{QED}$ ,  $U(1)_{QED}$  é o grupo de simetria associado às interações eletromagnéticas e à conservação da carga elétrica. Em teoria quântica de campos o valor mínimo de um potencial corresponde ao vácuo, o qual é o estado de mais baixa energia. As partículas correspondem aos modos de excitações quantizadas acima do vácuo. Campos de férmions e bósons vetoriais, os quais carregam spin diferente de zero, devem ter um valor esperado no vácuo igual a zero a fim de preservar a invariância sobre rotação espacial, caso contrário teríamos uma direção de spin privilegiada. Campos escalares carregados também devem ter o valor esperado no vácuo igual a zero, dado que o vácuo é eletricamente neutro. Por outro lado, o campo escalar neutro pode ter um valor diferente de zero no vácuo, o qual é chamado de valor esperado do vácuo ou VEV. A simetria  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$  é quebrada espontaneamente pelo VEV.

$$\begin{aligned} T_1 \langle \Phi \rangle &= \frac{\sigma_1}{2} \langle \Phi \rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \\ T_2 \langle \Phi \rangle &= \frac{\sigma_2}{2} \langle \Phi \rangle = -\frac{i}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \\ T_3 \langle \Phi \rangle &= \frac{\sigma_3}{2} \langle \Phi \rangle = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \end{aligned} \quad (1.92)$$

Para a carga elétrica, temos:

$$Q \langle \Phi \rangle = \left( \tau_3 + \frac{Y}{2} \right) \langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = 0 \quad (1.93)$$

Portanto, o vácuo é invariante sobre a transformação de gauge pertencente ao grupo  $U(1)_{QED}$ . Essa invariância garante a existência de um bóson de gauge sem massa associado ao grupo  $U(1)_{QED}$ , chamado de fóton. É importante não gerar nenhum tipo de confusão com a expressão "Quebra espontânea de simetria". A lagrangeana do MP é perfeitamente simétrica. A simetria é quebrada apenas pelo vácuo, e, conseqüentemente, os estados físicos, obtidos por excitações dos campos acima do vácuo, não manifestam a simetria da lagrangeana. É mais apropriado dizer que a simetria torna-se oculta. Para obtermos as propriedades físicas das partículas após a quebra de simetria  $SU_L(2) \otimes U_Y(1) \rightarrow U(1)_{QED}$ , é mais conveniente escrever o dubleto de Higgs na seguinte forma:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(\frac{i}{2v} \underline{\xi}(x) \underline{\sigma}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix} \quad (1.94)$$

Com  $\underline{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ .  $\underline{\xi}(x) = (\xi_1(x), \xi_2(x), \xi_3(x))$  e  $H(x)$  são os quatro campos escalares. Devido ao campo escalar possuir dimensão de energia, é necessária a presença de  $v$  no argumento da exponencial. O campo  $H(x)$  descreve o bóson de Higgs físico, obtido por meio da excitação do campo de Higgs neutro, que é o mesmo escalar neutro descrito anteriormente. Por outro lado  $\underline{\xi}(x)$  não representam campos físicos, porque eles podem ser rotacionados por meio de uma transformação de gauge

$$\begin{aligned} \Phi &\rightarrow \Phi' = U(\underline{\theta}(x), \eta(x)) \Phi = e^{\frac{i}{2}\underline{\theta}(x) \cdot \underline{\sigma} + \frac{i}{2}\eta(x)} \Phi \\ \underline{\theta}(x) &= -\frac{1}{v} \underline{\xi}(x), \quad \eta(x) = 0 \end{aligned} \quad (1.95)$$

O calibre unitário é definido por essa transformação. No calibre unitário, o dubleto de Higgs é representado por:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix} \quad (1.96)$$

A derivada covariante

$$\begin{aligned} D_\mu(x) \Phi(x) &= \left[ \partial_\mu + \frac{i}{2} g W_\mu^a \sigma_a + \frac{i}{2} g' B_\mu(x) \right] \Phi \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} g W_\mu(x) (v + H(x)) \\ \partial_\mu H(x) - \frac{i}{2} \frac{g}{\cos \theta_W} Z_\mu(x) [v + H(x)] \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.97)$$

A lagrangeana do campo escalar no calibre unitário, por outro lado é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{escalar} &= \frac{1}{2} (\partial_\mu H) (\partial^\mu H) + \frac{g^2}{4} (v + H)^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} (v + H)^2 Z_\mu Z^\mu \\ &\quad - \frac{\lambda}{4} (H^2 + 2vH)^2 \end{aligned} \quad (1.98)$$

Expandindo os termos entre parênteses, temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{escalar} &= \frac{1}{2} (\partial_\mu H) (\partial^\mu H) - \lambda v^2 H^2 - \lambda v H^3 - \frac{\lambda}{4} H^4 + \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{g^2 v^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu \\ &\quad + \frac{g^2 v}{2} W_\mu^- W^{+\mu} H + \frac{g^2 v}{4 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu H \\ &\quad + \frac{g^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} H^2 + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu H^2 \end{aligned} \quad (1.99)$$

O primeiro termo é o termo cinético do bóson de Higgs. O segundo termo é o termo de massa para o bóson de Higgs. Por meio dele a massa do bóson de Higgs é dada por:

$$m_H = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2} \quad (1.100)$$

Desde que  $\mu^2$  seja um parâmetro negativo especificamente introduzido no MP, seu valor não é conectado com outras quantidades já mensuradas. Assim o MP não fornece uma previsão para o valor da massa do bóson de Higgs. Esse valor deve ser determinado experimentalmente. Os terceiro e quartos termos produzem, respectivamente, os auto-acoplamentos tri-lineares e quadri-lineares. O quinto e o sexto termos são de fundamental importância, pois fornecem os valores de massas para os bósons W e Z

$$m_W = \frac{gv}{2} \quad m_Z = \frac{gv}{2 \cos \theta_W} \quad (1.101)$$

A relação entre as massas dos bósons W e Z define um parâmetro amplamente utilizado para medir a força relativa dos processos decorrentes da corrente neutra(CN) e carregada(CC). Esse parâmetro é chamado de  $\rho$  e é definido como

$$\rho = \frac{m_W^2}{m_Z^2 \cos^2 \theta_W} \quad (1.102)$$

Para um modelo com apenas um dubleto escalar seu valor é  $\rho = 1$ . o setor de Higgs no MP pode ser estendido pela inclusão de novos multipletos de Higgs, junto com o dubleto de escalar representado na equação (1.89), cada qual com valores esperados do vácuo que contribuem com as massas dos bósons W e Z através do mecanismo de Higgs. Para um número arbitrário desses multipletos  $\Phi_K$ , incluindo o dubleto de Higgs[16],  $\rho$  é dado por:

$$\rho = \frac{\sum_k [\tau^k (\tau^k + 1) - \tau_3^k] v_k^2}{2 \sum_k \tau_3^k v_k^2} \quad (1.103)$$

$\tau^k$  é o isospin do multipleto de Higgs  $\Phi_k$  e  $\tau_3^k$  é a terceira componente do isospin de  $\Phi_k$  o qual possui um valor esperado no vácuo  $v_k$ . A equação (1.103) implica em  $\rho = 1$  para qualquer dubleto de Higgs. O valor experimental de  $\rho$  é[39]:

$$\rho = 0.9998_{-0.0005}^{+0.0008} \quad (1.104)$$

Podemos observar que está em excelente acordo com o valor previsto teoricamente, contudo, os dados experimentais deixam aberta apenas a possibilidade de haver outros dubletos de higgs, além do dubleto usual que gera as massas dos bósons W e Z através do mecanismo de higgs.

## 1.5 As Massas dos Férmions

No Modelo Padrão, as massas dos férmions surgem como resultado do mecanismo de Higgs através da presença dos acoplamentos de Yukawa entre os campos fermiônicos e o dubleto de Higgs<sup>3</sup>. Esse acoplamento carrega consigo a constante de acoplamento de Yukawa. O termo de massa de um férmion envolve o acoplamento entre um campo

---

<sup>3</sup>Nos referimos ao dubleto de Higgs como o dubleto escalar, já no calibre unitário, demonstrado na sessão anterior

com partículas de mão esquerda e outro com partículas de mão direita. Assim fica claro o motivo de os neutrinos no MP não serem massivos, pois o campo dos neutrinos não possui a componente de mão direita, logo os neutrinos não se acoplam ao Higgs no MP. Considerando o produto entre os léptons carregados  $\bar{L}'_{\alpha L} l'_{\beta R}$  com  $\alpha, \beta = \mu, e, \tau$ , são os dubletos de isospin com hipercarga  $Y=-1$ , O dubleto de Higgs tem hipercarga  $Y=+1$ , a lagrangeana de Yukawa para os léptons é definida como:

$$\mathcal{L}_{Y,L} = - \sum_{\alpha\beta=e,\mu,\tau} Y_{\alpha\beta}^l \bar{L}'_{\alpha L} \Phi l'_{\beta R} + H.c \quad (1.105)$$

A lagrangeana de Yukawa é invariante sobre  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ . A matriz dos acoplamentos de Yukawa  $Y^l$  é, em geral, uma matriz complexa  $3 \times 3$ . Utilizando o calibre unitário, o dubleto de Higgs dado pela equação(1.96).

$$\mathcal{L}_{Y,L} = - \left( \frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \sum_{\alpha,\beta} Y_{\alpha\beta}^l \bar{l}'_{\alpha L} \Phi l'_{\beta R} + H.c \quad (1.106)$$

O termo proporcional a  $v$  do dubleto de Higgs nos dá a massa para os férmions carregados. o termo proporcional ao campo  $H$  é o acoplamento tri-linear entre dois férmions carregados e um bóson de Higgs. Os léptons carregados, por sua vez, estão em uma base diagonal. Portanto, as componentes de  $\mathbf{l}_L$  e  $\mathbf{l}_R$  são os campos para os léptons carregados já com os auto estados de massa definida. A lagrangeana de Yukawa pode, então, ser reescrita como

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{y^l v}{\sqrt{2}} \bar{l}_\alpha l_\alpha - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{y^l}{\sqrt{2}} \bar{l}_\alpha H l_\alpha \quad (1.107)$$

$$l_\alpha \equiv l_{\alpha L} + l_{\alpha R}$$

Os campos dos léptons carregados com massa definida são representados

$$l_e \equiv e, \quad l_\mu \equiv \mu, \quad l_\tau \equiv \tau \quad (1.108)$$

O primeiro termo da equação(1.107) nos dá o termo de massa para os léptons carregados, cujos valores podem ser deduzidos por meio da seguinte relação

$$m_\alpha = \frac{y_\alpha^l v}{\sqrt{2}} \quad \alpha = e, \mu, \tau \quad (1.109)$$

Os coeficiente  $y_e^l, y_\mu^l, y_\tau^l$  são parâmetros desconhecidos do MP, portanto, as massas para os léptons carregados não podem ser previstas. Contudo elas podem ser obtidas através de métodos experimentais.

O Segundo termo da equação(1.107) é o acoplamento tri-linear entre o bóson de Higgs com os léptons carregados. Esse acoplamento é proporcional à massa dos léptons, conforme pode ser visto na equação abaixo:

$$- \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{m_\alpha}{v} \bar{l}_\alpha l_\alpha H \quad (1.110)$$

### 1.5.1 A Corrente Neutra e Carregada Após A QES

Com o intuito de investigarmos melhor os efeitos da quebra espontânea de simetria nas correntes leptônicas, tanto neutra como carregada, vamos definir o seguinte arranjo para os neutrinos:

$$\nu'_L = \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}_L \quad (1.111)$$

A corrente carregada pode então ser reescrita na forma

$$j_{W,L}^\rho = 2\bar{\nu}'_L \gamma^\rho \mathbf{1}'_L = 2\bar{\nu}'_L \gamma^\rho V_L^l \mathbf{1}_L \quad (1.112)$$

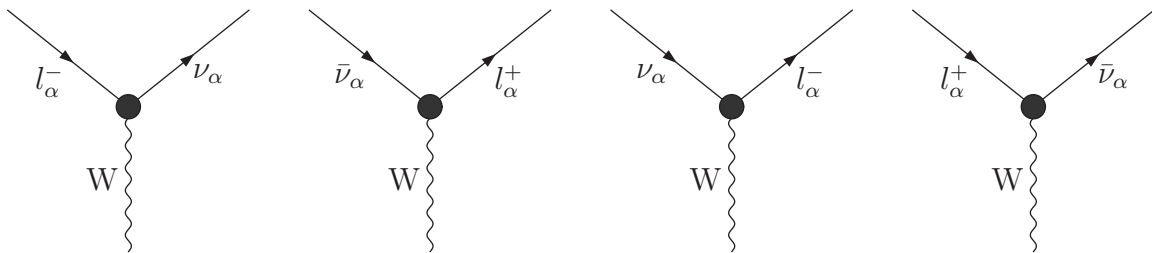
Assumindo que podemos transformar os campos dos neutrinos, temos:

$$\nu_L = V_L^{l\dagger} \nu'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L \quad (1.113)$$

$V_L^l$  e  $V_R^l$  são matrizes unitárias 3x3 e possuem a seguinte propriedade  $V_L^{l\dagger} = (V_L^l)^{-1}$  e  $V_R^{l\dagger} = (V_R^l)^{-1}$ . A corrente leptônica pode ser escrita em termos dos neutrinos  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  e dos léptons carregados já com as massas definidas.

$$j_{W,L}^\rho = 2\bar{\nu}_L \gamma^\rho \mathbf{1}_L = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\rho l_{\alpha L} \quad (1.114)$$

As componentes  $\nu_e, \nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  são ditos estados de sabores do campo dos neutrinos. Na corrente carregada, cada componente do campo dos neutrinos acopla-se apenas com o lépton carregado correspondente, de modo que o neutrino  $\nu_e$ , chamado de neutrino do elétron, acopla-se apenas com o elétron, da mesma forma para as demais componentes. O campo de neutrinos com seus respectivos estados de sabor foi definido na equação(1.113) de modo a satisfazer essa propriedade. Com a corrente carregada leptônica descrita na equação(1.114), a parte que envolve léptons na lagrangeana da corrente carregada, descrita na equação(1.41), apresenta acoplamentos tri-lineares entre o bóson W e os léptons conforme os diagramas abaixo:



A corrente  $j_{W,L}^\rho$  conecta cada lépton carregado com seu respectivo neutrino de mesmo estado de sabor. Desde que o número leptônico do elétron  $L_e$ , do muon  $L_\mu$  e do tau  $L_\tau$ , mostrados na tabela abaixo, sejam conservados. Também há uma consequência trivial com relação ao número leptônico total, que também é conservado

$$L = L_e + L_\mu + L_\tau \quad (1.115)$$

A conservação de cada número leptônico  $L_\alpha$  é descrita através do teorema de

	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$
$(\nu_e, e^-)$	+1	0	0
$(\nu_\mu, \mu^-)$	0	+1	0
$(\nu_\tau, \tau^-)$	0	0	+1

Tabela 1.3: Valores dos números leptônicos para o eletron, múon e tau

	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$
$(\bar{\nu}_e, e^+)$	-1	0	0
$(\bar{\nu}_\mu, \mu^+)$	0	-1	0
$(\bar{\nu}_\tau, \tau^+)$	0	0	-1

Tabela 1.4: Valores dos números leptônicos para o pósitron, antimúon e antitau

Noether para a lagrangeana invariante sobre a transformação global U(1)

$$\nu_L \rightarrow e^{i\phi_\alpha} \nu_{\alpha L}, \quad l_L \rightarrow e^{i\phi_\alpha} l_{\alpha L} \quad l_R \rightarrow e^{i\phi_\alpha} l_{\alpha R} \quad (1.116)$$

A corrente carregada associada é

$$j_\alpha^\rho = \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\rho \nu_{\alpha L} + \bar{l}_\alpha \gamma^\rho l_\alpha \quad (1.117)$$

A corrente leptônica conservada é dada por:

$$\partial_0 L_\alpha = 0 \quad L_\alpha = \int d^3 x j_\alpha^0(x) \quad (1.118)$$

Fazendo a transformada de Fourier na equação(1.112) para o campo dos léptons  $l_\alpha(x)$  e no campo dos neutrinos de mão-esquerda  $\nu_\alpha(x)$ , ordenando normalmente<sup>4</sup> os campos, obtemos, então, o operador de número leptônico

$$\begin{aligned} : L_\alpha : &= \int \frac{d^3}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} [a_{\nu_\alpha}^{(-)\dagger}(p) a_{\nu_\alpha}^{(-)}(p) - b_{\nu_\alpha}^{(+)\dagger}(p) b_{\nu_\alpha}^{(+)}(p)] \\ &+ \int \frac{d^3}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} \sum_{i=\pm 1} [a_{l_\alpha}^{(i)\dagger}(p) a_{l_\alpha}^{(i)}(p) - b_{l_\alpha}^{(i)\dagger}(p) b_{l_\alpha}^{(i)}(p)] \end{aligned} \quad (1.119)$$

A contribuição do neutrino para o operador  $: L_\alpha :$  está em acordo com o fato de que o campo  $\nu_{\alpha L}$  é descrito apenas por neutrinos com helicidade negativa e anti-neutrinos com helicidade positiva.

Considerando agora a corrente neutra descrita pelos campos leptônicos

$$j_{Z,L}^\rho = 2g_L^\nu \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}'_{\alpha L} \gamma^\rho \nu'_{\alpha L} + 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} (g_L^l \bar{l}'_{\alpha L} \gamma^\rho l'_{\alpha L} + g_R^l \bar{l}'_{\alpha R} \gamma^\rho l'_{\alpha R}) \quad (1.120)$$

Reescrevendo em termos dos auto estados de massa, como demonstrado para a corrente carregada, temos, então

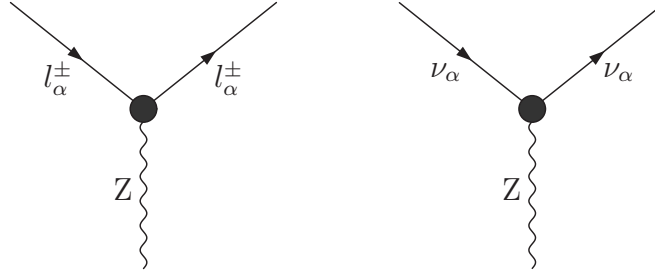
$$\begin{aligned} j_{Z,L}^\rho &= 2g_L^\nu \bar{\nu}_L V_L^{l\dagger} \gamma^\rho V_L^l \nu_L + 2g_L^l \bar{l}_L V_L^{l\dagger} \gamma^\rho V_L^l l + 2g_R^l \bar{l}_R V_R^{l\dagger} \gamma^\rho V_R^l l \\ &= 2g_L^\nu \bar{\nu}_L \gamma^\rho \nu_L + 2g_L^l \bar{l} \gamma^\rho l + 2g_R^l \bar{l} \gamma^\rho l \end{aligned} \quad (1.121)$$

<sup>4</sup>A ordenação normal dos campos é feita de modo que um campo que produz uma partícula sempre está a esquerda de um campo que aniquila partículas

Podemos inferir que a expressão para a corrente neutra com os campos  $\nu'_L$  é a mesma para os campos  $\nu_L$ . Esse fenômeno é chamado de mecanismo GIM[17], o qual também funciona para o caso da corrente eletromagnética para os léptons. Esta pode ser escrita em termos dos estados de massa dos léptons carregados

$$j_{\gamma L}^\rho = - \sum_{\alpha} \bar{l}_{\alpha} \gamma^{\rho} l_{\alpha} \quad (1.122)$$

O acoplamento tri-linear dos léptons com o bóson de gauge Z estão representados nos diagramas abaixo



Vamos considerar agora a lagrangeana com os termos de massa para os quarks. Assim como nos léptons, o produto entre os campos dos quarks de mão esquerda e direita é que fornece os termos de massa. A partir dos dubletos de mão esquerda e dos singletos de mão direita, podemos escrever dois tipos de produtos entre esses campos

$$\begin{aligned} Q'_{1L} &\equiv \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}_L & Q'_{2L} &\equiv \begin{pmatrix} c' \\ s' \end{pmatrix}_L & Q'_{3L} &\equiv \begin{pmatrix} t' \\ b' \end{pmatrix}_L \\ q'_{uR} &= u'_R, & q'_{cR} &= c'_R, & q'_{tR} &= t'_R \\ q'_{dR} &= d'_R, & q'_{sR} &= s'_R, & q'_{bR} &= b'_R \end{aligned} \quad (1.123)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}'_{\alpha L} q'_{\beta R} & \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad \beta = u, c, t \\ \bar{Q}'_{\alpha L} q'_{\beta R} & \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad \beta = d, s, b \end{aligned} \quad (1.124)$$

O produto  $\bar{Q}'_{\alpha L} q'_{\beta R}$  carrega o valor de hipercarga  $Y=-1$  podendo, assim, ser acoplado ao Higgs que possui hipercarga  $Y=+1$ , de modo que a lagrangeana de Yukawa torna-se invariante sobre  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ ,

$$- \sum_{\alpha=1,2,3;\beta=d,s,b} Y'^D_{\alpha\beta} \bar{Q}'_{\alpha L} \Phi q'_{\beta R} \quad (1.125)$$

$Y'^D$  é a uma matriz complexa 3x3 dos acoplamentos de Yukawa. Esse termo da Lagrangeana de Yukawa dos quarks é análogo à lagrangeana de Yukawa para os léptons da equação(1.105) e fornece as massas para os quarks d,s e b. No gauge unitário e utilizando o dubleto de Higgs descrito na equação(1.96), o termo da equação(1.125) torna-se

$$- \left( \frac{v + H}{\sqrt{2}} \right) \sum_{\alpha,\beta=d,s,b} Y'^D_{\alpha\beta} \bar{q}'_{\alpha L} q'_{\beta R} \quad (1.126)$$

Com  $Y'^D_{d\beta} \equiv Y'^D_{1\beta}$ ,  $Y'^D_{s\beta} \equiv Y'^D_{2\beta}$ ,  $Y'^D_{b\beta} \equiv Y'^D_{3\beta}$ . Os termos proporcionais a  $v$  fornecem as massas dos quarks d,s e b.

O produto  $\bar{Q}'_{\alpha L} q'_{\beta R}{}^U$  possui hipercarga  $Y=+1$ . Para acoplarmos ao Higgs temos que encontrar um dubleto de Higgs com hipercarga  $Y=-1$  para que a lagrangeana de Yukawa seja invariante sobre  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ . Esse tipo de dubleto pode ser obtido a partir do dubleto da equação(1.96) fazendo a seguinte transformação

$$\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^* \quad (1.127)$$

Podemos observar que sobre uma transformação de gauge do tipo  $g(\underline{\theta}(x), \eta(x)) \in SU_L(2) \otimes U_Y(1)$  com  $\underline{\theta}(x) = (\theta_1(x), \theta_2(x), \theta_3(x))$

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi} &\rightarrow i\sigma_2 e^{-i\underline{\theta}(x)\underline{\tau}^* \frac{1}{2} - i\frac{\eta(x)}{2}} \Phi^* = \left( \tau_2 e^{-i\underline{\theta}(x)\underline{\sigma}^* \frac{1}{2} - i\frac{\eta(x)}{2}} \tau_2 \right) i\tau_2 \Phi^* \\ &= e^{\frac{i}{2}\underline{\theta}(x)\underline{\sigma} - i\frac{\eta(x)}{2}} \tilde{\Phi} \end{aligned} \quad (1.128)$$

Foi usada a propriedade  $\sigma_2 \underline{\sigma}^* \sigma_2 = -\underline{\sigma}$ . Deste modo  $\tilde{\Phi}$  se transforma como um dubleto de isospin de hipercarga  $Y=-1$ .

$$- \sum_{\alpha=1,2,3; \beta=u,c,t} Y'_{\alpha\beta}{}^U \bar{Q}'_{\alpha L} \tilde{\Phi} \quad (1.129)$$

Fazendo novamente a escolha do calibre unitário para  $\tilde{\Phi}$ , temos

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + H(x) \\ 0 \end{pmatrix} \\ &- \left( \frac{v + H}{\sqrt{2}} \right) \sum_{\alpha, \beta=u,c,t} Y'_{\alpha\beta}{}^U \bar{q}'_{\alpha L} q'_{\beta R}{}^U \end{aligned} \quad (1.130)$$

$Y'_{u\beta}{}^U \equiv Y'_{1\beta}{}^U$ ,  $Y'_{c\beta}{}^U \equiv Y'_{2\beta}{}^U$ ,  $Y'_{t\beta}{}^U \equiv Y'_{3\beta}{}^U$ . Os termos proporcionais a  $v$  fornecem as massa para os quarks u, c e t.

Agrupando todos os termos invariantes de gauge das equações (1.130) e (1.126) temos a lagrangeana de Yukawa para os quarks no gauge unitário

$$\mathcal{L}_{Y,Q} = -\frac{v + H}{\sqrt{2}} \left[ \sum_{\alpha, \beta=d,s,b} Y'_{\alpha\beta}{}^D \bar{q}'_{\alpha L} q'_{\beta R}{}^D + \sum_{\alpha, \beta=u,c,t} Y'_{\alpha\beta}{}^U \bar{q}'_{\alpha L} q'_{\beta R}{}^U \right] + H.c \quad (1.131)$$

Entretanto as matrizes complexas  $Y'^D$  e  $Y'^U$ , em geral, não são diagonais. Logo, os campos dos quarks  $q'^D$  e  $q'^U$  não possuem massas definidas. Para que possamos definir as massas dos campos dos quarks, devemos diagonalizar as matrizes  $Y'^D$  e  $Y'^U$  assim como foi feito para o caso dos léptons. Definindo os seguintes arranjos

$$\mathbf{q}'_L{}^U \equiv \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_L, \quad \mathbf{q}'_R{}^U \equiv \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_R, \quad \mathbf{q}'_L{}^D \equiv \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_L, \quad \mathbf{q}'_R{}^D \equiv \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_R \quad (1.132)$$

Assim, podemos escrever a lagrangeana de Yukawa para os quarks na forma matricial

$$\mathcal{L}_{Y,Q} = - \left( \frac{v + H}{\sqrt{2}} \right) \left[ \bar{\mathbf{q}}'_L{}^D Y'^D \mathbf{q}'_R{}^D + \bar{\mathbf{q}}'_L{}^U Y'^U \mathbf{q}'_R{}^U \right] + H.c \quad (1.133)$$

Utilizando a transformação bi-unitária para diagonalizar as matrizes  $Y'^D$  e  $Y'^U$

$$\begin{aligned} V_L^{D\dagger} Y'^D V_R^D &= Y^D & Y_{\alpha\beta}^D &= y_\alpha^D \delta_{\alpha\beta} & \alpha, \beta &= d, s, b \\ V_L^{U\dagger} Y'^U V_R^U &= Y^U & Y_{\alpha\beta}^U &= y_\alpha^U \delta_{\alpha\beta} & \alpha, \beta &= u, c, t \end{aligned} \quad (1.134)$$

$V_L^D, V_R^D, V_L^U$  e  $V_R^U$  são matrizes 3x3. Definindo a seguinte propriedade

$$\mathbf{q}_L^U = V_L^{U\dagger} \mathbf{q}'_L^U \equiv \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_L, \quad \mathbf{q}_R^U = V_R^{U\dagger} \mathbf{q}'_R^U \equiv \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}_R \quad (1.135)$$

$$\mathbf{q}_L^D = V_L^{D\dagger} \mathbf{q}'_L^D \equiv \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L, \quad \mathbf{q}_R^D = V_R^{D\dagger} \mathbf{q}'_R^D \equiv \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_R \quad (1.136)$$

Realizando as devidas substituições dos campos na equação (1.131), obtemos a lagrangeana de Yukawa em termos dos campos com massa definida

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Y,Q} &= - \left( \frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) [\bar{\mathbf{q}}_L^D Y^D \mathbf{q}_R^D + \bar{\mathbf{q}}_L^U Y^U \mathbf{q}_R^U] + H.c \\ &= - \sum_{\alpha=d,s,b} \frac{y^D v}{\sqrt{2}} \bar{q}_\alpha^D q_\alpha^D - \sum_{\alpha=u,c,t} \frac{y^U v}{\sqrt{2}} \bar{q}_\alpha^U q_\alpha^U \\ &\quad - \sum_{\alpha=d,s,b} \frac{y^D}{\sqrt{2}} \bar{q}_\alpha^D q_\alpha^D H - \sum_{\alpha=u,c,t} \frac{y^U}{\sqrt{2}} \bar{q}_\alpha^U q_\alpha^U H \end{aligned} \quad (1.137)$$

Com  $q_\alpha^D \equiv q_{\alpha L}^D + q_{\alpha R}^D$  e  $q_\alpha^U \equiv q_{\alpha L}^U + q_{\alpha R}^U$  são os campos dos quarks com massa definida. Os primeiros dois termos da equação(1.137) fornecem as massas dos quarks

$$\begin{aligned} m_\alpha &= \frac{y_\alpha^D v}{\sqrt{2}} & \alpha &= d, s, b \\ m_\alpha &= \frac{y_\alpha^U v}{\sqrt{2}} & \alpha &= u, c, t \end{aligned} \quad (1.138)$$

Assim como no caso dos léptons, desde que os parâmetros  $y_d^D, y_s^D, y_b^D, y_u^D, y_c^D, y_t^D$  sejam desconhecidos no MP, não se pode fazer uma previsão teórica para as massas dos quarks. Elas devem ser obtidas apenas experimentalmente. Ao analisarmos os efeitos da mistura entre os quarks que aparecem na lagrangeana da corrente carregada para os quarks

$$j_{W,Q}^\rho = 2 (\bar{u}'_L \gamma^\rho d'_L + \bar{c}'_L \gamma^\rho s'_L + \bar{t}'_L \gamma^\rho b'_L) \quad (1.139)$$

usando as definições da equação(1.132) podemos escrever a corrente  $j_{W,Q}^\rho$  na forma matricial

$$j_{W,Q}^\rho = 2 \bar{\mathbf{q}}_L^U \gamma^\rho \mathbf{q}'^D \quad (1.140)$$

Podemos utilizar as equações(1.135) e (1.136) para reescrever os campos  $\mathbf{q}'^U$  e  $\mathbf{q}'^D$  em termos dos campos  $\mathbf{q}^U$  e  $\mathbf{q}^D$

$$j_{W,Q}^\rho = 2 \bar{\mathbf{q}}_L^U V_L^{U\dagger} \gamma^\rho V_L^D \mathbf{q}^D = 2 \bar{\mathbf{q}}_L^U \gamma^\rho V_L^{U\dagger} V_L^D \mathbf{q}^D \quad (1.141)$$

Uma vez que a corrente carregada depende do produto entre as matrizes  $V_L^D$  e  $V_L^{U\dagger}$ , podemos definir

$$V = V_L^{U\dagger} V_L^D \quad (1.142)$$

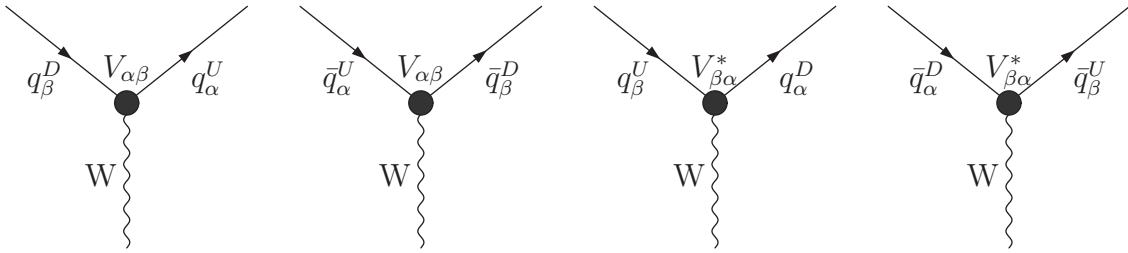
A matriz V é a matriz de mistura dos quarks, também chamada de matriz de Cabibo-Kobay-Maskawa(CKM)[18,19], a qual envolve os efeitos físicos da mistura entre os quarks. A matriz de mistura dos quarks é obtida através da corrente carregada dos quarks

$$j_{W,Q}^\rho = 2 \bar{\mathbf{q}}_L^U \gamma^\rho V \mathbf{q}_L^D \quad (1.143)$$

A matriz CKM tem 4 parâmetros, 3 reais na forma de ângulo de mistura e uma fase complexa. A fase complexa tem importância no estudo de violações da simetria CP[40] no setor hadrônico que tem como consequência a assimetria matéria-antimatéria. A matriz CKM tem a seguinte forma:

$$V = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \cos \theta_3 & -\sin \theta_1 \sin \theta_3 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_2 & \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_2 \sin \theta_3 e^{i\delta} & \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 + \sin \theta_2 \sin \theta_3 e^{i\delta} \\ \sin \theta_1 \sin \theta_2 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 + \cos \theta_2 \sin \theta_3 e^{i\delta} & \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3 - \cos \theta_2 \sin \theta_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (1.144)$$

A corrente descrita na equação (1.143) é de fundamental importância no cálculo das interações fracas envolvendo quarks, os estados iniciais e finais são descritos pelos estados de massa definida dos mesmos. A lagrangeana da corrente carregada dos quarks evidencia um acoplamento tri-linear entre os quarks e o bóson W descrito nos diagramas abaixo:



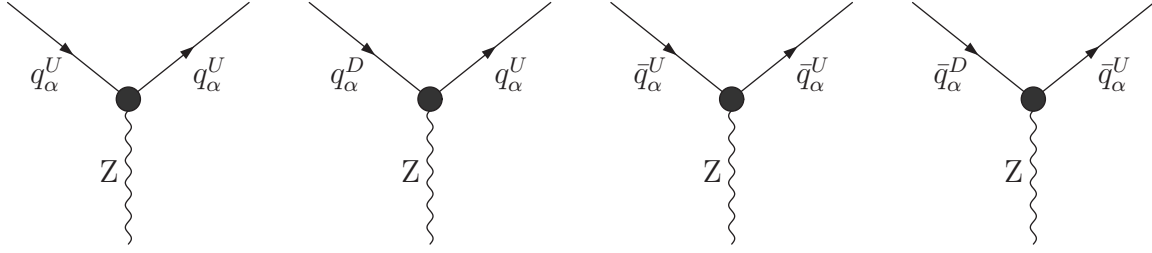
O vértice indica a contribuição da matriz de mistura enfatizando o caráter de troca de sabor que ocorre nessas interações. Neste caso não há conservação dos números quânticos referentes aos sabores dos quarks u,c,t,d,s e b. Contudo, a corrente carregada dos quarks conserva o número bariônico. Para os quarks esse valor é de 1/3 e para os anti-quarks, -1/3. Vamos considerar agora a matriz de mistura CKM na corrente neutra dos quarks. Usando as equações (1.135) e (1.136) na expressão da corrente neutra dos quarks

$$\begin{aligned} j_{Z,Q}^\rho &= 2g_L^U \bar{\mathbf{q}}_L^U \gamma^\rho \mathbf{q}_L^U + 2g_R^U \bar{\mathbf{q}}_R^U \gamma^\rho \mathbf{q}_R^U + 2g_L^D \bar{\mathbf{q}}_L^D \gamma^\rho \mathbf{q}_L^D + 2g_R^D \bar{\mathbf{q}}_R^D \gamma^\rho \mathbf{q}_R^D \\ &= 2g_L^U \bar{\mathbf{q}}_L^U V_L^{U\dagger} \gamma^\rho V_L^U \mathbf{q}_L^U + 2g_R^U \bar{\mathbf{q}}_R^U V_R^{U\dagger} \gamma^\rho V_R^U \mathbf{q}_R^U + 2g_L^D \bar{\mathbf{q}}_L^D V_L^{D\dagger} \gamma^\rho V_L^D \mathbf{q}_L^D + 2g_R^D \bar{\mathbf{q}}_R^D V_R^{D\dagger} \gamma^\rho V_R^D \mathbf{q}_R^D \\ &= 2g_L^U \bar{\mathbf{q}}_L^U \gamma^\rho \mathbf{q}_L^U + 2g_R^U \bar{\mathbf{q}}_R^U \gamma^\rho \mathbf{q}_R^U + 2g_L^D \bar{\mathbf{q}}_L^D \gamma^\rho \mathbf{q}_L^D + 2g_R^D \bar{\mathbf{q}}_R^D \gamma^\rho \mathbf{q}_R^D \end{aligned} \quad (1.145)$$

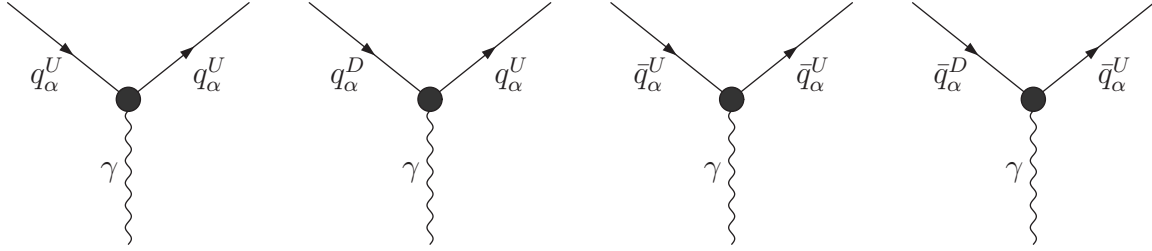
Uma vez que as matrizes  $V_L^U, V_R^U, V_L^D, V_R^D$  são unitárias, então a corrente neutra possui a mesma estrutura, independente de ser expressa em termos dos campos com massa definida ou não. Este é justamente o funcionamento do mecanismo GIM: a corrente neutra é invariante sobre a mistura dos quarks. O mecanismo GIM atua também na corrente eletromagnética dos quarks, a qual é escrita como

$$j_{\gamma,Q}^\rho = \frac{2}{3} \sum_{\alpha=u,c,t} \bar{q}_\alpha^U \gamma^\rho q_\alpha^U - \frac{1}{3} \sum_{\alpha=d,s,b} \bar{q}_\alpha^D \gamma^\rho q_\alpha^D \quad (1.146)$$

Portanto, no MP não há troca de sabor na corrente neutra dos quarks. O acoplamento tri-linear dos quarks com o bóson Z é representado pelos seguintes diagramas



Para o acoplamento tri-linear entre os quarks e o fótons temos os seguintes diagramas:



## 1.6 O Setor de Calibre

Vamos analisar o setor de gauge do MP. Esse setor é descrito pela terceira linha da lagrangeana do MP representada na equação(1.48)

$$\mathcal{L}_{calibre} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a,\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (1.147)$$

Estes são os termos cinéticos e de auto-interação dos campos de calibre. Os termo  $F_{\mu\nu}^a \equiv (F_{\mu\nu}^1, F_{\mu\nu}^2, F_{\mu\nu}^3)$  e  $F_{\mu\nu}$  são representados como

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g \sum_{b,c=1}^3 \varepsilon^{abc} A_{\mu\nu}^b A_{\mu\nu}^c \quad (a = 1, 2, 3) \quad (1.148)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

Na QED o termo cinético do campo eletromagnético  $A_\mu$  é dado por

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (1.149)$$

Ele é invariante sobre  $U(1)_Q$ . De forma similar, o segundo termo da equação (1.147) é invariante sobre  $U_Y(1)$ . Por outro lado,  $F_{\mu\nu}^a$  possui termos adicionais que não permitem a invariância por  $SU_L(2)$ . Para que  $F_{\mu\nu}^a$  seja invariante sobre essa transformação, é necessário escolher uma representação adequada(como demonstrada na equação (1.35)). Para analisarmos melhor as interações e consequências físicas da quebra espontânea de simetria

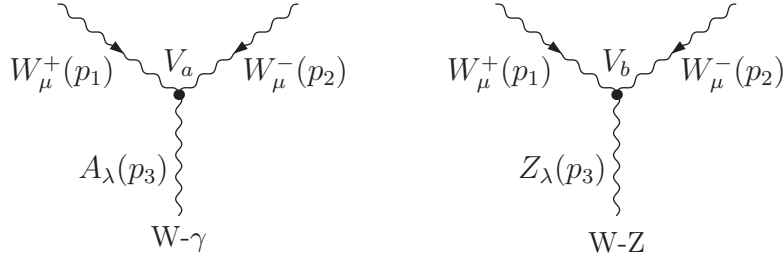
na lagrangeana de gauge devemos reescreve-la em termos dos campos físicos  $W^\mu, Z^\mu, A^\mu$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{calibre} = & -\frac{1}{2}F_{W,\mu\nu}^\dagger F_W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{Z,\mu\nu}^\dagger F_Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^\dagger F^{\mu\nu} \\
& + ig \cos \theta_W \left[ F_W^{\mu\nu} Z_\mu W_\nu^- - F_{W,\mu\nu}^\dagger Z^\mu W^{+\nu} + (F_Z^{\mu\nu} W_\mu^- W_\nu^+) \right] \\
& + ie \left[ F_W^{\mu\nu} A_\mu W_\nu^- - F_{W,\mu\nu}^\dagger A^\mu W^{+\nu} + (F^{\mu\nu} W_\mu^- W_\nu^+) \right] \\
& + g^2 \cos^2 \theta_W \left[ (W_\mu^+ Z^\mu) (W_\nu^- Z^\nu) - (W^{+\mu} W_\mu^-) (Z_\nu Z^\nu) \right] \\
& + e^2 \left[ (W_\mu^+ A^\mu) (W_\nu^- A^\nu) - (W^{+\mu} W_\mu^-) (A_\nu A^\nu) \right] \\
& + eg \cos \theta_W \left[ (W_\mu^+ Z^\mu) (W_\nu^- A^\nu) + (W_\mu^- Z^\mu) (W_\nu^+ A^\nu) - 2 (W^{+\mu} W_\mu^-) (Z_\nu A^\nu) \right] \\
& + \frac{1}{2}g^2 \left[ (W_\mu^+ W^{+\mu}) (W_\nu^- W^{-\nu}) - (W_\mu^- W^{+\mu})^2 \right]
\end{aligned} \tag{1.150}$$

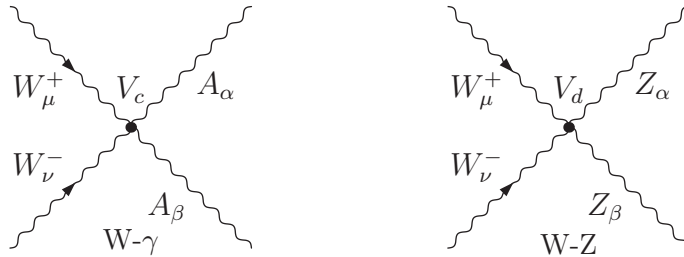
Na primeira linha, os dois primeiros termos são os termos cinéticos para os bósons W e Z, cujos tensores estão representados abaixo

$$\begin{aligned}
F_W^{\mu\nu} &= \partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu \\
F_Z^{\mu\nu} &= \partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu
\end{aligned} \tag{1.151}$$

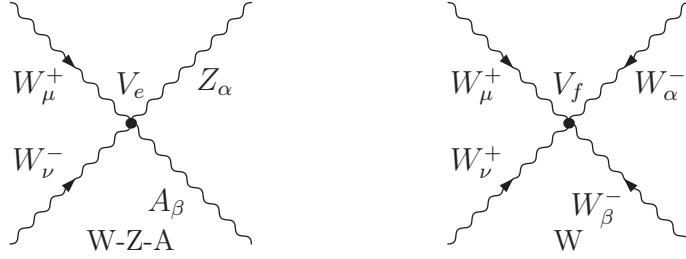
Os outros dois termos da primeira linha são os termos cinéticos do campo eletromagnético. O restante dos termos representa os acoplamentos tri e quadri-lineares dos bósons de calibre, os quais geram os seguintes vértices:



$$\begin{aligned}
V_a &= ie \left[ (p_1 - p_2)_\lambda g_{\mu\nu} + (p_2 - p_3)_\mu g_{\nu\lambda} + (p_3 - p_1)_\nu g_{\lambda\mu} \right] \\
V_b &= ig \cos \theta_W \left[ (p_1 - p_2)_\lambda g_{\mu\nu} + (p_2 - p_3)_\mu g_{\nu\lambda} + (p_3 - p_1)_\nu g_{\lambda\mu} \right]
\end{aligned} \tag{1.152}$$



$$\begin{aligned}
V_c &= ie^2 [2g_{\mu\nu}g_{\alpha\beta} - g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} - g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}] \\
V_d &= ig^2 \cos^2 \theta_W [2g_{\mu\nu}g_{\alpha\beta} - g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} - g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}]
\end{aligned} \tag{1.153}$$



$$\begin{aligned} V_e &= -ieg \cos \theta_W [2g_{\mu\nu}g_{\alpha\beta} - g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} - g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}] \\ V_f &= ig^2 [2g_{\mu\nu}g_{\alpha\beta} - g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} - g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}] \end{aligned} \quad (1.154)$$

### 1.6.1 O Campo Eletromagnético

Aplicando o procedimento de Euler-Lagrange para extrairmos as equações de campo clássico a partir da lagrangeana do campo eletromagnético  $A_\mu$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_A &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ \square A^\nu - \partial^\nu (\partial_\mu A^\mu) &= 0 \end{aligned} \quad (1.155)$$

A lagrangeana do campo eletromagnético é invariante sobre a transformação local  $U(1)_Q$

$$A^\mu \rightarrow A'^\mu = A^\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu \phi(x) \quad (1.156)$$

A lagrangeana do MP também é invariante sobre essa transformação local. A transformação associada aos férmions é dada por

$$f \rightarrow f' = e^{iQ\phi(x)} f \quad (1.157)$$

Podemos escolher um calibre apropriado de acordo com a finalidade que desejamos. Uma escolha de calibre conveniente é o de Lorentz, que satisfaz a seguinte condição:

$$\partial_\mu A^\mu = 0 \quad (1.158)$$

Dado um campo  $A^\mu$ , é sempre possível fazer uma transformação de calibre da equação(1.156) de modo que  $A'^\mu$  satisfaça a condição de Lorentz  $\partial_\mu A'^\mu = 0$ . Assim, escolhamos a função  $\phi(x)$  de modo que ela seja  $\square\phi(x) = -\partial_\mu A^\mu$ . Fazendo com que o campo eletromagnético satisfaça a equação de d'Alambert

$$\square A^\mu = 0 \quad (1.159)$$

Expandindo o campo  $A^\mu$  através da integral de Fourier, temos:

$$\begin{aligned} A_\mu(x) &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\omega} \sum_{\alpha=0}^3 [a_\gamma^\alpha(p)\varepsilon_\mu^\alpha(p)e^{-i\mathbf{p}\cdot x} + a_\gamma^{\alpha\dagger}(p)\varepsilon_\mu^{\alpha*}(p)e^{i\mathbf{p}\cdot x}] \\ \omega &= p^0 = |\vec{p}| \end{aligned} \quad (1.160)$$

$\omega$  é a energia do fóton. O quadri-vetor de polarização  $\varepsilon_\mu^\alpha(p)$ , forma um conjunto de quatro quadri-vetores independentes que satisfazem a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \varepsilon^\alpha(p) \cdot \varepsilon^{\beta*}(p) &= g^{\alpha\beta} \\ \sum_{\alpha=0}^3 \varepsilon_\mu^\alpha(p) \cdot \varepsilon_\nu^{\alpha*}(p) g^{\alpha\alpha} &= g_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (1.161)$$

Podemos escolher  $\varepsilon_\mu^0(p)$  como um vetor do tipo temporal( $\varepsilon_\mu^0(p) \cdot p = \omega$ ),  $\varepsilon_\mu^1(p)$  e  $\varepsilon_\mu^2(p)$  como sendo as polarizações transversais( $\varepsilon_\mu^1(p) \cdot p = \varepsilon_\mu^2(p) \cdot p = 0$ ) e  $\varepsilon_\mu^3(p)$  a polarização longitudinal( $\varepsilon_\mu^3(p) \cdot p = -\omega$ ). Os operadores  $\varepsilon_\gamma^\alpha(p)$  satisfazem as relações de comutação

$$\begin{aligned} \left[ a_\gamma^\alpha(p), a_{\gamma'}^{\alpha'\dagger}(p') \right] &= -g^{\alpha\alpha'} (2\pi)^3 2\omega \delta^3(\vec{p} - \vec{p}') \\ \left[ a_\gamma^\alpha(p), a_{\gamma'}^{\alpha'}(p') \right] &= \left[ a_{\gamma'}^{\alpha'\dagger}(p'), a_\gamma^\alpha(p) \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.162)$$

Utilizando essas relações de comutação podemos então deduzir a expressão para o propagador do fóton

$$G_{\mu\nu}(x - x') \equiv \langle 0|T [A_\mu(x)A_\nu(x')] |0\rangle = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{-g_{\mu\nu}}{p^2 + i\varepsilon} e^{-ip \cdot (x-x')} \quad (1.163)$$

### 1.6.2 Os bósons W e Z

No MP as massas dos bósons vetoriais W e Z são dadas pela equação(1.101)(cujos os valores obtidos através de experimentos são da ordem de  $m_W = 80.385 \pm 0.015 GeV$  e  $m_Z = 91.1876 \pm 0.0021 GeV$ [41]), as massas são geradas através do mecanismo de Higgs este por sua vez desencadeia a quebra espontânea da simetria  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ . Ou seja, A lagrangeana do MP é simétrica sobre  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$  contudo, seus estados físicos não são. Para que a teoria seja renormalizável é necessário que a lagrangeana do MP seja simétrica, portanto os termos explícitos de massa para os bósons de gauge são proibidos. Tomando como exemplo o termo de massa para o bóson W

$$\frac{1}{2} m_W W^\mu W_\mu \quad (1.164)$$

Podemos observa que este termo não é invariante de gauge. Os termos de massa da lagrangeana dos bósons W e Z no gauge unitário

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_W &= -\frac{1}{2} F_{W\mu\nu}^\dagger F_W^{\mu\nu} + m_W W_\mu^\dagger W^\mu \\ \mathcal{L}_Z &= -\frac{1}{2} F_{Z\mu\nu} F_Z^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_Z Z_\mu Z^\mu \end{aligned} \quad (1.165)$$

Aplicando o procedimento de Euler-Lagrange para essas lagrangeanas obtemos as seguintes equações

$$\begin{aligned} (\square + m_W^2) W^\mu - \partial^\mu (\partial_\nu W^\nu) &= 0 \\ (\square + m_Z^2) Z^\mu - \partial^\mu (\partial_\nu Z^\nu) &= 0 \end{aligned} \quad (1.166)$$

Essas equações também são chamadas de equações de Proca<sup>5</sup>(para uma revisão[20]), tomando o divergente em ambas as equações e levando em consideração que  $m_W \neq 0$  e  $m_Z \neq 0$  temos então

$$\begin{aligned} \partial_\mu W^\mu &= 0 \\ \partial_\mu Z^\mu &= 0 \end{aligned} \quad (1.167)$$

---

<sup>5</sup>Na teoria quântica de campos a Equação de Proca descreve o comportamento quântico de uma partícula fundamental com massa não nula e spin igual a 1

Estas condições reduzem o número de componentes independentes dos campos W e Z de quatro para três, deste modo as equações de Proca em (1.166) se reduzem a equações de Klein-Gordon<sup>6</sup>.

$$\begin{aligned}(\square + m_W^2) W^\mu &= 0 \\(\square + m_Z^2) Z^\mu &= 0\end{aligned}\tag{1.168}$$

Expandindo os campos W e Z por meio de uma integral de Fourier

$$W_\mu(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E_W} \sum_k^3 \left[ a_W^k(p) \varepsilon_{W\mu}^k(p) e^{-ip \cdot x} + b_W^{k\dagger}(p) \varepsilon_{W\mu}^{k*}(p) e^{ip \cdot x} \right]\tag{1.169}$$

$$E_W = p^0 = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_W^2}$$

$$Z_\mu(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E_Z} \sum_k^3 \left[ a_Z^k(p) \varepsilon_{Z\mu}^k(p) e^{-ip \cdot x} + a_Z^{k\dagger}(p) \varepsilon_{Z\mu}^{k*}(p) e^{ip \cdot x} \right]\tag{1.170}$$

$$E_Z = p^0 = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_Z^2}$$

Os quadri-vetores de polarização  $\varepsilon_Z^k(p)$  e  $\varepsilon_W^k(p)$  formam dois conjuntos de quadri-vetores espaciais linearmente independentes, desta forma

$$\varepsilon_Z^k(p) \cdot \varepsilon_Z^{j*}(p) = \varepsilon_W^k(p) \cdot \varepsilon_W^{j*}(p) = -\delta_{kj}\tag{1.171}$$

Aplicando as condições da equação(1.167), admitindo que a polarização dos quadri-vetores é transversa

$$\varepsilon_Z^k(p) \cdot p = \varepsilon_W^k(p) \cdot p = 0\tag{1.172}$$

Alem disso, as equações (1.171) e (1.172) nos fornecem a relação de completeza

$$\sum_{k=1}^3 \varepsilon_{Z\mu}^k(p) \cdot \varepsilon_{Z\nu}^{j*}(p) = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_Z^2}, \quad \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{W\mu}^k(p) \cdot \varepsilon_{W\nu}^{j*}(p) = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_W^2}\tag{1.173}$$

Os operadores  $a_W^k(p)$ ,  $b_W^k(p)$  e  $a_Z^k(p)$  obedecem a seguinte relação de comutação

$$\begin{aligned}\left[ a_W^k(p), a_W^{k'\dagger}(p') \right] &= \left[ b_W^k(p), b_W^{k'\dagger}(p') \right] = -g^{kk'} (2\pi)^3 2E_W \delta^3(\vec{p} - \vec{p}') \\ \left[ a_Z^k(p), a_Z^{k'\dagger}(p') \right] &= -g^{kk'} (2\pi)^3 2E_Z \delta^3(\vec{p} - \vec{p}')\end{aligned}\tag{1.174}$$

Substituindo as relações de comutação (1.175) e as relações de completeza (1.173) nas equações (1.169) e (1.170) podemos então obter o propagador para os bósons de gauge W e Z

$$\begin{aligned}G_{\mu\nu}^W(x-x') &= \langle 0|T [W_\mu(x)W_\nu^\dagger(x')] |0\rangle = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left( -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_W^2} \right) \frac{e^{-ip(x-x')}}{p^2 - m_W^2 + i\epsilon} \\ G_{\mu\nu}^Z(x-x') &= \langle 0|T [Z_\mu(x)Z_\nu^\dagger(x')] |0\rangle = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left( -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_Z^2} \right) \frac{e^{-ip(x-x')}}{p^2 - m_Z^2 + i\epsilon}\end{aligned}\tag{1.175}$$

---

<sup>6</sup>A equação Klein-Gordon versão relativística da equação de Schrödinger, esta equação não corresponde a uma densidade de probabilidade definida positiva e além disso é de segunda ordem na derivada temporal, o que impede uma interpretação física simples.

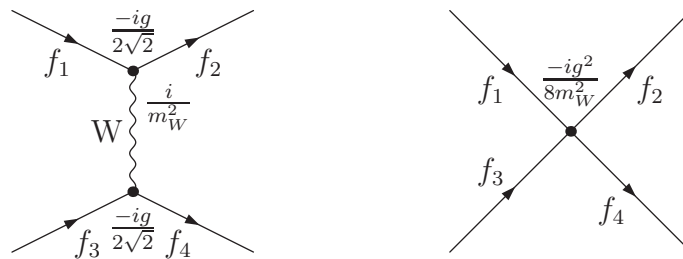
A maioria dos fenômenos verificados experimentalmente é muito menor que as massas dos bósons W e Z (da ordem de centenas de GeV). Nesses processos de baixa energia o propagador dos bósons, no espaço dos momenta, pode ser aproximado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^W(p) &\longrightarrow i \frac{g_{\mu\nu}}{m_W^2} & |k|^2 \lll m_W^2 \\ G_{\mu\nu}^Z(p) &\longrightarrow i \frac{g_{\mu\nu}}{m_Z^2} & |k|^2 \lll m_Z^2 \end{aligned} \quad (1.176)$$

Assim as linhas internas dos bósons de gauge nos diagramas de Feynman para os processos de baixas energias podem ser contraídos para um ponto. Para os processos decorrentes da Corrente Carregada essa contração leva a uma interação efetiva de quatro férmions descrita pela lagrangeana abaixo

$$\mathcal{L}_{efetiva}^{CC} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} j_{W\mu}^\dagger j_W^\mu \quad (1.177)$$

$G_F$  é a constante de Fermi e seu valor é  $G_F = 1,66637 \cdot 10^{-5} GeV^{-2}$ . De forma genérica para um processo de baixa energia decorrente da corrente carregada, conforme mostrado no diagrama abaixo, a contração do propagador do bóson W leva ao vértice de quatro férmions cuja regra de Feynman associada é:



A contração do propagador do bóson W em um processo genérico envolvendo a corrente carregada nos leva a seguinte interação de contato:

$$-i \frac{g^2}{8m_W^2} V_{f_2 f_1} V_{f_4 f_3} (\dots) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (\dots) (\dots) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) (\dots) \quad (1.178)$$

Os termos (...) devem ser preenchidos com os espinores de acordo com as regras de Feynman do Apêndice A. Os fatores  $V_{f_2 f_1}$  e  $V_{f_4 f_3}$  são elementos da matriz de mistura para o caso dos quarks.

Vamos considerar agora os processos de baixa energia na corrente neutra. A contração do propagador do bóson Z nos leva à interação efetiva de contato com o seguinte acoplamento:

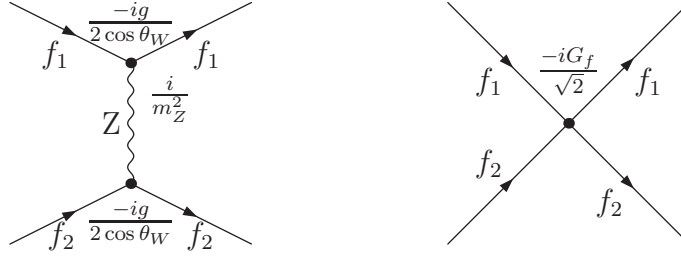
$$\frac{g^2}{4 \cos^2 \theta_W m_Z^2} = 2 \frac{G_f}{\sqrt{2}} \frac{m_W^2}{\cos^2 \theta_W m_Z^2} \quad (1.179)$$

O último termo da equação (1.179) é o parâmetro  $\rho$  que introduzimos anteriormente, no MP esse parâmetro é igual a 1, temos:

$$\frac{g^2}{4 \cos^2 \theta_W m_Z^2} = 2 \frac{G_f}{\sqrt{2}} \quad (1.180)$$

Logo a lagrangeana efetiva para a corrente neutra é:

$$\mathcal{L}_{efet}^{CN} = -\frac{G_f}{\sqrt{2}} j_Z^\mu j_{Z,\mu} \quad (1.181)$$



Por fim o vértice para um processo genérico na corrente neutra:

$$-2i \frac{G_f}{\sqrt{2}} (\dots) \gamma^\mu (g_V^{f_1} - g_A^{f_1} \gamma^5) (\dots) (\dots) \gamma_\mu (g_V^{f_2} - g_A^{f_2} \gamma^5) (\dots) \quad (1.182)$$

Novamente os termos (...) devem ser preenchidos com os espinores de acordo com as regras Feynman do apêndice A. Os coeficientes  $g_V^f$  e  $g_A^f$  são dados pela tabela (1.2) da página 12.

A contração dos propagadores dos bósons W e Z nos leva as interações de contato que são uma excelente aproximação para as interações das correntes neutras e carregadas. As amplitudes para esses processos podem ser calculadas em nível de árvore, esse tipo de contração é bastante útil para calcularmos as seções de choque e larguras de decaimento das partículas do MP. De posse de todas essas informações podemos seguir adiante com o estudo da extensão do MP que será abordada nessa dissertação.

# Capítulo 2

## A extensão do MP

Nas últimas décadas, a compreensão dos fenômenos da quebra espontânea de simetria de calibre e da quebra explícita da simetria de sabor, ambos fenômenos do setor eletro-fraco, aumentou consideravelmente, tudo isso graças à precisão dos experimentos realizados no LEP, Tevatron e outros. Todos estes experimentos estão em excelente acordo com as previsões do MP. Entretanto, a verificação experimental do MP não pode ser considerada completa até a estrutura do setor de Higgs ser completamente estabelecida pelos experimentos. Em Julho de 2012 nos laboratórios ATLAS e CMS foi detectado um sinal[21,42] com  $5\sigma$  que poderá ser confirmado como bóson de Higgs.

$$m_H = 125.3 \pm 0.4(stat.) \pm 0.5(sist.) GeV \quad (2.1)$$

Apesar do fato de que nenhum sinal de física além do MP foi detectado, direta ou indiretamente, acredita-se que o MP não seja uma teoria fundamental, mas apenas uma teoria efetiva de baixa energia válida apenas até uma escala indeterminada. O problema mais pertinente é a gravitação quântica que não é incluída no MP. Além desse há diversos outros problemas conceituais que o MP não consegue responder. Alguns desses problemas podem ter respostas em uma teoria fundamental, como por exemplo: Por que os férmions das 3 famílias possuem números quânticos de calibre idênticos? Por que temos o presente padrão de massas e ângulos de mistura dos férmions? Por que há três constantes de acoplamento de calibre ao invés de apenas uma?

Existem problemas conceituais do MP que podem ser solucionados em teorias de baixa energia, na escala de TeV. Dentre esses problemas, o mais famoso é o da *hierarquia de calibre*[22]: O MP não pode explicar por que a escala eletro-fraca é tão pequena se comparada a de cut-off  $\Lambda \gg 1TeV$ . Resumidamente, o MP é instável sobre as correções radiativas: se pensarmos que o MP é uma teoria efetiva de baixa energia válida até uma escala de cut-off  $\Lambda$ , as correções radiativas naturalmente empurram a massa do Higgs para a escala de cut-off, e não existem razões para a massa do Higgs ser da ordem  $G_F^{-\frac{1}{2}}$ . Este problema está conectado com a presença do campo escalar fundamental, cuja divergência da massa quadrática e as simetrias extras de  $m^2$  vão a 0 no potencial

$$V(\phi) = m^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^\dagger \quad (2.2)$$

Por exemplo: As massas dos férmions divergem logicamente proporcional à massa do férmion em questão. Termos explícitos de massa são proibidos pela simetria de calibre e deste modo a simetria chiral é restaurada. Podemos verificar esse mecanismo ao considerarmos um modelo com um campo escalar complexo com massa  $m_B$ , auto-acoplamento

quadrático  $\lambda_B$  e as duas componentes dos férmions com massa  $m_f$  e acoplamento de Yukawa  $\lambda_f$ . A correção de 1 loop para a massa do escalar tem a seguinte forma:

$$\delta m_B^2 \propto (\lambda_B - \lambda_f^2) \Lambda^2 + \dots \quad (2.3)$$

onde o sinal menos é devido ao loop de férmions e os termos restantes são divergentes. Para os férmions a correção de 1-loop para suas massas diverge apenas logaritmicamente e vai com:

$$\delta m_f \propto \lambda_f^2 m_f \quad (2.4)$$

A equação (2.4) sugere que as massas dos férmions pode ser naturalmente pequena se for protegida pela simetria chiral. As massas dos escalares, por sua vez, não podem ser pequenas, a menos que estejam protegidas por alguma simetria que não está presente no MP. Retomando ao Modelo Padrão, quando realizamos o cálculo de 1-loop para a correção da massa quadrática do Higgs, encontramos o termo quadrático  $\lambda$ , assim como em (2.3), e o problema mais proeminente surge do loop com quarks top:

$$\delta m_{h|t}^2 \sim -\frac{3G_F}{2\sqrt{2}\pi^2} m_t^2 \Lambda^2 \sim (0.2\Lambda)^2 \quad (2.5)$$

Se determinarmos que essa correção não excede o valor da massa do Higgs, temos  $\Lambda \sim O(1)TeV$ . As considerações feitas até agora nos levam a pensar que o MP é mais susceptível a extensões próximas a escala de TeV. Obviamente, temos que considerar diversas condições de contorno para as extensões. Qualquer extensão proposta deve estar em acordo com as previsões do MP e os dados experimentais. Como, então, podemos modificar o MP? No setor fermiônico, podemos adicionar estados que não possuem interação de calibre, ou seja, singletos sobre a transformação do grupo  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ . Esta é uma alternativa usada para tornar o MP compatível com o padrão de oscilação observado nos neutrinos atmosférico e solares. No setor de calibre, bósons de calibre extra podem ser tolerados se eles forem suficientemente desacoplados dos férmions do MP graças ao grande valor de massa e/ou à mistura suprimida com os bósons de calibre do MP. A extensão do MP através da adição de um novo grupo de calibre pode ser feita de diversas maneiras, quer pela inclusão de um ou mais fatores no grupo de simetria do MP ou pela incorporação do grupo de simetria do MP em um grupo maior e mais simples, ou em um grupo de calibre semi-simples onde as diferentes constantes de acoplamento são dadas por alguma simetria discreta. Nesta dissertação será abordada apenas a primeira alternativa, à qual simplesmente adicionamos um novo grupo  $U(1)_{B-L}$ .

## 2.1 A extensão $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_L(1) \otimes U_{B-L}(1)$

Nesta seção apresentamos o modelo que será estudado nesta dissertação. Ao estendermos o grupo de calibre do MP de  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$  para  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_1(1) \otimes U_2(1)$ . Conforme veremos, os números quânticos que os novos grupos de simetria  $U_1(1)$  e  $U_2(1)$  carregam podem ser associados à hipercarga usual  $Y$  que definimos na equação (1.12), e ao número total B-L (bárion - lépton). Por outro lado, podemos estabelecer uma derivada covariante por meio da definição de uma hipercarga efetiva  $Y^P$ , (com constante de acoplamento  $g^P$ ) que é uma combinação linear de  $Y$  e B-L. A consistência da teoria quântica e as exigências fenomenológicas da produção de massas para os neutrinos acaba levando-nos a estender também o conteúdo fermiônico adicionando neutrinos de mão direita  $\nu_R$ , os quais são singletos sobre o grupo de simetria do MP. Para atender à exigência

	$I_3$	I	Q	B-L	Y
$\nu_{eL}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	-1
$e_L$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	-1	-1
$\nu_{eR}$	0	0	0	-1	0
$e_R$	0	0	-1	-1	-2
$u_L$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$d_L$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$u_R$	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$
$d_R$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
$\phi^+$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0	1
$\phi^0$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	1
$\chi$	0	0	0	2	0

Tabela 2.1: Números quânticos do conteúdo de matéria utilizado no modelo B-L

de se gerar massa para o novo bóson de calibre  $Z'$ , é necessário realizar uma pequena extensão no setor escalar por meio da introdução de um novo campo escalar  $\chi$ , singleto sobre o grupo de calibre do MP e carrega o número B-L. A lagrangeana invariante de calibre utilizada para este modelo é:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_S + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_Y \quad (2.6)$$

A estrutura geral é similar à lagrangeana do MP, contudo, os setores fermiônico e escalar são ligeiramente diferentes em relação ao MP. Passamos agora para a análise de cada setor nesse modelo comparando com o MP. A tabela abaixo fornece os valores dos números quânticos de todo conteúdo de matéria utilizado neste modelo:

### 2.1.1 Setor de Yang-Mills

Os campos com spin-1 são determinados unicamente pela escolha do grupo de calibre. Esses, por sua vez, transformam-se na representação adjunta. A lagrangeana, já invariante de calibre, que contém apenas os campos vetoriais é:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^\alpha G^{\mu\nu\alpha} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{\mu\nu a} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^1 F^{\mu\nu 1} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 F^{\mu\nu 2} - \frac{k}{2}F_{\mu\nu}^1 F^{\mu\nu 2} \quad (2.7)$$

$k$  é um parâmetro real que obedece à condição  $|k| < 1$  para que a energia cinética seja positiva definida. Os campos não Abelianos são os mesmos do MP. Para os abelianos

temos:

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^1 &= \partial_\mu A_\nu^1 - \partial_\nu A_\mu^1 \\ F_{\mu\nu}^2 &= \partial_\mu A_\nu^2 - \partial_\nu A_\mu^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

$A_\mu^1$  e  $A_\mu^2$  são os campos de calibre associados à  $U_Y(1)$  e  $U_{B-L}(1)$  respectivamente.

### 2.1.2 Setor Fermiônico

O conteúdo fermiônico para este modelo é o mesmo do MP, exceto pela adição de três neutrinos de mão direita  $\nu_R$ , um para cada família. Veremos mais adiante que essa adição é fundamental para o cancelamento de anomalias. A adição desses neutrinos também leva à produção de massas para os neutrinos sem a introdução de operadores não renormalizáveis. A derivada covariante relacionada aos campos não Abelianos é definida da mesma forma que no MP. Para os campos Abelianos, a mesma é definida como:

$$D_\mu \Psi_i \equiv \partial_\mu \Psi_i + \frac{i}{2} \sum_{a,b=1}^2 Q_i^a g_{ab}^k A_\mu^b \Psi_i \quad (2.9)$$

$A_\mu^b$  são os bósons de calibre associados a  $U_a(1)$  com  $a = 1, 2$ . O símbolo  $\Psi_i$  é o campo de férmions para esse modelo e  $Q_i^a$  são as cargas correspondentes à  $U_a(1)$ . Por fim,  $g_{ab}^k$  é uma matriz real 2x2 dos acoplamentos de calibre. Os termos cinéticos invariantes de calibre são:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f &= \sum_f i \bar{\Psi}_f \gamma_\mu D^\mu \Psi_f \\ &= \sum_{\alpha=1}^3 (i \bar{q}_{\alpha L} \gamma_\mu D^\mu q_{\alpha L} + i \bar{u}_{\alpha R} \gamma_\mu D^\mu u_{\alpha R} + i \bar{d}_{\alpha R} \gamma_\mu D^\mu d_{\alpha R}) \\ &\quad (+ i \bar{l}_{\alpha L} \gamma_\mu D^\mu l_{\alpha L} + i \bar{l}_{\alpha R} \gamma_\mu D^\mu l_{\alpha R} + i \bar{\nu}_{\alpha R} \gamma_\mu D^\mu \nu_{\alpha R}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Podemos perceber que termos explícitos de massa de Majorana dos neutrinos de mão direita são proibidos pela invariância de calibre, em contraste com a extensão do MP na qual os neutrinos de mão direita não carregam nenhuma carga de calibre. Neste modelo eles carregam o valor  $Y_{B-L} = -1$  que garante o termo de massa para os mesmos.

### 2.1.3 Setor escalar

O modelo abordado nesse trabalho é estendido no setor de calibre por meio da adição de um novo grupo de simetria  $U_{B-L}(1)$ , isso faz com que apareça um novo bóson neutro de calibre  $Z'$ . Para que o mecanismo de Higgs atue nessa extensão e forneça massa para esse novo bóson, bem como para os bósons usuais do MP, obedecendo às condições observadas nos experimentos, devemos estender o setor de Higgs. Para isso, adicionamos ao dubleto de escalar usual do MP, que agora será identificado pela letra  $H \sim (1, 2, 1, 0)$  ao invés de  $\Phi$ , um novo campo escalar  $\chi \sim (1, 1, 0, 2)$  que é singlete sobre  $SU_L(2)$ . Vamos admitir que as hipercargas dos campos escalares tenham um valor de modo que permitam que o acoplamento de Yukawa gere as massas de Dirac para os quarks e os léptons, assim como as massas de Majorana para os neutrinos de mão direita. A lagrangeana renormalizável

mais geral para o setor escalar é:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_S &= (D^\mu H)^\dagger D_\mu H + (D^\mu \chi)^\dagger D_\mu \chi - V(H, \chi) \\ V(H, \chi) &= m^2 H^\dagger H + \mu^2 |\chi|^2 + \begin{pmatrix} H^\dagger H & |\chi|^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & \frac{\lambda_3}{2} \\ \frac{\lambda_3}{2} & \lambda_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^\dagger H \\ |\chi|^2 \end{pmatrix} \\ &= m^2 H^\dagger H + \mu^2 |\chi|^2 + \lambda_1 (H^\dagger H)^2 + \lambda_2 |\chi|^4 + \lambda_3 H^\dagger H |\chi|^2\end{aligned}\quad (2.11)$$

### 2.1.4 Os acoplamentos de Yukawa

Para completar a lagrangeana desse modelo devemos considerar os acoplamentos de Yukawa. Comparado ao modelo padrão, temos duas novas interações de Yukawa envolvendo os neutrinos de mão direita:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_Y &= -Y_{\alpha\beta}^D \bar{q}_{\alpha L}^D q_{\beta R}^D H - Y_{\alpha\beta}^U \bar{q}_{\alpha L}^U q_{\beta R}^U \tilde{H} - y_\alpha^l \bar{l}_{\alpha L} l_{\alpha R} H \\ &\quad - y_\alpha^\nu \bar{l}_{\alpha L} \nu_R \tilde{H} - y_\alpha^M (\bar{\nu}_R)_\alpha \nu_R \chi + H.c.\end{aligned}\quad (2.12)$$

Os campos utilizados são os mesmos descritos em (1.112), (1.115) e (1.127). Uma vez que os campos escalares  $H$  e  $\chi$  desenvolvem VEVs diferentes de zero, então as novas interações de Yukawa podem produzir massas tanto para os termos de massa de Dirac dos léptons e quarks, como para os termos de massa de Majorana dos neutrinos de mão direita.

### 2.1.5 As interações de calibre com $U_Y(1)$ e $U_{B-L}(1)$

Já observamos os termos cinéticos para os bósons de calibre de  $U(1)$ . Também vimos na equação (2.9) as derivadas covariantes correspondentes a esses novos campos. De acordo com [23] podemos diagonalizar os termos cinéticos realizando a seguinte transformação:

$$\begin{pmatrix} A_\mu^1 \\ A_\mu^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2(1+\alpha)}} & \frac{1}{\sqrt{2(1-\alpha)}} \\ \frac{1}{\sqrt{2(1+\alpha)}} & -\frac{1}{\sqrt{2(1-\alpha)}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_\mu^Y \\ A_\mu^X \end{pmatrix}\quad (2.13)$$

Essa transformação não altera nem a forma da derivada covariante nem as cargas, desde que seu efeito seja absorvido pela matriz de constante de acoplamento  $g_{ab}^\alpha$ . Podemos representar essa nova matriz como  $g_{ab}(a,b=X,Y)$  contudo, podemos mostrar que a matriz  $g_{ab}$  possui apenas 3 parâmetros independentes[24]. Podemos rotacionar os campos sem reintroduzir o termo cinético de mistura, esse procedimento induz uma rotação dos acoplamentos de forma que um dos quatro acoplamentos é anulado.

$$g_{ab} O O^T A_\mu^b \equiv \begin{pmatrix} g_Y & \tilde{g} \\ 0 & g_X \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ B'_\mu \end{pmatrix}\quad (2.14)$$

$$O = \frac{1}{\sqrt{g_{XX}^2 + g_{XY}^2}} \begin{pmatrix} g_{XX} & g_{XY} \\ -g_{XY} & g_{XX} \end{pmatrix}\quad (2.15)$$

Após as transformações das equações (2.14) e (2.15), a derivada covariante assume a seguinte forma:

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2} [g_Y Q_i^Y B_\mu + (Q_i^Y \tilde{g} + Q_i^X g_X) B'_\mu]\quad (2.16)$$

Na qual podemos identificar  $B_\mu$  como o bóson de calibre do grupo  $U_Y(1)$ , a hipercarga usual para um dado campo como  $Q_i^Y \equiv Y_i$  com constante de acoplamento correspondente  $g_Y \equiv g'$ .

$$g_Y = g', \quad Q^Y \equiv Y\quad (2.17)$$

Podemos, assim, identificar  $Q^X$  como o número quântico B-L(bárion - lépton),  $B'_\mu$  como o bóson de calibre do novo grupo  $U_{B-L}(1)$  e  $g_X \equiv g''$  como a constante de acoplamento correspondente. O número quântico B-L para diferentes férmions é:  $q_L, u_R, d_R = +1/3$  e  $l_L, l_R, \nu_{lR} = -1$ .  $\tilde{g}$  é um parâmetro livre, é o terceiro acoplamento de calibre necessário para manter a consistência do modelo[24]. O papel de  $\tilde{g}$  é quantificar a mistura entre os grupos  $U_Y(1)$  e  $U_{B-L}(1)$ . Neste trabalho vamos estabelecer  $\tilde{g} = 0$  que trata do modelo B-L puro. Grande parte dos trabalhos que abordam extensões do MP através dos grupos  $U(1)$  consideram o caso de uma derivada covariante diagonal, os números quânticos são uma combinação linear de Y e B-L. Podemos introduzir uma "carga efetiva"  $Y^P$  com um acoplamento  $g_P$  e descrever, ao menos em um nível clássico, os modelos para  $\tilde{g} \neq 0$ .

$$g_P Y^P \equiv Q_i^Y \tilde{g} + Q_i^X g_X \quad (2.18)$$

A derivada covariante na forma diagonal frequentemente usada é:

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2} [g_Y Q_i^Y B_\mu + g_P Y_i^P B'_\mu] \quad (2.19)$$

Assim podemos abordar qualquer classe de modelo apenas escolhendo adequadamente a constante de acoplamento  $\tilde{g}$ . Resumindo, o modelo com as cargas Y e  $Y_{B-L}$  com a constante de acoplamento  $\tilde{g} = 0$  é equivalente a qualquer outro modelo com derivada covariante diagonal e uma combinação linear adequada de Y e  $Y_{B-L}$ , a qual  $\tilde{g}$  determina o quanto de hipercarga usual  $Y^P$  possui. A motivação principal para considerarmos  $\tilde{g} = 0$ , como veremos, é a enorme simplificação para os termos de interação. Por outro lado, essa escolha possui a propriedade de eliminar a mistura dos bósons em nível de árvore. Isto é fenomenologicamente bem vindo, pois os testes de precisão da teoria eletrofraca realizados no LEP[25] implicam que essa mistura é muito pequena(ver [26]):

$$\theta' < \mathcal{O}(10^{-3}) \quad (2.20)$$

O ângulo de mistura  $\theta'$  entre os bósons massivos Z e Z' só pode ser pequeno se  $M_Z \ll M_{Z'}$ . O caso em que  $\theta' = 0$ , também chamado de B-L puro, e o limite de  $M_{Z'}$  é menos rigoroso abre a possibilidade de se investigar sinais desse novo bóson Z' no LHC.

## 2.2 A quebra espontânea $SU_L(2) \otimes U_Y(1) \otimes U_{B-L}(1)$

Antes de verificar a quebra espontânea de simetria em  $SU_L(2) \otimes U_Y(1) \otimes U_{B-L}(1)$  devemos antes determinar as condições que limitam o potencial  $V(H, \chi)$ . Ao exigirmos que a matriz da equação (2.11) seja positiva definida, temos as seguintes condições:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & \frac{\lambda_3}{2} \\ \frac{\lambda_3}{2} & \lambda_2 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

$$\lambda_1 \lambda_2 - \frac{\lambda_3^2}{4} > 0$$

$$\lambda_1, \lambda_2 > 0$$

desde que as condições acima sejam satisfeitas, podemos determinar o valor mínimo do potencial  $V(H, \chi)$  e reescreve-lo como uma função deste valor constante chamado de VEV(valor esperado do vácuo). Utilizando o calibre unitário:

$$\langle H \rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad \langle \chi \rangle \equiv \frac{v'}{\sqrt{2}} \quad (2.22)$$

Assim como no mecanismo de Higgs usual do MP, os VEVs  $v$  e  $v'$  só podem emergir ao supormos que as massas  $m^2$   $\mu^2$  sejam negativas.

$$\begin{aligned}\frac{\partial V(v, v')}{\partial v} &= v.(m^2 + \lambda_1 v^2 + \frac{\lambda_3}{2} v'^2) = 0 \\ \frac{\partial V(v, v')}{\partial v'} &= v'.(\mu^2 + \lambda_2 v'^2 + \frac{\lambda_3}{2} v^2) = 0\end{aligned}\tag{2.23}$$

Soluções com  $v$  e  $v'$ , ambos nulos, são fisicamente inaceitáveis. Portanto, devemos descartá-las. Vamos considerar o caso simples com  $v > 0$  e  $v' = 0$ , assim temos:

$$v^2 = -\frac{m^2}{\lambda_1}\tag{2.24}$$

que é o mesmo valor para o MP. A matriz  $M^2$  é dada por:

$$\begin{aligned}M^2 &= \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V(v, 0)}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 V(v, 0)}{\partial v \partial v'} \\ \frac{\partial^2 V(v, 0)}{\partial v \partial v'} & \frac{\partial^2 V(v, 0)}{\partial v'^2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2m^2 & 0 \\ 0 & \mu^2 - \frac{m^2 \lambda_3}{2 \lambda_1} \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{2.25}$$

para que  $M^2$  seja positiva definida, então as seguintes condições devem ser obedecidas

$$m^2 < 0 \quad \mu^2 > \frac{m^2 \lambda_3}{2 \lambda_1} = -\frac{v^2}{2} \lambda_3\tag{2.26}$$

A segunda condição em (2.26) pode ser satisfeita para um sinal arbitrário de  $\mu^2$  quando  $\lambda_3 > 0$ . Para  $\lambda_3 < 0$  implica em  $\mu^2 > 0$ . Por fim, para o caso mais interessante, em que ambos os mínimos são diferentes de zero:

$$v^2 = \frac{4\lambda_2 m^2 - 2\lambda_3 \mu^2}{\lambda_3^2 - 4\lambda_1 \lambda_2}, \quad v'^2 = \frac{-2(m^2 + \lambda_1 v^2)}{\lambda_3}\tag{2.27}$$

É importante notar que  $\lambda_3 > 0$ , ou seja, a simetria B-L é quebrada quando o VEV  $v$  é nulo. Este tipo de mínimo corresponde à quebra de simetria em dois estágios em diferentes escalas, com  $v' \gg v$ . Para esta dissertação estamos interessados apenas no caso de uma escala de  $v'$  da ordem da escala eletrofraca. Assim, vamos nos concentrar na seguinte região da constante de acoplamento  $\lambda_3: 0 > \lambda_3 > -2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}$ . Agora vamos determinar as condições que garantem  $v^2, v'^2 > 0$ . Como os denominadores de  $v^2$  e  $v'^2$  são sempre positivos, como podemos ver na equação (2.21), então os numeradores também devem ser positivos:

$$\begin{aligned}\lambda_2 m^2 &< \frac{\lambda_3}{2} \mu^2 \\ \lambda_1 \mu^2 &< \frac{\lambda_3}{2} m^2\end{aligned}\tag{2.28}$$

Neste ponto, é interessante notar que não existe solução para ambos  $m^2, \mu^2 > 0$ , independente de  $\lambda_3$ . Soluções com  $\mu^2 > 0$  e  $m^2 < 0$  ou  $\mu^2 < 0$  e  $m^2 > 0$  são permitidas apenas se  $\lambda_3 < 0$ . Soluções com  $\mu^2 < 0$  e  $m^2 < 0$  são permitidas para qualquer sinal de  $\lambda_3$ . Devemos determinar a matriz  $M^2$  para o caso de ambos os VEVs não nulos. desse modo, temos:

$$M^2(v, v') \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V(v, v')}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 V(v, v')}{\partial v \partial v'} \\ \frac{\partial^2 V(v, v')}{\partial v \partial v'} & \frac{\partial^2 V(v, v')}{\partial v'^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 v^2 & \lambda_3 v.v' \\ \lambda_3 v.v' & 2\lambda_2 v'^2 \end{pmatrix}\tag{2.29}$$

É imediato ao verificarmos que os auto valores de  $M^2(v, v')$  são positivos apenas se as condições da equação (2.21) forem satisfeitas. É interessante perceber que no limite  $\lambda_3 \rightarrow 0$  temos as soluções desacopladas com  $v^2$  definido pela mesma expressão do MP. Após a quebra da simetria B-L, o campo de calibre  $Z'$  adquire a massa:

$$M_{Z'}^2 = 4g_1'^2 v'^2 \quad (2.30)$$

A procura desses novos bósons em experimentos de altas energias impuseram limites para o valor mínimo de  $M_{Z'}$ . O CDF [27] determinou  $M_{Z'} \gtrsim \mathcal{O}(600 - 800) GeV$ . O LEP II nos forneceu a restrição mais rigorosa para a massa do bóson da simetria de calibre B-L[26]

$$\frac{M_{Z'}}{g_1'} > 6 TeV. \quad (2.31)$$

Implicando em  $v' \gtrsim \mathcal{O}(TeV)$ .

### 2.2.1 Os setores escalar e de gauge

Para calcular as massas dos escalares devemos expandir o potencial da equação (2.11) em torno dos mínimos (2.27). Escolhendo o calibre unitário, assim como foi feito no MP.

$$H(x) \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{h(x)+v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad \chi(x) \equiv \frac{h'(x) + v'}{\sqrt{2}} \quad (2.32)$$

Com o mínimo correspondente  $h = h' = 0$ . Substituindo (2.32) em (2.11):

$$V(h, h') = \frac{m^2}{2}(h+v)^2 + \frac{\mu^2}{2}(h'+v')^2 + \frac{\lambda_1}{4}(h+v)^4 + \frac{\lambda_2}{4}(h'+v')^4 + \frac{\lambda_3}{4}(h+v)^2(h'+v')^2 \quad (2.33)$$

Os termos lineares em  $h$  e  $h'$  se anulam devido à equação (2.27). A partir dos termos de massa do potencial (2.33), podemos obter a seguinte matriz de massa para  $H$  e  $\chi$

$$M^2(H, \chi) = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 v^2 & \lambda_3 v v' \\ \lambda_3 v v' & 2\lambda_2 v'^2 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

A massa dos escalares é dada pelos auto valores da matriz  $M^2(H, \chi)$ . Definindo  $m_{h_1}$  e  $m_{h_2}$  como as massas dos escalares  $h_1$  e  $h_2$ . Escolhemos o caso em que  $m_{h_1}^2 < m_{h_2}^2$  para que os escalares sejam desacoplados

$$\begin{aligned} m_{h_1}^2 &= \lambda_1 v^2 + \lambda_2 v'^2 - \sqrt{(\lambda_1 v^2 - \lambda_2 v'^2)^2 + (\lambda_3 v v')^2} \\ m_{h_2}^2 &= \lambda_1 v^2 + \lambda_2 v'^2 + \sqrt{(\lambda_1 v^2 - \lambda_2 v'^2)^2 + (\lambda_3 v v')^2} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Os auto vetores de  $M^2(H, \chi)$  são:

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ h' \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

O ângulo de mistura  $\alpha$  é dado por:

$$\tan 2\alpha = \frac{|\lambda_3| v v'}{\lambda_1 v^2 - \lambda_2 v'^2} \quad (2.37)$$

Como podemos ver na equação (2.37),  $\lambda_3$  determina a mistura entre o bósons de Higgs e o escalar da extensão B-L. Por exemplo, para  $\lambda_3 = 0$  não há mistura e a massa do bóson de Higgs é dada por  $m_H = \sqrt{2\lambda_1}v$ , como no MP. A massa do bóson extra de B-L é dada por  $m_\chi = \sqrt{2\lambda_2}v'$ . Para  $\lambda_3 \neq 0$ , a massa do bóson de Higgs torna-se menor que a estabelecida pelo MP devido a mistura que ocorre entre esses escalares.

Para determinarmos o espectro dos bósons de calibre devemos expandir os termos cinéticos da Lagrangeana escalar, assim como é feito no MP. É esperado que exista um bóson de calibre sem massa, o fóton usual, embora os outros bósons de calibre adquiram massa. Trataremos apenas do setor abeliano, pois apenas esse setor é modificado pela extensão. Assim, as massas dos bósons de calibre carregados  $W^\pm$  são dadas pelo mecanismo de Higgs usual. Usando a parametrização do calibre unitário (2.32), temos:

$$D^\mu = \begin{pmatrix} \partial^\mu + \frac{ig}{2}W_3^\mu + \frac{ig'}{2}Y.B^\mu + \frac{ig''}{2}Y_{B-L}.B'^\mu & g(W_1 - iW_2) \\ g(W_1 + iW_2) & \partial^\mu - \frac{ig}{2}W_3^\mu + \frac{ig'}{2}Y.B^\mu + \frac{ig''}{2}Y_{B-L}.B'^\mu \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} (D^\mu H)^\dagger(D_\mu H) &= \frac{1}{2}\partial^\mu h\partial_\mu h + \frac{1}{8}(h+v)^2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} [gW_a^\mu\sigma_a + g'B^\mu]^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2}\partial^\mu h\partial_\mu h + \frac{1}{8}(h+v)^2 [g^2|W_1^\mu - iW_2^\mu|^2 + (gW_3^\mu - g'B^\mu - g''B'^\mu)^2] \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$(D^\mu \chi)^\dagger(D_\mu \chi) = \frac{1}{2}\partial^\mu h'\partial_\mu h' + \frac{1}{2}(h'+v')^2(g''B'^\mu)^2 \quad (2.40)$$

Para garantirmos a invariância de calibre nos termos de Yukawa, tomamos  $Y^{B-L} = 2$  para o escalar  $\chi$ . Na equação (2.39) identificamos facilmente os bósons  $W^\pm$ , com massa  $M_W = gv/2$  da mesma forma que no MP. Ao reescrevermos a equação (2.39) em termos da combinação linear dos bósons  $W_3^\mu$ ,  $B^\mu$  e  $B'^\mu$  temos

$$\begin{pmatrix} W_3^{\dagger\mu} & B^{\dagger\mu} & B'^{\dagger\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' & 0 \\ -gg' & g'^2 & 0 \\ 0 & 0 & g''^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_3^\mu \\ B^\mu \\ B'^\mu \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Deste modo temos a seguinte matriz de massa:

$$M^2 = \frac{v^2}{4} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' & 0 \\ -gg' & g'^2 & 0 \\ 0 & 0 & g''^2 \end{pmatrix} = \frac{v^2}{4}(g^2 + g'^2) \begin{pmatrix} c_W^2 & -c_W s_W & 0 \\ -c_W s_W & s_W^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g''^2(\frac{v'}{v})^2}{(g^2+g'^2)} \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Foram utilizadas as seguintes definições:

$$\cos\theta_W = c_W \equiv \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \sin\theta_W = s_W \equiv \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (2.43)$$

Os auto vetores normalizados da matriz (2.41) nos fornece a seguinte base para os bósons físicos:

$$\begin{pmatrix} B^\mu \\ W_3^\mu \\ B'^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & -s_W & 0 \\ s_W & c_W & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^\mu \\ B^\mu \\ Z'^\mu \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

As massas dos bósons neutros são dadas pelos auto valores da matriz (??)

$$M_{foton} = 0 \quad (2.45)$$

$$M_Z = \frac{v}{2} \sqrt{(g^2 + g'^2)} = M_W \sqrt{\left(1 + \frac{g'^2}{g^2}\right)} \quad (2.46)$$

$$M_{Z'} = \frac{v' g''}{\sqrt{2}}$$

## 2.3 As Lagrangeanas de interações

Assim como no MP, ao substituir a derivada covariante, definida na (2.19), em (2.7),(2.10),(2.11) e (2.12) obteremos os termos de interação do novo bóson  $Z'$  com as demais interações do MP. Lembrando que é utilizada a base para os bósons físicos definida na seção anterior: Apenas os termos de interação para o setor de calibre:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{calibre} &= -\frac{1}{4} W_a^{\mu\nu} W_{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \frac{1}{4} B'^{\mu\nu} B'_{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{2} W^{-\mu\nu} W_{+\mu\nu} - \frac{1}{4} Z^{\mu\nu} Z_{\mu\nu} - \frac{1}{4} Z'^{\mu\nu} Z'_{\mu\nu} - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \\ &\quad + igc_W [W^{+\mu\nu} Z_\mu W_\nu^- - W_{\mu\nu}^- Z^\mu W^{+\nu} + Z^{\mu\nu} W_\mu^- W_\nu^+] \\ &\quad + ie [W^{+\mu\nu} A_\mu W_\nu^- - W_{\mu\nu}^- A^\mu W^{+\nu} + F^{\mu\nu} W_\mu^- W_\nu^+] \\ &\quad + g^2 c_W^2 [(W_\mu^+ Z^\mu)(W_\nu^- Z^\nu) - (W_\mu^+ W^{-\mu})(Z^\nu Z_\nu)] \\ &\quad + e^2 [(W_\mu^+ A^\mu)(W_\nu^- A^\nu) - (W_\mu^+ W^{-\mu})(A^\nu A_\nu)] \\ &\quad + egc_W [(W_\mu^+ Z^\mu)(W_\nu^- A^\nu) + (W_\mu^- Z^\mu)(W_\nu^+ A^\nu) - 2(W_\mu^+ W^{-\mu})(Z_\nu A^\nu)] \\ &\quad + \frac{1}{2} g^2 [(W_\mu^+ W^{+\mu})(W_\nu^- W^{-\nu}) - (W_\mu^+ W^{-\mu})] \end{aligned} \quad (2.47)$$

Com  $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ ,  $Z^{\mu\nu} = \partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu$  e  $Z'^{\mu\nu} = \partial^\mu Z'^\nu - \partial^\nu Z'^\mu$ . Devido a ausencia de mistura entre os bósons  $Z$  e  $Z'$  a lagrangeana de calibre é idêntica à que obtemos para o modelo padrão exceto pelo novo termo cinético  $Z'$ . Os termos de interação com os escalares são dados por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{g-H} &= (h^2 + v.h) \left[ W_\mu^+ W_\nu^- g^{\mu\nu} \left( \frac{g^2}{2} \right) + Z_\mu Z_\nu g^{\mu\nu} \left( \frac{g^2}{c_W} \right) \right] \\ &\quad + (h'^2 + v'.h') [Z'_\mu Z'_\nu g^{\mu\nu}] \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\mathcal{L}_H^{(3)(4)} = \lambda_1 v h^3 + \lambda_2 v' h'^3 + \frac{\lambda_3}{2} (v h h'^2 + v' h^2 h') + \frac{\lambda_1}{4} h^4 + \frac{\lambda_2}{4} h'^4 + \frac{\lambda_3}{4} h^2 h'^2 \quad (2.49)$$

### 2.3.1 As Interações de Yukawa e a massa dos neutrinos

Se quisermos dar massa aos neutrinos, do mesmo modo como foi feito com férmions do MP, por meio dos termos de massa de Dirac, devemos adicionar uma nova família de neutrinos de mão direita  $\nu_R \sim (1, 1, 0)$  ao MP. Os neutrinos de mão direita são ditos "estéreis" por não possuírem interações de calibre, contudo esses neutrinos participam das interações de Yukawa. Podemos, assim, fazer uma extensão mínima da lagrangeana do MP com o termo cinético e de Yukawa para os neutrinos:

$$\mathcal{L}^\nu = \mathcal{L}_{cin}^\nu + \mathcal{L}_Y^\nu = i\bar{\nu}_{\alpha R} \not{\partial} \nu_{\alpha R} - Y_\alpha^\nu \bar{l}_{\alpha L} \nu_{\alpha R} \tilde{\phi} + H.c \quad (2.50)$$

Após a quebra espontânea de simetria  $\mathcal{L}^\nu$  torna-se:

$$\mathcal{L}^\nu = i\bar{\nu}_{\alpha R}\not{\partial}\nu_{\alpha R} - \frac{Y_\alpha^\nu}{\sqrt{2}}\bar{\nu}_{\alpha L}\nu_{\alpha R}[h + v] + H.c \quad (2.51)$$

Que nos dá o seguinte termo de massa de Dirac:

$$\mathcal{L}_m^\nu = -\frac{Y_\alpha^\nu}{\sqrt{2}}\bar{\nu}_{\alpha L}\nu_{\alpha R}v + H.c \quad (2.52)$$

$Y_\alpha^\nu$  é uma matriz 3x3 que pode ser diagonalizada da mesma forma como foi feita na seção 1.5 utilizando a transformação bi-unitária:

$$\begin{aligned} \nu_L &\rightarrow V_\nu\nu_L \\ \nu_R &\rightarrow U_\nu\nu_R \end{aligned} \quad (2.53)$$

No MP, a corrente carregada dos léptons é modificada por:

$$J_\mu^- \rightarrow \bar{\nu}_L V_\nu^\dagger V_e \gamma_\mu e_L \quad (2.54)$$

$V_\nu^\dagger V_e = U_{PMNS}^\dagger$  é a matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata análoga a matriz CKM, essa matriz possui 9 parâmetros reais, 3 ângulos independentes e 6 fases. Do mesmo modo que na seção 1.5, os auto estados de sabor são uma sobreposição dos auto estados de massa. Em comparação com o caso em que os termos de massa são de Marjorana, em que as fases não podem ser absorvidas pela definição dos campos  $\nu_L$ , 5 das seis fases podem ser reabsorvidas por meio da seguinte definição:

$$\begin{aligned} e_{\alpha L} &\rightarrow \exp(i\phi_\alpha^e)e_{\alpha L} \\ e_{\alpha R} &\rightarrow \exp(i\phi_\alpha^e)e_{\alpha R} \\ \nu_{\alpha L} &\rightarrow \exp(i\phi_\alpha^\nu)\nu_{\alpha L} \\ \nu_{\alpha R} &\rightarrow \exp(i\phi_\alpha^\nu)\nu_{\alpha R} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Os  $\nu_R$  são singletos para os grupos de calibre do MP e para manter o caráter mais geral possível da teoria devemos introduzir termos de massa de Marjorana para os  $\nu_R$ . Para escrevermos o termo de massa de Marjorana usando apenas  $\nu_L$ , devemos encontrar um termo de mão direita que seja função de  $\nu_L$ , que se transforma por Lorentz e que possa substituir  $\nu_R$ . Vamos investigar o campo conjugado de  $\nu_L$  com o intuito de verificar se esse é uma boa escolha para substituir  $\nu_R$ :

$$\nu_L^c = \mathbf{C}\bar{\nu}_L^T \quad (2.56)$$

Sob as transformações de Lorentz, temos:

$$\nu_L^c = \mathbf{C}(\nu_L^\dagger \gamma^0)^T \rightarrow \mathbf{C}(\mathbf{S}^{-1})^T \mathbf{C}^{-1} \nu_L^c \quad (2.57)$$

Foi utilizada a seguinte transformação:

$$\begin{aligned} \nu_L &\rightarrow \nu'_L = \mathbf{S}\nu_L & \nu_R &\rightarrow \nu'_R = \mathbf{S}\nu_R \\ \bar{\nu}_L &\rightarrow \bar{\nu}'_L = \bar{\nu}_L \mathbf{S}^{-1} & \bar{\nu}_R &\rightarrow \bar{\nu}'_R = \bar{\nu}_R \mathbf{S}^{-1} \end{aligned} \quad (2.58)$$

Desde que  $\nu_L^c$  e  $\bar{\nu}_L^c$  se transformem como  $\nu_L$  e  $\bar{\nu}_L$ , temos:

$$\nu_L^c \rightarrow \mathbf{S}\nu_L^c \quad \bar{\nu}_L^c \rightarrow \bar{\nu}_L^c \mathbf{S}^{-1} \quad (2.59)$$

Usando a relação  $\mathbf{C}(\sigma^{\mu\nu})^T \mathbf{C}^{-1} = -\sigma^{\mu\nu}$  podemos obter  $\mathbf{S} = \mathbf{C}(\mathbf{S}^{-1})^T \mathbf{C}^{-1}$ . Assim,  $\nu_L^c$  possui todas as qualidades e pode substituir  $\nu_R$  na equação (2.51):

$$\mathcal{L}_m^\nu = -\frac{y_\alpha^\nu}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{\alpha L} \bar{\nu}_L^c v - \frac{y_\alpha^{*\nu}}{\sqrt{2}} \nu_{\alpha L} \nu_L^c v \quad (2.60)$$

Assim, temos:

$$\mathcal{L}_M^\nu = -\frac{M_\alpha}{2} (-\nu_L^T \mathbf{C}^\dagger \nu_L + \bar{\nu}_L \mathbf{C} \bar{\nu}_L^T) \quad (2.61)$$

Escrevendo na forma matricial, na base das duas componentes espinoriais  $(\nu, \nu^c)$ , temos a matriz 6x6 de massa dos neutrinos:

$$\begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M \end{pmatrix} \quad (2.62)$$

$m_D = \frac{y^{*\nu} v}{\sqrt{2}}$  é a matriz de massa de Dirac e  $M$  de Marjorana. A diagonalização da matriz (2.62) torna-se particularmente simples ao realizarmos o mecanismo "see-saw"[10] quando seguimos a hierarquia:

$$m_D \ll M \quad (2.63)$$

Para este caso há três neutrinos de Marjorana leves e três pesados. Suas matrizes de massa 3x3 são dadas respectivamente por:

$$M_L \cong m_D M^{-1} m_D^T \quad (2.64)$$

$$M_R \cong M \quad (2.65)$$

Segundo o mecanismo "see-saw"  $M_L$  é muito pequeno devido ao grande valor de  $M$ . Apesar de  $M_L$  e  $M_R$  serem matrizes, podemos estimar a escala de massa de  $M$  necessária para obtermos valores em acordo com os dados fenomenológicos para as massas dos neutrinos. Assim, se  $|M_L| \leq 1eV$  e  $|m_D| \leq \mathcal{O}(100)GeV$ , temos:

$$|M_L| \cong \frac{|m_D|^2}{M} < 1eV \quad \rightarrow \quad |M| > 10^{13} GeV \quad (2.66)$$

Após a quebra da simetria  $U_{B-L}(1)$ , os termos de interações de Yukawa dados por  $y_\alpha^M \bar{\nu}_{\alpha R}^c \nu_{\alpha R} \chi$  nos fornecem a massa para os neutrinos de mão direita  $M = \frac{y_\alpha^M v'}{\sqrt{2}}$ . Do mesmo modo, a quebra da simetria eletrofraca implica nos termos de massa de Dirac  $M = \frac{y_\alpha^v v}{\sqrt{2}}$ . Com  $M$  proporcional a  $v'$  e  $m_D$  proporcional a  $v$ , então podemos estabelecer  $M \gg m_D$ . A diagonalização da matriz (2.62) nos leva aos seguintes termos de massa para os neutrinos

$$\begin{aligned} M_L &\cong m_D M^{-1} m_D^T = y^\nu (y^M)^{-1} y^{\nu T} \frac{v^2}{\sqrt{2} v'} \\ M_R &\cong M = \frac{y^M v'}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Assim, a simetria B-L pode explicar a presença dos neutrinos de mão direita fornecendo um cenário natural para o desenvolvimento do mecanismo "see-saw". Contudo, a escala de energia para a quebra de B-L, assim como a massa do neutrino de mão direita, permanecem arbitrárias. Frequentemente admitimos que a escala de energia para a quebra de B-L seja da ordem  $10^{15} GeV$  para explicar os dados experimentais de oscilação de neutrinos

atmosféricos[29]. É importante ressaltar que essa escala de energia tão alta é necessária para o caso em que os termos de massas de Dirac serem da ordem de  $\mathcal{O}(100)GeV$ . Contudo, a baixas energias não há nenhuma evidência de que os termos de massa de Dirac possuam esse valor de energia. Se tentarmos estabelecer uma simetria de sabor entre os léptons carregados e neutros das famílias dos quarks  $u, c, t$  e  $d, s, b$  encontramos que a massa de Dirac dos neutrinos deve ser bem pequena, da ordem de  $\mathcal{O}(10^{-4})GeV$  que leva a uma massa de Majorana na escala TeV.

As interações de Yukawa entre os férmions e os auto estados de massa dos escalares podem ser facilmente obtidas por meio das equações (2.12) e (2.37). Ao isolarmos os termos proporcionais a  $h_1$  e  $h_2$  temos as seguintes regras de Feynman: para os vértices envolvendo férmions e os escalares  $h_1$  e  $h_2$ :

$$V(f, \bar{f}, h_1) = im_f \frac{g}{2M_W} \cos \alpha, \quad V(f, \bar{f}, h_2) = im_f \frac{g}{2M_W} \sin \alpha \quad (2.68)$$

Para os vértices que envolvem neutrinos e escalares  $h_1$  e  $h_2$  e que conservam o número leptônico:

$$V((\nu_L)_i, (\nu_R)_j, h_1) = i \frac{(U_\nu^\dagger y^\nu)_{ij}}{\sqrt{2}} \cos \alpha, \quad V((\nu_L)_i, (\nu_R)_j, h_2) = i \frac{(U_\nu^\dagger y^\nu)_{ij}}{\sqrt{2}} \sin \alpha \quad (2.69)$$

$(\nu_L)_i$  são os auto estados de massa dos neutrinos de mão esquerda obtidos a partir da matriz  $M_L$  da equação (2.64). Para os vértices que violam a conservação do número leptônico temos:

$$V(\bar{\nu}_R, \nu_R, h_1) = -i \frac{m_{\nu R}}{2v'} \sin \alpha, \quad V(\bar{\nu}_R, \nu_R, h_2) = i \frac{m_{\nu R}}{2v'} \cos \alpha \quad (2.70)$$

### 2.3.2 As interações entre os férmions e os bósons de calibre.

A corrente carregada e eletromagnética no modelo B-L são exatamente iguais as do MP descritas na seção (1.3.1), já a corrente neutra é modificada pela adição do grupo  $U_{B-L}(1)$ . Para as interações entre férmions e os bósons de calibre massivos temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f^{ZZ'} = & -eA^\mu \left[ \frac{2}{3} \sum_{u_\alpha=u,c,t} \bar{u}_\alpha \gamma_\mu u_\alpha - \frac{1}{3} \sum_{d_\beta=d,s,b} \bar{d}_\beta \gamma_\mu d_\beta - \sum_{\sigma=e,\mu,\tau} \bar{\sigma} \gamma_\mu \sigma \right] \\ & - \frac{g}{2C_W} Z^\mu \left[ 2g_L^u \sum_{u_\alpha=u,c,t} \bar{u}_{\alpha L} \gamma_\mu u_{\alpha L} + 2g_R^u \sum_{u_\alpha=u,c,t} \bar{u}_{\alpha R} \gamma_\mu u_{\alpha R} + 2g_L^d \sum_{d_\beta=d,s,b} \bar{d}_{\beta L} \gamma_\mu d_{\beta L} \right. \\ & + 2g_R^d \sum_{d_\beta=d,s,b} \bar{d}_{\beta R} \gamma_\mu d_{\beta R} + 2g_L^\sigma \sum_{\sigma=e,\mu,\tau} \bar{\sigma}_L \gamma_\mu \sigma_L + 2g_R^\sigma \sum_{\sigma=e,\mu,\tau} \bar{\sigma}_R \gamma_\mu \sigma_R \\ & \left. + 2g_L^\nu \sum_{\sigma=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\sigma L} \gamma_\mu \nu_{\sigma L} + 2g_R^\nu \sum_{\sigma=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\sigma R} \gamma_\mu \nu_{\sigma R} \right] \\ & - \frac{g'}{2} Z'^\mu \left[ \frac{1}{3} \sum_{u=u,c,t} \bar{u} \gamma_\mu u + \frac{1}{3} \sum_{d=d,s,b} \bar{d} \gamma_\mu d - \left( \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\alpha} \gamma_\mu \alpha + \bar{\nu}_\alpha \gamma_\mu \nu_\alpha \right) \right] \end{aligned} \quad (2.71)$$

Podemos observar que a lagrangeana descrita na equação (2.71) é idêntica a do MP exceto pelo último termo que descreve as interações do novo bóson  $Z'$ . as regras de Feynman

para o modelo B-L encontram-se no apêndice B. A corrente para esse novo bóson neutro é descrita por:

$$J_\mu^{B-L} = \frac{1}{3} \sum_{u=c,t} \bar{u} \gamma_\mu u + \frac{1}{3} \sum_{d=s,b} \bar{d} \gamma_\mu d - \left( \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\alpha} \gamma_\mu \alpha + \bar{\nu}_\alpha \gamma_\mu \nu_\alpha \right) \quad (2.72)$$

Podemos obter o propagador do bóson  $Z'$  da mesma forma que foi feita na seção 1.6.2, temos então:

$$G_{\mu\nu}^{Z'}(x-x') = \langle 0|T [Z'_\mu(x)Z'_\nu{}^\dagger(x')] |0\rangle = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left( -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_{Z'}^2} \right) \frac{e^{-ip(x-x')}}{p^2 - m_{Z'}^2 + i\epsilon} \quad (2.73)$$

Podemos fazer a mesma contração que foi feita no capítulo 1 para os propagadores dos bósons W e Z também para o propagador do bóson  $Z'$ , reduzindo assim para uma interação de contato com a seguinte lagrangeana efetiva:

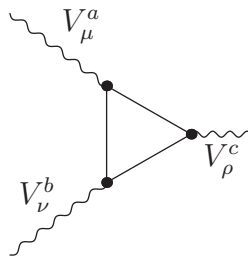
$$\mathcal{L}_{efet}^{Z'} = -\frac{g'^2}{4m_{Z'}^2} j_{B-L}^\mu j_\mu^{B-L} \quad (2.74)$$

## 2.4 cancelamento das anomalias

Até agora não foram mencionadas as propriedades que a nova carga  $Y^P$  deve ter, muito menos as atribuições de cada carga dos diferentes férmions. Queremos mostrar que o modelo discutido neste capítulo é livre de anomalias. Uma simetria é dita "anômala" quando esta não é preservada por correções quânticas. Não há problema se uma simetria global for anômala, contudo, se esta for uma simetria de calibre a sua renormalizabilidade e unitariedade serão comprometidas. Para uma introdução sobre anomalias, vide[29].

Vamos especificar o contexto para nossa discussão: Primeiro, vamos restringir nossa atenção para modelos com conteúdo de matéria exótico: o conteúdo de férmions é constituído pelos férmions do MP mais os neutrinos de mão direita. É importante ressaltar que foram introduzidos apenas três neutrinos de mão direita, um para cada família, nosso modelo é considerado livre de anomalias apenas quando esse conteúdo de matéria é incluído. Segundo, vamos tomar as cargas do segundo fator U(1) independentes das famílias, assim como as cargas dos demais grupos do MP. Seria uma abordagem interessante analisar o caso em que as cargas do novo fator U(1) fossem dependentes das famílias, contudo, esta análise foge do escopo dessa dissertação.

Um critério bem conhecido para a ausência de anomalias é obtido por meio dos gráficos de loop triangular:



A sua contribuição é proporcional à:

$$\mathcal{A}^{abc} = Tr(T^a, T^b T^c) \quad (2.75)$$

$\psi$	$SU_c(3)$	$SU_L(2)$	Y	B-L
$q_L$	3	2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$u_R$	3	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$
$d_R$	3	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
$l_L$	1	2	-1	-1
$e_R$	1	1	-1	-1
$\nu_R$	1	1	0	-1

Tabela 2.2: Números quânticos referentes a transformações sobre as simetrias de calibre e valores de hipercarga e número B-L

$T^a$  são os geradores do grupo de calibre. Com  $\mathcal{A}^{abc} = 0$  para qualquer a,b,c então, podemos garantir que não há anomalias nos grupos de calibre. É importante perceber que com a contribuição das anomalias descritas na equação (3.1), nós iremos provar que as cargas dos férmions descritos no capítulo 2 cancelam as anomalias U(1)-gravitacional, associada a loops triangulares com duas pernas externas sendo gravitons. Estas anomalias são proporcionais a  $Tr(T^a)$ . Como explicado em [30], a presença da uma anomalia U(1)-gravitacional pode destruir a invariância de calibre e nos levar a inconsistências.

Na ref.[31] uma abordagem prática é seguida para demonstrar que esse tipo de modelo é livre de anomalias: As cargas dos bósons de calibre são independentes do conteúdo fermiônico e do sabor do mesmo, os autores identificaram os valores mais gerais para as cargas de modo que o modelo torna-se livre da anomalias. Vamos tentar uma abordagem inversa: Vamos começar com nosso modelo B-L sem mistura para então utilizar a equação (2.18) para provar que qualquer modelo mais geral envolvendo mistura entre  $Z'$  e  $Z$  também é livre de anomalias.

Vamos começar relembrando alguns números quânticos de cada férmion: Podemos ver que  $SU_L(2) \otimes U_Y(1)$  não é anômalo: cada diagrama triangular é nulo ou é proporcional a  $Tr_d(Q)$ , com Q como a carga elétrica e  $Tr_d$  como o traço apenas dos dubletos. De fato, em  $[SU_L(2)]^3$  e  $SU_L(2)[U_Y(1)]^2$  as anomalias se anulam automaticamente devido aos geradores de  $SU_L(2)$  que são:

$$T^a = \frac{\sigma^a}{2} \quad (2.76)$$

$\sigma^a$  são as matrizes de Pauli, estas por sua vez possuem traço nulo (quando nos referimos aos singletos,  $T^a$  é automaticamente nulo). Já para  $[SU_L(2)]^2 U_Y(1)$  e  $[U_Y(1)]^3$  as anomalias são proporcionais a  $Tr_d(Q)$ , assim temos para os quarks:

$$Tr_d(Q) = 3 \left[ 3 \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) - 1 \right] = 0 \quad (2.77)$$

se considerarmos o grupo  $SU_C(3)$  temos  $[SU_C(3)]^3$ ,  $SU_L(2)[SU_C(3)]^2$  e  $[SU_L(2)]^2 SU_C(3)$  e  $SU_C(3)[U_Y(1)]^2$ , estas anomalias são automaticamente nulas, enquanto  $[SU_C(3)]^2 U_Y(1)$  é proporcional a  $Tr_d(Q)$ . Para os quarks sob  $SU_C(3)$  temos:

$$Tr_d(Q) = 9 \left[ \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) - \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right] = 0 \quad (2.78)$$

Desde que cada  $\nu_R$  seja singlete sobre todos os grupos do MP, as condições acima para o cancelamento de anomalias no modelo B-L puro também são satisfeitas. Entretanto, devemos calcular (3.1) quando os geradores  $Y_{B-L}$  são considerados. Conforme os casos anteriores, temos:  $SU_c(3)[U_{B-L}(1)]^2$  e  $SU_L(2)[U_{B-L}(1)]^2$  são nulas, enquanto as demais contribuições são

$$[SU_c(3)]^2 U_{B-L}(1) : \quad (2.79)$$

$$\mathcal{A} \equiv \frac{1}{4} Tr(Y_{B-L} \lambda^b, \lambda^c) \propto Tr_d(Y_{B-L}) = 3 \left( 2 \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \right) = 0$$

$$[SU_L(2)]^2 U_{B-L}(1) : \quad (2.80)$$

$$\mathcal{A} \equiv \frac{1}{4} Tr(Y_{B-L} \sigma^b, \sigma^c) \propto Tr_d(Y_{B-L}) = 2 \left( 3 \cdot \frac{1}{3} - 1 \right) = 0$$

$$[U_Y(1)]^2 U_{B-L}(1) : \quad (2.81)$$

$$\mathcal{A} \equiv Tr(Y_{B-L} Y, Y) = \frac{1}{18} - \frac{8}{18} - \frac{2}{18} - \frac{9}{18} + 1 = 0$$

$$U_Y(1)[U_{B-L}(1)]^2 : \quad (2.82)$$

$$\mathcal{A} \equiv Tr(Y Y_{B-L}, Y_{B-L}) = \frac{1}{9} - \frac{2}{9} + \frac{1}{9} - 1 + 1 = 0$$

$$[U_{B-L}(1)]^3 : \quad (2.83)$$

$$\mathcal{A} \equiv Tr(Y_{B-L} Y_{B-L}, Y_{B-L}) = \frac{2}{9} - \frac{1}{9} - \frac{1}{9} - 2 + 1 + 1 = 0$$

Com relação à anomalia U(1)-gravitacional, a qual deve ser nula quando a gravitação quântica é incluída, temos as seguintes condições:

$$U_Y(1) - \text{gravitacional} : \quad (2.84)$$

$$\mathcal{A} \equiv Tr(Y) = Tr(Q) = 3 \left[ 2 \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) - \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right] + 2(-1) + 1 = 0$$

$$U_{B-L}(1) - \text{gravitacional} : \quad (2.85)$$

$$\mathcal{A} \equiv Tr(Y_{B-L}) = 3 \left[ 2 \left( \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \right] + 2(-1) + 1 + 1 = 0$$

Como os neutrinos de mão direita contribuem apenas para as anomalias  $[U_{B-L}(1)]^3$  e  $U_{B-L}(1)$ -gravitacional, vemos claramente que é necessário um número de  $\nu_R$  igual aos números de famílias, desde que o cancelamento das anomalias ocorra independentemente para cada família.

Resumindo, cada anomalia se anula, assim o modelo B-L é livre de anomalias. Para estendermos o cancelamento de anomalias para modelos que incluem a mistura entre os bósons  $Z$  e  $Z'$  fazemos o seguinte: Ao analisar as anomalias da mistura entre os bósons de calibre e o graviton, vemos que estas anulam-se independentemente, assim cada fator  $U(1)$  não possui carga anômala associada. Deste modo, a equação (2.18) representa de forma geral uma "carga efetiva", sendo esta uma combinação linear entre as cargas  $Y$  e  $B-L$ , assim podemos concluir que esse tipo de "carga efetiva" também é livre de anomalias.

# Capítulo 3

## A busca pelo bóson $Z'$

Uma forma conveniente de analisar evidências de um novo bóson  $Z'$  é olhando para a forma como esse bóson se acopla aos férmions do MP. Conforme vimos na equação (2.71) o acoplamento entre os férmions com o bóson  $Z'$  é dado por:

$$\frac{g''}{2} Z'^{\mu} \left[ \frac{1}{3} \sum_{u=u,c,t} \bar{u} \gamma_{\mu} u + \frac{1}{3} \sum_{d=d,s,b} \bar{d} \gamma_{\mu} d - \left( \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\alpha} \gamma_{\mu} \alpha + \bar{\nu}_{\alpha} \gamma_{\mu} \nu_{\alpha} \right) \right] \quad (3.1)$$

Podemos reescrever a lagrangeana da corrente neutra, já com o novo bóson  $Z'$ , em termos dos acoplamentos vetoriais e axiais. Temos, assim:

$$\mathcal{L}^{ZZ'} = \sum_f \sum_{\eta=0}^2 \bar{f} \gamma_{\mu} (g_{V,\eta}^f + g_{A,\eta}^f \gamma^5) f Z'^{\mu,\alpha} \quad (3.2)$$

$Z^{\mu,0} \equiv A^{\mu}$  é o fóton,  $Z^{\mu,1} \equiv Z^{\mu}$  é o bóson  $Z$  do MP,  $Z^{\mu,2} \equiv Z'^{\mu}$  é o novo bóson  $Z'$ . Os acoplamentos axiais e vetoriais estão listados na tabela abaixo:

### 3.1 O decaimento $Z'_{B-L}$

Considerando o decaimento de um bóson vetorial massivo  $V$  em um par férmion-antiférmion. Em nível de árvore, a largura do decaimento  $V \rightarrow f \bar{f}$  é dada por:

$$\Gamma(V \rightarrow f \bar{f}) = \frac{M_V}{12\pi} C_f \left[ (g_V^f)^2 + (g_A^f)^2 + 2((g_V^f)^2 - 2(g_A^f)^2) \frac{m_f^2}{M_V^2} \right] \sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{M_V^2}} \quad (3.3)$$

$C_f$  é o fator de cor, 3 para os quarks e 1 para os demais léptons,  $m_f$  é a massa dos férmions,  $M_V$  é a massa do bóson vetorial,  $g_V^f$  e  $g_A^f$  são os acoplamentos vetorial e axial. Para o caso do bóson  $Z'$  a equação (3.3) é simplificada devido  $g_A^f = 0$  para qualquer férmion. Assim, temos:

$$\Gamma(Z' \rightarrow f \bar{f}) = \frac{M_{Z'}}{12\pi} C_f (g_V^f)^2 \left[ 1 + 2 \frac{m_f^2}{M_{Z'}^2} \right] \sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{M_{Z'}^2}} \quad (3.4)$$

Antes de fazermos as primeiras estimativas do Branching-Ratio (BR), é necessário analisar a razão entre as massas dos férmions e a massa do bóson  $Z'$  que aparece na equação (3.4). Se tomarmos  $100 \text{ GeV} \leq M_{Z'} \leq \mathcal{O}(1) \text{ TeV}$ , apenas o quark top torna-se relevante quando analisamos a razão entre sua massa e a massa do  $Z'$ . Podemos imediatamente ver a

	$\gamma$	$Z$	$Z'_{B-L}$
$g_V^u$	$\frac{2}{3}e$	$\frac{g}{2 \cos \theta_W} \left( \frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W \right)$	$\frac{1}{3}g''$
$g_A^u$	0	$-\frac{1}{2} \frac{g}{\cos \theta_W}$	0
$g_V^d$	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{g}{2 \cos \theta_W} \left( -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right)$	$\frac{1}{3}g''$
$g_A^d$	0	$\frac{1}{2} \frac{g}{\cos \theta_W}$	0
$g_V^e$	$-e$	$\frac{g}{2 \cos \theta_W} \left( -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W \right)$	$-1g''$
$g_A^e$	0	$\frac{1}{2} \frac{g}{\cos \theta_W}$	0
$g_V^\nu$	0	$\frac{1}{2} \frac{g}{\cos \theta_W}$	$-1g''$
$g_A^\nu$	0	$-\frac{1}{2} \frac{g}{\cos \theta_W}$	0

Tabela 3.1: Valores para os acoplamentos axiais e vetoriais

$f$	$g_{V,Z'}^f$	$C_f$	BR
$e$	$-g''$	1	$\frac{1}{8}$
$\nu$	$-g''$	1	$\frac{1}{8}$
$u$	$\frac{g''}{3}$	3	$\frac{1}{24}$
$d$	$\frac{g''}{3}$	3	$\frac{1}{24}$

Tabela 3.2: BR do bóson  $Z'$  para cada férmion

importância deste efeito: O BR leptônico ( $\Gamma_{\ell\bar{\ell}}(Z') \equiv \sum_k \Gamma(Z' \rightarrow e_k \bar{e}_k)$ ,  $k$  é o índice da família do lépton) é maior que o BR do bóson  $Z$  do MP fornecendo, assim, um canal muito limpo desse decaimento.

Para calcularmos o BR, devemos também saber o espectro dos neutrinos de mão direita, os quais se acoplam com  $Z'$  em nível de árvore. Vamos considerar dois casos extremos,  $m_{\nu_R} = 0$  e  $m_{\nu_R} = \infty$ .

1)  $m_{\nu_R} = 0$ : A largura de decaimento completa (em unidades de  $g''^2 M_{Z'}$  é:

$$\frac{\Gamma_{Z'}}{g''^2 M_{Z'}} \equiv \frac{\sum_f \Gamma(Z' \rightarrow f\bar{f})}{g''^2 M_{Z'}} = \frac{2}{3\pi} \quad (3.5)$$

O BR para cada férmion é: No limite  $m_{\nu_R} = 0$ , BR total para os léptons carregados é igual ao BR tanto dos neutrinos de mão direita como para os neutrinos de mão esquerda. Temos:

$$\frac{\Gamma_{\nu\bar{\nu}}(Z')}{\Gamma_{Z'}} = \frac{3}{8} = 0,375 \quad (3.6)$$

enquanto o BR para hadrons é dado por:

$$\frac{\Gamma_{hadrons}(Z')}{\Gamma_{Z'}} = \frac{\sum_q \Gamma(Z' \rightarrow q\bar{q})}{\Gamma_{Z'}} = \frac{1}{4} = 0,25 \quad (3.7)$$

$f$	$g_{V,Z'}^f$	$g_{A,Z'}^f$	$C_f$	BR
$e$	$-g''$	0	1	$\frac{2}{13}$
$\nu$	$-\frac{g''}{2}$	$-\frac{g''}{2}$	1	$\frac{1}{13}$
$u$	$\frac{g''}{3}$	0	3	$\frac{2}{39}$
$d$	$\frac{g''}{3}$	0	3	$\frac{2}{39}$

Tabela 3.3: BR do bóson  $Z'$  para cada lépton

2)  $m_{\nu_R} = \infty$ : Nesse caso, o decaimento do bóson  $Z'$  em um par de neutrinos de mão direita é cineticamente proibido. Assim o BR para os neutrinos é menor do que o descrito em (3.6), desde que este receba apenas contribuições dos neutrinos de mão esquerda. Para que os neutrinos de mão esquerda sejam levados em conta no BR do bóson  $Z'$ , devemos fazer a seguinte modificação nos acoplamentos vetorial e axial:

$$\begin{aligned}
g_V^\nu &= \frac{g_L^\nu + g_R^\nu}{2} \rightarrow \frac{g_L^\nu}{2} = -\frac{g''}{2} \\
g_A^\nu &= \frac{g_L^\nu - g_R^\nu}{2} \rightarrow \frac{g_L^\nu}{2} = -\frac{g''}{2}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Assim, a largura de decaimento total (em unidades de  $g''^2 M_{Z'}$ ) é:

$$\frac{\Gamma_{Z'}}{g''^2 M_{Z'}} \equiv \frac{\sum_f \Gamma(Z' \rightarrow f\bar{f})}{g''^2 M_{Z'}} = \frac{13}{24\pi} \tag{3.9}$$

O BR para cada lépton é:

$$\frac{\Gamma_{\ell\bar{\ell}}(Z')}{\Gamma_{Z'}} = \frac{6}{13} \simeq 46.2 \tag{3.10}$$

$$\frac{\Gamma_{\nu\bar{\nu}}(Z')}{\Gamma_{Z'}} = \frac{3}{13} \simeq 23 \tag{3.11}$$

$$\frac{\Gamma_{hadr.}(Z')}{\Gamma_{Z'}} = \frac{4}{13} \simeq 30.8 \tag{3.12}$$

Podemos observar que o BR total do novo bóson  $Z'$  decaindo em léptons carregados é muito maior do que o BR total do bóson  $Z$  também decaindo em léptons carregados ( $\sim 0.034$ [43]). Este fato desempenha um papel importante na busca pelo bóson  $Z'$  nos experimentos.

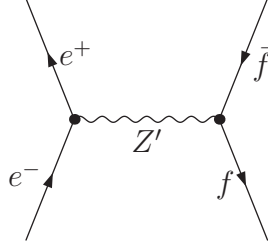
Para os quarks, devemos introduzir a correção da QCD para a largura de decaimento parcial do bóson  $Z'$ , de acordo com [26]:

$$\Gamma(Z' \rightarrow q\bar{q}) = \frac{M_{Z'}}{12\pi} C_f (g_V^f)^2 \left[ 1 + 2 \frac{m_f^2}{M_{Z'}^2} \right] \sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{M_{Z'}^2}} \left( 1 + \frac{\alpha_S}{\pi} + \mathcal{O}\left(\frac{\alpha_S m_f^2}{M_{Z'}^2}\right) \right) \tag{3.13}$$

Com  $\alpha_S \equiv \frac{g_S^2}{4\pi}$ .

### 3.1.1 A produção do bóson $Z'$ em colisões $e^+e^-$

A produção de um novo bóson vetorial neutro pode se dar através do seguinte processo:



A seção de choque no referencial do centro de massa (CM) com energia  $\sqrt{s} \sim M_{Z'}$  é:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z' \rightarrow f\bar{f})|_{\sqrt{s} \sim M_{Z'}} = 12\pi \frac{s}{M_{Z'}^2} \frac{\Gamma(Z' \rightarrow e^+e^-)\Gamma(Z' \rightarrow f\bar{f})}{(s - M_{Z'}^2)^2 + M_{Z'}^2\Gamma_{Z'}^2} \quad (3.14)$$

Na aproximação  $\Gamma_{Z'} \ll M_{Z'}$ , a equação (3.14) é reduzida para:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z' \rightarrow f\bar{f})|_{\Gamma_{Z'} \ll M_{Z'}, \sqrt{s} \sim M_{Z'}} = 12\pi^2 \frac{\Gamma(Z' \rightarrow e^+e^-)\Gamma(Z' \rightarrow f\bar{f})}{M_{Z'}\Gamma_{Z'}} \delta(s - M_{Z'}^2) \quad (3.15)$$

Contudo, foram feitos experimentos no LEP-II com energias de 209 GeV e não foi encontrada nenhuma evidência de um novo bóson  $Z'$ . A concordância entre as medidas feitas no LEP-II e as previsões do MP implicam em: Ou os acoplamentos do bóson  $Z'$  são menores que, ou da ordem  $10^{-2}$ , ou a massa do bóson  $Z'$  é maior que 209 GeV. Para o processo  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ , a expressão geral para a seção de choque diferencial sem polarização em nível de árvore é[44]:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} = \frac{\sqrt{s}}{16\pi} [S(s)(1 + (\cos\theta^*)^2) + A(s)2\cos\theta^*] \quad (3.16)$$

Com:

$$S(s) = \sum_{\alpha,\beta=0}^2 \frac{(g_{\alpha,V}^e g_{\beta,V}^e + g_{\alpha,A}^e g_{\beta,A}^e)(g_{\alpha,V}^l g_{\beta,V}^l + g_{\alpha,A}^l g_{\beta,A}^l)}{(s - M_\alpha^2 + iM_\alpha\Gamma_\alpha)(s - M_\beta^2 + iM_\beta\Gamma_\beta)} \quad (3.17)$$

$$A(s) = \sum_{\alpha,\beta=0}^2 \frac{(g_{\alpha,V}^e g_{\beta,A}^e + g_{\alpha,A}^e g_{\beta,V}^e)(g_{\alpha,V}^l g_{\beta,A}^l + g_{\alpha,A}^l g_{\beta,V}^l)}{(s - M_\alpha^2 + iM_\alpha\Gamma_\alpha)(s - M_\beta^2 + iM_\beta\Gamma_\beta)}$$

$\theta^*$  é o ângulo de espalhamento no referencial do centro de massa. Foi usada a mesma notação da equação (3.2), ou seja,  $\alpha = 0$  estamos nos referindo ao fóton,  $\alpha = 1$  estamos nos referindo ao bóson  $Z$  do MP e  $\alpha = 2$  estamos nos referindo ao bóson  $Z'$ .

### 3.1.2 A produção do bóson $Z'$ em colisores de hadrons.

Quando lidamos com colisões de hadrons de altas energias, é bastante útil nos referirmos ao modelo de partons[45]. Se a energia do CM for suficientemente alta, podemos considerar que cada hadron é constituído de partículas independentes denominadas partons. Cada parton carrega um fator  $x$  do quadri-momentum do hadron. Apenas um parton por hadron participa das interações. Assim, podemos calcular a seção de choque elementar em termos dos partons, para só então determinar a seção de choque total através da função de distribuição dos partons, isto é, a distribuição de probabilidades dos partons

com diferentes frações qudri-momentum de um hadron. É importante notar que qualquer partícula com probabilidade diferente de zero de ser encontrada dentro do hadron é identificada como parton, tais como: quarks, glúons, etc. Se cada hadron possui momentum  $P_i$  com  $i=1,2$ . Assim, cada parton tem momentum  $p_i = x_i P_i$  e a energia do centro de massa em termos dos partons é:

$$\hat{s} = (p_1 + p_2)^2 = (x_1 P_1 + x_2 P_2)^2 \simeq x_1 x_2 s \quad (3.18)$$

Como o parton é considerado uma partícula elementar, a seção de choque em termos dos partons será semelhante à equação (3.14). Incluímos o fator  $1/C_f^2$  que fornece a média sobre as "cores" dos estados iniciais dos quarks. A seção de choque também é calculada para  $\hat{s}$ .

$$\hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow Z' \rightarrow f\bar{f})|_{\sqrt{\hat{s}} \sim M_{Z'}} = \frac{12\pi}{C_f^2} \frac{\hat{s}}{M_{Z'}^2} \frac{\Gamma(Z' \rightarrow q\bar{q})\Gamma(Z' \rightarrow f\bar{f})}{(\hat{s} - M_{Z'}^2)^2 + M_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2} \quad (3.19)$$

Para a aproximação  $\Gamma_{Z'} \ll M_{Z'}$  temos:

$$\hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow Z' \rightarrow f\bar{f})|_{\Gamma_{Z'} \ll M_{Z'}, \sqrt{\hat{s}} \sim M_{Z'}} = \frac{12\pi}{C_f^2} \frac{\Gamma(Z' \rightarrow q\bar{q})\Gamma(Z' \rightarrow f\bar{f})}{M_{Z'} \Gamma_{Z'}} \delta(\hat{s} - M_{Z'}^2) \quad (3.20)$$

Para a função de distribuição dos partons, temos a seguinte convenção:

$$\begin{aligned} f_{q_i}(x)dx &\text{ é o número de partons } q_i \text{ no hadron } p \\ \bar{f}_{q_i}(x)dx &\text{ é o número de partons } q_i \text{ no hadron } \bar{p} \\ f_{\bar{q}_i}(x)dx &\text{ é o número de partons } \bar{q}_i \text{ no hadron } p \\ \bar{f}_{\bar{q}_i}(x)dx &\text{ é o número de partons } \bar{q}_i \text{ no hadron } \bar{p} \end{aligned}$$

A fração do quadri-momentum do parton está no intervalo  $[x, x+dx]$ . Protons ( $p = (uud)$ ) e anti-prótons ( $\bar{p} = (\bar{u}\bar{u}\bar{d})$ ). Normalizando a função de distribuição dos partons para os quarks:

$$\int_0^1 dx (f_u(x) - \bar{f}_u(x)) = 2 \quad (3.21)$$

$$\int_0^1 dx (f_d(x) - \bar{f}_d(x)) = 1 \quad (3.22)$$

$$\int_0^1 dx (\bar{f}_{\bar{u}}(x) - \bar{f}_u(x)) = 2 \quad (3.23)$$

$$\int_0^1 dx (\bar{f}_{\bar{d}}(x) - \bar{f}_d(x)) = 1 \quad (3.24)$$

A seção de choque total para a colisão  $p\bar{p}$ , calculada utilizando a equação (3.20) junto com a função de distribuição dos partons, é:

$$\begin{aligned} \sigma(p\bar{p} \rightarrow Z') &= \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \sum_i f_{q_i}(x_1) \bar{f}_{\bar{q}_i}(x_2) \hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow Z') \\ &+ \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \sum_i \bar{f}_{\bar{q}_i}(x_1) f_{q_i}(x_2) \hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow Z') \end{aligned} \quad (3.25)$$

Para a colisão  $pp$ :

$$\begin{aligned}\sigma(pp \rightarrow Z') &= \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \sum_i f_{q_i}(x_1) f_{\bar{q}_i}(x_2) \hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow Z') \\ &+ \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \sum_i f_{\bar{q}_i}(x_1) f_{q_i}(x_2) \hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow Z')\end{aligned}\quad (3.26)$$

Como podemos ver na equação (3.20), apenas  $\hat{s}$  possui uma dependência não trivial em  $x_i$ . Assim, podemos fatorar os demais termos da integral. Com uma manipulação algébrica temos a seção de choque para  $p\bar{p}$ :

$$\sigma(p\bar{p} \rightarrow Z') = \frac{12\pi^2 \Gamma(Z' \rightarrow q\bar{q}) \Gamma(Z' \rightarrow f\bar{f})}{C_f^2 M_{Z'} \Gamma_{Z'}} \sum_i \frac{1}{s} \langle q_i \bar{q}_i \rangle + (q_i \leftrightarrow \bar{q}_i) \quad (3.27)$$

com

$$\frac{1}{s} \langle q_i \bar{q}_i \rangle \equiv \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 f_{q_i}(x_1) \bar{f}_{\bar{q}_i}(x_2) \delta(\hat{s} - M_{Z'}^2) \quad (3.28)$$

### 3.1.3 Os limites estabelecidos pelo LEP-II.

A contribuição de  $Z'$  para a seção de choque do processo  $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ , conforme visto anteriormente, se dá pela troca de um bóson  $Z'$ . Para  $M_{Z'} < \sqrt{s}$ , o bóson  $Z'$  aparece como uma ressonância  $f\bar{f}$  que por fim pode emitir fótons com a energia efetiva do centro de massa  $M_{Z'}$ . Para o caso em que  $M_{Z'} > 209\text{GeV}$ , as interações com  $Z'$  podem ser aproximadas como uma interação efetiva de contato. As quatro colaborações do LEP estabeleceram limites para todas as possíveis estruturas quirais e diversas combinações de férmions[25]. Por meio destes limites foi possível derivar uma expressão para o limite da massa do  $Z'$

$$\frac{M_{Z'}}{g''} \geq 6\text{TeV} \quad (3.29)$$

### 3.1.4 A busca pelo bóson $Z'$ no LHC

O bóson  $Z'$  acoplado aos quarks pode ser produzido pelos colisores de hadrons. Esses bósons podem aparecer como ressonâncias na distribuição de massa invariante dos produtos de seu decaimento. A seção de choque para o decaimento do  $Z'$  em férmions é:

$$\sigma(pp \rightarrow xZ' \rightarrow xf\bar{f}) \simeq \frac{\pi}{48s} \sum_q c_q^f \omega_q(s, M_{Z'}^2) \quad (3.30)$$

com  $c_q^f = (g_{V,Z'}^q)^2 BR(Z' \rightarrow f\bar{f})$ , este coeficiente contém todas as dependências dos acoplamentos de  $Z'$ .  $\omega_q(s, M_{Z'}^2)$  carrega toda informação sobre a distribuição dos partons e correções da QCD[26,47].

Abaixo, temos um gráfico que apresenta os dados sobre a procura de novos bósons de diferentes modelos no LHC: As linhas  $Z'_{\psi}$  e  $Z'_{\chi}$  correspondem às previsões teóricas dos modelos  $U(1)_{10+x5}$  com  $x=-3$  e  $x=+1$  respectivamente. A linha  $Z'_{SSM}$  corresponde ao  $Z'$  com acoplamentos iguais aos acoplamentos do bóson  $Z$  do MP. Os limites de massa são determinados pelo produto entre a seção de choque e a fração do Branching Ratio correspondente ao par  $e^+e^-$  e  $\mu^+\mu^-$ .

As observações de ressonâncias em diléptons ajuda a determinar a massa do novo bóson  $Z'$  e sua largura de decaimento. A distribuição angular pode ser usada para medir as

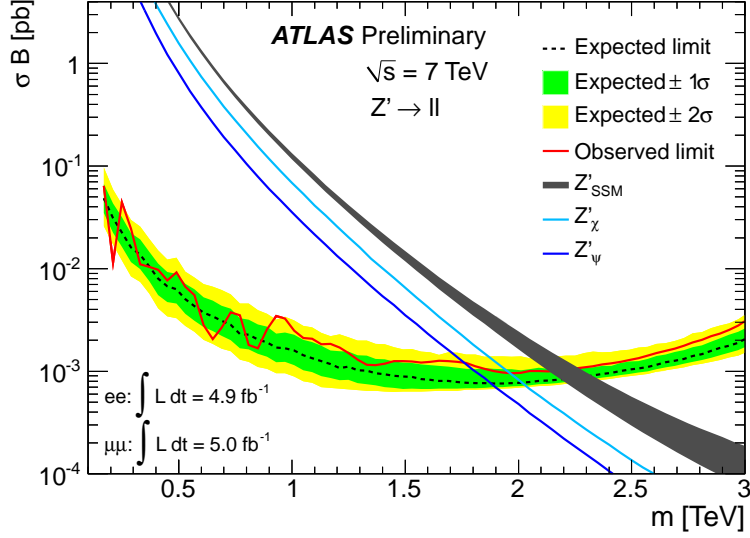


Figura 3.1: Limite superior de  $\sigma(pp \rightarrow xZ' \rightarrow l^+l^-)$  com  $l = e$  ou  $l = \mu$  em função de  $M_{Z'}$ , admitindo que os acoplamentos sejam iguais para o elétron e o múon.

diversas combinações dos parâmetros de  $Z'$ . Apesar de a direção do quark ser desconhecida na colisão  $pp$ , a assimetria forward-backward dos léptons  $A_{FB}^l$  pode ser dos diléptons, que por sua vez é sensível à violação de paridade. Um ajuste na distribuição de rapidez<sup>1</sup> de  $Z'$  pode distinguir os acoplamentos entre os quarks up e down e o bóson  $Z'$ . Essa medida combinada com os picos observados pode diferenciar os vários bósons dos diferentes modelos estudados. Por exemplo: O acoplamento do bóson  $Z'$  com massa abaixo de 1.5 TeV pode ser bem determinado com os dados à  $100fb^{-1}$  com uma energia de centro de massa  $\sqrt{s} = 14TeV$ . Com estes mesmos dados, para  $M_{Z'} \leq 3TeV$  pode-se determinar o spin de  $Z'$ [48].

Os decaimentos  $Z' \rightarrow e^+e^-$  e  $Z' \rightarrow \mu^+\mu^-$  são úteis devido à excelente resolução de massa. Os decaimentos  $Z' \rightarrow e^+\mu^-$ ,  $Z' \rightarrow \tau^+\tau^-$ ,  $Z' \rightarrow t\bar{t}$ ,  $Z' \rightarrow b\bar{b}$  e  $Z' \rightarrow jj$  apesar de sofrerem uma maior influência do background são de fundamental importância para determinar as várias combinações entre o  $Z'$  e os férmions.

Experimentos do Tevatron excluem um bóson  $Z'$  com massa menor que 1.071 TeV[57]. Dados de 2010 do LHC com uma luminosidade  $\approx 40pb^{-1}$  excluem um bóson  $Z'$  com massa menor que 1.042 TeV(ATLAS)[51] e 1.140 TeV(CMS)[54].

No LHC, os experimentos ATLAS e CMS, à busca pelo bóson  $Z'$  é dada principalmente pela análise dos canais  $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$ [49,50], bem como nos canais  $e\mu$ [51],  $\tau^+\tau^-$ [52],  $t\bar{t}$ [53] e  $jj$ [54]. O processo  $pp \rightarrow xZ' \rightarrow xW^+W^-$  também pode produzir bósons  $Z'$  através do acoplamento entre os quarks[55] ou com bósons  $W$ [56]. A análise desse processo também possui uma motivação extra para o desmembramento da quebra de simetria eletrofraca, portanto esse processo deve ser alvo de futuras análises feitas no LHC.

<sup>1</sup>A rapidez é um parâmetro invariante de Lorentz definido como:  $y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{E+p_z}{E-p_z} \right)$

# Conclusões

Uma das principais razões para estendermos o modelo padrão, descrito no capítulo 1, é a evidência da oscilação dos estados de sabor dos neutrinos que implica diretamente em uma massa para os neutrinos. Nesta dissertação foi estudada uma extensão simples com um grupo de calibre extra denominado  $U_{B-L}(1)$ , que por sua vez é quebrado na escala TeV e está associado ao número B-L. Nós conectamos esta extensão de calibre a uma extensão no conteúdo fermiônico composta por 3 neutrinos de mão direita, um para cada família. No conteúdo escalar, adicionamos um singleto que carrega um valor B-L. No capítulo 2, estudamos o desenvolvimento desse modelo, a forma de sua derivada covariante, sua quebra de simetria e conseqüentemente o espectro de interação. O potencial escalar para esse modelo forneceu um espectro um pouco mais complexo que o MP: duas partículas escalares massivas, uma a mais que o MP. Também temos um bóson de calibre a mais. De posse dessas informações, estabelecemos uma expressão para os acoplamentos dos férmions com os escalares e os bósons de calibre, bem como os acoplamentos entre os escalares e os bósons de calibre. A escolha  $\tilde{g} = 0$ , que define o modelo sem mistura entre os bósons do MP e o novo bóson  $Z'$ , é fenomenologicamente preferível desde que não exista mistura entre os bósons em nível de árvore. Ainda no capítulo 2, realizamos um breve estudo sobre as anomalias que poderiam surgir nesse modelo. Contudo, após uma breve análise, constatamos que o modelo B-L é livre de anomalias.

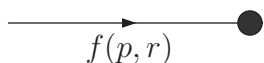
No capítulo 3, fizemos uma breve análise das larguras de decaimento do bóson  $Z'$  e seus Branching Ratio (BR) para os casos mais simples. Ao analisarmos que para o caso de os neutrinos de mão direita são pesados o BR leptônico é aproximadamente 46 %, enquanto que o BR leptônico do bóson  $Z$  do MP é de apenas 3%. Também revisamos o principal mecanismo de produção do bóson  $Z'$  e um importante limite:  $M_{Z'}/g'' \geq 6TeV$ . Para concluir essa parte, foi discutida a busca pelo bóson  $Z'$  no LHC e segundo estudos recentes foram descartados valores de massa para o bóson  $Z'$  menores que 1.83 TeV.

Abordagens como embeber o modelo B-L em um grupo de simetria ainda maior e mais geral já foram muito bem exploradas. Por exemplo: O modelo B-L embebido em modelos como o modelo left-right  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes SU_L(2) \otimes U_{B-L}(1)$ ,  $SU_C(4) \otimes SU_L(2) \otimes SU_L(2)$  ou em modelos compostos pelos grupos  $SO(10)$  ou  $E_6$ . Estes dois últimos casos são interessantes pois na escala TeV extensões do tipo U(1) podem surgir de teorias fundamentais, tais como teorias de grande unificação (GUT) baseadas em grupos com  $r > 4$ . Por fim, uma versão superssimétrica do modelo B-L já foi desenvolvida. Contudo, uma futura abordagem interessante seria uma possível extensão  $U_{B-L}(1)$  com as cargas associadas aos férmions dependentes de suas famílias. Neste caso, devemos levar em consideração os limites de troca de sabor na corrente neutra (FCNC).

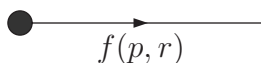
# Apêndice A

## Regras de Feynman para o modelo padrão

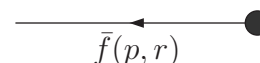
$p$  é o momentum da partícula,  $r$  é o índice do spin para o férmion e  $\alpha$  é o índice de spin para os bósons.



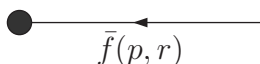
Férmion entrando:  $u_f^r(p)$



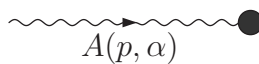
Férmion saindo:  $\bar{u}_f^r(p)$



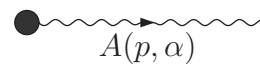
antiférmion entrando:  $\bar{v}_f^r(p)$



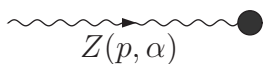
antiférmion saindo:  $v_f^r(p)$



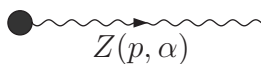
fóton entrando:  $\varepsilon^\alpha(p)$



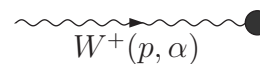
fóton saindo:  $\varepsilon^{*\alpha}(p)$



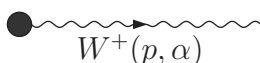
Z entrando:  $\varepsilon^\alpha(p)$



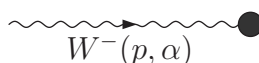
Z saindo:  $\varepsilon^{*\alpha}(p)$



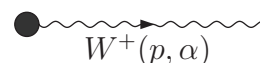
$W^+$  entrando:  $\varepsilon^\alpha(p)$



$W^+$  saindo:  $\varepsilon^{*\alpha}(p)$



$W^-$  entrando:  $\varepsilon^{*\alpha}(p)$



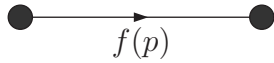
$W^+$  saindo:  $\varepsilon^\alpha(p)$

$$\text{-----}$$

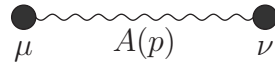
$$H(p)$$

Higgs entrando ou saindo: 1

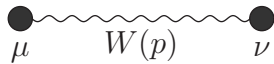
Para as Linhas internas:



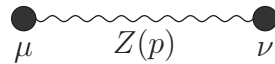
Propagador do Férmião:  $i \frac{\not{p} + m}{p^2 - m_f^2 + i\epsilon}$



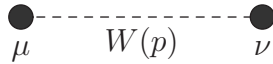
Propagador do Fóton:  $i \frac{-g_{\mu\nu}}{p^2 + i\epsilon}$



Propagador do W:  $i \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_W^2}}{p^2 - m_W^2 + i\epsilon}$

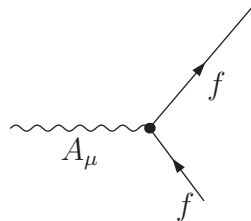


Propagador do Z:  $i \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m_Z^2}}{p^2 - m_Z^2 + i\epsilon}$

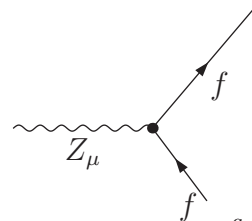


Propagador do Higgs:  $\frac{i}{p^2 - m_H^2 + i\epsilon}$

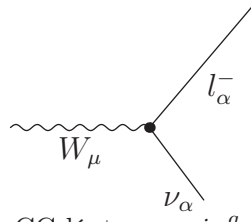
Os vértices:



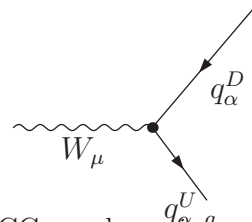
Vértice eletromagnético:  $-ieq_f \gamma_\mu$



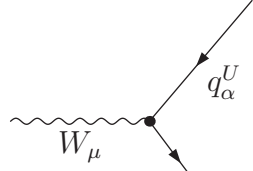
Vértice da corrente neutra:  $-i \frac{g}{2 \cos \theta_W} \gamma_\mu (g_V^f - g_A^f \gamma^5)$



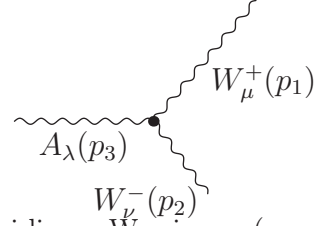
Vértice da CC léptons:  $-i \frac{g}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma^5)$



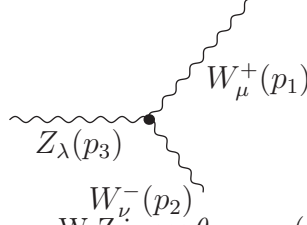
Vértice da CC quarks:  $-i \frac{g}{2\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) V_{\alpha\beta}$



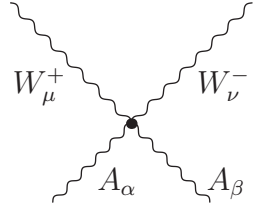
Vértice da CC quarks:  $-\frac{q_\alpha^D}{2} \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) V_{\alpha\beta}^*$



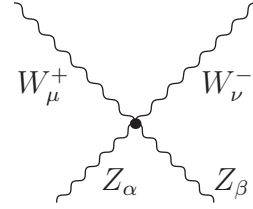
Vértice tri-linear  $W$ - $\gamma$ :  $ie\chi_{\mu\nu\lambda}(p_1, p_2, p_3)$



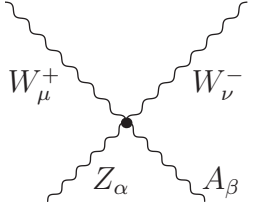
Vértice tri-linear  $W$ - $Z$ :  $ig \cos \theta_W \chi_{\mu\nu\lambda}(p_1, p_2, p_3)$



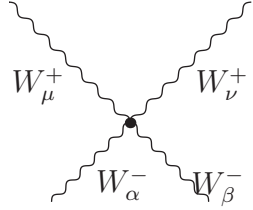
Vértice quadri-linear  $W$ - $\gamma$ :  $-ie^2 \Delta_{\mu\nu\alpha\beta}$



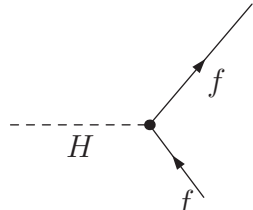
Vértice quadri-linear  $W$ - $Z$ :  $-ig^2 \cos^2 \theta_W \Delta_{\mu\nu\alpha\beta}$



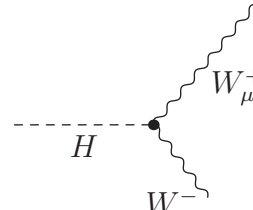
Vértice quadri-linear  $W$ - $Z$ - $A$ :  $-ieg \cos \theta_W \Delta_{\mu\nu\alpha\beta}$



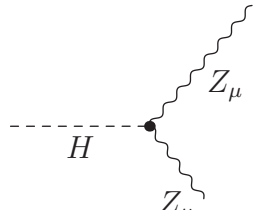
Vértice quadri-linear  $W$ - $W$ :  $-ig^2 \Delta_{\mu\nu\alpha\beta}$



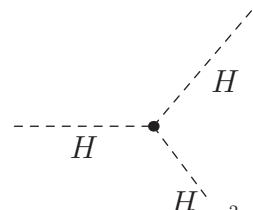
Vértice H-férmions:  $-i \frac{gm_f}{2m_W} g_{\mu\nu}$



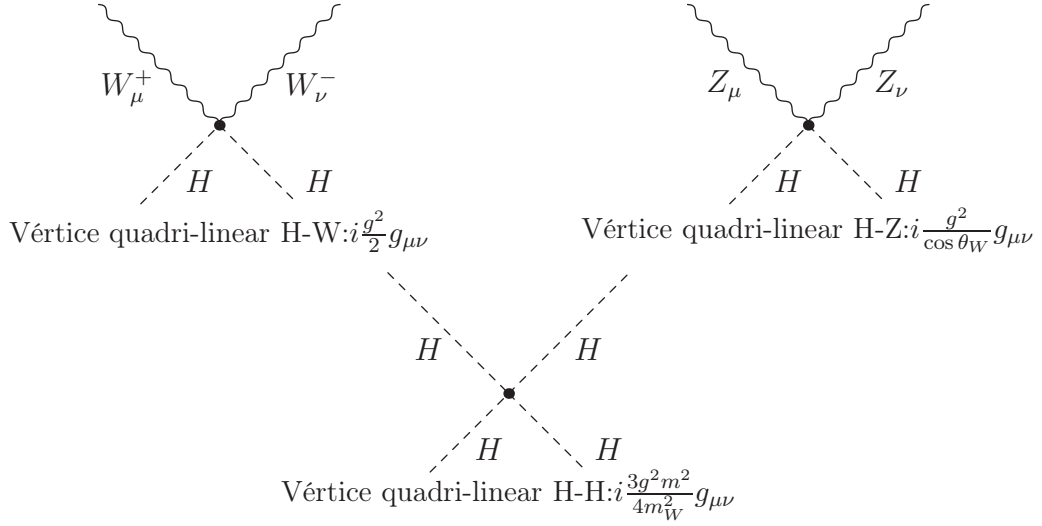
Vértice H- $W$ :  $igm_W g_{\mu\nu}$



Vértice H- $Z$ :  $ig \frac{gm_Z}{\cos \theta_W} g_{\mu\nu}$



Vértice H- $H$ :  $-i \frac{3gm_H^2}{2m_W} g_{\mu\nu}$



$$\chi_{\mu\nu\lambda}(p_1, p_2, p_3) = (p_1 - p_2)_\lambda g_{\mu\nu} + (p_2 - p_3)_\mu g_{\nu\lambda} + (p_3 - p_1)_\nu g_{\lambda\mu} \quad (\text{A.1})$$

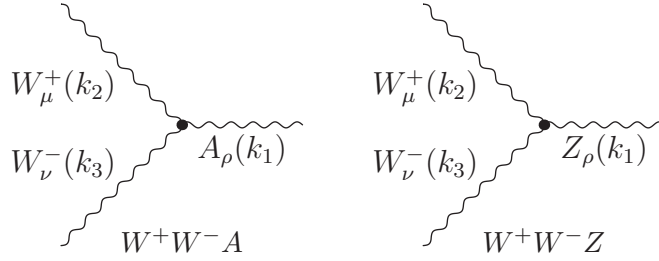
$$\Delta_{\mu\nu\alpha\beta} = 2g_{\mu\nu}g_{\alpha\beta} - g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} - g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha} \quad (\text{A.2})$$

# Apêndice B

## Regras de Feynman para o modelo

$$U_Y(1) \otimes U_{B-L}(1)$$

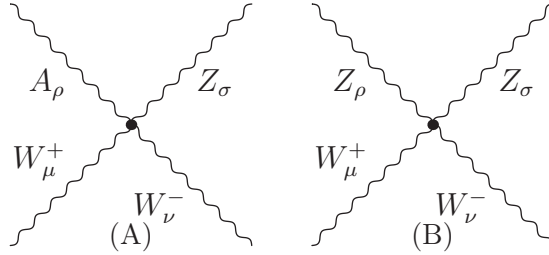
(2.47) trata apenas das interações trilineares e suas regras de Feynman são:



$$W^+W^-A \rightarrow ie [g_{\mu\nu}(k_2 - k_3)_\rho + g_{\nu\rho}(k_3 - k_1)_\mu + g_{\rho\mu}(k_1 - k_2)_\nu] \quad (\text{B.1})$$

$$W^+W^-Z \rightarrow igc_W [g_{\mu\nu}(k_2 - k_3)_\rho + g_{\nu\rho}(k_3 - k_1)_\mu + g_{\rho\mu}(k_1 - k_2)_\nu] \quad (\text{B.2})$$

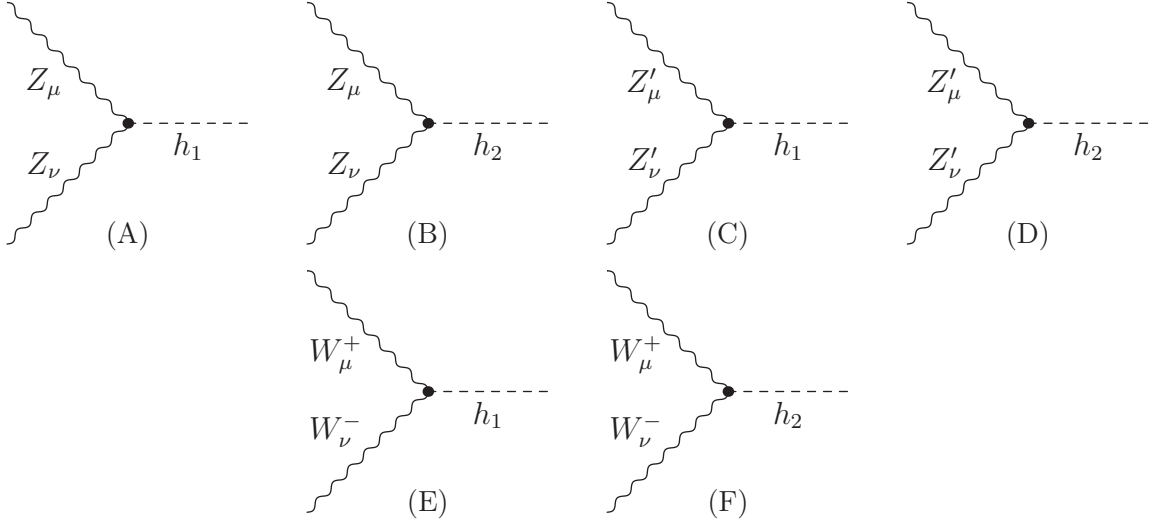
Os respectivos vértices quadrilineares e suas regras de Feynman são:



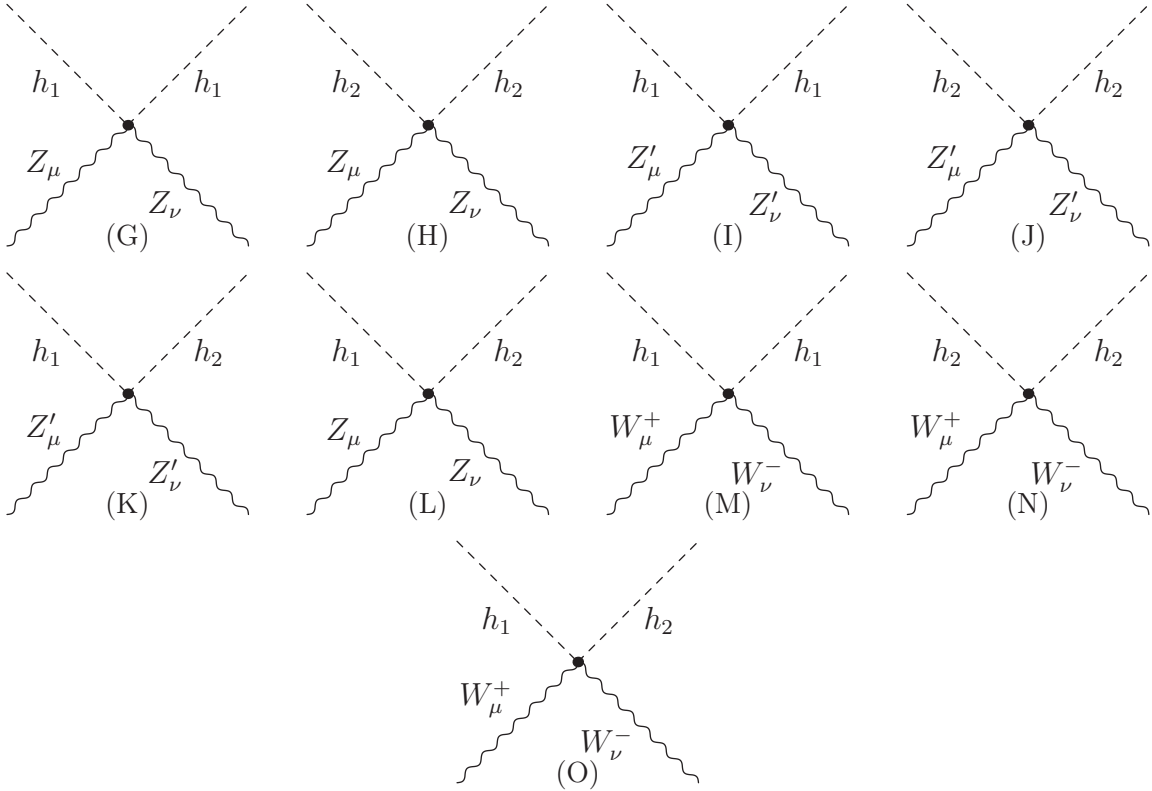
$$(A) \rightarrow igec_W (g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho} - 2g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma}) \quad (\text{B.3})$$

$$(B) \rightarrow ig^2 c_W^2 (g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho} - 2g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma}) \quad (\text{B.4})$$

Os respectivos vértices trilineares e quadrilineares da lagrangeana de interação entre os bósons de calibre e os estados físicos do bóson de Higgs e o novo bóson escalar são:

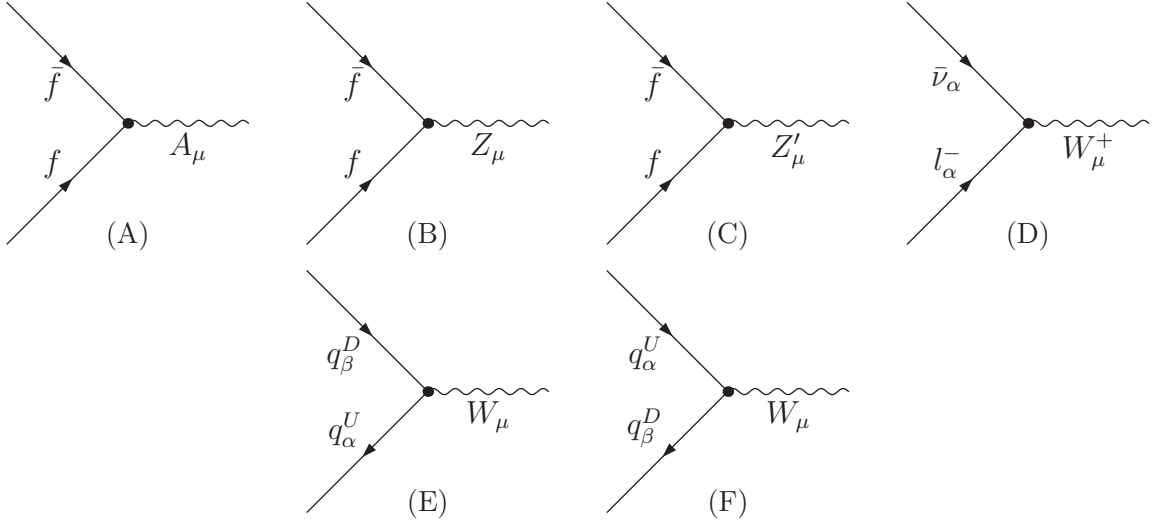


$$\begin{aligned}
 (A) &\rightarrow i \frac{2M_Z^2}{v} \cos \alpha g_{\mu\nu} \\
 (B) &\rightarrow i \frac{2M_Z^2}{v} \sin \alpha g_{\mu\nu} \\
 (C) &\rightarrow -i \frac{2M_{Z'}^2}{v'} \sin \alpha g_{\mu\nu} \\
 (D) &\rightarrow i \frac{2M_{Z'}^2}{v'} \cos \alpha g_{\mu\nu} \\
 (E) &\rightarrow i \frac{2M_W^2}{v} \cos \alpha g_{\mu\nu} \\
 (F) &\rightarrow i \frac{2M_W^2}{v} \sin \alpha g_{\mu\nu}
 \end{aligned}
 \tag{B.5}$$



$$\begin{aligned}
(G) &\rightarrow i\frac{2M_Z^2}{v^2}\cos^2\alpha g_{\mu\nu} \\
(H) &\rightarrow i\frac{2M_Z^2}{v^2}\sin^2\alpha g_{\mu\nu} \\
(I) &\rightarrow i\frac{2M_{Z'}^2}{v'^2}\sin^2\alpha g_{\mu\nu} \\
(J) &\rightarrow i\frac{2M_{Z'}^2}{v'^2}\cos^2\alpha g_{\mu\nu} \\
(K) &\rightarrow -i\frac{M_{Z'}^2}{v'^2}\sin 2\alpha g_{\mu\nu} \\
(L) &\rightarrow i\frac{M_Z^2}{v^2}\sin 2\alpha g_{\mu\nu} \\
(M) &\rightarrow i\frac{2M_W^2}{v^2}\cos^2\alpha g_{\mu\nu} \\
(N) &\rightarrow i\frac{2M_W^2}{v^2}\sin^2\alpha g_{\mu\nu} \\
(O) &\rightarrow i\frac{M_Z^2}{v^2}\cos 2\alpha g_{\mu\nu}
\end{aligned} \tag{B.6}$$

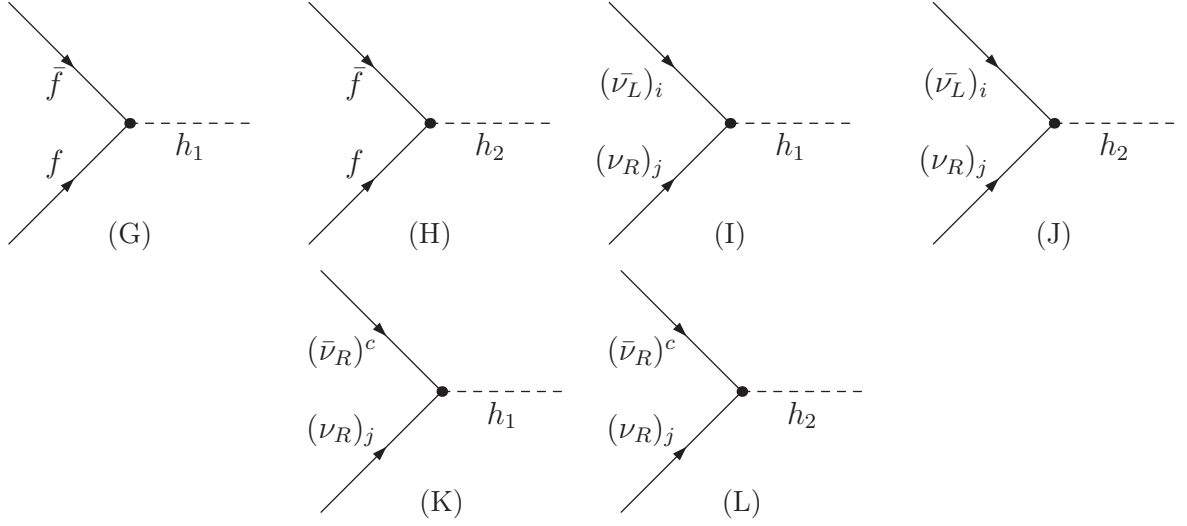
Para as interações entre férmions e bósons de calibre temos:



$$\begin{aligned}
(A) &\rightarrow -ieq_f\gamma_\mu \\
(B) &\rightarrow -i\frac{g}{2\cos\theta_W}\gamma_\mu(g_V^f - g_A^f\gamma^5) \\
(C) &\rightarrow -i\frac{g''}{2}Y_{B-L}^f\gamma_\mu \\
(D) &\rightarrow -i\frac{g}{2\sqrt{2}}\gamma_\mu(1 - \gamma^5) \\
(E) &\rightarrow -i\frac{g}{2\sqrt{2}}\gamma_\mu(1 - \gamma^5)V_{\alpha\beta} \\
(F) &\rightarrow -i\frac{g}{2\sqrt{2}}\gamma_\mu(1 - \gamma^5)V_{\alpha\beta}^*
\end{aligned} \tag{B.7}$$

Com:  $V_{\alpha\beta}$  matriz CKM dos quarks.

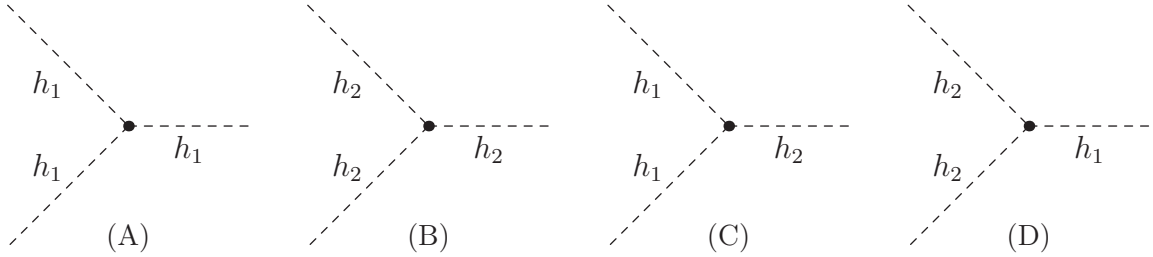
Para as interações dos férmions com os escalares temos:



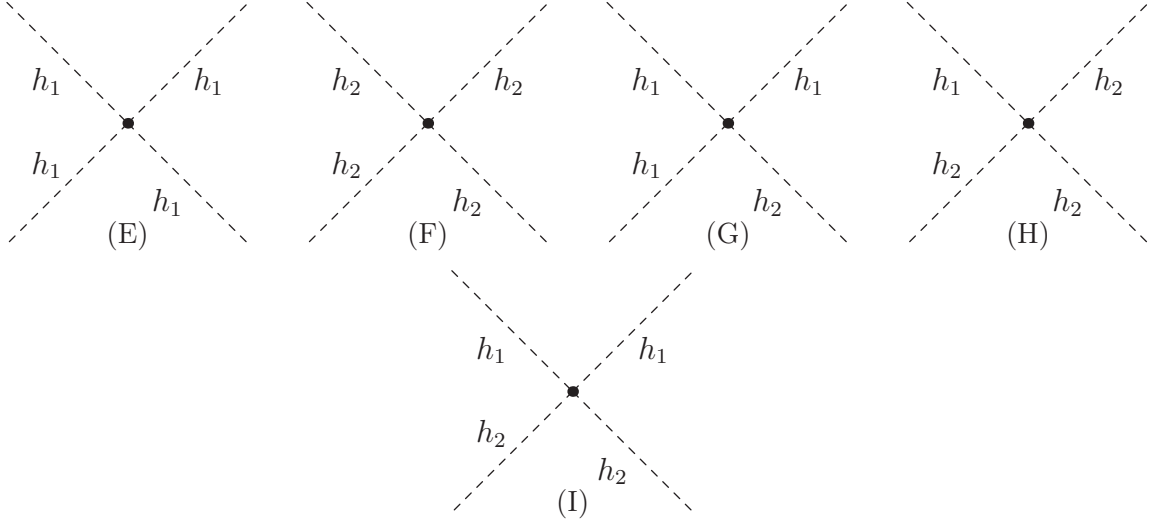
$$\begin{aligned}
(G) &\rightarrow im_f \frac{g}{2M_W} \cos \alpha g_{\mu\nu} \\
(H) &\rightarrow im_f \frac{g}{2M_W} \sin \alpha g_{\mu\nu} \\
(I) &\rightarrow i \frac{(U_\nu^\dagger y^\nu)_{ij}}{\sqrt{2}} \cos \alpha g_{\mu\nu} \\
(J) &\rightarrow i \frac{(U_\nu^\dagger y^\nu)_{ij}}{\sqrt{2}} \sin \alpha g_{\mu\nu} \\
(K) &\rightarrow -i \frac{m_{\nu R}}{2v'} \sin \alpha g_{\mu\nu} \\
(L) &\rightarrow i \frac{m_{\nu R}}{2v'} \cos \alpha g_{\mu\nu}
\end{aligned} \tag{B.8}$$

$U_\nu$  é a matriz PMNS e  $y^\nu$  é o acoplamento de Yukawa para os neutrinos.

Os termos de auto interação dos escalares são dados por:



$$\begin{aligned}
(A) &\rightarrow 6i \left( \lambda_1 v \cos^3 \alpha - \lambda_2 v' \sin^3 \alpha + \frac{\lambda_3}{4} \sin 2\alpha (v \sin \alpha - v' \cos \alpha) \right) \\
(B) &\rightarrow 6i \left( \lambda_1 v \sin^3 \alpha + \lambda_2 v' \cos^3 \alpha + \frac{\lambda_3}{4} \sin 2\alpha (v \cos \alpha + v' \sin \alpha) \right) \\
(C) &\rightarrow 2i \left( \frac{v}{2} \sin 2\alpha \cos \alpha (3\lambda_1 - \lambda_3) + \frac{v'}{2} \sin 2\alpha \sin \alpha (3\lambda_2 - \lambda_3) + \frac{\lambda_3}{2} (v \sin^3 \alpha + v' \cos^3 \alpha) \right) \\
(D) &\rightarrow 2i \left( \frac{v}{2} \sin 2\alpha \sin \alpha (3\lambda_1 - \lambda_3) - \frac{v'}{2} \sin 2\alpha \cos \alpha (3\lambda_2 - \lambda_3) + \frac{\lambda_3}{2} (v \cos^3 \alpha - v' \sin^3 \alpha) \right)
\end{aligned} \tag{B.9}$$



$$\begin{aligned}
(E) &\rightarrow 6i(\lambda_1 \cos^4 \alpha + \lambda_2 \sin^4 \alpha + \frac{\lambda_3}{2}(\sin 2\alpha)^2) \\
(F) &\rightarrow 6i(\lambda_1 \sin^4 \alpha + \lambda_2 \cos^4 \alpha + \frac{\lambda_3}{2}(\sin 2\alpha)^2) \\
(G) &\rightarrow 3i(\sin 2\alpha(\lambda_1 \cos^2 \alpha - \lambda_2 \sin^2 \alpha) - \lambda_3 \sin 2\alpha \cos 2\alpha) \\
(H) &\rightarrow 3i(\sin 2\alpha(\lambda_1 \sin^2 \alpha - \lambda_2 \cos^2 \alpha) - \lambda_3 \sin 2\alpha \cos 2\alpha) \\
(I) &\rightarrow 2i \left( \lambda_3 + \frac{3}{4}(\sin 2\alpha)^2(\lambda_1 + \lambda_2 - \frac{2}{3}\lambda_3) \right)
\end{aligned} \tag{B.10}$$

# Referências Bibliográficas

- [1] GLASHOW, S. L., *Partial-symmetries of weak interactions*, Nucl. Phys., **22**, 579 (1961).
- [2] WEINBERG, S., *A Model of Leptons*, Phys. Rev. Lett., **19**, 1264, (1967).
- [3] SALAM, A., *Proc. of the 8th Nobel Symposium on Elementary Particle Theory, Relativistic Groups and Analyticity*, Stockholm, Sweden, (1969), editado por SVARTHOLM, N., p. 367.
- [4] Bilenky, S.M.; Petcov, S.T., *Massive Neutrinos and Neutrino Oscillations*, Rev. Mod. Phys., **59**, 671, (1987); Strumia, A.; Vissani, F., *Neutrino masses and mixing and...*[arXiv:hep-ph/0606054]; Messier, M.D., *Review of neutrino oscillations experiments, In the Proceedings of 4th Flavor Physics and CP Violation Conference*, (FPCP 2006), Vancouver, British Columbia, Canada, 9-12 Apr 2006, pp 018 [arXiv:hep-ex/0606013].
- [5] Altarelli, G.; Grunewald, M.W., *Precision electroweak tests of the standard model*, Phys. Rept., **403-404**, 189 (2004).
- [6] Bertone, G.; Hooper, D.; Silk, J., *Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints*, Phys. Rept., **405**, 279 (2005).
- [7] Gildener E.; Weinberg, S., *Symmetry Breaking And Scalar Bosons*, Phys. Rev. D, **13**, 3333 (1976).
- [8] Bona, M.; et al., *Constraints on New Physics from the Quark Mixing Unitarity Triangle*, Phys. Rev. Lett. **97**, 151803 (2006).
- [9] Bouchiat, C.; Iliopoulos, J.; Meyer, P., *An Anomaly Free Version Of Weinberg's Model*, Phys. Lett. B, **38**, 519 (1972).
- [10] Minkowski, P.,  *$\mu \rightarrow e\gamma$  A Rate Of One Out Of 1-Billion Muon Decays?*, Phys. Lett. B, **67**, 421 (1977).
- [11] Coleman, S.R.; Weinberg, E., *Radiative Corrections As The Origin Of Spontaneous Symmetry Breaking*, Phys. Rev. D, **7**, 1888 (1973).; Weinberg, S., *Perturbative Calculations Of Symmetry Breaking*, Phys. Rev. D, **7**, 2887 (1973).
- [12] Cohen, A.G.; Kaplan, D.B.; Nelson, A.E., *Progress in electroweak baryogenesis*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., **43**, 27 (1993).; Trodden, M., *Electroweak baryogenesis*, Rev. Mod. Phys., **71**, 1463 (1999).; Buchmuller, W.; Peccei, R.D.; Yanagida, T., *Leptogenesis as the origin of matter*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., **55**, 311 (2005)

- [13] GEORGI, H., *Lie Algebras in Particle Physics*, 2<sup>a</sup> edicao, Westview Press, (1999).
- [14] Weinberg, S., *A Model of Leptons*, Phys. Rev. Lett., **19**, 1264-1266 (1967).
- [15] Glashow, S. L., *Partial-symmetries of weak interactions*, Nucl. Phys., **22**, 579-588 (1961).
- [16] Novaes, S. F., *Standard Model: An Introduction-10th Jorge Andre Swieca Summer School: Particle and Fields*, Sao Paulo, Brazil, 31 Jan - 12 Feb 1999.hep-ph/0001283
- [17] Glashow, S. L.; Iliopoulos, J.; Maiani, L., *Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry*, Phys. Rev., D, **2**, 1285-1292 (1970).
- [18] Cabibbo, N., *Unitary Symmetry and Leptonic Decays*, Phys. Rev. Lett., **10**, 531-532, (1963).
- [19] Kobayashi, M.; Maskawa, T., *CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction*, Prog. Theor. Phys., **49**, 652-657 (1973).
- [20] Greiner, W., *Relativistic Quantum Mechanics*, Springer Verlag, 359.
- [21] The ATLAS Collaboration, *Observation of a New Particle in the Search for the Standard Model Higgs Boson with the ATLAS Detector at the LHC*, Phys. Lett, B **49**, 652-657 (1973).
- [22] Zwirner, F., *Beyond the standard model*, Proceedings of the 1997 European School of High-Energy Physics, Menstrup, Denmark, 25 Mai ? 7 Jun 1997 (Ellis, N. e Neubert, M. eds.), Yellow Report CERN 98?03, pp. 293?339.
- [23] Chankowski, P. H.; Pokorski, S.; Wagner, J., *Z' and the Appelquist-Carrazzone decoupling*, [arXiv:hep-ph/0601097], (2006).
- [24] del Aguila, F.; Masip, M.; Perez-Victoria, M., *Physical parameters and renormalization of  $U(1)_a \otimes U(1)_b$  models*, Nucl. Phys. B, **456**, 531 (1995).
- [25] Alcaraz, J. et al., *A combination of preliminary electroweak measurements and constraints on the standard model*, [arXiv:hep-ex/0612034]
- [26] Carena, M.S.; Daleo, A.; Dobrescu, B.A.; Tait, T.M.P., *Z' gauge bosons at the Tevatron*, Phys. Rev. D **70** 093009 (2004).
- [27] Abe, F.; et al. [CDF Collaboration], *Search for New Gauge Bosons Decaying into Dileptons in  $\bar{p}p$  Collisions at  $s = 1.8\text{TeV}$* , Phys. Rev. Lett., **79** 2192 (1997).
- [28] Fukuda, Y.; et al. [Super-Kamiokande Collaboration], *Study of the atmospheric neutrino flux in the multi-GeV energy range*, Phys. Lett. B, **436** 33 (1998).
- [29] Weinberg, S., *The Quantum Theory of Fields*, Vol 2, p. 359 (Cambridge University Press, 1996)
- [30] Alvarez-Gaume, L.; Witten, E., *Gravitational Anomalies*, Nucl. Phys. B, **234** 269 (1984).
- [31] Appelquist, T.; Dobrescu, B.A.; Hopper, A.R., *Nonexotic neutral gauge bosons*, Phys. Rev. D, **68** 035012 (2003).

- [32] Jorge, C. R., *A resource for signs and Feynman diagrams of the Standard Model*, arXiv:1209.6213v1
- [33] Higgs, P. W., *Broken symmetries, massless particles and gauge fields*, Phys. Lett., **12** 132 (1964).
- [34] Higgs, P. W., *Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons*, Phys. Rev. Lett., **13** 508 (1964).
- [35] Higgs, P. W., *Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons*, Phys. Rev., **145** 1156 (1966).
- [36] Englert F.; Brout, R., *Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons*, Phys. Rev. Lett., **13** 321 (1964).
- [37] Guralnik, G. S.; Hagen, C. R.; Kibble, T. W. B., *Global Conservation Laws and Massless Particles*, Phys. Rev. Lett., **13** 585 (1964).
- [38] Kibble, T. W. B., *Symmetry Breaking in Non-Abelian Gauge Theories*, Phys. Rev., **155** 1554 (1967).
- [39] Eidelman, S., et al., *Review of Particle Physics*, Phys. Lett. B, **592** 1 (2004).
- [40] Christenson, J. H.; Cronin, J. W.; Fitch, V. L.; Turlay, R., *Evidence for the  $2\pi$  Decay of the  $K_2^0$  Meson*, Phys. Rev. Lett., **13** 138 (1964).
- [41] Beringer, J. et al.(PDG) *Summary Tables of particles properties*, <http://pdg.lbl.gov>.
- [42] The ATLAS Collaboration, *Observation of a New Particle in the Search for the Standard Model Higgs Boson with the ATLAS Detector at the LHC*, Phys. Lett. B, **716** 1 (2012).
- [43] Amsler, C., *Particle Physics Summary Tables - Contents*, Phys. Lett. B, **667** 29 (2008).
- [44] del Aguila, F.; Quiros, M.; Zwirner, F., *Detecting  $E(6)$  Neutral Gauge Bosons Through Lepton Pairs At Hadron Colliders*, Nucl. Phys. B, **287** 419 (1987).
- [45] Feynman, R. P., *The Behavior of Hadron Collisions at Extreme Energies*, High Energy Collisions: Third International Conference at Stony Brook, N.Y.. pp. 237.
- [46] D. Abbaneo et al., *A combination of preliminary electroweak measurements and constraints on the standard model*, [arXiv:hep-ex/0312023].
- [47] Accomando, E. et al.,  *$Z^?$  physics with early LHC data*, Phys. Rev. D, **83** 075012 (2011).
- [48] Osland, P. et al.,  *$Z^?$  physics with early LHC data*, Phys. Rev. D, **79** 115021 (2009).
- [49] ATLAS Colaboration.,note ATLAS-CONF-2012 marco 2012.
- [50] CMS Colaboration.,note CMS-PAS-EXO-11-019, julho 2011.
- [51] Aad, G. et al.[ATLAS Colaboration], *Search for a heavy neutral particle decaying into an electron and a muon using  $1 \text{ fb}^{-1}$  of ATLAS data*, [arXiv:1109.3089].

- [52] CMS Colaboration.,note CMS-PAS-EXO-10-022, julho 2011.
- [53] ATLAS Colaboration.,note ATLAS-CONF-2012-029; note ATLAS-CONF-2011-123 agosto 2011; Chatrchyan, S., *Search for anomalous  $t$   $t$ -bar production in the highly-boosted all-hadronic final state*, [arXiv:1204.2488].
- [54] Chatrchyan, S., *Search for resonances in the dijet mass spectrum from 7 TeV pp collisions at CMS*,Phys. Lett. B, **704** 123 (2011).
- [55] Alves, A. et al, *Signals for new spin-1 resonances in electroweak gauge boson pair production at the LHC*,Phys. Rev. D, **80** 073011 (2009).
- [56] He, J. H. et al, *CERN LHC signatures of new gauge bosons in the minimal Higgsless model*,Phys. Rev. D, **78** 031701 (2008).
- [57] Aaltonen T. et al., [CDF Collaboration], *Search for High Mass Resonances Decaying to Muon Pairs in  $\sqrt{s} = 1.96$  TeV  $p\bar{p}$  Collisions*,Phys. Rev. Lett. **106** 121801 (2011).
- [58] Abbiendi, G. et al. [OPAL Collaboration], *Tests of the standard model and constraints on new physics from measurements of fermion-pair production at 189-209 GeV at LEP*,Eur. Phys. J. C, **33** 173 (2004).
- [59] Schael, S. et al. [ALEPH Collaboration], *Fermion pair production in  $e+e-$  collisions at 189-209 GeV and constraints on physics beyond the standard model*,Eur. Phys. J. C, **49** 411 (2006).
- [60] Langacker, P., *Z' Physics at the LHC*, arXiv:0911.4294.
- [61] Abazov, V. M. et al. [D0 Collaboration], *Fermion pair production in  $e+e-$  collisions at 189-209 GeV and constraints on physics beyond the standard model*, Phys. Lett. B, **695** 88 (2011).