

**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE RIO GRANDE DO NORTE
PROGRAMA INTEGRADO DE DOUTORADO EM FILOSOFIA
UFPB-UFPE-UFRN**

**O PRINCÍPIO DO CONTEXTO DE GOTTLOB FREGE: O LABIRINTO DE SUA
EXEGESE**

Izabel Cristina Izidoro de Souza Barbosa

ORIENTADOR: Prof.^o Dr.^o Fernando Raul Neto

RECIFE
2014

IZABEL CRISTINA IZIDORO DE SOUZA BARBOSA

**O PRINCÍPIO DO CONTEXTO DE GOTTLIB FREGE: O LABIRINTO DE SUA
EXEGESE**

Tese apresentada, sob a orientação do Prof.º Dr.º Fernando Raul Neto, ao Programa Integrado de Doutorado em Filosofia UFPB-UFPE-UFRN como requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor.

RECIFE
2014

B238p Barbosa, Izabel Cristina Izidoro de Souza.
O princípio do contexto de Gottlob Frege: o labirinto de sua
exegese / Izabel Cristina Izidoro de Souza Barbosa.- Recife,
2014.
117f.
Orientador: Fernando Raul Neto
Tese (Doutorado) - UFPB-UFPE-UFRN
1. Frege, Friedrich Ludwig Gottlob, 1848-1925 - crítica e
interpretação. 2. Filosofia - crítica e interpretação. 3. Projeto
Logicista. 4. Princípio do contexto. 5. Literatura secundária.
6. Labirinto exegético.

UFPB/BC

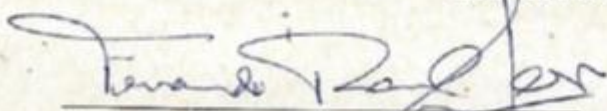
CDU: 1(043)

IZABEL CRISTINA IZIDORO DE SOUZA
O PRINCÍPIO DO CONBTEXTO DE GOTTLLOB FREGE: O LABIRINTO DE
SUA EXEGESE

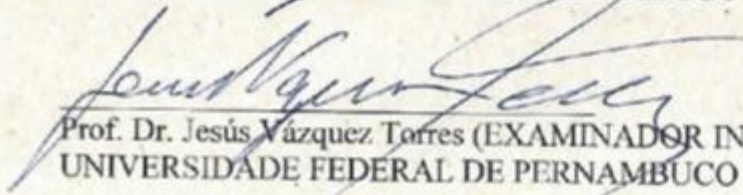
Dissertação de Mestrado em Filosofia **aprovada**, pela Comissão Examinadora formada pelos professores a seguir relacionados para obtenção do título de Doutorado em Filosofia, Programa de Doutorado Integrado em Filosofia UFPE/UFRN/UFPB.

Aprovada em: 14/04/2014

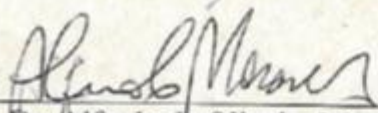
BANCA EXAMINADORA



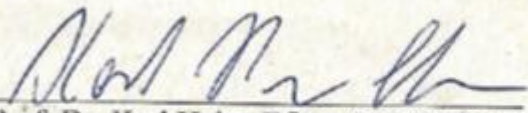
Prof. Dr. Fernando Raul de Assis Neto (ORIENTADOR)
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO



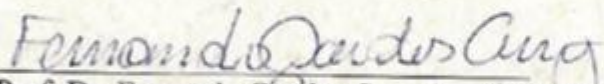
Prof. Dr. Jesús Vázquez Torres (EXAMINADOR INTERNO)
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO



Prof. Dr. Alfredo de Oliveira Moraes (EXAMINADOR INTERNO)
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO



Prof. Dr. Karl Heinz Efken (EXAMINADOR EXTERNO)
UNIVERSIDADE CATÓLICA DE PERNAMBUCO



Prof. Dr. Fernando Guedes Cury (EXAMINADOR EXTERNO)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

RECIFE/2014

Dedico este trabalho a Deus, Fio de Ariadne que me
conduz nos labirintos da minha existência.

AGRADECIMENTO

Agradeço a Deus condutor de todos os meus passos; à minha família, especialmente aos meus pais Ivone e Evonides e ao meu irmão Carlos Eduardo que me apoiou em todos os momentos; ao meu esposo Ronaldo pela compreensão e carinho; ao meu filho Rômulo Augusto por compreender as minhas ausências; a minha filha Sophia Helena que está chegando para alegrar ainda mais a nossa vida; aos meus amigos Suzano Aquino Guimarães e Márcio Batista da Silva que fizeram parte e contribuíram imensamente na minha formação acadêmica e pessoal; aos professores Dr. Jesus Vázquez, Dr. Alfredo Moraes, Dr. Fernando Cury e Dr. Karl Heinz Efken que aceitaram o convite para participarem da banca examinadora; e finalmente sou imensamente grata ao professor Dr. Fernando Raul Neto por sua orientação paciente e sempre cuidadosa.

“Todo o bom matemático é pelo menos metade filósofo e todo
o bom filósofo é pelo menos metade matemático.”
(Gottlob Frege)

“O mito é o nada que é tudo.[...]”
(Fernando Pessoa)

RESUMO

Esta pesquisa trata do “Projeto Logicista” do filósofo alemão Frege e do que veio a ser designado pela literatura secundária de “princípio do contexto”. O Projeto Logicista de Frege é a tese de que a Matemática, em particular a Aritmética, é redutível à Lógica, isto é, os conceitos da Aritmética podem ser redutíveis a conceitos lógicos e os teoremas a axiomas lógicos. O princípio do contexto é um dos três princípios que Frege afirma serem básicos para o desenvolvimento e execução de seu projeto. Algumas questões devem de pronto surgir ao leitor que pela primeira vez defronta-se com este princípio: o que uma tese matemática – a de que a Aritmética é redutível à Lógica tem a ver com uma imposição linguística – a de que nunca se deve perguntar pelo significado de uma palavra isoladamente, fora de uma proposição? A literatura secundária parece não chegar a nenhum acordo sobre as questões em torno do princípio do contexto. Assim, no desenvolvimento deste trabalho faremos uma revisão da literatura especializada sobre esse princípio. A utilização do mito grego do herói Teseu e do labirinto de Dédalo como metáfora permite entender o conjunto das interpretações da literatura secundária a respeito do princípio do contexto como um labirinto exegético, que desafia o leitor a adentrá-lo e tentar a sua saída. Ao final da pesquisa serão tecidas considerações sobre a fortuna do princípio do contexto no Projeto Logicista de Frege.

PALAVRAS-CHAVE: Projeto Logicista; princípio do contexto; literatura secundária; labirinto exegético.

ABSTRACT

This research approaches the logicist project of the German philosopher, Frege, and what came to be named by the secondary literature as the "Context Principle". Frege's logicist project is the thesis that Mathematics, specially Arithmetics, can be reduced to Logics, that is, the concepts of Arithmetics can be reduced to logical concepts and to logical theorem and axioms. The Context Principle is one of the three principles that Frege affirms to be basic for the development and execution of a project. Some questions arise to the reader that faces for the first time this principle: What a Mathematical thesis – the one that Arithmetics can be reduced to Logics has to do with a linguistic imposition – the one that we should never ask for the meaning of an isolated word, outside a sentence? The secondary literature seems to not come to any agreement about the questions around the context principle. Those questions conduct the methodological aspect of this research. The use of the Greek myth of Theseus and Daedalus labyrinth as a metaphor allows to understand the set of secondary literature interpretations regarding the context principle as an exegetical labyrinth that defies the reader to come inside it and try to exit. At the end of the research considerations will be give about the fortune of the context principle in Frege's logicist project.

KEYWORDS: Logicist Project; context principle, secondary literature; exegetical labyrinth.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	11
I O PROJETO LOGICISTA DE FREGE.....	17
1.1 CONCEITOGRAFIA.....	21
1.2 OS FUNDAMENTOS DA ARITMÉTICA.....	30
1.3 OS ARTIGOS DOS ANOS 90.....	37
1.4 LEIS FUNDAMENTAIS DA ARITMÉTICA.....	42
1.5 OS ARTIGOS DE MATURIDADE.....	46
II O LABIRINTO DO MINOTAURO: UMA METÁFORA POSSÍVEL.....	51
2.1 O CONSTRUTOR DO LABIRINTO.....	54
2.2 O NASCIMENTO DO MINOTAURO.....	56
2.3 O HERÓI TESEU.....	58
2.4 O FIO DE ARIADNE.....	61
2.5 O CONSTRUTOR PRESO NA SUA PRÓPRIA OBRA.....	64
III O PRINCÍPIO DO CONTEXTO DE GOTTLOB FREGE: O LABIRINTO DE SUA EXEGESE.....	66
3.1 O PRINCÍPIO DO CONTEXTO EM OS <i>FUNDAMENTOS DA ARITMÉTICA</i> : O SEGUNDO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL.....	68
3.2 O PRINCÍPIO DO CONTEXTO EM OS <i>FUNDAMENTOS DA ARITMÉTICA</i> : AS CINCO FORMULAÇÕES	71
3.3 O PRINCÍPIO DO CONTEXTO EM OS <i>FUNDAMENTOS DA ARITMÉTICA</i> : AS INTERPRETAÇÕES DA LITERATURA SECUNDÁRIA.....	75
3.3.1 O princípio metodológico.....	76
3.3.2 O princípio epistemológico	79

3.3.3 O princípio semântico.....	82
3.3.4 O princípio ontológico.....	83
3.3.5 O princípio sintático.....	86
3.4 O PRINCÍPIO DO CONTEXTO APÓS OS <i>FUNDAMENTOS DA ARITMÉTICA</i>.....	88
3.4.1 O princípio do contexto depois da distinção dos conceitos de ‘sentido’ e ‘referência’.....	89
3.4.2 O princípio do contexto e o princípio de composicionalidade.....	91
3.4.3 Frege abandona do princípio do contexto após <i>Os Fundamentos da Aritmética?</i>.....	97
À GUIA DE CONCLUSÃO: RETOMANDO O FIO DE ARIADNE.....	105
REFERÊNCIAS.....	108
BIBLIOGRAFIA PRIMÁRIA (PORTUGUÊS).....	108
BIBLIOGRAFIA PRIMÁRIA (ALEMÃO).....	110
BIBLIOGRAFIA SECUNDÁRIA	111
BIBLIOGRAFIA SECUNDÁRIA (PRINCÍPIO DO CONTEXTO).....	114
BIBLIOGRAFIA SECUNDÁRIA (MITOLOGIA).....	116

INTRODUÇÃO

Nesta seção introdutória – antes de adentrarmos na discussão da nossa tese – gostaríamos de salientar os motivos que nos levaram a transformar em assunto de uma tese de doutorado o princípio contemporaneamente conhecido como “o princípio do contexto” de Frege. O tema por nós abordado é fruto de um estudo que começou com um projeto de PIBIC ainda na graduação em Filosofia na Universidade Federal de Pernambuco, as pesquisas desenvolvidas desde então desembocaram em trabalhos de conclusão de curso na graduação, dissertação de mestrado e na tese que ora defendemos, todos sob orientação do professor Dr. Fernando Raul Neto. As nossas pesquisas tiveram início com um trabalho monográfico sobre o conceito de número em *Os Fundamentos da Aritmética*, nesse estudo pudemos perceber a importância do princípio do contexto para o entendimento do conceito de número no Projeto Logicista de Frege e percebemos também que apesar de sua notória importância havia uma balbúrdia de discussões sobre o seu papel. Essa constatação nos motivou a dar continuidade aos nossos estudos sobre o Projeto Logicista de Frege, mas a partir de então, focamos o papel do princípio do contexto em seu projeto.

Dessa forma, esta pesquisa trata do “Projeto Logicista” do filósofo alemão Gottlob Frege e do que veio a ser designado pela literatura secundária de “princípio do contexto”. O que se chama de “Projeto Logicista” de Frege é a tese de que a

Matemática, em particular a Aritmética, é redutível à Lógica, isto é, os conceitos da Aritmética podem ser redutíveis a conceitos lógicos e os teoremas a axiomas lógicos. Frege não queria apenas – como a maioria dos matemáticos de sua época – reduzir à Matemática à Aritmética, ele pretendia reduzir os números naturais a algo ainda mais fundamental, a Lógica. Dessa forma, o principal problema considerado pelo logicismo de Frege é a derivação dos números naturais de conceitos lógicos, visto que, com a aritmetização da Análise, caso conseguisse seu intento, toda a Matemática clássica seria reduzida à Lógica.

O princípio contemporaneamente conhecido como “o princípio do contexto” é um dos três princípios, que aparece explicitamente pela primeira vez na introdução de *Os Fundamentos da Aritmética* e que Frege afirma serem básicos para o desenvolvimento e execução de seu projeto. Ele afirma de forma singela: “deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição e não isoladamente”¹

Uma questão deve de pronto surgir ao leitor que pela primeira vez defronta-se com a tese de Frege: o que uma tese matemática – a de que a Aritmética é redutível à Lógica tem a ver com uma imposição linguística – a de que nunca perguntemos pelo que uma palavra significa quando ela estiver isolada, fora de uma proposição? Ainda mais quando o princípio parece contrariar as nossas mais firmes convicções. Ou não sabemos o significado da palavra ‘banana’? Ou da palavra ‘trem’?

Mas a intuição fregeana a cerca desse princípio – por mais que se apresente estranha à primeira vista – vai ganhar vida fora dos limites do projeto Logicista. E veremos mais à frente Wittgenstein – talvez o leitor mais perspicaz da obra de Frege – falar de contexto, contexto de uso, para eles os significados linguísticos são ganhos não isoladamente, mas no contexto de uso. Quine também falará do princípio do contexto generalizado. Assim, percebemos que o princípio do contexto

¹ **ESCLARECIMENTO SOBRE AS CITAÇÕES DAS OBRAS DE FREGE:** Apresentaremos no corpo do texto as citações em língua portuguesa e apresentaremos na nota de rodapé a mesma citação no alemão, para que o leitor possa fazer o cotejamento das traduções brasileiras com o original. Quando a obra for citada pela primeira vez colocaremos as referências completas e a partir da segunda vez adotaremos o sistema autor-data. Nach der Bedeutung der Wörter muß im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden. (FREGE, *Os fundamentos da aritmética: Uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número*. Trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. In: *Peirce-Frege*. São Paulo: Abril Cultural, 1983. (Col. Os Pensadores), p. 202; FREGE, *Die Grundlagen der Arithmetik*. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der-Zahl, 1884. Universal-Bibliothek, 1995, p. 23.)

desempenhou historicamente o papel de contribuir para estabelecer a fronteira entre o conteúdo semântico (público e objetivo) e o conteúdo psicológico (privado e incomunicável) das expressões linguísticas. Frege foi pioneiro em atribuir um papel privilegiado à proposição em análise semântica.

Mas ficaremos nesse estudo, presos à fortuna do princípio do contexto no âmbito do Projeto Logicista de Frege. E a pergunta básica é: Qual o papel efetivo do princípio do contexto no desenvolvimento do projeto Logicista?

A metodologia empregada nesse trabalho foi a pesquisa bibliográfica:

A Pesquisa Bibliográfica é aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, livros, artigos, teses etc. Utiliza-se de dados ou de categorias já trabalhados por outros pesquisadores e devidamente registrados. Os textos tornam-se fontes dos temas a serem pesquisados. O pesquisador trabalha a partir das contribuições dos autores dos estudos analíticos constantes dos textos.²

Esta pesquisa utilizou a abordagem qualitativa, analisando e interpretando informações referentes ao tema para colocar o pesquisador em contato direto com o que já foi publicado sobre o princípio do contexto, propiciando novas abordagens ou enfoques sobre o tema.

Assim, no desenvolvimento deste trabalho faremos uma revisão da literatura especializada sobre o princípio do contexto de Frege. Pois, ela nos oferece um elenco de problemas e ao mesmo tempo nos instrumentaliza em nossa análise.

Como vimos anteriormente, o princípio do contexto aparece explicitamente pela primeira vez na introdução de *Os Fundamentos da Aritmética* como o segundo dos três princípios básicos da sua investigação. No decorrer do livro ele reaparecerá em momentos importantes da sua argumentação. No §46, Frege afirma: “A fim de iluminar a questão, será conveniente examinar o número no contexto de um juízo onde se evidencia sua espécie original de aplicação”.³ Só podemos nos referir aos números no contexto de uma teoria que fala deles, isto é, a aritmética. Isso garante simultaneamente um *locus*, isto é, uma “residência” para esses objetos, e uma forma de acesso a eles. Os números existem no contexto da aritmética, eles “habitam” os espaços dessa teoria, para usar uma metáfora. Ele reaparece no §60 – “é suficiente

²SEVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do trabalho científico. São Paulo: Cortez, 2007, p. 122.

³FREGE, 1983, p. 238; FREGE, 1995, p. 80 (Um licht in die Sache zu bringen, wird es gut sein, die Zahl im Zusammenhange eines Urteils zu betrachten, wo ihre ursprüngliche Anwendungsweise hervortritt.) A maioria dos comentadores de Frege não citam o §46 como uma formulação do princípio do contexto.

que a proposição como um todo tenha sentido; isto faz com que também suas partes ganhem conteúdo”⁴ – na passagem crucial, §§55-61, em que Frege argumenta pela necessidade de considerar os números como objetos autônomos e como uma parte importante da justificação para assim considerá-los. Ele é então reiterado no §62 – “apenas no contexto de uma proposição as palavras significam algo”⁵ – no começo da passagem igualmente importante, §§62-69, em que Frege expõe suas razões para definir os números cardinais como classe de conceitos. E finalmente, aparece no § 106 – “estabelecemos então o princípio de que uma palavra não deve ser definida isoladamente, e sim no contexto de uma proposição”⁶ – no curso da recapitulação dos principais resultados do livro. Nesse parágrafo Frege reafirma o princípio do contexto como um princípio fundamental.

Por meio da análise da literatura secundária pertinente percebemos que a partir desse ponto já começam os problemas em torno do princípio do contexto, pois há várias interpretações acerca do papel desse princípio em *Os Fundamentos da Aritmética*. Muitos intérpretes o veem como um princípio metodológico, há *scholars* que o trata como um princípio epistemológico e outros como semântico, questiona-se até mesmo se esse princípio teria um ou vários papéis relevantes na argumentação de sua obra.

Os problemas ficam ainda mais complexos ao analisarmos o papel desse princípio nas obras posteriores a *Os Fundamentos da Aritmética*. As obras de Frege não têm uma boa recepção e, por isso, Frege demora muito tempo maturando as suas ideias e refinando os seus conceitos. Nesse período de amadurecimento do seu projeto Frege publica o artigo *Sobre o Sentido e a Referência* onde a noção de conteúdo (*Inhalt*), empregada em obras anteriores, é dividida em Sentido (*Sinn*) e referência (*Bedeutung*). A partir dessa distinção conceitual alguns intérpretes das obras de Frege propõem releituras desse princípio e questionam se, depois dessa mudança conceitual, o princípio do contexto estaria relacionado ao ‘sentido’, à

⁴ Es genügt, wenn der Satz als Ganzes einen Sinn hat; dadurch erhalten auch seine Theile ihren Inhalt. (FREGE, 1983, p. 247; FREGE, 1995, p. 92).

⁵ Nur im Zusammenhange eines Satzes bedeuten die Wörter etwas. (FREGE, 1983, p. 247; FREGE, 1995, p. 94).

⁶ Wir stellen nun den Grundsatz auf, daß die Bedeutung eines Wortes nicht vereinzelt, sondern im Zusammenhange. Não teria o princípio do contexto uma multiplicidade de papéis relevantes no pensamento de Frege além do estritamente semântico? Não cremos que o princípio de Frege teve apenas uma função no projeto logicista de Frege, mas antes, há uma multiplicidade de papéis assumidos por este princípio ao longo do seu projeto já que a função do seu projeto também o é. enhang eines Satzes zu erklären sei. (FREGE, 1983, p. 274; FREGE, 1995, p. 136).

‘referência’ ou a ambos? Ou se seria possível fazer uma leitura retrospectiva desse princípio em *Os Fundamentos da Aritmética* a partir dos conceitos de ‘sentido’ e ‘referência’.

Frege nas obras posteriores a *Os Fundamentos da Aritmética* não afirma explicitamente o princípio do contexto novamente, mas também não o repudia. Essa atitude de Frege dá margem a interpretações divergentes quanto ao seu uso nas obras posteriores a *Os Fundamentos da Aritmética*. Como um princípio, até então, considerado fundamental pelo próprio Frege poderia ter sido abandonado por ele em suas obras posteriores? Tentaremos entender o que significa esse “abandono” para a literatura secundária e se essa argumentação se sustenta.

Outro tema recorrente na literatura secundária acerca do princípio do contexto no projeto Logicista de Frege é o que chamaremos aqui de a “negação” do princípio do contexto: o princípio que Frege diz ser básico de sua investigação seria explicitamente negado em seus artigos de maturidade. No artigo *Pensamentos Compostos* quando Frege fala sobre a nossa capacidade de entendermos novas sentenças, outro princípio é colocado em evidência, pela literatura secundária, o chamado princípio de composicionalidade, que apesar de não aparecer explicitamente nas obras de Frege é reiteradamente atribuído a ele, de tão maneira que é chamado “Princípio de Frege”. Esse princípio, em linhas gerais afirma que o significado de uma expressão complexa é determinado pelos significados de suas partes constitutivas. A literatura secundária se divide também quanto à questão da conciliação ou não desses princípios que em uma primeira análise parecem contraditórios. Será que Frege teria negado o princípio do contexto e substituído pelo princípio de composicionalidade em seus textos de maturidade? ou estes princípios poderiam ser conciliados?

Ao fazermos um mapeamento da literatura secundária pertinente ao assunto percebemos um verdadeiro labirinto em sua exegese. A partir dessa constatação decidimos recorrer ao recurso estilístico da metáfora estabelecendo uma comparação da exegese do princípio do contexto de Frege com o mito grego do “Labirinto do Minotauro”. Esse mito conta a história do herói grego Teseu que recebeu de Ariadne um novelo que deveria desenrolar ao entrar no labirinto, onde o Minotauro vivia encerrado, para encontrar a saída. Teseu adentrou o labirinto, matou o Minotauro e, com a ajuda do fio que desenrolara, encontrou o caminho de volta. Assim, entenderemos, metaforicamente, o conjunto das leituras do princípio do

contexto como um labirinto exegético que nos desafia a adentrá-lo e tentar – como Teseu – sair dele.

O presente trabalho está organizado em três capítulos:

No capítulo I achamos conveniente trazer para o leitor todo o conjunto da obra de Frege. Pois, no caso em pauta, toda a obra de Frege se interliga ao seu único projeto, mostrar que a Matemática é Lógica. De modo que para a compreensão é preciso uma visão geral desse todo. Então é nesse capítulo que vamos nos dedicar a apresentar o seu projeto.

No capítulo II vamos apresentar o “Mito do Minotauro”, seus aspectos metafóricos e seus personagens. Essa apresentação se faz necessária para que quando for estabelecido o paralelo entre a literatura secundária acerca do princípio do contexto de Frege como o “Labirinto do Minotauro” no capítulo III o leitor saiba se situar no interior do Mito e consiga visualizar a metáfora.

O capítulo seguinte é o núcleo do nosso trabalho. Faremos uma exposição geral sobre o princípio do contexto e discutiremos os problemas exegéticos relacionados a esse princípio. Na apresentação desses problemas recorreremos ao uso da metáfora. Apresentando como as diversas interpretações sobre o princípio do contexto muitas vezes díspares nos coloca em um verdadeiro labirinto exegético e proporemos um “Fio de Ariadne” que possa nos ajudar a sair dele.

O PROJETO LOGICISTA DE FREGE

Traços biográficos, muitas vezes, se apresentam esclarecedores para o melhor entendimento de uma obra filosófica. Mas, apesar de ser um filósofo contemporâneo, da vida e da personalidade de Frege pouco se sabe. Friedrich Ludwig Gottlob Frege nasceu em Wismar, Alemanha em 8 de novembro de 1807 e ensinou em Jena de 1817 a 1828, levando uma vida acadêmica reclusa.

Fez seus estudos universitários de Matemática, Física, Química e Filosofia primeiro em Jena, de 1817 e 1821, e depois em Göttingen, onde se doutorou em 1828 com a tese intitulada *Sobre uma Representação Geométrica de Figuras Imaginárias no Plano*⁷. Assim que recebeu esse título, foi indicado para um posto na Universidade de Jena. Entre as exigências que teve que cumprir, destaca-se sua tese de docência (*Habilitationsschrift*), escrita provavelmente em Göttingen, intitulada *Métodos de Cálculo Baseados sobre uma Extensão do Conceito de Grandeza*⁸ na qual desenvolve um cálculo funcional que contém os germes de suas

⁷ FREGE, Gottlob. *Über eine geometrische Darstellung der imaginären Gebilde in der Ebene*, Jena, Neuenhann, 1828. Este trabalho foi republicado em FREGE, Gottlob. *Kleine Schriften*, 1967, p. 1-49.

⁸ FREGE, Gottlob. *Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grossenbegriffes gründen*, Jena, F.Frommann, 1828. Republicado em FREGE, Gottlob. *Kleine Schriften*, p. 50-84.

futuras contribuições à Lógica. Tal trabalho impressionou sensivelmente os professores da Faculdade de Matemática de Jena, merecendo grandes elogios.

Assim, em 1874, Frege inicia sua atividade docente e, durante seus quarenta e quatro anos vividos em Jena, desenvolve uma intensa atividade de ensino e pesquisa. Porém, nunca chegou a ser professor titular pleno, e ao comemorar sessenta anos, em 1908, foi-lhe negada a condecoração rotineiramente concedida a todos os professores que atingem essa idade, sob a alegação de que sua atividade carecia de importância acadêmica para a Universidade.

Para Frege, mesmo na fase inicial de sua vida acadêmica, já se vai delineado como algo de fundamental que os tópicos básicos da Matemática – conceitos e pressupostos iniciais – sejam totalmente explicitados e esclarecidos. Isto, aliás, virá a ser um dos objetivos subjacentes de suas obras, e uma das motivações básicas de suas críticas e análises. Desse modo, percebemos que Frege já se encontrava penetrado pela atitude que caracterizará toda sua atividade intelectual: a fundamentação da Aritmética. Essa orientação primordial explicaria seu desinteresse pela pesquisa em Matemática enquanto tal e seu interesse pela Lógica apenas enquanto esta é um instrumento indispensável para seus propósitos de fundamentar a Aritmética. As suas contribuições mais tarde, ensejarão a implementação de seu Projeto Logicista.⁹

Este projeto está inserido em um contexto de mudança na perspectiva de análise dos fundamentos da Matemática. A Geometria até então oferecia uma base relativamente segura para a organização da Matemática, no entanto, a perplexidade filosófica criada sucessivamente pelos números negativos, imaginários e os infinitesimais trouxe uma série de dificuldades para o entendimento dos números no quadro substancial da Geometria.

Os matemáticos da época de Frege desejavam fundamentar a Matemática através de demonstrações mais rigorosas e definições mais precisas. Muitos matemáticos exigiam um maior rigor nas definições dos conceitos matemáticos e nas provas dos teoremas. As definições de conceitos aritméticos tinham de ser explicados por meio de outros conceitos mais básicos como atesta o próprio Frege no §1 de *Os Fundamentos da Aritmética*:

⁹ Cf. ALCOFORADO, Paulo. (Org). *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. 2ª ed. São Paulo: Edusp, 2009.

Após afastar-se por algum tempo do rigor euclidiano, a matemática volta agora a ele, e de algum modo esforça-se para ultrapassá-lo. Na aritmética, já, como consequência da origem hindu de muitos de seus métodos e conceitos, herdou-se uma forma de pensamento mais frouxa do que na geometria, desenvolvida principalmente pelos gregos. A descoberta da análise superior apenas serviu para reforçá-la; pois por um lado opuseram-se a um tratamento rigoroso desta disciplina dificuldades consideráveis e quase invencíveis, por outro lado os esforços dispendidos para supera-las pareceram prometer pouca recompensa. No entanto, seu desenvolvimento posterior mostrou, de modo cada vez mais claro, que em matemática não basta uma convicção simplesmente moral, apoiada sobre muitas aplicações fecundas. Hoje exige-se demonstração para muito do que antes valia como auto-evidente. Em muitos casos, apenas assim estabeleceram-se os limites desta validade. Os conceitos de função, continuidade, limite e infinito mostraram-se carentes de uma determinação mais precisa. Os números negativos e irracionais, já de ha muito admitidos na ciência, tiveram que se submeter a um exame mais pormenorizado de legitimidade.¹⁰

Assim, no início do século XIX, teve início o movimento que ficou conhecido como “Aritmetização da Análise”. A partir de então há uma mudança na concepção dos matemáticos que passaram a considerar a Aritmética como uma disciplina independente. Esse movimento marca o rompimento entre a Geometria e a Aritmética, e reflete exatamente o esforço de vários matemáticos no século XIX em trocar a Geometria pela Aritmética como disciplina fundante e se encaminhavam para o consenso de que, a partir dos números naturais, era possível fundamentar toda a Matemática.

De um modo geral podemos classificar as contribuições dos matemáticos na segunda metade do século XIX, no que diz respeito à fundamentação da Matemática, em uma direção e dois sentidos opostos (mas não excludentes): o primeiro seria tomar os naturais como dados, avançar para os números reais e daí para o restante da

¹⁰ Nachdem die Mathematik sich eine Zeit lang von der euklidischen Strenge entfernt hatte, kehrt sie jetzt zur ihr zurück und strebt gar über sie hinaus. In der Arithmetik war schon infolge des indischen Ursprungs vieler ihrer Verfahrensweisen und Begriffe eine laxere. Denkweise hergebracht als in der Griechen vornehmlich ausgebildeten Geometrie. Sie wurde durch die Erfindung der höhern Analysis Dur gefördert; denn einerseits stellten sich einer strengen Behandlung dieser Lehren erhebliche, fast unbesieglige Schwierigkeiten entgegen, deren Ueberwindung andererseits die darauf verwendeten Anstrengungen wenig lohnen zu wollen schien. Doch hat die weitere Entwicklung immer deutlicher gelehrt, dass in der Mathematik eine blos moralische Ueberzeugung, gestützt auf viele erfolgreiche Anwendungen, nicht genügt. Für Vieles wird jetzt ein Beweis gefordert, was früher für selbstverständlich galt. Die Grenzen der Giltigkeit sind erst dadurch in manchen Fällen festgestellt worden. Die Begriffe der Function, der Stetigkeit, der Grenze, des Unendlichen haben sich einer schärferen Bestimmung bedürftig gezeigt. Das Negative und die Irrationalzahl, welche längst in die Wissenschaft aufgenommen waren, haben sich einer genaueren Prüfung Ihrer Berechtigung unterwerfen müssen.

(FREGE, 1983, p 205; FREGE, 1995, p.1)

Matemática; o segundo seria não aceitar os naturais como dados, como evidentes, como não-problemáticos e tentar trazê-los para uma base suposta mais segura. Este foi o caminho de Frege; a base sólida por ele escolhida foi a Lógica.¹¹

Como pudemos perceber Frege não queria apenas – como a maioria dos matemáticos de sua época – reduzir à Matemática à Aritmética, ele queria ir além, pretendia reduzir os números naturais a algo ainda mais fundamental, a Lógica, que permitiria extirpar qualquer tipo de intuição da Aritmética.

Mesmo antes de Frege, os matemáticos em investigações da interdependência dos conceitos matemáticos buscavam mostrar – embora frequentemente incapazes de precisar as definições – que todos os conceitos da Aritmética são redutíveis aos números naturais. Por conseguinte, o principal problema considerado pelo logicismo é a derivação dos números naturais de conceitos lógicos. O logicismo de Frege pretendia reduzir a Aritmética à Lógica, visto que, com a aritmetização da análise, caso conseguisse seu intento, toda a matemática clássica seria reduzida à Lógica. Para tornar precisa a tese de que os conceitos da Matemática são deriváveis de conceitos lógicos, deve-se especificar os conceitos lógicos empregados na derivação.¹²

Os interesses de Frege eram muito bem delimitados: pretendia provar a analiticidade da aritmética, que todas as suas verdades podem ser obtidas partindo de um conjunto de axiomas lógicos, regras de inferência e conceitos matemáticos definidos de modo puramente lógico, e um desses conceitos é justamente o conceito de número. Assim, Frege toma para si a responsabilidade de demonstrar a analiticidade (que para ele equivalia a logicidade) da Aritmética. O seu projeto era ambicioso: reduzir explicitamente os conceitos e verdades da Aritmética a equivalentes puramente lógicos.

Frege desenvolve o seu projeto basicamente em três livros – *Begriffsschrift und andere Aufsätze* (1879); *Die Grundlagen der Arithmetik* (1884); *Grundgesetze der Arithmetik* (1893-1903). Ao longo do desenvolvimento do seu Projeto Logicista Frege sente a necessidade de introduzir novas noções, ou tornar claras as já existentes em suas obras. Essas mudanças foram apresentadas nos artigos *Sobre o*

¹¹NETO, Fernando Raul. *O Projeto logicista de Gottlob Frege*. Anais do VIII SNHM – Seminário Nacional de História da Matemática. Abril 2001, p 4.

¹² Cf. CARNAP, Rudolf. *Os Fundamentos Lógicos da Matemática*. In: BENACERRAF, Paul; PUTNAM, Hilary. *Philosophy of Mathematics*. Cambridge University Press, 1964.

Sentido e a Referência, Função e Conceito que, juntamente com *Conceito e Objeto* são do ponto de vista do projeto de Frege, os mais importantes artigos publicados entre *Os Fundamentos da Aritmética* e *Leis Fundamentais da Aritmética derivadas Conceitograficamente*¹³. Dentre essas mudanças estão a distinção sentido-referência, a noção de conceito como funções cujos valores são valores de verdade entre outros que discutiremos mais adiante.

1.1 CONCEITOGRAFIA

No prefácio à segunda edição da *Crítica da razão pura*, Kant diz, referindo-se à Lógica aristotélica: “Digno de nota ainda que até agora tampouco tenha podido dar um passo adiante, parecendo, portanto, ao que tudo indica, completa e acabada”.¹⁴ Para Kant, a Lógica era um exemplo de disciplina que, em suas palavras, havia seguido “o caminho seguro da ciência”. No entanto, indo de encontro à opinião de Kant, a partir do século XIX, a Lógica deu um passo adiante com os ingleses De Morgan, Hamilton, Boole e com o alemão Gottlob Frege que, com a *Conceitografia*, foi o responsável pelas alterações seminais no corpo da Lógica Clássica¹⁵. Ao apresentar a primeira tradução completa do *Conceitografia* para o inglês, Jean Van Heijenoort nos diz “apesar de ser um pequeno livro de oitenta e oito páginas, este é talvez, o mais importante trabalho jamais escrito em Lógica”.

¹³ FREGE, Gottlob. *Die Grundgesetze der Arithmetik*, begriffsschriftlich abgeleitet. Vol. I, II. (1893, 1903). George Olms Verlag, Hildesheim: Zürich, New York, 1998. (Não há tradução desta obra em língua portuguesa, utilizaremos a tradução do título da obra adotada por ALCOFORADO, Paulo. (Org). *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. 2ª ed. São Paulo: Edusp, 2009. Doravante a chamaremos de *Leis Fundamentais da Aritmética*.)

¹⁴ Merkwürdig ist noch na ihr, daß sie auch bis jetzt keinen Schritt hat tun Können, und also allem Ansehen nach geschlossen und vollendet zu sein scheint. KANT, Immanuel. *Crítica da Razão Pura*. In: Coleção *Os Pensadores*. São Paulo: Abril, 1983. p. 10; KANT, Immanuel. *Kritik der reinen Vernunft*. Stuttgart: Reclam, 1985, p. VIII.

¹⁵ A lógica clássica compreende, basicamente, o cálculo de predicados de primeira ordem com identidade e símbolos funcionais. Entre as características próprias da lógica clássica costuma-se colocar a obediência a alguns princípios lógicos fundamentais (as assim chamadas “leis fundamentais do pensamento”); são o princípio de identidade, o princípio de não-contradição, o princípio do terceiro excluído e o princípio da bivalência; a lógica clássica também não leva em consideração o tempo. Dessa forma, a lógica criada por Frege no *Begriffsschrift* também é clássica, pois, obedece a esses princípios.

De um modo geral, podemos dizer que, enquanto matemático, Frege possui um único projeto: fundamentar a aritmética em bases puramente lógicas. Sua ideia inicial é que a linguagem natural não atende a esse propósito, nas palavras dele:

Mas ao tentar realizar essa exigência da forma a mais rigorosa possível, deparei-me com o obstáculo da insuficiência da linguagem (corrente): além de todas as dificuldades inerentes ao manuseio das expressões, à medida que as relações se tornavam mais complexas, tanto menos apto me encontrava para atingir a exatidão exigida. Tal dificuldade levou-me a conceber a presente ideografia.¹⁶

Daí seu primeiro livro ser a criação de uma linguagem técnica para a fundamentação da Aritmética. O título de seu livro já revela o objetivo: *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens – Conceitografia*: Uma linguagem formular do pensamento puro decalcada sobre a Aritmética.¹⁷ Para executar tal empreendimento, de redução da Aritmética à Lógica, Frege necessitava de uma linguagem ou de uma notação que fosse suficientemente clara para que nas cadeias de deduções dos teoremas nada de estranho à prova pudesse entrar despercebido. Como vimos, essa linguagem não poderia ser a linguagem ordinária, pois é, segundo Frege, ambígua e inadequada e não serve para estabelecer uma dedução totalmente livre de lacunas. Assim, uma das razões que conduziu à *Conceitografia* foi o desejo de construir uma linguagem precisa. Mais exatamente, uma linguagem em que os enunciados relevantes para a dedução lógica deixassem de admitir uma significação ambígua, como se dá com as expressões da linguagem cotidiana. No entanto, Frege não defende a superioridade de uma linguagem artificial sobre a linguagem natural, apenas sua superioridade quando usada para propósitos científicos, e justamente por ser livre de ambiguidades. A ciência necessita de uma linguagem na qual os termos não variem

¹⁶ Indem ich diese Forderung auf das strengste zu erfüllen trachtete, fand ich ein Hindernis in der Unzulänglichkeit der Sprache, die bei aller entstehenden Schwerfälligkeit des Ausdruckes doch, je verwickelter die Beziehungen wurden, desto weniger die Genauigkeit erreichen liess, welche mein Zweck verlangte. Aus diesem Bedürfnisse ging der Gedanke der vorliegenden Begriffsschrift hervor. (FREGE, Gottlob. *Begriffsschrift. Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, 1879; reedit. In: *Begriffsschrift und andere Aufsätze* (Angelelli org.). Hildesheim: Zürich, New York, George Olms Verlag, 1998, p. x. FREGE, Gottlob. Uma linguagem formular do pensamento puro decalcada sobre a aritmética. In: ALCOFORADO, Paulo; DUARTE, Alessandro; WYLLIE, Guilherme. *Os primeiros escritos lógicos de Gottlob Frege*, São Paulo: Instituto Brasileiro de Filosofia e Ciência Raimundo Lúlio, 2012, p. 47-48)

¹⁷ FREGE, Gottlob. Uma linguagem formular do pensamento puro decalcada sobre a aritmética. In: ALCOFORADO, Paulo; DUARTE, Alessandro; WYLLIE, Guilherme. *Os primeiros escritos lógicos de Gottlob Frege*, São Paulo: Instituto Brasileiro de Filosofia e Ciência Raimundo Lúlio, 2012.

de significado de acordo com o contexto. Para nosso uso cotidiano, ao contrário, a linguagem artificial é que se mostraria inadequada.

No prefácio, Frege expõe os objetivos gerais de seu projeto e de sua obra; na primeira parte explica o simbolismo; na segunda, utiliza o simbolismo explicado na parte anterior na construção de uma axiomatização – para o hoje chamado cálculo de predicados – através de nove axiomas; e, na última, examina o princípio de indução matemática, com o objetivo de definir logicamente a sequência dos números naturais.¹⁸

No prefácio da *Conceitografia* Frege apresenta em linhas gerais o seu Projeto Logicista e desenvolve a Lógica necessária para desenvolvê-lo.

Para provar formalmente a tese de Frege, conforme seus próprios critérios de rigor, Frege tinha que proceder pelos seguintes passos: (i) estabelecer os axiomas lógicos e definições; (ii) estabelecer as regras de inferência; (iii) partindo de (i) e (ii), construir provas de um conjunto de teoremas que pudessem gerar a totalidade da aritmética.

Frege precisava de uma linguagem adequada para a sua tarefa. O primeiro passo na direção da execução do seu projeto foi dado na *Conceitografia*. Uma vez que Frege compreendeu que a linguagem natural era inadequada para suas intenções, ele se deu conta também que precisaria construir uma linguagem formal, a *Conceitografia*, adequada à tarefa que ele pretendia executar.

Em *Leis Fundamentais da Aritmética* é o lugar onde Frege implementaria os passos (i), (ii) e (iii) acima. *Leis Fundamentais da Aritmética* seria a obra mais importante da sua vida, concluindo um percurso que havia começado em 1879 na *Conceitografia*. Infelizmente, o sistema lógico de Frege era inconsistente, e o projeto foi arruinado.

Tentando dar ao leitor uma primeira ideia dessa linguagem conceitual, Frege estabelece no prefácio da *Conceitografia* uma analogia entre sua *Conceitografia* e o microscópio, por um lado, e a linguagem cotidiana e o olho humano, por outro:

Creio que o melhor meio de elucidar a relação que se dá entre minha conceitografia e a linguagem corrente seria compará-la com a relação que ocorre entre o microscópio e o olho. Este último, pela extensão de sua aplicabilidade e pela versatilidade de sua adaptação às mais diversas circunstâncias, é muito superior ao microscópio.

¹⁸ Cf. NETO, Fernando Raul. O Begriffsschrift de Gottlob Frege. *Studium Revista de Filosofia*, v. 3, n. 5, p. 70-85, 2000.

Contudo, com um instrumento ótico, o olho possui, por certo, muitos inconvenientes, que passam comumente despercebidos por força de seu estreito relacionamento com a nossa vida mental. De fato, se um objetivo científico exigir grande acuidade de resolução, o olho se mostra insuficiente. Por outro lado, o microscópio se afigura perfeitamente adequado para tais fins, embora seja por isso mesmo inadequado para outros.¹⁹

A linguagem comum, portanto, seria inadequada para exprimir com exatidão propriedades e relações lógicas. Uma dedução em linguagem comum contém lacunas e premissas implícitas que dificultam conclusões logicamente legítimas.

A Matemática sempre foi devedora de uma linguagem técnica e poderíamos então argumentar que a Lógica aristotélica supriria esta necessidade. No entanto, já na época de Frege, alguns estudiosos haviam notado que a Lógica aristotélica não permitia formulações que seriam necessárias para uma adequada teoria da dedução. Eles perceberam que a maior parte das passagens de uma complicada demonstração matemática não poderia ser justificada com o auxílio da Lógica aristotélica. Afastando-se a probabilidade de que todas as demonstrações da Matemática seriam incorretas, a conclusão que se impunha era a de que a Lógica não devia estar adequada à matemática. Nasceu, assim, a ideia de erigir um sistema completo de Lógica em que todas as deduções legítimas comparecessem sob a forma de regras explícitas.

A silogística aristotélica, por sua vez, também não atendia aos objetivos de Frege. Ela mostrava-se duplamente insuficiente. Primeiro, por ser incompleta, pois as relações e propriedades aritméticas seriam relações de propriedades lógicas muito mais complexas do que as que a silogística aristotélica seria capaz de representar. Em segundo lugar, esta última não seria suficientemente formalizada, deixando-se contaminar pela imprecisão da linguagem comum. A Lógica aristotélica só considerava predicados-atributo, como 'homem' ou 'mortal' sem trabalhar com

¹⁹ Das Verhältnis meiner Begriffsschrift zu der Sprache des Lebens Os Fundamentos da Aritméticaube ich am deutlichsten machen zu können, wenn ich es mit dem des Mikroskops zum Auge vergleich. Das Letztere hat durch den Auge vergleich. Das die Beweglichkeit, mit der es sich den verschiedensten Umständen anzuschmiegan weiss, eine grosse Ueberlegenheit vor dem Mikroskop. Als optischer Apparat betractnet, zeigt es freilich viele Unvollkommenheiten, die nur in Folge seiner inniger Verbindung mit dem geistigen Leben gewöhnlich unbeachtet bleiben. Sobald aber wissenschaftliche Zwecke grosse Anforderungen an die Schärfe der Unterscheidung stellen, zeigt sich das Auge als ungenügend. Das Mikroskop hingegen ist gerade solchen Zwecken auf das vollkommenste angepasst, aber eben dadurch für alle andern unbrauchbar. (FREGE, 2012, p.48; FREGE, 1998, p. XI)

predicados-relação. Mas são justamente esses predicados de relação que têm maior importância para as ciências e, em especial, para a matemática, devendo-se ressaltar que os predicados relacionais não são apenas os diádicos que fixam relações entre dois objetos (tal como se dá, digamos, com o predicado “maior do que”), mas predicados genéricos, n-ádicos, que fixam relações entre ‘n’ objetos (onde n é um número natural maior que 2). A Lógica aristotélica vale-se de premissas e de regras dedutivas em que surge uma das expressões “todos” ou “existe”; não se vale, porém, de premissas e conclusões em que “todos” ou “existe” compareçam mais de uma vez.

Poderíamos ainda argumentar – e os contemporâneos de Frege, de fato o fizeram – que seria desnecessária a elaboração de uma nova Lógica. Pois, segundo eles, já existia uma linguagem formal, em voga, a de Boole, e a mesma já era suficiente para representar as leis do pensamento (ou da Lógica).²⁰

George Boole (1815-1864) introduziu em *The mathematical analysis of logic*²¹ (1847) e em *The laws of thought*²² (1854) uma nova notação simbólica em que foi possível representar os silogismos e os argumentos proposicionais. Embora a Lógica proposicional e a Lógica aristotélica tenham sido consideradas como rivais na história da Lógica, no século XIX ambas foram aceitas como uma importante contribuição para o projeto geral de avaliação de inferências. Era uma visão comum que a Lógica aristotélica fornecia um método para avaliar inferência cuja validade seria baseada na relação entre conceitos, enquanto a Lógica proposicional fornece um método para avaliar inferências baseadas na relação entre proposições. Os dois métodos utilizam modos distintos de ver a representação, a construção das premissas e da conclusão da inferência.

Mas a técnica de Boole ainda envolve uma nítida separação entre os dois tipos de inferência. Sua notação pode representar a estrutura lógica que tem significado ou para Lógica proposicional ou para a silogística aristotélica, no entanto, ela não pode representar a ambas simultaneamente. Um símbolo da notação, usado

²⁰ É importante mencionarmos que Frege não faz nenhuma referência a Boole no *Begriffsschrift*; isso porque, ele não o conhecia na época da publicação do seu primeiro livro e somente depois das críticas ao *Begriffsschrift*, ele se familiarizou com a lógica booleana.

²¹ Cf. BOOLE, George. *The Mathematical Analysis of Logic*, Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning. Originally published in Cambridge by Macmillan, Barclay, & Macmillan, 1847. Reprinted in Oxford by Basil Blackwell, 1951.

²² Cf. idem. *An Investigation of The Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*. Originally published by Macmillan, London, 1854. Reprint by Dover, 1958.

na expressão de um silogismo, tem um significado que é diferente se é usado na expressão de um argumento proposicional. Ao utilizarmos a técnica de Boole para avaliarmos um argumento, temos de decidir primeiro que tipo de argumento ele é e representá-lo de modo adequado. Conseqüentemente, para muitas inferências a notação não pode ser usada para representar todo o conteúdo que tem significado para uma inferência. Pois muitos argumentos válidos são uma combinação de um complexo de Lógica proposicional e não proposicional e nestes casos a Lógica de Boole seria insuficiente. Esta utiliza símbolos da aritmética ora no sentido habitual ora em sentido lógico. Dessa forma, se associada à Aritmética a Lógica de Boole leva a equívocos. Sua Lógica só pode ser usada quando totalmente separada da Aritmética.

O que os contemporâneos de Frege não entenderam, mas que já estava claro em sua cabeça, é que a linguagem natural assim como a Lógica de Aristóteles e a de Boole eram insuficientes para a realização do seu Projeto Logicista. Diante da incompreensão de seus contemporâneos, Frege precisou explicar sua *Conceitografia* e demonstrar sua superioridade em relação às lógicas anteriores a sua. Ele publica dois artigos: *Aplicações da ideografia*,²³ onde ele oferece aplicações de sua *Conceitografia*; e *Sobre a finalidade da ideografia*,²⁴ neste artigo Frege responde às críticas de Schröder,²⁵ compara seu trabalho com o de Boole e o reconhece como superior ao do inglês. A notação de Boole, apesar de pretender representar ambos os sistemas de Lógica, ainda envolve uma nítida separação entre eles. A contraposição entre estes dois sistemas lógicos se estendeu por mais de dois mil anos, com algumas tentativas de unificação – como a tentativa empreendida por Boole – jamais plenamente bem-sucedidas até a síntese efetuada por Frege, responsável pela grande virada lógica do século XX.

²³ Cf. FREGE, Gottlob. Anwendung der Begriffsschrift, Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft für das Jahr 1879, p. 29-33; reedit. In: Begriffsschrift und andere Aufsätze (Angelelliorg.); Cf. FREGE, Gottlob. Aplicações da Conceitografia. In: ALCOFORADO, Paulo; DUARTE, Alessandro; WYLLIE, Guilherme. *Os primeiros escritos lógicos de Gottlob Frege*, São Paulo: Instituto Brasileiro de Filosofia e Ciência Raimundo Lúlio, 2012. p. 175-180.

²⁴ Cf. Idem, Über den Zweck der Begriffsschrift, Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft für das Jahr 1882 (1883), 1-10; reedit. In: *Begriffsschrift und andere Aufsätze*; Cf. Idem, Sobre a Finalidade da Ideografia. Cf. FREGE, Gottlob. Sobre a Finalidade da Conceitografia. In: ALCOFORADO, Paulo; DUARTE, Alessandro; WYLLIE, Guilherme. *Os primeiros escritos lógicos de Gottlob Frege*, São Paulo: Instituto Brasileiro de Filosofia e Ciência Raimundo Lúlio, 2012. p. 181-192.

²⁵ Cf. SCHRÖDER, Ernest. Review of Frege's Conception Notation. 1980.

Não vamos acompanhar com o leitor o texto de Frege parágrafo por parágrafo, mas ressaltaremos algumas inovações da Lógica que influenciaram toda a tradição Lógica posterior. Frege inicia o texto procurando caracterizar o tipo de verdade que é veiculada pelos juízos aritméticos. Ele afirma que há duas formas de se estabelecer a verdade de uma proposição, a saber: perguntando por qual caminho a proposição em questão foi estabelecida, ou seja, o processo epistemológico; ou estabelecendo o processo em que elas podem ser justificadas. A primeira, como ele mesmo coloca, pode ser respondida diferentemente por diferentes pessoas, pois a verdade é estabelecida a partir da gênese do conhecimento da proposição. A segunda é mais definitiva, pois a verdade é estabelecida a partir da natureza interna da proposição. No *Conceitografia*, sua preocupação é apenas com a segunda forma de se estabelecer a verdade, ou seja, preocupa-se em apresentar a prova ou justificação do conhecimento da verdade de uma proposição.

A *Conceitografia* contém um conjunto bem determinado de regras de dedução e de axiomas lógicos supostamente evidentes. Na segunda parte do livro, intitulada *Representação e dedução de alguns juízos do pensamento puro*, (*Darstellung und Ableitung einiger Urtheile des reinen Denkens.*) Frege faz uma grande dedução com sessenta e oito proposições com nove axiomas. Com os seis primeiros axiomas ele desenvolve o cálculo proposicional; com o sétimo e o oitavo, o cálculo de predicados com identidade; e com o nono axioma desenvolve o cálculo de predicados.²⁶ Com o *Conceitografia*, torna-se gramaticalmente impossível construir deduções ilegítimas e toda legitimidade pode ser facilmente constatada, na medida em que o conjunto de passagens permitidas é pequeno e as regras que as comandam são formais. Portanto, podemos considerar o *Conceitografia*, simultaneamente, como uma língua característica e como um cálculo lógico.

De acordo com a maioria dos lógicos anteriores não poderia haver uma representação adequada de um juízo sem uma distinção entre sujeito e predicado. Frege substitui essa representação por outra mais adequada a seus propósitos: função e argumento, conceitos retirados da matemática que permitem a formalização de proposições que não poderiam ser formalizadas através da Lógica aristotélica. O objetivo de Frege com essa alteração é distinguir a forma lógica e a

²⁶ Cf. NETO, Fernando Raul. O 'Begriffsschrift' de Frege. *Revista de Filosofia*, N, dezembro 2000.

forma gramatical de uma proposição. Proposições como “Em Platea os gregos derrotaram os persas” e “Em Platea os persas foram derrotados pelos gregos” diferem gramaticalmente, pois há uma inversão entre seus sujeitos e predicados. Mas, apesar da alteração gramatical, o conteúdo é mantido. Elas obedecem ao princípio de substitutibilidade, isto é, um termo pode substituir o outro em uma premissa sem afetar a validade do raciocínio. O que interessa em uma dedução é o conteúdo conceitual (*begrifflicher Inhalt*).

Segundo Frege, toda proposição admite um processo de decomposição que a reduz a uma expressão incompleta, comportando um ou mais lugares vazios e uma ou mais expressões que podem preencher esses lugares a fim de recompor a proposição. Assim, ‘quatro é um número’ decompõe-se em ‘quatro’ e ‘() é um número’. A primeira expressão é completa, tem como significado um objeto; a segunda é incompleta, tem como significado uma função. No caso de a expressão decomposta ser uma proposição, como no exemplo acima, o valor da função é um valor de verdade. Os valores de verdade são o verdadeiro e o falso. Assim, a função ‘() é um número’ para o argumento 4 tem como valor de verdade, o verdadeiro. E para o argumento Recife, por exemplo, tem como valor de verdade o falso. Para Frege, uma função que tem para qualquer argumento um valor de verdade como valor, isto é, o verdadeiro ou o falso como valor, é um ‘conceito’. O resultado dessa virada linguística é notável para a história da Lógica. Frege abandona a centralidade da análise feita em termos de sujeito e predicado, que caracteriza a Lógica aristotélica; em seu lugar introduz a distinção entre argumento e função, ou seja, entre objeto e conceito.

Outro avanço em relação às lógicas anteriores é a invenção dos quantificadores.²⁷ Como vimos, a Lógica aristotélica já utilizava expressões para a generalidade, tais como ‘todo’ e ‘algum’, entretanto, não oferecia um tratamento para as chamadas proposições de múltipla generalidade, ou seja, proposições em que ‘todos’ ou ‘algum’ compareçam mais de uma vez.

Como vimos, a Lógica aristotélica, estava interessada nas relações entre os termos das premissas e as conclusões de um raciocínio. O raciocínio era tipicamente enquadrado na forma transmitida por Aristóteles como um “silogismo”.

²⁷ O símbolo para o quantificador universal utilizado por Frege na *Conceitografia* é diferente do utilizado atualmente. E o quantificador existencial não tem um símbolo próprio, exprimindo-se em função do quantificador universal.

Os estóicos, por outro lado, consideram central para a Lógica a relação condicional. Para eles, portanto, as premissas silogísticas deveriam ser lidas não como enunciados complexos, mas na forma condicional “se... então”. A história da Lógica ocidental foi marcada pelo antagonismo entre dois estilos e dois sistemas: por um lado, a Lógica aristotélica dos termos e, por outro, a Lógica estóica dos enunciados (ou as proposições).²⁸

Frege introduz na Lógica clássica o cálculo de predicados, que contém a silogística aristotélica como uma de suas subpartes e torna, assim, operacional a formulação que os lógicos estóicos davam às fórmulas silogísticas, unificando em um único formalismo a Lógica dos termos e a Lógica das proposições, que haviam ficado separadas também em Boole. Após cerca de dois mil anos de história da Lógica, a unificação efetuada por Frege desmente com os fatos a tese sustentada por Kant na *Crítica da razão pura*, de que nada de novo se poderia realizar em Lógica formal depois de Aristóteles.

Como podemos perceber, a motivação primária de Frege para a construção de uma linguagem formal era desenvolver uma ferramenta indispensável para a realização do seu projeto. Entretanto, Frege alcançou muito mais que isso. Em *Conceitografia* podemos encontrar um sistema de Lógica de segunda ordem e um sistema completo de Lógica de primeira ordem. É frequentemente observado, com justiça, que a *Conceitografia* é o mais importante trabalho de Lógica desde Aristóteles. De fato, as possíveis aplicações da *Conceitografia* ultrapassam o objetivo primário para a qual foi criada, e isso é reconhecido por Frege.

Se uma das tarefas da filosofia for romper o domínio da palavra sobre o espírito humano, desvendando os enganos que surgem, quase que inevitavelmente, em decorrência de utilizar a linguagem corrente para expressar as relações entre os conceitos, ao libertar o pensamento dos acréscimos indesejados a ele associados pela natureza dos meios linguísticos de expressão, então minha conceitografia, desenvolvida, sobretudo para esses propósitos, poderá ser um valioso instrumento para os filósofos.²⁹

²⁸ Cf. STEGMÜLLER, Wolfgang. Pesquisas relativas à lógica e aos fundamentos da matemática. In: idem. *A Filosofia Contemporânea*. V. I. EPU. São Paulo: 1977. p. 330-342.

²⁹ Wenn es eine Aufgabe der Philosophie ist, die Herrschaft des Wortes über den menschlichen Geist zu brechen, indem sie die Täuschungen aufdeckt, die durch den Sprachgebrauch über die Beziehungen der Begriffe oft fast unvermeidlich entstehen, indem sie den Gedanken von demjenigen befreit, womit ihn allein die Beschaffenheit des sprachlichen Ausdrucksmittels behaftet, so wird meine Begriffsschrift, für diese Zwecke weiter ausgebildet, den Philosophen ein brauchbares Werkzeug werden können. (FREGE, 2012, p.50; FREGE, 1995, p.XII)

A sugestão de que uma linguagem formal poderia ser útil para filósofos com o objetivo de evitar concepções equivocadas que surgem do uso da linguagem natural não é surpreendente. Frege foi compelido a construir a conceitografia pela inadequação da linguagem natural para os seus propósitos. De fato, a linguagem natural muitas vezes é ambígua, não é adequada para trabalhar inferências com rigor e sua forma gramatical frequentemente não corresponde a forma lógica. Uma linguagem formal é útil para a filosofia porque é uma ferramenta que torna possível construir e avaliar argumentos de modo mais preciso e claro, além de evitar ambiguidades encontradas na linguagem natural.

1.2 OS FUNDAMENTOS DA ARITMÉTICA

Depois de haver anunciado o seu Projeto Logicista no *Conceitografia* e possivelmente em virtude da escassíssima recepção que esta obra encontrou, Frege decide demonstrar seu Projeto Logicista de maneira informal, antes de fazê-lo formalmente no *Leis Fundamentais da Aritmética*. Com esse intuito, escreve *Os Fundamentos da Aritmética*³⁰, um autêntico tratado de Filosofia da Matemática cujo fio condutor é o problema da natureza dos números e das asserções da Aritmética.

Os Fundamentos da Aritmética é a obra prima de Frege: é a obra mais poderosa e produtiva de seu trabalho filosófico, composta quando ele estava em seu auge. Ela foi escrita como um prolegômeno para o seu *magnum opus*, *Leis Básicas da Aritmética...*
31

³⁰ Há duas traduções em língua portuguesa, uma tradução portuguesa de Antônio Zilhão e uma tradução brasileira publicada na Coleção *Os Pensadores* de Luís Henrique dos Santos. Doravante utilizaremos a tradução brasileira, para mantermos a homogeneidade nas citações.

³¹ **ESCLARECIMENTO SOBRE AS CITAÇÕES DA LITERATURA SECUNDÁRIA DE FREGE EM LÍNGUA INGLESA:** Apresentaremos no corpo do texto uma tradução livre das citações e apresentaremos na nota de rodapé o original em inglês, para que o leitor possa fazer o cotejamento das nossas traduções com o original. *Die Grundlagen der Arithmetik* is Frege's masterpiece: it is his most powerful and most pregnant piece of philosophical writing, composed when he was at the very height of his powers. It was written as a prolegomenon to his *magnum opus*, *Grundgesetze der Arithmetik (...)* (DUMMETT, Michael. *Frege: Philosophy of Mathematics*, Cambridge, MA: Harvard University, 1991, p. 1.)

Os Fundamentos da Aritmética possui cento e nove parágrafos divididos em uma introdução e cinco partes – a última, a conclusão (§§87-109). Nos §§1-4, Frege apresenta os motivos que o conduziu a essa investigação. Nas três primeiras partes (§§5-54), Frege apresenta e critica a opinião de outros autores acerca do conceito de número natural e da Aritmética como um todo. Ele apresenta a sua tese apenas na quarta parte do livro (§§55-86).

Em nossa análise, no entanto, dividiremos *Os Fundamentos da Aritmética* em duas partes: a primeira (Introdução até §44) que consideramos negativa em seus objetivos a camada *pars destruens*; nesses parágrafos, Frege apresenta e refuta uma série de posições referentes à natureza das proposições da aritmética. A segunda (§§45-109) consideramos positiva, uma vez que Frege, a partir de uma análise crítica das posições de outros pensadores acerca da natureza das proposições numéricas, apresentada nos primeiros parágrafos, constrói sua própria concepção de número. Mas essa divisão é puramente didática, pois, podemos perceber que a primeira parte também possui um aspecto positivo: Frege ao refutar uma determinada opinião já estabelece a sua.

Na introdução de *Os Fundamentos da Aritmética*, Frege apresenta os três princípios fundamentais que, segundo ele próprio, foram seguidos firmemente em suas investigações. No §3, ele expõe os motivos filosóficos que o conduziu em suas pesquisas e questiona qual a natureza das verdades da aritmética. Elas seriam *a priori* ou *a posteriori*, sintéticas ou analíticas? E para fazer esta avaliação, ele diz que não podemos levar em consideração as condições psicológicas, fisiológicas e físicas, mas apenas aquilo sobre o que se assenta mais fundamentalmente a justificação de ser ela tomada como verdadeira. Frege retira, assim, a questão do domínio da Psicologia e a remete ao domínio da Lógica, buscando demonstrar as proposições da aritmética, antes tidas como autoevidentes, retornando às verdades primitivas. Se neste retorno apenas leis lógicas gerais e definições são necessárias, teremos uma verdade analítica. Se, porém, nesse percurso tivermos que nos utilizar de verdades que não são de natureza lógica geral, mas que remetem a um domínio científico particular, a proposição é sintética. As verdades *a posteriori* precisam em sua demonstração recorrer a verdades de fato, ou seja, indemonstráveis, e sem generalidades, implicando enunciados acerca de objetos determinados. E as verdades *a priori*, ao contrário, têm sua demonstração conduzida apenas a partir de

leis gerais que não admitem nem exigem demonstração. A distinção de analítico e sintético apresentada por Frege representa uma mudança em relação à dicotomia kantiana.

Para Kant, uma proposição é analítica se e somente se o predicado está contido no sujeito, de outra forma ele é sintético. Por outro lado, a distinção de Frege baseia-se na demonstração das proposições: se a demonstração inclui apenas leis lógicas gerais e definições, então a proposição é analítica; se a demonstração inclui alguma lei que não possua absoluta generalidade, ela é sintética. Segundo Frege, Kant esteve perto dessa concepção quando tentou relacionar a verdade dos juízos analíticos com o princípio de não-contradição, mas ele usou uma concepção de Lógica demasiadamente estreita. Quando considerou que o conceito de predicado estava ou não contido no conceito do sujeito de um juízo, Kant usou um critério que é apenas aplicável aos juízos universais afirmativos do esquema aristotélico. E isto porque nos juízos singulares e existenciais não há nenhum conceito do sujeito. A distinção kantiana de *a priori* e *a posteriori*, sintético e analítico, diz respeito ao conteúdo de um juízo, ou seja, se o conceito do sujeito está ou não contido no conceito do predicado. Mas, para Frege: “Tem-se em geral que distinguir a questão de como chegamos ao conteúdo de um juízo da questão do que justifica a nossa asserção”.³² Assim, a distinção fregeana de *a priori* e *a posteriori*, sintético e analítico, não se refere ao conteúdo de um juízo, mas a sua justificação. Frege está consciente da ampliação em *Os Fundamentos da Aritmética* da classe das verdades analíticas, apesar de sua consideração em uma nota de rodapé do §3: “Não pretendo naturalmente introduzir com isto um novo sentido, mas apenas captar o que autores anteriores, especialmente Kant, visaram.”³³

No §4 Frege afirma que “... é antes de tudo o número cardinal que deve ser definido ou reconhecido como indefinível. Esta pretende ser a tarefa deste livro. De sua execução dependerá a decisão quanto à natureza das leis aritméticas”.³⁴ Dessa forma, a principal tarefa do seu livro responder a questão: “É o conceito de número definível?”

³² So hat man allgemein die Frage, wie wir zu dem Inhalte eines Urteils kommen, von der zu trennen, woher wir die Berechtigung für unsere Behauptung nehmen. (FREGE, 1983, p.204; FREGE, 1995, p. 27).

³³ Ich will damit natürlich nicht einen neuen Sinn hineinlegen, sondern nur das treffen, was frühere Schriftsteller, insbesondere *Kant*, gemeint haben. (FREGE, 1983, p. 204 ; FREGE, 1995, p. 27).

³⁴ (...) es nun vor allen die Anzahl, welche definirt oder als undefinirbar anerkannt werden muss. Das soll die Aufgabe dieses Buches sein. Von ihrer Lösung wird die Entscheidung über die Natur der arithmetischen Gesetze abhängen. (FREGE. 1983, p. 207; FREGE, 1995, p. 5)

Antes de abordar propriamente estas questões, desejo adiantar algo que pode fornecer uma indicação para sua resposta. Se de outros pontos de vista e de maneira fundamentada concluirmos que os princípios da aritmética são analíticos, isto testemunhará também em favor de sua demonstrabilidade e da definibilidade do conceito de número. As razões em favor do caráter *a posteriori* destas verdades terão um efeito contrário. Por isso, cabe inicialmente submeter estes pontos de disputa a um rápido exame.³⁵

Assim, logo apresenta argumentos a favor da analiticidade das leis da aritmética – tese característica do que veio a ser conhecido como logicismo – Os *Fundamentos da Aritmética* §3 da introdução e a parte I §5 e §17 – Frege se dedica a argumentar contra as escolas matemáticas mais relevantes de sua época, nucleando-as em torno de duas teses fundamentais: a tese sustentada pelo psicologismo de que os números são atos da mente e a tese sustentada pelo empirismo de que os números são propriedades das coisas empíricas. Pelo contrário, para Frege os números são objetos (abstratos), o que resulta uma maneira de defender que a Matemática tem conteúdo próprio, sendo neste ponto o seu principal oponente o formalismo em voga no seu tempo. Isto é, as proposições matemáticas tem conteúdo substantivo. Assim, seu objetivo primordial é tornar explícito tanto o conteúdo das descrições numéricas (onde os números aparecem sob uma forma adjetiva, como nas proposições próprias da teoria dos números é onde os números aparecem na maioria das vezes como substantivo).

Nos §§21-25, Frege critica o ponto de vista do empirismo, segundo o qual os números seriam propriedades das coisas exteriores. Frege mostra que, em primeiro lugar, o número pode ser aplicado a todas as espécies de coisas e não apenas a corpos físicos e que, em segundo lugar, os mesmos aglomerados de objetos físicos podem ser descritos em termos de diferentes números, não existindo um modo característico de composição desses aglomerados.

A segunda perspectiva analisada, nos §§26-27, é a dos lógicos psicologistas, que consideram não existir o número *realiter* nas coisas mesmas, mas ser este antes uma ideia ou representação mental, a qual se encontraria dependente

³⁵ Bevor ich diese Fragen selbst angreife, will ich Ei'niges vorausschicken, was Fingerzeige für ihre Beantwortung geben kann. Wenn sich nämlich von andern Gesichtspunkten ans Gründe dafür ergeben, dass die Grundsätze der Arithmetik analytisch sind, so sprechen diese auch für deren Beweisbarkeit und für die Definirbarkeit des Begriffes der Anzahl. Die entgegengesetzte Wirkung werden die Gründe für die Aposteriorität dieser Wahrheiten haben. Deshalb mögen diese Streitpunkte zunächst einer vorläufigen Beleuchtung unterworfen werden. (FREGE. 1983, p. 207; FREGE, 1995, p. 5)

da forma particular de consideração pela consciência dos objetos que se lhe apresentam. Contra esta tese, opõe Frege o caráter inaceitável das consequências a que daria origem. O número teria que ser considerado como algo subjetivo, suscetível de ser conhecido por meios psicológicos.

Finalmente, no §28, ele considera também a perspectiva segundo a qual o número consistiria numa coleção de unidades. A sua argumentação contra esta posição baseia-se no caráter impreciso e indefinido do conceito de unidade. Se, como se verifica em alguns casos, o termo unidade for encarado como designando qualquer coisa exterior suscetível de ser contada, então não haverá qualquer distinção entre os conceitos de coisa e unidade e nos encontraríamos novamente na perspectiva empirista. Por outro lado, o recurso aos conceitos de coleção, conjunto, pluralidade, etc., para caracterizar o número excluiria dos limites desta definição o 0 e o 1. E se os números fossem concebidos como predicados cairíamos no absurdo linguístico de atribuir a objetos, juntamente com outras propriedades físicas – como a dureza, a cor, a forma – à propriedade de ser ‘um’, por exemplo.

Grosso modo, a ideia de Frege é natural. As críticas dele são bem encaminhadas, pois, se os números são lógicos, eles não podem ser nem empíricos nem subjetivos. Por isso, a rejeição de Frege às duas soluções clássicas, para as quais os objetos matemáticos ou seriam empíricos (Stuart Mill), ou subjetivos (os lógicos psicologistas do século XIX). Essas soluções, segundo ele, não atendem ao que ele vê como característico da Matemática, a objetividade e a atemporalidade das suas verdades.

Depois de apresentar as suas críticas às concepções de outros autores a respeito da natureza das proposições da aritmética, a partir do §45 Frege inicia a chamada parte construtiva de sua obra, onde ele apresenta a sua definição dos números naturais. A princípio parece haver uma quebra em sua argumentação, mas na verdade a sua tese emerge implicitamente como resultado da sua crítica minuciosa as demais teses já apresentadas.

Nessa obra Frege dá início ao passo fundamental de seu projeto de reduzir a teoria dos números à Lógica, ou seja, estabelecer uma definição de número, formalmente correta e frutífera, usando apenas conceitos puramente lógicos.

Segundo Matthias Schirn,³⁶ Frege empreende três tentativas de definição dos números, sendo que as duas primeiras têm uma função heurística, isto é, as duas primeiras são uma espécie de preparação para a terceira definição, de caráter conclusivo definitivo.

Na primeira tentativa ele amplia a definição leibniziana dos números individuais, apresentando a definição do 0 e do 1. Frege argumenta que os termos numéricos podem ocorrer em uma atribuição numérica de dois modos diferentes: ou substantivamente ou adjetivamente. O próprio Frege, reconhece que termos numéricos podem ocorrer adjetivamente no discurso ordinário. No entanto, ele acredita que apenas o primeiro tipo de ocorrência deve ser levado em consideração, enquanto o uso adjetivo de numerais dissimula a natureza real dos números.

A primeira proposta no §55 é definir os números cardinais adjetivamente, isto é, como parte de conceitos de segunda ordem. Seu principal argumento para proceder dessa maneira tem em comum a suposição de que os números devem ser objetos e não propriedades de algum tipo. A análise lógica dos enunciados numéricos em *Os Fundamentos da Aritmética* leva ao resultado de que a indicação numérica contém um enunciado sobre um conceito. Frege rejeita a suposição de que os números são conceitos de segunda ordem, pois, recorrendo a critérios sintáticos, ele caracteriza os números como objetos autônomos. Frege apela, especialmente no §57, para o fato de que termos numéricos ocorrem como termos singulares no discurso ordinário da aritmética para argumentar que os números devem ser tratados como objetos. Frege defende que os números são objetos apoiando-se em evidências da linguagem, tais como: os numerais são antecidos por artigo definido e ocorrem em sentenças de identidade, como equações – o artigo definido indica existência e unicidade e a relação de identidade é, segundo Frege, uma relação de primeira ordem, ou seja, uma relação sob a qual caem pares de objetos – a determinação dos números como objetos autônomos devem excluir o uso de um termo numérico como predicado ou atributo, como Frege explica no §60 de *Os Fundamentos da Aritmética*. Só podemos empreender uma caracterização geral da identidade numérica se fixarmos as condições de verdade de uma equação

³⁶ Cf. SCHIRN, Matthias. O Contexto Proposicional e a Questão do Significado de Termos Singulares Abstratos. Campinas: *Manuscrito*. XVI (2): 1- 4, OUTURO, 1993.

numérica. Dessa forma, estaremos justificados do ponto de vista científico, a associar a um número individual um termo numérico como o seu nome próprio.

O argumento de Frege para a rejeição da primeira tentativa de definição já pressupõe o que ele pretende mostrar, a saber, que os números devem ser definidos como objetos. Na verdade, esta forma de definir os números, estabelece apenas o sentido da forma de expressão “para o conceito G vem o número n”, mas não torna ainda possível por este processo a distinção do 0 e do 1 como objetos reconhecíveis. Esta questão suscita o problema Júlio César, a saber, “... para algum conceito virá o número Júlio César ou se este conhecido conquistador da Gália é ou não um número”,³⁷ ou seja, se os números fossem definidos como predicados de segunda ordem, nós não teríamos meios para decidir quando ‘a’ é o número que pertence ao conceito ‘F’, e ‘b’ é também o número que pertence a ‘F’, se ‘a’ é idêntico a Júlio César ou não.

A segunda tentativa de definição, que começa no §62, utiliza o “Princípio de Hume” – “Quando dois números são combinados de tal modo que um tenha sempre uma unidade correspondente a cada unidade do outro pronunciamo-los iguais.”³⁸ – que esclarece a questão epistemológica relativa à maneira como nós apreendemos um determinado número e como o reconhecemos como sendo o mesmo.

Na teoria de Frege a única maneira de se indicar um número individual é falar dele como sendo o número que cai sob um conceito. Mas a sua intenção é mostrar que a aritmética é um desenvolvimento da Lógica e por isso Frege não pode introduzir os números individuais por referência a conceitos empíricos como, por exemplo, dizendo que 5 é o número que cai no conceito ‘continente’ e 12 o número que cai no conceito ‘apóstolo’. Além disso, a referência aos conceitos empíricos não seria uma garantia da existência de uma sucessão infinita de números, como a que precisamos para o desenvolvimento da aritmética. É essencial, por isso, que Frege defina os números individuais referindo-se apenas a conceitos provenientes da própria Lógica. Tomando o 0 como primeiro ponto da sucessão, assim, Frege empreende a sua terceira tentativa de definição, no o seguinte esquema:

³⁷ FREGE, Gottlob. *Die Grundlagen der Arithmetik*. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl, 1884. Universal-Bibliothek, 1995.; FREGE, Gottlob. Os fundamentos da aritmética: Uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número. Trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. In: *Peirce-Frege*. São Paulo: Abril Cultural, 1983. (Col. Os Pensadores). p. 80.

³⁸ Wenn zwei Zahlen so Kombiniert werden, daß die eine immer eine Einheit hat, die jeder Einheit der andern entspricht, so geben wir sie als gleich an. (Idem. p. 248. Cf. Idem, p. 94-95)

0 é o número que pertence ao conceito ‘não idêntico a si próprio’

1 é o número que pertence ao conceito ‘idêntico ao zero’

2 é o número que pertence ao conceito ‘idêntico ao zero e ao 1’ E assim sucessivamente.³⁹

1.3 OS ARTIGOS DOS ANOS 90

A publicação dos artigos *Função e Conceito*, *Conceito e Objeto* e *Sobre o Sentido e a Referência*, tinha como objetivo tornar claras as noções de *Os Fundamentos da Aritmética* que haviam ficado obscuras ou que não tinham sido usadas em seu sentido técnico.

A motivação de Frege para escrever o artigo *Função e Conceito* (1891) foi desenvolver as noções de *função* (*Funktion*), *conceito* (*Begriff*), *objeto* (*Gegenstand*), *sentido* (*Sinn*) e *referência* (*Bedeutung*). Este artigo tem como principal objetivo esclarecer a definição obscura de função que figura em seu livro *Begriffsschrift*, e aponta que conceitos são um tipo especial de função. Frege critica a definição de função usada pelos matemáticos, por estar sujeita à confusão quanto ao que significa e ao que é significado, Frege chama à atenção para o fato de que o argumento de uma função não é parte dela, mas combina-se com ela a fim de completá-la, a função é em si insaturada.

Neste artigo, Frege generaliza ainda mais a noção de função, opondo-a radicalmente à noção de objeto. Função e objeto são os dois aspectos fundamentais da realidade. Segundo Frege, tudo quanto existe ou é função ou é objeto. Esses dois aspectos classificatórios são irreduzíveis: algo não pode ser, simultaneamente, função e objeto. Os objetos são designados linguisticamente mediante nomes, enquanto que as funções o são por meio de expressões funcionais. As funções se hierarquizam em funções de primeira ordem, aquelas cujos argumentos são objetos e as funções de segunda ordem, aquelas cujos argumentos são funções de primeira

³⁹ Cf. KNEALE, William; KNEALE, Martha. *O Desenvolvimento da Lógica*. 2.^a ed.. Lisboa: Calouste Gulbenkian, 1980.

ordem, e assim por diante. Do mesmo modo, uma função pode ter um ou mais argumentos. Os conceitos são funções de um único argumento, cujos valores são valores de verdade. Neste mesmo artigo, Frege discute ainda as noções de argumento – entendendo-o como o objeto que completaria a função –, de valor (de uma função) e percurso-de-valor (de uma função).

Finalmente, Frege estabelece a conexão entre as noções de função e conceito. O valor de uma função como ' $x^2=1$ ' é sempre um valor de verdade; para o argumento '-1' seu valor será o verdadeiro. Portanto, Frege diz que podemos propor que '-1' *cai sob o conceito* 'a raiz quadrada de 1'. Em *Função e Conceito* Frege dá um passo ainda mais importante para uma transição do uso puramente matemático de função para um uso universal. Por exemplo, 'x é uma capital', é uma função que para o argumento 'Recife' tem como valor de verdade o 'verdadeiro' e para 'Caruaru' o 'falso'. Assim a função acima citada é na verdade um conceito, pois tem como um argumento um valor de verdade.

Para explorar melhor estas noções, Frege explica que o sentido de uma sentença – isto é, uma expressão que afirma algo – é o pensamento e o seu conteúdo é determinado pelos sentidos de suas partes constituintes. A referência de uma sentença, por sua vez, é seu valor de verdade; assim a referência de todas as sentenças verdadeiras é o 'verdadeiro' e a referência de todas as sentenças falsas é o 'falso'.

No ano seguinte à publicação do artigo *Função e Conceito*, Frege publica o seu famoso artigo *Sobre o Sentido e a Referência* (1892), onde a noção de conteúdo (*Inhalt*), sistematicamente empregada em obras anteriores, é decomposta em sentido (*Sinn*) e referência (*Bedeutung*). Neste trabalho ele procura mostrar que esta distinção se aplica aos nomes próprios, às sentenças, bem como a suas orações componentes. Na passagem inicial deste artigo Frege trata do problema da identidade, e no decorrer do artigo trata de questões, tais como: sentido e referência de nomes, de conceitos, de sentenças e de sentenças em discurso indireto. Mas a maior parte do texto é dedicado ao sentido e a referência de orações subordinadas. Frege faz uma taxionomia desse tipo de oração sem ser estritamente gramatical em suas análises.

Vejamos mais de perto estas questões trabalhadas por Frege em *Sobre o Sentido e a Referência*. Este artigo surge quando Frege se defronta com o problema

da identidade. Em sua passagem inicial, ele indaga se a identidade seria uma relação entre objetos ou entre sinais de objetos.

Na *Conceitografia* ele assumira a segunda hipótese, ou seja, a de que a identidade é uma relação entre nomes ou entre sinais de objetos. Em tal caso, 'a = b' afirmaria que o nome 'a' e o nome 'b' são nomes da mesma coisa. No entanto, em *Sobre o Sentido e a Referência*, Frege admite que essa análise não pode estar correta, pois o fato de que 'a' é o nome para a e 'b' é também um nome para a resulta de um acordo puramente arbitrário acerca dessas marcas ou sons, nada tendo a ver com as propriedades das coisas designadas. Também neste caso não se poderia explicar que 'a = b' tenha valor cognitivo, ou seja, transmita informação sobre a coisa nomeada por 'a' e 'b'.

Em virtude de tais dificuldades, Frege estabeleceu a distinção entre o sentido e a referência dos sinais. A referência seria o objeto denominado ou denotado pela expressão; já o sentido conteria o modo de apresentação pelo qual o sinal fornece seu significado. Por exemplo: sejam a, b e c as linhas que ligam os vértices de um triângulo com os pontos médios dos respectivos lados opostos; nesse caso, o ponto de intersecção de 'a' e 'b' é o mesmo que o de 'b' e 'c'. Disso resultam diferentes designações para o mesmo ponto e essas designações ("ponto de intersecção de 'a' e 'b'" e "ponto de intersecção de 'b' e 'c'") indicam diferentes modos de apresentação e, conseqüentemente, a afirmação contém conhecimento efetivo. Desse modo, pode-se dizer que as duas expressões ("ponto de intersecção de 'a' e 'b'" e "ponto de intersecção de 'b' e 'c'") têm a mesma referência, mas diferem quanto ao sentido. Analogamente, 'estrela da manhã' e 'Vênus' têm a mesma referência, mas diferem quanto ao sentido. Devido a essa diferença, a afirmação "Vênus é a estrela da manhã" transmite conhecimento verdadeiro, ao passo que "Vênus é Vênus" não o faz, a saber, o conhecimento de que a estrela que aparece pela manhã é a mesma que aparece à tarde. A questão da semântica fregeana fundamenta-se na igualdade de conteúdo, isto é, 'a', tendo o mesmo conteúdo conceitual que 'b', estes possuem sentidos diferentes, mas o mesmo referente.

A consideração de que o sentido de uma expressão ou de uma sentença não se confunde com o objeto de referência é o que torna possível explicar como os valores cognitivos de 'a=a' e de 'a=b' diferem. Numa afirmação do tipo 'a estrela da manhã é a estrela da manhã', teríamos uma relação do tipo 'a=a', em que o verbo

'ser' estabelece uma relação de identidades entre dois objetos. Neste caso, não há diferença nem distinção de sentidos. Já na afirmação 'a estrela da manhã é a estrela da tarde', temos uma relação do tipo 'a=b', pois dois sentidos diferentes são usados para referir um mesmo objeto. As relações do tipo 'a=a' são denominadas analíticas e são verdadeiras em qualquer circunstância. É uma verdade óbvia. Já a expressão 'a=b' remete a uma relação descritiva. Neste caso, o verbo 'ser' liga expressões com sentidos diferentes, estabelecendo uma relação de identidade a partir de elementos diferentes. Na relação 'a=b' existem extensões muito valiosas de nosso conhecimento, e nem sempre podem ser estabelecidas *a priori*. As expressões apresentadas nos exemplos acima têm um mesmo referente - o planeta Vênus - no entanto, existem dois modos de referir a este objeto: 'estrela da manhã' e 'estrela da tarde' são duas expressões com sentidos diferentes que remetem a um mesmo objeto.

Outra questão discutida por Frege neste artigo é o problema das orações subordinadas. Quando as palavras são usadas de forma costumeira fala-se de referência direta. No entanto, elas também podem ser usadas para referir a si próprias ou sobre o seu sentido. Isto ocorre quando recorremos às palavras de outrem para falarmos de um determinado assunto. As palavras de quem cita têm como referência as palavras citadas, sendo que somente as palavras trazidas de um outro contexto é que apresentam referência usual. Daí temos sinais de sinais. O outro caso que ocorre conforme estas circunstâncias é o da citação indireta, em que usamos o sentido das palavras de outrem, mas não as mobilizamos diretamente para o contexto de uso, ou seja, quando fazemos uma citação indireta, as palavras também não apresentam uma referência costumeira. Outra noção também implicada no conceito de significado é a de representação, que trata do aspecto subjetivo do significado.⁴⁰

Diante disso, pode-se dizer que a referência do nome próprio é o objeto que ocupa um lugar no mundo, já a representação é resultado do olhar individual sobre o objeto, o que faz com que esta tenha um caráter único e subjetivo. Entre a referência e a representação está o sentido, que não apresenta a mesma subjetividade da representação, mas também não é o objeto. O sentido é o que tem de estável, de

⁴⁰ Cf. SILVA, Marilúze Ferreira de Andrade e. *Introdução à Semântica de Gottlob Frege*. Londrina: CEFIL, 1999.

compartilhável na língua. O caráter subjetivo da representação fez com que Frege a excluísse dos estudos semânticos, considerando se tratar de uma questão de interesse da Psicologia. A discussão sobre este assunto aparece em seu texto com a finalidade de evitar que a representação seja confundida com o sentido ou com a referência.

Ao discutir o caso das sentenças assertivas completas, Frege afirma que o pensamento – sentido das sentenças – não pode ser a referência da sentença porque ele muda. Assim, ao sentido de uma sentença chamou de *pensamento* e à sua referência de *valor de verdade*. Tal condição traz o problema das sentenças que possuem sentido, mas que não têm uma referência. A forma como Frege resolve o problema criado pelos nomes relacionados ao mundo ficcional decorre de sua posição quanto ao problema da pressuposição existencial.

Por aspirar à construção de uma linguagem perfeita, que não apresentasse os mesmos problemas da linguagem natural, Frege deixa de fora de sua teoria aquilo que não pode ter uma referência no mundo, pois, parte do princípio de que a linguagem natural apresenta ambiguidades que poderiam ser eliminadas numa linguagem artificial, objetiva. Para construir essa linguagem perfeita, apela para um mundo em que nomes e sentenças, necessariamente, precisam ter uma referência.

Ao discutir as condições em que o valor de verdade de uma sentença pode ser mantido, Frege afirma que não ocorre alteração quando é possível trocar uma expressão por outra que tenha a mesma referência. Nestes casos, temos duas formas diferentes para falar de um mesmo referente, ou seja, os sentidos dessas expressões podem ser intercambiados sem que o seu valor de verdade seja alterado.

No entanto, essa condição sofre alteração quando tratamos das sentenças complexas em discurso direto e indireto, pois nesses casos não apresentam um pensamento independente. Isso ocorre porque uma sentença em discurso indireto remete a uma outra sentença e em discurso direto a um pensamento. Daí a conclusão de que nas sentenças subordinadas, as substituições não se dão entre expressões com referência costumeira, mas entre as que apresentam um sentido costumeiro.

Frege admite que o referente de um sinal seja um objeto empírico, porém a sua representação não passa de uma imagem sempre subjetiva. Por tal motivo, as representações de um mesmo objeto variam porque nem sempre a mesma

representação está associada ao mesmo sentido. A representação é subjetiva por isso ocorre que cada pessoa tenha uma representação individual do mesmo objeto. Essa variação de representação tanto pode ocorrer no mesmo indivíduo como entre indivíduos diferentes e disso resulta uma variedade de diferenças nas representações associadas ao mesmo sentido.

Dessa forma, podemos dizer que a representação, o sentido e a referência se distinguem porque a primeira é subjetiva, a segunda intersubjetiva e a terceira é objetiva. Assim, ao sinal corresponde um sentido determinado e ao sentido corresponde uma referência determinada. Em uma linguagem perfeita uma referência deve ter apenas um sentido. Mas nem sempre a um sentido corresponde uma referência

No mesmo ano da publicação de *Sobre o Sentido e a Referência*, aparece o artigo *Sobre o Conceito e o Objeto*, onde Frege procura desfazer os equívocos de Benno Kerry acerca de sua noção de conceito tal como formulada em *Os fundamentos*. Como nesse livro Frege não havia desenvolvido com a devida exatidão a noção de conceito, Kerry foi levado a identificar o termo 'conceito', na acepção de Frege, com sua acepção de orientação psicológica. Entre os temas que aí são discutidos, destacam-se as distinções entre conceito e objeto; propriedades de objetos e notas características de conceitos, subordinação de conceitos; conceitos de primeira e segunda ordem.

1.4 LEIS FUNDAMENTAIS DA ARITMÉTICA

No período que se estende de 1893 até 1903 quando Frege completa a publicação de *Leis Fundamentais da Aritmética* ele procura formalizar e completar *Os Fundamentos da Aritmética*. Em 1893 ele publica o primeiro volume de *Leis Fundamentais da Aritmética*, neste volume ele empreender a construção formal da Aritmética em bases puramente lógicas; explica novamente a sua notação conceitual exposta na *Conceitografia*; explica a teoria dos números cardinais; a noção de ordenação numa sequência; e faz uma série de críticas ao psicologismo e ao formalismo. Frege demora muito tempo desde a publicação da *Conceitografia* até a publicação de *Leis Fundamentais da Aritmética*,

A razão de porque a realização atrasou tanto depois de seu anúncio em parte se deve a transformações internas da Conceitografia, que me obrigaram a abandonar o manuscrito que estava já quase terminado. Explicarei aqui brevemente estes melhoramentos. (...) Com isto chego ao segundo motivo do atraso: a desesperança que às vezes me atacava ante à fria recepção, ou melhor dizendo, ante à falta de recepção feita às minhas obras antes mencionadas por parte dos matemáticos e a má vontade das correntes científicas contra as quais meu livro terá que lutar.⁴¹

O primeiro volume de sua obra fundamental, *Leis Fundamentais da Aritmética*, Frege procura, com extremo rigor, levar a cabo seu projeto de redução da aritmética à Lógica. Nesse livro ele explica novamente a sua notação conceitual exposta na *Conceitografia* e explica também a teoria dos números cardinais, a noção de ordenação numa sequência e faz uma série de críticas ao psicologismo e ao formalismo.

Eu realizo aqui um projeto que já havia tido em vista no meu *Begriffsschrift* do ano de 1879 e que anunciei em meus *Fundamentos da aritmética* do ano de 1884. Eu quero demonstrar com a prática minha concepção sobre o número que expus no último dos livros citados. O fundamental de meus resultados expressei ali, no § 46, dizendo que a atribuição de número contém uma asserção (*Ausage*) sobre um conceito (*Begriffe*); e nisto se baseia a presente exposição.⁴²

Dez anos após a publicação do primeiro volume desta obra Frege publica o segundo, que contém mais demonstrações de algumas das leis básicas que governam os números naturais e começa a investigação dos números reais. Este volume inclui também críticas às visões de outros autores a respeito dos números

⁴¹ Wer mein Büchlein *Begriffsschrift* kennt, wird daraus entnehmen können, wie man auch hierin den strengsten Anforderungen genügen könnte, zugleich aber auch, dass dies eine beträchtliche Zunahme des Umfanges nach sich zöge. (...) Hiermit komme ich auf den zweiten Grund der Verspätung: die Muthlosigkeit, die mich zeitweilig überkam angesichts der kühlen Aufnahme, oder besser gesagt, des Mangels na Aufnahme meiner oben genannten Schriften bei den Mathematikern und der Ungunst der wissenschaftlichen Strömungen, gegen die mein Buch zu kämpfen haben wird. (FREGE, Gottlob, *Die Grundgesetze der Arithmetik*, begriffsschriftlich abgeleitet. Vol. I, II. (1893, 1903). George Olms Verlag, Hildesheim: Zürich, New York, 1998, p. VIII-IX; FREGE, Gottlob. Prólogo às *Leis básicas da Aritmética*. Tradução de Celso R. Braidia (NIM/UFSC), p.4.)

⁴² Ich führe hiermit ein Vorhaben aus, das ich schon bei meiner *Begriffsschrift* vom Jahre 1879 im Auge gehabt und in meinen Grundlagen der Arithmetik vom Jahre 1884 angekündigt habe. Ich will hier durch die That die Ansicht über die Anzahl bewähren, die ich in dem zuletzt genannten Buche dargelegt habe. Das Grundlegende meiner Ergebnisse sprach ich dort im § 46 so aus, dass die Zahlangabe eine Aussage von einem *Begriffe* enthalte; und darauf beruht hier die Darstellung. (FREGE, 1998, p. IX. FREGE,4)

reais, um esboço técnico da definição dos números reais e finalmente, uma série de demonstrações formais da *Conceitografia*.⁴³

No entanto, quando o segundo volume de *Leis Fundamentais da Aritmética* (1903) estava no prelo, Frege recebe de Bertrand Russell uma carta, na qual o filósofo inglês lhe comunica um problema que, posteriormente, ficaria famoso como o 'paradoxo de Russell'. Esse paradoxo coloca em xeque o projeto de Frege. Ele não consegue atingir seus propósitos, seu sistema mostra-se inconsistente.

Segundo Frege, nós não podemos exigir que tudo seja provado, porque isto é impossível; mas nós podemos exigir que todas as proposições usadas sem uma prova sejam explicitamente declaradas como tais, e podemos reduzir ao mínimo o número dessas proposições primitivas. Ele chama axiomas às proposições que não podem ser provadas ou de 'leis básicas', as quais dão o título ao livro.

No segundo volume de *Leis Fundamentais da Aritmética*, Frege enfatiza que a sua visão sobre o número é a mesma apresentada em 1884 em *Os Fundamentos da Aritmética* e que a notação conceitual da *Conceitografia* também é mantida com algumas alterações. O símbolo de identidade de conteúdos '≡' usado no *Conceitografia* é substituído pelo símbolo ordinário de igualdade '='. Em si própria esta mudança de notação é trivial, no entanto, ela assinala uma modificação nas ideias de Frege, com a distinção entre sentido e referência, tratadas em seu artigo *Sobre o Sentido e a Referência*. Ele introduz um símbolo para percurso-de-valores.

Ele faz também, duas alterações na interpretação do seu simbolismo. Primeiro, o traço horizontal é interpretado de forma diferente, visto que 'conteúdo' agora é distinguido em sentido e referência. E a segunda alteração é a identificação da referência com valores de verdade.

Frege diz que todos os matemáticos contemporâneos são formalistas e todos os lógicos contemporâneos são psicologistas. Os lógicos confundem as leis normativas da Lógica com as leis descritivas da Psicologia. Frege defende a tese, segundo a qual, as verdades da aritmética são analíticas, pois precisam para a sua demonstração apenas de leis da Lógica e definições. Muitos matemáticos em seu tempo poderiam ter concordado com Frege nesse aspecto, e, no entanto, terem defendido uma teoria da aritmética que ele rejeitaria. O ponto de divergência entre ambos é a natureza da definição em Matemática. Quando os matemáticos do século

⁴³ Cf. WEINER, Joan. *Frege*. New York: Oxford University, 1999. p. 117.

XIX consideravam o progresso da Matemática desde o Renascimento, tiveram algumas vezes a impressão de que as novidades na ciência matemática eram produtos da construção humana e não de descobertas.

Frege, ao contrário dos formalistas, defende que não compete ao matemático criar objetos. Para ele não há definições criativas em Matemática; as expressões matemáticas são apenas nomes de objetos existentes, e as verdades matemáticas constituem-se em verdades acerca do mundo. Os formalistas consideram como justificada a introdução de novos números, se isso não acarretar contradição. Mas, contra essa posição, Frege argumenta que contradições podem ser encontradas posteriormente e que a ausência de contradição, por si só, não garante a existência de objetos matemáticos. Os formalistas também tentaram defender a tese que em Matemática pura não é necessário ir pra além dos símbolos e das suas regras de combinação.⁴⁴

Em 1902, o segundo volume de *Leis Fundamentais da Aritmética* já estava no prelo, e Frege sentia-se totalmente realizado no que diz respeito à concretização de seu projeto, uma vez que, nessa obra, ele acreditava ter efetivamente demonstrado que toda a aritmética tem seu fundamento na Lógica. Assim, após discutir minuciosamente a Lógica psicologista, que crê ser insustentável, afirma que todo o segundo volume de sua obra é, na verdade, uma demonstração de suas concepções Lógicas. Nessa obra ele desenvolve as noções de número negativo, racional, irracional e complexo, além das operações usuais da aritmética, encerrando assim a discussão em torno das noções essenciais da aritmética. Frege não consegue atingir seus propósitos, seu sistema mostra-se inconsistente como aponta Russell, em 1902, com a contradição que ficou conhecida como o 'paradoxo de Russell'. Esse paradoxo poderia ser demonstrado no sistema lógico proposto por Frege. Na teoria de Frege o conceito admite extensão e a extensão do conceito é um objeto do qual posso perguntar se cai sob o conceito. Pode-se também perguntar se ele cai sob o conceito que lhe deu origem. Foi isso que originou o paradoxo de Russell. Mas, apesar de ver seu projeto ruir, Frege reage serenamente, como nos mostra Russell na carta endereçada a Heijenoort:

⁴⁴ KNEALE, William; KNEALE, Martha. *O Desenvolvimento da Lógica*. 2.^a ed.. Lisboa: Calouste Gulbenkian, 1980.

Quando penso em atos de integridade e graça, percebo não conhecer nada que se compare com a dedicação de Frege à verdade. O trabalho de sua vida inteira estava próximo de ser completado, muito de seu trabalho havia sido ignorado em benefício de homens infinitamente menos capazes, seu segundo volume estava para ser publicado, e descobrindo que a sua hipótese fundamental estava errada, ele respondeu com prazer intelectual, claramente submergindo qualquer sentimento de desapontamento pessoal. Foi quase sobre-humano e uma indicação viva do que homens são capazes quando dedicados ao trabalho criativo e ao conhecimento ao invés de aos esforços de dominar e tornar-se conhecido.⁴⁵

1.5 OS ARTIGOS DE MATURIDADE

O paradoxo de Russell põe em risco todo o trabalho de Frege, que, então, passa a buscar uma solução para o problema e, no entanto, não obtém sucesso, o que o obriga a escrever um apêndice ao *Leis Fundamentais da Aritmética*, propondo uma maneira de corrigir seu sistema a fim de evitar a contradição apontada por Russell. Contudo, essa solução não satisfaz a Frege, na medida em que ameaçava o caráter lógico do sistema. Frege procura solucionar o problema, mas acaba desistindo e volta-se para outros assuntos.

A esse período fazem partes os artigos publicados em um periódico alemão entre 1918 e 1923, são eles: *O Pensamento*, *A Negação* e *Pensamentos Compostos*.⁴⁶ Ele pretendia que esses artigos fossem capítulos de um livro a ser intitulado *Investigações Lógicas (Logischen Untersuchungen)*. Em 1975 eles foram postumamente publicados com o título pensado originalmente. Nesses escritos o simbolismo raramente aparece e a sua escrita conceitual está praticamente ausente.

Os artigos, *O Pensamento*, *A Negação* e *Pensamentos Compostos*, foram escritos em um período em que Frege começou a pôr em dúvida, de certo modo, sua tese logicista, eles revelam uma perspectiva bem mais especulativa e

⁴⁵ HEIJENOORT. Carta de Russell a Heijenoort, 23 de novembro de 1962, em resposta à solicitação de Heijenoort para publicar a carta de 1902 de Russell a Frege 2000. p. 27.(não tivemos acesso a essa carta em sua língua original).

⁴⁶ Cf. FREGE, Gottlob. *Investigações lógicas*. Organização, tradução e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDIPE Artes Gráficas, 2001; Cf. idem. *Logische Untersuchungen* Editado e introduzido por Günther Patzig; Vandenhoeck and Ruprecht, Göttingen:1976.

exploratória. Esses trabalhos representam um dos momentos mais altos do seu pensamento. Eles, em conjunto, abrem uma dupla vertente nas especulações fregeanas. De um lado, constituem um novo modo de abordar o cálculo sentencial, procurando definir os conceitos lógicos por meios operatórios, ao contrário da definição axiomática, classicamente desenvolvida na *Conceitografia* e em *Leis Fundamentais da Aritmética*. Por outro lado, Frege, em suas *Investigações Lógicas*, abre novos roteiros em Lógica filosófica através das discussões em torno das noções de verdade, negação, sentença, pensamento, asserção, etc.

Em *Os Pensamentos*, Frege renova suas críticas aos lógicos psicologistas e discute as noções de sentença assertiva, pensamento e valor de verdade, bem como a suas inter-relações. A tarefa da Lógica, para Frege, é discernir as leis do ser verdadeiro. A palavra “lei” é empregada em dois sentidos: como leis morais ou jurídicas, que se referem às prescrições que devem ser obedecidas, mas com as quais os acontecimentos nem sempre estão em conformidade, e pode ser também entendida com leis da natureza, que constituem as generalizações dos acontecimentos naturais, com as quais estes sempre estão de acordo.

A Lógica, segundo Frege, deve ser entendida no segundo sentido, pois a ela não interessa o processo psíquico que o levou a determinado pensamento, mas apenas a sua demonstração como verdadeiro. Frege adverte que, se falarmos em “Leis do pensamento”, correremos o risco de tomarmos essa expressão como uma generalização do processo psíquico de pensar. Dessa forma, as “leis do pensamento” seriam entendidas como leis psicológicas. Aqui fica evidente a crítica de Frege ao psicologismo. A generalização do processo psíquico de pensar não deve substituir a demonstração de algo que foi considerado verdadeiro. A Lógica deve prescindir de explicar o processo psíquico de pensar, a ela cabe apenas decidir se o asserir como verdadeiro – momento em que o processo termina – se justifica ou não. Assim ele demarca as fronteiras entre Psicologia e Lógica. “Atribuo à Lógica a tarefa de descobrir as leis do ser verdadeiro (*Wahrsein*), e não as leis do asserir como verdadeiro (*Fürwahrhalten*) ou as leis do pensar”.⁴⁷ Ou seja, para a lógica não interessa qual foi o processo psíquico que me levou a pensar determinada coisa, mas se o que foi pensado se justifica logicamente (é válido) ou não.

⁴⁷ Cf. FREGE, Gottlob. O Pensamento. Uma Investigação Lógica. In: ALCOFORADO, Paulo (Org.). *Cadernos de Tradução: Investigações lógicas e outros ensaios*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDIPE Artes Gráficas, 2001.

Por pensamento Frege entende o sentido de uma sentença, mas nem todo sentido de uma sentença é um pensamento, pois, chamamos de pensamento, apenas, as sentenças às quais podemos perguntar pela verdade. O pensamento é imperceptível pelos sentidos, mas veste a roupagem perceptível da sentença, e torna-se mais facilmente apreensível. Os pensamentos não são subjetivos como as ideias nem são perceptíveis pelos sentidos. Depois das distinções, feitas nos parágrafos anteriores, Frege chega à conclusão que os pensamentos não são nem coisas do mundo exterior, nem são ideias. Desta forma, é necessário um terceiro domínio. Este domínio, em que estão os pensamentos, coincide com as ideias, por não poder ser percebido pelos sentidos, e também coincide com as coisas do mundo sensível, por não necessitar de um portador a cuja consciência pertença.

Assim, por exemplo, o pensamento que expressamos no teorema de Pitágoras é intemporalmente verdadeiro, verdadeiro independentemente do fato de que alguém o considere verdadeiro ou não. Ele não requer nenhum portador. Ele é verdadeiro não a partir do momento de sua descoberta, mas como um planeta que já se encontrava em interação com outros planetas antes mesmo de ter sido visto por alguém.⁴⁸

Assim, de acordo com o artigo *O Pensamento*, há três reinos de entidades: o reino das ideias, que é essencialmente subjetivo; o reino das coisas sensíveis, das coisas que são materiais e objetivas; e o reino dos pensamentos, que é objetivo, mas não é sensível. O pensamento assume a forma sensível de uma sentença; ou seja, o veículo para apreensão e expressão dos pensamentos é a linguagem. Eles são atemporais e verdadeiros não a partir de sua descoberta, mas são verdadeiros mesmo antes de o conhecermos.

Frege distingue três atos, o pensar, o julgar e o asserir. Na ciência, um progresso geralmente se dá da seguinte maneira: Inicialmente apreende-se um pensamento, depois de investigações este pensamento é reconhecido como verdadeiro. E finalmente expressamos o reconhecimento da verdade sob a forma de uma sentença assertiva. O uso da palavra “verdadeiro” é desnecessária nesse

⁴⁸ So ist z. B. der Gedanke, den wir im pythagoreischen Lehrsatz aussprechen, zeitlos wahr, unabhängig davon wahr, ob irgendjemand ihn für wahr hält. Er bedarf keines Trägers. Er ist wahr nicht erst, seitdem er entdeckt worden ist, wie ein Planet, schon bevor jemand ihn gesehen hat, mit andern Planeten in Wechselwirkung gewesen ist. (FREGE, Gottlob. O pensamento. Uma investigação lógica. In: ALCOFORADO, Paulo (Org.). *Cadernos de Tradução: Investigações lógicas e outros ensaios*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDIPE Artes Gráficas, 2001. p. 27; FREGE, Gottlob. *Logische Untersuchungen* Editado e introduzido por Günther Patzig; Vandenhoeck and Ruprecht, Göttingen:1976, p. 69)

processo, pois, a força assertiva não se encontra nela, mas na forma da sentença. E quando esta perde sua força o uso da palavra “verdadeiro” não poderá restituir sua força assertiva.

Frege também demonstrou ter consciência das peculiaridades linguísticas das expressões indexicais, ele distingue três classes de expressões indexicais: as temporais, espaciais e aquelas associadas aos pronomes pessoais.

Se alguém quiser dizer hoje o mesmo que expressou ontem usando a palavra ‘hoje’, terá que substituir esta palavra por ‘ontem’. Embora o pensamento seja o mesmo, sua expressão verbal tem que ser diferente, para que seja compensada a mudança do sentido que, de outro modo, ocorreria devido à diferença de tempo do proferimento. Dá-se o mesmo com palavras como ‘aqui’ e ‘ali’. Em todos estes casos, o mero enunciado verbal, aquilo que pode ser fixado no papel, não é a expressão completa do pensamento. Necessita-se, ainda, para a correta apreensão do pensamento, do conhecimento de certas circunstâncias que acompanham o proferimento e que servem para expressar o pensamento. Isto pode incluir também a ação de apontar com o dedo, gestos, olhares. O mesmo enunciado que encerre a palavra ‘eu’ expressará, quando proferido por diferentes pessoas, diferentes pensamentos, alguns dos quais poderão ser verdadeiros, e outros, falsos.⁴⁹

No artigo *Negação* de 1919 Frege discute o problema dos pensamentos falsos. Se o ser de um pensamento consiste em ser verdadeiro, então não poderíamos falar de pensamentos falsos. Mas apesar de Frege insistir que não se pode inferir coisa alguma de um pensamento falso, ele reconhece que o ser do pensamento não consiste em seu ser verdadeiro. O ser do pensamento consistiria, na verdade na sua objetividade, ou melhor na sua intersubjetividade, ou seja, o ser do pensamento consistiria em ser apreendido como o mesmo pensamento por diferentes pessoas.

⁴⁹ Wenn jemand heute dasselbe sagen will, was er gestern das Wort „heute“ gebrauchend ausgedrückt hat, so wird er dieses Wort durch „gestern“ ersetzen. Obwohl der Gedanke derselbe ist, muss hierbei der Wortausdruck verschieden sein, um die Änderung des Sinnes wieder auszugleichen, die sonst durch den Zeitunterschied des Sprechens bewirkt würde. Ähnlich liegt die Sache bei den Wörtern wie „hier“, „da“. In allen solchen Fällen ist der bloße Wortlaut, wie er schriftlich festgehalten werden kann, nicht der vollständige Ausdruck des Gedankens, sondern man bedarf zu dessen richtiger Auffassung noch der Kenntnis gewisser das Sprechen begleitender Umstände, die dabei als Mittel des Gedankenausdrucks benutzt werden. Dazu können auch Fingerzeige, Handbewegungen, Blicke gehören. Der gleiche das Wort „ich“ enthaltende Wortlaut wird im Munde verschiedener Menschen verschiedene Gedanken ausdrücken, von denen einige wahr, andere falsch sein können. (FREGE, Gottlob. O pensamento. Uma investigação lógica. In: ALCOFORADO, Paulo (Org.). *Cadernos de Tradução: Investigações lógicas e outros ensaios*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDIPE Artes Gráficas, 2001, p. 18-19; FREGE, Gottlob. *Logische Untersuchungen* Editado e introduzido por Günther Patzig; Vandenhoeck and Ruprecht, Göttingen:1976, p.64)

No artigo *Pensamentos Compostos* de 1923, último artigo publicado em vida por Frege, ele apresenta seis das dezesseis funções de verdade possíveis com duas variáveis proposicionais e discute a relação entre linguagem e pensamento. Ele explica de que modo, com um repertório finito de expressões dotadas de sentido, é possível construirmos sistematicamente um número infinito de enunciados dotados de sentido.⁵⁰

O artigo *Generalidade Lógica* ficou inacabado devido a sua morte, há apenas fragmentos desse artigo. Além desses trabalhos, ele redigiu dois outros pequenos textos, em um dos quais reconhecia explicitamente a impossibilidade de reduzir a aritmética à Lógica e propunha reduzi-la a Geometria. No entanto, esse projeto ficou apenas esboçado. Hoje se sabe que com o teorema de Gödel a aritmética formal é incompleta, mas é claro Frege não conheceu esse teorema.

⁵⁰ NETO, Fernando Raul. O Último texto de Frege. *Perspectiva Filosófica*. V. I, n° 25. Jan-Jun/2006. p. 153-175.

II

O LABIRINTO DO MINOTAURO: UMA METÁFORA POSSÍVEL

No capítulo que ora iniciamos exploraremos em nossa análise da literatura secundária de Frege acerca do princípio do contexto, o recurso estilístico da metáfora. Entende-se metáfora como figura de linguagem em que há o emprego de uma palavra ou uma expressão, em um sentido que não é muito comum, em uma relação de semelhança entre dois termos. Metáfora deriva do grego *μεταφορά*, “transferência, transporte para outro lugar”, composto de *μετά* (meta), “entre” e *φέρω* (pherō), “carregar”. Em seu sentido literal, o verbo grego *metapherein* seria traduzido pelo verbo latino *transferire*. Assim, *metaphorá* significa “mudança” e “transposição”. Esta figura de linguagem corresponde à substituição de um termo por outro através de uma relação de analogia

Dessa forma, analisaremos a exegese fregeana a cerca do princípio do contexto explorando a metáfora do “Labirinto do Minotauro”. Estabeleceremos as personagens da nossa metáfora, sem ainda discuti-los em detalhe, o que faremos no desenvolvimento do trabalho, esperamos que essa metodologia possa nos ajudar

a nos desvencilhar das ambiguidades e confusões interpretativas das diferentes leituras do princípio do contexto.

Objetivando situar o leitor no interior do mito apresentaremos detalhadamente o mito do “Labirinto do Minotauro” no decorrer desse capítulo. Talvez o leitor ache que nos demoramos muito nessa apresentação, mas a nossa intenção foi exatamente ambientá-lo a respeito do mito em pauta para tornar claro o aspecto metodológico da nossa metáfora.

A mitologia grega – narrativa sobre deuses e heróis – explicava a origem e natureza do mundo. Ela era assunto principal nas aprendizagens das crianças da Grécia Antiga, como meio de orientá-las no entendimento de fenômenos naturais e em outros acontecimentos que ocorriam sem o intermédio dos homens. Os gregos antigos atribuíam a cada fenômeno natural uma criatura ou um deus diferente.

A origem dos mitos que atravessam a história da humanidade é raramente conhecida. Como a mitologia vem de uma tradição oral, passados de geração a geração, nós temos versões diferentes para o mesmo mito. Quando os mitos passam a textos mitológicos, eles acabam perdendo as suas funções originais e posteriormente, quando passam a serem organizados na forma escrita estes perdem a sua vivacidade, pois, na mitologia as diferentes histórias se entrelaçam formado um todo vivo, para Brandão,

Os mitos gregos só se conhecem através da forma escrita e das imóveis composições da arte figurada, o que, aliás, é comum a quase todas as mitologias antigas. Ora, a forma escrita desfigura o mito de algumas de suas características básicas, como, por exemplo, de suas variantes, que se constituem no verdadeiro pulmão da mitologia. Com isso, o mito se enrijece e se fixa numa forma definitiva. De outro lado, a forma escrita o distancia do momento da narrativa, das circunstâncias e da maneira como aquela se converteria numa ação sagrada. Um mito escrito está para um mito "em função", como uma fotografia para uma pessoa viva.⁵¹

Apesar dos mitos terem caído no descrédito, a mitologia grega tem uma extensa influência sobre a cultura, as artes e a literatura e permanece como parte da herança e da linguagem ocidental. Poetas e artistas desde os tempos antigos até o presente têm sua inspiração derivada da mitologia grega e têm descoberto significados contemporâneos e relevâncias em seus temas.

⁵¹ BRANDÃO, Junito. *Mitologia Grega*, vol. I. Vozes: Petrópolis, 1994, p. 25.

Esse mito, como veremos com mais detalhes, conta a história do herói grego Teseu que recebeu de Ariadne um novelo que deveria desenrolar ao entrar no labirinto, onde o Minotauro vivia encerrado, ele tinha a missão de matar o mostro e encontrar a saída, para então libertar os atenienses do jugo de Minos, o cruel rei de Tebas. Teseu cumpre o seu desígnio adentra o labirinto, mata o Minotauro e, com a ajuda do fio que desenrolara, encontra o caminho de volta. Teseu ata a ponta do novelo na entrada do labirinto e vai marcando o caminho com a linha. Deste episódio é que surgiu a expressão *Fio de Ariadne*. Teseu encontra e mata o Minotauro. Reconstitui o caminho marcado pelo fio de Ariadne até a saída do labirinto e sai vitorioso.

Analogamente utilizaremos como um *Fio de Ariadne* o princípio do contexto como caracterizado pelo próprio Frege em *Os Fundamentos da Aritmética* e com a sua ajuda tentaremos avançar no labirinto das interpretações desse princípio. Como Teseu colocaremos esse fio na entrada do labirinto, para avançarmos em segurança iremos desenrolando esse novelo e retornaremos ao ponto de partida sempre que estejamos em perigo ou nos percamos pelo caminho até que consigamos encontrar e derrotar o Minotauro, que ronda o labirinto da infinidade de interpretações do princípio do contexto e devora todos aqueles que ousam enfrentar a sua fúria.

Assim como Dédalo construtor do intrincado labirinto do Minotauro a literatura secundária de Frege construiu um labirinto em torno do princípio do contexto. Muitas questões são colocadas pela literatura secundária, pois, embora o princípio do contexto seja amplamente reconhecido como uma das grandes contribuições de Frege, como veremos mais adiante, de um modo geral, ele também é bastante controverso, há muita discussão sobre sua função no Projeto Logicista Frege.

Labirintos, é claro, não têm saída, a menos que encontremos o seu segredo, reconheçamos as suas encruzilhadas ou tenhamos o fio que nos conduza por seus trajetos. Ao usarmos a metáfora do labirinto para introduzir nosso estudo sobre a análise da literatura secundária acerca do princípio do contexto temos como objetivo percorrer os trajetos feitos pela exegese de Frege. Nessa discussão teremos como fio condutor uma reflexão que nos permita encontrar saídas sem que nos percamos em críticas estabelecidas *a priori* ou em deslumbramentos equivocados, mapeando as interpretações e discutindo as suas possibilidades e limitações. Entendemos que

esta metáfora propiciará uma nova maneira de ler o princípio do contexto e abrirá novos caminhos para a sua exegese.

Dessa forma, do mesmo modo que o fio de Ariadne permitiu a Teseu achar a saída do labirinto, apresentaremos uma análise da literatura secundária sobre o princípio do contexto que pretendemos ser um fio condutor que nos permitirá adentrar no labirinto construído pela exegese de Frege e sair do imbróglio causado pela balbúrdia de interpretações desse princípio.

2.1 O CONSTRUTOR DO LABIRINTO

Começaremos a narrar o mito do “Labirinto do Minotauro” a partir da estória do seu construtor, Dédalo, seu nome em grego, significa: engenhoso, hábil, criador. Ele era um escultor-arquiteto, um artesão e engenheiro. Vivia para criar obras que servissem para melhorar o trabalho dos cidadãos de seu tempo. Possuía uma oficina em Atenas, onde, ao lado de Talo, seu sobrinho e aprendiz engendravam instrumentos preciosos como o mastro, a vela, o machado etc..

No apaixonado trabalho de Dédalo reside à glória de Atenas. Jovens artistas, ao iniciarem carreira, tratam logo de visitá-lo. Em sua oficina, perplexos ante tão grande perfeição, imaginam como seria possível arrancar formas quase vivas de rudes toras de madeira ou de simples massas de barro.

Dédalo não trabalha sozinho, Talo, a quem o arquiteto ensinara as artes da cerâmica e da escultura, sempre o acompanha. Incessantemente, o talentoso jovem se debruça com emoção sobre a madeira ou o barro.

Tio e sobrinho convivem em paz, até o dia em que Talo inventa o torno de oleiro. O rapaz moldava uma vasilha de barro, e, como encontrava muita dificuldade em finalizar a obra, achou mais prático procurar um meio de melhorar as condições do trabalho, antes de prosseguir-lo, assim criou seu invento.

Quando Dédalo se depara com o torno, fica pálido de espanto e ciúme, a inveja corrói a alma do artista, apagando-lhe a antiga vitalidade. Talo, no entanto, continua produzindo, sem notar o desespero do tio.

Poucos dias depois de criar o torno de oleiro. Talo inventa o serrote, a partir da observação de uma serpente morta que encontra por acaso na floresta ao redor da oficina. Abrindo a boca do réptil, viu os enfileirados dentes agudos, que imediatamente lhe trouxeram a ideia do objeto tão útil. Rápido o jovem copia o maxilar da cobra num pedaço de ferro e volta para oficina.

Ao vê-lo chegar com o novo invento, Dédalo sente chegar a ameaça sobre sua glória. Triste, preocupado, sai para a floresta acreditando que nela se encontravam todas as origens das geniais concepções de Talo. Anoitece, e o escultor não encontra nada que lhe desse inspiração. Cabisbaixo, volta para casa e, tão logo entra, depara com o sobrinho que sorri sem parar, como se estivesse enlouquecido de felicidade: acabara de inventar o compasso.

Dédalo mal consegue disfarçar o ódio pelo jovem que o supera a cada dia. Os artesões de Atenas, recompensados pelo esforço criador de Talo, cujos inventos facilitam-lhes a produção cotidiana de armas, tijolos e vestimentas, começam a esquecer do grande mestre. Já quase não mencionam Dédalo. Suas homenagens dirigem-se agora ao antigo aprendiz. Enciumado, Dédalo trama contra a vida de Talo.

Convida o jovem para passear com ele pelo templo de Atena (Minerva), de onde se descortinava a vista mais bonita da cidade. Inocentemente, Talo aceita. No dia seguinte partem os dois para o santuário.

Do alto das muralhas sombrias, o mestre atira o aprendiz e observa o rosto do sobrinho: um sorriso sereno continua pairando nos lábios de Talo. Sorrateiramente Dédalo desce do templo, onde começara o crime que o atormentaria durante toda a vida. Recolhe o cadáver de Talo e coloca-o num saco. Limpa as marcas de sangue do chão para não deixar vestígios e segue rumo a um terreno baldio, próximo à oficina.

Mas, no caminho, algumas pessoas perguntam-lhe o que há naquele saco manchado de sangue. Temeroso e tentando dissimular, Dédalo diz ter matado uma serpente, mas a desculpa não convence os curiosos. Às escondidas, seguem o criminoso até o terreno e ali, assistem a um rápido ritual: com as mãos trêmulas de horror por si próprio, o mestre abre uma cova no chão e deposita o cadáver de Talo.

Cheios de repulsa, os homens que seguiram Dédalo correm até a cidade. Apresentam-se ao Areópago, o tribunal grego, e diante dos juízes, narram o doloroso episódio.

Antes de tomar qualquer decisão, o tribunal manda investigar o templo de Atena, onde supunham que o crime tivesse sido cometido. No solo, nada é encontrado. Os juízes enviam mensageiros à casa de Dédalo, tudo é vasculhado, mas parece não existir prova alguma. Os emissários estão prestes a sair, de mãos vazias, quando se deparam com uma veste manchada de sangue jogada no chão. Então conduzem Dédalo ao Areópago.

Dédalo nega veementemente, mas acaba caindo em contradição e é condenado à morte. Com vergonha de si mesmo, ouvindo os gritos de repulsa dos que aguardavam o julgamento solene, ele cobre o rosto e chora. No fundo do tribunal, uma perdiz assiste ao dramático momento da condenação: era Talo, sob a forma alada que dera a deusa Atena. Quando Dédalo é algemado e conduzido à prisão, a ave sobrevoa o Areópago, recompensada pela sábia decisão dos juízes.

No entanto, Dédalo consegue fugir da prisão e embarca num navio que seguia para Creta. Chegando a seu destino é recebido com honras de Estado por Minos, o rei. No entanto, quanto mais aumenta sua amizade ao governante, mais dele se torna escravo. O monarca exige-lhe presentes para a filha, soluções arquitetônicas para a cidade, esculturas para os jardins do palácio. E o artista não pode recusar-se nem cobrar, pois deve gratidão ao rei que o acolhera.⁵²

2.2 O NASCIMENTO DO MINOTAURO

Do ponto de vista histórico, Minos foi o nome de um dinasta, que governou Creta, ao menos como rei suserano de Cnossos, miticamente a coisa é bem diversa. Filho de Zeus e Europa ou do rei cretense Astérion e da mesma Europa, Minos tinha dois irmãos, Sarpédon e Radamanto, com os quais disputou o poder sobre Creta, eco evidentemente de lutas reais pela supremacia de Cnossos sobre Festo e Mália, dois outros grandes centros políticos e econômicos da Ilha. Minos alegou que, de direito, Creta lhe pertencia por vontade dos deuses e, para prová-lo, afirmou que estes lhe concederiam o que bem desejasse. Um dia, quando sacrificava a

⁵² Cf. CIVITA, Victor. ed. *Mitologia: Dédalo-Ícaro-Pasífae*. vol. I. São Paulo: Abril Cultural, 1973. p.497- 512.

Poseidon, solicitou ao deus que fizesse sair um touro do mar, prometendo que lhe sacrificaria, em seguida, o animal. O deus atendeu-lhe o pedido, o que valeu ao rei o poder, sem mais contestação por parte de Sarpédon e Radamanto. Minos, no entanto, dada a beleza extraordinária da rês e desejando conservar-lhe a raça, enviou-a para junto de seu rebanho, não cumprindo o prometido a Poseidon. O deus, irritado, enfureceu o animal. A ira divina, todavia, não parou aí, para vingar-se mais ainda do rei perjuro, Poseidon fez com que a esposa de Minos – Pasífae, filha do deus Hélio, o Sol, da qual teve vários filhos, entre os quais se destacam Glauco, Androgeu, Fedra e Ariadne – tivesse uma paixão irresistível pelo touro. Sem saber como entregar-se ao animal, Pasífae recorre às artes de Dédalo, pede ao escultor que resolva um sério problema: esta apaixonada por um touro branco, e queria que o mestre criasse um engenho através do qual ela pudesse entregar-se ao animal tão desejado. Dédalo começa a trabalhar energeticamente, mesmo sabendo que sua obra desagradaria a Minos. Em pouco tempo, ele cria uma novilha de bronze tão perfeita – na qual Pasífae se introduz para receber o estranho amante – que consegue enganar o animal.⁵³

Feliz, com o desejo finalmente saciado, vive a tecer louvores a Dédalo. Mas o tempo passa e Minos acaba descobrindo a traição da esposa e, a princípio pensa em punir Dédalo. No entanto, percebe que ainda irá precisar muito do seu trabalho e acaba desistindo.

Da relação com o touro branco, Pasífae dá à luz a um monstro, uma criatura dotada de corpo meio humano, meio touro: o Minotauro. Tentando esconder de seu povo o vergonhoso fato, Minos ordena que Dédalo construa uma prisão para o mostro. Um cárcere de onde ele nunca mais pudesse sair.

Durante dias e noites, o arquiteto pensa numa solução. Não dorme nem come obcecado com a obra que deveria criar para salvar Minos e Pasífae da desonra pública. Finalmente encontra a solução que procurava, constrói o Labirinto: milhares de caminhos sinuosos, entrecruzados como um enigma eterno; ruas sem saída; rios escuros correndo sobre rochedos pontiagudos; quartos trancados e o céu como o teto.

⁵³ Cf. BULFINCH, Thomas. *O livro de ouro da mitologia: Histórias de deuses e heróis* (trad. David Jardim Júnior). Rio de Janeiro: Ediouro, 2006.

Enfim, Dédalo constrói a prisão do Minotauro, a obra arquitetônica que inquietaria o mundo, por todos os séculos vindouros. Uma perdiz solitária sobrevoava e observava o trabalho de Dédalo e sente inveja.

Com um esforço que jamais empreendera em toda sua vida, Dédalo terminara a construção do Labirinto. E já prevendo as dificuldades que teria para encontrar a saída, tratou de utilizar uma estratégia, um simples mas engenhoso ardil: por todos os cantos que havia passado, deixara pequenas pedras, para marcar o caminho. Assim quando chegou a hora de voltar, o rumo estava inteiramente traçado.

No misterioso cárcere ficou apenas o Minotauro, arranhando as paredes e esperando o dia da liberdade – ou da morte, preferível àquele penoso exílio, àquela involuntária solidão. Transcorrem-se dias muito longos na prisão. O Minotauro tem fome, no entanto, recusa-se a receber alimentos que lhe dão através de frestas escondidas nas muralhas: exige carne humana.

Ao saber do desejo do mostro, Minos – que há muito tempo estava em guerra com Atenas – tem uma ideia, concorda em retirar-se, desde que, anualmente, lhe fossem enviados sete moços e sete moças, que seriam lançados no Labirinto, para servirem de comida ao Minotauro. Egeu, rei de Atenas, não encontra meios de impedir o sacrifício de seu povo. Esse é o triste pagamento da dívida de guerra para com os cretenses. Quando chega o prazo marcado, ele arregimenta catorze jovens e embarca-os com destino à ilha.

2.3 O HERÓI TESEU

Como todo herói, Teseu, teve uma origem complicada. Segundo o mito, Egeu, rei de Atenas, não conseguindo ter um filho, mesmo tendo tido várias esposas sucessivas, dirigiu-se a Delfos para consultar Apolo. A Pítia respondeu-lhe, proibindo-lhe “desatar a boca do odre antes de chegar a Atenas”. Não tendo conseguido decifrar o enigma, Egeu decidiu passar por Trezena, cidade da Argólida, onde reinava o sábio Piteu. Este após ouvir a recomendação da Pítia, compreendeu,

de imediato, a mensagem. Embriagou o hóspede e, mandando levá-lo para o leito, pôs junto dele sua filha Etra.

Acontece, todavia, que na mesma noite em que passara ao lado do rei de Atenas, a princesa tivera um sonho: aparecera-lhe Atena, ordenando-lhe que fosse a uma ilha bem próxima do palácio real, a fim de oferecer-lhe um sacrifício. Apareceu-lhe, então, o deus Poseidon, que fez dela sua mulher. Foi desse encontro, nas horas caladas da noite, que Etra concebeu Teseu, o qual o rei de Atenas sempre pensou tratar-se de um filho seu. Temendo seus sobrinhos, os palântidas, que lhe disputavam a sucessão, o rei, após o nascimento de Teseu, se preparou para retornar a Atenas, deixando o filho aos cuidados do avô.

Antes de partir, entretanto, escondeu ritualmente, sob enorme rochedo, sua espada e sandálias, recomendando a Etra que, tão logo o menino alcançasse a adolescência, se fosse suficientemente forte para erguer a rocha, retirasse os objetos escondidos e o procurasse em Atenas.

Atingida a adolescência, Teseu se mostrou capaz de seguir o apelo do espírito. O entusiasmo da juventude lhe assegurou força suficiente para erguer a rocha. Empunhou a espada, calçou as sandálias e foi ao encontro do seu pai.

Na realidade, tão logo atingiu a adolescência, após oferecer, segundo o costume, parte de seu cabelo a Apolo, em Delfos, o jovem foi informado por Etra do segredo de seu nascimento e do esconderijo das sandálias e da espada paterna.

Teseu foi aconselhado pela mãe e o avô a ir por mar, Teseu escolheu ir por terra, ao longo de Istmo de Corinto, caminho infestado de bandidos. O primeiro grande malfeitor que Teseu encontrou no caminho foi Perifetes (o que fala muito), filho de Hefesto e Anticléia. Ele era coxo e dependendo da versão apoiava-se em uma muleta ou na clava de bronze que usava no ataque contra os transeuntes que se dirigiam a Epidauro. Teseu o mata e pega a clava para si, fazendo dela uma de suas armas na eliminação de vários inimigos.

O segundo rufião foi Sínis, um gigante que com a sua força vergava o tronco de um pinheiro até o solo e fazia com que aqueles que caíssem em suas mãos, mantivessem o tronco em tal estado, não tendo força para conter a retração da árvore eram lançados e caíam sobre rochas se despedaçando. Às vezes Sínis vergava duas árvores e amarrava a cabeça do condenado à copa de uma e os pés a outra, fazendo a vítima dilacerar-se.

Na primeira prova Teseu vergou o pinheiro com tanta força que quebrou a árvore, em seguida subjugou Sínis e o submeteu à segunda prova, dilacerando-o. Um breve adendo que Sínis tinha uma filha chamada Perigune, que se escondera na plantação de aspargo, enquanto Teseu e seu pai lutavam. Uniu-se depois ao herói e foi mãe de Melanipo, que foi pai de Ioxo, cujos descendentes tinham devoção particular pelos aspargos.

O terceiro desafio foi a monstruosa Porca de Crômion, filha de Tifão e Équidna que se chamava Féia, nome de uma velha bruxa que a criou e a alimentou. Teseu a eliminou com um golpe de espada.

Chegando às Rochas Cirônicas, Teseu enfrentou o assassino Cirão, filho de Pélops ou Poseidon, de acordo com a fonte. Ele ficava à beira-mar, nas terras de Mégara, nos denominados Rochedos Cirônicos, onde passava a estrada. O seu modo de agir com os viajantes era obrigá-los a lavarem seus pés e em seguida os jogavam no mar para que uma monstruosa tartaruga os devorassem. Teseu não aceitou lavar os pés de Cirão, o combateu e saiu vitorioso, jogando por fim o cadáver ao mar para a tartaruga-gigante devorar.

O quinto a ser enfrentado foi Damastes ou Polipêmon, apelidado de Procrusto (aquele que estica). Para matar suas vítimas ele usava de duas camas, uma pequena e outra grande, de acordo com o tamanho da vítima ele colocava em uma cama onde ou a pessoa tinha as pernas cortadas ou era esticado. Os dois se enfrentaram e Teseu saiu vitorioso.

O sexto e último desafiante de Teseu na viagem foi Cércion, o gigante de Elêusis, que obrigava os transeuntes a o enfrentarem em uma luta, como era muito forte matava a todos, até que enfrentou Teseu que o ergueu e lançando-o violentamente no solo o esmagou.

Terminada a jornada e derrotado os monstros, o herói chegou aos arredores de Atenas, mas antes de ir procurar o pai foi se purificar no rio Cefiso (pai de Narciso), lá foi purificado pelas Fitáidas, descendentes do herói Fítalo. Após o banho foi vestido com trajes femininos, passando na frente de um templo em construção, foi motivo de ridicularização pelos pedreiros, irritado, jogou um carro de bois contra os pedreiros. Depois disso entrou, sem se identificar, em seu futuro reino.

Mesmo não tendo se identificado, já era renomado por ser matador de monstros, coisa que preocupou o rei devido aos dias confusos e difíceis de Atenas.

Médeia que havia se casado com Egeu e se apossado do comando do reino, descobriu quem era o herói e em vez de revelar a Egeu, aumentou seu medo e o convenceu a matá-lo em um banquete em honra ao herói colocando veneno em sua taça, plano que teve consentimento do rei.⁵⁴

No banquete, querendo se revelar ao pai, Teseu desembainhou a espada para cortar a carne, Egeu reconheceu de imediato o filho, derrubou a taça, o abraçou e ali mesmo proclamou-o seu sucessor.

2.4 O FIO DE ARIADNE

Na mesma época em que Teseu chegou a Atenas, Androgeu, filho de Pasífae e Minos, rei de Creta, foi morto. A morte foi atribuída indiretamente a Egeu, a variantes sobre a morte do rapaz, uma delas diz que, invejoso das vitórias de Androgeu, Egeu o enviara para combater o Touro de Maratona, que acabou sucumbindo, outra variante diz que foram os próprios atletas que invejosos o mataram e uma terceira versão que já é política, diz que, ele teria morrido por ter ligações com os Palântidas.

Independente do motivo da morte, Minos entrou em guerra contra Atenas e teve apoio de Zeus (seu pai) que enviou uma peste ao povo ateniense. Minos concordou em se retirar desde que anualmente fossem enviados sete moças e sete moços para serem lançados no labirinto para servirem de pasto para o Minotauro.

Na terceira vez em deveriam enviar os jovens para serem devorados pelo Minotauro, Teseu se prontificou a ir com as outras treze vítimas, pois os atenienses já estavam se irritando com Egeu. Conta-se também que era o próprio Minos que escolhia as vítimas, e que uma vez lançados lá, caso conseguissem matar o Minotauro podiam regressar para a pátria livremente.

Mas Teseu, o valente filho do rei de Atenas, vendo a aflição do povo, decide libertá-los para sempre desse flagelo. Teseu parte então para Creta e tão logo

⁵⁴ CIVITA, Victor. ed. *Mitologia: Teseu-Hipólito-Fedra*. vol. III. São Paulo: Abril Cultural, 1973. p.561-576.

aporta na ilha, suscita perguntas e comentários. O povo fica admirado com a sua coragem e força e as mulheres enamoradas suspiram por sua beleza. Os comentários não tardam a chegar ao palácio real, aos ouvidos de Ariadne, filha do rei Minos, esta sente desejo de conhecer Teseu.

Escondendo-se dos seus pais, a princesa veste o seu melhor vestido e coloca flores no cabelo, olha-se no espelho para certificar-se da sua beleza. Já é de madrugada quando ela foge do palácio à procura de Teseu.

Chegando à cidade, inicia a sua busca, mas ninguém sabe onde o herói se esconde. Ela anda tanto, que acaba desmaiando de tanto cansaço às margens de um riacho. Tudo parecia perdido para a jovem. Ao despertar, no entanto, ela se dá conta que o destino estava ao seu lado. De pé, sorrindo com ternura para ela, Teseu a observava demoradamente. Ariadne nem precisou perguntar o nome do belo guerreiro à sua frente: só podia se aquele o amado desconhecido.

Os jovens entregaram-se sem paciência e sem medo. Na relva verde, riem felizes e livres. Fazem um juramento de fidelidade eterna e jamais deveriam rompê-lo. Mas, quando a noite chega, vem a hora de partir, escura e triste como uma condenação.

Este contato com Ariadne foi decisivo para Teseu, pois, ele sabia que mesmo que conseguisse matar o Minotauro, não conseguiria sair do labirinto. Mas, nem por um minuto, Ariadne hesitou em trair o próprio pai para ajudar o amante. Conhecendo o objetivo de Teseu, ensina-lhe um meio seguro de penetrar no Labirinto, sem perder-se. Dédalo, autor do labirinto, oferecera a Ariadne um novelo de fio mágico e explicara-lhe como entrar e sair do labirinto. Ariadne ofereceu este novelo a Teseu e pede-lhe que ate a ponta na porta do labirinto não se separando nunca da outra ponta. Assim, ele deveria levar consigo esse novelo de lã, e desenrolá-lo desde o início dos enigmáticos caminhos do Labirinto e dessa maneira poderia encontrar a saída.

Teseu encoraja os trêmulos companheiros, e todos penetram naquele lugar sinistro. O príncipe vai à frente, desenrolando com uma mão o fio, cuja extremidade fixou na soleira da porta de entrada. Ele entra no Labirinto com tantas voltas e ziguezagues, corredores e caminhos retorcidos, que, quem ali penetrasse, dificilmente encontraria a saída. Em seguida, entram os jovens, confundidos por corredores sempre idênticos, estão completamente perdido no Labirinto.

Teseu, sempre cauteloso, para e vigia os mínimos esconderijos, sempre com a mão no punho da espada que Ariadne lhe dera. Acordando de repente, o Minotauro salta mugindo sobre o rapaz. Mas o herói está alerta e, sem medo nem hesitação, abate de um só golpe o monstro. Graças ao fio, que volta a enrolar no novelo, Teseu e seus companheiros saem do Labirinto.

À saída, o herói, que libertara o povo de Atenas do desesperado sacrifício, encontra sua Ariadne. De mãos dadas, os jovens seguem para o mar. Ali os espera o navio que conduzirá o guerreiro de volta à pátria.

A ideia é bem sucedida e ambos retornam triunfantes, mas, a partir de então, há várias versões sobre a sequência deste mito. Uma delas dá conta de que Teseu teria deixado a amada na ilha de Naxos, possivelmente cumprindo ordens de Atena, deusa da guerra e da sabedoria.

Na Odisseia, Ulisses relata que na sua ida ao Hades encontra, entre as mulheres condenadas, Fedra e Ariadne que tinham sido esposas de Teseu:

*Vi Fedra, Prócris e a formosa Ariadne,
filha de Minos de pensamentos funestos, que Teseu um dia
trouxe de Creta para a cidadela da sagrada Atenas.
Não chegou porém a desfrutar dela. Antes, causou-lhe a morte
Ártemis em Dia, rodeada pelo mar, por denúncia de Dioniso.⁵⁵*

Alguns pesquisadores afirmam que ela teria dado cabo de sua própria vida neste recanto; outros concluem que ela morreu no parto de seu filho, em Chipre. Mas a narrativa mais disseminada conta que Afrodite, deusa da beleza e do amor, teria se compadecido de sua sina e teria lhe oferecido como consorte Dionísio, o deus do vinho, e ambos teriam gerado dois filhos. Há ainda outra possibilidade, menos conhecida, segundo a qual Ártemis, deusa da caça e da lua, seria a responsável por sua morte, em cumplicidade com Dionísio. Essa versão é corroborada por um verso da *Teogonia*:

*Dioniso de áureos cabelos à loira Ariadne
virgem de Minos tomou por esposa florescente
e imortal e sem-velhice tornou-a o Cronida.⁵⁶*

⁵⁵ HOMERO. *Odisseia*. Tradução de Manuel Odorico Mendes. São Paulo: Abril, 2009, p.125, vv.140-145.

⁵⁶ HESÍODO. *Teogonia*. (trad. Sueli Maria de Regino). São Paulo: Martin Claret, 2010. (Coleção a obra-prima de cada autor: 307) p.117.

Naxos, região onde supostamente teria sido abandonada, rememora constantemente a imagem de Ariadne, que muitos preferem acreditar ter sido mesmo oferecida a Dionísio ou Baco, filho de Zeus e Sêmele, uma vez que esta localidade parecia ser o refúgio predileto deste deus. A jovem é celebrada com festivais e sacrifícios realizados no contexto de um ritual.

Esta história parece proceder da Creta de Minos e de algumas regiões insulares vizinhas, principalmente Naxos, ou mais distantes, como Chipre; nesta ilha ela é respeitada como deusa da vegetação. Imagens de Ariadne geralmente a apresentam ao lado de Teseu e, outras vezes, na companhia de Dionísio.

Dionísio, logo após a união, presenteia sua esposa com uma coroa de ouro, a qual é revestida de pedras preciosas; depois da morte de sua amada ele lança a joia na direção do céu, cumprindo seu último desejo. Então a heroína se converte em estrelas luminosas, em forma de coroa, localizadas entre a constelação de Hércules e a da serpente.

Triste com a perda de Ariadne, ou castigado por havê-la abandonado, ao aproximar-se das costas da Ática o herói se esqueceu de trocar as velas negras do seu navio, sinal de luto, pelas brancas, sinal de vitória. Egeu, que ansiosamente aguardava na praia a chegada do barco, ao ver as velas negras, julgou que o filho houvesse perecido em Creta e lançou-se nas ondas do mar, que recebeu seu nome: “Mar Egeu”.

Até hoje o fio de Ariadne é constantemente citado nos âmbitos da Filosofia, da ciência, dos mitos e da espiritualidade, entre outras esferas que reivindicam seu significado metafórico. Vinculado ao símbolo do labirinto, ele é constantemente visto como a imagem com a qual se tece a teia que guia o Homem na sua jornada interior, e o ajuda a se desenredar do caminho labiríntico que percorre em sua busca do autoconhecimento.

2.5 O CONSTRUTOR PRESO NA SUA PRÓPRIA OBRA

O soberano de Creta acreditando ser Dédalo responsável pelo êxito de Teseu decidiu prendê-lo como o filho, Ícaro, no labirinto. Entre as paredes que ele mesmo construía para atender à vontade do rei, atormentado pelo frio e pelo medo,

o arquiteto medita uma forma de sobreviver em um lugar tão sombrio. Com o tempo, descobre um modo de alimentar-se para manter-se vivo. Algumas plantas crescem às margens dos rios que Dédalo engenhosamente fizera correr pelo labirinto, quando o planejara. Outras ervas brotam das paredes, entre as pedras úmidas, assim, pai e filho conseguem sobreviver. Olhando o céu aberto que serve de teto para o presídio, imaginado como seria bom se alguém se apiedasse deles e os ajudasse a fugir. Relembrando o tempo feliz em que os caminhos percorridos levavam sempre a um fim. Nessa contemplação Dédalo tem uma ideia: construir asas para voar e sair do labirinto. Ícaro a princípio não aceita o projeto, depois vendo o pai juntar as penas dos pássaros com tanta resolução decide ajudá-lo.

No alto dos céus de Cnosos havia pássaros de todas as espécies e tamanhos, sobrevoando o labirinto e às vezes algumas penas caíam. Dédalo e Ícaro ficavam à espreita, cada pena representava mais um passo em direção à liberdade. Fervorosamente, colecionavam pequeninos feixes de plumas e esperam a hora de uni-los.

Quando chega o momento aguardado, Dédalo, com seu engenho, põe-se a fabricar as asas da fuga. Começa juntando as penas menores, depois acrescenta as mais longas. Por fim, amarra-as todas com fios de linho, e sob elas espalha densa camada de cera, para liga-las com maior segurança. Prontas as asas, Dédalo prende, com tiras de couro, ao corpo de Ícaro e depois ao seu. E juntos começam a ensaiar o grande voo. Os primeiros momentos do voo são penosos, os corpos não encontram o equilíbrio exato, e tremem com o vento. Preocupado, o pai recomenda carinhosamente ao filho que voe sempre numa altitude média: nem baixo demais – para não molhar as asas no mar –, nem alto demais – para não queimar as frágeis penas no calor do sol.

Dédalo vai na frente, mostrando o caminho ao filho. O vento favorável ajuda-os na difícil missão. Mas Ícaro, deslumbrado com a beleza do firmamento e com a música dos pássaros, chega muito próximo dos raios solares. O calor derrete a cera que ligava as penas, as asas começam a se desfazer e o corpo de Ícaro cai no mar. Quando Dédalo olha para trás, não encontra o filho. Na superfície mansa das águas, duas asas brancas flutuam perdidas, como perdido estava o sonho de viver em liberdade.

III

O PRINCÍPIO DO CONTEXTO DE GOTTLLOB FREGE: O LABIRINTO DE SUA EXEGESE

Neste capítulo será abordado o princípio contemporaneamente conhecido como “o princípio do contexto”. Esse princípio é formulado explicitamente por Frege, pela primeira vez, na introdução de *Os Fundamentos da Aritmética* como o segundo dos três princípios fundamentais de sua obra: “deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição e não isoladamente”⁵⁷.

É ponto pacífico na literatura secundária que o princípio do contexto é mencionado explicitamente por Frege em *Os Fundamentos da Aritmética*. Mas se está claro entre os estudiosos de Frege que de fato o princípio do contexto aparece em *Os Fundamentos da Aritmética*, não há o mesmo consenso quanto ao papel exercido por ele nessa obra. Pois, no decorrer do livro ele reaparecerá em momentos importantes da sua argumentação, como veremos mais adiante, essas aparições do princípio do contexto não parecem exercer um papel homogêneo na obra em questão.

⁵⁷ Nach der Bedeutung der Wörter muß im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden (FREGE, 1983, p. 202; FREGE, 1995, p. 23).

Dessa forma, passaremos a ponderar sobre a consistência das diferentes interpretações dos estudiosos de Frege a respeito do papel do princípio do contexto em *Os Fundamentos da Aritmética*. A nossa análise busca responder qual das interpretações está de acordo com o Projeto Logicista de Frege.

A partir desse ponto o labirinto começa a ser construído pela literatura secundária de Frege, pois há várias interpretações acerca do seu papel em *Os Fundamentos da Aritmética*, questiona-se até mesmo se esse princípio teria um ou vários papéis relevantes na argumentação de sua obra.

Saindo dos muros de *Os Fundamentos da Aritmética* o labirinto fica ainda mais sinuoso. Como visto, por conta da pequena recepção de suas obras, Frege demora muito tempo maturando as suas ideias, refinando os seus conceitos, até a publicação da sua *magnum opus*, *Leis Fundamentais da Aritmética*. Assim nesse período de amadurecimento do seu projeto Frege publica o artigo *Sobre o Sentido e a Referência* onde a noção de conteúdo (*Inhalt*), empregada em obras anteriores, é dividida em Sentido (*Sinn*) e referência (*Bedeutung*). A partir dessa distinção conceitual alguns intérpretes das obras de Frege fazem releituras desse princípio e levantam alguns questionamentos: depois da publicação dessa obra o princípio do contexto estaria relacionado ao 'sentido', a 'referência' ou a ambos? Ou se seria possível fazer uma leitura retrospectiva desse princípio em *Os Fundamentos da Aritmética* a partir dos conceitos de 'sentido' e 'referência'?

Em seus artigos de maturidade, principalmente no artigo *Pensamentos Compostos* ao discutir a nossa capacidade de entender novas sentenças, outro princípio é colocado em evidência, pela literatura secundária, o chamado princípio de composicionalidade, que apesar de não aparecer explicitamente nas obras de Frege é reiteradamente atribuído a ele, de tão maneira que é chamado "Princípio de Frege". Esse princípio, em linhas gerais afirma que o significado de uma expressão complexa é determinado pelos significados de suas partes constitutivas. A literatura secundária se divide também quanto a questão da conciliação ou não desses princípios que em uma primeira análise parecem contraditórios. Será que o princípio do contexto teria sido negado por Frege e substituído pelo princípio de composicionalidade em seus textos de maturidade? ou estes princípios poderiam ser conciliados?

Mas a discussão que mais chama a atenção da literatura secundária é a atitude de Frege nas obras posteriores a *Os Fundamentos da Aritmética*: ele não

afirma explicitamente o princípio do contexto novamente, mas também não o repudia. Essa atitude de Frege dá margem a interpretações divergentes quanto ao seu uso nas obras posteriores a *Os Fundamentos da Aritmética*. Como um princípio, até então, considerado fundamental pelo próprio Frege poderia ter sido abandonado por ele em suas obras posteriores? Tentaremos entender o que significa esse “abandono” para a literatura secundária e se essa argumentação se sustenta.

Dessa forma, discutiremos a seguir, as questões levantadas pela literatura secundária de Frege sobre o princípio do contexto. e veremos até onde esse intrincado labirinto de interpretações díspares vai nos levar. Esperamos que ao final da nossa jornada possamos lançar luz sobre o labirinto da exegese do princípio do contexto.

3.1 O PRINCÍPIO DO CONTEXTO EM OS *FUNDAMENTOS DA ARITMÉTICA*: O SEGUNDO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL

Neste subcapítulo destacaremos o princípio do contexto em *Os Fundamentos da Aritmética* obra onde ele aparece explicitamente pela primeira vez. Apresentaremos o princípio do contexto como um dos três princípios fundamentais de *Os Fundamentos da Aritmética*, tal como enunciado no final da introdução dessa obra.

Frege no final da introdução de *Os Fundamentos da Aritmética*, enuncia os três princípios básicos de sua investigação. É interessante notarmos que, ao enunciar esses princípios, ele os chama de princípios fundamentais⁵⁸ (*Grundsätze*):

(P1) deve-se separar precisamente o psicológico do lógico, o subjetivo do objetivo;⁵⁹

(P2) deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição e não isoladamente;⁶⁰

⁵⁸ Para facilitar o cotejamento desses princípios utilizaremos a forma abreviada (P1), (P2) e (P3) respectivamente.

⁵⁹ Er ist das Psychologische vom dem Logischen, das Subjektive vom dem Objektiven scharf zu trennen. (FREGE, 1983, p. 202; FREGE, 1995, p. 23).

(P3) não se deve perder de vista a distinção entre conceito e objeto.⁶¹

Julgamos ser relevante, para o nosso trabalho, apresentar a própria análise que Frege faz desses princípios em *Os Fundamentos da Aritmética*. Acreditamos que essa análise deve ser um norte para o estudioso de Frege que almeja entender o papel do princípio do contexto em sua obra. Assim, começemos fazendo uma primeira análise desses princípios, uma análise de caráter propedêutico.

Que eles são interdependentes é declarado pelo próprio Frege. Segundo o autor, se infringirmos o segundo princípio (P2), seremos quase obrigados a tomar como significado das palavras meras representações e, assim, violaremos também o primeiro princípio (P1). Se tomarmos o significado dos numerais isoladamente, poderia ser o caso de ligarmos a este significado uma determinada ideia e, assim, o primeiro princípio seria violado. Da mesma maneira, se tomarmos o significado de uma expressão no contexto de uma proposição, então certamente saberíamos o *status* “ontológico” de tal expressão. Por exemplo, se a expressão for sujeito em uma proposição que tem um conteúdo singular, tal expressão significará um objeto. Se ela for o predicado de tal proposição, então ela significará um conceito.

O primeiro princípio (P1) é de fundamental importância não só para *Os Fundamentos da Aritmética*, mas também para as demais obras. Nos escritos de maturidade, Frege renova as críticas aos lógicos psicologistas.

O papel do terceiro princípio (P3) surge claramente quando consideramos a distinção entre conceitos e objetos. Esse princípio (P3) é notável para a história da Lógica, Frege abandona a centralidade da análise feita em termos de sujeito e predicado, que caracteriza a Lógica aristotélica; em seu lugar, introduz a distinção entre argumento e função, ou seja, entre objeto e conceito, permitindo a formalização de proposições que não poderiam ser formalizadas através da Lógica aristotélica.⁶² Com essa substituição e com os três princípios, a unidade lógica deixa de ser o conceito e passa a ser a proposição.

⁶⁰ Nach der Bedeutung der Wörter muß im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden. (FREGE, 1983, p. 202; FREGE, 1995, p. 23).

⁶¹; Der Unterschied zwischen Begriff und Gegenstand ist im Auge zu behalten. (FREGE, 1983, p. 202; FREGE, 1995, p. 23).

⁶² A substituição da clássica distinção entre sujeito e predicado pelo par função e argumento já está presente na *Conceitografia*.

Nossa relutância em aceitar que números sejam objetos surge, segundo Frege, quando perguntamos pelo significado das palavras isoladamente, o que nos leva a confundir Lógica e Psicologia.

Se se investiga o emprego de termos numéricos no contexto de proposições numéricas de diferentes tipos restringindo-se ao mandamento de perguntar pelo significado de expressões numéricas no contexto sentencial, obtém-se, então, segundo Frege, a melhor proteção contra a criação de uma perspectiva fisicalista ou psicologista sobre a natureza dos números. Paralelamente, o cumprimento do segundo princípio fundamental (P2) contribui positivamente de maneira essencial para abrir caminho para a introdução dos números como objetos lógicos e, assim, obtém-se o fundamento para a almejada demonstração da natureza analítica das leis da aritmética.

Como pudemos ver, o princípio do contexto (P2) está estreitamente ligado aos outros dois princípios, (P1) e (P3). Conjuntamente, eles estabelecem as condições para uma correta definição dos números naturais que será desenvolvida na parte construtiva desta obra (§§45-109). Grande parte de *Os Fundamentos da Aritmética* é dedicada à discussão dos requisitos que devem ser satisfeitos para a aceitação de uma definição e das dificuldades envolvidas para satisfazer estes requisitos.

Dessa forma, os três princípios fundamentais contribuem para separar a Lógica da Psicologia e da Epistemologia. Assim, poderíamos dizer que esses princípios são requisitos básicos que devem ser observados para uma definição correta de número. Mas apesar de necessários eles não são suficientes, como veremos mais adiante.

Esses três princípios, podemos dizer, são formulações minimalistas do essencial da Filosofia de Frege. Portanto, é razoável supor que como princípios fundamentais eles perpassem todo seu Projeto logicista. No entanto, apesar do primeiro (P1) e do terceiro (P3) princípios de fato reaparecem nas obras posteriores de Frege, o segundo princípio (P2) não reaparece explicitamente em nenhuma outra obra.

3.2 O PRINCÍPIO DO CONTEXTO EM OS *FUNDAMENTOS DA ARITMÉTICA*: AS CINCO FORMULAÇÕES

Neste subcapítulo, destacaremos entre os três princípios fundamentais, o segundo deles que veio a ser conhecido como “princípio do contexto”. E analisaremos as passagens nas quais Frege faz um uso desse princípio em *Os Fundamentos da Aritmética*. Assim, antes de começarmos propriamente a análise do princípio do contexto, antes de examinarmos o modo como Frege o utiliza ao longo de *Os Fundamentos da Aritmética* apresentaremos as formulações deste princípio exatamente como aparecem no texto, ou seja, nesse primeiro momento vamos nos deter ao que diz o próprio Frege, faremos uma leitura propedêutica desse princípio.

A maioria dos comentadores⁶³ de Frege apontam quatro formulações do princípio do contexto em *Os Fundamentos da Aritmética*, no entanto, a partir das nossas leituras acreditamos que há cinco formulações⁶⁴ deste princípio, vejamos:

F1 deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição e não isoladamente;⁶⁵

F2 A fim de iluminar a questão, será conveniente examinar o número no contexto de um juízo onde se evidencia sua espécie original de aplicação;⁶⁶

F3 é suficiente que a proposição como um todo tenha sentido; isto faz com que também suas partes ganhem conteúdo;⁶⁷

F4 apenas no contexto de uma proposição as palavras significam algo;⁶⁸

F5 estabelecemos então o princípio de que uma palavra não deve ser definida isoladamente, e sim no contexto de uma proposição.⁶⁹

⁶³ Cf. ANGELELLI, Ignacio. *Gottlob Frege and Traditional Philosophy*. Dordrecht: Reidel, 1967; DUMMETT, Michael. *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University, 1981; MILNE, Peter. Frege's Principle Context. *Mind*, New Series. Vol. 95 N° 380. Out, 1986.

⁶⁴ Para facilitar o cotejamento dessas formulações utilizaremos a forma abreviada (F1), (F2), (F3), (F4) e (F5) respectivamente.

⁶⁵ Nach der Bedeutung der Wörter muß im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden (FREGE, 1983, p. 202; FREGE, 1995, p. 23).

⁶⁶ Um licht in die Sache zu bringen, wird es gut sein, die Zahl im Zusammenhange eines Urteils zu betrachten, wo ihre ursprüngliche Anwendungsweise hervortritt. (FREGE, 1983, p. 238; FREGE, 1995, p. 80)

⁶⁷ Es genügt, wenn der Satz als Ganzes einen Sinn hat; dadurch erhalten auch seine Theile ihren Inhalt. (FREGE, 1983, p. 247; FREGE, 1995, p. 92).

⁶⁸ Nur im Zusammenhange eines Satzes bedeuten die Wörter etwas. (FREGE, 1983, p. 247; FREGE, 1995, p. 94).

O princípio do contexto se mostra de suma importância no empreendimento de Frege de redução da Aritmética à Lógica. Ele é fundamental tanto na crítica às diferentes concepções de número, se opondo às concepções psicologista e fisicalista, e em um sentido construtivo auxiliando na determinação dos números como entidades lógicas.

Como vimos, ele aparece pela primeira vez em *Os Fundamentos da Aritmética* na introdução, como um dos três princípios fundamentais que ele adota em sua investigação (F1). Como vimos no primeiro capítulo, Frege, em *Os Fundamentos da Aritmética* defende que os conceitos e inferências fundamentais da aritmética são baseados em leis gerais da Lógica e não na Psicologia como defendiam alguns filósofos que lhe eram contemporâneos. Para Frege, no entanto, havia a necessidade de eliminar a confusão dentro da Filosofia entre os âmbitos da Psicologia e da Lógica e, subsequentemente, da matemática.

O princípio do contexto está ligado à (P1) para evitar que se tomem imagens mentais como o significado das palavras. Ele é importante para que se evite explicar o significado das palavras e de termos numéricos, a partir de um ponto de vista psicológico e subjetivista. O psicologismo, como acusa Frege, comete o erro de perguntar pelo significado das palavras isoladamente, a despeito dos contextos sentenciais em que podem ocorrer, o que levaria a associar o significado de um termo com uma imagem mental.

No §46 Frege discute o problema da elucidação das expressões numéricas:

A fim de iluminar a questão, será conveniente examinar o número no contexto de um juízo onde se evidencia sua espécie original de aplicação. Se observando o mesmo fenômeno exterior posso dizer de modo igualmente verdadeiro: “Isto é um grupo de árvores” e “isto são cinco árvores”, ou “aqui há quatro Companhias” e “aqui há 500 homens”, o que varia não é o objeto singular nem o todo, o agregado, mas sim minha maneira de denominar. No entanto, isto é apenas índice da substituição de um conceito por outro. Impõe-se assim, como resposta à primeira questão do parágrafo anterior, que a indicação numérica contém um enunciado sobre um conceito.⁷⁰ (grifo nosso)

⁶⁹ Wir stellten nun den Grundsatz auf, daß die Bedeutung eines Wortes nicht vereinzelt, sondern im Zusammenhange eines Satzes zu erklären sei. (FREGE, 1983, p. 274; FREGE, 1995, p. 136).

⁷⁰ FREGE, GOTTLÖB. Os fundamentos da aritmética: Uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número. Trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. In: *Peirce-Frege*. (Col. Os Pensadores), São Paulo: Abril Cultural, 1983, p. 240. Um Licht in die Sache zu bringen, wird es gut sein, die Zahl im Zusammenhange eines Urtheils zu betrachten, wo ihre ursprüngliche Anwendungsweise hervortritt. Wenn ich in Ansehung derselben äussern Erscheinung mit derselben Wahrheit sagen kann: “dies ist

A primeira sentença desta citação (F2) é o princípio que orienta o esclarecimento sobre o funcionamento de uma expressão numérica. Tal esclarecimento é levado a cabo no restante da citação, considerando-se a forma como usualmente a expressão numérica é atribuída a coisas em geral em sentenças de uso cotidiano. Nos exemplos dados por Frege, fica claro, que o que varia são os conceitos dados e fica claro também a caracterização do ‘número’ como um objeto que cai sob um conceito.

Assim, só podemos nos referir aos números no contexto de uma teoria que fala deles, isto é, a Aritmética. Isso garante simultaneamente um *locus*, isto é, uma “residência” para esses objetos, e uma forma de acesso a eles. Os números existem no contexto da Aritmética, eles “habitam” os espaços dessa teoria, para usar uma metáfora.

Na passagem crucial, §§55-61 Frege argumenta pela necessidade de considerar os números como objetos autônomos e como uma parte importante da justificação para assim considerá-los. Frege já havia refutado as concepções empirista e psicologista de número. Mas uma questão emerge: se os números não são objetos físicos nem mentais, então como podemos apreendê-los? Frege responde recorrendo explicitamente ao princípio do contexto (F3) para defender que os números são objetos independentes.

A impossibilidade de representar o conteúdo de uma palavra não é pois razão para negar-lhe todo significado ou excluir seu uso. A aparência do contrário nasce do fato de considerar-se uma palavra, e indagar-se de seu significado, isoladamente, o que leva então a recorrer a uma representação. Uma palavra parece assim não ter conteúdo se lhe falta uma imagem interna correspondente. Deve-se porém atentar sempre a uma proposição completa. Apenas nela têm as palavras propriamente significado. As imagens internas que porventura nos venham à mente não precisam corresponder a elementos lógicos do juízo. É suficiente que a proposição como um todo tenha sentido; isto faz com que também suas partes ganhem conteúdo.⁷¹ (grifo nosso)

eine Baumgruppe” und “dies sind fünf Bäume” oder “hier sind vier Compagnien” und “hier sind 500 Mann”, so ändert sich dabei weder das Einzelner noch das Ganze, das Aggregat, sondern meine Benennung. Das ist aber nur das Zeichen der Ersetzung eines Begriffes durch einen andern. Damit wird uns als Antwort auf die erste Frage des vorigen Paragraphen nahe gelegt, dass die Zahlangabe eine Aussage von einem Begriffe enthalte.

⁷¹ Es ist also die Unvorstellbarkeit des Inhaltes eines Wortes kein Grund, ihm jede Bedeutung abzusprechen oder es vom Gebrauche auszuschließen. Der Schein des Gegenteils entsteht wohl dadurch, daß wir die Wörter vereinzelt betrachten und nach ihrer Bedeutung fragen, für welche wir dann eine Vorstellung nehmen. So scheint ein Wort keinen Inhalt zu haben, für welches uns ein entsprechendes inneres Bild fehlt. Man muß aber immer einen vollständigen Satz ins Auge fassen.

Ele então reitera o princípio do contexto no §62 (F4) no começo da passagem igualmente importante, §§62-69, em que Frege expõe suas razões para definir os números cardinais como classe de conceitos.

Como nos pode pois ser dado um número, se não podemos ter dele nenhuma representação ou intuição? Apenas no contexto de uma proposição as palavras significam algo. Importará portanto definir o sentido de uma proposição onde ocorra um numeral.⁷² (grifo nosso)

Ele assume, após o §61, que tenha mostrado que números são objetos e devem ser tratados como tais. E introduz, no §62, a noção de critério de identidade, mais especificamente para definir o sentido de uma equação numérica. Para Dummett⁷³, esse é o parágrafo mais fértil já escrito onde se encontra o primeiro exemplo, da virada linguística em Filosofia – e que transforma *Os Fundamentos da Aritmética* de Frege na primeira obra de Filosofia analítica.

E finalmente, o princípio do contexto aparece no §106 (F5) no curso da recapitulação dos principais resultados do livro. Nesse parágrafo Frege reafirma o princípio do contexto como um princípio fundamental.

O número apareceu assim como um objeto que se pode reconhecer novamente, embora não como um objeto físico ou mesmo espacial, nem como um de que pudéssemos esboçar uma imagem por meio da imaginação. Estabelecemos então o princípio de que uma palavra não deve ser definida isoladamente, e sim no contexto de uma proposição, cuja obediência basta, creio eu, para evitar a concepção física do número sem recair na psicológica. Ora, há uma espécie de proposições, chamadas, no caso dos números, de equações.⁷⁴ (grifo nosso)

Nur in ihm haben die Wörter eigentlich eine Bedeutung. Die innern Bilder, die uns dabei etwa vorschweben, brauchen nicht den logischen Bestandteilen des Urteils zu entsprechen. Es genügt, wenn der Satz als Ganzes einen Sinn hat; dadurch erhalten auch seine Teile ihren Inhalt. (FREGE, 1983, p.246-247; FREGE, 1995, p. 92-3).Ibidem. p. 248-249.

⁷² FREGE, Gottlob. Os fundamentos da aritmética: Uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número. Trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. In: *Peirce-Frege*. (Col. Os Pensadores). São Paulo: Abril Cultural, 1983. p.249-250. Wie soll uns denn eine Zahl gegeben sein, wenn wir keine Vorstellung oder Anschauung von ihr haben können? Nur im Zusammenhange eines Satzes bedeuten die Wörter etwas. Es wird also darauf ankommen, den Sinn eines Satzes zu erklären, in dem in Zahlwort vorkommt. (p.62)

⁷³ Cf. DUMMETT, Michael. *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University, 1981.

⁷⁴ FREGE, Gottlob. Os fundamentos da aritmética: Uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número. Trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. In: *Peirce-Frege*. (Col. Os Pensadores). São Paulo: Abril Cultural, 1983, p.276-277. Die Zahl erschien so als wiedererkennbarer Gegenstand, wenn auch nicht als pysicalischer oder auch nur räumlicher noch als einer, von dem wir uns durch

Com exceção da primeira e da última formulação que são equivalentes, o alcance das formulações não é o mesmo. Elas enunciam uma recomendação ou um preceito metodológico de caráter geral sobre a análise e a definição do significado de qualquer palavra. Já as demais formulações são introduzidas no contexto específico da definição do número ou do significado dos numerais, que é o objetivo específico de *Os Fundamentos da Aritmética*. Essas diferentes formulações obedecem a uma estratégia expositiva de Frege: primeiro estabelece-se um princípio geral, que logo depois é aplicado para resolver problemas específicos.

Assim, além de aparecer em passagens essenciais da obra, o princípio do contexto também tem um caráter de abertura e fechamento de seu trabalho, o que demonstra a sua importância nesta obra.

Mas nesse ponto já percebemos que o princípio do contexto, mesmo em *Os Fundamentos da Aritmética*, não nos parece exercer um papel único. Na próxima seção iremos mapear as interpretações

3.3 O PRINCÍPIO DO CONTEXTO EM OS FUNDAMENTOS DA ARITMÉTICA: AS INTERPRETAÇÕES DA LITERATURA SECUNDÁRIA

No subcapítulo anterior, procuramos deixar clara a importância do princípio do contexto em *Os Fundamentos da Aritmética*, obra onde ele aparece explicitamente. Consideramos cinco formulações deste princípio em *Os Fundamentos da Aritmética*, fizemos uma primeira leitura e terminamos mostrando exatamente um papel simétrico do princípio do contexto nesta obra, Frege começa e termina sua investigação enunciando-o. O que vamos fazer agora é examinar a fortuna crítica do princípio do contexto na literatura secundária. Faremos uma leitura

die Einbildungskraft ein Bild entwerfen können. Wir stellten nun den Grundsatz auf, dass die Bedeutung eines Wortes nicht vereinzelt, sondern im Zusammenhange eines Satzes zu erklären sei, durch dessen Befolgung allein, wie ich glaube, die physikalische Auffassung der Zahl vermieden werden kann, ohne in die psychologische zu verfallen. Es giebt nun den Grundsatz auf, dass die Bedeutung eines Wortes nicht vereinzelt, sondern im Zusammenhange eines Satzes zu erklären sei, durch dessen Befolgung allein, wie ich glaube, die physikalische Auffassung der Zahl vermieden werden kann, ohne in die psychologische zu verfallen. Es giebt nun eine Art von Satzes zu erklären sei, durch die Einbildungskraft ein Bild entwerfen können.

crítica dos principais autores que discutem o princípio do contexto de Frege. Tendo sempre como “Fio de Ariadne” nessa leitura o que diz o próprio Frege em sua obra. Mas se o leitor pensa que a partir de agora terá uma visão bem mais clara do que é o princípio do contexto, advirto-o e convido-o a entrar num labirinto, espero que essa obra nos auxilie a sair dele.

O primeiro sintoma desse labirinto é que após o cotejamento da literatura secundária nós já vemos a diversidade de nomeações dadas ao princípio do contexto que vamos chamar aqui de interpretações. O papel do princípio do contexto na Filosofia de Gottlob Frege de fato tem sido alvo de muita discussão. Muitos intérpretes das suas obras o veem meramente como um princípio metodológico usado apenas em *Os Fundamentos da Aritmética* e abandonado no decurso de seu Projeto Logicista. Há *scholars* que o trata como um princípio epistemológico e outros como semântico.

Dessa forma, algumas questões surgem: Qual dessas interpretações está de acordo com o Projeto Logicista de Frege? Ou teria o princípio do contexto uma multiplicidade de papéis relevantes no seu projeto? A partir desse momento iremos discutir a visão de vários intérpretes de Frege sobre estas questões.

3.3.1 O princípio metodológico

Na primeira parte de *Os Fundamentos da Aritmética*, conhecida como *pars destruens* (a parte destrutiva), Frege critica as posições dos empiristas e dos lógicos psicologistas⁷⁵ acerca do conceito de número cardinal. Alguns *scholars* de Frege interpretam o princípio do contexto como um princípio metodológico, ou seja, como um método para evitar teorias psicológicas e empíricas dos números – as duas teorias da aritmética às quais Frege dedica a maior parte de suas críticas no livro. Essa interpretação do princípio do contexto é a menos controversa entre os seus comentadores. Tendo em vista, que a maioria dos intérpretes – apesar de muitas

⁷⁵ Erroneamente se atribui a superação do psicologismo a Husserl – *Logische Untersuchungen*, 2 vols, Halle, 1900-1901 – Na verdade, foi Frege quem pela primeira vez criticou severamente a tese psicologista e assim influenciou Husserl, mas este nunca reconheceu publicamente o fato.

vezes enfatizar outra interpretação desse princípio – concorda que o princípio do contexto tem um papel importante no combate às concepções adversárias do número. Frege, em sua crítica a essas concepções, afirma que:

O número apareceu assim como um objeto que se pode reconhecer novamente, embora não como um objeto físico ou mesmo espacial, nem como um que pudéssemos esboçar uma imagem por meio da imaginação. Estabelecemos então o princípio de que uma palavra não deve ser definida isoladamente, e sim no contexto de uma proposição, cuja obediência basta, creio eu, para evitar a concepção física do número sem recair na psicológica.⁷⁶ (grifo nosso)

Em sua opinião, se se investiga o emprego de termos numéricos no contexto de proposições numéricas, restringindo-se ao mandamento de perguntar pelo significado de expressões numéricas no contexto sentencial, obtém-se a melhor proteção contra a criação de uma concepção empirista ou psicologista da natureza dos números. Da mesma forma, se o princípio do contexto for seguido, colaborar-se-á de maneira essencial para abrir caminho para a introdução dos números como objetos lógicos e, assim, obter-se-á o fundamento para a almejada demonstração do Projeto Logicista.

Para Matthias Schirn:

Frege, combate especialmente duas teorias rivais dos números: de um lado a concepção empírico-fiscalista da aritmética, e de outro a concepção psicologista. Ele não chega a expressar textualmente, no contexto desta crítica, o seu segundo princípio fundamental, mas este, no entanto, serve-lhe como um guia para combater cada uma das concepções acima mencionadas, assim como um método para o desenvolvimento de sua própria teoria do número. Uma determinação adequada e sustentável da natureza dos números deve dar conta de dois aspectos: a objetividade das leis da aritmética e a sua aplicabilidade extensiva. Tanto o ponto de vista empirista quanto psicologista da aritmética não satisfazem esta exigência.⁷⁷

⁷⁶ Die Zahl erschien so als wiedererkennbarer Gegenstand, wenn auch nicht als physikalischer oder auch nur räumlicher noch als einer, von dem wir uns durch die Einbildungskraft ein Bild entwerfen können. Wir stellten nun den Grundsatz auf, daß die Bedeutung eines Wortes nicht vereinzelt, sondern im Zusammenhange eines Satzes zu erklären sei, durch dessen Befolgung allein, wie ich glaube, die physikalische Auffassung der Zahl vermieden werden kann, ohne in die psychologische zu verfallen. (FREGE. 1983, p. 274-275; FREGE, 1995 p. 136).

⁷⁷ SCHIRN, Matthias. O Contexto Proposicional e a Questão do Significado de Termos Singulares Abstratos. Campinas: *Manuscrito*. XVI (2): 1- 4, outubro 1993, p. 26-27.

Segundo Michael Resnik,⁷⁸ Frege utiliza o princípio do contexto para resolver uma bateria de problemas. E um exemplo de aplicação desse princípio estaria em sua crítica ao psicologismo. Frege se opõe ao psicologismo porque este defende que o significado das palavras são imagens mentais ou ideias. Frege indaga o psicologismo com a pergunta pelo significado (*Bedeutung*) de uma palavra no contexto de uma sentença.

Gregory Currie⁷⁹ afirma que uma interpretação do princípio do contexto deve demonstrar como ele funciona em *Os Fundamentos da Aritmética*. Segundo ele, a estratégia argumentativa de Frege é muito interessante: primeiro, ele refuta as afirmações que outros autores ofereceram do conceito de número para só então desenvolver sua própria teoria dos números. O papel do princípio do contexto seria então provar a superioridade essencial da sua teoria em relação às demais por meio da crítica às outras teorias da Aritmética. Frege explicitamente anuncia o princípio como um método para evitar teorias psicológicas e empíricas dos números, ou seja, o princípio do contexto funcionaria como um meio para evitar os defeitos das teorias rivais e como uma defesa de sua própria teoria.

Para Peter Milne,⁸⁰ o princípio do contexto é metodologicamente importante no combate a uma visão atomista e idealista do significado que Frege rotula de psicologismo e diz ser essa visão incompatível com a objetividade da Matemática. Segundo Milne, isso está claro em três das quatro formulações⁸¹ do princípio do contexto em *Os Fundamentos da Aritmética*.

O princípio do contexto considerando como um princípio metodológico é aceito pela maioria dos estudiosos de Frege. Sem desconsiderarmos as demais concepções, consideramos esta interpretação plausível, tendo em vista, que o próprio Frege, já na introdução o considera como um princípio fundamental.

⁷⁸ Cf. RESNIK, M. The context principle in Frege's Philosophy. In: *Philosophy and Phenomenological Research* 27. p. 356-365; Cf. idem. Freges's context principle revisited. In: SCHIRN, Matthias (Ed). *Studien zu Frege III*. Stuttgart-Bad Connstatt: 1976, p. 35-49.

⁷⁹ Cf. CURRIE, Gregory. *Frege: An Introduction to his Philosophy*. New Jersey: Barnes & Noble Books, 1982.

⁸⁰ Cf. MILNE, 1986, p .491-5.

⁸¹ Milne considera apenas quatro formulações do princípio do contexto em *Os Fundamentos da Aritmética*.

3.3.2 O princípio epistemológico

Marco Ruffino, em *Context principle, fruitfulness of logic and the cognitive value of Arithmetic in Frege*,⁸² mostra como Frege concilia o valor cognitivo da Aritmética com sua natureza analítica. Ruffino considera o princípio do contexto em sua formulação epistemológica, também conhecida como *priority thesis*, a saber, a tese que afirma a prioridade de juízos completos sobre seus conceitos constituintes. O princípio do contexto fornece um modo de se obter conceitos que são verdadeiramente frutíferos e cujos conteúdos não podem ser apreendidos de outra forma.

A principal tese do logicismo de Frege, segundo Ruffino, é a ideia de que as verdades da Aritmética são analíticas, isto é, podem ser derivadas de leis lógicas e definições. Dessa forma, a Aritmética seria redutível à Lógica. No §88, Frege considera a limitação da noção de analiticidade em Kant. Essa noção surge, de acordo com Frege, de um entendimento inadequado da formação de conceitos. Segundo Frege, Kant entende o conceito como sendo determinado por características justapostas e, para Frege, esse é, um dos modos menos frutíferos de formar conceitos. Mas que tipo de formação de conceitos Frege tem em mente que seria capaz de novas e inesperadas consequências? Para Ruffino, o princípio do contexto em sua versão epistemológica é essencial para o Projeto Logicista de Frege, embora não seja explicitado em seus escritos mais importantes.

Ainda de acordo com Ruffino, a crítica de Frege a Kant torna-se mais clara se analisarmos o texto *Boole's logical calculus and the concept-script* (1880-1881), em que Frege está tentando tornar claro, por meio de uma comparação sistemática, os pontos em que sua *Conceitografia* se distancia da tradição da Lógica aristotélica. Frege afirma que sua escrita conceitual é superior aos formalismos anteriores. Ela é um simbolismo claramente definido com uma potência consideravelmente expressiva, obtida pela introdução do signo de generalidade. No entanto, os benefícios formais não são os aspectos mais importantes. A escrita conceitual demarca a distância de Frege da tradição lógica pela introdução de um novo quadro de formação de conceitos para fins científicos.

⁸² Cf. RUFFINO, Marco. Context Principle, Fruitfulness of Logic and the Cognitive Value of Arithmetic in Frege. *History and Philosophy of Logic*, 12 - p.185-194, 1991, p. 185-194.

De acordo com Frege, tanto em Aristóteles como em Boole, a atividade logicamente primitiva é a formação de conceitos por abstração e a formação de juízos e inferências se dá através de comparação imediata ou indireta de conceitos via suas extensões. Frege, ao contrário, parte de juízos e seus conteúdos e não de conceitos, ou seja, há aqui a formulação da prioridade teórica de juízos sobre conceitos. Esta é a primeira diferença entre a Lógica de Frege e a de Boole. Outra diferença muito importante diz respeito ao que Frege chama de 'definições frutíferas', isto é, a criação de novos conceitos para propósitos científicos. Eles não são meramente resultado de operações sobre extensões de conceitos já dados. Frege objeta que na Lógica aristotélica e booleana a relação entre conteúdos de conceitos e de juízos é invertida e falta um meio para definir conceitos novos e frutíferos. Na visão de Frege, a Lógica de Boole é reduzida a um mero cálculo mecânico.

Marco Ruffino argumenta que a impossibilidade da Lógica tradicional de formar conceitos frutíferos se deve à inversão da relação entre conteúdo de conceito e conteúdo de juízos. A prioridade do conteúdo de juízos sobre o conteúdo de conceitos é na verdade o Princípio do contexto em sua versão epistemológica. Este ponto é relevante porque Frege não o afirma explicitamente, quando menciona a necessidade de definições frutíferas para superar a trivialidade de proposições analíticas e, portanto, da Lógica. Assim, o Princípio do contexto, em sua versão epistemológica, possibilita o valor cognitivo da Aritmética.

Em uma nota de rodapé, Marco Ruffino afirma que nós já encontramos a *priority thesis* na *Crítica da razão pura*, quando Kant apresenta o método que conduz à descoberta dos conceitos puros do entendimento (B 94-96). Kant afirma a prioridade de juízos completos sobre conceitos. Mas, apesar da *priority thesis* ter tido uma inspiração kantiana, Frege a usa de forma mais radical, a saber, na criação de conceitos científicos.

Não apenas em sua concepção teórica, mas também na criação, os conceitos são precedidos pelas proposições. Assim, para definirmos um conceito frutífero, primeiro um conteúdo de uma proposição completa é apresentado, da análise do conteúdo do juízo surge o conteúdo dos conceitos. Frege acredita que o conteúdo de um juízo pode ser decomposto de diferentes maneiras. Os conceitos obtidos desse modo podem figurar de um modo novo. Frege combina conceitos

velhos a uma variedade de signos, por exemplo, a generalidade, a negação e o condicional.

A definição de conceitos frutíferos usa conteúdos judicáveis. E conceitos já definidos podem ser incorporados em um novo conteúdo judicável para criar novos conceitos. A presente interpretação da noção de ‘definições frutíferas’ lança alguma luz nos comentários de Frege no §88, onde ele fala sobre o tipo de definição que considera frutífera.

Nesse parágrafo, Frege mostra que Kant subestimou o valor cognitivo das verdades analíticas. Em Kant, todas as proposições são fundamentalmente da forma sujeito-predicado; já em Frege, as proposições são da forma função-argumento. E a análise função-argumento permite a um conteúdo conceitual ser representado de diferentes modos. Desde que o mesmo conteúdo seja tomado diferentemente, ele é logicamente legítimo e analítico, e se novos conceitos forem formados, ele será frutífero.

A distinção kantiana de *a priori* e *a posteriori*, sintético e analítico, diz respeito ao conteúdo de um juízo, ou seja, se o conceito do sujeito está ou não contido no conceito do predicado. Mas para Frege, temos que separar a pergunta acerca de um juízo, da pergunta de como vamos justificá-lo. Assim, a distinção fregeana de *a priori* e *a posteriori*, sintético e analítico, não se referem ao conteúdo de um juízo, mas a sua justificação.

De acordo com Michael Beaney,⁸³ a doutrina de Kant, segundo a qual a Aritmética é um corpo de verdades sintéticas, foi uma tentativa de expressar sua crença anterior de que a Aritmética estende nossos conhecimentos da mesma forma que a doutrina de Frege, segundo a qual a Aritmética é um corpo de verdades analíticas se assenta na crença anterior da natureza puramente lógica da Aritmética.

Assim, usando conceitos obtidos exclusivamente pelo emprego de leis lógicas, podemos obter conclusões inteiramente novas e não-triviais e que, no entanto, preservam seu caráter analítico. Isto é precisamente o que permite Frege afirmar o caráter analítico das sentenças da Aritmética enquanto reconhece seu valor cognitivo.

⁸³ BEANEY, Michael: *Frege: Making Sense*. London: Duckworth, 1996, p. 125-131.

3.3.3 O princípio semântico

Os intérpretes de Frege que apontam a formulação semântica do princípio do contexto como sendo a formulação mais importante defendem o princípio do contexto como a condição geral que uma palavra deve satisfazer para ter algum significado. Entendido desta forma, o princípio do contexto dá prioridade ao significado de proposições sobre o significado de palavras, isto é, o significado de uma palavra consiste exclusivamente em sua contribuição para a determinação do significado da proposição onde ela ocorre como uma expressão parcial. As palavras desempenham sua função apenas no contexto de proposições e, no caso de expressões singulares, desempenham uma função identificatória. Pode-se entender a tese contextual também como referente ao sentido de palavras, isto é, o sentido de cada palavra consiste em sua contribuição para o sentido da proposição onde ela ocorre como parte. Aqui também há o reconhecimento da prioridade do sentido da proposição sobre o sentido das palavras.

Michael Dummett, um dos maiores *scholars* de Frege, afirma que o princípio do contexto funciona como um guia para formular uma definição correta de número cardinal.⁸⁴ Segundo Dummett, para uma definição de número ser correta, deveríamos derivar dela um critério de identidade para os números. O princípio do contexto deve formular a condição geral que uma palavra deve satisfazer para ter algum significado. A teoria do significado de Frege não pode ser coerente sem o reconhecimento do princípio do contexto tomado como uma tese relacionada ao sentido.

Para Michael Dummett, a principal função do princípio do contexto é relegar a linguagem às questões a respeito da referência de termos numéricos. No §62, segundo Dummett, podemos identificar a virada linguística em Filosofia com o princípio do contexto. De acordo com ele, a genialidade de Frege é revelada nesse parágrafo, onde, pela primeira vez na história da Filosofia, um filósofo propõe uma questão ontológica e epistemológica e dá uma resposta linguística. As questões epistemológicas e ontológicas parecem ser estabelecidas simultaneamente.⁸⁵

⁸⁴ Cf. DUMMETT, Michael. *The interpretation of Frege's philosophy*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University, 1981.

⁸⁵ Cf. Idem

Para responder a questão epistemológica de como os números nos são dados, Frege recorre ao princípio do contexto. O problema epistemológico se converte, então, de acordo com Dummett, na questão de como os sentidos de sentenças que contém termos numéricos são fixados. E há assim a “virada linguística”, já que o princípio do contexto é estabelecido como estritamente linguístico – um princípio acerca dos significados das palavras e suas ocorrências em sentenças. Com isso, o problema epistemológico, com implicações ontológicas, de como os números nos são dados é convertido em um sobre o significado de sentenças.

O princípio do contexto desempenhou historicamente o papel de contribuir para estabelecer a fronteira entre o conteúdo semântico (público e objetivo) e o conteúdo psicológico (privado e incomunicável) das expressões linguísticas. Foi pioneiro em atribuir um papel privilegiado à proposição em análise semântica – um privilégio que perdeu força nas obras posteriores de Frege devido a sua caracterização das frases como um tipo especial de nomes complexos, mas que perdurou na Filosofia da linguagem e mesmo na linguística posteriores.

3.3.4 O princípio ontológico

Matthias Schirn resume as formulações do princípio do contexto em duas outras básicas: “deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição e não isoladamente”⁸⁶ e “Apenas no contexto de uma proposição as palavras significam algo”.⁸⁷ A primeira formulação, ele chama “o segundo princípio metodológico fundamental” e a segunda, “tese contextual”. Essas formulações, de acordo com Schirn, não são inteiramente equivalentes. O segundo princípio metodológico fundamental está formulado como uma sentença imperativa e seria um postulado para a elucidação do significado de palavras. A tese contextual está

⁸⁶ Cf. SCHIRN, Matthias. O Contexto Proposicional e a Questão do Significado de Termos Singulares Abstratos. Campinas: *Manuscrito*. XVI (2): 1- 4, outubro 1993, p. 45.

⁸⁷ Cf. Idem., p. 45.

formulada como uma sentença declarativa e indica a condição que uma palavra deve satisfazer para ser significativa.

Matthias Schirn defende que o princípio do contexto diz respeito à referência de palavras. Segundo ele, as investigações em *Os Fundamentos da Aritmética* mostram que o segundo princípio fundamental é válido para palavras (expressões sub-sentenciais) de todos os tipos. Ao mesmo tempo, há boas razões para se supor que Frege aplica o Princípio do contexto aos termos singulares abstratos a partir dos quais as expressões numéricas formam uma classe particular. O princípio do contexto serve como “um critério de reconhecimento” que permite decidir, em qualquer caso, se ‘b’ coincide com ‘a’”. Frege enfatiza no §60 que a autonomia que ele atribui aos números deve significar que um termo numérico designe algo fora do contexto de uma proposição.

No §61, Frege assume os números como objetos. E visto que os números são objetos ele começa sua pesquisa colocando a questão kantiana: Como os números nos são dados? Para Kant, os objetos nos são dados apenas pela sensibilidade e uma vez que Frege considera os números como objetos, então os números também nos seriam dados pela sensibilidade. E, assim, a Aritmética dependeria da intuição e não seria analítica. Mas, para Frege, os números não são objetos de que podemos ter intuições. Sua solução foi invocar o princípio do contexto.

A impossibilidade de representar o conteúdo de uma palavra não é pois razão para negar-lhe todo significado ou excluir seu uso. A aparência do contrário nasce do fato de considerar-se uma palavra, e indagar-se de seu significado, isoladamente, que leva então a recorrer a uma representação. Uma palavra parece assim não ter conteúdo se lhe falta uma imagem interna correspondente. Deve-se, porém atentar sempre a uma proposição completa. Apenas nela têm as palavras propriamente significado. As imagens internas que por ventura nos venham à mente não precisam corresponder a elementos lógicos do juízo. É suficiente que a proposição como um todo tenha sentido; isto faz com que também suas partes ganhem conteúdo.⁸⁸

⁸⁸ Es ist also die Unvorstellbarkeit des Inhaltes eines Wortes kein Grund, ihm jede Bedeutung abzusprechen oder es vom Gebrauche auszuschließen. Der Schein des Gegenteils entsteht wohl dadurch, daß wir die Wörter vereinzelt betrachten und nach ihrer Bedeutung fragen, für welche wir dann eine Vorstellung nehmen. So scheint ein Wort keinen Inhalt zu haben, für welches uns ein entsprechendes inneres Bild fehlt. Man muß aber immer einen vollständigen Satz ins Auge fassen. Nur in ihm haben die Wörter eigentlich eine Bedeutung. Die innern Bilder, die uns dabei etwa vorschweben, brauchen nicht den logischen Bestandteilen des Urteils zu entsprechen. Es genügt,

A determinação dos números como objetos autônomos deve excluir de acordo com a explicação de Frege no §60 da obra em questão, o uso de um termo numérico como predicado ou atributo. Se um signo ‘a’ deve designar um objeto, então devemos, de acordo com Frege, ainda no §62, dispor de um critério que decida em todos os casos se ‘a’ é idêntico a ‘b’, “ainda que nem sempre sejamos capazes de aplicá-lo”.

No §63, Frege utiliza o chamado “princípio de Hume”: “Quando dois números são combinados de tal modo que um tenha sempre uma unidade correspondente a cada unidade do outro, pronunciamo-los iguais”.⁸⁹ Contribui para lançar luz sobre a questão epistemológica relativa à maneira como nós apreendemos um determinado número e como o reconhecemos como sendo o mesmo. Frege chama as sentenças que possuem o papel especial de fixar referência “sentenças de reconhecimento”; no caso dos termos numéricos, essas sentenças envolvem a relação de identidade. Nesse caso, sentenças de reconhecimento exigem um “critério de identidade” para os números. Se o princípio do contexto é interpretado como um princípio que governa a referência, ele sugere que a referência a objetos abstratos e, especificamente, a objetos matemáticos, pode ser conseguida se for estabelecida a verdade de certas proposições em que eles ocorrem.

Ao refletir sobre a definição de número, elabora o princípio de abstração como método de introdução de objetos abstratos. Seu exemplo é a introdução do abstrato *direção de uma reta* a partir da relação de equivalência entre retas paralelas. Frege parece reivindicar que não se pode derivar de um conhecimento da direção de uma linha a condição para duas linhas terem a mesma direção. Ele então, aparentemente, procedeu para derivar esta condição de uma definição explícita de um operador de direção. Mas o que na verdade ele reivindicou foi que não se pode de um conhecimento *a priori*, do que são direções, chegar à apreensão do conceito de linhas paralelas. O critério de identidade, em termos desta relação, não foi ela mesma uma definição ou parte de uma definição do operador de direção, mas a condição para a correção de uma definição poderia ser correta apenas se o critério fosse derivável dele.

wenn der Satz als Ganzes einen Sinn hat; dadurch erhalten auch seine Teile ihren Inhalt. (FREGE, 1983, p.246-247; FREGE, 1995, p. 92-3).

⁸⁹ Wenn zwei Zahlen so kombiniert werden, daß die eine immer eine Einheit hat, die jeder Einheit der andern entspricht, so geben wir sie als gleich an. (FREGE, 1983, p. 248; FREGE, 1995, p. 94-95).

Dummett crítica a analogia de Frege no §64 de *Os Fundamentos da Aritmética* entre o operador de cardinalidade e o operador de direção. O operador de cardinalidade toma termos conceituais como argumentos enquanto o operador de direções toma indivíduos (linhas) como argumentos. Eles são, portanto, categoricamente distintos. Além do mais, um operador pertence a Aritmética e o outro pertence a Geometria. Tendo em vista que Frege enfatiza a diferença epistemológica entre essas disciplinas é duvidoso que esta analogia seja bem sucedida no âmbito epistemológico. Dessa forma, também é duvidoso que o argumento da prioridade conceitual da noção de paralelismo sobre a noção de direção possa ser usada *mutatis mutandis* para argumentar a prioridade da noção de equinumeridade sobre a noção de número.

Para definir números, Frege introduz extensões de conceitos como objetos lógicos por meio do princípio de abstração: $NxF(x) = NxG(x) \leftrightarrow Ex (F(x), G(x))$ o número de *Fs* é idêntico ao número de *Gs* se e somente se *F* e *G* são equinumericos.

3.3.5 O princípio sintático

Wright, em *Frege's conception of numbers as objects*, interpreta o princípio do contexto como uma tese da prioridade das categorias sintática sobre as categorias ontológicas.

Primeiro (...) o princípio contém uma correção para o atomismo semântico do empiricismo (...) Frege captou... que uma descrição satisfatória do sentido de qualquer expressão subsentencial deve tornar sua contribuição simples para o significado das frases em que aparece (...) O segundo ...aspecto do Princípio do Contexto: a tese da prioridade de categorias sintáticas sobre ontológicas. De acordo com esta tese, a questão se uma expressão particular é uma candidata a se referir a um objeto é totalmente uma questão do tipo de papel sintático que ela desempenha em sentenças completas (...) Apenas quando mantemos esta tese em mente se torna possível entender Frege (ao longo da carreira) (...) o platonismo teórico dos números (...)⁹⁰

⁹⁰ WRIGHT, Crispin. The Context Principle. In: *Frege's Conception of Numbers as Objects*. Aberdeen University Press, 1983, p.50-52. (First...the principle contains a corrective to the semantic atomism of

Wright interpreta a expressão ‘*Bedeutung*’ como referência ou denotação discordando da tradução de *Os Fundamentos da Aritmética* de Austin para o inglês.

O que então é o Princípio do Contexto? Uma segunda sugestão seria baseada em observar que a palavra alemã que Austin aqui traduz como “meaning (significado)” é na verdade *Bedeutung*, termo de Frege para *reference* (referência) em oposição a *sense* (sentido). O Princípio deveria então ser interpretado por isso como um alerta não contra perguntar pelo sentido de uma palavra isolada mas contra pedir após sua referência, isto é, pedir que seja mostrado o que uma palavra significa, “isoladamente”? Esta sugestão não parece melhor. Por um motivo, o que exatamente o Princípio, assim interpretado, nos alerta esta longe de ser claro.⁹¹

A ideia de que as categorias sintáticas têm prioridade sobre as categorias ontológicas é sustentada por inúmeras passagens de *Os Fundamentos da Aritmética*.

Por exemplo, um objeto é o sujeito de uma sentença que expressa um juízo que tem um conteúdo singular. Um conceito é um predicado de uma tal sentença. Além desses, Frege apresenta outros critérios sintáticos para defender a tese de que os números são objetos: os numerais não são precedidos nem por plural, nem por artigo indefinido; eles são precedidos apenas pelo artigo definido; aparecem em sentenças que expressam uma relação de identidade e como esta relação é de primeira ordem, então os números significam um objeto.

É entretanto o Princípio do Contexto que é inicialmente o que mais confunde (...) A primeira vista parece endossar a ideia que, confrontado com a necessidade de explicar o sentido de um tipo

the empiricists. ...Frege grasped...that a satisfactory account of the meaning of any subsentential expression must make plain its contribution to the meanings of sentences in which it features....[T]he second...aspect of the Context Principle: the thesis of the priority of syntactic over ontological categories. According to this thesis, the question whether a particular expression is a candidate to refer to an object is entirely a matter of the sort of syntactic role which it plays in whole sentences....Only when we keep this thesis in mind does it become possible to understand Frege’s... [career-long] number theoretic platonism...)

⁹¹ Idem. p.9. What, then, is the force of the Context Principle? A second suggestion would be based on noticing that the German word which Austin here translates as ‘meaning’ is in fact *Bedeutung*, Frege’s term for *reference* as opposed to *sense*. Should the Principle be interpreted therefore as a caution not against asking for the meaning of a word in isolation but against asking after its reference, that is, asking to be shown what a word stands for, ‘in isolation’? This suggestion looks hardly any better. For one thing, what exactly the Principle, so interpreted, cautions us against is far from clear.

particular de expressão subsentencial, fazemos tudo o que pode razoavelmente ser solicitado de nós se fixarmos o significado de certos contextos sentenciais em que ocorrem expressões desse tipo (...) É admitidamente obscuro porque qualquer filósofo endossaria a política geral de definição contextual. Mas é certo em todo caso que esta não pode ser a correta interpretação da intenção do Princípio do Contexto⁹².

A análise lógica dos enunciados numéricos leva ao resultado de que a indicação numérica contém um enunciado sobre um conceito. Frege rejeita a suposição de que os números são conceitos de segunda ordem, pois, recorrendo a critérios sintáticos, ele caracteriza os números como objetos autônomos. A determinação dos números como objetos autônomos deve excluir o uso de um termo numérico como predicado ou atributo, como ele explica no §60. Apenas pode-se empreender uma caracterização geral da identidade numérica se forem fixadas as condições de verdade de uma equação numérica e é apenas dessa maneira que estará justificada, do ponto de vista científico, a associação a um número individual, um termo numérico como o seu nome próprio.

A tese da prioridade sintática afirma que se uma expressão particular é um candidato a referir um objeto, é uma questão do tipo de papel sintático que ele exerce na sentença. Se um termo se comporta sintaticamente como um termo singular ou como um nome próprio em uma sentença com o sentido assegurado, então, se a sentença é verdadeira, o termo tem como referente um objeto. Mas apenas se reconhece o papel sintático exercido por um termo no contexto de uma proposição.

3.4 O PRINCÍPIO DO CONTEXTO APÓS OS *FUNDAMENTOS DA ARITMÉTICA*

Como vimos no capítulo anterior, apesar da notória importância do princípio do contexto em *Os Fundamentos da Aritmética*, não há consenso sobre o papel

⁹² Idem, p. 8-9. It is, though, the Context Principle which is initially the most puzzling (...) At first sight it looks like an endorsement of the idea that, faced with the need to explain the meaning of a particular type of subsentential expression, we do all that may reasonably be asked of us if we fix the meaning of certain sentential contexts in which expressions of that type occur (...) Now it is, admittedly, obscure why any philosopher might endorse a general policy of contextual definition. But it is certain in any case that this cannot be the correct interpretation of the intention of the Context Principle.

exercido por ele nesta obra. A polêmica é ainda maior em torno da questão de seu uso em outras obras, já que ele não aparece explicitamente em nenhuma obra posterior.

Entre os comentadores não há concordância acerca da manutenção do princípio do contexto nos escritos posteriores. Há alguns comentadores que defendem uma reformulação deste princípio nas demais obras de Frege; outros, entretanto, argumentam que Frege, de fato, o abandona.

3.4.1 O princípio do contexto depois da distinção dos conceitos ‘sentido’ e ‘referência’

A formulação do princípio do contexto do §60 aparece a palavra ‘conteúdo’, em alemão *‘Inhalt’*. Essa palavra desempenha um importante papel no Projeto Logicista de Frege. Ela já aparece no §9 da *Conceitografia*, em 1879, portanto, anterior a *Os Fundamentos da Aritmética*, em que Frege trata da questão da

Referência, que Frege faz a crítica ao conceito de *‘Inhalt’*, como apresentado na *Conceitografia*, o *leitmotiv* para a introdução dos conceitos de ‘sentido’ e ‘referência’, conceitos-chave para sua filosofia a partir de então. O que Frege faz, afinal, neste artigo é decompor a noção de ‘conteúdo’ (*Inhalt*) em ‘sentido’ (*Sinn*) e ‘referência’ (*Bedeutung*).

Dessa forma, alguns autores interpretam a aplicação do princípio do contexto a partir das noções desenvolvidas no artigo. Essa possibilidade de interpretação é bem explorada por Michael Beaney, que na introdução de *The Frege: Reader*⁹³. Ele faz uma leitura ‘retrospectiva’ de *Os Fundamentos da Aritmética*, revelando que nessa obra ainda não havia uma distinção terminológica rigorosa entre sentido e referência de nomes próprios, expressões predicativas e sentenças declarativas. Assim, analisando o princípio do contexto, depois da publicação do seu artigo *Sobre o Sentido e a Referência*, surge a possibilidade de uma releitura desse princípio, em sua formulação básica, como apresentado em *Os Fundamentos da Aritmética*, levando em conta a distinção entre ‘sentido’ e ‘referência’ que Frege, evidentemente, não poderia ter feito em 1884. As questões

⁹³ Cf. BEANEY, Michael. *The Frege: Reader*. London: Blackwell, 1997.

que agora se colocam relativas ao uso que ele faz desses termos são: (1) O princípio do contexto está relacionado à referência ou ao sentido? (2) Frege queria se referir, com esse princípio, a ambos? (3) Qual das duas interpretações é a mais relevante? (4) São ambas de igual importância?

Se a resposta à questão (2) for afirmativa, então Frege deveria ter formulado dois princípios do contexto, um para o sentido e outro para a referência:

(PCS) Deve-se perguntar pelo sentido de uma palavra no contexto de uma proposição e não a considerando isoladamente;

(PCR) Deve-se perguntar pela referência de uma palavra no contexto de uma proposição e não a considerando isoladamente.

Segundo Currie,⁹⁴ em *Os Fundamentos da Aritmética*, Frege usa a palavra ‘*Bedeutung*’, em seu sentido cotidiano, seu correlato na língua inglesa seria ‘*meaning*’, a qual poderíamos traduzir para o português como ‘significado’. Posteriormente, Frege distingue a noção intuitiva de ‘significado’ por duas noções separadas: ‘sentido’ e ‘referência’. Dessa forma, teríamos dois princípios distintos: um sobre o sentido e outro sobre a referência., Beaney,⁹⁵ Wright⁹⁶ e Dummett⁹⁷ também distinguem dois princípios do contexto.

...nós temos que perguntar se é um princípio relacionado ao sentido ou relacionado à referência. A resposta é que a ambos, e tem um conteúdo um tanto diferente sob as duas interpretações: mas, em *Grundlagen* em si, figura principalmente como um princípio relacionado à referência.⁹⁸

Matthias Schirn⁹⁹ defende que o princípio do contexto se refere ao significado¹⁰⁰ de palavras. As investigações mostram que o segundo princípio fundamental é válido para palavras (expressões sub-sentenciais) de todos os tipos.

⁹⁴ CURRIE, Gregory. *Frege: An Introduction to his Philosophy*. New Jersey: Barnes & Noble Books, 1982.p. 148-160.

⁹⁵ Cf. BEANEY, Michael. *The Frege: Reader*. London: Blackwell, 1997.

⁹⁶ Cf. WRIGHT, Crispin. The Context Principle. In: *Frege's Conception of Numbers as Objects*. Aberdeen University Press, 1983, p. 1-52.

⁹⁷ Cf. DUMMETT, Michael. *Frege and other philosophers*. Oxford: Clarendon, 1991; Cf: idem. *Frege: philosophy of language*. London: Duckworth, 1973.; idem *Frege: Philosophy of Mathematics*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1991.; Cf. Idem. *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University, 1981.

⁹⁸. (...) we have to ask whether it is a principle concerning sense or concerning reference. The answer is that it is both, and has a somewhat different content under the two interpretations: but, in *Grundlagen* itself, it figures chiefly as a principle concerning reference. Dummett 1981b, p.369

⁹⁹ Cf. SCHIRN, 1993.

¹⁰⁰ Para expressar a distinção terminológica de Frege Matthias Schirn utiliza os termos ‘significado’ e ‘sentido’.

Ao mesmo tempo, há boas razões para se supor que Frege aplica o princípio fundamental aos termos singulares abstratos, dos quais as expressões numéricas formam uma classe particular.

Resnik¹⁰¹ concorda que a palavra *'Bedeutung'* não é usada de forma precisa e que, por isso, podem-se considerar duas leituras do princípio do contexto, uma relacionada ao sentido e outra a referência. Resnik especula se podemos analisar este princípio em *Os Fundamentos da Aritmética* à luz dos conceitos de 'sentido' e 'referência', mas com isso ele não pretende afirmar que Frege mantém as duas versões deste princípio nos escritos posteriores; ao contrário, ele defende a tese do abandono deste princípio.

3.4.2 O princípio do contexto e o princípio de composicionalidade

A expressão "Princípio de Frege" é bastante conhecida e discutida pelos *scholars* de Frege. Mas surpreendentemente essa expressão é atribuída a dois princípios bastante diversos: o Princípio de composicionalidade e o princípio do contexto. Ambos os princípios impõem restrições ao modo como o significado das expressões linguísticas dependem sistematicamente de sua estrutura.

Contudo, é assinalado com frequência que existe ao menos uma tensão, quando não uma contradição entre o princípio do contexto e o princípio de composicionalidade. Em linhas gerais, o conflito consiste no seguinte: as expressões completas da linguagem, em particular as orações, se articulam em partes simples, em última instância, palavras; o princípio do contexto estabelece que o significado das partes (palavras) está em função do significado do complexo – a oração –; o princípio de composicionalidade, ao contrário, põe o significado do complexo em função do significado das partes.

Estas enunciações sublinham um contraste entre ambos os princípios. No entanto, essas são muito gerais para esclarecer a natureza e a importância desse

¹⁰¹ Cf. RESNIK, M. The context principle in Frege's Philosophy. In: *Philosophy and Phenomenological Research* 27. 1967 .p. 356-365.; Cf. idem. Frege's Context Principle Revisited. In: SCHIRN, Matthias (ed). *Studien zu Frege*. Oxford: Stuttgart-Bad Cannstait, 1976, p. 123-137.

contraste, os princípios são formulados numa linguagem coloquial o que dá margem a diferentes interpretações. Tem-se, então que precisar e restringir os termos das formulações, pois tanto o princípio do contexto como o princípio de composicionalidade pode ser interpretado de múltiplas maneiras. Essa multiplicidade de interpretações aumenta ainda mais a discussões a respeito do uso que Frege faz desses princípios em suas obras.

Pelletier, em seu artigo *Did Frege Believe Frege's Principle?*¹⁰², faz uma discussão a respeito do chamado 'Princípio de Frege'. Ele considera duas teses que estão associadas a essa questão e analisa até que ponto os textos de Frege as corroboram. Pelletier organiza essas tradições interpretativas basicamente em duas: ele chama de "primeira tradição" o conjunto de intérpretes que acreditam ser o Princípio de composicionalidade tão importante para a Filosofia de Frege, que merece ser chamado de "Princípio de Frege" e de "segunda tradição" aos que defendem que o princípio do contexto merece tal reconhecimento.

Muitos intérpretes de Frege – Carnap¹⁰³, Hintikka¹⁰⁴, Haugeland¹⁰⁵, Davidson¹⁰⁶, Cresswell¹⁰⁷, Salmon¹⁰⁸, Church¹⁰⁹, Tichy¹¹⁰, Partee¹¹¹, Burge¹¹², Kenny¹¹³, entre outros – acreditam que o princípio de composicionalidade é fundamental para a Filosofia de Frege, a tal ponto, que merece ser chamado de "Princípio de Frege".

Apesar do princípio de composicionalidade ser reiteradamente citado como sendo "O princípio de Frege" ele não aparece explicitamente em nenhum dos seus escritos. A formulação original é atribuída a Rudolf Carnap que é considerado o

¹⁰² Cf. PELLETIER, Francis Jeffrey. *Did Frege Believe in Frege's Principle?* *Journal of Logic, Language, and Information* 10: 2001, p. 87-114.

¹⁰³ Cf. CARNAP, Rudolf. *Meaning and Necessity*. Chicago: Univ. Chicago Press, 1947.

¹⁰⁴ Cf. HINTIKKA, J. "Theories of Truth and Learnable Languages" in S. Kanger & S. Öhman (eds.) *Philosophy and Grammar* (Dordrecht: Reidel), 1980, p. 37-57.

¹⁰⁵ Cf. HAUGELAND, J. "Understanding Natural Language" *Journal of Philosophy* 76. 1979, p.619-632.

¹⁰⁶ Cf. DAVIDSON, D. "Truth and Meaning" *Synthese* 17. 1967, p. 304-323.

¹⁰⁷ Cf. CRESSWELL, M. *Logics and Languages* (London: Methuen), 1973

¹⁰⁸ Cf. SALMON, N. "Sense and Reference: Introduction" in M. Harnish (ed.) *Basic Topics in the Philosophy of Language* (Englewood Cliffs: Prentice-Hall), 1994, p. 99-129.

¹⁰⁹ Cf. CHURCH, A. *Introduction to Mathematical Logic, I* (Princeton: Princeton UP), 1956.

¹¹⁰ Cf. TICHY, P. *The Foundations of Frege's Logic*. Berlin: de Gruyter, 1988.

¹¹¹ Cf. PARTEE, B. "Lexical Semantics and Compositionality" in L. Gleitman & M. Liberman (eds.) *Language*, which is Volume 1 of D. Osherson (ed.) *An Invitation to Cognitive Science* (Cambridge: MIT), 1995, p. 311-360.

¹¹² Cf. BURGE, T. "Frege on Truth", in L. Haaparanta & J. Hintikka (eds.) *Frege Synthesized*. Dordrecht: Kluwer, 1986, p. 97-154.

¹¹³ Cf. KENNY, A. *Frege*. London: Penguin, 1995.

primeiro a atribuir o princípio explicitamente a Frege como uma peça fundamental para o seu Projeto Logicista. O chamado princípio de intercambialidade:

... Primeiro princípio... o *nominatum* da expressão inteira está em função do *nominata* dos nomes que ocorrem nela
 ... Segundo princípio... o sentido da expressão inteira está em função do sentido dos nomes que ocorrem nela.¹¹⁴

Ao discutir o caso das sentenças assertivas completas, Frege afirma que o pensamento – sentido das sentenças – não pode ser a referência da sentença porque ele muda. Assim, ao sentido de uma sentença chamou de *pensamento* e à sua referência de *valor de verdade*. Tal condição traz o problema das sentenças que possuem sentido, mas que não têm uma referência. A forma como Frege resolve o problema criado pelos nomes relacionados ao mundo ficcional decorre de sua posição quanto ao problema da pressuposição existencial.

Por aspirar à construção de uma linguagem perfeita, que não apresentasse os mesmos problemas da linguagem natural, Frege deixa de fora de sua teoria aquilo que não pode ter uma referência no mundo, pois, parte do pressuposto de que a linguagem natural apresenta ambiguidades que poderiam ser eliminadas numa linguagem artificial, objetiva. Para construir essa linguagem perfeita, apela para um mundo em que nomes e sentenças, necessariamente, precisam ter uma referência.

Ao discutir as condições em que o valor de verdade de uma sentença pode ser mantido, Frege afirma que não ocorre alteração quando é possível trocar uma expressão por outra que tenha a mesma referência. Nestes casos, temos duas formas diferentes para falar de um mesmo referente, ou seja, os sentidos dessas expressões podem ser intercambiados sem que o seu valor de verdade seja alterado.

No entanto, essa condição sofre alteração quando tratamos das sentenças complexas em discurso direto e indireto, pois nesses casos não apresentam um pensamento independente. Isso ocorre porque uma sentença em discurso indireto remete a uma outra sentença e em discurso direto a um pensamento. Daí a conclusão de que nas sentenças subordinadas, as substituições não se dão entre

¹¹⁴ (...) *First principle*. ...the *nominatum* of the whole expression is a function of the *nominata* of the names occurring in it. (...) *Second principle* (...) the sense of the whole expression is a function of the senses of the names occurring in it. (CARNAP, Rudolf. *Meaning and Necessity*. Chicago: Univ. Chicago Press, 1947, p.121.)

expressões com referência costumeira, mas entre as que apresentam um sentido costumeiro.

Frege admite que o referente de um sinal seja um objeto empírico, porém a sua representação não passa de uma imagem sempre subjetiva. Por tal motivo, as representações de um mesmo objeto variam porque nem sempre a mesma representação está associada ao mesmo sentido. A representação é subjetiva por isso ocorre que cada pessoa tenha uma representação individual do mesmo objeto. Essa variação de representação tanto pode ocorrer no mesmo indivíduo como entre indivíduos diferentes e disso resulta uma variedade de diferenças nas representações associadas ao mesmo sentido.

Dessa forma, pode-se dizer que a representação, o sentido e a referência se distinguem porque a primeira é subjetiva, a segunda intersubjetiva e a terceira é objetiva. Assim, ao sinal corresponde um sentido determinado e ao sentido corresponde uma referência determinada. Em uma linguagem perfeita uma referência deve ter apenas um sentido, mas nem sempre a um sentido corresponde uma referência.

Em *Sobre o Sentido e a Referência*¹¹⁵ Frege utiliza a lei da substitutividade: duas expressões co-referenciais podem ser substituídas uma pela outra em um enunciado, deixando inalterado o valor de verdade. A lei de substitutividade lembra o princípio de Leibniz citado por Frege. Eis um exemplo de aplicação da lei de substitutividade: se, no enunciado “A estrela da manhã é um planeta”, substituo um termo pela mesma referência, por exemplo, “A estrela da tarde”, a referência do todo (isto é, o valor de verdade do enunciado) não muda. O princípio de composicionalidade e a lei da substitutividade se aplicam também para os enunciados compostos: a referência ou o valor de um enunciado depende do valor de verdade dos enunciados componentes e, substituindo um enunciado por outro co-referencial (com o mesmo valor de verdade), a verdade do todo não muda.

Frege discute dois contra-exemplos de sua teoria: o discurso entre aspas e o discurso indireto não respeitam nem a composicionalidade nem a substitutividade. O Princípio de composicionalidade não funciona mais e não posso aplicar a lei de substitutividade. Frege resolve o problema com um lance original, utilizando implicitamente o princípio do contexto. “Uma palavra só tem significado no contexto

¹¹⁵ Cf. FREGE, Gottlob. *Sobre o Sentido e a Referência*. In: ALCOFORADO, Paulo. (Org). *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: Cultrix/Edusp, 1978. p. 61-86.

de um enunciado”. Ele afirma, de fato, que o sentido e a referência não são propriedades absolutas das expressões linguísticas, mas dependem do contexto do enunciado. Se uma expressão é usada no contexto de um discurso indireto – como aquele regido por “...acredita que...” –, então não tem mais seu sentido e referência normais.

Em *Pensamentos compostos* Frege discute a questão de como podemos explicar nossa capacidade de entender sentenças que nós nunca tínhamos ouvido antes. Ele adota palavras com sentido independente e postula um isomorfismo entre a sentença e o pensamento em construção. O significado da sentença, ao invés de conferir significado às palavras, torna-se uma função do significado destas. Frege, na passagem inicial de *Pensamentos compostos*, explica que para compreender o sentido de uma sentença, primeiro é preciso entender o sentido de suas palavras componentes. Para ele, as palavras deveriam ter um significado isoladamente e não o ter seria um erro da linguagem natural.

Frege, nesse artigo, explica de que modo, com um repertório finito de expressões dotadas de sentido, é possível construirmos sistematicamente um número infinito de enunciados dotados de sentido.

É surpreendente o que a linguagem consegue fazer. Com poucas sílabas ela consegue expressar um incalculável número de pensamentos, a tal ponto que até para um pensamento pela primeira vez apreendido por um ser humano, ela encontra uma roupagem através da qual um outro ser humano é capaz de apreendê-lo, ainda que esse pensamento lhe seja inteiramente novo. Isto não seria possível se não pudéssemos distinguir no pensamento partes que corresponde a partes de uma sentença, de modo que a estrutura das sentenças sirva como imagem da estrutura do pensamento. É verdade que falamos figuradamente quando aplicamos ao pensamento a relação de todo e da parte. Esta analogia porém é tão clara e, de modo geral, tão pertinente, que dificilmente nos deixaremos perturbar por suas eventuais imperfeições. Se encararmos os pensamentos como compostos de partes simples, e se a estas correspondem, por sua vez, partes simples da sentença, então podemos compreender como é possível formar, a partir de poucas partes da sentença uma grande variedade de sentenças as quais, por sua vez correspondem uma grande variedade de pensamentos. Cabe, aqui, perguntar como o pensamento se constrói e como suas partes são combinadas de modo que o todo se torne algo mais do que as partes isoladamente.¹¹⁶

¹¹⁶ Cf. Erstaunlich ist es, was die Sprache leistet, indem sie mit wenigen Silben unübersehbar viele Gedanken ausdrückt, daß sie sogar für eine Gedanken, den nun zum ersten Male ein Erdbürger gefaßt hat, eine Einkleidung findet, in der ihn ein anderer erkennen kann, dem er ganz neu ist. Dies

Numa outra tradição interpretativa aponta evidências na obra de Frege para considerar o princípio do contexto como “o princípio de Frege” – Bell¹¹⁷, Angelelli¹¹⁸, Quine¹¹⁹, Baker e Hacker¹²⁰, Fodor e Le Pore¹²¹, Hugly e Sayward¹²², Peregrin¹²³, entre outros.

O princípio do contexto é formulado explicitamente pela primeira vez na introdução de *Os Fundamentos da Aritmética* juntamente com mais outros dois princípios metodológicos, que Frege chama de princípios fundamentais (*Grundsätze*). Segundo o autor, se não for obedecido o segundo princípio – o chamado princípio do contexto: “deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição e não isoladamente”¹²⁴ – tomaremos como significado das palavras meras representações e, o primeiro princípio também será violado – “deve-se separar precisamente o psicológico do lógico, o subjetivo do objetivo”¹²⁵. No entanto, como já foi visto, essa formulação não é a única nessa obra, ele reaparece em passagens fundamentais da argumentação de Frege.

Deve-se reconhecer que nenhum filósofo antes de Frege obteve sucesso em oferecer uma descrição de sentido que apresentasse a razão para a verdade do slogan ‘A frase é a unidade de significado’,

wäre nicht möglich, wenn wir in dem Gedanken nicht Teile unterscheiden könnten, denen Satzteile entsprechen, so daß der Aufbau des Satzes als Bild gelten könnte des Aufbaues des Gedankens. Freilich sprechen wir eigentlich in einem Gleichnisse, wenn wir das Verhältnis von Ganzem und Teil auf den Gedanken übertragen. Doch liegt das Gleichnis so nahe und trifft im Ganzen so zu, daß wir das hie und da vorkommende Hinken kaum als störend empfinden. Sieht man so die Gedanken an als zusammengesetzt aus einfachen Teilen und läßt man diesen wieder einfache Satzteile entsprechen, so wird es begreiflich, daß aus wenigen Satzteile eine große Mannigfaltigkeit von Gedanken entspricht. Hier liegt es nun nahe zu fragen, wie der Aufbau des Gedankens geschieht und wodurch dabei die Teile zusammengefügt werden, so daß das Ganze etwas mehr wird als die vereinzelt Teile. (Cf. FREGE, Gottlob. *Pensamentos compostos. Uma investigação lógica*. In: ALCOFORADO, Paulo (Org.). *Cadernos de Tradução: Investigações lógicas e outros ensaios*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDIPE Artes Gráficas, 2001. p. 61-86; Cf. FREGE, Gottlob. *Logische Untersuchungen*, Günther Patzig org.; Vandenhoeck and Ruprecht, Göttingen, 1976. p. 72).

¹¹⁷ Cf. BELL, D. “The Place of the *Grundlagen* in Frege’s Development” *Philosophical Quarterly* 31. 1981, p. 209-224.

¹¹⁸ Cf. ANGELELLI, I. *Gottlob Frege and Traditional Philosophy*. Dordrecht: Reidel, 1967.

¹¹⁹ Cf. QUINE, W. *Epistemology Naturalized*. In: QUINE, W. *Ontological Relativity and Other Essays* (NY: Columbia UP), 1969, p. 69-90.

¹²⁰ Cf. BAKER, G.; P. HACKER *Language, Sense & Nonsense*. Oxford: Blackwell, 1984.

¹²¹ Cf. FODOR, J.; E. LEPORE. *Holism: A Shopper’s Guide*. Oxford: Blackwell, 1992.

¹²² Cf. HUGLY, P.; C. SAYWARD “What’s so Special about Sentences?” *Communication and Cognition* 28: 1995, p. 409-426.

¹²³ Cf. PEREGRIN, J. “Interpreting Formal Logic” *Erkenntnis* 40: 1994, p.5-20.

¹²⁴ Nach der Bedeutung der Wörter muß im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden. (FREGE, 1983, p. 202; FREGE, 1995, p. 23).

¹²⁵ Er ist das Psychologische vom dem Logischen, das Subjektive vom dem Objektiven scharf zu trennen. (FREGE, 1983, p. 202; FREGE, 1995, p. 23).

neste sentido que este slogan é um truísmo...Que, entretanto, não é defesa para atribuir a Frege um slogan bruto em vez da formulação cuidadosa da questão que ele de fato forneceu. A descrição de Frege, se deve ser reduzida a um slogan, poderia ser expressa desta forma: que na ordem de explicação o sentido de uma frase é primário, mas na ordem de reconhecimento o sentido de uma palavra é primário. Frege foi insistente em que o sentido de uma frase – ou de qualquer expressão complexa – deve ser formado dos sentidos das palavras que a formam. Isto significa que nós entendemos que a frase toma seu sentido ao conhecer os sentidos de suas partes... Era isto que eu pretendia expressar ao dizer que, para Frege, o sentido da palavra é primário, e que o da frase é secundário, na ordem de reconhecimento: qualquer teoria de sentido que seja incapaz de incorporar este ponto será incapaz de descrever o fato óbvio e essencial que nós podemos entender novas frases. Entretanto, quando damos qualquer explicação geral do que significa para Frege frases e palavras terem um sentido, isto é, o que significa para entendermos seus sentidos, então a ordem de prioridade é inversa.¹²⁶

3.4.3 Frege abandona o princípio do contexto após *Os Fundamentos da Aritmética*?

O uso do princípio do contexto nas obras posteriores a *Os Fundamentos da Aritmética*, como vimos, é uma questão polêmica. De fato, não há nenhuma afirmação explícita deste princípio em qualquer outro escrito, mas também nenhuma negação.

Nesse capítulo, os *scholars* de Frege serão divididos em dois grupos distintos, a saber, os comentadores que defendem a tese do abandono do princípio

¹²⁶ DUMMETT, Michael. *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1981, p.3-4. (It must be conceded that no philosopher before Frege had succeeded in presenting an account of meaning which displayed the reason for the truth of the slogan, 'The sentence is the unit of meaning', in that sense of that slogan in which it is a truism. ...That, however, is no defence for ascribing to Frege a crude slogan in place of the careful formulation of the matter which he in fact provided. Frege's account, if it is to be reduced to a slogan, could be expressed in this way: that in the order of *explanation* the sense of a sentence is primary, but in the order of *recognition* the sense of a word is primary. Frege was unwaveringly insistent that the sense of a sentence—or of any complex expression—is made up out of the senses of its constituent words. This means we understand the sentence—grasp its sense—by knowing the senses of the constituents...It is this which I intended to express by saying that, for Frege, the sense of the word is primary, and that of the sentence secondary, in the order of recognition: any theory of meaning which is unable to incorporate this point will be impotent to account for the obvious and essential fact that we can understand new sentences. But, when we come to give any general explanation of what it is for Frege, sentences and words to have a sense, that is, of what it is for us to grasp their sense, then the order of priority is reversed.)

do contexto nas obras posteriores a *Os Fundamentos da Aritmética* e os comentadores que defendem a tese da manutenção deste princípio.

Entre os que defendem a manutenção, destacamos, por exemplo, Michael Dummett, considerado um dos maiores intérpretes de Frege; ele defende que no §10, do Vol. I de *Leis Fundamentais da Aritmética*, Frege apresenta o que Dummett chama de princípio do contexto generalizado; outros comentadores de Frege também defendem a manutenção do princípio do contexto nas obras posteriores, tais como: Currie, Beaney e Wright. Por outro lado, Angelelli e Resnik, por exemplo, argumentam que Frege abandona o princípio do contexto. Eles se apoiam em algumas passagens dos textos de Frege nas quais, segundo eles, há uma contradição explícita com o princípio do contexto.

Angelelli concorda que o princípio do contexto é afirmado em *Os Fundamentos da Aritmética*, mas insiste que, em controvérsia com Hilbert, Frege manteve apenas o oposto do princípio do contexto, ou seja, que as palavras devem ter um significado independente de seus contextos. Angelelli afirma: “Este princípio aparece pelo menos quatro vezes em *Os Fundamentos da Aritmética*, e tanto quanto eu sei, ele não ocorre em outro lugar”.¹²⁷ E segundo ele: “A última atitude de Frege anti-Hilbert sugere apenas o oposto do princípio, a saber, que as palavras devem ter um significado independente de seus contextos”.¹²⁸

Segundo Resnik, Frege usa o princípio do contexto para resolver uma bateria de problemas em *Os Fundamentos da Aritmética*. No entanto, posteriormente, Frege o abandona e oferece soluções alternativas para os problemas anteriormente solucionados por ele. Resnik adota um princípio metodológico em suas análises dos textos de Frege, a saber:

se algum princípio importante é mais tarde contrariado por Frege, então devemos concluir que ele reviu a sua posição. Eu acredito que pela aplicação desta regra, interpretações mais simples de Frege serão alcançadas. A diferença entre o *Grundlagen* e o seus trabalhos parecem ser justificados por esta regra.¹²⁹

¹²⁷ ANGELELLI, Ignacio. *Gottlob Frege and Traditional Philosophy*, Dordrecht: Reidel, 1967, p. 73. (This principle appears at least four times in *Grundlagen*, and as far as I know, it does not occur elsewhere.)

¹²⁸ Idem, p. 73-74. (Frege’s later anti-Hilbert attitude suggests just the opposite of the principle, namely, that words must have a meaning independent of their contexts.) ().

¹²⁹ RESNIK, M Frege’s Context Principle Revisited. In: SCHIRN, Matthias (ed). *Studien zu Frege*, Oxford: Stuttgart-Bad Cannstait, 1976, p. 356-357. if some major principle therein in later contradicted by Frege, then we should conclude that he revised his position. I believe that by applying this rule,

Um exemplo da aplicação deste princípio é a mudança de perspectiva das análises de Frege da natureza do significado, da existência dos números e da sua crítica ao psicologismo. Após *Os Fundamentos da Aritmética*, Frege continua refutando o psicologismo, no entanto, ele não apela ao princípio do contexto nem acusa o psicologismo de perguntar pelo significado de uma palavra isoladamente. Assim, para Resnik, Frege, explicitamente, contraria sua posição.

Há, é claro, uma série de questões em torno do princípio de Frege, porque no *Grundlagen* ele considerado, mas ele não usou definições contextuais de número e em seus últimos escritos rejeita explicitamente todas as definições contextuais enquanto abandona o princípio do contexto.¹³⁰

Michael Resnik também cita como uma ‘contradição explícita do Princípio do contexto’ a passagem da última carta publicada de Frege a Peano¹³¹ 1896, na qual Frege afirma que toda palavra deve possuir uma referência, a mesma em todas as ocorrências, independente do resto da sentença, isto é, do contexto. Nessa passagem, Frege discute os defeitos da linguagem natural que não é adequada para conduzir demonstrações. Esta não é adequada, porque as palavras têm muitos significados e, segundo Frege, para que uma demonstração não tenha lacunas, cada palavra deve ter apenas um significado independente do contexto em que ela está inserida.

Michael Beaney afirma que no §56 Frege oferece definições explícitas ao invés de definições em termos de extensões de conceitos. Isso significa que as definições contextuais e conseqüentemente o próprio princípio do contexto são rejeitados por Frege no curso de *Os fundamentos da Aritmética*. Isto estaria claramente em conflito com a descrição do princípio do contexto na introdução como um princípio fundamental e com a reafirmação deste na conclusão também como

much simpler interpretations of Frege will be reached. The difference between the *Grundlagen* and his works would seem to justify this rule.

¹³⁰ RESNIK, M. *The context principle in Frege's Philosophy*. In: *Philosophy and Phenomenological Research* 27, 1967, p.92. There are, of course, a number of questions surrounding Frege's principle, because in the *Grundlagen* he considered but did not use contextual definitions of number and in his later writings explicitly rejected all contextual definitions while abandoning the context principle.

¹³¹ Cf. FREGE, Gottlob. *Philosophical and Mathematical Correspondence*. Editado por Gottfried Gabriel, Hans Hermes, Friedrich Kambartel, Christian Thiel, Albert Veraart. Resumido da edição alemã por Brian McGuinness e traduzido por Hans Kaal. Chicago: Brasil Blackwell, 1980; Cf. Idem. *Wissenschaftlicher Briefwechsel*. Editado por Gottfried Gabriel, Hans Hermes, Friedrich Kambartel, Christian Thiel, Albert Vera art. (Hamburgo: Felix Meiner Verlag). 1976.

princípio fundamental. A resposta de Beaney é que a definição contextual é apenas criticada como insuficiente não como incorreta:

É inteiramente presumível que o princípio do contexto é entendido por Frege como uma tese semântica. No início ele usava a palavra *Bedeutung*, a tradução natural deste termo é *meaning*. Posteriormente Frege distingue a noção intuitiva de significado por duas noções separadas: sentido e referência. Dessa forma teríamos dois princípios distintos: um sobre o sentido e outro sobre a referência. Algumas questões então surgem: Qual das duas interpretações é anterior? São ambas de igual importância? Tomado como uma tese dual Sobre o Sentido e a Referência, o conflito do princípio do contexto com o último modo de atribuição de sentido e referência a expressões como se estes sentidos e estas referências fossem independentes da existência de entidades? Alguns têm argumentado que o princípio é conflitante com a última semântica de Frege e que, portanto, ele abandona o princípio nos seus trabalhos posteriores. Outros têm argumentado que ele não o abandona e que o próprio princípio do contexto é chave para entendermos o fato de que Frege não, a despeito das aparências, considera uma expressão sub-sentencial como tendo existência independentemente do sentido.¹³²

Para Dummett, Frege, em seu período de maturidade, nem reafirma nem repudia explicitamente o princípio do contexto. No entanto, uma das teses centrais de Frege já nesse período, é a tese que afirma que as sentenças são logicamente um tipo particular de nome próprio complexo. Esta tese se não é formalmente inconsistente, há ao menos uma grande tensão com um princípio segundo o qual o único papel lógico é o da sentença. Segundo Dummett, no entanto, a teoria do significado de Frege não pode ser coerente sem o reconhecimento do Princípio do contexto, tomado como uma tese relacionada ao sentido. Daí, na ausência de

¹³² CURRIE, Gregory. *Frege: An Introduction to his Philosophy*. New Jersey: Barnes & Noble Books, 1982.p.156. (It is widely assumed that the Context Principle was understood by Frege as a semantical thesis. In stating the principle he used the word *Bedeutung*, a natural translation of which is 'meaning'. Later, so the story goes, Frege distinguished within the intuitive notion of meaning two separate components; sense and reference. The assumption has been, then, that the principle contains two distinct but not distinguished principles, one a principle about sense and the other about reference. A number of questions then arise: Which of the two interpretations of the principle is primary? Are both of equal importance? Taken as a dual thesis about sense and reference, does the Context Principle conflict with Frege's later way of assigning senses and references to expressions as if these senses and references were independently existing entities? Some have argued that the principle does conflict with Frege's later semantics and that he therefore abandoned the principle in his later work. Others have argued that he did not abandon it and that the Context Principle is itself one clue to the fact that Frege did not, despite appearances, regard sub-sentential expressions as having independently existing senses.)

alguma afirmação explícita por Frege depois de *Os Fundamentos da Aritmética* a favor ou contra o princípio do contexto como uma tese relacionada ao sentido, é mais razoável dizermos que ele não pode incorporá-la em sua doutrina oficial, mas que ele continua guiando seus pensamentos, uma influência que ele não poderia explicitamente reconhecer sem corrigir sua doutrina.

Segundo Dummett, as passagens citadas por Angelelli e Resnik são tendenciosas. A afirmação feita por Frege em sua última carta a Peano, por exemplo, não é justificada. Nessa carta Frege está justificando a necessidade de uma notação conceitual para propósitos científicos. A linguagem natural não serviria para conduzir demonstrações, pois ela dá margem a ambiguidades. No entanto, a finalidade da nossa linguagem cotidiana não é conduzir demonstrações, mas proporcionar a comunicação. Por isso, a necessidade de uma notação conceitual, nela cada termo teria apenas um significado. Dessa forma, seria razoável afirmar que, se somos capazes de estabelecer regras de inferência que proibam sofismas, toda palavra deve, em todos os contextos, ter um único e mesmo sentido.

Dummett analisa o significado de *Os Fundamentos da Aritmética*, o considera a arquitetura do *Leis Fundamentais da Aritmética* e argumenta que o sistema filosófico desta obra já havia sido afirmado completamente em *Os Fundamentos da Aritmética*. Assim, este último livro não representa meramente uma fase isolada da Filosofia de Frege, mas dá forma a seu pensamento como um todo. Dummett afirma sua tese de que Frege elimina em sua filosofia madura, a diferença entre termos singulares e sentenças, visto que sentenças são consideradas simplesmente um caso simples de nomes, isto é, nomes de valores de verdades. Esta tese é controversa e muito discutida pelos *scholars* de Frege.

A tese central de Dummett é que Frege conservou o Princípio do contexto em *Leis Fundamentais da Aritmética*, mas de uma forma inteiramente diferente de sua formulação anterior. De acordo com ele, a principal função do princípio do contexto em *Os Fundamentos da Aritmética* é relegar à linguagem uma questão sobre a referencialidade de certo termo. No entanto, nessa obra, Frege ainda não havia traçado nenhuma distinção entre um termo ser significativo ou não.

Assim, em *Leis Fundamentais da Aritmética*, segundo Dummett, há uma nova formulação do princípio do contexto, que ele chama de Princípio do contexto generalizado. De acordo com essa interpretação, o Princípio do contexto teria um sentido mais forte. Ele garantiria a referência a todos os nomes envolvidos no

sistema formal de Frege. A função do Princípio do contexto generalizado se torna mais evidente, segundo Dummett, quando Frege propõe uma solução para a indeterminação de termos no §10 de *Leis Fundamentais da Aritmética*, ou seja, o problema Júlio César.¹³³

Para Liñán Ocaña¹³⁴ Desde Frege é frequente entender as relações que intuitivamente assumimos que se dão entre a linguagem e a realidade por intermédio da noção de verdade. Conhecer as condições de verdade de uma oração equivale a conhecer o seu significado. Entender uma oração é saber que condições de verdade tem-se que cumprir no mundo para que a oração em questão seja verdadeira. A ideia de Frege é que as palavras falam de entidades do mundo mediante as condições de verdade das orações que contribuem para formar, quer dizer, por meio de sua contribuição ao significado das orações, e unicamente na medida em que realizam essa contribuição.

O princípio do contexto assegura que a determinação do significado das palavras se realize através das condições de verdade das orações completas das quais participam. Frege argumenta que sem esse rodeio das condições de verdade tenderíamos a considerar como o significado imagens mentais que estas palavras evocam. Nesse caso, como se relacionariam essas imagens com o mundo? Como saber e garantir que o discurso é objetivo e se refere ao mundo? Mediante as condições de verdade das orações tem-se a garantia de estar tocando num mundo de fatos objetivos.

As sentenças fixam as condições de verdade que podem ser satisfeitas ou não. Se forem satisfeitas ela será verdadeiras do contrário serão falsas. Por isso, para saber qual é a referência objetiva de uma palavra tenho que determinar o que prevê as condições de verdade das orações em que ela aparece nessa contribuição consiste seu significado.

O significado das orações não se esgota no significado de suas partes. Porque estes dependem da estrutura ou forma lógica completa. Por tanto, é preciso determinar primeiro a forma lógica da oração a fim de estabelecer que papel semântico desempenham as suas constituintes.

¹³³ Cf. DUMMETT, 1991; Cf. RUFFINO, Marco. Review of Frege: Philosophy of Mathematics. *Manuscrito*.V. XVI – N° 2, 1993. p. 151-167.

¹³⁴ Cf. OCAÑA, José Luis Liñán. Principio de Contexto y Composicionalidad: de los Grundlagen al Tractatus. *Revista de Filosofía*, Norteamérica, 34, oct. 2009.

A forma lógica não se depreende de suas partes constituintes. Frege entendia os signos lógicos como constituintes legítimos da proposição. Às operações lógicas não se podem assimilar funções materiais, este é o centro da crítica de Wittgenstein no *Tractatus*. Segundo Wittgenstein as operações lógicas na realidade não são constituintes. Frege permite que na determinação do significado das orações completas intervenham elementos distintos dos constituintes, com o qual o significado da oração não se esgotaria na contribuição semântica que estes realizam. Este implica a ruptura da funcionalidade composicional: Já não basta entender o significado das partes para compreender a oração, porque o significado desta não deriva exclusivamente daquele.

Para Janssen¹³⁵, em *Os Fundamentos da Aritmética* Frege faz uso explícito do Princípio do contexto e nesse período, ele foi contra a composicionalidade. No entanto, este princípio não aparece de forma clara em nenhuma outra obra. Mas Frege não desisti dele como muitos alegam. Ele aparece em várias ocasiões, em correspondências e em escritos que só foram publicados postumamente.

Pelletier¹³⁶ – apesar de no seu artigo, oferecer uma série de citações de autores tanto que defendem o Princípio do contexto como “o princípio de Frege” como dos que acreditam ser o Princípio de composicionalidade que merece ser reconhecido como tal – defende que nem a composicionalidade nem a contextualidade desempenham um papel tão importante na sua Filosofia que mereça tal título.

A posterior hostilidade de Frege à definição contextual também pode ser ela mesma utilizada como uma prova do abandono do Princípio do contexto no período de maturidade. No entanto, Frege o retoma no §106 (4) na recapitulação dos principais resultados deste livro. Frege ainda levanta três objeções para sua sugestão de definição contextual, às duas primeiras ele responde (§§63-65), mas a terceira a qual sustenta (§§66-67). De acordo com esta terceira objeção, tal definição, enquanto capacita a determinar quando dois números são iguais, não diz exatamente o que os números são, isto é, o que os distingue de outros objetos, tal como Júlio César ou Inglaterra. Isto é o resultado de sua objeção que veio a ser conhecida como ‘o problema Júlio César’. Por que Frege oferece definições

¹³⁵ Cf. JANSSEN, Theo M.V., Frege, Contextuality and Compositionality. *Journal of Logic, Language, and Information* **10**, 2001, p. 115-136.

¹³⁶ PELLETIER, Francis Jeffrey. Did Frege Believe in Frege's Principle? *Journal of Logic, Language, and Information* **10**: 2001, p. 87-114.

explícitas ao invés de termos de extensões de conceitos, significa que Frege rejeita o Princípio do contexto durante o curso de *Os fundamentos*? Isso estaria claramente em conflito com a descrição do princípio na introdução como 'um princípio fundamental' e com a recapitulação do princípio na conclusão.

Frege nunca afirmou explicitamente o Princípio do contexto depois de 1884. Mas, apesar de haver consenso de que Frege não o afirma explicitamente em outras obras, alguns intérpretes defendem a tese de que este princípio reaparece de forma implícita.

Para Dummett, Frege, em seu período de maturidade, nem reafirma nem repudia explicitamente o Princípio do contexto. No entanto, uma das teses centrais de Frege já nesse período, é a tese que afirma que as sentenças são logicamente um tipo particular de nome próprio complexo. Esta tese se não é formalmente inconsistente, há ao menos uma grande tensão com um princípio segundo o qual o único papel lógico é o da sentença. Segundo Dummett, no entanto, a teoria do significado de Frege não pode ser coerente sem o reconhecimento do Princípio do contexto, tomado como uma tese relacionada ao sentido. Daí, na ausência de alguma afirmação explícita por Frege depois de *Os Fundamentos da Aritmética* a favor ou contra o princípio do contexto como uma tese relacionada ao sentido, é mais razoável dizermos que ele não pode incorporá-la em sua doutrina oficial, mas que ele continua guiando seus pensamentos, uma influência que ele não poderia explicitamente reconhecer sem corrigir sua doutrina.

O princípio do contexto como formulado por Frege em *Os Fundamentos da Aritmética* à primeira vista trata-se de uma óbvia falsidade, na medida em que o conteúdo semântico de uma palavra é apreensível, independentemente de qualquer frase específica em que ocorra; é razoável dizer, até, que é essa circunstância que faz com o significado das frases em que ocorre seja ele mesmo compreensível. Mas uma pista para compreender o alcance do Princípio do contexto está no fato de Frege tê-lo usado para argumentar contra o psicologismo. Se considerarmos cada palavra per se, argumenta Frege, temos a tendência de identificar seu significado com imagens mentais que lhe associamos.

À GUIA DE CONCLUSÃO: RETOMANDO O FIO DE ARIADNE

No início desse estudo prometemos fazer uma análise sistemática do que veio a ser conhecido como o “princípio do contexto” de Gottlob Frege. Tentamos, na medida do possível, dar conta de algumas das inúmeras questões que estão relacionadas a esse princípio.

Utilizamos o recurso estilístico da metáfora estabelecendo uma comparação da exegese do princípio do contexto de Frege com o mito grego do “Labirinto do Minotauro”. Propusemos uma leitura metafórica do conjunto das interpretações do princípio do contexto como um labirinto exegético que nos desafia a adentrá-lo e tentar – como Teseu – sair dele. É justo perguntarmos agora: em que ponto esse nosso trabalho contribui na avaliação da obra de Frege?

Não encontramos na literatura secundária, uma interpretação clara de qual seria o papel do princípio do contexto no Projeto Logicista de Frege. Na verdade, o que encontramos foi uma série de questões que inicialmente nos pareceram totalmente conflitantes. Assim como Dédalo construtor do intrincado labirinto do Minotauro a literatura secundária de Frege construiu um labirinto em torno do princípio do contexto.

Começamos analisando as passagens nas quais Frege fez um uso claro do princípio do contexto e fizemos comentários de alguns aspectos desse princípio que nos parecem consensuais ou pelo menos pouco controvertidos.

Em um segundo momento, analisamos o uso do princípio do contexto em *Os Fundamentos da Aritmética* – única obra na qual o princípio do contexto aparece explicitamente – segundo a literatura secundária. É consenso entre os seus comentadores que o princípio do contexto exerce um papel importante em *Os Fundamentos da Aritmética*, mas mostramos – a partir da análise de algumas interpretações de seus comentadores – que esse consenso não se revela em um acordo acerca do uso que Frege faz do princípio do contexto nessa obra. Dividimos essas interpretações em cinco abordagens diferentes e em cada uma delas privilegiamos alguns interpretes.

Sabemos que muitos comentadores adotam mais de uma interpretação, já que em *Os Fundamentos da Aritmética* há formulações diferentes que nem sempre se equivalem. Essas interpretações geralmente não são excludentes, chegam mesmo a se entrecruzarem, a tal ponto que às vezes fica difícil delimitá-las. Fizemos uma análise de cada uma dessas interpretações evidenciando as suas contribuições e as suas limitações. A nossa intenção, com essa sistematização, não foi reduzir uma interpretação a determinado comentador, nem foi tão pouco, delimitar o número de interpretações existentes.

No terceiro e último momento de nossa sistematização, focamos a questão do possível uso do princípio do contexto em obras posteriores a *Os Fundamentos da Aritmética*. Essa questão é, de fato, a mais polêmica, pois Frege não cita explicitamente o princípio do contexto em nenhuma outra obra. Entre os seus comentadores também não encontramos concordância acerca dessa questão. Mas, de acordo com a nossa pesquisa, acreditamos que apesar de Frege não usar explicitamente o princípio do contexto depois de *Os Fundamentos da Aritmética* este princípio continua exercendo um importante papel em seu Projeto Logicista.

Apesar, de não ter sido o foco da nossa pesquisa, percebemos que a fortuna do princípio do contexto fora dos “muros” do Projeto Logicista foi ainda maior, influenciando as obras de filósofos da envergadura de Wittgenstein, Quine e Davidson.

Percebemos que quanto mais nos aprofundávamos nas questões mais o “labirinto” ficava sinuoso, as interpretações cada vez mais intrincadas. Propusemos então, como fio condutor, uma reflexão que nos permitiu mapear as interpretações a partir da análise das suas possibilidades e limitações. Adotamos como “Fio de Ariadne” uma interpretação “ingênua” do princípio do contexto, ou seja, buscamos

“ouvir” o que o próprio Frege tem a nos dizer sobre esse princípio e a partir dessa “escuta” fizemos um cotejamento das interpretações. Dessa forma, do mesmo modo que o fio de Ariadne permitiu a Teseu achar a saída do labirinto, apresentamos uma análise do princípio do contexto como um fio condutor que nos permitiu entrar no labirinto construído pela exegese de Frege e sair dele. Esperamos que a nossa pesquisa possa ajudar o leitor que se propõem estudar o princípio do contexto.

REFERÊNCIAS

BIBLIOGRAFIA PRIMÁRIA (PORTUGUÊS)

FREGE, Gottlob. Conceitografia: Uma linguagem formular do pensamento puro decalcada sobre a aritmética. In: ALCOFORADO, Paulo; DUARTE, Alessandro; WYLLIE, Guilherme. *Os primeiros escritos lógicos de Gottlob Frege*, São Paulo: Instituto Brasileiro de Filosofia e Ciência Raimundo Lúlio, 2012. p.45-174.

_____. Aplicações da Conceitografia. In: ALCOFORADO, Paulo; DUARTE, Alessandro; WYLLIE, Guilherme . *Os primeiros escritos lógicos de Gottlob Frege*, São Paulo: Instituto Brasileiro de Filosofia e Ciência Raimundo Lúlio, 2012. p. 175-180.

_____. Sobre a Finalidade da Conceitografia. In: ALCOFORADO, Paulo; DUARTE, Alessandro; WYLLIE, Guilherme . *Os primeiros escritos lógicos de Gottlob Frege*, São Paulo: Instituto Brasileiro de Filosofia e Ciência Raimundo Lúlio, 2012. p. 181-192.

_____. Sobre a Justificação Científica de uma Conceitografia. In: ALCOFORADO, Paulo; DUARTE, Alessandro; WYLLIE, Guilherme. *Os primeiros escritos lógicos de Gottlob Frege*, São Paulo: Instituto Brasileiro de Filosofia e Ciência Raimundo Lúlio, 2012. p. 193-199.

_____. Os fundamentos da aritmética: Uma investigação lógico-matemática sobre o conceito de número. Trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. In: *Peirce-Frege*. São Paulo: Abril Cultural, 1983. (Col. Os Pensadores).

_____. Função e Conceito. In: ALCOFORADO, Paulo. (Org). *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. 2ª ed. São Paulo: Edusp, 2009. p. 81-110.

_____. Sobre o Sentido e a Referência. In: ALCOFORADO, Paulo. (Org). *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. 2ª ed. São Paulo: Edusp, 2009. p. 129-158.

_____. Sobre o Conceito e o Objeto. In: ALCOFORADO, Paulo. (Org). *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. 2ª ed. São Paulo: Edusp, 2009. p. 111-127.

_____. Digressões sobre o sentido e a referência. In: ALCOFORADO, Paulo. (Org). *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. 2ª ed. São Paulo: Edusp, 2009. p. 159-169.

_____. Que é uma Função? In: ALCOFORADO, Paulo. (Org). *Lógica e Filosofia da Linguagem*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. 2ª ed. São Paulo: Edusp, 2009. p. 195-205.

_____. O pensamento. Uma investigação lógica. In: ALCOFORADO, Paulo (Org.). *Cadernos de Tradução: Investigações lógicas e outros ensaios*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDIPE Artes Gráficas, 2001.

_____. A Negação. Uma investigação lógica. In: ALCOFORADO, Paulo (Org.). *Cadernos de Tradução: Investigações lógicas e outros ensaios*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDIPE Artes Gráficas, 2001.

_____. Pensamentos compostos. Uma investigação lógica. In: ALCOFORADO, Paulo (Org.). *Cadernos de Tradução: Investigações lógicas e outros ensaios*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDIPE Artes Gráficas, 2001.

_____. A generalidade lógica. In: ALCOFORADO, Paulo (Org.). *Cadernos de Tradução: Investigações lógicas e outros ensaios*. Trad. e notas de Paulo Alcoforado. São Paulo: EDIPE Artes Gráficas, 2001.

BIBLIOGRAFIA PRIMÁRIA (ALEMÃO)

FREGE, Gottlob. *Begriffsschrift*. Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens, 1879; reedit. In: *Begriffsschrift und andere Aufsätze* (Angelelli org.). Hildesheim: Zürich, New York, George Olms Verlag, 1998.

_____. Über den Zweck der Begriffsschrift, Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft für das Jahr 1882 (1883), 1-10; reedit. in *Begriffsschrift und andere Aufsätze*.

_____. Über die Wissenschaftliche Berechtigung einer *Begriffsschrift*, Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik, 81, 48-56; reedit. in *Begriffsschrift und andere Aufsätze*.

_____. *Die Grundlagen der Arithmetik*. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl, 1884. Universal-Bibliothek, 1995.

_____. *Die Grundgesetze der Arithmetik*, begriffsschriftlich abgeleitet. Vol. I, II. (1893, 1903). George Olms Verlag, Hildesheim: Zürich, New York, 1998.

_____. *Funktion, Begriff, Bedeutung*, Fünf logische Studien. Editado e introduzido por Günther Patzig, Vandenhoeck and Ruprecht: Göttingen, 1986.

_____. *Logische Untersuchungen* Editado e introduzido por Günther Patzig; Vandenhoeck and Ruprecht, Göttingen: 1976.

_____. *The Basic Laws of Arithmetic: Exposition of the System*. Traduzido e editado por Montgomery Furth. Los Angeles: University of California, 1964.

_____. *Philosophical and Mathematical Correspondence*. Editado por Gottfried Gabriel, Hans Hermes, Friedrich Kambartel, Christian Thiel, Albert Veraart. Resumido da edição alemã por Brian McGuinness e traduzido por Hans Kaal. Chicago: Brasil Blackwell, 1980.

_____. *Nachgelassene Schriften*. Editado por Hans Hermes, Friedrich Kambartel, Friedrich Kaulbach, sob supervisão de Gottfried Gabriel e Walburga Rödding. Hamburg: Verlag, 1983.

_____. Wissenschaftlicher Briefwechsel. Editado por Gottfried Gabriel, Hans Hermes, Friedrich Kambartel, Christian Thiel, Albert Veraart. (Hamburgo: Felix Meiner Verlag). 1976.

BIBLIOGRAFIA SECUNDÁRIA

ANGELELLI, Ignacio. *Gottlob Frege and Traditional Philosophy*. Dordrecht: Reidel, 1967.

_____. Frege's Notion of 'Bedeutung' In: *Logic, Methodology and Philosophy of Science*. Amsterdam: North-Holland, 1982. p. 735-753.

BEANEY, Michael. *The Frege: Reader*. London: Blackwell, 1997.

_____. *Frege: Making Sense*. London: Duckworth, 1996.

BENACERRAF, Paul; PUTNAM, Hilary. *Philosophy of Mathematics*. Cambridge University Press, 1964.

BOOLE, George. *An Investigation of The Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*. Originally published by Macmillan, London, 1854. Reprint by Dover, 1958.

_____. *The Mathematical Analysis of Logic*, Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning. Originally published in Cambridge by Macmillan, Barclay, & Macmillan, 1847. Reprinted in Oxford by Basil Blackwell, 1951.

CARNAP, Rudolf. Os Fundamentos Lógicos da Matemática. In: BENACERRAF, Paul; PUTNAM, Hilary. *Philosophy of Mathematics*. Cambridge University Press, 1964.

CURRIE, Gregory. *Frege: An Introduction to his Philosophy*. New Jersey: Barnes & Noble Books, 1982.

_____. Frege on Thoughts: A Reply. *Mind*, New Series, V. 89.370: 256-258. Abril, 1980.

DEMOPOULOS, William (Ed.). *Frege's Philosophy of Mathematics*. Cambridge, MA: Harvard, 1995.

DUMMETT, Michael. *Frege and other Philosophers*. Clarendon Press: Oxford, 1991.

_____. *Frege: Philosophy of Language*. London: Duckworth, 1973.

_____. *Frege: Philosophy of Mathematics*, Cambridge, MA: Harvard University, 1991.

_____. *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, MA: Harvard University, 1981.

_____. *Truth and Other Enigmas*. Cambridge, MA: Harvard University, 1978. p.87-115.

HEIJENOORT, Jean van (Ed.). *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*. To Excel, 1967. Reimpressão 2000.

KANT, Immanuel. *Kritik der reinen Vernunft*. Stuttgart: Reclam, 1985.

_____. *Crítica da razão pura*. São Paulo: Abril, 1983. (Coleção Os Pensadores)

KENNY, Anthony. *Frege. An Introduction to the Founder of Modern Analytic Philosophy*. Blackwell Publishers, 2000. Penguin Books, 1995.

_____. *The Oxford History of Western Philosophy*. New York: University Press, 2000.

KNEALE, William; KNEALE, Martha. *O Desenvolvimento da Lógica*. 2.^a ed.. Lisboa: Calouste Gulbenkian, 1980.

MILNE, Peter. Frege' Principle Context. *Mind*, New Series. Vol. 95 N° 380. Out, 1986.

NETO, Fernando Raul. O 'Begriffsschrift' de Frege. *Revista de Filosofia*, N, dezembro 2000.

_____. O Projeto logicista de Gottlob Frege. *Anais do VIII SNHM – Seminário Nacional de História da Matemática*. Abril: 2001.

_____. O Último texto de Frege. *Perspectiva Filosófica*. V. I, n° 25. Jan-Jun/2006.

NOONAN, Harold W. *Frege: A Critical Introduction*. Cambridge: Polity, 2001.

PATTERSON, DouOs Fundamentos da Aritméticas (2005), «Learnability and Compositionality»: *Mind & Language* **20**: 326-352.

_____. Logicism: Fregean and Neo-Fregean. *Manuscrito*. 21:1, 1998.

_____. The Primacy of Concepts and the Priority of Judgments in Frege's Logic. *Grazer Philosophisch Studien* V. 56 – 1998-1999.

RUFFINO, Marco. Context Principle, Fruitfulness of Logic and the Cognitive Value of Arithmetic in Frege. *History and Philosophy of Logic*, 12 - p.185-194, 1991.

_____. Review of Frege: Philosophy of Mathematics. *Manuscrito*.V. XVI – No 2, 1993.

SCHIRN, Matthias. (ed). *Studien zu Frege*. Oxford: Stuttgart-Bad Cannstait, 1976.

SEVERINO, Antônio Joaquim. Metodologia do trabalho científico. São Paulo: Cortez, 2007.

SCHRÖDER, Ernest. Review of Frege's Conception Notation. 1980.

SILVA, Marilúze Ferreira de Andrade e. *Introdução à Semântica de Gottlob Frege*. Londrina: CEFIL, 1999.

SLUGA, Hans. *Gottlob Frege*. London: Routledge and Kegan Paul, 1980.

WEINER, Joan. *Frege*. New York: Oxford University, 1999.

BIBLIOGRAFIA SECUNDÁRIA (PRINCÍPIO DO CONTEXTO)

AZIZE, Rafael Lopes. Os inícios da abertura pragmática de Wittgenstein: o princípio do contexto. São Paulo: Cognitio/Estudos: *Revista Eletrônica de Filosofia*. Número 1 – 2004.

BAR-ELLI, Gillead. *Frege's Context Principle*. In: *Philosophia*. April 1997, Volume 25, p. 99-129.

DUMMETT, Michael. The context principle: Centre of Frege's philosophy. In Ingolf Max and Werner Stelzner, eds, *Logik und Mathematik. Frege-Kolloquium Jena 1993*, nr. 5 in *Perspektiven der Analytische Philosophy*, p. 3–19. Walter de Gruyter, 1995.

FULUGONIO, María Gabriela, El Principio Fregeano del Contexto en Die Grundlagen der Arithmetik. Una Revisión a la Interpretación de Dummett. *Análisis Filosófico XXVIII* N° 2 - ISSN 0326-1301 (Noviembre 2008) 205-238.

JANSSEN, Theo M.V., Frege, Contextuality and Compositionality. *Journal of Logic, Language, and Information* **10**, 2001, p. 115-136.

KIM, Joongol. Frege's Context Principle: An Interpretation. California: *Pacific Philosophical Quarterly* 92 (2011) 193–213.

LINNEBO, Øystein. Critical Studies/Book Reviews – Stewart Shapiro. Philosophy of Mathematics: structure and ontology. In: *Philosophia Mathematica*. N° 3. Vol. 11 (Feb/2003). p. 92-104.

OCAÑA, José Luis Liñán. Principio de Contexto y Composicionalidad: de los Grundlagen al Tractatus. *Revista de Filosofía*, Norteamérica, 34, oct. 2009.

PELLETIER, Francis Jeffry. Did Frege Believe in Frege's Principle? *Journal of*

Logic, Language, and Information **10**: 2001, p. 87-114.

RESNIK, M. *The context principle in Frege's Philosophy*. In: *Philosophy and Phenomenological Research* 27, 1967.

_____. *Frege's Context Principle Revisited*. In: SCHIRN, Matthias (ed). *Studien zu Frege*, Oxford: Stuttgart-Bad Cannstait, 1976.

RUFFINO, Marco. *Context Principle, Fruitfulness of Logic and the Cognitive Value of Arithmetic in Frege*. *History and Philosophy of Logic*, 12 -1991.

SCHIRN, Matthias. *O Contexto Proposicional e a Questão do Significado de Termos Singulares Abstratos*. Campinas: *Manuscrito*. XVI (2): 1- 4, outubro 1993.

WILSON, Mark. *Ghost World: A Context for Frege's Context Principle* In: Michael Beaney and Erich Reck, eds., *Gottlob Frege: Critical Assessments of Leading Philosophers*, vol 3 (London: Routledge, 2005).

WRIGHT, Crispin. *The Context Principle*. In: *Frege's Conception of Numbers as Objects*. Aberdeen University Press, 1983.

BIBLIOGRAFIA SECUNDÁRIA (MITOLOGIA)

BARTHES, Roland. *Mitologias*. Tradução de Rita Buorgermino e Pedro de Souza. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2001.

BRANDÃO, Junito de Souza. *Mitologia grega* vol. I. Petrópolis: Editora Vozes, 2001.

BULFINCH, Thomas. *O livro de ouro da mitologia: Histórias de deuses e heróis* (trad. David Jardim Júnior). Rio de Janeiro: Ediouro, 2006.

CIVITA, Victor. ed. *Mitologia: Dédalo-Ícaro-Pasífae*. vol. I. São Paulo: Abril Cultural, 1973. p.497- 512.

_____. ed. *Mitologia: Teseu-Hipólito-Fedra*. vol. III. São Paulo: Abril Cultural, 1973. p.561- 576.

ELIADE, Mircea. *Mito e realidade* (trad. Pola Civelli). São Paulo: Perspectiva, 2010 (Coleção debates: 52/ J. Guinsburg (dir.))

GRIMAL, Pierre. *Mitologia grega* (trad. Rejane Janowitz). Porto Alegre: L&PM, 2009 (L&PM pocket encyclopaedia: v.782)

HESÍODO. *Teogonia*. (trad. Sueli Maria de Regino). São Paulo: Martin Claret, 2010 (Coleção a obra-prima de cada autor: 307)

HOMERO. *Odisséia*. Tradução de Manuel Odorico Mendes. São Paulo: Abril, 2009.

_____. *Ilíada*. Tradução de Manuel Odorico Mendes. São Paulo: Abril, 2009.