



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DESCRIÇÃO ALTERNATIVA DA
SUPERCONDUTIVIDADE E DO EFEITO KONDO
VIA SOLUÇÕES SOLITÔNICAS

JÚLIO CÉSAR MOTA SILVA

João Pessoa – PB

Julho de 2016

JÚLIO CÉSAR MOTA SILVA

DESCRIÇÃO ALTERNATIVA DA
SUPERCONDUTIVIDADE E DO EFEITO KONDO
VIA SOLUÇÕES SOLITÔNICAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física, do Departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba, como requisito parcial para a obtenção do título de doutor em física.

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Bazeia Filho **Co-orientador:**
Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito

João Pessoa – PB

Julho de 2016

S586d Silva, Júlio César Mota.
Descrição alternativa da supercondutividade e do efeito Kondo via soluções solitônicas / Júlio César Mota Silva.- João Pessoa, 2016.
89f. : il.
Orientador: Dionísio Bazeia Filho
Coorientador: Francisco de Assis Brito
Tese (Doutorado) - UFPB/CCEN
1. Física. 2. Paredes de domínio. 3. Supercondutividade.
4. Efeito Kondo. 5. Violação da simetria de Lorentz.

UFPB/BC

CDU: 53(043)

Ata da Sessão Pública da Defesa de Tese de
Doutorado do aluno **Júlio César Mota Silva**,
candidato ao Título de Doutor em Física na
Área de Concentração Física das Partículas
Elementares e Campos.

1 Aos vinte e nove dias do mês de julho do ano de dois mil e dezesseis, às 14h00, no
2 Auditório da Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da
3 Universidade Federal da Paraíba, reuniram-se os membros da Banca Examinadora
4 constituída para examinar o candidato ao grau de Doutor em Física na área de Física das
5 Partículas Elementares e Campos, **Júlio César Mota Silva**. A comissão examinadora
6 foi composta pelos professores doutores: *Dionísio Bazeia Filho* (UFPB), orientador e
7 presidente da banca examinadora, *Francisco de Assis Brito* (UFPB), coorientador do
8 aluno, *Laércio Losano* (UFPB), *José Roberto Soares do Nascimento* (UFPB), *Bruno*
9 *Carneiro da Cunha* (UFPE) e *Roberto Menezes da Silva* (UFPB/CCAE). Dando início
10 aos trabalhos, o Prof. *Dionísio Bazeia Filho* comunicou aos presentes a finalidade da
11 reunião. A seguir, passou a palavra ao candidato para que o mesmo fizesse, oralmente, a
12 exposição do trabalho de tese intitulado "*Descrição alternativa da supercondutividade e*
13 *do efeito kondo via soluções solitônicas*". Concluída a exposição, o candidato foi
14 argüido pela Banca Examinadora, que emitiu o seguinte parecer: "**aprovado**". Assim
15 sendo, deve a Universidade Federal da Paraíba expedir o respectivo diploma de Doutor
16 em Física na forma da lei. E para constar, Danilo Wilson Lemos Menezes, servindo de
17 Secretário, redigiu a presente ata que vai assinada pelo mesmo e pelos membros da
18 Banca Examinadora. João Pessoa, Paraíba, **29 de julho de 2016**.
19

Prof. Dr. Dionísio Bazeia Filho	_____
<i>Orientador - UFPB</i>	
Prof. Dr. Francisco de Assis Brito	_____
<i>Coorientador - UFPB</i>	
Prof. Dr. Laércio Losano	_____
<i>UFPB</i>	
Prof. Dr. José Roberto Soares do Nascimento	_____
<i>UFPB</i>	
Prof. Dr. Bruno Carneiro da Cunha	_____
<i>UFPE</i>	
Prof. Dr. Roberto Menezes da Silva	_____
<i>UFPB/CCAE</i>	
Danilo Wilson Lemos Menezes	_____
<i>Secretário</i>	

A minha mãe, minha noiva, meus demais familiares e
amigos.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Dionisio Bazeia Filho que me instruiu da maneira mais educada possível e sempre proferiu as palavras necessárias para o meu melhor rendimento durante o doutorado.

Ao meu coorientador, Francisco de Assis de Brito que, como sempre, foi mais amigo do que eu merecia.

À minha mãe, Maria Lindaci Mota Lima, figura pela qual represento todos os meus familiares que contribuíram com minha formação.

À minha futura esposa, Laryssa Vieira do Nascimento que me apoiou de forma mais do que necessária nesta caminhada.

Aos professores e aos funcionários do Departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba, que seja em disciplinas ou em simples conversas me ensinaram muito sobre a física e sobre a vida.

Aos companheiros de doutorado e amigos, os quais não citarei nomes, para não cometer qualquer injustiça.

À Capes pelos recursos empregados.

*“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor,
mas lutei para que o melhor fosse feito.
Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus
não sou o que era antes.”*

– **Marthin Luther King**

Resumo

Neste trabalho descrevemos a supercondutividade e o efeito Kondo através de soluções de paredes de domínio. Introduzimos a temperatura nos modelos fazendo uma analogia entre as soluções do tipo paredes de domínio com estruturas internas e os observadores de Rindler. Ao fazermos a introdução de temperatura e de um campo de gauge no modelo obtemos paredes de domínios supercondutoras e com elas descrevemos a supercondutividade. Ao considerarmos um modelo que permite a violação da simetria de Lorentz é possível descrever o efeito de impurezas nas paredes de domínios, com as quais descrevemos o efeito Kondo em supercondutores. Nossos resultados estão de acordo com os resultados obtidos nas pesquisas sobre supercondutores holográficos.

PALAVRAS-CHAVE: *Paredes de Domínio, supercondutividade, efeito Kondo, violação da simetria de Lorentz.*

Abstract

Here we describe the superconductivity and the Kondo effect through domain wall solutions. We introduced the temperature in the models by making an analogy between the domain walls type solutions with internal structures and Rindler observers. By making the introduction of temperature and a gauge field into the model we obtain the superconducting domain walls and the superconductivity they describe. When we consider a model that allows the violation of Lorentz symmetry is possible to describe the effect of impurities on the domain walls with which we describe the Kondo effect in superconductors. Our results are in agreement with the results obtained from research into holographic superconductors.

PALAVRAS-CHAVE: Domain wall, superconductivity, Kondo effect, violation of Lorentz symmetry.

Sumário

Resumo	vi
Abstract	vii
Lista de Figuras	xii
1 Introdução	1
2 Introdução aos supercondutores holográficos	4
2.1 Formalismo de tunelamento para um buraco negro	5
2.2 O condensado	7
2.3 Condutividade	9
2.4 O condensado em um buraco negro do tipo AdS-Schwarzschild em gravidade de Horava-Lifshitz	11
2.4.1 Primeiro caso: Buraco negro tipo Schwarzschild	12
2.4.2 Segundo Caso: Buraco negro tipo Reissner-Nordström	13
2.4.3 Terceiro caso: Buraco negro tipo AdS-Schwarzschild	14
2.4.4 O condensado do buraco negro do tipo AdS-Schwarzschild	14

3	Introdução de temperatura no formalismo de parede de domínios com estruturas internas	17
3.1	O modelo de paredes de domínios	17
3.2	Paredes de domínios com estruturas internas	18
3.3	Efeito Unruh	21
3.3.1	Observadores de Rindler	21
3.4	A analogia entre o modelo de paredes de domínios e os observadores de Rindler: O condensado a temperatura finita	22
4	Descrição da supercondutividade através do modelo de paredes de domínios	29
4.1	A introdução de um campo de calibre no modelo de paredes de domínios . . .	29
4.2	A condutividade na parede de domínios	31
5	Descrição do efeito Kondo em paredes de domínios supercondutoras	37
5.1	Modelos que permitem a violação da simetria de Lorentz	38
5.2	O modelo com o tensor $\kappa^{\mu\nu}$	39
5.3	Supercondutividade nas paredes de domínios tipo II	41
5.4	O condensado na temperatura finita	43
5.5	A alteração da condutividade devido as impurezas	45
5.6	Efeito Kondo	48
5.6.1	Descrição do efeito Kondo via paredes de domínios supercondutoras . .	48
6	Conclusões	53
	Referências bibliográficas	55
A	Correções quânticas da termodinâmica de um buraco negro de Horava-Lifshitz em duas dimensões	68
A.1	Teoria da gravidade de Horava-Lifshitz	69

A.2	Princípio da incerteza generalizado	70
A.3	Correções quânticas	71
A.3.1	Primeiro caso: Buraco negro tipo Schwarzschild	73
A.3.2	Segundo Caso: Buraco negro tipo Reissner-Nordström	74
A.3.3	Terceiro caso: Buraco negro tipo AdS-Schwarzschild	74
A.3.4	Correção quântica para o buraco negro tipo Schwarzschild	75
A.3.5	Correção quântica para o buraco negro tipo Reissner-Nordström	76
A.3.6	Correção quântica para o caso tipo AdS-Schwarzschild	77

Lista de Figuras

2.1	O condensado como uma função da temperatura. A temperatura crítica é proporcional ao potencial químico [1].	9
2.2	A formação de um gap na parte real da condutividade quando a temperatura é reduzida para valores abaixo da temperatura crítica. As curvas descrevem temperaturas sucessivamente mais baixas. Há ainda uma função delta em $\omega = 0$ [1].	10
2.3	Limite de baixas temperaturas da condutividade ótica para o condensado O_2 . A linha sólida é a parte real e a linha pontilhada é parte imaginária [1].	11
2.4	O condensado de um buraco negro do tipo AdS-Schwarzschild em Horava-Lifshitz, para $\eta = 2, 2.03$ e 2.05 de cima para baixo. Usamos $\Lambda = 1, \delta = 10$	16
3.1	Órbitas das soluções (3.14) e (3.15).	20
3.2	Órbitas Hiperbólicas das soluções do tipo II.	24
3.3	Condensado em função da temperatura.	28
4.1	O condensado efetivo como uma função da temperatura para cargas $q = 1, 2$, e 3 de baixo para cima.	32
4.2	A parte real da condutividade em função da frequência normalizada pelo condensado efetivo. Usamos as cargas $q = 8, 20$, e 32 de cima para baixo; $\delta = 0.01$	34

4.3	A parte real da resistividade em baixas frequências em função da temperatura. Usamos os seguintes valores $\delta = 0.40, 0.45$, e 0.55 , nas curvas de baixo para cima; $T_c = 3$, $\omega = 0.8$ e $q = 1$	36
5.1	O aumento da resistividade em baixas temperaturas devido ao efeito Kondo [2]	38
5.2	O condensado efetivo como uma função da temperatura para $\zeta = 0, 0.3, 0.6, 0.9$ e 0.95 de cima para baixo, dada a carga $q = 2$	45
5.3	A parte real da condutividade como uma função da frequência normalizada pelo condensado efetivo para cargas modificadas \tilde{q} e $\zeta = 0.937500, 0.609375$ e 0 de cima para baixo; $\delta = 0$ and $q = 32$	46
5.4	A parte imaginária da condutividade como uma função da frequência normalizada pelo condensado efetivo para cargas modificadas \tilde{q} e $\zeta = 0.937500, 0.609375$ e 0 de cima para baixo; $\delta = 0$ and $q = 32$	46
5.5	A parte real da condutividade como uma função da frequência normalizada pelo condensado efetivo para cargas modificadas $q = 1$ e temperaturas $T = 0.99, 0.85, 0.45$ e 0.20 de cima para baixo; $\delta = 0$ e a temperatura crítica é dada por $T_c = 1$	47
5.6	A parte imaginária da condutividade como uma função da frequência normalizada pelo condensado efetivo para cargas modificadas $q = 1$ e temperaturas $T = 0.99, 0.85, 0.45$ e 0.20 de cima para baixo; $\delta = 0$ e a temperatura crítica é dada por $T_c = 1$	47
5.7	A temperatura crítica como uma função do termo de violação de Lorentz ζ (acima) para $T_K/T_{c0} = 1/32, 1/18, 1/8, 1/4$ e 1 ; e ζ (abaixo) para $T_K/T_{c0} = 16, 8, 4, 2$ e 1 de cima para baixo. $T_{c0} = 1$	51

CAPÍTULO 1

Introdução

No estudo da Física de Partículas e Campos, os modelos de campos escalares são largamente estudados [3, 4, 5, 6]. É possível utilizá-los de muitas maneiras e criar teorias relativamente simples para descrever um grande número de problemas [7, 8]. A principal vantagem de se estudar modelos de campos escalares é que os mesmos são os mais simples dentre os diversos modelos de campos. Um exemplo interessante é a formação de paredes de domínios e os estudos dos sólitons.

A simplicidade apresentada no estudo de campos escalares deve ser aproveitada e podemos utilizá-la para entendermos melhor muitos fenômenos físicos. Por exemplo, podemos aproveitar as ricas e bem estabelecidas características que envolvem soluções do tipo sólitons clássicos, principalmente as formuladas em modelos de mais de um campo escalar [7, 8, 9]. Vamos então descrever fenômenos supercondutores através destes modelos e para isso utilizaremos soluções solitônicas. A utilização de tais soluções em nosso propósito deve-se as seguintes razões. Em primeiro lugar, devido ao fato de que modelos de campos escalares podem desenvolver estruturas internas que se comportam como um condensado que, por sua vez, é fundamental para o estudo da supercondutividade. Assim abre-se a possibilidade de se estudar os sólitons supercondutores. A primeira vez em que se estudou objetos deste tipo foi através de cordas supercondutoras [7, 9], outros estudos foram feitos tomando como base o desenvolvimento de paredes de domínios com estruturas internas que foram consideradas em

[10, 11, 12, 13, 14]. Em segundo lugar, estas soluções, podem seguir órbitas não triviais no espaço dos campos. A maioria destas órbitas forçam os sólitons a se moverem em trajetórias aceleradas. Sendo assim, podemos identificar esses sólitons como observadores de Rindler que experimentam um banho térmico, ou seja, isso é imprescindível para introduzir a temperatura no sistema de uma forma muito simples e natural. Com isso identificaremos várias quantidades importantes, como o condensado e a resistividade em função da temperatura, obtendo-se assim paredes de domínios supercondutoras. Acreditamos que esta alternativa pode abrir uma nova janela para a investigação da supercondutividade em teorias de campos através de sólitons supercondutores, uma vez que, existem muitas soluções tipo sólitons. Em inúmeras teorias de campos bem estabelecidas tais sólitons supercondutores também podem ser identificados. Sendo assim, utilizamos estas teorias e introduzimos temperatura no sistema, fazendo uma analogia entre sólitons e observadores de Rindler, para então descrever fenômenos supercondutores [15].

Com os avanços da pesquisa em teorias de cordas notou-se que uma simetria fundamental na Física, a simetria de Lorentz, pode ser quebrada na escala de energia do modelo padrão. A quebra da simetria de Lorentz se dá devido a presença de campos vetoriais e tensoriais, que causam uma anisotropia no espaço-tempo. A comunidade científica voltou-se em um grande número para as pesquisas relacionadas a modelos que permitem a violação de Lorentz, e hoje existe uma vasta literatura relacionada ao assunto [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22]. Vimos então que o nosso modelo poderia ser estendido para um modelo que descreve paredes de domínios e que permite a quebra dessa simetria [16, 17] para assim obter um modelo modificado e estudar a modificação da condutividade neste sistema. Investigamos a influência de uma violação de Lorentz em soluções do tipo sóliton que é induzida por um tensor fixo acoplado aos dois campos escalares. O novo modelo descreve então a supercondutividade com a presença de impurezas magnéticas. Nota-se então que estas impurezas estão relacionadas ao efeito Kondo [23], que modifica a supercondutividade e pode ser descrito em nosso modelo [24]. O modelo apresenta concordância com os resultados experimentais.

A descrição da supercondutividade através de modelos de campos escalares citadas até então demonstram uma grande semelhança com os resultados encontrados no estudo dos supercondutores holográficos [1, 25, 26, 27].

Aqui apresentaremos os resultados das nossas pesquisas [15, 28, 24] e este trabalho está organizado em seis capítulos.

No capítulo 2 fazemos uma breve introdução sobre os supercondutores holográficos, mostrando alguns de seus resultados, para mostrar a semelhança desses com os resultados

obtidos em nossa descrição alternativa. Neste capítulo apresentamos ainda o condensado de um buraco negro de Horava-Lifshitz em duas dimensões. Neste caso estudamos um buraco negro do tipo AdS-Schwarzschild, o que gera uma perspectiva para estudos futuros sobre o supercondutor holográfico relacionado a este buraco negro.

No capítulo 3 fazemos uma analogia entre as soluções do tipo sólitons, para um modelo de dois campos escalares, com observadores de Rindler. Esta analogia permite introduzirmos temperatura no modelo. Este modelo descreve paredes de domínios com estruturas internas. Isto é feito de uma maneira muito natural fazendo com que encontremos um condensado. Ao tornar as paredes de domínios com estruturas internas térmicas podemos estudar inúmeros fenômenos físicos. O modelo parte de uma lagrangeana de dois campos escalares e um potencial escolhido adequadamente para formar as paredes de domínios.

No capítulo 4 acoplamos um campo de gauge no modelo anterior. Este acoplamento permite o estudo de paredes de domínios supercondutoras. Através deste modelo encontramos um condensado efetivo que depende da carga. Este condensado mostra que existe uma transição de fase, da fase normal até uma fase supercondutora. Com isso estudamos a condutividade e a resistividade na parede de domínios no regime abaixo da temperatura crítica e analisamos os gráficos da condutividade e resistividade ótica, que são semelhantes aos obtidos no estudo dos supercondutores holográficos e apresentados no capítulo 2.

No capítulo 5 introduzimos um termo que pode violar a simetria de Lorentz e modificar o condensado e o modelo que descreve a supercondutividade. Este termo pode modificar a carga e a temperatura crítica do sistema e o interpretamos como impurezas magnéticas que poderiam existir na parede de domínios. Abordaremos então as consequências de sua existência na condutividade e na resistividade da parede de domínios. Nota-se então que este termo pode ser relacionado com o efeito Kondo, que é um efeito que deve-se as impurezas magnéticas presentes no sistema. Esta abordagem apresenta importantes resultados e descreve com precisão resultados experimentais do efeito Kondo em supercondutores.

Finalmente, apresentaremos nossas conclusões e as perspectivas relacionadas aos resultados apresentados e obtidos na construção deste trabalho.

Nossos estudos são realizados com notação que faz uso do sistema natural de unidades (a menos que explicitado no texto), onde a velocidade da luz (c), a constante de Planck (\hbar) e a constante de Boltzmann (κ) apresentam valores igual á unidade.

Introdução aos supercondutores holográficos

O fenômeno da supercondutividade atrai, desde a sua descoberta, a atenção dos físicos. O fenômeno ainda não totalmente explicado é objeto de estudo de muitos grupos de pesquisas. O estudo dos supercondutores ganhou uma poderosa ferramenta ao se usar a correspondência AdS/CFT para a sua descrição, criando-se a teoria dos supercondutores holográficos [1, 25, 26, 27]. Estes são os supercondutores que possuem uma descrição dual gravitacional usando a dualidade gauge/gravidade. O uso do dicionário gauge/gravidade permite uma descrição de muitas propriedades dos supercondutores.

Recentemente o estudo de supercondutores holográficos está recebendo grande atenção da comunidade científica, de modo que já existe vasta literatura especializada no assunto [1, 25, 26, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35]. Estes supercondutores são fortemente acoplados a teorias de campo que passam por uma transição de fase supercondutora abaixo de uma temperatura crítica, possuindo um dual gravitacional, uma correspondência AdS/CFT [36]. Estes sistemas permitem o estudo de muitas características físicas dos supercondutores, como por exemplo, a condutividade ótica e a resistividade.

A existência de supercondutores holográficos está bem estabelecida [1, 25, 26, 27]. Neste capítulo vamos apresentar, de maneira sucinta, alguns resultados da descrição de supercondutores holográficos.

Para se construir um dual gravitacional para um supercondutor necessitamos inici-

almente de uma noção de temperatura. Aqui apresentaremos uma maneira de se encontrar a temperatura de um buraco negro.

2.1 Formalismo de tunelamento para um buraco negro

Uma abordagem semiclássica considerando a radiação Hawking como um fenômeno de tunelamento através do horizonte foi proposta na literatura, em especial nas referências [37, 38, 39], além disso o método de Hamilton-Jacobi [40, 41, 42] é utilizado para determinar a radiação Hawking e a entropia de buracos negros. Vamos utilizar este formalismo para obter a temperatura de um buraco negro.

Este formalismo, por exemplo, foi aplicado na teoria da gravidade de Horava-Lifshitz em [43, 44, 45]. Em [37, 38, 46], o método de geodésica nula radial foi utilizado pelos autores para o cálculo da temperatura de Hawking. Já na referência [47] aplicou-se o formalismo de tunelamento para investigar a radiação Hawking considerando-se a auto-energia. Mais recentemente, a utilização deste formalismo possibilitou o estudo termodinâmico para o buraco negro auto-dual [48, 49, 50]. Foi calculado em [51] a temperatura Hawking e a correção quântica da entropia de um buraco negro de Schwarzschild, considerando os efeitos do princípio da incerteza generalizado, do inglês (GUP) no formalismo de tunelamento. Além disso, a utilização do formalismo de Hamilton-Jacobi para se obter o tunelamento foi investigada para a obtenção da radiação Hawking de buracos negros acústicos (ou buracos mudos) [52], já na referência [53] foram discutidas as propriedades termodinâmicas dos buracos negros auto-duais e não-comutativos do buraco negro BTZ [54, 55].

Aqui, mostraremos a obtenção da temperatura de Hawking de um buraco negro em duas dimensões utilizando o formalismo de tunelamento. Escolhemos uma métrica tipo

$$ds^2 = -f(x)dt^2 + f(x)^{-1}dx^2. \quad (2.1)$$

Para o estudo do tunelamento vamos considerar a equação de Klein-Gordon, que é dada por

$$\hbar^2 g^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu \phi - m^2 \phi = 0. \quad (2.2)$$

Agora considerando a métrica (2.1), têm-se

$$-\partial_t^2 \phi + f(x)^2 \partial_x^2 \phi + \frac{1}{2} f(x)^{2'} \partial_x \phi - \frac{m^2}{\hbar} f(x) \phi = 0. \quad (2.3)$$

Vamos aplicar a aproximação WKB para ϕ , a mesma é dada por

$$\phi(x, t) = \exp\left[-\frac{i}{\hbar}\mathcal{I}(x, t)\right], \quad (2.4)$$

e considerando apenas a primeira ordem de \hbar ,

$$(\partial_t \mathcal{I})^2 - f(x)^2 (\partial_x \mathcal{I})^2 - m^2 f(x) = 0. \quad (2.5)$$

Devido as simetrias da métrica, pode-se escrever a solução de $\mathcal{I}(x, t)$ da seguinte maneira

$$\mathcal{I}(x, t) = -\omega t + Z(r), \quad (2.6)$$

onde para $Z(r)$ têm-se

$$Z = \int \frac{dx}{f(x)} \sqrt{\omega^2 - m^2 f(x)}. \quad (2.7)$$

Neste ponto, aplica-se a seguinte aproximação em pontos próximos ao horizonte (x_h^+)

$$f(x) = f(x_h^+) + f'(x_h^+)(x - x_h^+) + \dots \quad (2.8)$$

Desta forma, tomando apenas a parte espacial da ação encontra-se

$$Z = \int \frac{dx}{f'(x_h^+)} \frac{\sqrt{\omega^2 - m^2 f'(x_h^+)(x - x_h^+)}}{(x - x_h^+)} = \frac{2\pi i \omega}{f'(x_h^+)}. \quad (2.9)$$

Sendo assim, a probabilidade de tunelamento para a uma partícula livre com energia ω é dada por

$$\Gamma \cong \exp[-2Im\mathcal{I}] = \exp\left[-\frac{4\pi\omega}{f'(x_h^+)}\right]. \quad (2.10)$$

Assim, comparando a equação (2.10) com o fator de Boltzmann ($e^{-\omega/T}$), encontra-se a fórmula geral da temperatura de Hawking de um buraco negro com uma métrica dada por (2.3)

$$T_{HL} = \frac{\omega}{2Im\mathcal{I}} = \frac{f'(x_h^+)}{4\pi}. \quad (2.11)$$

2.2 O condensado

A supercondutividade é caracterizada por um condensado que existe quando a temperatura é menor que a temperatura crítica. A seguir vamos descrever a obtenção do condensado no contexto de supercondutores holográficos.

Neste estudo, partiremos da seguinte ação,

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(R + \frac{6}{L^2} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - |\nabla\Phi - iqA\Phi|^2 - V(|\Phi|) \right), \quad (2.12)$$

que, para o campo escalar Φ , fornece a seguinte equação de movimento,

$$-(\nabla_\mu - iqA_\mu)(\nabla^\mu - iqA^\mu)\Phi + \frac{1}{2} \frac{\Phi}{|\Phi|} V'(|\Phi|) = 0, \quad (2.13)$$

e para o campo de Maxwell, temos

$$\nabla^\mu F_{\mu\nu} = iq [\Phi^* (\nabla_\nu - iqA_\nu) \Phi - \Phi (\nabla_\nu - iqA_\nu) \Phi^*]. \quad (2.14)$$

O potencial é dado por $V(|\Phi|) = m^2 |\Phi|^2$. Para determinarmos um condensado vamos utilizar um buraco negro planar AdS-Schwarzschild em quatro dimensões, dado pela métrica

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2(dx^2 + dy^2), \quad (2.15)$$

onde

$$f = \frac{r^2}{L^2} \left(1 - \frac{r_0^3}{r^3} \right). \quad (2.16)$$

o L é o raio AdS, e r_0 é o raio de Schwarzschild. A temperatura é dada por (2.11), ou seja

$$T = \frac{3r_0}{4\pi L^2}. \quad (2.17)$$

Vamos utilizar uma aproximação em que a métrica é um ‘campo de fundo fixo’ (*background field*) para resolver as equações de movimento para os campos escalar e de Maxwell. Primeiramente vamos assumir o seguinte *ansatz*,

$$\Phi = \Phi(r) \quad A_t = \Theta(r) \quad (2.18)$$

Escolhendo $A_r = A_x = A_y = 0$, as equações de Maxwell tornam-se equações diferenciais ordinárias não lineares acopladas, de modo que

$$\Phi'' + \left(\frac{f'}{f} + \frac{2}{r} \right) \Phi' + \frac{\Theta^2}{f^2} \Phi - \frac{m^2}{f} \Phi = 0, \quad (2.19)$$

$$\Theta'' + \frac{2}{r} \Theta' - \frac{2\Phi^2}{f} \Theta = 0. \quad (2.20)$$

Agora, admitimos as condições de contorno na fronteira do AdS no infinito. Ou seja, assintoticamente, temos [1]

$$\Phi = \frac{\Phi^{(1)}}{r} + \frac{\Phi^{(2)}}{r^2} + \dots \quad (2.21)$$

e

$$\Theta = \gamma - \frac{\epsilon}{r} + \dots \quad (2.22)$$

Escolhe-se uma das duas soluções como sendo nula. Neste caso, vamos considerar o termo líder nulo. Impondo esta condição de contorno assintótica pode-se encontrar as soluções numericamente [25, 26, 27].

Podemos utilizar elementos básicos do dicionário gauge/gravidade que nos diz o seguinte: a teoria dual é uma teoria de campo conforme em 2+1 dimensões onde a temperatura é dada por (2.17). Da equação (2.22) temos que γ é o potencial químico e ϵ é a densidade de carga.

Dependendo da escolha das condições de contorno, podemos determinar o valor esperado de um operador O_2 , de dimensão de massa dois, ou o valor esperado de um operador O_1 , de dimensão de massa um, ou seja

$$\Phi^{(1)} = 0 \quad \langle O_2 \rangle \approx \sqrt{2} \phi^{(2)}, \quad (2.23)$$

$$\Phi^{(2)} = 0 \quad \langle O_1 \rangle \approx \sqrt{2} \phi^{(1)}. \quad (2.24)$$

O fator $\sqrt{2}$ está relacionado com a normalização.

A figura 2.1 mostra como o condensado O_2 se comporta como uma função da temperatura.

Esta curva é qualitativamente similar a curva obtida na teoria (BCS) de Bardeen-

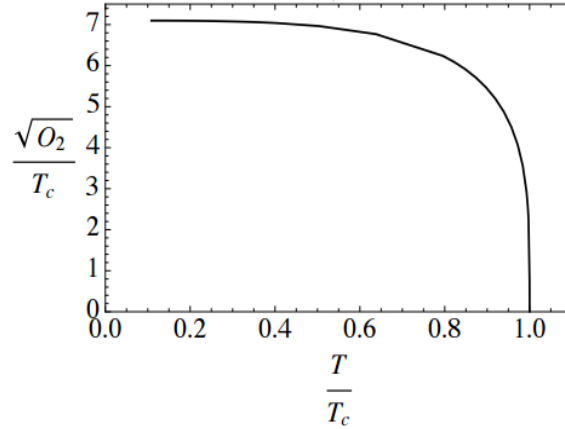


Figura 2.1: O condensado como uma função da temperatura. A temperatura crítica é proporcional ao potencial químico [1].

Cooper-Schrieffer [56], e é observado em muitos materiais, onde o condensado aumenta rapidamente em sistemas abaixo da temperatura crítica e vai a uma constante quando T tende a zero. Próximo da temperatura crítica, há um comportamento dado por $O_2 = 100T_c^2 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{\frac{1}{2}}$. Este é o comportamento previsto na teoria de Ginzburg-Landau.

2.3 Condutividade

Agora precisamos determinar a condutividade ótica, isto é, a condutividade como uma função da frequência. Por simetria, podemos considerar apenas a condutividade na direção x . Utilizando o dicionário gauge/gravidade, isto é obtido através da solução das flutuações no campo de Maxwell no *bulk* (em todo o espaço). A equação de Maxwell com dependência temporal dada por $e^{-i\omega t}$ é dada por

$$A_x'' + \frac{f'}{f} A_x' + \left(\frac{\omega^2}{f^2} - \frac{2\Phi^2}{f}\right) A_x = 0. \quad (2.25)$$

Assintoticamente esta equação é satisfeita pela seguinte solução

$$A_x = A^{(0)} + \frac{A_x^{(1)}}{r} + \dots \quad (2.26)$$

O dicionário gauge/gravidade informa que o limite do campo elétrico no bulk é o campo elétrico na fronteira do espaço AdS, $E_x = -\dot{A}_x^{(0)}$ e o valor esperado da corrente induzida

é dada por $J_x = A_x^{(1)}$. Da lei de Ohm, temos:

$$\sigma(\omega) = \frac{J_x}{E_x} = -\frac{iA_x^{(1)}}{\omega A_x^{(0)}}. \quad (2.27)$$

A parte real da condutividade é mostrada na figura (2.2). Acima da temperatura crítica, a condutividade é constante. Quando a temperatura começa a decrescer abaixo da temperatura crítica, abre-se um lacuna (*gap*) de energia em baixa frequência. Estas curvas foram obtidas para pequenos valores de ω , que é o que se espera para a teoria de Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) com gap de energia $\Delta \approx 2\hbar\omega_c e^{-\frac{1}{N(0)V}}$, onde $N(0)$ é a densidade de estados de Fermi e V é o potencial de interação [57].

Existe também uma função delta em $\omega = 0$ para todos os valores de $T < T_c$. Isto não pode

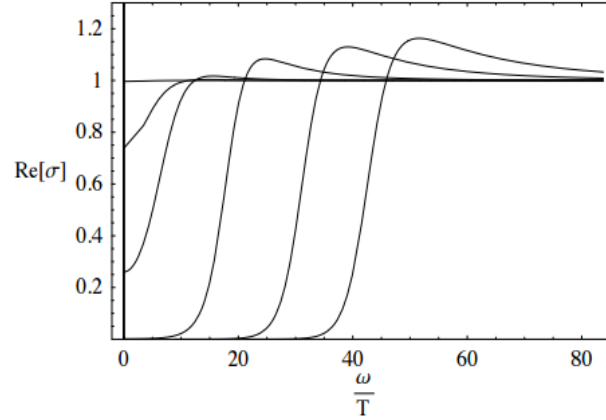


Figura 2.2: A formação de um gap na parte real da condutividade quando a temperatura é reduzida para valores abaixo da temperatura crítica. As curvas descrevem temperaturas sucessivamente mais baixas. Há ainda uma função delta em $\omega = 0$ [1].

ser visto na solução numérica da parte real, mas pode ser visto na solução numérica da parte imaginária. Um argumento simples para isso vem do modelo de Drude de um condutor. Suponha que temos portadores de carga com massa m , carga q , em um condutor normal, temos

$$m \frac{dv}{dt} = qE = m \frac{v}{\tau} \quad (2.28)$$

onde τ é o tempo de relaxamento devido ao espalhamento. A corrente é $J = env$, então se $E(t) = Ee^{-i\omega t}$, a condutividade é

$$\sigma(\omega) = \frac{k\tau}{1 - i\omega\tau}, \quad (2.29)$$

onde $k = \frac{ne^2}{m}$, então

$$\text{Re}(\sigma) = \frac{k\tau}{1 + \omega^2\tau^2}, \quad \text{Im}(\sigma) = \frac{k\omega\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (2.30)$$

Para supercondutores temos, $\tau \rightarrow \infty$, então $\text{Re}(\sigma) \propto \delta(\omega)$ e $\text{Im}(\sigma) \propto \frac{1}{\omega}$.

Uma derivação mais geral vem das relações de Kramers-Kronig. Estes relacionam as partes reais e imaginárias, de qualquer quantidade, tal como a condutividade, quando expressa no espaço de frequências. Uma das relações é dada por

$$\text{Im}(\sigma(\omega)) = -\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Re}(\sigma(\omega') d\omega')}{\omega' - \omega}. \quad (2.31)$$

Observando esta fórmula, podemos ver que a parte real da condutividade contém um função delta quando a parte imaginária possui um pólo. Existe de fato um pólo na parte $\text{Im}(\sigma)$ em $\omega = 0$ para todo $T < T_c$. A figura 2.3 mostra o limite de temperatura baixa para a condutividade ótica.

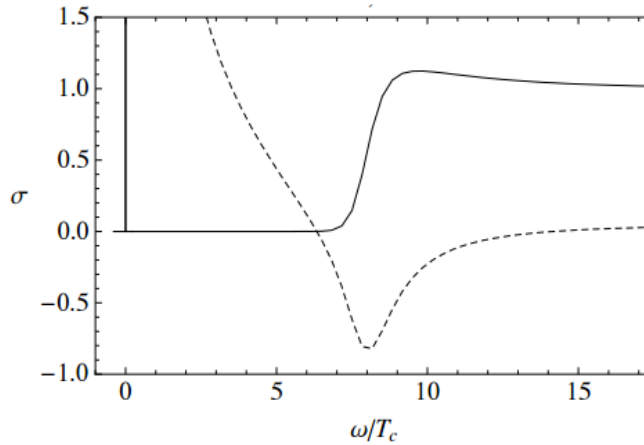


Figura 2.3: Limite de baixas temperaturas da condutividade ótica para o condensado O_2 . A linha sólida é a parte real e a linha pontilhada é parte imaginária [1].

2.4 O condensado em um buraco negro do tipo AdS-Schwarzschild em gravidade de Horava-Lifshitz

Como um exemplo, vamos encontrar o condensado para um buraco negro de Horava-Lifshitz em duas dimensões. O estudo termodinâmico completo para este buraco negro,

inclusive com correções quânticas, também foi feito na referência [28] e está apresentado no apêndice A.

Utiliza-se aqui o método de Hamilton-Jacobi para determinar a temperatura deste buraco negro, para assim determinarmos o condensado relacionado ao mesmo.

Nos cálculos a seguir assume-se que a ação clássica satisfaz a equação relativística de Hamilton-Jacobi para as principais ordens de energia. A métrica em Arnowitt-Deser-Misner ADM é dada por [58]

$$ds^2 = -N^2 dt^2 + g_{ij}(dx^i + N^i dt)(dx^j + N^j dt), \quad (2.32)$$

com uma escala anisotrópica entre tempo e espaço, $t \rightarrow b^{-z}t$, $x^i \rightarrow b^{-1}x^i$, $i = 1, 2, \dots, D$. Escolhendo $z = 1$, ou seja, no regime infravermelho, temos

$$ds^2 = -f(x)dt^2 + f(x)^{-1}dx^2, \quad (2.33)$$

onde utiliza-se a redefinição $N^2 \equiv f(x)$. As soluções do buraco negro de Horava-Lifshitz em duas dimensões foram explicitadas em [59], de modo que:

$$f(x) = 2C_2 + \frac{A}{\eta}x^2 - 2C_1x + \frac{B}{\eta x} + \frac{C}{3\eta x^2}, \quad (2.34)$$

onde A , B e C são constantes.

Nota-se que a equação de Klein-Gordon preserva a forma usual devido a fixação de $z = 1$ e do gauge $N_1 = 0$. Considerações similares em dimensões mais altas tem sido encontradas na literatura, para z arbitrário em [60, 61, 62] e fixando $z = 1$ em [63]. Podemos ainda escolher os parâmetros da métrica (2.34) e obter diferentes buracos negros. A seguir vamos apresentar três casos.

2.4.1 Primeiro caso: Buraco negro tipo Schwarzschild

Neste caso considera-se $C_1 \neq 0$, $C_2 \neq 0$, $B \neq 0$ e $A = C = 0$, assim substituindo estas condições na equação (2.34), a métrica torna-se

$$f(x) = 2C_2 - 2C_1x + \frac{B}{\eta x}. \quad (2.35)$$

O horizonte de eventos pode ser facilmente obtido fazendo $f(x) = 0$, de modo que

$$x_h^\pm = \frac{C_2}{2C_1} \pm \sqrt{\frac{C_2^2}{4C_1^2} + \frac{B}{2C_1\eta}}. \quad (2.36)$$

Para o caso especial $C_2 = 0$, $C_1 = -M$ e $B = -4M\Lambda^2$ (onde Λ é um parâmetro com dimensão de comprimento), os horizontes são

$$x_h^\pm = \pm\Lambda\sqrt{\frac{2}{\eta}}. \quad (2.37)$$

Assim, considerando a equação (2.35) e substituindo a equação (2.37) na equação (2.11) obtêm-se a temperatura que é dada por

$$T_{HL1} = \frac{M}{\pi}. \quad (2.38)$$

Uma vez que o raio do horizonte, na equação (2.37) é independente da massa M , a temperatura Hawking é diretamente proporcional ao parâmetro de massa M , ao contrário do caso em quatro dimensões onde a temperatura de Hawking é inversamente proporcional ao mesmo parâmetro M .

2.4.2 Segundo Caso: Buraco negro tipo Reissner-Nordström

Neste segundo caso, faz-se $B = C_1 = C_2 = 0$ e $C = -3Q^2\Lambda^2$ na equação (2.34), modificando $f(x)$ da seguinte maneira

$$f(x) = \frac{A}{\eta}x^2 - \frac{Q^2\Lambda^2}{\eta x^2}, \quad (2.39)$$

escolhendo $A = \Lambda^{-2}$ e $Q^2 = M^2\Lambda^2$ (para um caso extremo), temos que os horizontes são dados por

$$x_h^\pm = \pm \left(\frac{Q^2\Lambda^2}{A} \right)^{\frac{1}{4}} = \pm\Lambda\sqrt{M\Lambda}. \quad (2.40)$$

Usando a equação (2.11), encontra-se a temperatura que é dada por

$$T_{HL2} = \frac{1}{\pi\eta} (Q^2 \Lambda^2 A^3)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\pi\eta} \sqrt{\frac{M}{\Lambda}}. \quad (2.41)$$

onde escolhemos $A = M^2$ e $Q = M^{-2}$.

Aqui, como no primeiro caso, a temperatura de Hawking é proporcional ao parâmetro de massa M .

2.4.3 Terceiro caso: Buraco negro tipo AdS-Schwarzschild

Neste caso, considerando $A \neq 0$, $B \neq 0$ e $C = C_1 = C_2 = 0$ na equação (2.34) a métrica torna-se

$$f(x) = \frac{A}{\eta} x^2 + \frac{B}{\eta x}. \quad (2.42)$$

Agora escolhendo $A = \Lambda^{-2}$ e $B = -4M\Lambda^2$, nós obtemos o horizonte

$$x_h^+ = \left(-\frac{B}{A}\right)^{\frac{1}{3}} = (4M\Lambda^4)^{1/3}. \quad (2.43)$$

Usando a equação (2.11) a temperatura é dada por

$$T_{AdS-S} = \frac{3}{4\pi\eta} (-A^2 B)^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{4^{2/3}\pi\eta} \left(\frac{M}{\Lambda^2}\right)^{1/3}. \quad (2.44)$$

2.4.4 O condensado do buraco negro do tipo AdS-Schwarzschild

A equação (2.34) é proveniente de uma teoria de Horava-Lifshitz acoplada ao um campo escalar [60] cuja solução é dada por

$$\phi = \ln \left(\sqrt{2C_2 + \frac{A}{\eta} x^2 - 2C_1 x + \frac{B}{\eta x} + \frac{C}{3\eta x^2}} \right), \quad (2.45)$$

onde, para o caso AdS-Schwarzschild temos, $A = \Lambda^{-2}$, $B = -4M\Lambda^2$ e $C = C_1 = C_2 = 0$, de modo que o campo escalar será dado por

$$\phi = \ln \left(\sqrt{\frac{x^2}{\Lambda^2 \eta} - \frac{4M\Lambda^2}{\eta x}} \right). \quad (2.46)$$

O campo escalar em função da temperatura é dado por

$$\phi = \ln \left(\sqrt{\frac{x^2}{\Lambda^2 \eta} - \frac{64 T^3 \pi^3 \eta^2 \Lambda^4}{27 x}} \right). \quad (2.47)$$

O condensado é construído considerando o comportamento assintótico da solução (2.47) para valores distantes do horizonte [27, 1]. Aqui escrevemos a fórmula equivalente para a equação de movimento do campo escalar na teoria de Horava-Lifshitz em duas dimensões [60]

$$\frac{d}{dx}(N^2 \phi') = V_\phi, \quad V_\phi = \frac{B}{x^3} \quad (2.48)$$

Onde a métrica (2.42) é assintoticamente AdS_2 tal que $N^2 \rightarrow Ax^2/\eta$, logo obtemos

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{Ax^2}{\eta} \phi' \right) = \frac{B}{x^3} \quad (2.49)$$

de modo que a solução assintótica é

$$\phi = \phi^{(0)} + \frac{\phi^{(3)}}{x^3} + \dots \quad (2.50)$$

Dependendo das escolhas das condições de contorno pode-se escrever os operadores da seguinte maneira:

$$\phi^{(0)} = 0 \quad \langle O_3 \rangle \approx \phi^{(3)} \quad (2.51)$$

$$\phi^{(3)} = 0 \quad \langle O_0 \rangle \approx \phi^{(0)} \quad (2.52)$$

Utilizando o operador $\langle O_0 \rangle$ e a temperatura obtida no estudo termodinâmico feito anteriormente, podemos obter um condensado para um supercondutor relacionado a este buraco negro [27, 1]. Escolhemos este operador por se tratar do operador mais simples, o qual é dado explicitamente por

$$\langle O_1 \rangle = \ln \left(\sqrt{\frac{\delta^2}{\Lambda^2 \eta} - \frac{64 T^3 \pi^3 \eta^2 \Lambda^4}{27 \delta^2}} \right), \quad (2.53)$$

com $x = \delta$ suficientemente grande. Nota-se, entretanto, que para qualquer valor acima de $\delta = 1$ já obtêm-se o comportamento assintótico esperado, ou seja, suficientemente distante do horizonte.

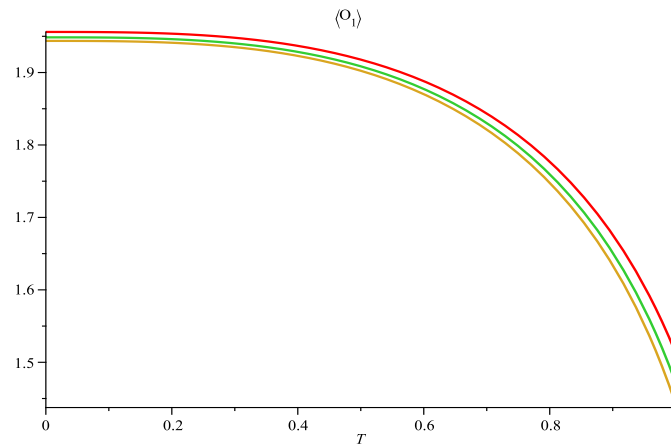


Figura 2.4: O condensado de um buraco negro do tipo AdS-Schwarzschild em Horava-Lifshitz, para $\eta = 2, 2.03$ e 2.05 de cima para baixo. Usamos $\Lambda = 1, \delta = 10$.

Ao se obter o condensado pode-se estudar o supercondutor holográfico relacionado ao buraco negro acima. Este tipo de buraco negro é especialmente interessante devido a anisotropia do espaço-tempo, o que pode ser importante numa abordagem de efeitos de impurezas, como por exemplo o efeito Kondo holográfico [64].

Fez-se então uma breve introdução dos principais resultados apresentados no estudo de supercondutores holográficos. Neste sentido, calculamos o condensado relacionado com um buraco negro tipo AdS-Schwarzschild numa teoria de Horava-Lifshitz em duas dimensões. Outras grandezas tais como a condutividade ótica serão apreciadas num estudo futuro ao introduzirmos o campo de gauge apropriadamente. Como nem sempre está claro se as simetrias envolvidas no modelo satisfazem os principais requisitos halográficos tais como a simetria conforme, precisamos seguir abordagens completamente diferentes ou análogas para tratar da supercondutividade. Nos próximos capítulos vamos descrever a supercondutividade de uma maneira alternativa porém análoga ao caso holográfico, através do formalismo de paredes de domínios com estruturas internas. Esta descrição apresenta resultados similares aos apresentados neste capítulo.

Introdução de temperatura no formalismo de parede de domínios com estruturas internas

3.1 O modelo de paredes de domínios

Em teorias não lineares existe a possibilidade de ocorrer excitações que são a representação de concentrações estáveis de energia em uma determinada região do espaço. Essas excitações são soluções clássicas das equações de movimento e são chamadas de sólitons. Os sólitons são ondas localizadas que se propagam sem alterar suas propriedades, são estáveis e podem colidir entre si e manter suas identidades [65, 5, 10, 11]. Teorias de quarta ordem são essenciais para o estudo de sólitons, assim uma teoria de campos não linear de quarta ordem pode representar um sóliton. Partindo de uma lagrangeana típica para potenciais de quarta ordem, temos:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi), \quad (3.1)$$

onde o potencial é dado por

$$V(\phi) = \frac{\lambda^2}{2} (\phi^2 - a^2)^2, \quad (3.2)$$

este potencial possui uma simetria Z_2 . As equações (3.1) e (3.2) fornecem a seguinte equação de movimento

$$\square\phi + \frac{\partial V}{\partial\phi} = 0. \quad (3.3)$$

Vamos considerar que o campo é estático e unidimensional (ou dependente de uma única coordenada espacial), de modo que nossa solução é estática e que obtemos uma equação diferencial de segunda ordem

$$\phi'' = 2\lambda^2\phi(\phi^2 - a^2). \quad (3.4)$$

Uma solução da equação acima é dada por

$$\phi(x) = a \tanh(\lambda ax). \quad (3.5)$$

A solução acima apresenta um comportamento que descreve uma parede de domínios na qual existe uma concentração de energia.

O conceito de parede de domínios está intimamente ligado ao estudo do magnetismo, por exemplo, um material ferromagnético é subdividido em domínios com diferentes orientações do vetor magnetização. A região de transição entre domínios adjacentes é chamada de parede de domínios [66].

3.2 Paredes de domínios com estruturas internas

Na seção anterior vimos um modelo de um campo que pode descrever uma parede de domínios. Vamos estendê-lo para um modelo que possui dois campos escalares. Este permite que paredes de domínios aprisionem outras paredes de domínios, este fenômeno é chamado de paredes dentro de paredes [12, 67, 68, 69]. Nesse modelo de dois campos escalares utiliza-se a simetria $Z_2 \times Z_2$. Cada uma dessas simetrias é responsável pela geração de um tipo de parede: uma parede externa e um conjunto de paredes internas com uma dimensão a menos. Este efeito se deve ao surgimento de *um condensado* devido à quebra de uma simetria Z_2 dentro da parede externa. Este fenômeno será fundamental no estudo a seguir sobre paredes de domínios supercondutoras. Partiremos da seguinte lagrangeana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi - V(\phi, \chi). \quad (3.6)$$

Modelos como este apresentam, em geral, soluções de energia mínima, provenientes de equações diferenciais não lineares de primeira ordem que são chamadas soluções ou estados BPS (Bogomol'nyi-Prasad-Sommerfield) [70, 71].

A equação acima apresenta soluções bastante interessantes quando determinamos um superpotencial $W(\phi, \chi)$, cujo potencial escalar é descrito em uma forma quadrática deste superpotencial [10, 11, 12, 67, 68], ou seja

$$V(\phi, \chi) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial \phi} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial \chi} \right)^2, \quad (3.7)$$

o qual se encontra no setor bosônico de uma teoria supersimétrica. Para uma simetria $Z_2 \times Z_2$ devemos considerar o seguinte superpotencial [11, 12, 67, 68, 72]:

$$W(\phi, \chi) = \lambda \left(\frac{\phi^3}{3} - a^2 \phi \right) + \mu^2 \phi \chi^2. \quad (3.8)$$

Este é o superpotencial adequado para obtermos as paredes de domínios dentro de outras paredes de domínios. Este superpotencial fornece o seguinte potencial escalar

$$V(\phi, \chi) = \frac{1}{2} \lambda^2 (\phi^2 - a^2)^2 + (2\mu^2 + \lambda\mu) \phi^2 \chi^2 - \lambda\mu a^2 \chi^2 + \frac{1}{2} \mu^2 \chi^4. \quad (3.9)$$

Através da energia total do sistema, podemos obter a energia de Bogomol'nyi e investigar o problema usando o formalismo de primeira ordem

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{\partial W}{\partial \phi} \quad (3.10)$$

e

$$\frac{d\chi}{dr} = \frac{\partial W}{\partial \chi}, \quad (3.11)$$

sendo as derivadas do superpotencial (3.8) dadas por:

$$\frac{\partial W}{\partial \phi} = \lambda(\phi^2 - a^2) + \mu\chi^2, \quad (3.12)$$

e

$$\frac{\partial W}{\partial \chi} = 2\mu\phi\chi, \quad (3.13)$$

Dado que o potencial é descrito em termos de quadrados da derivada do superpotencial, as configurações de campo que satisfazem $\frac{\partial W}{\partial \phi} = 0$ e $\frac{\partial W}{\partial \chi} = 0$ são os mínimos globais (supersimétricos) do potencial escalar $V(\phi, \chi)$. Desta forma, as soluções de vácuo (mínimos) das equações (3.12) e (3.13) são $(\phi = \pm a, \chi = 0)$ e $(\phi = 0, \chi = \pm a\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}})$.

Utilizando apenas um desses pares de vácuo, podemos obter soluções tipo sóliton conectando estes vácuos. Portanto, temos a solução tipo I:

$$\phi = \pm a \tanh(\lambda ar) \quad \chi = 0, \quad (3.14)$$

e a solução tipo II

$$\phi = \pm a \tanh(2\mu ar) \quad \chi = \pm a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2} \operatorname{sech}(2\mu ar). \quad (3.15)$$

para $\frac{\lambda}{\mu} > 2$, onde r é a coordenada transversal às paredes de domínios. Essas soluções correspondem a uma órbita retilínea e uma elíptica, respectivamente. As duas soluções possuem a mesma energia de Bogomol'nyi. Observe que para $\frac{\lambda}{\mu}$ suficientemente grande a órbita elíptica passa pelo vácuo supersimétrico $\phi = 0$ e $\chi = \pm\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}}$ – veja figura 3.1. Ainda neste capítulo vamos fazer uma conexão destas órbitas com observadores de Rindler.

O primeiro par de soluções representa uma parede de domínios sem estruturas

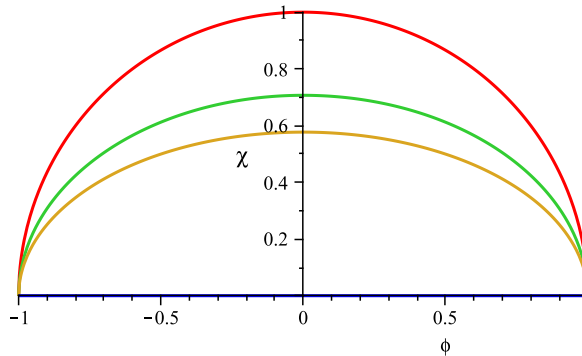


Figura 3.1: Órbitas das soluções (3.14) e (3.15).

internas semelhante ao caso anterior. Já o segundo caso apresenta paredes com estruturas

internas. Note que quando o campo ϕ se aproxima de zero, o que é equivalente ao centro da parede de domínios em $r \approx 0$, o campo χ desenvolve seu valor máximo.

3.3 Efeito Unruh

Unruh [73, 74] descobriu um efeito térmico no vácuo de um campo quântico no espaço de Minkowski. Isto acontece quando este vácuo é uniformemente acelerado, e pode ser adaptado em termos de coordenadas de Rindler [75]. Isso é chamado de efeito Unruh e foi descoberto em uma tentativa de compreender o efeito Hawking. Além dos mais, é muito mais fácil de se trabalhar no espaço plano.

O efeito Hawking foi uma revolução do conhecimento com relação ao estudo de buracos negros, ele mostra que os buracos negros não são realmente negros. Eles emitem energia continuamente em todos os comprimentos de onda. Isto é baseado na hipótese que o campo gravitacional do buraco negro cria partículas e as emite na mesma razão que um corpo negro emitiria se tivesse uma temperatura igual a determinada para o buraco negro.

Ao contrário do efeito Hawking, que se manifesta no espaço-tempo curvo, o efeito Unruh se manifesta no espaço-tempo plano. Para um observador uniformemente acelerado no espaço de Minkowski, a trajetória se moverá ao longo de órbitas aceleradas do espaço-tempo. Quantizando o campo (bosônico ou fermiônico) para o observador acelerado, e calculando o operador número no vácuo encontra-se um espectro térmico de partículas

$$\langle n_{\Omega} \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{2\pi\Omega}{a}\right) \mp 1}, \quad (3.16)$$

onde a aceleração constante a é prontamente identificada como a temperatura Unruh e Ω é a frequência da radiação térmica. Assim, associa-se o vácuo com um estado térmico.

3.3.1 Observadores de Rindler

Como foi dito o efeito Unruh utiliza a adaptação das coordenadas de Rindler. Isto deve-se ao fato de que o tratamento de observadores uniformemente acelerados no espaço tempo de Minkowski é feito utilizando as chamadas coordenadas de Rindler. Considerando o espaço tempo de Minkowski em duas dimensões pode-se escrever a métrica da seguinte

maneira

$$ds^2 = dt^2 - dz^2, \quad (3.17)$$

sendo

$$t = e^\lambda \sinh(\theta), \quad (3.18)$$

$$z = e^\lambda \cosh(\theta), \quad (3.19)$$

tal que

$$ds^2 = dt^2 - dz^2 = (d\theta^2 - d\lambda^2) e^\lambda. \quad (3.20)$$

Estamos pensando em um observador em movimento uniformemente acelerado e isto corresponde a uma aceleração constante. O observador neste caso é acelerado e viaja do passado infinito para o futuro infinito [76]. Esta métrica é conhecida como espaço de Rindler. A aceleração é dada por

$$a^\mu = \frac{d^2 z^\mu}{d\theta^2}. \quad (3.21)$$

De acordo com Eq. (3.16), esta aceleração é proporcional à temperatura. A seguir discutimos como nos utilizarmos deste fenômeno para introduzirmos temperatura no sistema.

3.4 A analogia entre o modelo de paredes de domínios e os observadores de Rindler: O condensado a temperatura finita

Nesta seção vamos fazer uma analogia entre as coordenadas de Rindler e as soluções obtidas para as paredes de domínios, para assim introduzir temperatura no sistema, esta não é a maneira usual. A maneira usual de se introduzir temperatura finita na teoria quântica de campos é por meio de integrais de trajetória com o tempo euclídeo cujo período está relacionado com a temperatura do sistema. Neste sentido, a integral de trajetória, acaba por ser a função de partição, através da mesma pode-se obter estatísticas de Bose-Einstein e Fermi-Dirac para os campos bosônicos e fermiônicos, respectivamente.

No espaço curvo ou equivalente, para os observadores acelerados estas estatísticas dizem-nos que a temperatura está relacionada com a aceleração, como vimos na seção anterior. Em nosso sistema, vamos abordar uma parede de domínios que está vivendo em um espaço plano e é acelerada no espaço dos campos como um observador de Rindler. Como já mencionado anteriormente vamos tirar proveito desse fato para identificar a similaridade das soluções do modelo de paredes de domínios com os observadores de Rindler e assim introduzir temperatura no sistema.

O sóliton, no sentido em que deseja-se abordar, é um observador de Rindler experimentando um banho térmico, de acordo com as estatísticas de Bose-Einstein e de Fermi-Dirac, o que é justamente o efeito Unruh (3.16). Vamos mostrar agora que as soluções de paredes de domínios podem ser relacionadas com os observadores de Rindler, uma vez que possuem órbitas aceleradas. Essas soluções podem seguir órbitas não triviais no espaço de campo [10, 11, 12, 13, 77, 14].

A maioria das soluções citadas forçam os sólitons a se moverem em trajetórias aceleradas – veja figura (3.2), que são as mesmas apresentadas na figura (3.1) considerando-as como ‘trajetórias lorentzianas’ ou hiperbólicas, ou seja, considerando $r \rightarrow i\tau$ e $\phi \rightarrow i\phi$ na solução (3.15). Como tal, podemos identificar esses sólitons como observadores de Rindler sob um banho térmico. Como será visto, isso será fundamental para introduzir a temperatura no sistema de uma forma natural e, com isso, identificar várias quantidades importantes, como um condensado e a resistividade das paredes de domínios em função da temperatura. Acredita-se que esta alternativa pode abrir uma nova janela para a investigação de fenômenos supercondutores em teoria de campos através de *sólitons supercondutores*, uma vez que existem muitos tipos de soluções de sólitons e muitas teorias de campos bem estabelecidas. Assim sólitons supercondutores podem ser identificados. Essa nova perspectiva pode complementar e apresentar alguma nova luz sobre estudos anteriores da supercondutividade em altas temperaturas com foco em teorias de campos [78, 79].

Primeiramente redefine-se os campos ϕ e χ em termos das coordenadas do espaço e de tempo. De modo que a solução tipo II, Eq. (3.15), é escrita como

$$\begin{aligned} \phi &= \alpha a t(\tau), \\ \chi &= \alpha a \left(\frac{\lambda}{\mu} - 2 \right)^{\frac{1}{2}} z(\tau) \end{aligned} \tag{3.22}$$

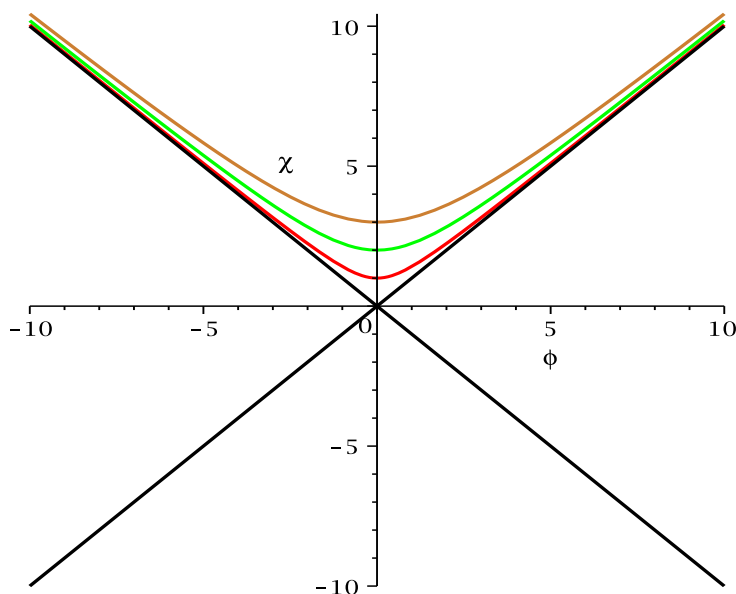


Figura 3.2: Órbitas Hiperbólicas das soluções do tipo II.

onde,

$$t(\tau) = \frac{1}{\alpha} \tanh(\alpha\tau) \quad (3.23)$$

$$z(\tau) = \frac{1}{\alpha} \operatorname{sech}(\alpha\tau), \quad (3.24)$$

onde $\tau \equiv r$ é identificado como o tempo próprio euclidiano. Agora usando a definição da aceleração

$$a^\mu = \frac{d^2 x(\tau)^\mu}{d\tau^2}, \quad (3.25)$$

encontramos então

$$a^\mu = \sqrt{a_\mu a^\mu} = \alpha - \frac{1}{2}\alpha(\alpha\tau)^2 + \dots \cong \alpha. \quad (3.26)$$

Nesta última passagem foi considerado um regime de velocidades muito baixas, $v = \alpha\tau \ll 1$. Neste regime nos aproximamos da métrica dos observadores de Rindler — algo similar ao que acontece ao regime ‘próximo ao horizonte’ (*near horizon*) de buracos negros. Assim, usando a temperatura Unruh $\alpha \cong 2\pi T$, vamos admitir a seguinte correspondência

$$T \equiv \alpha. \quad (3.27)$$

Por outro lado, vamos agora calcular a aceleração análoga para o sistema de coordenadas no plano (ϕ, χ) . Mais precisamente estaremos de fato calculando o inverso das acelerações nas coordenadas (ϕ, χ) pois as mesmas possuem dimensão de energia ao invés de comprimento no sentido usual. Podemos agora definir a aceleração do sistema como

$$a(r_0)^{-1} = \left. \frac{d^2\chi}{d\phi^2} \right|_{r_0}, \quad (3.28)$$

onde r_0 é um ponto qualquer no *bulk*. Note que esta definição é consistente com Eq. (3.22), a qual permite identificar $a(r_0)^{-1} \propto 1/\alpha$, ou seja, de fato (3.28) descreve uma aceleração cuja temperatura associada é consistente com a temperatura de Unruh descrita acima. O lado direito da equação (3.28) pode ser escrito em função de superpotenciais, utilizando as soluções de kink tipo II de modo que

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2\chi}{d\phi^2} \right|_{r_0} &= \left. \frac{d}{d\phi} \left(\frac{d\chi}{d\phi} \right) \right|_{r_0} \\ &= \left. \frac{W_{\phi\chi}}{W_\phi} - \frac{W_{\phi\phi}W_\chi}{W_\phi^2} \right|_{r_0} \\ &= -\frac{\sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2}}{a \operatorname{sech}(2\mu ar_0)} \left(1 + \frac{\lambda \tanh^2(2\mu ar_0)}{\mu \operatorname{sech}^2(2\mu ar_0)} \right), \end{aligned} \quad (3.29)$$

onde o sinal de menos na equação (3.29) reflete a concavidade das órbitas. A temperatura pode ser agora definida de forma geral como

$$\beta = \left. \frac{d^2\chi}{d\phi^2} \right|_{r_0}, \quad (3.30)$$

onde

$$\beta = \frac{1}{T}. \quad (3.31)$$

Devido a necessidade de identificar a temperatura em termos dos parâmetros da teoria vamos investigar a regime próximo ao núcleo (ou centro) da parede de domínios, ou seja, consideramos o vácuo supersimétrico $\phi = 0$ e $\chi = \pm a\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}}$, que é $r_0 \approx 0$ e $\frac{\lambda}{\mu} \gg 1$. Isto significa que a temperatura é agora definida pela a seguinte equação

$$\frac{1}{T} = \frac{\sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2}}{a} \approx \frac{\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}}}{a}. \quad (3.32)$$

Como identificamos $\alpha = T$, e sabendo que $\alpha = 2\mu a$, estabelecemos uma primeira relação entre dois parâmetros da teoria e sua temperatura. Por analogia, a temperatura crítica é definida como $\lambda a \equiv T_c$, pois é o regime no qual só existe a solução tipo I, ou seja Eq. (3.14) — veja que esta solução corresponde à linha horizontal na figura (3.1). É um regime no qual todas as órbitas elípticas de menor temperaturas colapsam em direção às órbitas de maiores temperaturas, cada vez mais retilíneas. Utilizando este fato juntamente com Eq. (3.32) obtemos todos os parâmetros (λ, μ) (adimensionais) e (a) (que possui dimensão de energia) em função das temperaturas T e T_c

$$\lambda \approx \frac{T_c^{\frac{1}{2}}}{T^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.33)$$

$$\mu \approx \frac{1}{2} \frac{T^{\frac{1}{2}}}{T_c^{\frac{1}{2}}}, \quad (3.34)$$

$$a \approx T_c^{\frac{1}{2}} T^{\frac{1}{2}}. \quad (3.35)$$

Agora vamos considerar a região mais distante do núcleo da parede, que é a região onde $2\mu a r_0 \ll 1$ e $\frac{\lambda}{\mu} \gg 1$. Agora substituindo isto em (3.29) nós obtemos a temperatura que é dada por

$$T = \frac{a \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{-\frac{3}{2}}}{(2\mu a r_0)^2}. \quad (3.36)$$

Agora a temperatura tem dependência com os quatro parâmetros. No entanto, vamos continuar usando a correspondência $\alpha = 2\mu a \equiv T$ e $\lambda a \equiv T_c$ como na análise anterior. Assim, substituindo novamente os parâmetros na temperatura (3.36) encontramos uma relação entre a temperatura crítica T_c e o r_0 que é dada por

$$T = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}} T_c r_0^2}, \quad (3.37)$$

como, por definição a temperatura T não depende de r_0 , temos,

$$T_c r_0^2 = \text{const.} \quad (3.38)$$

Escrevendo esta fórmula em termos de massa atômica A , o parâmetro de rede pode ser redefinido, de modo que $r_0 \approx A^{\frac{1}{3}}$ fm. Assim, chegamos à fórmula de massa isotópica

$$T_c A^{\frac{2}{3}} = \text{const.} \quad (3.39)$$

Escolhemos o regime onde a temperatura é menor que a temperatura crítica, de modo que podemos encontrar um condensado. No nosso caso o condensado pode ser facilmente isolado fazendo uma expansão em série de potências da solução escalar tipo II, Eq. (3.15), pois a mesma descreve o condensado dentro da parede de domínios. Logo por analogia ao caso holográfico temos que

$$\chi(r) = m - \frac{1}{2} m \alpha^2 r^2 + \dots, \quad (3.40)$$

com o condensado dado por $\langle \chi \rangle \approx m$ para $r \approx 0$. Comparando com Eq. (3.15) temos

$$m = a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2} \quad \alpha = 2\mu a. \quad (3.41)$$

Agora substituindo as equações (3.33), (3.34) e (3.35) em (3.41), temos:

$$m = \sqrt{2} T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}, \quad (3.42)$$

que implica que o condensado tem a seguinte forma — ver figura 3.3:

$$\langle \chi \rangle \approx m = \sqrt{2} T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}, \quad (3.43)$$

Veremos adiante que essa forma de condensado é muito interessante, uma vez que ao fazermos o acoplamento mínimo de um campo de gauge este condensado indica que podemos descrever a supercondutividade nas paredes de domínios.

Note que introduzimos temperatura no sistema fazendo uma analogia das soluções do tipo paredes com estruturas internas e os observadores de Rindler e obtivemos um condensado. Nos dois próximos capítulos vamos utilizar estes resultados e ver suas contribuições quando acoplarmos ao campo eletromagnético.

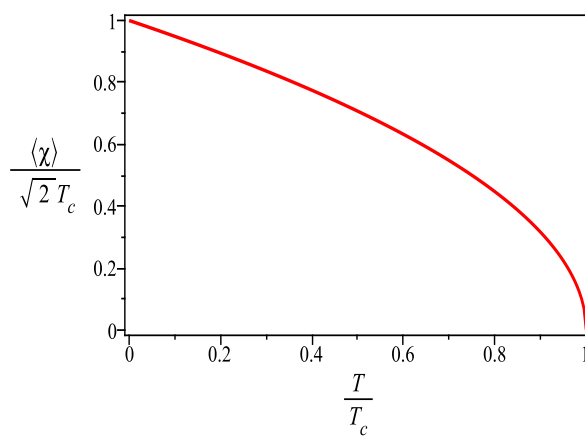


Figura 3.3: Condensado em função da temperatura.

Descrição da supercondutividade através do modelo de paredes de domínios

4.1 A introdução de um campo de calibre no modelo de paredes de domínios

Em uma primeira aplicação do presente estudo, toma-se um modelo de um campo escalar complexo acoplado ao campo de calibre abeliano que é responsável por produzir a supercondutividade. As paredes com estruturas internas vistas no capítulo anterior vão funcionar como paredes de domínios com campos de fundo que desenvolvem um condensado em seu núcleo. Além disso, modelos de paredes de domínios já foram utilizados para descrever fenômenos supercondutores e estes resultados já estão bem consolidados na literatura [80, 57].

A teoria quântica de campos pode explicar alguns efeitos da supercondutividade. Os resultados podem ser obtidos em um regime clássico apropriado de uma teoria quântica de campos inspirada na teoria de Ginzburg-Landau [81]. Embora inicialmente proposto como uma teoria fenomenológica, a teoria de Ginzburg-Landau pode ser demonstrada como um caso limite de uma teoria microscópica [82], tal como a teoria da supercondutividade BCS [56]. O domínio da teoria de Ginzburg-Landau é limitado a temperaturas suficientemente perto da temperatura crítica e a pequenas variações dos campos [57].

Vamos agora descrever as paredes de domínios supercondutoras, para isso vamos expandir o modelo anterior. Para se obter paredes de domínios supercondutoras é necessário um campo escalar complexo, uma vez que um campo complexo pode fornecer carga ao modelo, esta carga será justamente a carga elétrica q , e necessitamos ainda do campo escalar que como vimos, produz a parede de domínios. O acoplamento do campo eletromagnético com o campo escalar complexo é fundamental para a formação de um condensado supercondutor. Este condensado desenvolve quase todas as propriedades de um material supercondutor, possibilitando uma descrição bastante ampla da supercondutividade.

Partiremos da seguinte lagrangeana, que possui simetria $Z_2 \times U(1)$:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\sigma \phi \partial^\sigma \phi + (\partial^\sigma \chi + ieA^\sigma \chi)(\partial_\sigma \chi^* - ieA_\sigma \chi^*) - V(\phi, \chi, \chi^*) - \frac{1}{4} F_{\sigma\nu} F^{\sigma\nu}. \quad (4.1)$$

onde $\sigma, \nu = 0, 1, 2, \dots, d$ são índices relacionados às dimensões do espaço-tempo $d+1$ -dimensional com paredes de domínios $(d-1)$ -dimensionais. Nosso estudo estará relacionado com paredes de domínios bidimensionais com índices variando com $\sigma, \nu = t, x, y, r$. O potencial $V(\phi, \chi, \chi^*)$ é dado abaixo e foi escolhido de forma apropriada para que a parede de domínios se torne supercondutora:

$$V(\phi, \chi, \chi^*) = \frac{1}{2} \lambda^2 (\phi^2 - a^2)^2 + \lambda \mu (\phi^2 - a^2) |\chi|^2 + \frac{1}{2} \mu^2 |\chi|^4 + \mu^2 \phi^2 |\chi|^2. \quad (4.2)$$

Vimos no capítulo anterior que o campo escalar real ϕ é o responsável por desenvolver a parede de domínios, o mesmo desenvolve a simetria Z_2 , enquanto que o campo escalar χ desenvolve um condensado dentro da parede de domínios e também é responsável por desenvolver as estruturas internas da parede. O campo eletromagnético tem a responsabilidade de fornecer a condutividade elétrica e outras propriedades conforme veremos.

As equações de movimento para os três campos são dadas por:

$$\square \phi + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0, \quad (4.3)$$

$$\square \chi + \frac{\partial V}{\partial \chi^*} - 2iqA_\mu \partial^\mu \chi - q^2 A_\mu A^\mu \chi = 0, \quad c.c., \quad (4.4)$$

$$\square A_\mu + iq(\chi^* \partial_\mu \chi - \chi \partial_\mu \chi^*) + 2q^2 A_\mu |\chi|^2 = 0. \quad (4.5)$$

Agora consideramos (3.14) e (3.15) como soluções de campo de fundo (*background fields*) para a equação do campo eletromagnético (4.5). Admitindo $A_\mu(t, r) = A_\mu(r) \exp(-i\omega t)$ e

$\chi(t, r) = \chi(r) \exp(-i\theta t)$ obtemos uma equação tipo Schrödinger para A_x , de modo que

$$-A_x'' + \frac{1}{4}\ell^2 \operatorname{sech}^2(\alpha r) A_x = \omega^2 A_x, \quad (4.6)$$

onde $\ell = 2\sqrt{2}qa\sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2}$ e $\alpha = 2\mu a$.

A equação (4.6) é uma equação conhecida e com solução bem estabelecida [83], pois trata-se de um problema de Schrödinger com um potencial tipo barreira, cuja solução é dada por

$$A_x(\omega, \alpha, \ell, r) = \left(\operatorname{sech}(\alpha r) \right)^{-\frac{i\omega}{\alpha}} {}_2F_1 \left[a1, a2; a3; \frac{1}{2}(1 - \tanh(\alpha r)) \right], \quad (4.7)$$

onde ${}_2F_1$ é uma função hipergeométrica com os parâmetros definidos da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} a1 &= \frac{1}{2} \frac{-2i\omega + \alpha + \sqrt{-m^2 + \alpha^2}}{\alpha}, \\ a2 &= -\frac{1}{2} \frac{2i\omega - \alpha + \sqrt{-m^2 + \alpha^2}}{\alpha}, \\ a3 &= -\frac{i\omega - \alpha}{\alpha}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Note que comparando $\ell = 2\sqrt{2}qa\sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2}$ com a equação (3.41), obtemos um condensado carregado que vamos chamá-lo de condensado efetivo, uma vez que o mesmo é ‘visto’ pelo campo eletromagnético, já que é dado em termos da carga q . Da equação (3.43), podemos escrever $\langle \chi \rangle_{eff} \simeq 4qT_c \sqrt{1 - T/T_c}$.

Como o condensado agora é dependente da carga podemos mostrar a relação $\langle \chi \rangle_{eff}$ com a temperatura, veja a figura 4.1:

4.2 A condutividade na parede de domínios

A partir da lei de Ohm podemos obter facilmente a condutividade elétrica numa direção, por exemplo a direção x ao longo da parede de domínios supercondutora, dada da seguinte forma

$$\sigma_x(x, y) = \frac{J_x}{E_x} = \frac{A_x'(0)}{i\omega A_x(0)}, \quad (4.9)$$

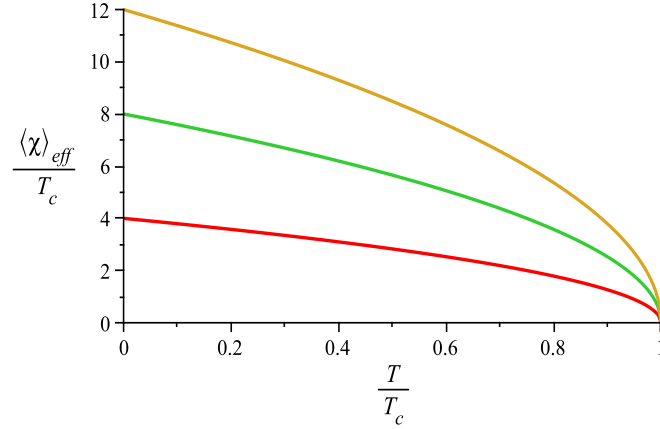


Figura 4.1: O condensado efetivo como uma função da temperatura para cargas $q = 1, 2,$ e 3 de baixo para cima.

onde na última equação usamos a seguinte relação $E_x = -\partial_t A_x = i\omega A_x$, e definimos a corrente como $J_x = A'_x(0)$. Isto pode ser facilmente justificado usando as condições de contorno para o campo eletromagnético na interface $r = 0$ que corresponde a um plano ao longo da parede de domínios supercondutora. Mais especificamente, as condições de contorno para o campo magnético numa interface é

$$\hat{n} \times \vec{B} = \vec{J}, \quad r = 0 \quad (4.10)$$

onde \hat{n} é um vetor normal a superfície da parede de domínios e \vec{J} é a corrente superficial. Para $\hat{n} = (0, 0, 1)$ e $\vec{A} = (A_x, A_y, 0)$, as condições de contorno tornam-se:

$$-\partial_r A_x(r) = J_x, \quad em \quad r = 0, \quad (4.11)$$

que já antecipamos na equação (4.9).

Agora, utilizando a solução para o campo eletromagnético e o expandindo em torno de um plano genérico $r \approx \delta$, somos capazes de escrever a forma explícita da condutividade $\sigma_x \equiv \sigma$ que é dada por

$$\begin{aligned} \sigma(\omega, \alpha, m, \delta) = & \frac{\frac{1}{8} i (4\omega^2 + 4i\omega\alpha - m^2) {}_2F_1 \left[b1, b2; b3; \frac{1}{2}(1 - \tanh(\alpha\delta)) \right] \text{sech}^2(\alpha\delta)}{\omega (i\omega - \alpha) {}_2F_1 \left[a1, a2; a3; \frac{1}{2}(1 - \tanh(\alpha\delta)) \right]} \\ & + \tanh(\alpha\delta), \end{aligned} \quad (4.12)$$

onde ${}_2F_1$ são funções hipergeométricas com parâmetros dados por

$$\begin{aligned} b1 &= -\frac{1}{2} \frac{2i\omega - 3\alpha + \sqrt{-m^2 + \alpha^2}}{\alpha} \\ b2 &= \frac{1}{2} \frac{-2i\omega + 3\alpha + \sqrt{-m^2 + \alpha^2}}{\alpha} \\ b3 &= -\frac{i\omega - 2\alpha}{\alpha}. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Lembrando que anteriormente definiu-se a temperatura de modo que, $\alpha \equiv T$ e o condensado é dado por m . Entretanto, é interessante descrever a condutividade normalizada pelo condensado efetivo $\langle \chi \rangle_{eff} \equiv \ell$, que por sua vez é dependente da carga q . Para isto precisamos fazer a mudança de variáveis da forma $\ell \rightarrow q\ell$, $\alpha \rightarrow q^{-1}\ell q$ e $\omega \rightarrow \omega_r q\ell$ em σ , o que nos permite escrever

$$\frac{\alpha}{q \langle \chi \rangle_{eff}} = q^{-1} \quad (4.14)$$

e

$$\frac{\omega}{q \langle \chi \rangle_{eff}} = \omega_r, \quad (4.15)$$

onde a equação (4.15) nos fornece a frequência reduzida. Por fim, substituimos estas quantidades nas equações (4.12) e (4.13). O resultado nos mostra que para $\delta \approx 0$ a condutividade ótica, veja a figura (4.2), é essencialmente a mesma quando computada em $r = 0$, ou seja, exatamente no núcleo da parede de domínios. Por outro lado, como será mostrado, a condutividade (ou a resistividade AC) como uma função da temperatura é muito sensível a variações dos valores de δ . Note que a figura 4.2 é semelhante a figura 2.3, o que mostra que nosso modelo encontra resultados similares aos resultados encontrados no estudo de supercondutores holográficos.

A seguir, vamos admitir simplesmente $\alpha\delta = 0$ a fim de se estudar outras características da condutividade ótica.

Para baixas frequências e baixas temperaturas, ou seja $\omega \rightarrow 0$ e $T \rightarrow 0$ a condutividade (4.12) aproxima-se de uma função delta de Dirac $\delta(\omega)$. Isto porque para $T \rightarrow 0$, temos $\ell \approx T_c$. Assim, neste limite $\alpha^2 \ll \ell^2$, e sendo $\omega^2 \ll \ell^2$ as partes real e imaginária da

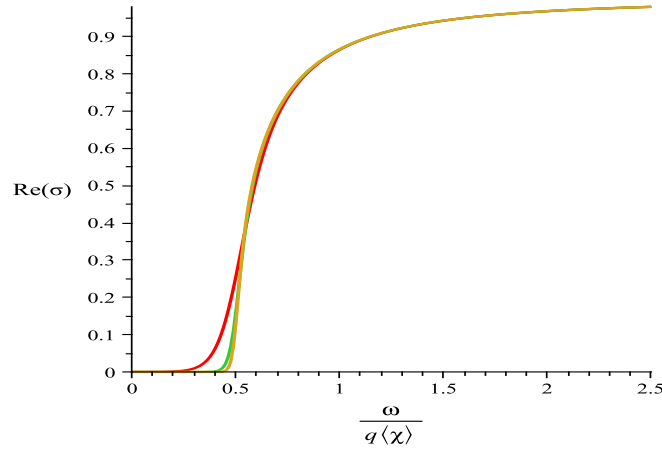


Figura 4.2: A parte real da condutividade em função da frequência normalizada pelo condensado efetivo. Usamos as cargas $q= 8,20,$ e 32 de cima para baixo; $\delta = 0.01$

condutividade podem ser escritas como

$$\text{Re} \sigma(\omega) \propto \frac{(\ell/\alpha)^2}{(\omega/\alpha)^2 + 1} \rightarrow \delta(\omega), \quad (4.16)$$

$$\text{Im} \sigma(\omega) \propto \frac{(\ell/\alpha)^2}{(\omega/\alpha)^3 + \omega/\alpha} \rightarrow \frac{\ell^2}{\alpha} \frac{1}{\omega}. \quad (4.17)$$

Não é difícil notar que a função de distribuição em ω na parte real em (4.16) tende a uma função delta, enquanto a parte imaginária apresenta um polo em $\omega = 0$. Isto está de acordo com as relações Kramers-Kronig e com o modelo de Drude para um condutor no limite em que o tempo de relaxação devido ao espalhamento tende ao infinito, $\tau \rightarrow \infty$ (supercondutor), o que já foi discutido na seção 2.3. O que nos permite concluir que no limite $\omega \rightarrow 0$ em $T \rightarrow 0$ nosso modelo de fato apresenta uma condutividade DC infinita como é esperado para um supercondutor.

Agora vamos considerar a condutividade como uma função da temperatura. Analisando o regime $\alpha\delta \rightarrow \infty$, o argumento na função hipergeométrica tende a zero exponencialmente da forma $\exp(-2\alpha\delta)$. Neste limite a função hipergeométrica pode ser aproximada por uma série de potências da forma

$$\text{Re} \sigma(\omega, \alpha) \propto \delta(\omega) \left(1 - \frac{1}{8} \frac{\ell^2}{\alpha^2} e^{-2\alpha\delta} + \dots \right) \simeq \delta(\omega) e^{-\frac{1}{8} \left(\frac{\Delta}{\alpha} \right)^2}, \quad (4.18)$$

onde

$$\Delta = \ell e^{-\alpha\delta}, \quad (4.19)$$

é a energia de ligação dos pares de Cooper [57]. Por outro lado, como o condensado efetivo para $\delta \neq 0$ pode ser reescrito da forma

$$\langle \chi \rangle_{eff} \cong 4qT_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}} \operatorname{sech}(\alpha\delta) \quad (4.20)$$

então no regime $\alpha\delta \rightarrow \infty$, o mesmo torna-se

$$\langle \chi \rangle_{eff} \cong 2\ell \exp(-\alpha\delta). \quad (4.21)$$

Assim das equações (4.19) e (4.21) podemos escrever a seguinte relação

$$\frac{2\Delta}{T_c} = \frac{\langle \chi \rangle_{eff}}{T_c}, \quad (4.22)$$

a qual é uma relação conhecida entre a energia de ligação (o *gap* Δ) e o condensado [57].

Analiseemos novamente a figura (4.1) para o condensado efetivo, onde temos três cargas distintas, no regime $\alpha\delta \rightarrow 0$. A partir da equação (4.22) podemos identificar relações entre a energia de ligação e a temperatura crítica dadas por $2\Delta \simeq 4T_c$, $2\Delta \simeq 8T_c$ e $2\Delta \simeq 12T_c$.

Isto assemelha-se ao comportamento de um supercondutor High- T_c . Para efeito de comparação sabe-se que supercondutores BCS possuem uma relação típica $2\Delta \simeq 3.5T_c$, enquanto os supercondutores High- T_c apresentam normalmente relações de $2\Delta \simeq 5T_c$ a $2\Delta \simeq 8T_c$.

Finalmente, apresentaremos o gráfico que descreve o comportamento da parte real de baixa frequência da resistividade AC ρ , onde sabe-se que $\rho = \frac{1}{\sigma}$, como uma função da temperatura, figura (4.3). Note que para valores de resistividade suficientemente acima da temperatura crítica T_c , a mesma diminui quase que linearmente com a temperatura. Além disso, quando o sistema se aproxima da temperatura crítica, a resistividade tende a aumentar localmente, mas diminui rapidamente abaixo da temperatura crítica até atingir uma resistividade muito próximo de zero. Isto pode ser comparado com a resistividade em função da temperatura para três amostras de supercondutores High- T_c de La-Ba-Cu-O com $T_c = 35K$ [80]. Este resultado confirma, pelo menos qualitativamente, que nosso modelo de paredes de domínios supercondutoras concorda com algumas propriedades dos cupratos. Neste capítulo, fizemos a descrição da supercondutividade através de um modelo de paredes de domínios. Identificamos uma relação entre a energia de ligação dos pares de Cooper e o condensado efetivo que por sua vez depende da temperatura e da carga elétrica q . Para valores suficientemente altos de carga q , encontramos características típicas de supercondu-

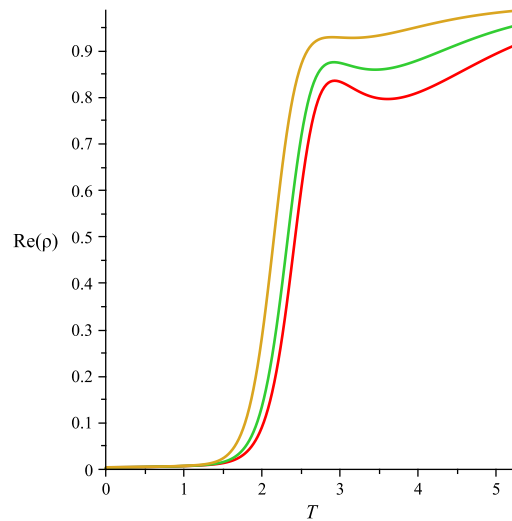


Figura 4.3: A parte real da resistividade em baixas frequências em função da temperatura. Usamos os seguintes valores $\delta = 0.40, 0.45$, e 0.55 , nas curvas de baixo para cima; $T_c = 3$, $\omega = 0.8$ e $q = 1$.

tores High- T_c . Calculamos a condutividade ótica e mostramos que para o regime de baixas temperaturas e frequências obtemos uma condutividade DC infinita. Concluimos que para baixas frequências a resistividade AC como uma função da temperatura é similar com a que acontece nos supercondutores High- T_c . Por fim, notamos que a temperatura crítica tende a ser reduzida para valores maiores de δ .

Fizemos então uma descrição detalhada dos fenômenos da supercondutividade através do uso de modelos de paredes de domínios supercondutoras e obtivemos resultados similares aos apresentados no capítulo 2.

Descrição do efeito Kondo em paredes de domínios supercondutoras

Neste capítulo vamos analisar o efeito de uma violação de Lorentz na descrição da teoria da supercondutividade via paredes de domínios apresentada no capítulo anterior. Aqui, introduziremos um termo de violação de Lorentz na lagrangeana, e a descrição da supercondutividade acaba ganhando uma nova variável que interpretaremos como impurezas magnéticas na parede de domínios e mostraremos que o modelo descreve o efeito Kondo em supercondutores, ou seja, o parâmetro que controla a quebra da simetria Lorentz está intimamente relacionado com impurezas que por sua vez geram o efeito Kondo na parede [24].

O efeito Kondo é a blindagem de um momento magnético acoplado a baixa temperatura em um banho de elétrons de condução [2, 23, 64]. A interação Kondo envolve os spins da impureza magnética e dos elétrons de condução. A blindagem acontece quando um elétron torna-se ligado a impureza, este fenômeno acontece abaixo de uma temperatura, denominada temperatura Kondo. Este efeito faz com que a resistividade passe a aumentar à medida que a temperatura diminui [2] — veja figura (5.1). O efeito Kondo tem sido observado em muitos sistemas, inclusive em supercondutores [84, 85].

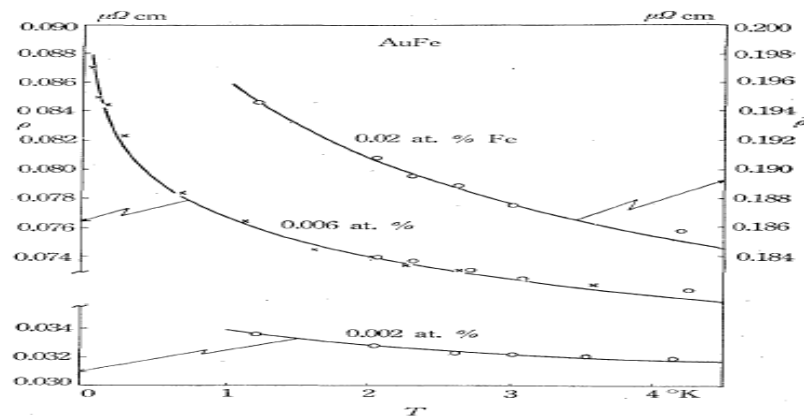


Figura 5.1: O aumento da resistividade em baixas temperaturas devido ao efeito Kondo [2]

5.1 Modelos que permitem a violação da simetria de Lorentz

Até então conseguiu-se mostrar uma forma alternativa para descrever os fenômenos da supercondutividade com o uso de paredes de domínios condutoras. Agora vamos estender esta investigação considerando uma teoria que permite a violação de Lorentz e das simetrias CPT. A possibilidade de quebra de Lorentz e das simetrias CPT são alvos de muitos trabalhos e já possuem uma vasta literatura [16, 17, 18, 19, 20, 21, 22]. Vimos nos capítulos anteriores um modelo de campos escalares que descreve a supercondutividade. No modelo atual, esta descrição usa novamente um campo escalar complexo acoplado ao campo de calibre abeliano, que é responsável pela supercondutividade do sistema e um campo escalar adicional que está relacionado à criação da parede de domínios. Além disso, agora temos outros termos que permitem a quebra das simetrias de Lorentz e CPT.

Ao se tentar construir teorias físicas sempre buscou-se que a simetria de Lorentz fosse preservada, por exemplo, no estudo de física de partículas, o modelo padrão e suas extensões supersimétricas são construídas levando essas simetrias em conta. Outras teorias seguem esse mesmo princípio e o modelo de paredes de domínios também o faz. Assim, as simetrias de Lorentz e as simetrias CPT são propriedades importantes nestes estudos. Entretanto, a possibilidade de quebrar essas simetrias tem sido considerada em vários contextos diferentes [19, 21, 22]. Os modelos considerando violações nestas simetrias, como por exemplo, extensões do modelo padrão podem modificar o setor escalar de Higgs, e isto dá espaço para estruturas de defeitos topológicos com características mais gerais [16].

A principal característica apresentada no nosso modelo é que ele pode descrever a

supercondutividade nas paredes de domínios cujo termo que aparece devido à violação de Lorentz pode desempenhar o papel de impurezas magnéticas no supercondutor. Sabe-se que impurezas magnéticas têm um grande número de efeitos marcantes na supercondutividade e um deles é o efeito Kondo [84, 85]. Como veremos, o nosso modelo pode descrever a relação bem conhecida entre o efeito Kondo e a supercondutividade na parede de domínios.

5.2 O modelo com o tensor $\kappa^{\mu\nu}$

Neste capítulo partiremos da mesma lagrangeana que, como vimos, pode descrever a supercondutividade nas paredes de domínios [15], a mesma é dada por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + (\partial^\mu \chi + iqA^\mu \chi)(\partial_\mu \chi^* - iqA_\mu \chi^*) - V(\phi, \chi, \chi^*) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (5.1)$$

onde $\mu, \nu = 0, 1, 2, \dots, d$ são índices relacionados às dimensões do espaço-tempo $d+1$ -dimensional com paredes de domínios $(d-1)$ -dimensionais. Nosso estudo estará relacionado com paredes de domínios bidimensionais com índices variando com $\mu, \nu = t, x, y, r$.

Vamos agora estender esta lagrangeana para estudar um modelo com a possibilidade de violação de simetria de Lorentz e CPT. Em primeiro lugar, consideramos a classe de modelos com campos escalares reais [16]

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \kappa^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{1}{2} \kappa^{\mu\nu} \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi - V(\phi, \chi), \quad (5.2)$$

onde $\kappa^{\mu\nu}$ é um tensor constante que possui componentes dadas por

$$\kappa^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \zeta & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \zeta & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \zeta & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \zeta \end{pmatrix}, \quad (5.3)$$

com ζ e ε sendo parâmetros reais e o potencial escalar é novamente dado em termos do superpotencial W como já vimos no capítulo 3, de modo que

$$V(\phi, \chi) = \frac{1}{2} W_\phi^2 + \frac{1}{2} W_\chi^2. \quad (5.4)$$

As equações de movimento são dadas por

$$\square\phi + \kappa^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\phi = -\frac{\partial V(\phi, \chi)}{\partial\phi}, \quad (5.5)$$

$$\square\chi + \kappa^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\chi = -\frac{\partial V(\phi, \chi)}{\partial\chi}. \quad (5.6)$$

Por simplicidade, fazemos $\varepsilon = 0$, então as equações de movimento para os campos $\phi \equiv \phi(t, r)$ e $\chi \equiv \chi(t, r)$ são

$$\ddot{\phi} - \phi'' + \zeta(\ddot{\phi} + \phi'') = -\frac{\partial V(\phi, \chi)}{\partial\phi}, \quad (5.7)$$

$$\ddot{\chi} - \chi'' + \zeta(\ddot{\chi} + \chi'') = -\frac{\partial V(\phi, \chi)}{\partial\chi}. \quad (5.8)$$

Assim, para soluções estáticas, temos

$$\phi''(1 - \zeta) = \frac{\partial V(\phi, \chi)}{\partial\phi}, \quad (5.9)$$

$$\chi''(1 - \zeta) = \frac{\partial V(\phi, \chi)}{\partial\chi}. \quad (5.10)$$

Podemos fazer a seguinte transformação na coordenada transversal r

$$\tilde{r} = \frac{r}{\sqrt{1 - \zeta}}, \quad (5.11)$$

de modo que as equações de movimento para os campos escalares podem ser reescritas da seguinte maneira

$$\phi''(\tilde{r}) = \frac{\partial V}{\partial\phi}, \quad (5.12)$$

e

$$\chi''(\tilde{r}) = \frac{\partial V}{\partial\chi}. \quad (5.13)$$

Escolhendo o superpotencial (3.8) o modelo, como vimos, produz soluções de parede de domínios cujos perfis já discutimos anteriormente, neste caso temos novamente dois tipos

de soluções, as do tipo I

$$\begin{aligned}\phi &= -a \tanh(\lambda a \tilde{r}), \\ \chi &= 0\end{aligned}\tag{5.14}$$

e as do tipo II

$$\phi = -a \tanh(2\mu a \tilde{r}),\tag{5.15}$$

$$\chi = \pm a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2} \operatorname{sech}(2\mu a \tilde{r}).\tag{5.16}$$

Por conveniência, podemos rescrever as soluções (5.15) e (5.16) em termos da coordenada original r , de modo que obtemos

$$\begin{aligned}\tilde{\phi} &= -a \tanh\left(\frac{2\mu a}{\sqrt{1-\zeta}} r\right) \\ \tilde{\chi} &= \pm a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2} \operatorname{sech}\left(\frac{2\mu a}{\sqrt{1-\zeta}} r\right).\end{aligned}\tag{5.17}$$

5.3 Supercondutividade nas paredes de domínios tipo II

A partir da lagrangeana (5.2) a qual viola a simetria de Lorentz, desenvolvemos a seguinte lagrangeana que preserva a simetria $Z_2 \times U(1)$:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \kappa^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi + D_\mu \chi (D^\mu \chi)^* + \kappa^{\mu\nu} D_\mu \chi (D_\nu \chi)^* \\ &- V(\phi, \chi, \chi^*) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu},\end{aligned}\tag{5.18}$$

onde $D_\mu = \partial_\mu - iqA_\mu$ e $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. O potencial (4.2) é mantido na lagrangeana. As equações de movimento para o campo escalar complexo acoplado com o campo eletro-

magnético são dadas por

$$\begin{aligned} & \square\chi + \kappa^{\mu\nu}[\partial_\mu\partial_\nu\chi - iqA^\nu\partial_\nu\chi - iqA_\mu\partial_\mu\chi - q^2A_\mu A_\nu\chi] \\ & + \frac{\partial V}{\partial\chi^*} - q^2A_\mu A^\nu\chi - 2iqA^\gamma\partial_\gamma\chi = 0, \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} & \square A^\theta + \kappa^{\mu\nu}[iq\chi^*\partial^\theta\chi - iq\chi\partial^\theta\chi^* + q^2\delta_\mu^\theta A_\nu|\chi|^2 + q^2\delta_\nu^\theta A_\mu|\chi|^2] + \\ & + iq[\chi^*\partial^\theta\chi - \chi\partial^\theta\chi^*] - 2q^2A^\theta|\chi|^2 = 0. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Agora considerando as equações (5.17) como soluções de campo fundo na equação (5.20), e que

$$A_\mu(t, r) = A_\mu(r) \exp(-i\omega t), \quad \chi(t, r) = \tilde{\chi}(r) \exp(-i\theta t), \quad (5.21)$$

podemos escrever

$$-A_x'' + 2(1 - \zeta)q^2 A_x |\tilde{\chi}|^2 = \omega^2 A_x. \quad (5.22)$$

Definindo as seguintes variáveis

$$\alpha \equiv \frac{2\mu a}{\sqrt{1 - \zeta}}, \quad \frac{1}{4}\ell^2 = 2\tilde{q}^2 a^2 \left(\frac{\lambda}{\mu} - 2 \right), \quad \tilde{q} = \sqrt{1 - \zeta} q, \quad (5.23)$$

temos que

$$-A_x'' + \frac{1}{4}\ell^2 \operatorname{sech}^2(\alpha r) A_x = \omega^2 A_x. \quad (5.24)$$

Como sabemos dos estudos do capítulo anterior, a solução da equação (5.24) é dada por

$$A_x(\omega, \alpha, \ell, r) = (\operatorname{sech}(\alpha r))^{\frac{i\omega}{\alpha}} {}_2F_1 \left[a1; a2; a3; \frac{1}{2}(1 - \tanh(\alpha r)) \right], \quad (5.25)$$

cujos parâmetros são

$$a1 = \frac{1}{2} \frac{-2i\omega + \alpha + \sqrt{-\ell^2 + \alpha^2}}{\alpha}, \quad (5.26)$$

$$a2 = -\frac{1}{2} \frac{2i\omega - \alpha + \sqrt{-\ell^2 + \alpha^2}}{\alpha}, \quad (5.27)$$

$$a_3 = -\frac{i\omega - \alpha}{\alpha}. \quad (5.28)$$

5.4 O condensado na temperatura finita

Para introduzir os efeitos da temperatura no sistema identificamos as soluções $\tilde{\phi}$ e $\tilde{\chi}$ em termos de um observador acelerado como fizemos anteriormente [15]

$$\tilde{\phi} = \alpha at(\tau), \quad (5.29)$$

$$\tilde{\chi} = \alpha \left(\frac{\lambda}{\mu} - 2 \right)^{\frac{1}{2}} az(\tau), \quad (5.30)$$

onde

$$t(\tau) = \frac{1}{\alpha} \tanh \alpha \tau, \quad (5.31)$$

$$z(\tau) = \frac{1}{\alpha} \operatorname{sech} \alpha \tau. \quad (5.32)$$

Note que τ é novamente identificado como o tempo euclídeo. Nós usamos a definição da aceleração para estabelecer a seguinte relação

$$\begin{aligned} a_c &\equiv \sqrt{a_\mu a^\mu} = \alpha - \frac{1}{2} \alpha (\alpha \tau)^2 + \dots \\ &\approx \alpha. \end{aligned} \quad (5.33)$$

Nesta aproximação (regime de pequenas velocidades, o observador acelerado é aproximadamente do tipo Rindler), usamos novamente a temperatura Unruh para encontrar $\alpha \approx 2\pi\tilde{T}$, para estabelecer a temperatura modificada

$$\alpha \equiv \tilde{T} = \frac{2\mu a}{\sqrt{1-\zeta}} = \frac{T}{\sqrt{1-\zeta}}. \quad (5.34)$$

Esta temperatura é obtida usando a solução do tipo II e é a temperatura dentro do condensado. Para temperaturas $T \geq T_c$, onde T_c é a temperatura crítica aproveitamos a solução do tipo I (5.14). Assim, devido a Eq. (5.34) é natural definirmos a temperatura crítica

modificada em termos da escala de energia λa de (5.14) como sendo

$$\tilde{T}_c = \frac{\lambda a}{\sqrt{1-\zeta}} = \frac{T_c}{\sqrt{1-\zeta}}. \quad (5.35)$$

Podemos também definir a aceleração do sistema como

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 \tilde{\chi}}{d\tilde{\phi}^2} \right|_{r_0} &= \left. \frac{d}{d\tilde{\phi}} \left(\frac{d\tilde{\chi}}{d\tilde{\phi}} \right) \right|_{r_0} = \left. \frac{d}{d\tilde{\phi}} \left(\frac{dW_{\tilde{\chi}}}{dW_{\tilde{\phi}}} \right) \right|_{r_0} = \left. \frac{W_{\tilde{\phi}\tilde{\chi}}}{W_{\tilde{\phi}}} - \frac{W_{\tilde{\phi}\tilde{\phi}}W_{\tilde{\chi}}}{W_{\tilde{\phi}}^2} \right|_{r_0} \\ &= -\frac{\sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2}}{a \operatorname{sech}(\alpha r_0)} \left(1 + \frac{\lambda \tanh^2(\alpha r_0)}{\mu \operatorname{sech}^2(\alpha r_0)} \right). \end{aligned} \quad (5.36)$$

A temperatura pode ser agora definida da seguinte maneira

$$\beta = \left| \frac{d^2 \tilde{\chi}}{d\tilde{\phi}^2} \right|_{r_0}, \quad \beta = \frac{1}{T}. \quad (5.37)$$

Novamente expandimos a solução do campo escalar $\tilde{\chi}(r)$ em torno do núcleo da parede de domínios do tipo II, ou seja $r \approx 0$, que é

$$\tilde{\chi}(r) = m - \frac{1}{2} m \alpha^2 r^2 + \dots \quad (5.38)$$

Semelhante ao caso do capítulo anterior, o condensado é dado por $\langle \tilde{\chi} \rangle \approx m$. Agora das Eqs. (5.34)-(5.35) o condensado torna-se

$$m = a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu} - 2} \equiv a \sqrt{2} \sqrt{\frac{T_c}{T}} - 1. \quad (5.39)$$

Como desejamos obter o valor de a , usamos as equações (5.36)-(5.37) no vácuo supersimétrico ($\tilde{\phi} = 0$) e ($\tilde{\chi} = \pm a \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}}$), que é $r_0 \approx 0$ e $\frac{\lambda}{\mu} \gg 1$. Logo a em função da temperatura é dado por

$$\frac{1}{T} \approx \frac{\sqrt{\frac{T_c}{T}}}{a} \rightarrow a \sim T_c^{1/2} T^{1/2}. \quad (5.40)$$

Finalmente obtemos o condensado

$$m = \sqrt{2} T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}. \quad (5.41)$$

Isto implica que o condensado tem precisamente a forma desejada $\langle \tilde{\chi} \rangle \approx m = \sqrt{2}T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}$. O condensado efetivo que é ‘percebido’ pelo campo eletromagnético através da equação (5.22) é $\langle \tilde{\chi} \rangle_{eff} \approx 4\tilde{q}T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}$ com dependência da carga elétrica *modificada* dada por $\tilde{q} = \sqrt{1 - \zeta}q$ – ver figura (5.2).

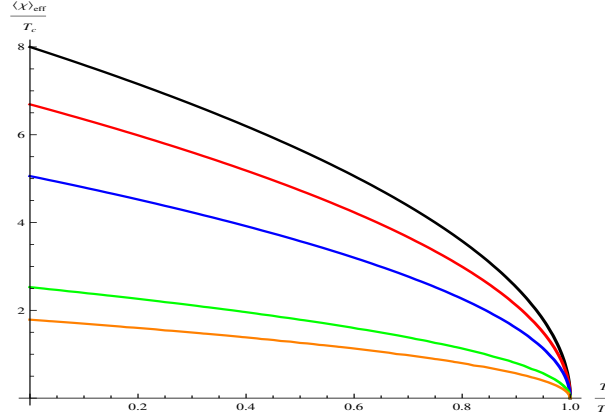


Figura 5.2: O condensado efetivo como uma função da temperatura para $\zeta = 0, 0.3, 0.6, 0.9$ e 0.95 de cima para baixo, dada a carga $q = 2$.

5.5 A alteração da condutividade devido as impurezas

Utilizando novamente a lei de Ohm e usando a solução (5.25) para o campo eletromagnético em torno de um ponto genérico $r \simeq \delta$ podemos escrever a condutividade como

$$\sigma_x(\omega, \alpha, \ell, \delta) = \frac{\frac{1}{8}i(4\omega^2 + 4i\omega\alpha - \ell^2) {}_2F_1[b1, b2; b3; \frac{1}{2}(1 - \tanh(\alpha\delta))] \operatorname{sech}(\delta\alpha)^2}{\omega(i\omega - \alpha) {}_2F_1[a1, a2; a3; \frac{1}{2}(1 - \tanh(\alpha\delta))]} + \tanh(\alpha\delta), \quad (5.42)$$

onde os parâmetros $b1$, $b2$ e $b3$ são definidos como

$$b1 = -\frac{1}{2} \frac{2i\omega - 3\alpha + \sqrt{-\ell^2 + \alpha^2}}{\alpha}, \quad (5.43)$$

$$b2 = -\frac{1}{2} \frac{-2i\omega + 3\alpha + \sqrt{-\ell^2 + \alpha^2}}{\alpha}, \quad (5.44)$$

$$b3 = \frac{-i\omega - 2\alpha}{\alpha}. \quad (5.45)$$

Nós consideramos a condutividade normalizada pelo condensado efetivo $\ell \rightarrow \tilde{q}\ell$, de tal modo que definimos $\alpha = \tilde{q}^{-1}\tilde{q}\ell$ e $\omega = \omega_r\tilde{q}\ell$ em σ . As figuras 5.3 e 5.4 mostram as partes real e imaginária da condutividade como uma função de $\frac{\omega}{\tilde{q}(\chi)}$ (frequência reduzida). O efeito da carga modificada devido aos valores de ζ pode ser facilmente notado. Isto mostra claramente uma primeira evidência do efeito de impurezas na condutividade ótica como uma consequência do termo que viola Lorentz. Estes resultados de condutividade ótica são semelhantes aos obtidos em pesquisas recentes sobre os efeitos de impurezas em supercondutores holográficos [86].

A condutividade como uma função da frequência normalizada pela temperatura

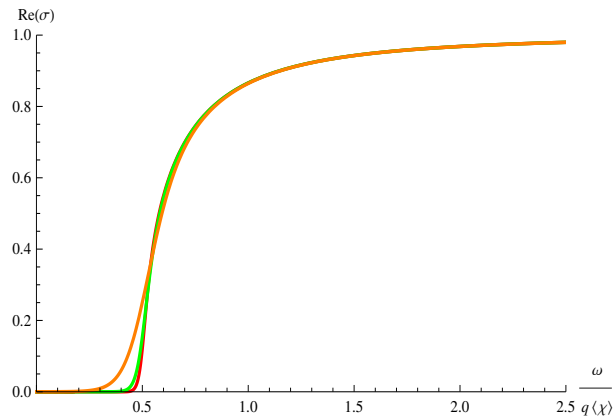


Figura 5.3: A parte real da condutividade como uma função da frequência normalizada pelo condensado efetivo para cargas modificadas \tilde{q} e $\zeta = 0.937500, 0.609375$ e 0 de cima para baixo; $\delta = 0$ and $q = 32$.

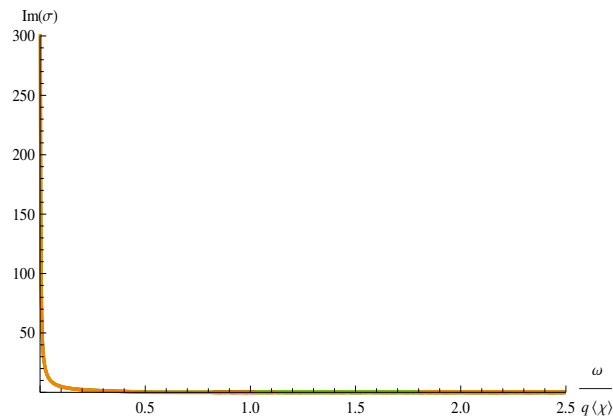


Figura 5.4: A parte imaginária da condutividade como uma função da frequência normalizada pelo condensado efetivo para cargas modificadas \tilde{q} e $\zeta = 0.937500, 0.609375$ e 0 de cima para baixo; $\delta = 0$ and $q = 32$.

também pode ser observada nas figuras 5.5 e 5.6. Essas figuras também mostram a presença

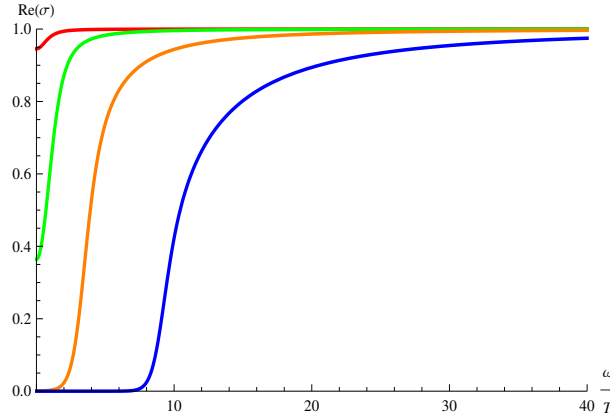


Figura 5.5: A parte real da condutividade como uma função da frequência normalizada pelo condensado efetivo para cargas modificadas $q = 1$ e temperaturas $T = 0.99, 0.85, 0.45$ e 0.20 de cima para baixo; $\delta = 0$ e a temperatura crítica é dada por $T_c = 1$.

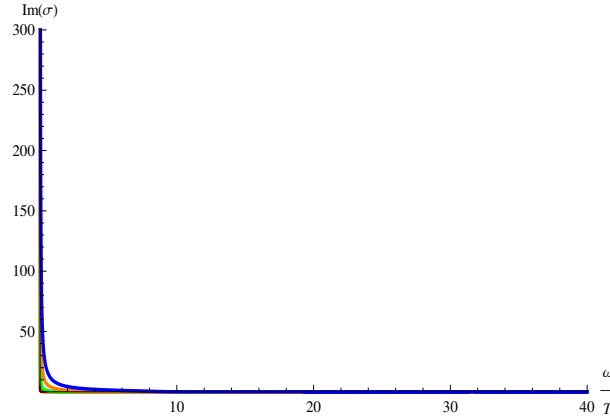


Figura 5.6: A parte imaginária da condutividade como uma função da frequência normalizada pelo condensado efetivo para cargas modificadas $q = 1$ e temperaturas $T = 0.99, 0.85, 0.45$ e 0.20 de cima para baixo; $\delta = 0$ e a temperatura crítica é dada por $T_c = 1$.

de um pólo na parte imaginária da condutividade. De fato, existe sempre um pólo na parte imaginária, $\text{Im}(\sigma)$, enquanto $\ell \equiv \langle \tilde{\chi} \rangle_{eff}$ é real, ou seja, $T < T_c$, uma vez que podemos mostrar que

$$\text{Im} \sigma(\omega) \rightarrow \frac{\ell}{\omega}, \quad \text{as } \omega \rightarrow 0. \quad (5.46)$$

Isto também pode ser confirmado observando as figuras 5.5 e 5.6 que mostram quanto mais a temperatura decresce o pólo na parte imaginária é favorecida (linha azul). À medida que a temperatura se aproxima da temperatura crítica (linha vermelha) o efeito começa a desaparecer. Além do mais, conforme comentado anteriormente, de acordo com a relação de Kramers-Kronig

$$\text{Im} \sigma(\omega) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{Re} \sigma(\omega') d\omega'}{\omega' - \omega} \quad (5.47)$$

a existência desse comportamento implica na existência de uma função delta de Dirac na parte real, $\text{Re } \sigma(\omega)$, em $\omega = 0$ para temperaturas abaixo da temperatura crítica T_c .

Note que a figura (5.5) é muito semelhante à figura (2.2) obtida nos estudos dos supercondutores holográficos.

Assim nosso modelo apresenta uma condutividade (DC) infinita como o esperado para um supercondutor.

5.6 Efeito Kondo

Ao se estudar a condutividade de sistemas magnéticos a baixas temperaturas nota-se um importante fenômeno conhecido como Efeito Kondo. Essencialmente este efeito é um acoplamento dos elétrons de condução de um metal a impurezas magnéticas [23]. O fenômeno acontece abaixo de uma temperatura crítica, a temperatura Kondo. Este efeito é naturalmente um problema de muitos corpos, sua matemática é necessariamente complexa. Sua primeira explicação foi dada em 1960, e muitas ferramentas matemáticas avançadas foram aplicadas.

Nota-se pelas características do efeito Kondo uma semelhança com as características dos supercondutores, ambos estão relacionados com um temperatura crítica e além disso o efeito Kondo pode ser descrito como um fenômeno de resistividade mínima. Um modelo microscópico utilizado para descrever uma impureza magnética no interior de um metal é o chamado modelo de Anderson [87]. Este modelo para certos parâmetros descreve a física do efeito Kondo. Aqui vamos, através do nosso modelo, descrever o efeito Kondo nos supercondutores.

5.6.1 Descrição do efeito Kondo via paredes de domínios supercondutoras

Ao analisar a figura 5.2 notamos que, quando $\zeta \rightarrow 1$ a carga modificada \tilde{q} tende a zero e o condensado $\ell \equiv \langle \tilde{\chi} \rangle_{eff} \rightarrow 0$. Neste regime a supercondutividade é destruída mesmo no regime onde $T < T_c$. Se assumirmos ζ como um campo magnético externo, a existência de supercondutividade impõe um limite sobre ele, uma vez que a supercondutividade o exige devido ao efeito Meissner. Por outro lado, isto também pode estar relacionado com impurezas magnéticas ou efeito Kondo, o qual está relacionado com o aumento da resistividade elétrica

a baixa temperatura como uma resposta da interação forte entre os elétrons de condução e as impurezas magnéticas em um material metálico normal ou metal supercondutor. Como iremos mostrar explicitamente, a temperatura crítica tende a diminuir em função da concentração de impurezas $\bar{n} \sim 1/\rho$, onde ρ é a densidade de estados de elétrons de condução por átomo por spin. A fim de fazer uma conexão precisa dos nossos resultados com o efeito Kondo, primeiramente, expandimos a temperatura crítica bem conhecida [85] em uma série potências de n , ou seja,

$$T_c \sim T_K \exp\left(-\frac{1}{|g|N\rho - \frac{n}{T_K\rho}}\right) = T_{c0} \left(1 - \frac{n}{T_K c^2 \rho}\right) + \mathcal{O}(n^2). \quad (5.48)$$

Isso acontece para $T_{c0} \ll T_K < T_D$ e elétrons com energia menor que T_K . A interação supercondutora $|g|$ é reduzida pela repulsão $\sim n/NT_K\rho^2$ entre impurezas e elétrons.

Aqui $c = |g|N\rho$ é dependente da interação supercondutora g , ρ e do número de átomos N . $T_{c0} \equiv T_K e^{-1/c}$ é a temperatura crítica sem as impurezas e T_K é a temperatura Kondo. Sendo assim, a equação (5.48) pode ser reformulada da seguinte maneira

$$\frac{T_c}{T_{c0}} = 1 - \frac{(2\pi)^2 T_{c0}}{T_K c^2} \bar{n} + \mathcal{O}(n^2), \quad (5.49)$$

onde $\bar{n} = n/(2\pi)^2 T_{c0} \rho$ é a concentração de impureza.

É importante lembrar que, para grandes valores de $\alpha\delta$ o argumento da função hipergeométrica tende a zero exponencialmente com $e^{-2\alpha\delta}$. Neste regime podemos expandir a fórmula da condutividade em uma série de potências, que é dada em alguns termos por

$$\text{Re } \sigma(\omega, \alpha) \approx \delta(\omega) \left(1 - \frac{1}{8} \frac{\ell^2}{\alpha^2} e^{-2\alpha\delta} + \dots\right) \cong \delta(\omega) e^{-\frac{1}{8} \left(\frac{\Delta}{\alpha}\right)^2}, \quad (5.50)$$

onde

$$\Delta = \ell e^{-\alpha\delta}, \quad (5.51)$$

precisamente como no caso anterior define a energia de ligação $\Delta(T=0) \simeq 2T_c$ de um par de Cooper, onde identificamos $\ell = 2\omega_D \equiv 2T_D$ como a temperatura de Debye $\delta\alpha = 1/VN_F$, sendo $V > 0$ o potencial de ligação e N_F a densidade de orbitais com energia de Fermi de acordo com a teoria BCS. Assim, a temperatura crítica é definida como

$$T_c = T_D e^{-\alpha\delta}. \quad (5.52)$$

Uma vez que estamos assumindo o expoente em termos de um potencial de ligação V , isto sugere que o parâmetro ζ de fato proporcional a uma variação do potencial de ligação da seguinte maneira

$$\tilde{V} = V\sqrt{1-\zeta} = V - \Delta V, \quad (5.53)$$

onde $\Delta V = (1/2)V\zeta + \mathcal{O}(\zeta^2)$ claramente enfraquece a energia de ligação dos pares de Cooper. Então lembrando que $\alpha \equiv T/\sqrt{1-\zeta}$ e assumindo o mesmo raciocínio anterior, temos

$$T_c = T_D e^{-T\delta - \frac{1}{2}T\delta\zeta} = T_{c0} e^{-\frac{1}{2}T\delta\zeta}. \quad (5.54)$$

Aqui identificamos T_{c0} como a temperatura crítica da parede sem a presença de impurezas. Sendo δ uma posição qualquer a partir do núcleo da parede de domínios com espessura $\approx 1/\lambda a$, encontramos

$$\delta = \frac{1}{\lambda a} + d\delta = \frac{1}{T_c} - \frac{dT_c}{T_c^2} = \frac{1}{T_c} - \frac{bT}{T_c^2}, \quad (5.55)$$

onde na equação acima (5.55) a pequena contribuição (dT_c) é associada com a fração b de alguma escala de temperatura T . Agora vamos avaliar T na escala Kondo T_K , de tal forma que

$$\begin{aligned} T\delta &\equiv T_K\delta = \frac{T_K}{T_c} - \frac{bT_K^2}{T_c^2} \\ &= \frac{T_K}{T_c} \left(1 - \frac{bT_K}{T_c}\right) \simeq \frac{T_K}{T_c + bT_K}. \end{aligned} \quad (5.56)$$

A temperatura crítica (5.54) pode agora ser escrita como sendo

$$\frac{T_c}{T_{c0}} = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\zeta}{\frac{T_c}{T_K} + \frac{T_K}{T_{c0}}}\right), \quad (5.57)$$

onde nós definimos o raio $b = T_K/T_{c0}$ para que possamos comparar a escala Kondo com respeito a T_{c0} — esta é a escala usual de referência. Agora, para efeito de comparação com os resultados já bem estabelecidos na literatura [84, 85], veja a figura 5.7 para $T_K \leq T_{c0}$ (acima) e $T_K \geq T_{c0}$ (abaixo).

Agora nós podemos explicitamente estabelecer a relação entre ζ e a concentração de impureza \bar{n} . Fazemos isso expandindo a equação (5.57) em uma série de potências em ζ , e

dessa forma encontramos

$$\begin{aligned} \frac{T_c}{T_{c0}} &= 1 - \frac{1}{2} \frac{\zeta}{\frac{T_c}{T_K} + \frac{T_K}{T_{c0}}} + \mathcal{O}(\zeta^2) \\ &= 1 - \frac{1}{2} \frac{T_{c0}}{T_K} \zeta + \mathcal{O}(\zeta^2), \quad T_K \gg T_{c0}. \end{aligned} \quad (5.58)$$

Em seguida, comparando as equações (5.48), (5.49) e (5.58) é fácil estabelecer a

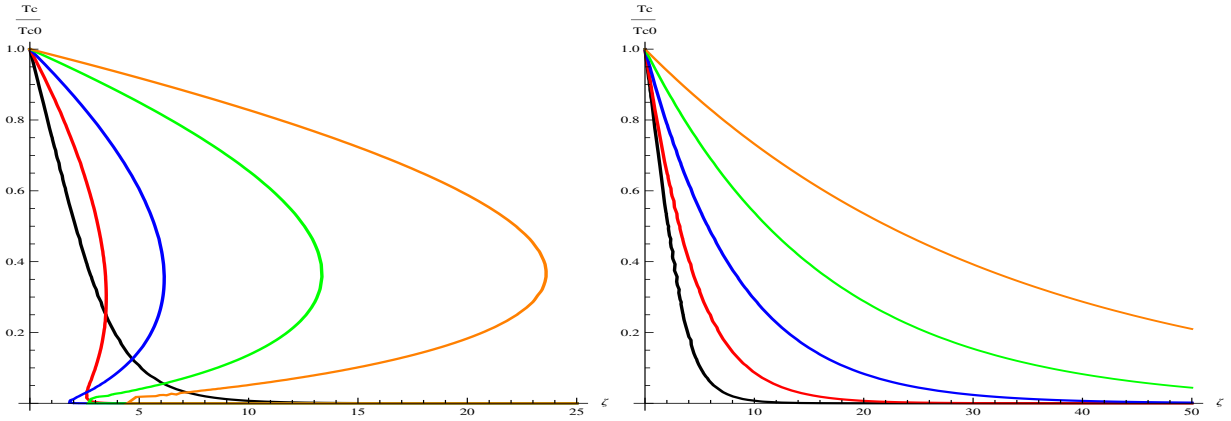


Figura 5.7: A temperatura crítica como uma função do termo de violação de Lorentz ζ (acima) para $T_K/T_{c0} = 1/32, 1/18, 1/8, 1/4$ e 1 ; e ζ (abaixo) para $T_K/T_{c0} = 16, 8, 4, 2$ e 1 de cima para baixo. $T_{c0} = 1$.

correspondência $\zeta \equiv (8\pi^2/c^2)\bar{\eta}$. Isso faz uma clara conexão entre o termo de violação de Lorentz e a concentração de impurezas em um supercondutor, que pode exibir uma descrição alternativa do efeito Kondo na teoria quântica de campos, pelo menos nas aproximações acima mencionadas.

O fato de T_c desenvolver uma curvatura negativa para o caso $T_K < T_{c0}$ (figura 5.7 — acima) está em total acordo com a teoria de Abrikosov e Gor'kov (AG) [88]. Entretanto, como na teoria de Muller-Hartman e Zittartz (MZ) [84], nossos resultados mostram uma forma mais interessante. Neste regime podemos ver que para T_K suficientemente pequena, T_c deixa de ter um único valor, e em alguns valores de concentração de impurezas \bar{n} (ou ζ em nosso modelo) aparecem três valores de temperatura crítica — isso pode ser facilmente visto desenhando-se uma linha imaginária vertical interceptando três pontos em algumas curvas. Particularmente, existe duas temperaturas de transição T_{c1} e T_{c2} acima T_K para alguns valores de \bar{n} . Isto significa que ao diminuir a temperatura, primeiro sistema torna-se supercondutor em T_{c1} e depois torna-se normal outra vez em T_{c2} . Uma terceira temperatura crítica significa que a fase supercondutora finalmente reaparece em temperaturas abaixo de T_K , que são dificilmente acessadas experimentalmente. Assim, este efeito mostra que a

supercondutividade não existe para todas as temperaturas abaixo da temperatura crítica, sendo uma evidência do efeito Kondo em supercondutores. A teoria MZ tem mostrado uma grande concordância com um grande número de experimentos. Particularmente, a evidência experimental de três temperaturas críticas foi claramente encontrada em [89].

Apesar de ter sucesso em várias experiências, o formalismo apresentado na teoria MZ é correto desde que a correlação entre as impurezas possam ser negligenciadas. A principal crítica se baseia no fato de que a curva $T_c - \bar{n}$ sempre apresenta uma cauda infinita, parecendo não haver concentração crítica de impurezas \bar{n}_c onde T_c desaparece. Isto está em desacordo com experimentos que mostraram que sempre aparece uma concentração crítica finita. Em [85] há discussões sobre extensões da teoria MZ, onde, basicamente, existe uma concentração crítica, e leva-se em conta as propriedades dinâmicas das impurezas.

Uma tentativa no sentido de incluir essas propriedades dinâmicas das impurezas no atual modelo poderia ser alcançado levando em conta altas ordens em ζ . Do ponto de vista de teoria de campos isto poderia ser feito adicionando termos de violação de Lorentz de altas ordens nas derivadas.

Estendemos o modelo apresentado no capítulo anterior e mostramos que um modelo que permite a violação da simetria de Lorentz pode descrever outros fenômenos supercondutores. Mostramos que o parâmetro ζ que controla a quebra de tal simetria desempenha o papel de impurezas, tanto porque proporciona uma modificação na carga elétrica do sistema afetando a condutividade ótica e o condensado, como também porque apresenta uma redução da temperatura crítica da mesma maneira como seria de se esperar no efeito Kondo. No efeito Kondo são consideradas principalmente as impurezas magnéticas. Portanto, este novo modelo pode apresentar uma aplicação mais realista para descrever a supercondutividade através da teoria quântica de campos no limite da teoria de campo médio com a inclusão de termos de violação de Lorentz. Novamente, nossos resultados são semelhantes aos resultados obtidos nos estudos dos supercondutores holográficos.

CAPÍTULO 6

Conclusões

A pesquisa em teoria de campos possibilita os físicos a descreverem fenômenos da natureza com uma grande precisão. A teoria clássica de campos é a maneira mais simples de se tratar estes fenômenos. Neste contexto, o estudo de campos escalares nos permite criar modelos simples com um formalismo matemático suficientemente rigoroso. Com a utilização de modelos bem estabelecidos e conhecidos na literatura pode-se estender modelos já existentes e tentar compreender fenômenos ainda não explicados. O nosso trabalho teve como proposta utilizar esses modelos e essas ferramentas a fim de descrever fenômenos relacionados com a temperatura de modelos de campos escalares e assim descrever a supercondutividade.

Uma das áreas da física que recebe mais aplicações dos modelos de teoria de campos é a matéria condensada. O estudo de paredes de domínios é ideal para esse objetivo, uma vez que o próprio conceito de parede de domínios é um conceito originalmente magnético.

Em uma primeira abordagem utilizamos um modelo de paredes de domínios com estruturas internas, este modelo já está bem estabelecido e suas soluções já eram conhecidas. Ao fazer uma analogia entre as soluções que geram estas paredes de domínios com estruturas internas e os observadores de Rindler, foi possível encontrar a temperatura do sistema e encontrar o condensado relacionado ao modelo. Como se sabe, o fenômeno da supercondutividade está relacionado com uma transição de fase e a formação de um condensado. Sendo assim, tornou-se possível descrever fenômenos supercondutores com o modelo. Essa

descrição nos trouxe interessantes resultados e uma excelente concordância com resultados experimentais e teóricos sobre o tema. O modelo encontra resultados compatíveis tanto para supercondutores BCS como para supercondutores High- T_c . Os resultados de condutividade e resistividade ótica estão de acordo com os resultados esperados para o fenômeno.

Ao se estender o primeiro modelo para um modelo que permite a violação da simetria de Lorentz, tornamos o mesmo mais abrangente e poderoso, que permite estudar a blindagem de cargas e a presença de impurezas no supercondutor. Estudou-se como as impurezas alteram o condensado efetivo. As impurezas mudam o estado supercondutor e altera sua resistividade e sua condutividade, como apresentado nos gráficos. As impurezas magnéticas em um supercondutor estão relacionadas com um efeito muito importante, o efeito Kondo. Notou-se então que esta proposta descreve o efeito Kondo e mostra resultados precisos e de pleno acordo com os resultados experimentais. Assim, se o primeiro modelo faz uma descrição da supercondutividade através de paredes de domínios, o segundo descreve o efeito Kondo em supercondutores através destas paredes.

Como perspectiva futura, pretende-se utilizar outras soluções solitônicas para tentar descrever fenômenos deste tipo. A existência de várias soluções podem ser úteis para o estudo de diferentes tipos de supercondutores e de outros efeitos.

Nota-se que nossa descrição apresenta resultados similares aos resultados obtidos no estudo de supercondutores holográficos apresentados no capítulo 2.

A continuação dos nossos estudos sobre supercondutividade torna inevitável a abordagem holográfica dos supercondutores. O entendimento do cálculo numérico utilizado nesses estudos vai possibilitar a sua aplicação em inúmeros fenômenos. Como, por exemplo, encontrar os supercondutores relacionados com cada buraco negro apresentado nesta tese. Além disso, várias outras questões interessantes, tais como a aplicação de técnicas de holografia em modelos bidimensionais em QCD usando buracos negros do tipo AdS-Schwarzschild, devem ser abordadas futuramente.

Referências Bibliográficas

- [1] G. T. Horowitz, “Introduction to Holographic Superconductors”, *Lect. Notes Phys.* **828** 313–347 (2011), arXiv:1002.1722 [hep-th].
- [2] J. Kondo, “Resistance Minimum in Dilute Magnetic Alloys”, *Progress of Theoretical Physics* **32** 37–49 (1964),
<http://ptp.oxfordjournals.org/content/32/1/37.full.pdf+html>.
<http://ptp.oxfordjournals.org/content/32/1/37.abstract>.
- [3] F. Mandl e G. Shaw, *Quantum Field Theory*. A Wiley-Interscience publication. John Wiley & Sons, 2010. <https://books.google.com.br/books?id=Ef4zDW1V2LkC>.
- [4] J. Bjorken e S. Drell, *Relativistic quantum mechanics*. International series in pure and applied physics. McGraw-Hill, 1964.
<https://books.google.com.br/books?id=pAdRAAAAMAAJ>.
- [5] M. Kaku, “Quantum Field Theory: A Modern Introduction (Kaku, Michio)”, *Journal of Chemical Education* **71** A54 (1994), <http://dx.doi.org/10.1021/ed071pA54.2>.
<http://dx.doi.org/10.1021/ed071pA54.2>.
- [6] C. Itzykson e J. Zuber, *Quantum Field Theory*. Dover Books on Physics. Dover Publications, 2012. <https://books.google.com.br/books?id=CxYCMNrUnTEC>.

- [7] A. Vilenkin e E. Shellard, *Cosmic Strings and Other Topological Defects*. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press, 2000.
https://books.google.com.br/books?id=eW4bB_LATHEC.
- [8] D. Bazeia, “Scalar fields: from domain walls to nanotubes and fullerenes”, *Brazilian Journal of Physics* **32** 869 – 879 (12, 2002). http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-97332002000500009&nrm=iso.
- [9] E. Witten, “Superconducting strings”, *Nuclear Physics B* **249** 557 – 592 (1985).
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321385900227>.
- [10] R. Rajaraman, *Solitons and Instantons: An Introduction to Solitons and Instantons in Quantum Field Theory*. North-Holland personal library. North-Holland Publishing Company, 1982. <https://books.google.com.br/books?id=1XucQgAACAAJ>.
- [11] D. Bazeia, M. J. dos Santos, e R. F. Ribeiro, “Solitons in systems of coupled scalar fields”, *Phys. Lett.* **A208** 84–88 (1995), [arXiv:hep-th/0311265](https://arxiv.org/abs/hep-th/0311265) [hep-th].
- [12] D. Bazeia, H. Boschi-Filho, e F. A. Brito, “Domain defects in systems of two real scalar fields”, *JHEP* **04** 028 (1999), [arXiv:hep-th/9811084](https://arxiv.org/abs/hep-th/9811084) [hep-th].
- [13] D. Bazeia e F. A. Brito, “Bags, junctions, and networks of BPS and non-BPS defects”, *Phys. Rev. D* **61** 105019 (Apr, 2000).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.61.105019>.
- [14] F. A. Brito e D. Bazeia, “Network of domain walls on soliton stars”, *Phys. Rev. D* **64** 065022 (Aug, 2001). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.64.065022>.
- [15] F. Brito, M. Freire, e J. Mota-Silva, “Domain wall description of superconductivity”, *Physics Letters B* **728** 336 – 341 (2014).
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269313009726>.
- [16] M. N. Barreto, D. Bazeia, e R. Menezes, “Defect structures in Lorentz and *CPT* violating scenarios”, *Phys. Rev. D* **73** 065015 (Mar, 2006).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.73.065015>.
- [17] D. Bazeia, M. M. Ferreira, A. R. Gomes, e R. Menezes, “Lorentz-violating effects on topological defects generated by two real scalar fields”, *Physica D Nonlinear Phenomena* **239** 942–947 (Jun, 2010), [arXiv:1001.5286](https://arxiv.org/abs/1001.5286) [hep-th].

- [18] S. M. Carroll, G. B. Field, e R. Jackiw, “Limits on a Lorentz- and parity-violating modification of electrodynamics”, *Phys. Rev. D* **41** 1231–1240 (Feb, 1990).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.41.1231>.
- [19] D. Colladay e V. A. Kostelecký, “CPT violation and the standard model”, *Phys. Rev. D* **55** 6760–6774 (Jun, 1997).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.55.6760>.
- [20] V. A. Kostelecký e S. Samuel, “Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in string theory”, *Phys. Rev. D* **39** 683–685 (Jan, 1989).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.39.683>.
- [21] V. A. Kostelecký e R. Potting, “CPT and strings”, *Nuclear Physics B* **359** 545 – 570 (1991).
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321391900715>.
- [22] V. A. Kostelecký e R. Potting, “CPT , strings, and meson factories”, *Phys. Rev. D* **51** 3923–3935 (Apr, 1995). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.51.3923>.
- [23] C. Krull, *Introduction to the Kondo Effect*, pp. 31–50. Springer International Publishing, Cham, 2014. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-02660-2_3.
- [24] D. Bazeia, F. Brito, e J. Mota-Silva, “Kondo effect from a Lorentz-violating domain wall description of superconductivity”, *Physics Letters B* – (2016).
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269316305470>.
- [25] S. A. Hartnoll, C. P. Herzog, e G. T. Horowitz, “Holographic Superconductors”, *JHEP* **12** 015 (2008), [arXiv:0810.1563](https://arxiv.org/abs/0810.1563) [hep-th].
- [26] S. A. Hartnoll, C. P. Herzog, e G. T. Horowitz, “Building a Holographic Superconductor”, *Phys. Rev. Lett.* **101** 031601 (2008), [arXiv:0803.3295](https://arxiv.org/abs/0803.3295) [hep-th].
- [27] S. A. Hartnoll, “Lectures on holographic methods for condensed matter physics”, *Class. Quant. Grav.* **26** 224002 (2009), [arXiv:0903.3246](https://arxiv.org/abs/0903.3246) [hep-th].
- [28] M. A. Anacleto, D. Bazeia, F. A. Brito, e J. C. Mota-Silva, “Quantum-corrected two-dimensional Horava-Lifshitz black hole entropy”, *Adv. High Energy Phys.* **2016** 8465759 (2016), [arXiv:1512.07886](https://arxiv.org/abs/1512.07886) [hep-th].

- [29] Y. Peng, L. Chen, e G. Liu, “Holographic entanglement entropy in insulator/superconductor transitions with dark matter sector”, *Int. J. Mod. Phys.* **31** 1650085 (2016).
- [30] C.-Y. Zhang, Y.-B. Wu, Y.-Y. Jin, Y.-T. Chai, M.-H. Hu, e Z. Zhang, “Lifshitz scaling effects on the holographic paramagnetism-ferromagnetism phase transition”, *Phys. Rev.* **D93** 126001 (2016), [arXiv:1603.04149 \[gr-qc\]](#).
- [31] J.-W. Lu, Y.-B. Wu, T. Cai, H.-M. Liu, Y.-S. Ren, e M.-L. Liu, “Holographic vector superconductor in Gauss Bonnet gravity”, *Nucl. Phys.* **B903** 360–373 (2016).
- [32] E. Kiritsis e L. Li, “Holographic Competition of Phases and Superconductivity”, *JHEP* **01** 147 (2016), [arXiv:1510.00020 \[cond-mat.str-el\]](#).
- [33] H. B. Zeng e J.-P. Wu, “Holographic superconductors from the massive gravity”, *Phys. Rev.* **D90** 046001 (2014), [arXiv:1404.5321 \[hep-th\]](#).
- [34] R.-G. Cai, L. Li, L.-F. Li, e R.-Q. Yang, “Introduction to Holographic Superconductor Models”, *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **58** 060401 (2015), [arXiv:1502.00437 \[hep-th\]](#).
- [35] T. Albash e C. V. Johnson, “A Holographic Superconductor in an External Magnetic Field”, *JHEP* **09** 121 (2008), [arXiv:0804.3466 \[hep-th\]](#).
- [36] J. M. Maldacena, “The Large N limit of superconformal field theories and supergravity”, *Int. J. Theor. Phys.* **38** 1113–1133 (1999), [arXiv:hep-th/9711200 \[hep-th\]](#). [Adv. Theor. Math. Phys.2,231(1998)].
- [37] M. K. Parikh e F. Wilczek, “Hawking radiation as tunneling”, *Phys. Rev. Lett.* **85** 5042–5045 (2000), [arXiv:hep-th/9907001 \[hep-th\]](#).
- [38] M. K. Parikh, “Energy conservation and Hawking radiation”, pp. 1585–1590. 2004. [arXiv:hep-th/0402166 \[hep-th\]](#).
- [39] E. C. Vagenas, “Generalization of the KKW analysis for black hole radiation”, *Phys. Lett.* **B559** 65–73 (2003), [arXiv:hep-th/0209185 \[hep-th\]](#).
- [40] K. Srinivasan e T. Padmanabhan, “Particle production and complex path analysis”, *Phys. Rev.* **D60** 024007 (1999), [arXiv:gr-qc/9812028 \[gr-qc\]](#).

- [41] S. Shankaranarayanan, K. Srinivasan, e T. Padmanabhan, “Method of complex paths and general covariance of Hawking radiation”, *Mod. Phys. Lett.* **A16** 571–578 (2001), [arXiv:gr-qc/0007022](#) [gr-qc].
- [42] S. Shankaranarayanan, T. Padmanabhan, e K. Srinivasan, “Hawking radiation in different coordinate settings: Complex paths approach”, *Class. Quant. Grav.* **19** 2671–2688 (2002), [arXiv:gr-qc/0010042](#) [gr-qc].
- [43] Q.-Q. Jiang, S.-Q. Wu, e X. Cai, “Hawking radiation as tunneling from the Kerr and Kerr-Newman black holes”, *Phys. Rev.* **D73** 064003 (2006), [arXiv:hep-th/0512351](#) [hep-th]. [Erratum: *Phys. Rev.* **D73**,069902(2006)].
- [44] Z. Xu e B. Chen, “Hawking radiation from general Kerr-(anti)de Sitter black holes”, *Phys. Rev.* **D75** 024041 (2007), [arXiv:hep-th/0612261](#) [hep-th].
- [45] R. Banerjee e B. R. Majhi, “Quantum Tunneling and Back Reaction”, *Phys. Lett.* **B662** 62–65 (2008), [arXiv:0801.0200](#) [hep-th].
- [46] C. A. S. Silva e F. A. Brito, “Quantum tunneling radiation from self-dual black holes”, *Phys. Lett.* **B725** 456–462 (2013), [arXiv:1210.4472](#) [physics.gen-ph].
- [47] B. Majumder, “Black Hole Entropy with minimal length in Tunneling formalism”, *Gen. Rel. Grav.* **45** 2403–2414 (2013), [arXiv:1212.6591](#) [gr-qc].
- [48] M. A. Anacleto, F. A. Brito, e E. Passos, “Supersonic Velocities in Noncommutative Acoustic Black Holes”, *Phys. Rev.* **D85** 025013 (2012), [arXiv:1109.6298](#) [hep-th].
- [49] M. A. Anacleto, F. A. Brito, e E. Passos, “Superresonance effect from a rotating acoustic black hole and Lorentz symmetry breaking”, *Phys. Lett.* **B703** 609–613 (2011), [arXiv:1101.2891](#) [hep-th].
- [50] M. A. Anacleto, F. A. Brito, e E. Passos, “Noncommutative analogue Aharonov-Bohm effect and superresonance”, *Phys. Rev.* **D87** 125015 (2013), [arXiv:1210.7739](#) [hep-th].
- [51] M. A. Anacleto, F. A. Brito, e E. Passos, “Quantum-corrected self-dual black hole entropy in tunneling formalism with GUP”, *Phys. Lett.* **B749** 181–186 (2015), [arXiv:1504.06295](#) [hep-th].

- [52] M. A. Anacleto, F. A. Brito, A. G. Cavalcanti, E. Passos, e J. Spinelly, “Quantum correction to the entropy of noncommutative BTZ black hole”, [arXiv:1510.08444 \[hep-th\]](#).
- [53] A. Övgün e K. Jusufi, “Massive Vector Particles Tunneling From Noncommutative Charged Black Holes and its GUP-corrected Thermodynamics”, *ArXiv e-prints* (Dez., 2015), [arXiv:1512.05268 \[gr-qc\]](#).
- [54] M. Faizal e M. M. Khalil, “GUP-Corrected Thermodynamics for all Black Objects and the Existence of Remnants”, *Int. J. Mod. Phys. A* **30** 1550144 (2015), [arXiv:1411.4042 \[gr-qc\]](#).
- [55] V. P. Frolov e I. Novikov, “Dynamical origin of the entropy of a black hole”, *Phys. Rev. D* **48** 4545–4551 (1993), [arXiv:gr-qc/9309001 \[gr-qc\]](#).
- [56] J. Bardeen, L. N. Cooper, e J. R. Schrieffer, “Microscopic Theory of Superconductivity”, *Phys. Rev.* **106** 162–164 (Apr, 1957).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.106.162>.
- [57] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*. Dover Books on Physics Series. Dover Publications, 1996. <https://books.google.com.br/books?id=VpUk3NfwDIkC>.
- [58] R. L. Arnowitt, S. Deser, e C. W. Misner, “The Dynamics of general relativity”, *Gen. Rel. Grav.* **40** 1997–2027 (2008), [arXiv:gr-qc/0405109 \[gr-qc\]](#).
- [59] D. Bazeia, F. A. Brito, e F. G. Costa, “Two Dimensional Horava-Lifshitz Black Hole Solutions”, *Phys. Rev. D* **91** 044026 (2015), [arXiv:1409.0490 \[hep-th\]](#).
- [60] M. Eune e W. Kim, “Lifshitz scalar, brick wall method, and generalized uncertainty principle in Hořava-Lifshitz gravity”, *Phys. Rev. D* **82** 124048 (Dec, 2010).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.82.124048>.
- [61] D.-Y. Chen, H. Yang, e X.-T. Zu, “Hawking radiation of black holes in the $z = 4$ Horava-Lifshitz gravity”, *Phys. Lett. B* **681** 463–468 (2009), [arXiv:0910.4821 \[gr-qc\]](#).
- [62] B. R. Majhi, “Hawking radiation and black hole spectroscopy in Horava-Lifshitz gravity”, *Phys. Lett. B* **686** 49–54 (2010), [arXiv:0911.3239 \[hep-th\]](#).

- [63] M. Liu, J. Lu, e J. Lu, “Fermions Analysis of IR modified Horava-Lifshitz gravity: Tunneling and Perturbation Perspectives”, *Class. Quant. Grav.* **28** 125024 (2011), [arXiv:1108.0758](https://arxiv.org/abs/1108.0758) [hep-th].
- [64] J. Erdmenger, C. Hoyos, A. O’Bannon, e J. Wu, “A Holographic Model of the Kondo Effect”, *JHEP* **12** 086 (2013), [arXiv:1310.3271](https://arxiv.org/abs/1310.3271) [hep-th].
- [65] N. J. Zabusky e M. D. Kruskal, “Interaction of ”Solitons” in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States”, *Phys. Rev. Lett.* **15** 240–243 (Aug, 1965). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.15.240>.
- [66] B. Cullity e C. Graham, *Introduction to Magnetic Materials*. Wiley, 2009. <https://books.google.com.br/books?id=kk1e18vB4HoC>.
- [67] F. A. Brito e D. Bazeia, “Domain ribbons inside domain walls at finite temperature”, *Phys. Rev.* **D56** 7869–7876 (1997), [arXiv:hep-th/9706139](https://arxiv.org/abs/hep-th/9706139) [hep-th].
- [68] J. D. Edelstein, M. L. Trobo, F. A. Brito, e D. Bazeia, “Kinks inside supersymmetric domain ribbons”, *Phys. Rev.* **D57** 7561–7569 (1998), [arXiv:hep-th/9707016](https://arxiv.org/abs/hep-th/9707016) [hep-th].
- [69] M. A. Desposito, A. Villares Ferrer, A. O. Caldeira, e A. H. Castro Neto, “Mobility of Bloch walls via the collective coordinate method”, *Phys. Rev. B* **62** 919–927 (Jul, 2000). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.62.919>.
- [70] M. K. Prasad e C. M. Sommerfield, “Exact Classical Solution for the ’t Hooft Monopole and the Julia-Zee Dyon”, *Phys. Rev. Lett.* **35** 760–762 (Sep, 1975). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.35.760>.
- [71] E. B. Bogomolny, “Stability of Classical Solutions”, *Sov. J. Nucl. Phys.* **24** 449 (1976). [Yad. Fiz.24,861(1976)].
- [72] D. Bazeia, J. R. S. Nascimento, R. F. Ribeiro, e D. Toledo, “Soliton stability in systems of two real scalar fields”, *Journal of Physics A: Mathematical and General* **30** 8157 (1997). <http://stacks.iop.org/0305-4470/30/i=23/a=015>.
- [73] W. G. Unruh, “Notes on black hole evaporation”, *Phys. Rev.* **D14** 870 (1976).
- [74] L. C. B. Crispino, A. Higuchi, e G. E. A. Matsas, “The Unruh effect and its applications”, *Rev. Mod. Phys.* **80** 787–838 (2008), [arXiv:0710.5373](https://arxiv.org/abs/0710.5373) [gr-qc].

- [75] W. Rindler, *Essential Relativity: Special, General, and Cosmological*. Texts and monographs in physics. Springer, 1977.
https://books.google.com.br/books?id=0J_dwCmQThgC.
- [76] S. M. Carroll, “Lecture notes on general relativity”, arXiv:gr-qc/9712019 [gr-qc].
- [77] D. Bazeia e F. A. Brito, “Entrapment of a network of domain walls”, *Phys. Rev. D* **62** 101701 (Oct, 2000). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.62.101701>.
- [78] P. W. Anderson, G. Baskaran, Z. Zou, e T. Hsu, “Resonating s - d valence-bond theory of phase transitions and superconductivity in La_2CuO_4 -based compounds”, *Phys. Rev. Lett.* **58** 2790–2793 (Jun, 1987).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.58.2790>.
- [79] E. C. Marino e M. B. S. Neto, “Quantum skyrmions and the destruction of long-range antiferromagnetic order in the high- T_c superconductors $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ and $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ ”, *Phys. Rev. B* **64** 092511 (Aug, 2001).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.64.092511>.
- [80] J. G. Bednorz e K. A. Müller, “Possible high- T_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system”, *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter* **64** 189–193 (1986).
<http://dx.doi.org/10.1007/BF01303701>.
- [81] L. L. V.L. Ginzburg, “On the theory of superconductivity”, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **20** (Apr, 1950).
- [82] L. Gor’kov, “Microscopic Derivation of the Ginzburg-Landau Equations in the Theory of Superconductivity”, *Journal of Experimental and Theoretical Physics* **9** 1364–1368 (1959).
- [83] L. Landau e E. Lifshits, *Quantum Mechanics: Non-relativistic Theory*. Butterworth Heinemann. Butterworth-Heinemann, 1977.
<https://books.google.ru/books?id=J9ui6KwC4mMC>.
- [84] E. Müller-Hartmann e J. Zittartz, “Kondo Effect in Superconductors”, *Phys. Rev. Lett.* **26** 428–432 (Feb, 1971).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.26.428>.
- [85] T. Matsuura, “The Effects of Impurities on Superconductors with Kondo Effect”, *Prog. Theor. Phys.* **57** 1823–1835 (Feb, 1977).

- [86] T. Ishii e S.-J. Sin, “Impurity effect in a holographic superconductor”, *Journal of High Energy Physics* **2013** 1–21 (2013). [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP04\(2013\)128](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP04(2013)128).
- [87] P. W. Anderson, “Localized Magnetic States in Metals”, *Phys. Rev.* **124** 41–53 (Oct, 1961). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.124.41>.
- [88] L. G. A.A. Abrikosov, “On the Problem of the Knight Shift in Superconductors”, *Journal of Experimental and Theoretical Physics* **12** 337 – 340 (1961).
<http://http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/e/12/2/p337?a=list>.
- [89] K. Winzer, “Evidence for a three Tc behavior of the Kondo superconductor (La, Y)Ce”, *Solid State Communications* **24** 551 – 556 (1977).
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0038109877901612>.
- [90] R. Mann, A. Shiekh, e L. Tarasov, “Classical and quantum properties of two-dimensional black holes”, *Nuclear Physics B* **341** 134 – 154 (1990).
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/055032139090265F>.
- [91] C. G. Callan, S. B. Giddings, J. A. Harvey, e A. Strominger, “Evanescent black holes”, *Phys. Rev. D* **45** R1005–R1009 (Feb, 1992).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.45.R1005>.
- [92] A. E. Sikkema e R. B. Mann, “Gravitation and cosmology in (1+1) dimensions”, *Classical and Quantum Gravity* **8** 219 (1991).
<http://stacks.iop.org/0264-9381/8/i=1/a=022>.
- [93] D. Christensen e R. B. Mann, “The Causal structure of two-dimensional space-times”, *Class. Quant. Grav.* **9** 1769–1786 (1992), [arXiv:hep-th/9203050](https://arxiv.org/abs/hep-th/9203050) [hep-th].
- [94] C. Eling e T. Jacobson, “Two-dimensional gravity with a dynamical aether”, *Phys. Rev.* **D74** 084027 (2006), [arXiv:gr-qc/0608052](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0608052) [gr-qc].
- [95] S. M. Christensen e S. A. Fulling, “Trace anomalies and the Hawking effect”, *Phys. Rev. D* **15** 2088–2104 (Apr, 1977).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.15.2088>.
- [96] S. P. Trivedi, “Semiclassical extremal black holes”, *Phys. Rev. D* **47** 4233–4238 (May, 1993). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.47.4233>.

- [97] A. M. Polyakov, “Quantum Gravity in Two-Dimensions”, *Mod. Phys. Lett.* **A2** 893 (1987).
- [98] R. Jackiw, “Lower Dimensional Gravity”, *Nucl. Phys.* **B252** 343–356 (1985).
- [99] V. G. Knizhnik, A. M. Polyakov, e A. B. Zamolodchikov, “Fractal Structure of 2D Quantum Gravity”, *Mod. Phys. Lett.* **A3** 819 (1988).
- [100] M. Leblanc, R. B. Mann, e B. Shadwick, “Regularization ambiguities of the nonlinear σ model in 2 and $2 + \epsilon$ dimensions”, *Phys. Rev. D* **37** 3548–3556 (Jun, 1988).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.37.3548>.
- [101] J. Gegenberg, P. F. Kelly, R. B. Mann, R. D. McArthur, e D. Vincent, “Reinterpretation of the Nonlinear σ Model With Torsion”, *Mod. Phys. Lett.* **A3** 1791–1796 (1988).
- [102] J. Gegenberg, P. F. Kelly, G. Kunstatter, R. B. Mann, R. McArthur, e D. Vincent, “Quantum properties of algebraically extended bosonic σ models”, *Phys. Rev. D* **40** 1919–1924 (Sep, 1989). <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.40.1919>.
- [103] P. Horava, “Quantum Gravity at a Lifshitz Point”, *Phys. Rev.* **D79** 084008 (2009), [arXiv:0901.3775](https://arxiv.org/abs/0901.3775) [hep-th].
- [104] M. Visser, “Lorentz symmetry breaking as a quantum field theory regulator”, *Phys. Rev.* **D80** 025011 (2009), [arXiv:0902.0590](https://arxiv.org/abs/0902.0590) [hep-th].
- [105] T. P. Sotiriou, M. Visser, e S. Weinfurtner, “Quantum gravity without Lorentz invariance”, *JHEP* **10** 033 (2009), [arXiv:0905.2798](https://arxiv.org/abs/0905.2798) [hep-th].
- [106] C. Bogdanos e E. N. Saridakis, “Perturbative instabilities in Horava gravity”, *Class. Quant. Grav.* **27** 075005 (2010), [arXiv:0907.1636](https://arxiv.org/abs/0907.1636) [hep-th].
- [107] A. Wang e R. Maartens, “Linear perturbations of cosmological models in the Horava-Lifshitz theory of gravity without detailed balance”, *Phys. Rev.* **D81** 024009 (2010), [arXiv:0907.1748](https://arxiv.org/abs/0907.1748) [hep-th].
- [108] Y. Huang, A. Wang, e Q. Wu, “Stability of the de Sitter spacetime in Horava-Lifshitz theory”, *Mod. Phys. Lett.* **A25** 2267–2279 (2010), [arXiv:1003.2003](https://arxiv.org/abs/1003.2003) [hep-th].
- [109] C. Charmousis, G. Niz, A. Padilla, e P. M. Saffin, “Strong coupling in Horava gravity”, *JHEP* **08** 070 (2009), [arXiv:0905.2579](https://arxiv.org/abs/0905.2579) [hep-th].

- [110] D. Blas, O. Pujolas, e S. Sibiryakov, “On the Extra Mode and Inconsistency of Horava Gravity”, *JHEP* **10** 029 (2009), arXiv:0906.3046 [hep-th].
- [111] T. P. Sotiriou, “Horava-Lifshitz gravity: a status report”, *Journal of Physics: Conference Series* **283** 012034 (2011).
<http://stacks.iop.org/1742-6596/283/i=1/a=012034>.
- [112] D. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*. Pearson Education, 2005.
https://books.google.com.br/books?id=9sqIaRGx_EoC.
- [113] J. Sakurai e J. Napolitano, *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, 2011.
<https://books.google.com.br/books?id=N4I-AQAACAAJ>.
- [114] W. Heisenberg, “Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik”, *Zeitschrift für Physik* **43** 172–198 (1927).
<http://dx.doi.org/10.1007/BF01397280>.
- [115] E. P. Wigner, “Relativistic Invariance and Quantum Phenomena”, *Rev. Mod. Phys.* **29** 255–268 (Jul, 1957). <http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.29.255>.
- [116] H. Salecker e E. P. Wigner, “Quantum Limitations of the Measurement of Space-Time Distances”, *Phys. Rev.* **109** 571–577 (Jan, 1958).
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.109.571>.
- [117] D. Amati, M. Ciafaloni, e G. Veneziano, “Can spacetime be probed below the string size?”, *Physics Letters B* **216** 41 – 47 (1989).
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037026938991366X>.
- [118] S. N. Solodukhin, “Entanglement entropy of black holes”, *Living Rev. Rel.* **14** 8 (2011), arXiv:1104.3712 [hep-th].
- [119] J. Wang, W. Xu, e X.-h. Meng, “Entropy relations of black holes with multihorizons in higher dimensions”, *Phys. Rev.* **D89** 044034 (2014), arXiv:1312.3057 [gr-qc].
- [120] J. Wang, W. Xu, e X.-H. Meng, “The ‘universal property’ of horizon entropy sum of black holes in four dimensional asymptotical (anti-)de-Sitter spacetime background”, *JHEP* **01** 031 (2014), arXiv:1310.6811 [gr-qc].
- [121] W. Xu, J. Wang, e X.-h. Meng, “Thermodynamic relations for entropy and temperature of multi-horizons black holes”, arXiv:1402.1293 [hep-th].

- [122] R. K. Kaul e P. Majumdar, “Logarithmic correction to the Bekenstein-Hawking entropy”, *Phys. Rev. Lett.* **84** 5255–5257 (2000), [arXiv:gr-qc/0002040](#) [gr-qc].
- [123] R. K. Kaul e P. Majumdar, “Quantum black hole entropy”, *Phys. Lett.* **B439** 267–270 (1998), [arXiv:gr-qc/9801080](#) [gr-qc].
- [124] S. Carlip, “Logarithmic corrections to black hole entropy from the Cardy formula”, *Class. Quant. Grav.* **17** 4175–4186 (2000), [arXiv:gr-qc/0005017](#) [gr-qc].
- [125] S. Giovanazzi, “Entanglement Entropy and Mutual Information Production Rates in Acoustic Black Holes”, *Phys. Rev. Lett.* **106** 011302 (2011), [arXiv:1101.3272](#) [cond-mat.other].
- [126] M. Rinaldi, “The entropy of an acoustic black hole in Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev.* **D84** 124009 (2011), [arXiv:1106.4764](#) [gr-qc].
- [127] R. Brustein e J. Kupferman, “Black hole entropy divergence and the uncertainty principle”, *Phys. Rev.* **D83** 124014 (2011), [arXiv:1010.4157](#) [hep-th].
- [128] Y.-W. Kim e Y.-J. Park, “Entropy of the Schwarzschild black hole to all orders in the Planck length”, *Phys. Lett.* **B655** 172–177 (2007), [arXiv:0707.2128](#) [gr-qc].
- [129] W. Kim, Y.-W. Kim, e Y.-J. Park, “Entropy of a charged black hole in two dimensions without cutoff”, *Phys. Rev.* **D75** 127501 (2007), [arXiv:gr-qc/0702018](#) [GR-QC].
- [130] R. Zhao, Y.-Q. Wu, e L.-C. Zhang, “Spherically symmetric black-hole entropy without brick walls”, *Class. Quant. Grav.* **20** 4885–4890 (2003).
- [131] K. Nouicer, “Quantum-corrected black hole thermodynamics to all orders in the Planck length”, *Phys. Lett.* **B646** 63–71 (2007), [arXiv:0704.1261](#) [gr-qc].
- [132] M. A. Anacleto, F. A. Brito, E. Passos, e W. P. Santos, “The entropy of the noncommutative acoustic black hole based on generalized uncertainty principle”, *Phys. Lett.* **B737** 6–11 (2014), [arXiv:1405.2046](#) [hep-th].
- [133] H.-H. Zhao, G.-L. Li, e L.-C. Zhang, “Generalized uncertainty principle and entropy of three-dimensional rotating acoustic black hole”, *Phys. Lett.* **A376** 2348–2351 (2012).

- [134] S. Gangopadhyay, A. Dutta, e M. Faizal, “Constraints on the Generalized Uncertainty Principle from Black Hole Thermodynamics”, *Europhys. Lett.* **112** 20006 (2015), [arXiv:1501.01482 \[gr-qc\]](#).
- [135] J. D. Bekenstein, “Black holes and entropy”, *Phys. Rev.* **D7** 2333–2346 (1973).
- [136] J. D. Bekenstein, “Black holes and the second law”, *Lett. Nuovo Cim.* **4** 737–740 (1972).
- [137] J. M. Magán, D. Melnikov, e M. R. O. Silva, “Black Holes in AdS/BCFT and Fluid/Gravity Correspondence”, *JHEP* **11** 069 (2014), [arXiv:1408.2580 \[hep-th\]](#).
- [138] H. Casini, M. Huerta, e R. C. Myers, “Towards a derivation of holographic entanglement entropy”, *JHEP* **05** 036 (2011), [arXiv:1102.0440 \[hep-th\]](#).
- [139] M. Ansorg e J. Hennig, “The Inner Cauchy horizon of axisymmetric and stationary black holes with surrounding matter in Einstein-Maxwell theory”, *Phys. Rev. Lett.* **102** 221102 (2009), [arXiv:0903.5405 \[gr-qc\]](#).
- [140] M. Cvetič, G. W. Gibbons, e C. N. Pope, “Universal Area Product Formulae for Rotating and Charged Black Holes in Four and Higher Dimensions”, *Phys. Rev. Lett.* **106** 121301 (2011), [arXiv:1011.0008 \[hep-th\]](#).
- [141] A. Castro e M. J. Rodriguez, “Universal properties and the first law of black hole inner mechanics”, *Phys. Rev.* **D86** 024008 (2012), [arXiv:1204.1284 \[hep-th\]](#).
- [142] M. Cvetič, H. Lu, e C. N. Pope, “Entropy-Product Rules for Charged Rotating Black Holes”, *Phys. Rev.* **D88** 044046 (2013), [arXiv:1306.4522 \[hep-th\]](#).
- [143] A. Nasser Tawfik e A. Magied Diab, “Black Hole Corrections due to Minimal Length and Modified Dispersion Relation”, *Int. J. Mod. Phys.* **A30** 1550059 (2015), [arXiv:1502.04562 \[gr-qc\]](#).
- [144] A. Tawfik, “Impacts of generalized uncertainty principle on black hole thermodynamics and Salecker-Wigner inequalities”, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2013** 040 (2013).
<http://stacks.iop.org/1475-7516/2013/i=07/a=040>.

Correções quânticas da termodinâmica de um buraco negro de Horava-Lifshitz em duas dimensões

O estudo de teorias de gravidade em duas dimensões do espaço-tempo tem recebido muita atenção da comunidade científica e está presente em larga escala na literatura [90, 91, 92, 93, 94, 95, 96], fornecendo um excelente laboratório teórico a fim de melhorar a compreensão de questões relevantes para a gravidade quântica. Tais teorias nos últimos anos tem apresentado uma estrutura muito rica e uma interessante relação com a teoria de campo conforme [97], o modelo Liouville [98], os modelos de treliças aleatórias [99], e modelos sigma [100, 101, 102]. Formalmente, a teoria em duas dimensões tem semelhanças com a relatividade geral de quatro dimensões e pode ser tratada como uma teoria clássica de campos. Por exemplo, a solução desta teoria tem uma estrutura de horizonte de eventos não trivial que permite a existência de buracos negros em duas dimensões do espaço-tempo. Recentemente, uma nova teoria da gravidade foi apresentada por Horava em [103], hoje conhecida como a teoria da gravidade de Horava-Lifshitz. Muitos aspectos desta teoria foram apresentados na literatura [104, 105, 106, 107, 108, 109, 110]. Faz-se então um estudo da termodinâmica de um buraco negro de Horava-Lifshitz e estudaremos as correções quânticas devido ao princípio generalizado da incerteza.

A.1 Teoria da gravidade de Horava-Lifshitz

A teoria da relatividade geral de Einstein é o principal alicerce para estudos sobre a gravitação em larga escala. Esta teoria tem grandes trunfos, como a equivalência entre a massa inercial e a massa gravitacional, além disso explica os desvios nas órbitas dos corpos celestes em torno do Sol, corrigindo a teoria da gravidade de Newton, e prever a deflexão de raios de luz que passam perto do Sol e fornece um formalismo muito poderoso.

Entretanto, é de conhecimento geral que as teorias de gravidade não são renormalizáveis. Também é de conhecimento geral que a teoria da relatividade de Einstein é muito bem sucedida como uma teoria efetiva que se decompõe em alguma escala. Sendo assim, é de se esperar que tenhamos uma teoria mais geral renormalizável que em alguma escala retome a teoria de Einstein [111]. Observando, por exemplo, a ação de Einstein-Hilbert, notamos que a mesma só possui derivadas de baixas ordens de curvatura, então é natural que uma teoria renormalizável possa ser obtida através da inclusão de termos de curvatura de ordem superior.

A teoria de Einstein é muito bem sucedida quando considera-se uma pequena curvatura, porém para situações onde a curvatura é maior a teoria acaba falhando, como no estudo de marés, onde os escalares de curvatura divergem. Isso significa que quando trata-se de regiões do espaço-tempo onde a curvatura é muito alta, ou seja, a escala de comprimento é muito pequena, o tratamento quântico é necessário. A escala onde os fenômenos quânticos se tornam importantes é a escala de Planck.

Nessas escalas uma teoria quântica da gravidade é necessária, e uma foi recentemente proposta por Petr Horava [103], que abandona a equivalência entre tempo e espaço assumida por Einstein, substituindo-a pela simetria de Lifshitz, que é um reescalonamento anisotrópico, dado por

$$x^i \rightarrow bx^i, \quad t \rightarrow b^z t, \tag{A.1}$$

onde z é um expoente dinâmico crítico. Quando $z = 1$ temos a equivalência entre tempo e espaço. Neste capítulo vamos trabalhar exatamente nessa situação, uma vez que estamos em duas dimensões.

Recentemente foi proposta uma nova solução de um buraco negro Horava-Lifshitz em duas dimensões [59]. Neste capítulo o principal objetivo é abordar as questões das correções quânticas de entropia deste buraco negro de Horava-Lifshitz.

A.2 Princípio da incerteza generalizado

O princípio da incerteza de Heisenberg representa uma propriedade fundamental para sistemas quânticos. Esta propriedade diz que deve haver um limite na precisão das medições de observáveis físicos como, por exemplo, a posição e o momento, assim não se pode calcular precisamente o tempo e a energia simultaneamente. Em outras palavras, quanto mais precisa é uma medida, menos precisa será a outra [112, 113]. A relação de incerteza é dada por

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \tag{A.2}$$

onde Δx e Δp são as incertezas para posição e o momento, respectivamente. Note que esse fato contraria drasticamente a mecânica newtoniana, uma vez que nesta última pode-se medir simultaneamente as duas grandezas com precisão absoluta. Esse é o conteúdo do princípio da incerteza, um conceito fundamental para a física, apresentado por Werner Heisenberg em 1927 [114]. Note que a incerteza não está relacionada aos erros experimentais.

Com a melhoria experimental recente, tornou-se possível a detecção de uma mensurabilidade limitada de comprimentos quânticos. Assim pode-se usar as desigualdades de Wigner para descrever o limite quântico do tempo de vida do buraco negro [115, 116]. Verifica-se então que o raio de Schwarzschild é correspondente às restrições sobre o comprimento de Wigner. Mostrando que existe um comprimento quântico mínimo. A ideia fundamental é simples: a corda não interage a distâncias menores do que o seu tamanho, que é determinado pela sua tensão. A informação acerca das interações da corda seria incluída no loop de Polyakov. A existência de um comprimento mínimo leva a um princípio da incerteza generalizado [117].

Muitos trabalhos estão sendo produzidos utilizando o conceito do princípio da incerteza generalizado para, dentre outras coisas, obter-se as correções quânticas de grandezas físicas através deste princípio. Muitos outros trabalhos estão sendo propostos na literatura, a fim de compreender os aspectos quânticos da entropia do buraco negro, por exemplo [118, 119, 120, 121, 122, 123, 124]. Na referência [125, 126] os autores mostraram que as correções quânticas para a entropia de Bekenstein-Hawking são logarítmicas e dependentes da área. Além disso, nas referências [127, 128] encontrou-se um termo de correção adicional para a entropia que depende de cargas conservadas e nas referências [128, 129, 130] utilizando o método de brick-wall foi investigada a entropia de um buraco negro acústico em duas dimensões. No entanto, ao determinar a entropia por este método notou-se que deve ser inserido um cut-off na região do ultra-violeta para eliminar a divergência na densidade de

estados próximo ao horizonte de buracos negros. Por outro lado, os modelos que consideram que a relação de incerteza de Heisenberg é modificada a divergência que surge no modelo de brick-wall são eliminadas [131, 132, 133, 134, 135, 136], já em [137, 138] foram analisadas as correções para a termodinâmica dos buracos negros admitindo o princípio da incerteza generalizado.

Por exemplo, no espaço unidimensional, temos a seguinte modificação para a relação de incerteza de Heisenberg

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} [1 + \alpha^2 (\Delta p)^2], \quad (\text{A.3})$$

onde α é uma constante positiva que é independente das incertezas. As propriedades termodinâmicas dos buracos negros são modificadas por causa da generalização do princípio da incerteza.

A fim de se obter correções na temperatura do buraco negro, o limite de momento máximo no princípio da incerteza generalizado é identificado como um limite na energia máxima do sistema e a incerteza na posição pode ser tomada como sendo proporcional ao raio do horizonte de eventos do buraco negro [139, 140, 141, 142].

As próximas seções, inspiradas por todas as pesquisas citadas anteriormente, concentram-se principalmente em novas soluções para o buraco negro de Horava-Lifshitz em duas dimensões através do método de Hamilton-Jacobi, a fim de determinar a temperatura e a entropia de um buraco negro usando o princípio da incerteza generalizado.

A.3 Correções quânticas

Nesta seção, considera-se o GUP (generalized uncertainty principle) e aplica-se o método de Hamilton-Jacobi no formalismo de tunelamento para se calcular a temperatura de Hawking e a entropia corrigidas quanticamente de um buraco negro de Horava-Lifshitz em duas dimensões. Assim, para o princípio da incerteza generalizado, temos

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \left(1 - \alpha \frac{l_p}{\hbar} \Delta p + \frac{\alpha^2 l_p^2}{\hbar^2} (\Delta p)^2 \right), \quad (\text{A.4})$$

onde α é um parâmetro dimensional positivo e l_p o comprimento de Planck. Pode-se escrever ainda a equação (A.4) da seguinte maneira

$$\Delta p \geq \frac{\hbar(\Delta x + \alpha l_p)}{2\alpha^2 l_p^2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\alpha^2 l_p^2}{(\Delta x + \alpha l_p)^2}} \right), \quad (\text{A.5})$$

onde escolhe-se o sinal negativo. Desde que $\frac{l_p}{\Delta x} \ll 1$, a equação acima pode ser expandida em série de Taylor

$$\Delta p \geq \frac{1}{\Delta x} \left[1 - \frac{\alpha}{\Delta x} + \frac{2\alpha^2}{(\Delta x)^2} + \dots \right]. \quad (\text{A.6})$$

aqui considera-se as unidades naturais ($c = k_B = \hbar = 1$) e $l_p = 1$. Neste regime princípio da incerteza generalizado também pode ser escrito como

$$\Delta p \Delta x \geq 1. \quad (\text{A.7})$$

Agora, identifica-se a estado de momento (Δp) no princípio de incerteza generalizado com o estado de energia do sistema (ω), isto é $\Delta p \geq 1/\Delta x = \omega$. Assim, a equação (A.6) pode ser escrita como

$$\omega_G \geq \omega \left[1 - \frac{\alpha}{2(\Delta x)} + \frac{\alpha^2}{2(\Delta x)^2} + \dots \right], \quad (\text{A.8})$$

onde ω é a energia de uma partícula quântica.

Portanto, para uma partícula com energia corrigida ω_G , a probabilidade de tunelamento é dada por

$$\Gamma_G \cong \exp[-2ImI_G]. \quad (\text{A.9})$$

Consequentemente, a correção da temperatura torna-se

$$T_{HLG} = \frac{\omega}{2ImI_G} = T_{HL} \left[1 - \frac{\alpha}{2(\Delta x)} + \frac{\alpha^2}{2(\Delta x)^2} + \dots \right]^{-1}. \quad (\text{A.10})$$

Em seguida considera-se os três casos apresentados anteriormente, primeiramente vamos calcular as demais grandezas termodinâmicas para depois disso calcularmos as correções.

A.3.1 Primeiro caso: Buraco negro tipo Schwarzschild

Para calcular a entropia, usamos

$$S_{HL1} = \int \frac{dM}{T_{HL1}}, \quad (\text{A.11})$$

e substituindo a equação (2.38) na equação (A.11), encontra-se

$$S_{HL1} = \pi \ln \left(\frac{M}{M_0} \right), \quad (\text{A.12})$$

ou melhor

$$S_{HL1} = \pi \ln (\pi M^2) - \pi \ln (\pi M M_0). \quad (\text{A.13})$$

Esta é a entropia esperada em buracos negros em duas dimensões [90]. Além disso, o primeiro termo da equação (A.13) se assemelha a um termo de correção que é do tipo $\ln \left(\frac{A}{4} \right) = \ln (4\pi M^2)$ para a entropia dos buracos negros em quatro dimensões. Observe que o significado da entropia para buracos negros em duas dimensões é diferente dos casos de dimensões mais elevadas. Isto é porque o horizonte de eventos é simplesmente um ponto, ou seja, não tem qualquer área. No entanto, ainda admite a relação termodinâmica [135, 136]

$$dM = T dS - \Phi dQ, \quad (\text{A.14})$$

onde Φ é o potencial elétrico, e não é necessário qualquer momento angular. Assim, o horizonte tem a sua temperatura própria e uma entropia associada, permitindo assim utilizar a equação (A.14) para definir a entropia [90]. Note que a constante M_0 desempenha o papel de um comprimento fundamental, as propriedades termodinâmicas de um buraco negro em duas dimensões já exigem este comprimento [90]. Isto parece ter a característica de teorias que não existem no regime semi-clássico. Assim, um comprimento mínimo mensurável implica em uma revisão importante da física quântica [143].

Também podemos calcular o calor específico que é dado por

$$C = T \frac{\partial S}{\partial T}, \quad (\text{A.15})$$

assim, das equações (2.38) e (A.13), obtemos

$$C_{HL1} = \pi. \quad (\text{A.16})$$

A temperatura de Hawking pode ser usada para calcular a taxa de emissão. Em um buraco negro a energia emitida é dominada por fótons [144]. Usando a lei de Stefan-Boltzmann em duas dimensões, temos:

$$\frac{dM}{dt} \propto T^2. \quad (\text{A.17})$$

Desta forma, a taxa de emissão neste caso é

$$\frac{dM_{HL1}}{dt} \propto \frac{M^2}{\pi^2}. \quad (\text{A.18})$$

A.3.2 Segundo Caso: Buraco negro tipo Reissner-Nordström

Para a entropia encontra-se os seguintes resultados

$$S_{HL2} = \int \frac{dM}{T_{HL2}} = 2\pi\eta\sqrt{M\Lambda}. \quad (\text{A.19})$$

Das equações (2.41) e (A.19), o calor específico é dado por

$$C_{HL2} = \pi\eta\sqrt{M\Lambda}. \quad (\text{A.20})$$

A taxa de emissão é dada por

$$\frac{dM_{HL2}}{dt} \propto \frac{1}{(\pi\eta)^2} \frac{M}{\Lambda}. \quad (\text{A.21})$$

A.3.3 Terceiro caso: Buraco negro tipo AdS-Schwarzschild

Para a entropia encontramos o seguinte resultado

$$S_{AdS-S} = 2^{1/3}\pi\eta(M\Lambda)^{2/3}. \quad (\text{A.22})$$

Das equações (2.44) e (A.22), o calor específico é dado por

$$C_{AdS-S} = 2^{\frac{4}{3}} \pi \eta \Lambda \frac{M}{(M\Lambda)^{\frac{1}{3}}}. \quad (\text{A.23})$$

A taxa de emissão é dada por

$$\frac{dM_{AdS-S}}{dt} \propto \frac{9}{4^{4/3} \pi^2 \eta^2} \left(\frac{M}{\Lambda^2} \right)^{2/3}. \quad (\text{A.24})$$

A.3.4 Correção quântica para o buraco negro tipo Schwarzschild

Aqui escolhe-se $\Delta x = 2x_h^+ = 2\Lambda\sqrt{2/\eta}$. Assim, para o primeiro caso, a temperatura corrigida em função do princípio de incerteza generalizado é dada por

$$T_{HLG1} = T_{HL1} \left[1 - \frac{\alpha l_p}{4\Lambda} \sqrt{\frac{\eta}{2}} + \frac{\eta \alpha^2 l_p^2}{16\Lambda^2} + \dots \right]^{-1}. \quad (\text{A.25})$$

De modo que, devido a correção a entropia torna-se

$$S_{HLG1} = \int \frac{dM}{T_{HLG1}} = \left[\pi - \frac{\pi \alpha l_p}{4\Lambda} \sqrt{\frac{\eta}{2}} + \frac{\pi \eta \alpha^2 l_p^2}{16\Lambda^2} + \dots \right] \ln \left(\frac{M}{M_0} \right). \quad (\text{A.26})$$

Correções devido ao princípio de incerteza generalizado para a entropia não alteram a dependência do parâmetro de massa que é sempre do tipo $\ln(M)$ e M^2 .

O calor específico corrigido é dado por

$$C_{HLG1} = C_{HL1} \left[1 - \frac{\alpha l_p}{4\Lambda} \sqrt{\frac{\eta}{2}} + \frac{\eta \alpha^2 l_p^2}{16\Lambda^2} + \dots \right] \quad (\text{A.27})$$

A taxa de emissão corrigida é

$$\frac{dM_{HLG1}}{dt} \propto \frac{M^2}{\pi^2} \left[1 - \frac{\alpha l_p}{4\Lambda} \sqrt{\frac{\eta}{2}} + \frac{\eta \alpha^2 l_p^2}{16\Lambda^2} + \dots \right]^{-2}. \quad (\text{A.28})$$

Devido ao GUP também podemos resolver a questão da massa mínima de buracos negros. A partir da Eq. (A.5), podemos garantir a seguinte desigualdade

$$4\alpha^2 l_p^2 \leq (\Delta x + \alpha l_p)^2. \quad (\text{A.29})$$

Entretanto, no presente caso, o horizonte não depende da massa, isto é, $\Delta x = 2\Lambda\sqrt{2/\eta}$, nós simplesmente encontramos uma escala de comprimento mínimo dado por

$$\Lambda_{min} = \frac{\alpha l_p}{2\sqrt{2/\eta}}. \quad (\text{A.30})$$

A.3.5 Correção quântica para o buraco negro tipo Reissner-Nordström

Agora, para o segundo caso temos $\Delta x = 2\Lambda\sqrt{M\Lambda}$ e a temperatura corrigida devido ao GUP é

$$T_{HLG2} = T_{HL2} \left[1 - \frac{\alpha l_p}{4\Lambda\sqrt{M\Lambda}} + \frac{\alpha^2 l_p^2}{8M\Lambda^3} + \dots \right]^{-1}. \quad (\text{A.31})$$

Conseqüentemente, para a entropia corrigida obtemos

$$S_{HLG2} = \int \frac{dM}{T_{HLG2}} = 2\pi\eta\sqrt{M\Lambda} - \frac{\pi\eta\alpha l_p}{4\Lambda} \ln\left(\frac{M}{M_0}\right) - \frac{\pi\eta\alpha^2 l_p^2}{4\Lambda^3} \sqrt{\frac{\Lambda}{M}} + \dots \quad (\text{A.32})$$

Neste exemplo, além de outros tipos de correções, foi obtida uma correção logarítmica para a entropia do buraco negro. Esta correção logarítmica aparece a partir da contribuição $\alpha l_p(\Delta p)$ no GUP.

O calor específico corrigido é dado por

$$C_{HLG2} = \pi\eta\sqrt{M\Lambda} - \frac{\pi\eta\alpha l_p}{8\Lambda} \ln\left(\frac{M}{M_0}\right) - \frac{\pi\eta\alpha^2 l_p^2}{8\Lambda^3} \sqrt{\frac{\Lambda}{M}} + \dots \quad (\text{A.33})$$

A taxa de emissão corrigida é

$$\frac{dM_{HLG2}}{dt} \propto \frac{1}{(\pi\eta)^2} \frac{M}{\Lambda} \left[1 - \frac{\alpha l_p}{4\Lambda\sqrt{M\Lambda}} + \frac{\alpha^2 l_p^2}{8M\Lambda^3} + \dots \right]^{-2}. \quad (\text{A.34})$$

Neste caso o horizonte é dependente da massa. Assim, substituindo $\Delta x = 2\Lambda\sqrt{M\Lambda}$ na equação (A.29), a massa mínima é dada por

$$M_{min} = \frac{\alpha^2 l_p^2}{4\Lambda^3}. \quad (\text{A.35})$$

A.3.6 Correção quântica para o caso tipo AdS-Schwarzschild

Agora, para o segundo caso têm-se $\Delta x = 2(4M\Lambda^4)^{1/3}$ e a correção da temperatura devido as correções são dadas por

$$T_{AdS-S-G} = T_{AdS-S} \left[1 - \frac{\alpha l_p 4^{2/3}}{16(M\Lambda^4)^{1/3}} + \frac{\alpha^2 l_p^2 4^{1/3}}{32(M\Lambda^4)^{2/3}} + \dots \right]^{-1}. \quad (\text{A.36})$$

Consequentemente, para a correção da entropia, obtêm-se

$$\begin{aligned} S_{AdS-S-G} &= \int \frac{dM}{T_{AdS-S-G}} \\ &= 2^{1/3} \pi \eta (M\Lambda)^{2/3} - \frac{1}{4} \frac{\pi \eta 2^{2/3} \alpha l_p (M\Lambda)^{1/3}}{\Lambda} + \frac{1}{24} \frac{\pi \eta \alpha^2 l_p^2}{\Lambda^2} \ln \left(\frac{M}{M_0} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

Agora, o resultado tem mais semelhança com o segundo caso.

Observe que foram obtidas as correções quânticas para a entropia, devido aos efeitos do princípio da incerteza generalizado considerando o formalismo de tunelamento através do método de Hamilton-Jacobi.

O calor específico corrigido é dado por

$$C_{AdS-S-G} = 2^{4/3} \pi \eta \Lambda \frac{M}{(M\Lambda)^{1/3}} - \frac{1}{2} \frac{\pi \eta 2^{2/3} \alpha l_p (M\Lambda)^{1/3}}{\Lambda} + \frac{1}{12} \frac{\pi \eta \alpha^2 l_p^2}{\Lambda^2} \ln \left(\frac{M}{M_0} \right). \quad (\text{A.38})$$

A taxa de emissão corrigida é dada por

$$\frac{dM_{AdS-S-G}}{dt} \propto \frac{9}{4^{4/3} \pi^2 \eta^2} \left(\frac{M}{\Lambda^2} \right)^{2/3} \left[1 - \frac{\alpha l_p 4^{2/3}}{16(M\Lambda^4)^{1/3}} + \frac{\alpha^2 l_p^2 4^{1/3}}{32(M\Lambda^4)^{2/3}} + \dots \right]^{-2}. \quad (\text{A.39})$$

Como neste caso temos $\Delta x = 2(4M\Lambda^4)^{1/3}$, a equação (A.29) nos fornece a massa mínima

$$M_{min} = \frac{\alpha^3 l_p^3}{32\Lambda^4}. \quad (\text{A.40})$$

Aqui apresentamos a termodinâmica do buraco negro de Horava-Lifshitz em duas dimensões apresentado no capítulo 2. Calculamos também as correções quânticas das grandezas encontradas através do princípio da incerteza generalizado.